

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΑΤΡΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Κατασκευή πειραματική συσκευής & επεξεργασία των πειραματικών μετρήσεων της στο εργαστήριο Ειδικών Μαθημάτων Φυσικής



ΣΠΟΥΔΑΣΤΗΣ: Sulai Altin

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: Δρ. Αλέξανδρος Καλαράκης

ΠΑΤΡΑ 2012

Περιεχόμενα

ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	5
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	7
1. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ-ΕΠΙΔΙΟΡΘΩΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΣΥΣΚΕΥΩΝ.....	9
1.1 Πειραματική συσκευή Γραμμικής Διαστολής Στερεού.....	9
1.1.1 Σκοπός.....	9
1.1.2 Εργασίες.....	9
1.2 Πειραματική συσκευή Μαθηματικού Εκκρεμούς.....	11
1.2.1 Σκοπός.....	11
1.2.2 Εργασίες.....	11
2.ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΔΙΑΣΤΟΛΗ ΣΤΕΡΕΟΥ.....	17
2.1 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ.....	17
2.2 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ.....	23
2.2.1 Σκοπός.....	23
2.2.2 Διάταξη-Όργανα.....	23
2.2.3 Πειραματική Διαδικασία.....	25
2.2.4 Πειραματικά Αποτελέσματα.....	26
2.3 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	31
3. ΕΛΕΥΘΕΡΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΑΠΛΟΥ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ.....	33
3.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ.....	33
3.2 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ.....	34
3.2.1 Το Απλό Εκκρεμές.....	34
3.2.2 Φυσικό Εκκρεμές.....	39
3.2.3 Το Στροφικό Εκκρεμές.....	41
3.3 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ.....	43
3.3.2 Σκοπός.....	43
3.3.2 Διάταξη-Όργανα.....	43
3.3.3 Πειραματική Διαδικασία.....	47
3.3.4 Πειραματικά Αποτελέσματα.....	47
3.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	58

4. ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	59
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	61
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	63

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Φυσικής του Τμήματος Μηχανολογίας του ΤΕΙ Πάτρας. Η εργασία πραγματοποιήθηκε υπό την επίβλεψη του Δρ. Αλέξανδρου Καλαράκη.

Σκοπός της παρούσας πτυχιακής εργασίας αποτέλεσε η πειραματική μελέτη δύο σημαντικών φυσικών φαινομένων: α) της γραμμικής διαστολής των στερεών σωμάτων και β) της ελεύθερης ταλάντωσης του απλού εκκρεμούς. Οι υπάρχουσες πειραματικές διατάξεις βελτιώθηκαν προκειμένου να προσδιοριστούν με μεγαλύτερη ακρίβεια ο συντελεστής γραμμικής διαστολής και παγκόσμια σταθερά της επιτάχυνσης (αντίστοιχα σε κάθε πείραμα). Θα πρέπει να αναφερθεί ότι πλήθος εφαρμογών τόσο σε βιομηχανικό όσο και σε απλό καθημερινές επίπεδο, βασίζονται στις αρχές των πειραμάτων που μελετήθηκαν στην παρούσα πτυχιακή εργασία.

Θερμές ευχαριστίες εκφράζονται στον Δρ. Αλέξανδρο Καλαράκη, για την πολύτιμη βοήθεια και την καθοδήγηση που προσέφερε καθόλη τη διάρκεια πραγματοποίησης της Πτυχιακής εργασίας

Altin Sulai
Φεβρουάριος 2012

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία επικεντρώνεται στη μελέτη της γραμμικής διαστολής των στερεών καθώς και στη μελέτη των ελεύθερων ταλαντώσεων του απλού εκκρεμούς.

Η ανάπτυξη της πτυχιακής εργασίας γίνεται σε δύο βασικά μέρη.

Στο πρώτο μέρος της εργασίας, εξετάζεται η γραμμική διαστολή των στέρεων σωμάτων και προσδιορίζεται ο συντελεστής διαστολής του χάλυβα. Αρχικά, παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο για τη μελέτη της γραμμικής διαστολής των στερεών σωμάτων. Κατόπιν παρουσιάζονται η πειραματική διάταξη και τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν για τη μελέτη του συντελεστή γραμμικής διαστολής, καθώς και οι βελτιώσεις που έγιναν στην πειραματική διάταξη για τον ακριβέστερο προσδιορισμό του συντελεστή γραμμικής διαστολής. Ακολουθεί η παρουσίαση και η ανάλυση των πειραματικών αποτελεσμάτων και το πρώτο μέρος της πτυχιακής εργασίας ολοκληρώνεται με την παρουσίαση των συμπερασμάτων

Το δεύτερο μέρος της εργασίας επικεντρώνεται στη μελέτη και την ανάλυση των ελεύθερων ταλαντώσεων του απλού εκκρεμούς. Η μελέτη του απλού εκκρεμούς προσεγγίζεται αρχικά θεωρητικά. Στη θεωρητική διερεύνηση των εκκρεμούς, παρουσιάζονται συνοπτικά και δύο ακόμα γνωστά συστήματα εκκρεμών: το φυσικό εκκρεμές και το στροφικό εκκρεμές. Ακολουθεί η περιγραφή της πειραματικής διάταξης για την περίπτωση του απλού εκκρεμούς και η παρουσίαση των πειραματικών αποτελεσμάτων. Πρέπει να σημειωθεί ότι η πειραματική διάταξη του απλού εκκρεμούς βελτιώθηκε σημαντικά με αποτέλεσμα να υπολογιστεί η επιτάχυνση της βαρύτητας με αρκετά καλή ακρίβεια.

1. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ-ΕΠΙΔΙΟΡΘΩΣΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΣΥΣΚΕΥΩΝ

1.1 Πειραματική συσκευή Γραμμικής Διαστολής Στερεού

1.1.1 Σκοπός

Βασικός σκοπός του πειράματος αποτέλεσε η μελέτη της γραμμικής διαστολής τριών μεταλλικών στερεών και ο υπολογισμός του συντελεστή γραμμικής διαστολής τους.

Προκειμένου οι μετρήσεις της γραμμικής διαστολής να πραγματοποιηθούν με ακρίβεια, έγιναν μετατροπές εκσυγχρονισμού της πειραματικής συσκευής του εργαστηρίου. Οι μετατροπές που έγιναν στην πειραματική συσκευή παρουσιάζονται στην παράγραφο 1.1.2.

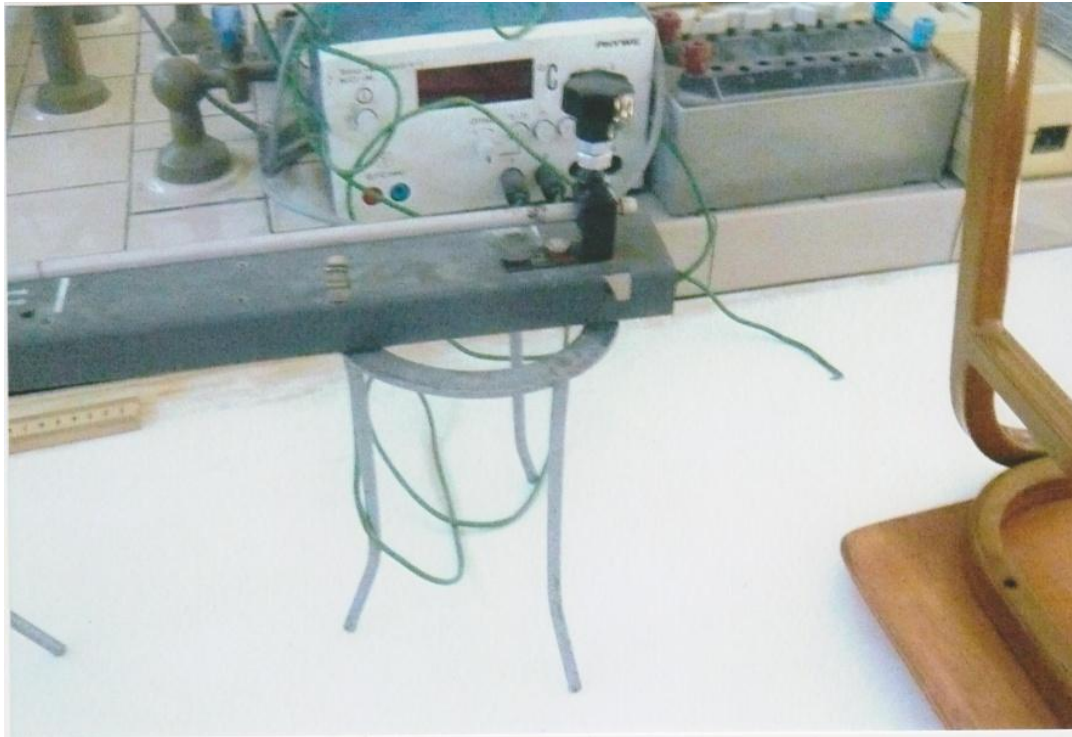
1.1.2 Εργασίες

Η πειραματική διάταξη περιλαμβάνει μια σειρά από μεταλλικούς σωλήνες διαφορετικών μεταλλικών υλικών (αλουμινίου, ορείχαλκου και σιδήρου). Οι σωλήνες αυτοί προσαρμόζονται σε κατάλληλη βάση στήριξης. Το ένα άκρο του σωλήνα πρέπει είναι σταθερό ενώ το άλλο άκρο του σωλήνα είναι ελεύθερο και επιτρέπει την επιμήκυνση του σωλήνα.

Στο εργαστήριο δεν υπήρχε κατάλληλη βάση στήριξης η οποία να συγκρατεί σταθερό το ένα άκρο του κάθε σωλήνα. Μια τέτοια κατάλληλη βάση στήριξης σχεδιάστηκε και παρασκευάστηκε σε εξωτερικό μηχανουργείο.

Συγκεκριμένα επιλέχθηκε ένα κομμάτι από συμπαγές (μασίφ) σίδηρο (σχήμα 1), στο οποίο δημιουργήθηκε μια οπή με διάμετρο μεγαλύτερη κατά 1 mm από τη διάμετρο των μεταλλικών σωλήνων των οποίων θέλουμε να μετρήσουμε τη γραμμική διαστολή. Μια δεύτερη οπή δημιουργείται σε άξονα κατακόρυφο ως προς την πρώτη οπή. Στη

δεύτερη αυτή σπή δημιουργήθηκε κατάλληλος μηχανισμός (σχήμα 1β) ο οποίος επιτρέπει να συγκρατεί το ένα άκρο του κάθε σωλήνα σταθερό.



(α)



(β)

Σχήμα 1: Μετατροπές στην πειραματική διάταξη μελέτης της γραμμικής διαστολής μεταλλικών στερεών.

1.2 Πειραματική συσκευή Μαθηματικού Εκκρεμούς

1.2.1 Σκοπός

Βασικός σκοπός του πειράματος αποτέλεσε η μελέτη των ελεύθερων ταλαντώσεων του απλού εκκρεμούς καθώς και ο προσδιορισμός των παραγόντων (μήκος νήματος, αρχική εκτροπή, αποσβέσεις), που επηρεάζουν την περίοδο των ταλαντώσεων.

Προκειμένου οι ταλαντώσεις του ελεύθερου εκκρεμούς να μετρηθούν με ακρίβεια, αρχικά έγινε προσπάθεια να γίνουν μετατροπές εκσυγχρονισμού της πειραματικής συσκευής του εργαστηρίου. Λόγω όμως της παλαιότητας και μειωμένης λειτουργικότητας της υφιστάμενης πειραματικής συσκευής αποφασίστηκε να σχεδιαστεί και να κατασκευαστεί από την αρχή νέα συσκευή. Μέρη της διάταξης που δεν μπορούσαν να κατασκευαστούν, όπως χρονόμετρο, χρονοδιακόπτης αγοράστηκαν και τροποποιήθηκαν έτσι ώστε να ικανοποιούν τις συνθήκες των απαιτούμενων μετρήσεων. Οι εργασίες και οι σχετικές ρυθμίσεις που έγιναν κατά την κατασκευή της πειραματικής συσκευής παρουσιάζονται στην παράγραφο 1.2.2.

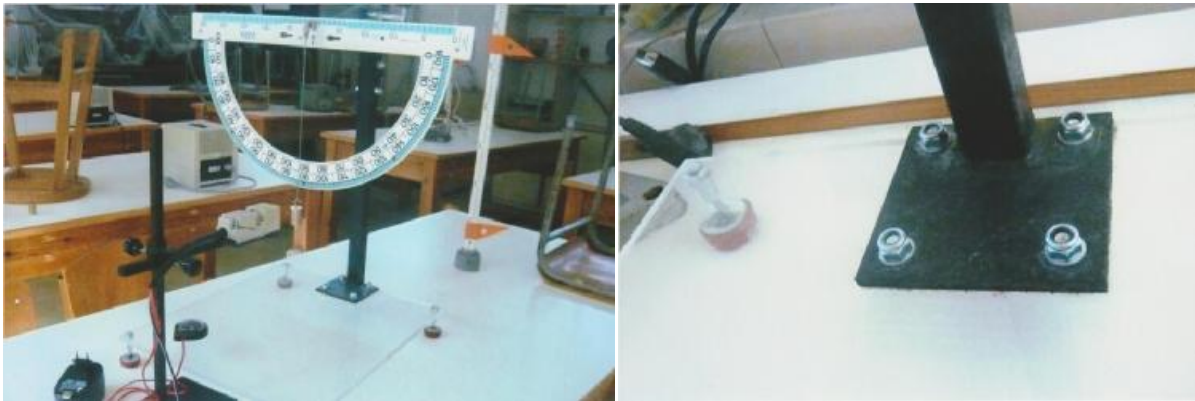
1.2.2 Εργασίες

Η πειραματική συσκευή του εργαστηρίου αποτελείται από:

- Βάση στήριξης
- Μεταλλική κατασκευή
- Επαγωγικό προσέγγισης
- Ειδικό μηχανισμό για το νήμα
- Χρονόμετρο
- Μοιρογνωμόνιο
- Τροφοδοτικό

Η βάση στήριξης της πειραματικής συσκευής (σχήμα 2α) κατασκευάστηκε από Plexiglas. Το υλικό αυτό προτιμήθηκε από το γυαλί καθώς είναι πιο ανθεκτικό, απορροφά τους κραδασμούς και έχει χαμηλό κόστος αγοράς. Στα τέσσερα άκρα της βάσης από Plexiglas, δημιουργήθηκαν 4 οπές όπου και τοποθετήθηκαν οι τέσσερις βάσεις στήριξης της πειραματικής διάταξης (σχήμα 2β).

Ο σκελετός της πειραματικής διάταξης αποτελείται από δυο μεταλλικές ράβδους (σχήμα 3). Η μια από τις μεταλλικές ράβδους, έχει πακτωθεί με τη βάση του Plexiglas, χρησιμοποιώντας 4 μπουλόνια ασφαλείας (σχήμα 2β). Η δεύτερη μεταλλική ράβδος αποτελεί τη βάση στήριξης του μηχανισμού ταλάντωσης καθώς και του μοιρογνωμονίου. Η δεύτερη αυτή μεταλλική ράβδος είναι παράλληλη με τη βάση του Plexiglas.



(α)

(β)

Σχήμα 2: Βάση στήριξης και λεπτομέρειες της πειραματικής συσκευής.



Σχήμα 3: Μεταλλικές ράβδοι της σκελετού της πειραματικής διάταξης

Ο μηχανισμός όπου τυλίγεται το νήμα του εκκρεμούς (σχήμα 4), σχεδιάστηκε με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι απλός στη χρήση του. Ο μηχανισμός περιλαμβάνει:

- Μια κασάνια για να ρυθμίζει τη φορά του νήματος. Ειδικό κομβίο που επιτρέπει την αλλαγή της φοράς του νήματος
- Ένα ρουλεμάν το οποίο μειώνει τις τριβές και επιτρέπει την ομαλή λειτουργία του εκκρεμούς
- Βάση στήριξης του ρουλεμάν
- Βάση στήριξης της κασάνιας. Η βάση αυτή έχει κολληθεί με αργόν στη δεύτερη μεταλλική ράβδου του σκελετού



Σχήμα 4: Μηχανισμός τύλιξης του νήματος του εκκρεμούς.

Επίσης πρέπει να αναφερθεί ότι χρησιμοποιήθηκε κατάλληλος αισθητήρας (επαγωγικό προσεγγίσεως), όπως φαίνεται στο σχήμα 5. Το επαγωγικό προσεγγίσεως συνδέθηκε μέσω κατάλληλης γέφυρας με χρονόμετρο το οποίο είχε ακρίβεια εκατοστό του δευτερολέπτου (CASIO HS-3). Η ρύθμιση του χρονομέτρου με το επαγωγικό προσεγγίσεως πραγματοποιήθηκε με την βοήθεια του κ. Μίχου, ο οποίος διατέλεσε βοηθός χρονομέτρη στους Ολυμπιακούς αγώνες στην Αθήνα το 2004.

Λεπτομέρειες των επιμέρους διατάξεων και της λειτουργίας αυτών στην πειραματική συσκευή θα παρουσιαστούν σε επόμενο κεφάλαιο όπου θα γίνουν και

ενδεικτικές μετρήσεις για πιστοποίηση της ορθής λειτουργίας. Η πιστοποίηση θα πραγματοποιηθεί με σύγκριση των πειραματικών αποτελεσμάτων με αναμενόμενα θεωρητικά αποτελέσματα.



(α)



(β)

Σχήμα 5: Επαγωγικό προσεγγίσεως για τη μέτρηση των ελεύθερων ταλαντώσεων του απλού εκκρεμούς (α) Σε διάταξη μπροστά από το εκκρεμές, (β) σε μεγέθυνση.

2.ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΔΙΑΣΤΟΛΗ ΣΤΕΡΕΟΥ

2.1 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Όλα σχεδόν τα στερεά σώματα μεταβάλλουν τις διαστάσεις τους, όταν μεταβάλλεται η θερμοκρασία τους [1]. Η ολική θερμική διαστολή ενός σώματος οφείλεται στην μεταβολή της μέσης απόστασης ανάμεσα στα άτομα και τα μόρια από τα οποία αποτελείται [2]. Στις συνήθεις θερμοκρασίες τα άτομα ενός υλικού ταλαντώνονται γύρω από τις θέσεις ισορροπίας τους με συχνότητα ταλάντωσης 10^{13} Hz και πλάτος ταλάντωσης περίπου 10^{-11} m [2]. Καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία του στερεού αυξάνεται και το πλάτος ταλάντωσης των ατόμων και επίσης αυξάνεται και η μέση ενδοατομική απόσταση των ατόμων [2, 3]. Συνεπώς το στερεό διαστέλλεται στο σύνολο του καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία του.

Σε μακροσκοπικό επίπεδο, αν μεταβληθεί η θερμοκρασία μιας ράβδου κατά $\Delta\theta$, το μήκος l θα μεταβληθεί κατά Δl . Αυτή η μεταβολή της ράβδου βρίσκεται πειραματικώς και εξαρτάται από το υλικό που είναι κατασκευασμένη η ράβδος. Δηλαδή ισχύει:

$$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta\theta \quad (1)$$

Ο συντελεστής (α) είναι ο συντελεστής γραμμικής διαστολής και εξαρτάται από το υλικό της ράβδου. Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι ο συντελεστής γραμμικής διαστολής ορίζεται από τη σχέση

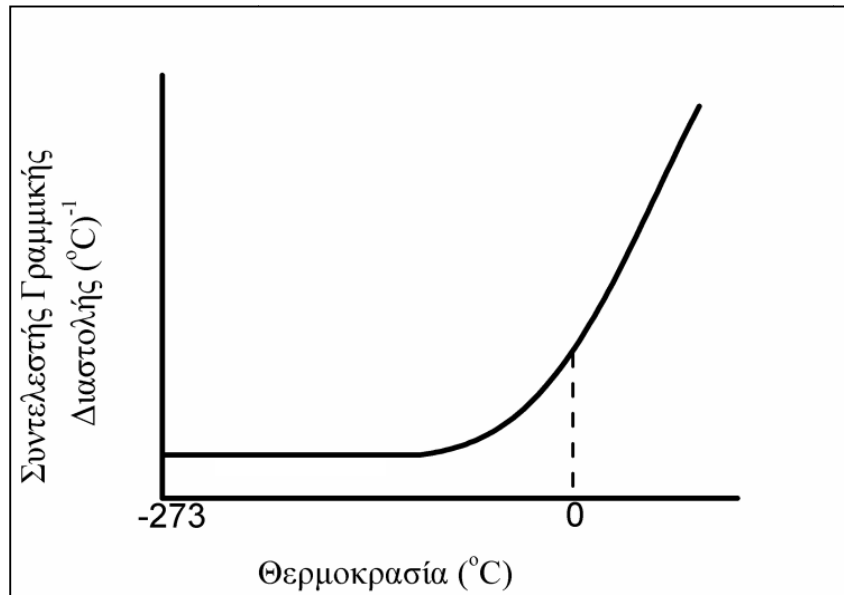
$$\alpha = \frac{\Delta l / l}{\Delta\theta} \quad (2)$$

Συνεπώς, μονάδα μέτρησης του συντελεστή θερμικής διαστολής είναι $^{\circ}\text{C}^{-1}$. Στον πίνακα 1 παρουσιάζονται οι συντελεστές διαστολής διαφόρων υλικών.

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι ο συντελεστής θερμικής διαστολής δεν είναι

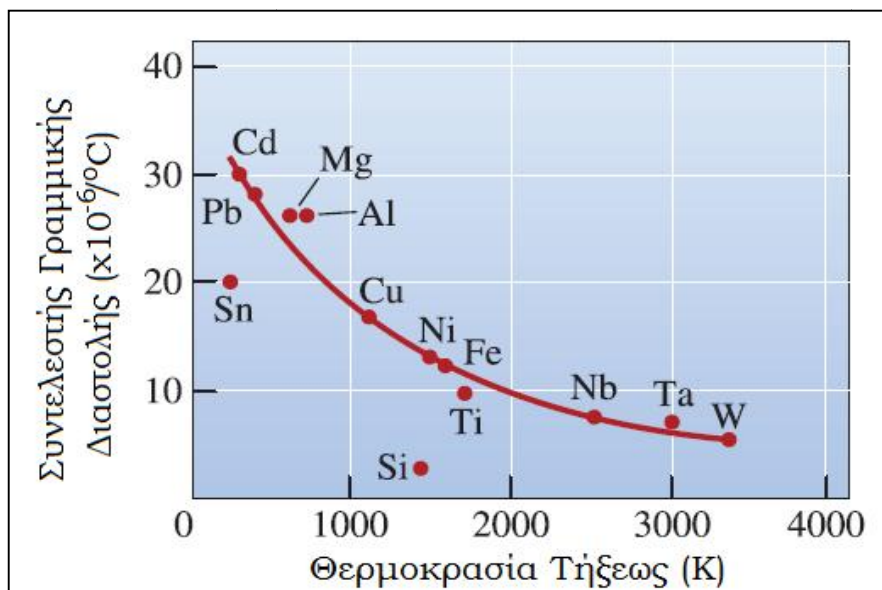
σταθερός αλλά αυξάνεται γενικά καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία [2]. Η μεταβολή αυτή του συντελεστή θερμικής διαστολής είναι συνήθως ανεπαίσθητη για την περιοχή των καθημερινών μεταβολών θερμοκρασίας [2]. Έχει βρεθεί πειραματικά [2], ότι ο συντελεστής θερμικής διαστολής των υλικών, ελαττώνεται όσο ελαττώνεται η θερμοκρασία των υλικών (Σχήμα 6), και ο συντελεστής θερμικής διαστολής μηδενίζεται στη θερμοκρασία του απόλυτου μηδενός (0 K ή -273°C).

Πίνακας 1: Συντελεστής θερμικής διαστολής διαφόρων υλικών [3, 4]	
Υλικό	Συντελεστής Θερμικής Διαστολής (°C ⁻¹)
Μέταλλα	
Αλουμίνιο (Al)	24.0 x 10 ⁻⁸
Χαλκός (Cu)	16.6 x 10 ⁻⁸
Σίδηρος (Fe)	11.4 x 10 ⁻⁸
Νικέλιο (Ni)	13.0 x 10 ⁻⁸
Μόλυβδος (Pb)	29.0 x 10 ⁻⁸
Πυρίτιο (Si)	3.0 x 10 ⁻⁸
Βολφράμιο (W)	4.5 x 10 ⁻⁸
Κράματα	
Χάλυβας AISI 1020 (steel)	12.0 x 10 ⁻⁸
Φαιός χυτοσίδηρος (gray cast iron)	12.0 x 10 ⁻⁸
Ανοξειδωτος χάλυβας (stainless steel)	17.3 x 10 ⁻⁸
Πολυμερή	
Πολυαιθυλένιο	100.0 x 10 ⁻⁶
Νάιλον 6,6	80.0 x 10 ⁻⁶
Κεραμικά	
Αλούμινα (Al ₂ O ₃)	6.70 x 10 ⁻⁶
Καρβίδιο του Πυριτίου (SiC)	4.30 x 10 ⁻⁶
Αέρια και Υγρά	
Αέρας	3.70 x 10 ⁻³
Αλκοόλη	75 x 10 ⁻⁵



Σχήμα 6: Στα στερεά υλικά, σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες ο συντελεστής γραμμικής διαστολής μηδενίζεται [1].

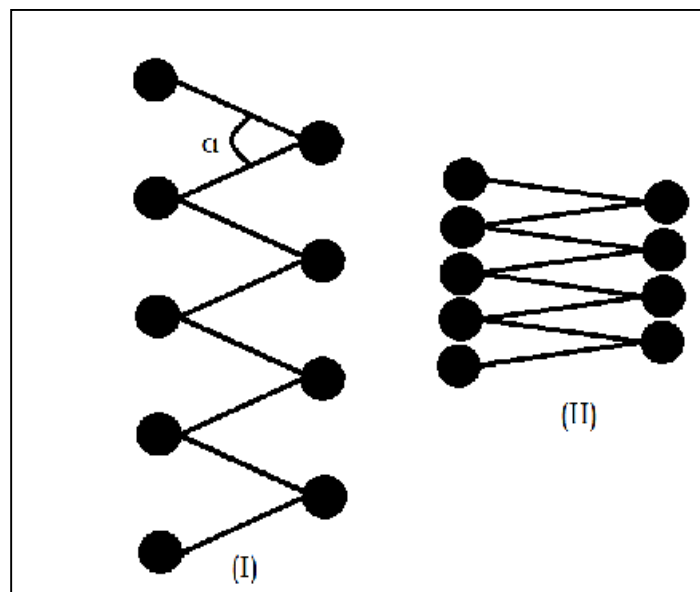
Επιπλέον, τα μεταλλικά υλικά που έχουν υψηλό σημείο τήξης, έχουν χαμηλό συντελεστή θερμική διαστολής (Σχήμα 7) [3]. Για παράδειγμα ο μόλυβδος (Pb) έχει μεγαλύτερο συντελεστή θερμική διαστολής από τον αντίστοιχο που έχει το δύστηκτο βολφράμιο (W).



Σχήμα 7: Σχέση μεταξύ του γραμμικού συντελεστή θερμικής διαστολής μεταλλικών υλικών (στους 25°C) και της θερμοκρασία τήξεως τους [3].

Ο συντελεστής θερμικής διαστολής είναι θετικός για τα υλικά που παρουσιάζονται στον πίνακα 1. Υπάρχουν όμως υλικά όπως είναι για παράδειγμα ο ασβεστίτης (CaCO_3), όπου όταν αυξάνεται η θερμοκρασία τους, διαστέλλονται μεν κατά μια διάσταση (θετικός συντελεστής θερμικής διαστολής) αλλά ταυτόχρονα συστέλλονται κατά μια άλλη διάσταση τους (αρνητικός συντελεστής θερμικής διαστολής) [2].

Επίσης υπάρχουν υλικά όπως το καουτσούκ, τα οποία συστέλλονται όταν αυξάνεται η θερμοκρασία τους [1]. Συνεπώς τα υλικά αυτά έχουν αρνητικό συντελεστή θερμικής διαστολής. Στην περίπτωση του καουτσούκ, η συστολή του παρουσιάζεται με την αύξηση της θερμοκρασίας του, δεν οφείλεται στην ελάττωση της απόστασης μεταξύ των ατόμων του, όπως αναφέρθηκες νωρίτερα. Στην περίπτωση του καουτσούκ, η θέρμανση προκαλεί μεταβολή στην μοριακή του αλυσίδα. Τα μόρια του καουτσούκ σχηματίζουν αλυσίδα παρόμοια με αυτή που φαίνεται στο σχήμα 8. Η θέρμανση προκαλεί μείωση στη γωνία (α) με αποτέλεσμα τη μείωση του μήκους της αλυσίδας των μορίων και συνεπώς τη μείωση του ολικού μήκους του καουτσούκ.



Σχήμα 8: Σχηματική αναπαράσταση μοριακή αλυσίδα καουτσούκ (I) σε χαμηλή θερμοκρασία και (II) σε υψηλή θερμοκρασία [1].

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι υπάρχουν και ορισμένα υλικά, των οποίων οι διαστάσεις μεταβάλλονται ελάχιστα με τη θερμοκρασία. Ο συντελεστής γραμμικής διαστολής των υλικών αυτών είναι πολύ μικρός. Ένα τέτοιο υλικό είναι το κράμα Invar (κράμα σιδήρου-νικελίου) του οποίου ο συντελεστής θερμικής διαστολής είναι $1.3 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ [4]. Λόγω, ακριβώς, του χαμηλού συντελεστή θερμικής διαστολής το Invar χρησιμοποιείται για τη κατασκευή πρότυπων μέτρων.

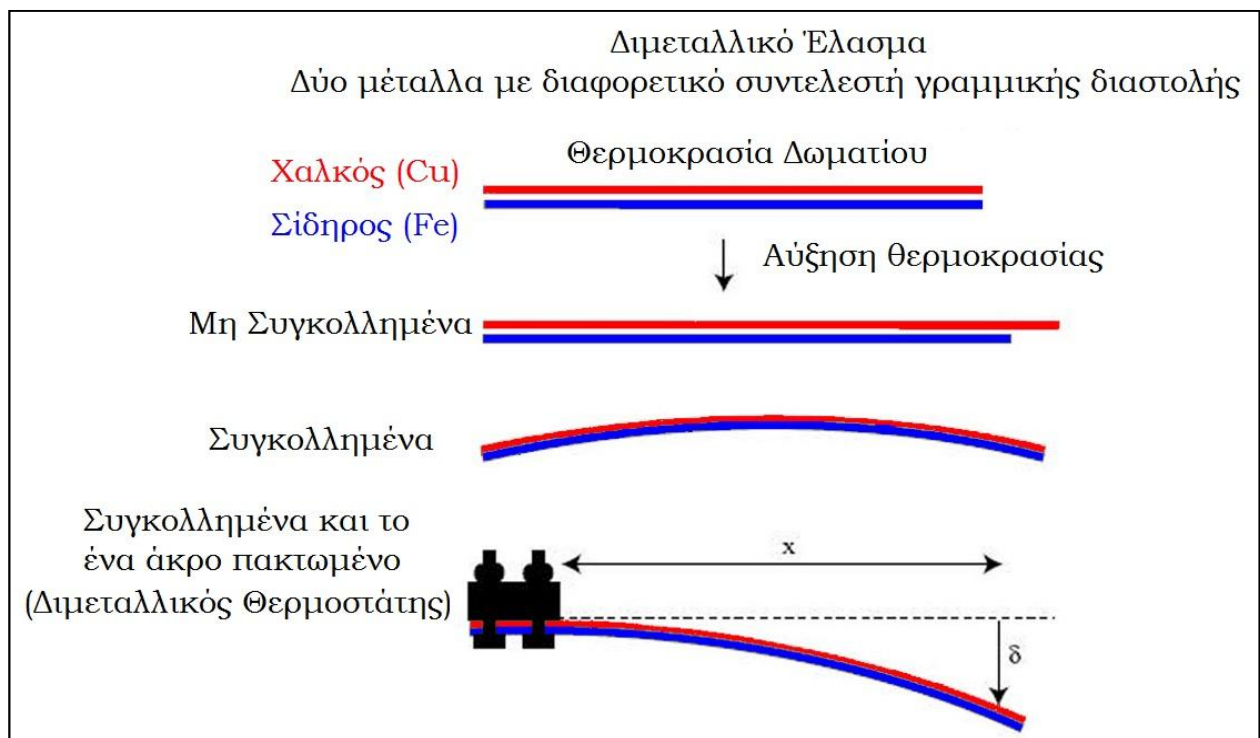
Όταν ένα υλικό θερμανθεί ανομοιόμορφα, παρουσιάζει ανομοιόμορφη διαστολή [1]. Έτσι, τα γυάλινα αντικείμενα, όταν τοποθετούνται απότομα σε υψηλή θερμοκρασία, θερμαίνονται ανομοιόμορφα και σπάνε. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το γυαλί είναι κακός αγωγός της θερμότητας και τα αμέσως θερμαινόμενα μέρη διαστέλλονται περισσότερο από τα γειτονικά τους που είναι ψυχρότερα. Όμως υπάρχουν και ειδικά γυαλιά όπως είναι το Pyrex που έχουν χαμηλό συντελεστή γραμμικής διαστολής. Το Pyrex το οποίο έχει συντελεστή γραμμικής διαστολής ίσο με 3.2×10^{-6} [4] χρησιμοποιείται για την κατασκευή χημικών οργάνων (ογκομετρικοί σωλήνες, ξηραντήρες κτλ.) αλλά και μαγειρικών σκευών τα οποία χρησιμοποιούνται σε καθημερινά βάση.

Στην περίπτωση διαφορετικών υλικών [1], οι συντελεστές γραμμικής διαστολής τους είναι διαφορετικοί. Συνεπώς κατά τη θέρμανση δυο συγκολλημένων διαφορετικών υλικών η διαστολή για κάθε σώμα θα είναι διαφορετική, οπότε αυτά είτε παραμορφώνονται είτε ξεκολλάνε. Όταν τα δυο σώματα έχουν τη μορφή λεπτών ελασμάτων που είναι συγκολλημένα σε όλο τους το μήκος, η ανομοιόμορφη διαστολή τους, προκαλεί την κάμψη τους [1]. Στο φαινόμενο αυτό στηρίζεται η λειτουργία των διμεταλλικών θερμοστατών (σχήμα 9), οι οποίοι διακόπτουν ή αποκαθιστούν ένα ηλεκτρικό κύκλωμα ανάλογα με τη θερμοκρασία τους. Η πιο γνωστή εφαρμογή των διμεταλλικών θερμοστατών, είναι οι ρυθμιζόμενοι διμεταλλικοί θερμοστάτες που χρησιμοποιούνται στην κεντρική θέρμανση των κτιρίων.

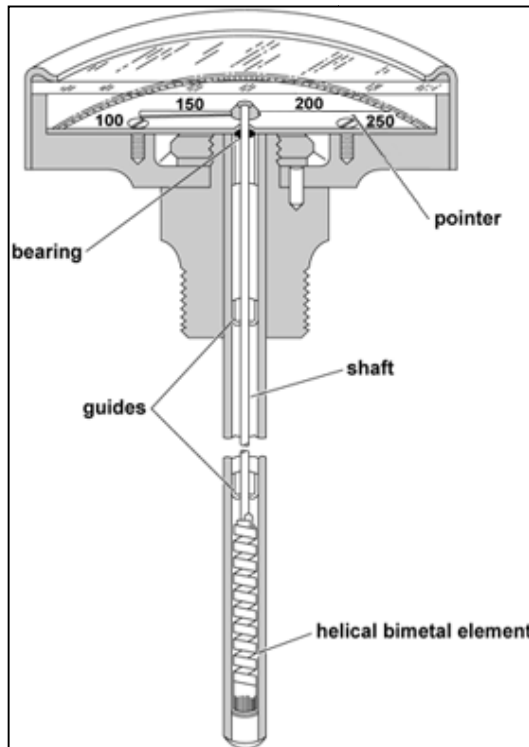
Βέβαια θα πρέπει να αναφερθεί ότι στην περίπτωση που συγκολληθούν δύο υλικά των οποίων οι συντελεστές γραμμικής διαστολής είναι σημαντικά διαφορετικοί, τότε μπορεί να προκληθεί θραύση του ελάσματος ή και πλήρης αποσυσκόλληση [1]. Για παράδειγμα αν γίνει συγκόλληση ενός μετάλλου με ένα γυαλί, τότε ο κίνδυνος αποσυσκόλλησης είναι ιδιαίτερα υψηλός. Έτσι στην περίπτωση των λαμπτήρων, προκειμένου να μην καταστρέφονται οι λαμπτήρες και να μην αποκολλούνται τα

σύρματα πυρακτώσεως από τη βάση του γυάλινου κελύφους, χρησιμοποιούνται ειδικής κατασκευής σύρματα, τα οποία αποτελούνται από νικελιούχο χάλυβα με εξωτερικό περίβλημα από χαλκό [1]. Αυτά τα σύρματα όταν θερμαίνονται διαστέλλονται το ίδιο με το γυαλί των λαμπτήρων και έτσι δεν παρατηρείται αποκόλληση από τη βάση του γυάλινου κελύφους.

Παρόμοια, με το διμεταλλικό θερμοστάτη, λειτουργεί και το διμεταλλικό θερμόμετρο. Στην περίπτωση του διμεταλλικού θερμόμετρου το διμεταλλικό έλασμα έχει σχήμα ελατηρίου [1], το οποίο και συστρέφεται κατά τη μεταβολή της θερμοκρασίας του (σχήμα 10α).



Σχήμα 9: Αρχή λειτουργίας διμεταλλικού θερμοστάτη.



(α)

(β)

Σχήμα 10 : (α) Αρχή λειτουργίας διμεταλλικού θερμομέτρου (β) διμεταλλικό θερμοόμετρο

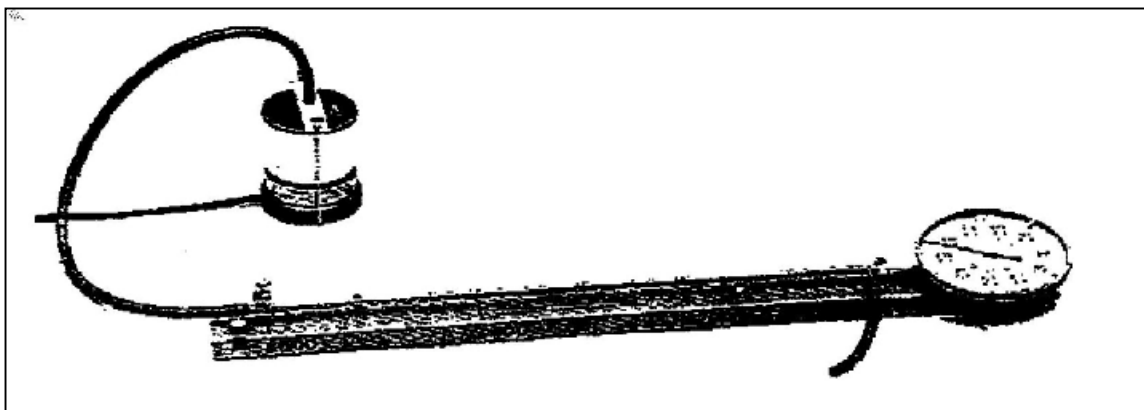
2.2 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

2.2.1 Σκοπός

Σκοπός του πειράματος είναι η μελέτη της γραμμικής διαστολής στερεών και ο υπολογισμός του συντελεστή γραμμικής διαστολής για διάφορα υλικά.

2.2.2 Διάταξη-Όργανα

Η πειραματική διάταξη για τη μελέτη της γραμμικής διαστολής των στερεών παρουσιάζεται στο σχήμα 11.



Σχήμα 11: Πειραματική διάταξη για τον προσδιορισμό του συντελεστή γραμμικής διαστολής ενός υλικού.

Για τον προσδιορισμό της γραμμικής διαστολής ενός υλικού, χρησιμοποιείται σωλήνας κατασκευασμένος από το συγκεκριμένο υλικό. Ο σωλήνας αυτός προσαρμόζεται σε κατάλληλη βάση στήριξης. Το ένα άκρο του σωλήνα είναι σταθερό ενώ το άλλο άκρο του σωλήνα είναι ελεύθερο και επιτρέπει την επιμήκυνση του σωλήνα. Στο ελεύθερο άκρο του σωλήνα έχει προσαρμοστεί ένα μικρόμετρο το οποίο και χρησιμοποιείται για την καταμέτρηση της επιμήκυνσης του σωλήνα κατά τη διάρκεια του πειράματος.

Για τη θέρμανση του σωλήνα ατμοί ύδατος. Σε μια κωνική θερμαίνεται νερό μέχρι το σημείο βρασμού του. Η κωνική συνδέεται με την υπό μελέτη ράβδο με ένα πλαστικό σωληνάκι. Μέσα από αυτό το σωληνάκι διοχετεύονται οι ατμοί ύδατος στη ράβδο, με αποτέλεσμα την αύξηση της θερμοκρασίας της και συνεπώς την επιμήκυνση της.

Κατά τη θέρμανσης της ράβδου, η θερμοκρασία της μετρίεται με ηλεκτρονικό θερμόμετρο θερμοζεύγους.

Με τη συγκεκριμένη πειραματική διάταξη εξετάστηκε η γραμμική διαστολή τριών διαφορετικών υλικών: του αλουμινίου, του ορείχαλκου και του σιδήρου. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι για τη συγκεκριμένη Πτυχιακή εργασία, χρησιμοποιήθηκαν ράβδοι μήκους 620 mm. Στα σχήματα 12(α), (β) και 13 φαίνεται η επιμήκυνση που πραγματοποιήθηκε στην πειραματική διάταξη μέτρησης του συντελεστή γραμμικής διαστολής.



(α)

(β)

Σχήμα 12: Επιμήκυνση της πειραματικής διάταξη για τον προσδιορισμό του συντελεστή γραμμικής διαστολής ενός υλικού.

2.2.3 Πειραματική Διαδικασία

Για την πραγματοποίηση των πειραμάτων ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:

1. Κάθε ράβδος τοποθετείται στην πειραματική συσκευή, με τέτοιο τρόπο ώστε το ένα της άκρο να είναι σταθερό ενώ το άλλο άκρο, βρίσκεται σε επαφή με την ακίδα του μικρομέτρου προκειμένου να είναι δυνατή η μέτρηση της επιμήκυνση της ράβδου κατά τη θέρμανση της.
2. Η ράβδος συνδέεται μέσω ενός ελαστικού σωλήνα με την κωνική φιάλη όπου θερμαίνεται το νερό. Στο άλλο άκρο τη ράβδου, από όπου και εξέρχονται οι ατμοί, συνδέεται το ηλεκτρονικό θερμόμετρο.
3. Σημειώνεται η αρχική θερμοκρασία της κάθε ράβδου
4. Θερμαίνεται το νερό της κωνικής φιάλης. Καθώς θερμαίνεται η ράβδος, παρατηρείται και καταγράφεται η επιμήκυνσή της.

2.2.4 Πειραματικά Αποτελέσματα

Σημειώνεται ότι για τα μετρητικά όργανα που χρησιμοποιήθηκαν κατά την πειραματική διαδικασία πρέπει να ληφθούν υπόψη τα μέγιστα σφάλματα που παρουσιάζουν. Συγκεκριμένα:

- ∅ Το μέγιστο σφάλμα του θερμόμετρου είναι 0.5°C
- ∅ Το μέγιστο σφάλμα του μικρομέτρου είναι 0.005 mm
- ∅ Το μέγιστο σφάλμα του χάρακα είναι 0.05 cm

Τα μέγιστα σφάλματα υπολογίζονται με βάση την ελάχιστη υποδιαίρεση των οργάνων και συγκεκριμένα αν πρόκειται για αναλογικό μετρητικό όργανο το μέγιστο σφάλμα εκλαμβάνεται ως το μισό της ελάχιστης υποδιαίρεσης, ενώ αν το μετρητικό όργανο είναι ψηφιακό το μέγιστο σφάλμα είναι ίσο με την ελάχιστη υποδιαίρεση του οργάνου [7,8].

Στον πίνακα 2 παρουσιάζονται οι μετρήσεις που καταγράφηκαν κατά τη διάρκεια των πειραμάτων της γραμμικής διαστολής των τριών υλικών. Σημειώνεται ότι για κάθε υλικό πραγματοποιήθηκαν δυο σειρές μετρήσεων.

Πίνακας 2: Πειραματικές μετρήσεις						
Υλικό		$\theta_{\alpha} \pm \delta\theta_{\alpha}$ (°C)	$\theta_{\tau} \pm \delta\theta_{\tau}$ (°C)	$\Delta\theta \pm \delta(\Delta\theta)$ (°C)	$l_0 \pm \delta l_0$ (cm)	$\delta\Delta l \pm \delta(\Delta l)$ (mm)
Αλουμίνιο	1 ^η σειρά μετρήσεων	20.0±0.5	100.0±0.5	80±1	62.00±0.05	1.180±0.005
	2 ^η σειρά μετρήσεων	20.0±0.5	100.0±0.5	80±1	62.00±0.05	1.200±0.005
Ορείχαλκος	1 ^η σειρά μετρήσεων	20.0±0.5	100.0±0.5	80±1	62.00±0.05	0.950±0.005
	2 ^η σειρά μετρήσεων	20.0±0.5	100.0±0.5	80±1	62.00±0.05	0.940±0.005
Σίδηρος	1 ^η σειρά μετρήσεων	20.0±0.5	100.0±0.5	80±1	62.00±0.05	0.560±0.005
	2 ^η σειρά μετρήσεων	20.0±0.5	100.0±0.5	80±1	62.00±0.05	0.570±0.005

Επίσης, πρέπει να αναφερθεί ότι το αρχικό μήκος της ράβδου κάθε υλικού μετρήθηκε με τη χρήση του χάρακα, ενώ η μεταβολή στο μήκος μετρήθηκε με το μικρόμετρο και ακριβώς για αυτό το σφάλματα των μετρήσεων, για το αρχικό μήκος (l_0) και τη μεταβολή του μήκους (δl), είναι διαφορετικά. Το σφάλμα της μεταβολής της θερμοκρασίας ($\delta(\Delta\theta)$) υπολογίστηκε με τους σχετικούς τύπους μετάδοσης σφάλματος και συγκεκριμένα [7,8]:

$$\delta(\Delta\theta) = \delta\theta_{\alpha} + \delta\theta_{\tau} = 0.5 \text{ }^{\circ}\text{C} + 0.5 \text{ }^{\circ}\text{C} = 1 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Όλα τα σφάλματα έχουν γραφεί με ένα σημαντικό ψηφίο, ενώ στις μετρήσεις ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων που διατηρήθηκαν υπαγορεύτηκε από το αντίστοιχο σφάλμα, έτσι ώστε το ελάχιστο ψηφίο της μέτρησης να είναι ίδιας τάξης ακρίβειας με το σφάλμα.

Από τις μετρήσεις που παρουσιάζονται στον πίνακα 2, μπορεί να υπολογιστεί ο συντελεστής διαστολής (α) για κάθε υλικό. Συγκεκριμένα, για τον υπολογισμό χρησιμοποιείται η σχέση 2 (σελίδα 17):

$$\alpha = \frac{\Delta l / l_0}{\Delta \theta}$$

Στον πίνακα 3, παρουσιάζονται οι συντελεστές γραμμικής διαστολής για κάθε υλικό και για κάθε σειρά μετρήσεων.

Ο υπολογισμός των σφαλμάτων των συντελεστών γραμμικής διαστολής έγινε με χρήση του τύπου μετάδοσης σφάλματος [7,8]:

$$\delta a = a \left[\left| 1 \right| \frac{\delta(\Delta l)}{\Delta l} + \left| -1 \right| \frac{\delta(\Delta \theta)}{\Delta \theta} + \left| -1 \right| \frac{\delta l_0}{l_0} \right], \quad (3)$$

όπου στα απόλυτα είναι οι εκθέτες της έκφρασης υπολογισμού του συντελεστή γραμμικής διαστολής, δηλαδή,

$$a = \Delta l^1 \Delta \theta^{-1} l_0^{-1} \quad (4)$$

Επίσης στον πίνακα 3, φαίνεται η ποσοστιαία (%) απόκλιση (f) των υπολογισμένων τιμών, συγκριτικά με τις θεωρητικές τιμές της βιβλιογραφίας για κάθε υλικό και για κάθε σειρά μετρήσεων. Η ποσοστιαία απόκλιση προκύπτει από τη σχέση:

$$f = \frac{|\alpha_{\pi} - \alpha_{\theta}|}{\alpha_{\theta}} \cdot 100\% \quad (5)$$

όπου:

α_{π} : ο πειραματικός συντελεστής γραμμικής διαστολής

α_{θ} : ο θεωρητικός συντελεστής γραμμικής διαστολής

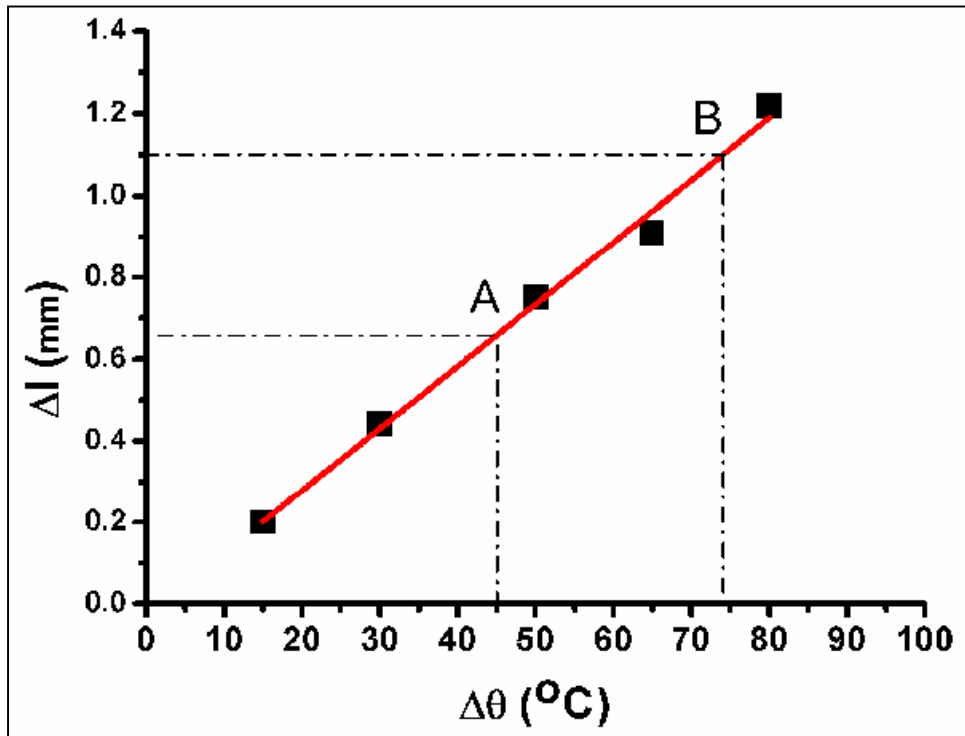
Στην περίπτωση όπου στο νερό της κωνικής φιάλης υπάρχουν ξένες ουσίες, τότε το σημείο βρασμού του νερού αυξάνεται, άρα αυξάνεται και το $\Delta \theta$, συνεπώς από την εξίσωση 1 προκύπτει ότι θα αυξάνεται και το Δl , καθώς ο συντελεστής γραμμικής διαστολής των υλικών είναι σταθερός.

Στην περίπτωση όπου η πειραματική διαδικασία λάμβανε χώρα σε υψόμετρο, τότε καθώς το σημείο βρασμού του νερού μειώνεται, άρα μειώνεται και το $\Delta \theta$, συνεπώς από την εξίσωση 1 προκύπτει ότι θα μειώνεται και το Δl , καθώς ο συντελεστής γραμμικής διαστολής των υλικών είναι σταθερός.

Πίνακας 3: Πειραματικές μετρήσεις του συντελεστή γραμμικής διαστολής τριων μεταλλικών υλικών.				
Υλικό		$\alpha_{\pi \pm \delta \alpha_{\pi}} (10^{-5}/^{\circ}\text{C})$	$\alpha_{\theta} (10^{-5}/^{\circ}\text{C})$	f(%)
Αλουμίνιο	1 ^η σειρά μετρήσεων	2.38±0.04	2.40	0.87
	2 ^η σειρά μετρήσεων	2.42±0.04	2.40	0.81
Ορείχαλκος	1 ^η σειρά μετρήσεων	1.92±0.03	1.89	1.34
	2 ^η σειρά μετρήσεων	1.90±0.04	1.89	0.27
Σίδηρος	1 ^η σειρά μετρήσεων	1.13±0.02	1.14	0.96
	2 ^η σειρά μετρήσεων	1.15±0.02	1.14	0.81

Έστω πείραμα στο οποίο μελετάται η γραμμική διαστολή ράβδου αλουμινίου μήκους $l_0=60\text{cm}$, όπου οι μετρήσεις της διαστολής της ράβδου σε σχέση με τη μεταβολή της θερμοκρασίας παρουσιάζονται στον πίνακα 4, τότε η γραφική παράσταση της επιμήκυνσης (Δl) σε συναρτήσε της μεταβολής της θερμοκρασίας ($\Delta\theta$) φαίνεται στο σχήμα 13.

Πίνακας 4: Μεταβολή της επιμήκυνσης ράβδου αλουμινίου συναρτήσε της μεταβολής της θερμοκρασίας	
$\Delta\theta(^{\circ}\text{C})$	$\Delta l (\text{mm})$
15	0.20
30	0.44
50	0.75
65	0.91
80	1.22



Σχήμα 13: Μεταβολή της επιμήκυνσης ράβδου αλουμινίου σε συνάρτηση με τη μεταβολή της θερμοκρασίας.

Η κλίση της πειραματικής ευθείας (λ) της πειραματικής ευθείας υπολογίζεται από τις συντεταγμένες των σημείων A ($\Delta\theta_{\alpha}$, Δl_{α}) και B ($\Delta\theta_{\beta}$, Δl_{β}) και από τη σχέση:

$$\lambda = \frac{\Delta l_{\beta} - \Delta l_{\alpha}}{\Delta\theta_{\beta} - \Delta\theta_{\alpha}} = \frac{1.10 - 0.67}{74.8 - 45.0} = \mathbf{0.0144} \quad (6)$$

Η φυσική σημασία της κλίσης της πειραματικής ευθείας είναι ότι αντιστοιχεί στο γινόμενο του συντελεστή γραμμικής διαστολής (α) επί το αρχικό μήκος (l_0), της ράβδου του αλουμινίου. Συνεπώς, ισχύει:

$$\lambda = \alpha \cdot l_0 \stackrel{(4)}{\Rightarrow} \alpha \cdot l_0 = \mathbf{0.0144} \stackrel{(l_0=60 \text{ cm})}{\Rightarrow} \alpha = \mathbf{2.4 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}} \quad (7)$$

που αντιστοιχεί στο θεωρητικό συντελεστή γραμμικής διαστολής του αλουμινίου (πίνακες 2 και 3).

2.3 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σε αυτό το πρώτο τμήμα της πτυχιακής εργασίας μελετήθηκε πειραματικά η γραμμική διαστολή τριών μεταλλικών υλικών: του σιδήρου, του ορείχαλκου και του αλουμινίου. Για κάθε ένα από τα υλικά αυτά προσδιορίστηκε ο συντελεστή γραμμικής διαστολής τους. Σε όλες τις περιπτώσεις το σφάλμα στον υπολογισμό του συντελεστή γραμμικής διαστολής, σε σύγκριση με τις θεωρητικές τιμές της βιβλιογραφία, ήταν σχετικά μικρό και μέσα στα αποδεκτά όρια.

3. ΕΛΕΥΘΕΡΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΑΠΛΟΥ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ

3.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Το εκκρεμές αποτελεί ένα οικείο αντικείμενο το οποίο συναντάται συχνά στα παλιά ρολόγια, αλλά ακόμα και σήμερα η αρχή λειτουργίας των πλέον εξελιγμένων ρολογιών, όπως είναι τα ατομικά ρολόγια, βασίζεται στις αρχές του εκκρεμούς [6].

Μέχρι σήμερα δεν έχει γίνει γνωστό, πότε ακριβώς έγιναν οι πρώτες πειραματικές/επιστημονικές παρατηρήσεις των ελεύθερων ταλαντώσεων του εκκρεμούς [6]. Η παράδοση λέει, ότι ο Γαλιλαίος (Galileo) πρωτοαντιλήφθηκε την αρχή του εκκρεμούς παρατηρώντας την αιώρηση ενός πολυέλαιου, κρεμασμένο στον καθεδρικό ναό της Πίζας (σχήμα 14). Σύμφωνα με το βιογράφο του Γαλιλαίου, ο Γαλιλαίος μίτησε τις ταλαντώσεις του πολυελαίου χρησιμοποιώντας τους παλμούς της καρδιάς του. Οι παρατηρήσεις αυτές έγιναν όταν ο Γαλιλαίος ήταν ακόμα 18 ετών, το έτος 1582 [6]. Ο Γαλιλαίος άρχισε να παρατηρεί συστηματικά τις ταλαντώσεις των εκκρεμών το 1602, οπότε και επιβεβαιώνει προσεγγιστικά, την παρατήρηση που είχε κάνει νωρίτερα, ότι δηλαδή οι ταλαντώσεις του εκκρεμούς είναι ισόχρονες [6].

Τα συμπεράσματα των παρατηρήσεων του Γαλιλαίου για τις ταλαντώσεις των εκκρεμών αν και είναι προσεγγιστικά και έχουν περιορισμένη ισχύ, είναι παρόλα αυτά ιδιαίτερα σημαντικά για δύο λόγους [6]:

1. Ήταν ο πρώτος που παρατήρησε και μελέτησε με επιστημονικό τρόπο τις ταλαντώσεις του απλού εκκρεμούς
2. Ήταν ο πρώτος που έστω και προσεγγιστικά κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι ταλαντώσεις του εκκρεμούς είναι ισόχρονες

Από τις πρώτες παρατηρήσεις και μελέτες του Γαλιλαίου, το εκκρεμές αρχίζει πλέον τη δική του ιστορία στο χώρο των φυσικών επιστημών, το οποίο και αποτελεί μέχρι σήμερα ένα σημαντικό μοντέλο με πλήθος εφαρμογών [6].



Σχήμα 14: Ο καθεδρικός της Πίζας, όπου σύμφωνα με την παράδοση ο Γαλιλαίος αντιλήφθηκε την αρχή λειτουργίας του εκκρεμούς [6].

3.2 ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

3.2.1 Το Απλό Εκκρεμές

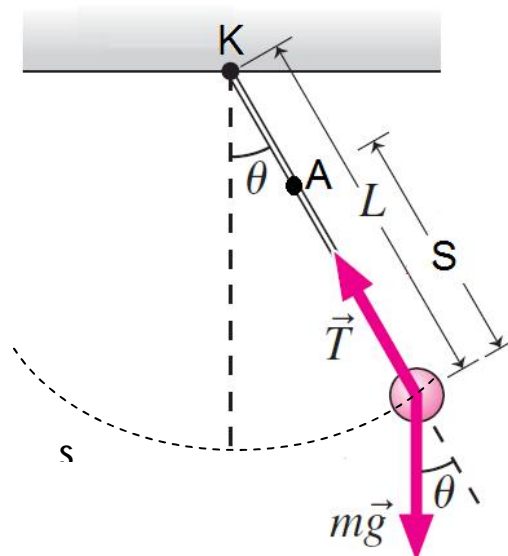
Το απλό εκκρεμές είναι ένα σύστημα που εκτελεί περιοδικές ταλαντώσεις και το οποίο αποτελείται από μια σημειακή μάζα (m) που αιωρείται από ένα ελαφρό νήμα μήκους (L), στο ένα άκρο ενώ το άλλο άκρο του νήματος είναι αναρτημένο σε ένα σταθερό σημείο (σχήμα 15) [1].

Η κίνηση του απλού εκκρεμούς εξαρτάται από τη δύναμη της βαρύτητας. Οι δυνάμεις που δρουν πάνω στη μάζα, είναι η τάση (T) που έχει την κατεύθυνση του νήματος και το βάρος mg . Η συνολική δύναμη που ασκείται στη μάζα m όταν αυτή

εκτρέπεται κατά γωνία (θ), είναι ίση με:

(8)

Η δύναμη αυτή τείνει να επαναφέρει το εκκρεμές στην κατακόρυφο που είναι και η θέση ισορροπίας και για αυτό λέγεται και δύναμη επαναφοράς. Η δύναμη αυτή εξαρτάται από τον όρο $\sin\theta$, κατευθύνεται πάντοτε προς το σημείο ισορροπίας και εναντιώνεται στη μετατόπιση του εκκρεμούς. Η δύναμη αυτή είναι η εφαπτομενική συνιστώσα του βάρους και παίζει το ρόλο της δύναμης επαναφοράς.



Σχήμα 15: Απλό εκκρεμές [5].

Η εξίσωση κίνησης στην εφαπτομενική διεύθυνση είναι [1]:

—

(9)

όπου (s) είναι η μετατόπιση πάνω στο τόξο (σχήμα 15), ενώ το αρνητικό πρόσημο στην παραπάνω εξίσωση έχει τη σημασία ότι η κατεύθυνση της δύναμης (F) είναι πάντα προς το σημείο ισορροπίας.

Για τη μετατόπιση (s) ισχύει [1]:

$$s = L \cdot \theta \quad (10)$$

Συνεπώς, η εξίσωση (9) γράφεται ως εξής:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \sin \theta \quad (11)$$

Καθώς στην εξίσωση υπάρχει ο όρος $\sin \theta$, προκύπτει ότι η κίνηση δεν είναι απλή αρμονική. Στην περίπτωση όμως των μικρών γωνιών, τότε το $\sin \theta$, μπορεί να προσεγγιστεί ως:

$$\sin \theta \approx \theta \quad (12)$$

Οπότε, η εξίσωση (9) γράφεται:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \theta \quad (13)$$

Η εξίσωση αυτή όμως έχει ακριβώς τη μορφή της απλής αρμονικής κίνησης [1]. Συνεπώς, για μικρές γωνίες $\theta = \theta_0 \cos(\omega \cdot t + \delta)$, όπου θ_0 είναι μέγιστη γωνιακή μετατόπιση, η γωνιακή συχνότητα ω , γράφεται:

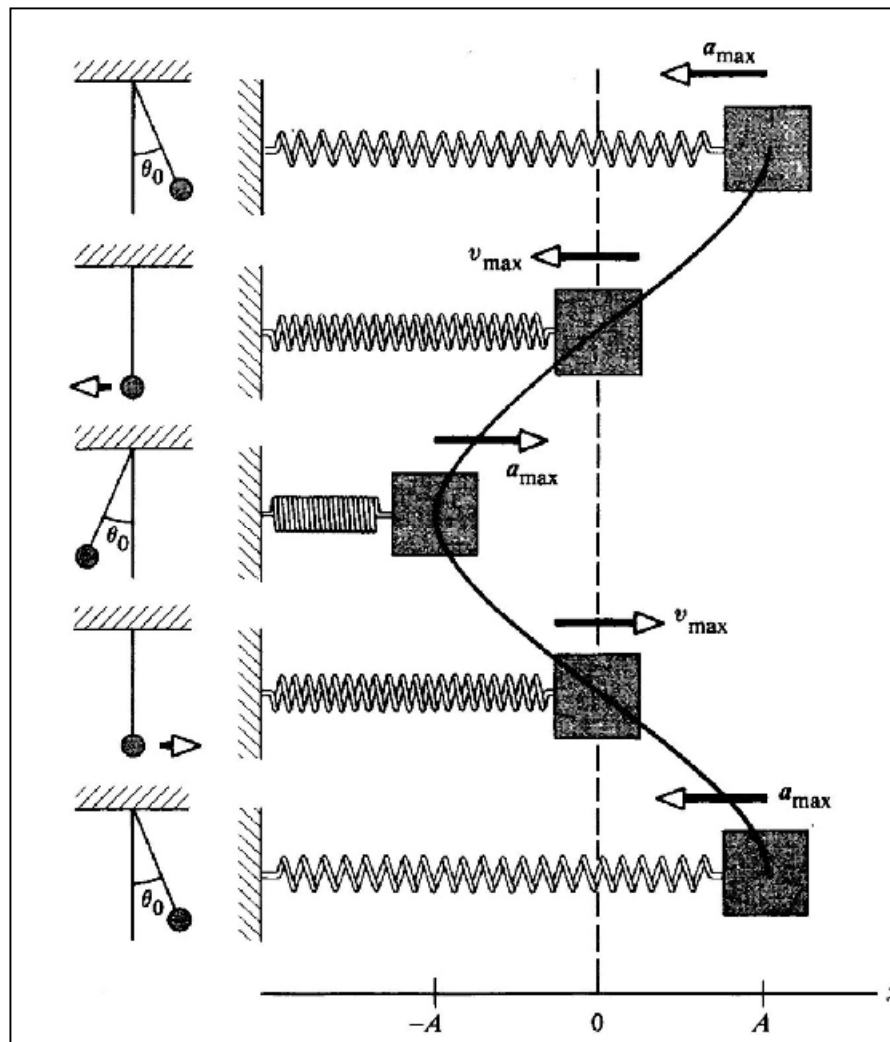
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (14)$$

Η περίοδος της ταλάντωσης είναι:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (15)$$

Οπότε προκύπτει ότι η περίοδος και η συχνότητα του απλού εκκρεμούς εξαρτώνται μόνο από το μήκος του νήματος και από την επιτάχυνση της βαρύτητας. Εφόσον, η περίοδος είναι ανεξάρτητη από τη μάζα, συμπεραίνεται ότι όλα τα απλά εκκρεμή με ίσο μήκος νήματος έχουν την ίδια περίοδο στον ίδιο γεωγραφικό τόπο [1].

Στο σχήμα 16 και στον πίνακα 5 φαίνεται η αντιστοιχία ανάμεσα στο απλό εκκρεμές και στο σύστημα μάζας-ελατηρίου [1].



Σχήμα 16: Αντιστοιχία ανάμεσα στο απλό εκκρεμές και το σύστημα μάζας-ελατηρίου

Πίνακας 5: Αντιστοιχία ανάμεσα στο απλό εκκρεμές και το σύστημα μάζας-ελατηρίου					
t (sec) Χρόνος	x (m) Απόσταση	u (m/sec) Ταχύτητας	a(m/sec ²) Επιτάχυνση	K(J) Κινητική Ενέργεια	U(J) Δυναμική Ενέργεια
0	A	0	-Aω ²	0	½ kA ²
T/4	0	-Aω	0	½ kA ²	0
T/2	-A	0	Aω ²	0	½ kA ²
3T/4	0	Aω	0	½ kA ²	0
T	A	0	-Aω ²	0	½ kA ²

Βέβαια θα πρέπει να αναφερθεί ότι η κατασκευή ενός ιδανικού απλού εκκρεμούς δεν είναι εφικτή στην πραγματικότητα, καθώς κανένα νήμα δεν είναι αβαρές και μη εκτατό. Επίσης, δεν υπάρχουν βάρη που να είναι υλικά σημεία. Έτσι, η μέτρηση του μήκους (L) δεν είναι εύκολη καθώς για τον ακριβή προσδιορισμό του μήκους (L), θα πρέπει να βρεθεί το κέντρο βάρους του συστήματος νήμα-μάζας. Οπότε, για να αποφευχθεί αυτή η δυσκολία γίνεται το εξής τέχνασμα. Σε κάποιο σημείο του νήματος γίνεται, ένα σημάδι (σημείο A, σχήμα 15), με αποτέλεσμα το νήμα να χωριστεί σε δύο μέρη: Το (KA) (από το σημείο στήριξης K μέχρι το σημείο A) και το (S) από το (A) μέχρι το κέντρο βάρους του συστήματος. Οπότε για το μήκος (L) του απλού εκκρεμούς, ισχύει:

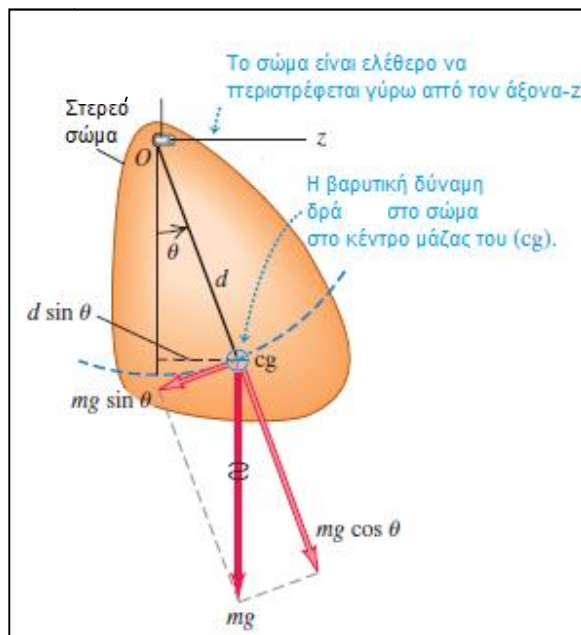
$$L = KA + S \quad (16)$$

Από τις εξισώσεις (13) και (14) προκύπτει λοιπόν:

$$T = 2 \cdot \pi = \sqrt{\frac{KA+S}{g}} \quad (17)$$

3.2.2 Φυσικό Εκκρεμές

Στην περίπτωση όπου ένα επίπεδο στερεό σώμα είναι αναρτημένο από έναν σταθερό άξονα, που δεν διέρχεται από το κέντρο μάζας του και το σώμα αυτό είναι ελεύθερο να περιστρέφεται, τότε το συγκεκριμένο σύστημα είναι το φυσικό εκκρεμές (σχήμα 17).



Σχήμα 17: Φυσικό Εκκρεμές [5].

Το στερεό σώμα του σχήματος 17, το οποίο είναι αναρτημένο από το σταθερό σημείο O, εκτελεί ταλαντώσεις όταν εκτραπεί από τη θέση ισορροπίας του. Η απόσταση του κέντρου μάζας του σώματος (cg) από το σημείο O, είναι (d). Η δύναμη της βαρύτητας προκαλεί ροπή γύρω από το σημείο O, της οποίας το μέτρο είναι:

. Χρησιμοποιώντας τη σχέση , γράφεται [1]:

$$\tau = -mgd \sin \theta \quad (18)$$

όπου

- (τ) είναι η ροπή (Nm),
- (α) είναι η γωνιακή επιτάχυνση (m/sec²)
- (I) είναι η ροπή αδράνειας (Kg m²)

Το αρνητικό πρόσημο στη σχέση (18) ερμηνεύεται από το γεγονός ότι η δύναμη της βαρύτητας προκαλεί ροπή επαναφοράς στο στερεό σώμα.

Όπως και στην περίπτωση του απλού εκκρεμούς (§ 3.2.1), αν θεωρηθεί ότι η γωνία εκτροπής (θ), είναι μικρή τότε η σχέση (18) γράφεται:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\left(\frac{m \cdot g \cdot d}{I}\right)\theta = -\omega^2 \cdot \theta \quad (19)$$

Η εξίσωση (19) έχει την μορφή της εξίσωσης της απλής αρμονικής ταλάντωσης [1]. Όπως και στην περίπτωση του απλού εκκρεμούς (§ 3.2.1), για μικρές γωνίες $\theta = \theta_0 \cos(\omega \cdot t + \delta)$, όπου θ_0 είναι η μέγιστη γωνιακή μετατόπιση, η γωνιακή συχνότητα ω ισούται με:

$$\omega = \sqrt{\frac{m \cdot I \cdot d}{I}} \quad (20)$$

Η περίοδος είναι:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot d}} \quad (21)$$

Η εξίσωση (21) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την μέτρηση της ροπής αδράνειας ενός επίπεδου στερεού σώματος. Αν είναι γνωστή η θέση του κέντρου μάζας (δηλαδή είναι γνωστή η απόσταση d) και μετρώντας την περίοδο (T) ταλάντωσης του στερεού σώματος, τότε είναι δυνατό να υπολογιστεί η ροπή αδρανείας του στερεού σώματος.

Σημειώνεται, ότι στην περίπτωση που η μάζα είναι συγκεντρωμένη στο κέντρο μάζας του σώματος, τότε η ροπή αδρανείας του σώματος είναι:

(22)

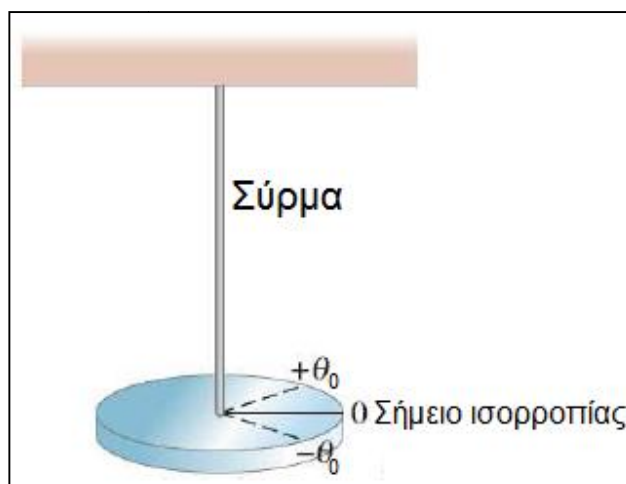
Σε αυτήν την περίπτωση από τις εξισώσεις (21) και (22) προκύπτει:

$$\begin{matrix} - & - \\ - & - \end{matrix} \quad (23)$$

ταυτίζεται δηλαδή με την εξίσωση (15) του απλού εκκρεμούς

3.2.3 Το Στροφικό Εκκρεμές

Το στροφικό εκκρεμές αποτελείται από ένα στερεό σώμα το οποίο μέσω ενός σύρματος είναι αναρτημένο από ένα σταθερό σημείο και το σώμα αυτό είναι ελεύθερο να περιστρέφεται (σχήμα 18).



Σχήμα 18: Στροφικό Εκκρεμές [5].

Όταν το σώμα περιστραφεί κατά μια γωνία (θ), τότε το σύρμα που έχει συστραφεί

ασκεί στο στερεό σώμα ροπή στρέψης, που έχει τον ρόλο της δύναμης επαναφοράς, ανάλογη προς τη γωνιακή εκτροπή [1]. Δηλαδή, ισχύει:

$$\tau = -\kappa \cdot \theta \quad (24)$$

όπου (κ) είναι η σταθερά στρέψης του σύρματος.

Προκειμένου να μετρηθεί η σταθερά στρέψης (κ), ενός σύρματος, εφαρμόζεται μια γνωστή ροπή στο σύρμα συστρέφοντάς το κατά γωνία (θ). Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για την περιστροφική κίνηση προκύπτει:

$$\tau = -\kappa \cdot \theta = I \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (25)$$

Προκύπτει λοιπόν και πάλι, ότι το στροφικό εκκρεμές εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με γωνιακή συχνότητα και περίοδο:

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}} \quad (26)$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{I}{\kappa}} \quad (27)$$

Στην περίπτωση του στροφικού εκκρεμούς δεν χρειάστηκε να γίνει η προσέγγιση της εκτροπής από τη θέση ισορροπίας μόνο κατά μικρή γωνία (θ), όπως έγινε νωρίτερα στο απλό (§ 3.2.2) και το φυσικό εκκρεμές. Ο μόνος περιορισμός που θα πρέπει να τίθεται, είναι η γωνία εκτροπής (θ), δεν θα πρέπει να υπερβαίνει το όριο ελαστικότητας του σύρματος.

3.3 ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

3.3.2 Σκοπός

Στο πείραμα αυτό μελετώνται οι ελεύθερες ταλαντώσεις ενός απλού εκκρεμούς και προσδιορίζονται οι παράγοντες που επηρεάζουν την περίοδο των ταλαντώσεων αυτών (μήκος νήματος, πλάτος ταλάντωσης και βάρος του αναρτημένου σώματος). Τα αποτελέσματα των μετρήσεων χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της επιτάχυνσης της βαρύτητας (g).

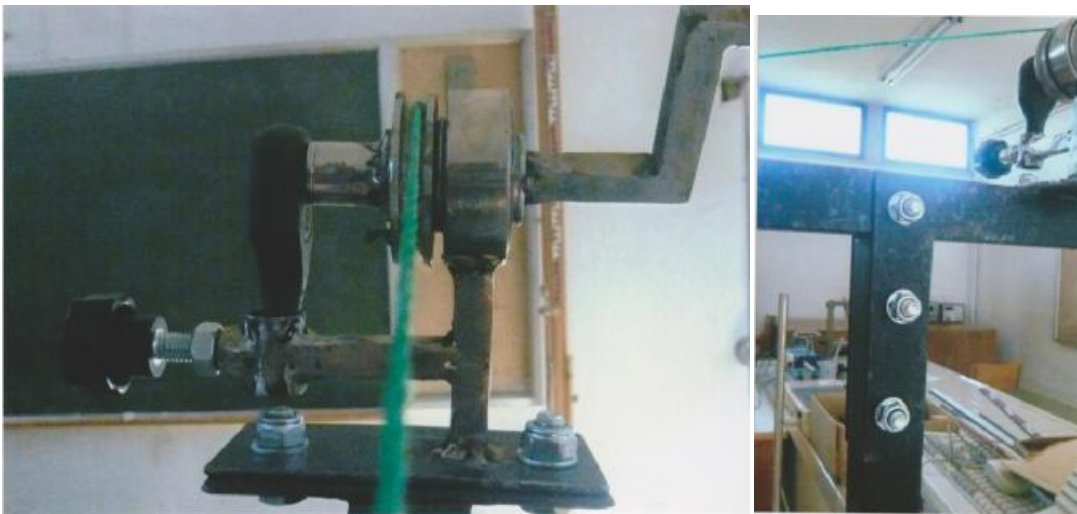
3.3.2 Διάταξη-Όργανα

Η πειραματική διάταξη για τη μελέτη των ελεύθερων ταλαντώσεων του απλού εκκρεμούς παρουσιάζεται στα σχήματα 19-20.

Η πειραματική διάταξη πρόκειται για μια διάταξη μεταβλητού νήματος συνδεδεμένη με μοιρογνωμόνιο για τη μέτρηση της γωνίας εκτροπής του εκκρεμούς μάζας 100 g. Συγκεκριμένα η διάταξη χαρακτηρίζεται ως μεταβλητού νήματος καθώς όπως φαίνεται και στο σχήμα 20, στη διάταξη υπάρχει ειδική τροχαλία με την οποία ρυθμίζεται το επιθυμητό μήκος (L) του νήματος του εκκρεμούς. Το μήκος του νήματος μπορεί να μετρηθεί με τη χρήση κατάλληλου χάρακα με κατάλληλους δείκτες (ακίδες).



Σχήμα 19: Πειραματική Διάταξη για τη μελέτη των ελεύθερων ταλαντώσεων του απλού εκκρεμούς



Σχήμα 20: Τροχαλία της πειραματικής διάταξης για τη μεταβολή του μήκους του νήματος (L) του απλού εκκρεμούς.

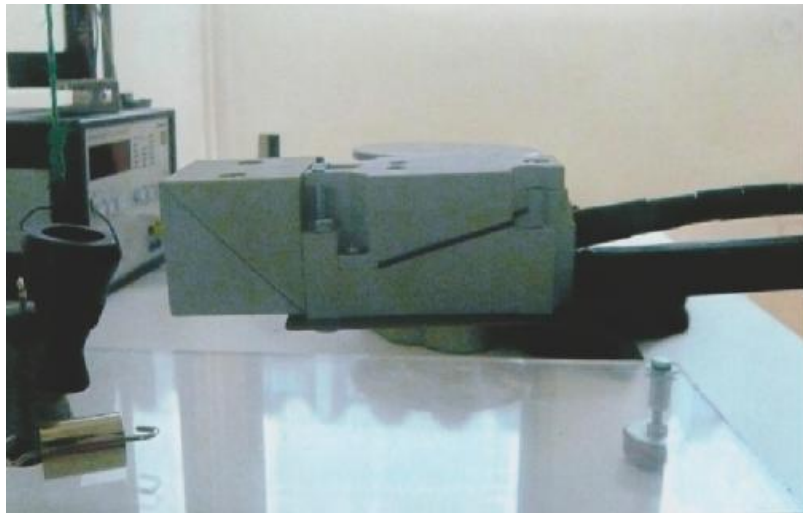
Προκειμένου η μελέτη των ελεύθερων ταλαντώσεων του απλού εκκρεμούς να είναι περισσότερο ακριβής, πραγματοποιήθηκαν δυο σημαντικές βελτιώσεις της πειραματικής διάταξης.

Όπως φαίνεται και στα σχήματα 21 και 22, χρησιμοποιήθηκε κατάλληλος αισθητήρας (επαγωγικό προσεγγίσεως Telemecanique proximity sensor, λεπτομέρειες

για το επαγωγικό προσεγγίσεως παρουσιάζονται στο παράρτημα της παρούσας πτυχιακής εργασίας).



Σχήμα 21: Επαγωγικό προσεγγίσεως για τη μέτρηση των ελεύθερων ταλαντώσεων του απλού εκκρεμούς



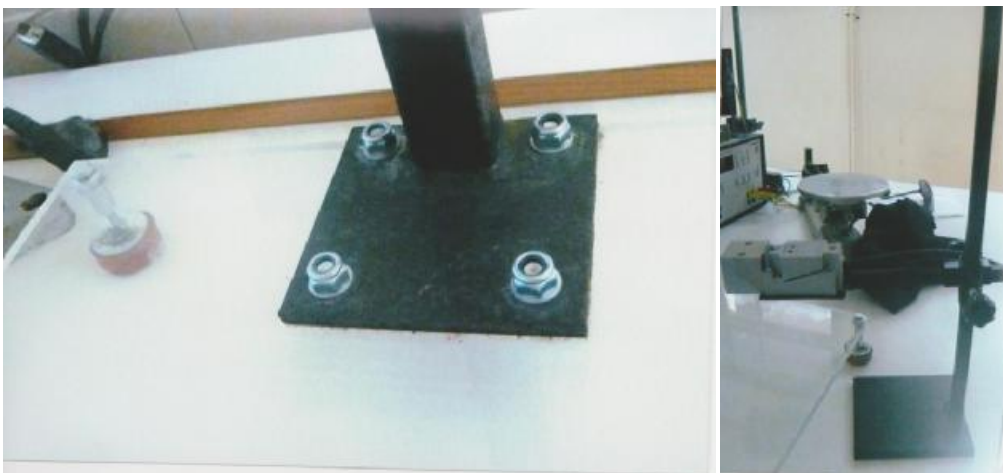
Σχήμα 22: Επαγωγικό προσεγγίσεως για τη μέτρηση των ελεύθερων ταλαντώσεων του απλού εκκρεμούς

Το επαγωγικό προσεγγίσεως παράγει ένα μαγνητικό πεδίο το οποίο και ανιχνεύει την ύπαρξη μεταλλικών αντικειμένων. Ουσιαστικά δηλαδή στην προκειμένη περίπτωση το επαγωγικό προσεγγίσεως χρησιμοποιείται για την ανίχνευση του μεταλλικού εκκρεμούς.

Το επαγωγικό προσεγγίσεως συνδέθηκε μέσω κατάλληλης γέφυρας με χρονόμετρο το οποίο είχε ακρίβεια εκατοστό του δευτερολέπτου (CASIO HS-3, λεπτομέρειες για το χρονόμετρο παρουσιάζονται στο παράρτημα της παρούσας πτυχιακής εργασίας). Το χρονόμετρο καθώς και η σύνδεσή του με το επαγωγικό προσεγγίσεως φαίνεται και στο σχήμα 22.

Συγκεκριμένα πριν την έναρξη των μετρήσεων θα πρέπει να τοποθετηθεί το επαγωγικό προσεγγίσεως στη πρίζα και να ενεργοποιηθεί το χρονόμετρο. Μόλις η μεταλλική επιφάνεια το αντικειμένου (βαρίδι) περάσει σε μικρή απόσταση μπροστά από το επαγωγικό προσεγγίσεως τότε δίνεται η εντολή ενεργοποίησης N.O. (Normally Open) στο χρονόμετρο ώστε να αρχίσει την καταγραφή. Μόλις η μεταλλική επιφάνεια ξαναπεράσει από το επαγωγικό τότε απενεργοποιείται το χρονόμετρο την με εντολή απενεργοποίησης N.C. (Normally Closed). Μετά το τέλος της παραπάνω διαδικασίας στην οθόνη του χρονομέτρου παραμένει καταγεγραμμένη η χρονομέτρηση της ημιπεριόδου ταλάντωσης του εκκρεμούς την οποία και καταγράφει ο χειριστής. Θα πρέπει να προσεχθεί να μην περάσει και τρίτη συνεχή φορά το αντικείμενο από το επαγωγικό προσεγγίσεως ώστε να μην ενεργοποιηθεί το χρονόμετρο πριν την καταγραφή της χρονομέτρησης της ημιπεριόδου.

Πρέπει επίσης να αναφερθεί ότι η πειραματική διάταξη για τη μέτρηση των ελεύθερων ταλαντώσεων είχε τοποθετηθεί σε ειδική βάση (σχήμα 23) η οποία εξασφαλίζει την οριζόντια της διάταξης.



Σχήμα 23: Βάση της πειραματικής διάταξης.

3.3.3 Πειραματική Διαδικασία

Για την πραγματοποίηση των πειραμάτων των ελεύθερων ταλαντώσεων του απλού εκκρεμούς ακολουθούνται τα παρακάτω βήματα:

1. Επιλέγεται ένα τυχαίο σημείο του νήματος ως το σημείο A και γίνεται μέτρηση του μήκους του (KA).
2. Εκτρέπεται το βαρίδιο κατά 10° από την κατακόρυφη και καταγράφεται ο χρόνος (t) που απαιτείται προκειμένου να περάσει το βαρίδιο από τη αρχική θέση ισορροπίας ($N=1/2$).
3. Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία άλλες τέσσερις φορές για το ίδιο μήκος νήματος (KA). Τα αποτελέσματα αυτά καταγράφονται στον πίνακα 6 (§ 3.3.4)
4. Στη συνέχεια πραγματοποιούνται άλλες πέντε μετρήσεις κατά τις οποίες διατηρείται σταθερό το πλάτος ταλάντωσης ($\theta=10^\circ$), αλλά μεταβάλλεται το μήκος (KA) του νήματος σε κάθε μια από τις μετρήσεις. Τα αποτελέσματα αυτά καταγράφονται στον πίνακα 6 (§ 3.3.4)
5. Στη συνέχεια για το μεγαλύτερο δυνατό μήκος του εκκρεμούς ($KA=42.00\pm 0.05$ cm) καταγράφεται ο χρόνος που απαιτείται για να περάσει το βαρίδιου του εκκρεμούς από τη θέση ισορροπίας του (δηλαδή $N=1/2$) για τα εξής διαφορετικά αρχικά πλάτη: 5° , 10° , 15° , 20° , 25° , 30° , 35° , 40° . Τα αποτελέσματα αυτά παρουσιάζονται στον πίνακα 6 (§ 3.3.4)
6. Τέλος, ξεκινώντας με 60° αρχικό πλάτος, μετράται ανά 10 αιωρήσεις το πλάτος (θ) των αποσβενωμένων ταλαντώσεων, μέχρι αυτό να γίνει 20° . Τα αποτελέσματα καταχωρούνται στον πίνακα 9 (§ 3.3.4)

3.3.4 Πειραματικά Αποτελέσματα

Για τη μέτρηση του πλάτους ταλάντωσης και τη μέτρηση του μήκους του νήματος (KA), χρησιμοποιήθηκαν αναλογικά όργανα τα σφάλματα (δ) των οποίων είναι:

$$\delta_{\text{πλάτους ταλάντωσης}} \equiv \delta\theta = 1^\circ/2 = 0.5^\circ \text{ και } \delta_{KA} = 0.05 \text{ cm}$$

Το σφάλμα του χρονομέτρου που χρησιμοποιήθηκε για τη συγκεκριμένη πτυχιακή εργασία είναι $\delta t = 0.01 \text{ sec}$. Η περίοδος μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$T = \frac{t}{N} \quad (28)$$

Συνεπώς το σφάλμα (δT) της περιόδου είναι:

$$\delta T = T \left(\frac{\delta t}{t} + \frac{\delta N}{N} \right) \xrightarrow{\delta N=0} \delta T = T \frac{\delta t}{t} \xrightarrow{(23)} \delta T = \frac{1}{N} \cdot \delta t \xrightarrow{N=1/2} \delta T = 2 \cdot 0.01 \text{ sec} = 0.02 \text{ sec} \quad (29)$$

Στον πίνακα 6 παρουσιάζονται οι μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν για τις ελεύθερες ταλαντώσεις του απλού εκκρεμούς.

Πίνακας 6: Μετρήσεις ελεύθερων ταλαντώσεων απλού εκκρεμούς				
a/a	$\theta + \delta\theta$ (°)	KA + δ_{KA} (cm)	t + δt (s)	T = t/N (s)
1	10.0±0.5	37.00±0.05	0.63±0.01	1.26±0.02
2	10.0±0.5	37.00±0.05	0.60±0.01	1.20±0.02
3	10.0±0.5	37.00±0.05	0.64±0.01	1.28±0.02
4	10.0±0.5	37.00±0.05	0.61±0.01	1.22±0.02
5	10.0±0.5	37.00±0.05	0.62±0.01	1.24±0.02
6	10.0±0.5	37.00±0.05	0.63±0.01	1.66±0.02
7	10.0±0.5	34.00±0.05	0.60±0.01	1.20±0.02
8	10.0±0.5	30.00±0.05	0.55±0.01	1.10±0.02
9	10.0±0.5	26.00±0.05	0.52±0.01	1.04±0.02
10	10.0±0.5	22.00±0.05	0.47±0.01	0.94±0.02
11	10.0±0.5	18.00±0.05	0.44±0.01	0.88±0.02

12	5.0±0.5	42.00±0.05	0.62±0.01	1.24±0.02
13	10.0±0.5	42.00±0.05	0.64±0.01	1.28±0.02
14	15.0±0.5	42.00±0.05	0.65±0.01	1.30±0.02
15	20.0±0.5	42.00±0.05	0.66±0.01	1.32±0.02
16	25.0±0.5	42.00±0.05	0.67±0.01	1.34±0.02
17	30.0±0.5	42.00±0.05	0.69±0.01	1.38±0.02
18	35.0±0.5	42.00±0.05	0.70±0.01	1.40±0.02

Η μέση τιμή της περιόδου υπολογίζεται από τις πέντε πρώτες μετρήσεις του πίνακα 6:

$$\text{_____} \quad (30)$$

Το σφάλμα (σ_T) της μέσης τιμής της περιόδου T από τη σχέση (30). Οι απαραίτητοι υπολογισμοί που έγιναν για να υπολογιστεί το (σ_T), παρουσιάζονται στον πίνακα 7:

$$\text{_____} \quad (31)$$

Πίνακας 7: Απαραίτητοι υπολογισμοί ευρέσεως του σφάλματος (σ_T) της μέσης τιμής της περιόδου T				
α/α	T (s)	\bar{T} (s)	$(\bar{T} - T_i)$ (s)	$(\bar{T} - T_i)^2$ (s ²)
1	1.260	1.240	-0.020	0.0004
2	1.200	1.240	0.040	0.0016
3	1.280	1.240	-0.040	0.0016
4	1.220	1.240	0.020	0.0004
5	1.240	1.240	0.000	0.0000

Σ				0.0040
---	--	--	--	--------

Συνεπώς η μέση τιμή της περιόδου, στο διεθνές σύστημα μονάδων SI, γράφεται:

$$\bar{T} = 1.24 \pm 0.01 \text{ s} \quad (32)$$

Υψώνοντας στο τετράγωνο την σχέση 15 (§3.2.1) προκύπτει:

$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{g} \cdot KA + \frac{4 \cdot \pi^2}{g} \cdot S \xrightarrow{\frac{4 \cdot \pi^2}{g} \cdot S = C \text{ (σταθερά)}} T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{g} \cdot KA + C \quad (33)$$

Από τις μετρήσεις των ταλαντώσεων του ελεύθερου εκκρεμούς με μεταβλητό μήκος νήματος (μετρήσεις 6-11, πίνακας 6), προκύπτουν οι υπολογισμοί που παρουσιάζονται στον πίνακα 8.

Πίνακας 8: Υπολογισμοί με βάση τις μετρήσεις του πίνακα 6.				
α/α	KA (m)	KA ² (m ²)	T ² (s ²)	KA·T ² (s ²)
6	0.37	0.1369	1.5876	0.5874
7	0.34	0.1156	1.4400	0.4896
8	0.30	0.0900	1.2100	0.3630
9	0.26	0.0676	1.0816	0.2812
10	0.22	0.0484	0.8836	0.1944
11	0.18	0.0324	0.7744	0.1393
Σ	1.67	0.4909	6.9772	2.0550

Η σχέση (30) που δίνει το τετράγωνο της περιόδου της ταλάντωσης του ελεύθερου εκκρεμούς σε συνάρτηση με το μήκος του νήματος (KA), είναι μια σχέση της μορφής $y = a_1 \cdot x + a_0$. Οι σταθερές a_1 και a_0 υπολογίζονται με βάση τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Οπότε, στην προκειμένη περίπτωση ισχύει [7,8]:

$$a_1 = \frac{N \sum x_i \cdot y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{N \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \Rightarrow a_1 = \frac{6 \cdot \sum_{i=6}^{11} (KA_i \cdot T_i^2) - \sum_{i=6}^{11} KA_i \sum_{i=6}^{11} T_i^2}{6 \cdot \sum_{i=6}^{11} KA_i^2 - (\sum_{i=6}^{11} KA_i)^2} \xrightarrow{\text{τιμές πίνακα 8}}$$

$$a_1 = 4.1174 \frac{s^2}{m} \quad (34)$$

και

$$\alpha_0 = \frac{\sum x_i^2 \cdot \sum y_i - \sum x_i \cdot y_i - \sum x_i \cdot \sum x_i \cdot y_i}{N \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \Rightarrow \alpha_0$$

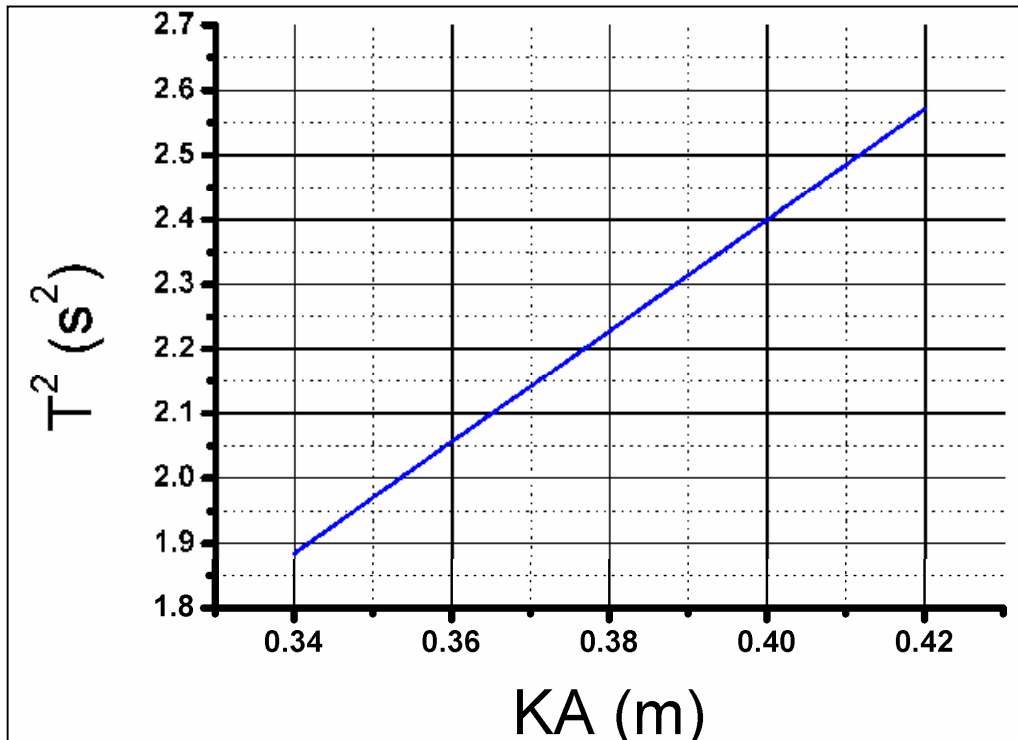
$$= \frac{\sum_{i=6}^{11} KA_i^2 \cdot \sum_{i=6}^{11} T_i^2 - \sum_{i=6}^{11} KA_i \cdot \sum_{i=6}^{11} (KA_i \cdot T_i)}{6 \cdot \sum_{i=6}^{11} KA_i^2 - (\sum_{i=6}^{11} KA_i)^2} \xrightarrow{\text{τιμές πίνακα 8}}$$

$$\alpha_0 = 0.0202 s^2 \quad (35)$$

Προκύπτει λοιπόν, ότι για το τετράγωνο της περιόδου των ελεύθερων ταλαντώσεων του απλού εκκρεμούς η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$T^2 = (4.1174 \cdot KA + 0.0202) s^2 \quad (36)$$

Η γραφική παράσταση της σχέσης (36) παρουσιάζεται στο σχήμα 24.



Σχήμα 24: Γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου των ελεύθερων ταλαντώσεων του απλού εκκρεμούς σε συνάρτηση με το μήκος του νήματος KA, όπως πρόκυψε χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

Η κλίση της ευθείας του σχήματος 24 αντιστοιχεί στη επιτάχυνση της βαρύτητας (g), όπως φαίνεται και από την ακόλουθη εξίσωση:

$$\alpha_1 = \frac{4\pi^2}{g} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2}{\alpha_1} = 9.59 \text{ m/s}^2 \quad (37)$$

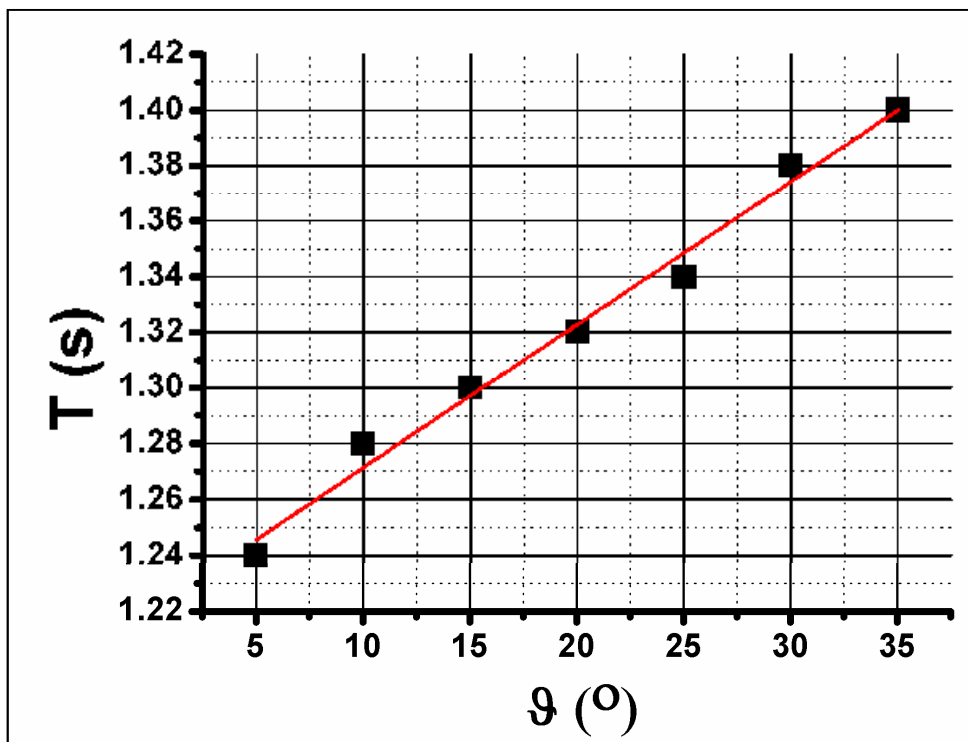
Από τα συγκεκριμένα πειράματα λοιπόν, υπολογίστηκε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $\alpha_1=9.59\text{m/s}^2$. Το σχετικό επί της εκατό σφάλμα (f_g) της τιμής αυτής από την τιμή της βιβλιογραφίας ($g=9.81 \text{ m/s}^2$) είναι:

$$f_g = \frac{|9.81-9.59|}{9.81} \cdot 100\% = 2.2\% \quad (38)$$

Προκύπτει λοιπόν ότι οι βελτιώσεις που πραγματοποιήθηκαν στην πειραματική διάταξη με τη χρήση του επαγωγικού προσέγγισης και του χρονομέτρου ακριβείας, είχαν

σαν αποτέλεσμα τον υπολογισμό της επιτάχυνσης της βαρύτητας με μικρή απόκλιση από την τιμή της βιβλιογραφίας.

Από τις μετρήσεις του πίνακα 6 (μετρήσεις 12-18), όπου έχει χρησιμοποιηθεί το μεγαλύτερο δυνατό μήκος νήματος ($KA=42$ cm) και καταγράφηκε ο χρόνος που απαιτείται για να περάσει το βαριδίου του εκκρεμούς από τη θέση ισορροπίας του (δηλαδή $N=1/2$) για 7 διαφορετικά αρχικά πλάτη, προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 25.



Σχήμα 25: Γραφική παράσταση της περιόδου των ελεύθερων ταλαντώσεων του απλού εκκρεμούς σε συνάρτηση με τη αρχικό πλάτος.

Όπως έχει αναφερθεί και στη θεωρητική ανάλυση του απλού εκκρεμούς (§3.2.1) η περίοδος απλού εκκρεμούς εξαρτώνται μόνο από το μήκος του νήματος και από την επιτάχυνση της βαρύτητας. Αυτό βέβαια ισχύει για μικρά πλάτη, δηλαδή για μικρές γωνίες εκτροπής θ , όπου μπορεί να γίνει η προσέγγιση $\sin\theta \approx \theta$. Στις μετρήσεις, όμως που έγιναν στα πλαίσια αυτής της πτυχιακής εργασίας, οι γωνίες θ δεν μπορούν να θεωρηθούν μικρές οπότε παύει να ισχύει και η προσέγγιση $\sin\theta \approx \theta$.

Στην περίπτωση όπου η αρχική γωνία θ δεν είναι μικρή, τότε η περίοδος (T) εξαρτάται από τη γωνία (θ) και συγκεκριμένα ισχύει [1]:

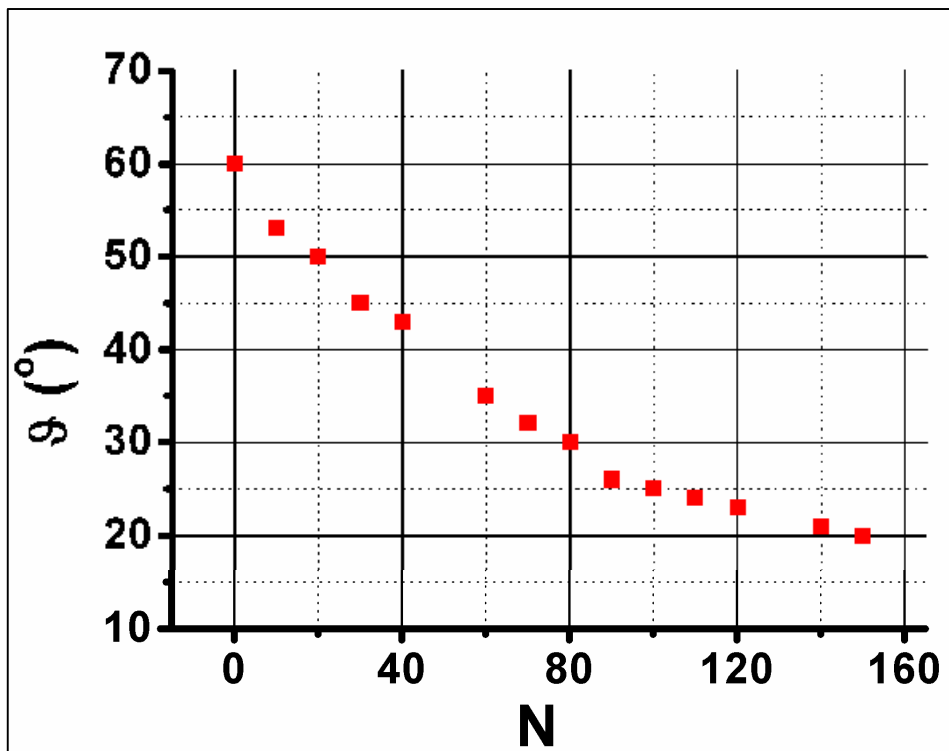
$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \theta + \frac{9}{64} \sin^4 \frac{\theta}{2} + \dots \right) \quad (39)$$

Στη συνέχεια, ξεκινώντας με 60° αρχικό πλάτος, μετρήθηκαν ανά 10 αιωρήσεις το πλάτος (θ) των αποσβενωμένων ταλαντώσεων, μέχρι αυτό να γίνει μικρότερο ή ίσου από 20° . Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 9.

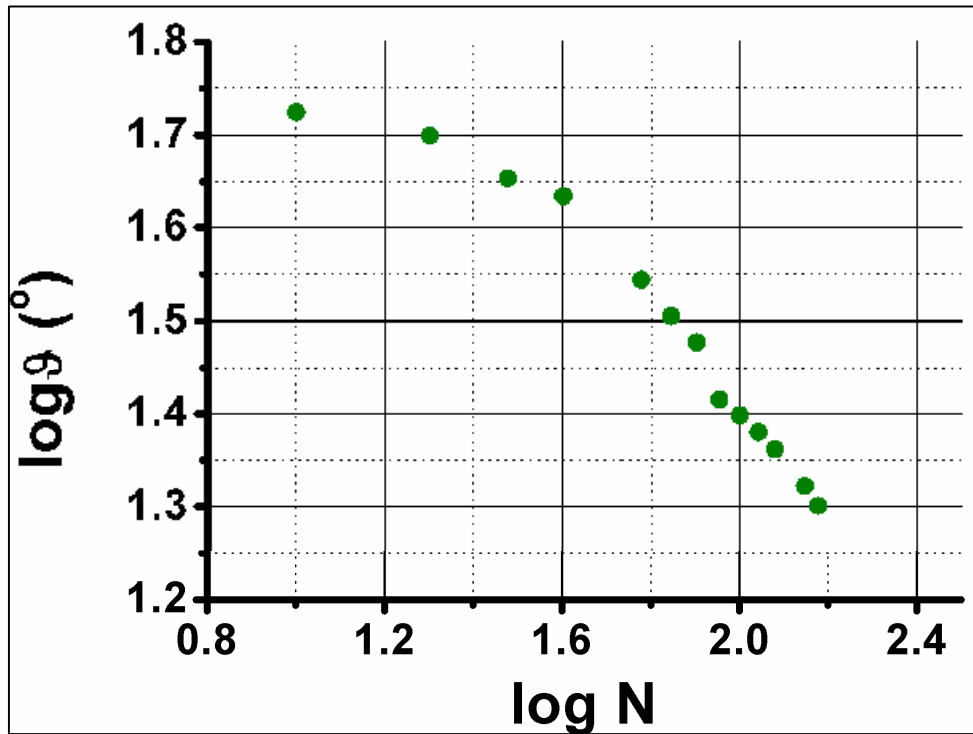
Πίνακας 9: Πλάτος (θ) αποσβενωμένων ταλαντώσεων ανά 10 αιωρήσεις		
a/a	$\theta(^{\circ})$	N (αριθμός αιωρήσεων)
1	60	0
2	53	10
3	50	20
4	45	30
5	43	40
6	35	60
7	32	70
8	30	80
9	26	90
10	25	100
11	24	110
12	23	120
13	21	140
14	20	150

Από τις τιμές του πίνακα 9 προκύπτουν τα διαγράμματα:

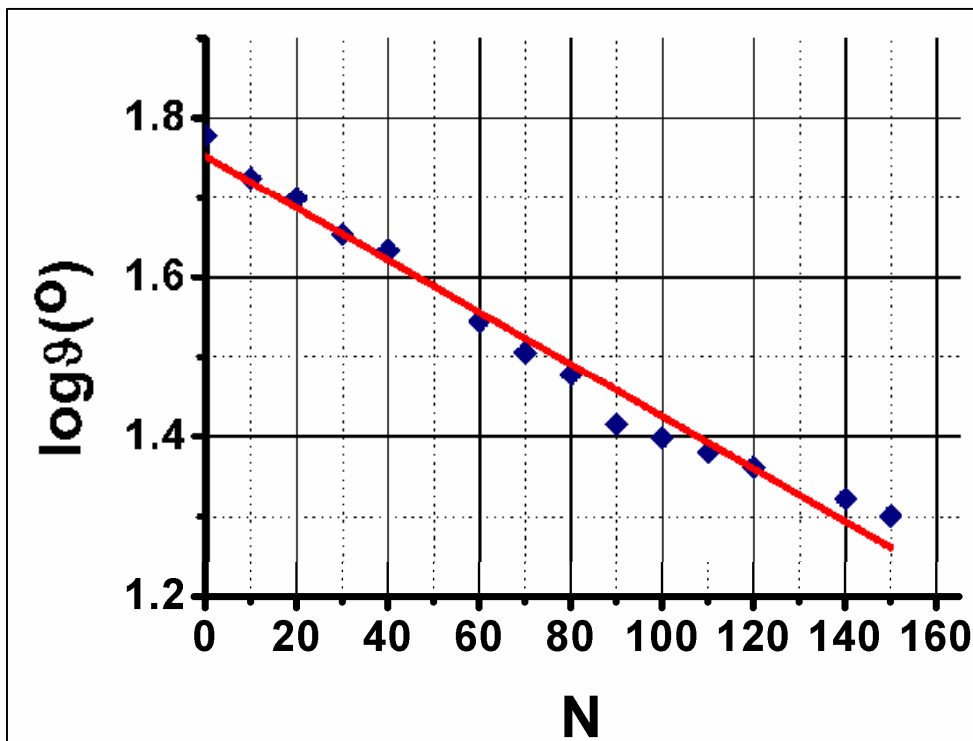
- Διάγραμμα του πλάτους ταλαντώσεων (θ) συναρτήσει του αριθμού αιωρήσεων (N), σχήμα 26
- Διάγραμμα του $\log\theta$ συναρτήσει του $\log N$, σχήμα 27
- Διάγραμμα του $\log\theta$ συναρτήσει του N , σχήμα 28



Σχήμα 26: Γραφική παράσταση του πλάτους ταλαντώσεων (θ) συναρτήσει του αριθμού αιωρήσεων (N)



Σχήμα 27: Γραφική παράσταση του λογάριθμου του πλάτους ταλαντώσεων (θ) συναρτήσει του λογάριθμου του αριθμού αιωρήσεων (N)



Σχήμα 28: Γραφική παράσταση του λογάριθμου του πλάτους ταλαντώσεων (θ) συναρτήσει του αριθμού αιωρήσεων (N)

Από τα διαγράμματα των σχημάτων 26-28 συμπεραίνεται ότι ευθεία προκύπτει μόνο στην περίπτωση όπου αναπαριστάται ο λογάριθμος του πλάτους ταλαντώσεων (θ) σε συνάρτηση με τον αριθμό των αιωρήσεων. Συνεπώς, η μεταβολή του (θ) από τον αριθμό των αιωρήσεων (N), περιγράφεται από μια σχέση της μορφής:

$$\log\theta = b_1 \cdot N + b_0 \quad (40)$$

Στην περίπτωση των ελεύθερων ταλαντώσεων του απλού εκκρεμούς, όπως έχει παρουσιαστεί και στο θεωρητικό τμήμα της παρούσας πτυχιακής εργασίας, το τετράγωνο της περιόδου του εκκρεμούς είναι αντιστρόφως ανάλογο με την επιτάχυνση της βαρύτητας g (σχέση 13, §3.2.1). Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας g , ελαττώνεται καθώς αυξάνεται το υψόμετρο και επίσης έχουν παρατηρηθεί μικροαλλαγές του g , ανάλογα με το γεωγραφικό πλάτος [1]. Προκύπτει λοιπόν, ότι αν το πείραμα λάμβανε χώρα σε μεγαλύτερο υψόμετρο, τότε θα υπήρχε ελάττωση στην επιτάχυνση της βαρύτητας και συνεπώς θα αυξανόταν η περίοδος ταλάντωσης (σχέση 13, §3.2.1).

3.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σε αυτό το δεύτερο τμήμα της πτυχιακής εργασίας μελετήθηκαν οι ελεύθερες ταλαντώσεις του απλού εκκρεμούς. Για την πειραματική μελέτη και τον προσδιορισμό της επιτάχυνσης της βαρύτητας, η πειραματική διάταξη βελτιώθηκε σε δυο στοιχεία της. Με τη χρήση ενός επαγωγικού προσέγγισης και ενός χρονομέτρου ακριβείας που χρησιμοποιήθηκαν, καταστεί δυνατή η μέτρηση της περιόδου των ταλαντώσεων με μεγάλη ακρίβεια. Συγκεκριμένα η επιτάχυνση της βαρύτητας προσδιορίστηκε πειραματικά στα 9.59 m/s^2 . Το σφάλμα της τιμής αυτής από τη θεωρητική τιμή (9.81 m/s^2) είναι μόλις 2.2%

4. ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Φυσικής του Τμήματος Μηχανολογίας του ΤΕΙ Πάτρας.

Βασικός σκοπός της εργασίας ήταν η πειραματική μελέτη δύο σημαντικών φυσικών φαινομένων: α) της γραμμικής διαστολής των στερεών σωμάτων και β) της ελεύθερης ταλάντωσης του απλού εκκρεμούς.

Στην πρώτη περίπτωση προσδιορίστηκε πειραματικά ο συντελεστής γραμμικής διαστολής τριών μεταλλικών στερεών υλικών: του σιδήρου, του ορείχαλκου και του αλουμινίου. Για κάθε περίπτωση υλικού ο συντελεστής γραμμικής διαστολής βρέθηκε πειραματικά με μικρή σχετικά απόκλιση από τη θεωρητική τιμή του αντίστοιχου υλικού, όπως δίνεται από τη βιβλιογραφία.

Στην περίπτωση των ελεύθερων ταλαντώσεων, η βελτίωση της πειραματικής διάταξης που επιτεύχθηκε χρησιμοποιώντας ένα επαγωγικό προσέγγισης και ένα χρονόμετρο ακριβείας είχε ως αποτέλεσμα να μετρηθεί πειραματικά η επιτάχυνση της βαρύτητας στα 9.59 m/s^2 .

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Κ. Δ. Αλεξόπουλος, Δ. Ι. Μαρίνος, Γενική Φυσική, Θερμότητα, Τόμος Τέταρτος, Εκδόσεις Ολύμπια, 1996.
2. R. A. Serway, Physics for Scientists & Engineers, Third Edition, Saunders College Publishing, 1990
3. D.R. Askeland, P.P. Fulay, W.J. Wright, The Science and Engineering of Materials, Sixth Edition, Cengage Learning, Inc., 2010
4. R. Wolfson, Essential University Physics, Second Edition, Pearson Education, Inc., 2007.
5. R. Wolfson, Essential University Physics, Second Edition, Addison-Wesley, 2007.
6. G. L. Baker, J.A. Blackburn, The Pendulum a case study in Physics, Oxford University Press 2005
7. Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής, Σ. Καπλάνης, Ν.Νανούσης, Εκδόσεις Λύχνος
8. Σημειώσεις εργαστηρίου «Ειδικών Μαθημάτων Φυσικής», Τμήμα Μηχανολογίας, ΤΕΙ Πατρών

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

CASIO
HS-3(V)
HS-6

9

User's Guide
Bedienungsanleitung
Mode d'emploi
Guía del usuario
Guida dell'utilizzatore
Guia do usuário
Инструкция по эксплуатации
用戶說明書
دليل المستخدم

RB

HS-3(V)

Minutes
Hours
Seconds
1/100 second
1/100 Sekunden
SPLIT/LAP indicator
Zwischenzeit/Rundenzeitindikator (SPLIT/LAP)
MODE

Indicates the SPLIT mode.
Zeigt den Zwischenzeitmodus (SPLIT) an.
Indicates the LAP mode.
Zeigt den Rundenzeitmodus (LAP) an.

HS-6

Minutes
Hours
Seconds
1/100 second
1/100 Sekunden
SPLIT/LAP indicator
Zwischenzeit/Rundenzeitindikator (SPLIT/LAP)

Indicates the SPLIT mode.
Zeigt den Zwischenzeitmodus (SPLIT) an.
Indicates the LAP mode.
Zeigt den Rundenzeitmodus (LAP) an.

ENGLISH

- A sticker is affixed to the glass of this stopwatch when you purchase it. Be sure to remove the sticker before using the stopwatch.
- Depending on the stopwatch model, the configuration of your stopwatch may differ somewhat from that shown in the illustration.

OPERATING PRECAUTIONS

- The battery is fitted at the time of manufacture and should be replaced at the first sign of low power (dim display) by CASIO Distribution.
- Do not use or store this stopwatch in areas exposed to temperature extremes, strong magnetism, strong vibration, or strong impact.
- Heat can shorten battery life and cause malfunction. Keep the stopwatch away from heaters and direct sunlight when using it.
- Never use the stopwatch in a bathroom or any other area subject to high humidity.
- Never try to take the stopwatch apart. Doing so can cause malfunction.
- To clean the stopwatch, use a soft, dry cloth or a cloth moistened in a solution of water and a mild neutral detergent. Wring out all excess moisture from the cloth. Never use thinner, benzene, alcohol or other similar agents.
- Keep your manual and all information handy for future reference.

CASIO COMPUTER CO., LTD. assumes no responsibility for any loss, or any claims by third parties that may arise through the use of this stopwatch.

USING THE STOPWATCH

- Press this button to start and stop elapsed time measurement.
- Press this button while an elapsed time measurement is in progress to momentarily freeze a SPLIT or LAP time on the display (timing continues internally). Press again to display the ongoing time measurement. You can repeat the LAPSPLIT time operation as many times you want. Pressing this button while elapsed time measurement is stopped resets the time to all zeros.
- Press this button to toggle between the SPLIT time mode and LAP time mode.

- The maximum elapsed time that can be measured is 9 hours, 59 minutes, 59.99 seconds.

A SPLIT is the time from the start of an event up to any specific point. SPLIT ————
A LAP is the time for one segment (lap) of an event. LAP - - - - -

How to operate the stopwatch

Normal time measurement

START 0 a STOP (a)

Press (A). Press (A). Press (B) to reset to zero.

Net times (Accumulated time excluding loss time)

START 0 a STOP (a) START (a) b STOP (a+b)

Press (A). Press (A). Press (A). Press (A). Press (B) to reset to zero.

SPLIT timing

START 0 a (a) b (a+b) c (a+b+c) STOP (t)

SPLIT (a) SPLIT (a+b) SPLIT (a+b+c)

Press (A) in SPLIT mode. Press (B) to freeze SPLIT time (a). Press (B) to release. Press (B) to freeze SPLIT time (a+b). Press (B) to release. Press (A) to reset.

1st-2nd place times

START 0 a SPLIT (a) STOP (b) SPLIT release RESET

Press (A) in SPLIT mode. Press (B) when the first runner (a) finishes. Displays time of first runner. Press (A) when the second runner (b) finishes. Press (B) to display the time of the second runner. Press (B) to reset.

LAP timing (Lap timing for each segment of an event)

START 0 a STOP (a) b STOP (a) c STOP (c)

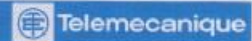
LAP (a) LAP (b) LAP (c)

Press (A) in LAP mode. Press (B) to freeze LAP time (a). Press (B) to release. Press (B) to freeze LAP time (b). Press (B) to release. Press (A) to reset.

SPECIFICATIONS

Accuracy at normal temperature: 99.997865%
Display capacity: 9 hours 59 minutes 59.99 seconds
Measuring unit: 1/100th of a second
Measuring modes: Normal time, net time, SPLIT time, 1st-2nd place times and LAP time (lap timing for each segment of an event)
Battery: One lithium battery (type CR2025)
Battery life: Approximately 3 years
* Including 20 button operations per day
Operating Temperature: 0°C to 40°C (32°F to 104°F)

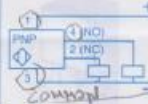
XS7-C / XS8-C



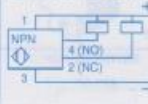
Electrical installation
Mise en œuvre électrique
Elektrische Installation
Instalación eléctrica
Messa in opera elettrica
Instalação elétrica



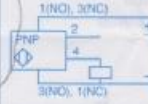
XS7/8-C40PC440/449



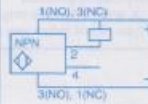
XS7/8-C40NC440/449



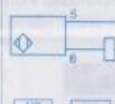
XS7-C40KPM40



XS7/8-C40NC440/449



XS7/8-C40D*210



XS7/8-C40MP230 (*)



XS7/8-C40FP260 (*)



Voltage limits (1)	~ 10...58 V	~ 10...36 V	~ 10...58 V	< 20...264 V	~ 20...264 V
Load switching capacity (2)	0...200 mA	0...200 mA	1,5...100 mA	~ 5...200 mA ~ 5...300 mA	5...500 mA
Voltage drop (3)	≤ 2 V	≤ 2,6 V	≤ 4 V	≤ 5,5 V	≤ 5,5 V
Leakage current (4)	-	-	≤ 0,5 mA	≤ 0,8 mA / 24 V ≤ 1,5 mA / 120 V	≤ 1,5 mA
Current consumption (5)	≤ 10 mA *	≤ 15 mA	-	-	-
Operating temperature	-25 ... +70 °C / -13 ... +158 °F	0 ... +50 °C / -32 ... +122 °F	-	-25 ... +70 °C / -13 ... +158 °F	-

(1) Limite de tension / Betriebsspannung / Límites de tensión / Limiti di tensione / Limites de tensão
 (2) Courant commuté / Schaltstrom / Intensidad conmutada / Corrente commuta / Corrente conmutada
 (3) Tension de déchet / Spannungsfall (Ausgang durchgesteuert) / Tensión residual / Caduta di tensione / Tensão de defeito
 (4) Courant résiduel / Reststrom (Ausgang gesperrt) / Intensidad residual / Corrente residual / Corrente residual
 (5) Courant consommé / Leertaufstrom / Intensidad consumida / Corrente consumata / Corrente consumida

(*) Without short circuit protection
 Non protégés court-circuit
 Ohne Kurzschlussschutz
 No protección cortocircuito
 Non protetto corto-circuito
 Não protecção curto-circuito

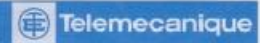
Programmable NO / NC
 Programmation NO / NC
 Programmierbar NO / NC
 Programabile NO / NC
 Programmáveis NO / NC



WP-1119160111 A09/2/2



XS7-C / XS8-C



Inductive proximity sensors / Détecteurs de proximité inductifs
 Induktive Näherungsschalter / Detectores de proximidad inductivos
 Interruttori di prossimità induttivi / Detectores de proximidade indutivos

XS7/8-C40•C44•

XS7/8-C40•P2••



⚠ DANGER / PELIGRO / DANGER

HAZARDOUS VOLTAGE
 Disconnect all power before servicing equipment. Electric shock will result in death or serious injury.

TENSIÓN PELIGROSA
 Desenergice el equipo antes de realizarle servicio. Una descarga eléctrica podrá causar la muerte o lesiones serias.

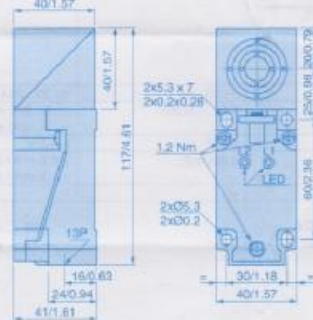
TENSION DANGEREUSE
 Couper l'alimentation avant de travailler sur cet appareil. Une électrocution entraînera la mort ou des blessures graves.

UL Listing and ENEC Certification:
 Applicable on proximity switches bearing the UL and CSA marks only.
 Enclosure: Type 12, 4X indoor use only

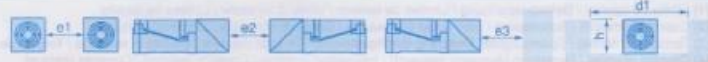
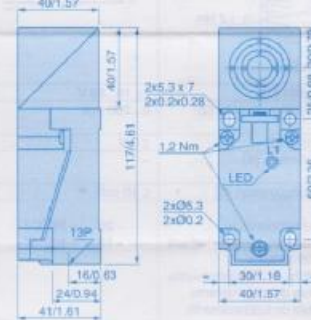
Mechanical installation
 Mise en œuvre mécanique
 Mechanische Installation
 Instalación mecánica
 Messa in opera meccanica
 Instalação mecânica

mm / in

XS7/8-C40•C44•

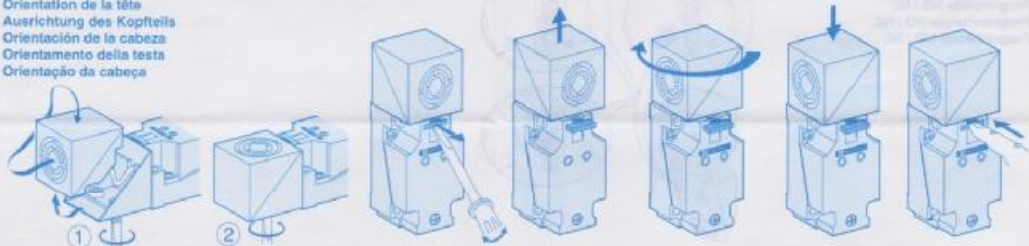


XS7/8-C40•P2••

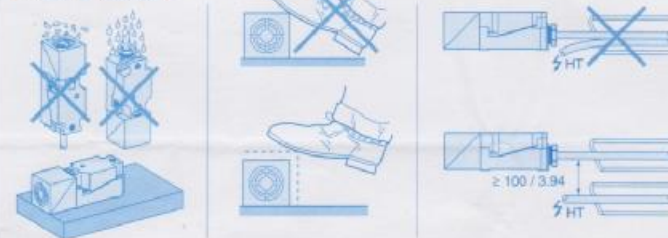


	Sn	e1 ≥	e2 ≥	e3 ≥	d1 ≥, h ≤
XS7-C40	15 / 0.59	40 / 1.57	80 / 3.15	45 / 1.77	40 / 1.57, 40 / 1.57
XS7-C40***9	20 / 0.79	120 / 4.72	240 / 9.45	60 / 2.36	40 / 1.57, 40 / 1.57
XS8-C40	20 / 0.79	80 / 3.15	160 / 6.30	60 / 2.36	200 / 7.87, 40 / 1.57
XS8-C40***9	40 / 1.57	160 / 6.30	320 / 12.60	120 / 4.72	200 / 7.87, 40 / 1.57

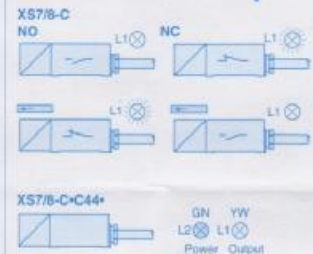
Head orientation
 Orientation de la tête
 Ausrichtung des Kopfteils
 Orientación de la cabeza
 Orientamento della testa
 Orientação da cabeça



Installation precautions
 Précautions de mise en œuvre
 Vorsicht bei der Inbetriebnahme
 Precaución de instalación
 Consigli di messa in opera
 Precaução de instalação



Indication, Signalisation
 Funktionsanzeige, Señalización
 Segnalazione, Sinalização



W914119180111 A09 112

⊗	YW/L1	Yellow	Jaune	Grün	Amarillo	Giallo
⊗	GN/L2	Green	Vert	Grün	Verde	Verde

cross 20