

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΑΤΡΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΕΠΙΣΚΕΥΗ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΣΥΣΚΕΥΗΣ ΚΑΙ
ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΤΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ ΤΩΝ
ΑΣΚΗΣΕΩΝ “ΟΡΙΑΚΑ ΣΤΡΩΜΑΤΑ-
BERNOULLI”**



ΣΠΟΥΔΑΣΤΗΣ: ΧΡΙΣΤΟΦΗ ΝΕΟΦΥΤΟΣ
ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΣΥΓΓΟΥΝΗ ΒΑΡΒΑΡΑ

ΠΑΤΡΑ 2010

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία αναφέρεται στην επισκευή και συντήρηση μιας εργαστηριακής συσκευής και στην εκτέλεση πειραμάτων για την επιβεβαίωση της σωστής λειτουργίας της.

Βασικό πρόβλημα ήταν οι λάθος ενδείξεις που έδινε η μηχανή στις μετρήσεις, στα πειράματα “Οριακά στρώματα και Bernoulli”.

Συνεπώς, βασικός παράγοντας ήταν να εντοπιστεί η βλάβη που είχε η συσκευή και να επιδιορθωθεί. Για να γίνει αυτό χρειάστηκε να γίνει μελέτη, κατανόηση και ανάλυση του εγχειριδίου της μηχανής, στα τμηματικά της μέρη και στο σύνολο της.

Για την επιδιόρθωση και τη σωστή λειτουργία της μηχανής, οι ενέργειες που διενεργήθηκαν ήταν η αλλαγή του υγρού με καινούριο στο πολυμανόμετρο που συνοδεύει τη συσκευή, η επιδιόρθωση των στηλών (σωλήνων) του πολυμανόμετρου και η αλφαδομέτρηση του, η αλλαγή στα λάστιχα του αέρα, και ο καθαρισμός της αεροδεξαμενής.

Το σφάλμα που δίνανε τα ελαττωματικά λάστιχα και η βουλωμένη αεροδεξαμενή ήταν η μείωση της πίεσης με αποτέλεσμα να παίρνουμε λάθος ενδείξεις. Επίσης αντικαταστάθηκαν κάποιες σπασμένες βίδες και ελατήρια σύνδεσης και επιδιορθώθηκε ο αγωγός εξαγωγής καυσαερίου.

Εκτός από τις επιδιορθώσεις που έγιναν στην συσκευή, στη παρούσα εργασία αναφέρεται και η σωστή λειτουργία της μηχανής, παράγοντας βασικός στη σωστή λήψη μετρήσεων.

Υπάρχει περίπτωση αν δεν εκτελείται σωστά η πειραματική διαδικασία να παίρνουμε λάθος μετρήσεις που δε θα πρόκειται για λάθος της συσκευής αλλά για λάθος του χειριστή. Επίσης γίνεται και αναφορά στην συντήρηση της μηχανής, ένας παράγοντας που είναι πολύ σημαντικός για τη βιωσιμότητα της συσκευής.

Για να επιβεβαιωθεί ότι η συσκευή έχει επιδιορθωθεί και ότι δίνει σωστές μετρήσεις έγινε η εκτέλεση δύο πειραμάτων, της εξίσωσης του Bernoulli και των οριακών στρωμάτων. Για την εκτέλεση των πειραμάτων ελήφθησαν κάποιες μετρήσεις που καταχωρήθηκαν σε πίνακες στα τελευταία δύο κεφάλαια. Για να γίνει όμως η διεξαγωγή των πειραμάτων, πρέπει να έχει προηγηθεί η κατανόηση αυτών. Έτσι στην εργασία αυτή, παρουσιάζεται μια βασική και περιεκτική θεωρία πάνω στα δύο πειράματα και δύο επιμέρους θεωρίες στα δύο κεφάλαια των πειραμάτων.

Το τελικό συμπέρασμα και η επιβεβαίωση ότι η συσκευή επιδιορθώθηκε και λειτουργεί σωστά, αποδεικνύεται μέσα από τα πειραματικά σχεδιαγράμματα, που συγκρινόμενα με τα θεωρητικά σχεδιαγράμματα ταυτίζονται.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	
ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ-ΓΕΝΙΚΑ	1
1. Εισαγωγή για την ροή του αέρα	
1.1 Η έννοια της συνέχειας	2
1.2 Ορισμός πυκνότητας, ειδικού όγκου, ειδικού βάρους	3
1.3 Ορισμός πίεσης, διατμητικής τάσης	4
1.4 Ιξώδες	5
1.5 Κίνηση και ταχύτητα του ρευστού	8
2. Θεωρία οριακών στρωμάτων	
2.1 Αριθμός Reynolds	18
2.2 Οριακό στρώμα και συνθήκες δημιουργίας του	20
2.3 Περιγραφή της τυρβώδους ροής	23
3. Εφαρμογή εξ. Bernoulli σε συγκλίνον-αποκλίνον ακροφύσιο	
3.1 Εισαγωγή	32
3.2 Θεωρητική ανάλυση	35
3.3 Πειραματική διαδικασία	37
3.4 Μετρήσεις και γραφικές παραστάσεις	39
3.5 Συμπεράσματα σχόλια και παρατηρήσεις	42
4. Οριακά στρώματα	
4.1 Εισαγωγή	45
4.2 Βασικά μεγέθη οριακού στρώματος	45
4.3 Θεωρητική ανάλυση	48
4.4 Περιγραφή συσκευής	55
4.5 Πειραματική διαδικασία	57
4.6 Αποτελέσματα και γραφικές παραστάσεις	58
4.7 Συμπεράσματα σχόλια και παρατηρήσεις	66
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ	
I. Περιγραφή πάγκου ροής αέρα	69
II. Μανόμετρο πολλών στηλών και με κλίση	71
III Συμβολισμοί και μονάδες μέτρησης	74
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ	76

Περιγραφή - Γενικά

Ο καθηγητής E. Markland επινόησε αυτόν τον εξοπλισμό για μια εισαγωγική σειρά μαθημάτων στη ροή αέρα. Μαζί με τον εξοπλισμό παρέχεται και το εγχειρίδιο, που γράφτηκε από τον συγκεκριμένο καθηγητή. Περιλαμβάνει τη θεωρία, τα πειράματα και χαρακτηριστικά αποτελέσματα.

Το κύριο (ουσιαστικό) μέρος του εξοπλισμού είναι ο πάγκος ροής αέρα. Αυτός ο πάγκος, αποτελείται από μια μικρής κλίμακας σήραγγα αέρα, με έναν ηλεκτρικό ανεμιστήρα και ένα λεβιέ για τη ρύθμιση της ροής αέρα. Επιπλέον υπάρχουν οι πρόσθετες ενότητες πειραμάτων (AF11 ως AF18) οι οποίες, προστίθενται στη συστολή του πάγκου ροής αέρα για τη πραγματοποίηση των πειραμάτων.

Μεγάλο μέρος των εργασιών έρευνας και ανάπτυξης στην αεροδυναμική γίνεται σε αεροσήραγγες, οι οποίες παρέχουν την ελεγχόμενη ροή του αέρα που απαιτείται για τις δοκιμές. Ορισμένες από αυτές τις αεροσήραγγες είναι μεγάλες και πολύπλοκες, οι οποίες αντιπροσωπεύουν σημαντικό επίτευγμα μηχανικής από μόνες τους, και απαιτούν πολύ μεγάλη δύναμη για να λειτουργήσουν. Ο πάγκος AF10 ροής αέρα, έχει τον χαρακτήρα μιας απλής μικρογραφίας αεροσήραγγας.

Παρέχει ένα ελεγχόμενο ρεύμα αέρα που χρησιμοποιείται από τα εξαρτήματα των πειραμάτων.

Ο πάγκος ροής αέρα και ο σχετικός του εξοπλισμός είναι από πολλές απόψεις συμπληρωματικός προς τους υδραυλικούς πάγκους, τους οποίους έχει κατάσκειυσει εδώ και πολλά χρόνια η TecQuipment.

Καθώς οι βασικές έννοιες των υδραυλικών συστημάτων και της ασυμπίεστης ροής αέρα είναι όμοιες, ορισμένα από τα πειράματα του πάγκου ροής αέρα φέρουν ομοιότητες με αυτά του πάγκου υδραυλικού συστήματος, παρόλο που η έμφαση θα μπορούσε να είναι κάπως διαφορετική.

Για παράδειγμα, το πείραμα του θεωρήματος του Bernoulli κατά τη ροή του αέρα, αντιστοιχεί στο μετρητή Venturi στο εύρος των υδραυλικών συστημάτων εξοπλισμού. Από την άλλη πλευρά, ένα πείραμα για τα οριακά στρώματα είναι ίσως πιο σχετικό, σε μια εφαρμογή για την αεροδυναμική από ό, τι σε μια σειρά εφαρμογών στα υδραυλικά συστήματα.

1. Εισαγωγή για τη ροή του αέρα

Η έννοια της συνέχειας και η εξίσωση Bernoulli είναι θεμελιώδεις έννοιες, για τη στοιχειώδη κατανόηση της ροής του αέρα. Για λόγους πληρότητας και για την εισαγωγή ορισμένων από τους όρους που χρησιμοποιούνται στα πειράματα, γίνεται παρακάτω μια σύντομη αναφορά.

1.1 Η έννοια της συνέχειας

Ο μαθηματικός χειρισμός των προβλημάτων της κινήσεως των μορίων από τα οποία συνιστάται το ρευστό, ανάγκασε την υιοθέτηση της έννοιας της συνεχούς κατανομής της ύλης στο χώρο τον οποίο το ρευστό καταλαμβάνει. Για την κατανόηση της έννοιας της συνεχούς κατανομής της ύλης στο φυσικό χώρο, χρησιμοποιούμε την έννοια της πυκνότητας ρ σε ένα σημείο Σ αυτού. Ας υποθέσουμε ότι ένα ποσό ύλης μάζας m καταλαμβάνει όγκο V_0 στο φυσικό χώρο. Ένα απειροστό στοιχείο όγκου ΔV , που περιβάλλει το θεωρούμενο σημείο Σ , έχει μάζα Δm και διαστάσεις μεγαλύτερης της μέσης ελεύθερης διαδρομής των μορίων. Εφ' όσον το όριο της ποσότητας $\Delta m/\Delta V$ υπάρχει καθώς το $\Delta V \rightarrow 0$, η οριακή αυτή τιμή ορίζεται σαν πυκνότητα της κατανομής της μάζας στο σημείο Σ . Αν η πυκνότητα ορίζεται σε κάθε σημείο του χώρου V_0 , τότε λέμε ότι η μάζα είναι «συνεχώς» κατανεμημένη μέσα σ' αυτόν. Με τον ίδιο τρόπο ορίζεται η πυκνότητα ορμής, ενέργειας κ.τ.λ. Η έννοια του συνεχούς μέσου αίρει την απροσδιοριστία που προέρχεται από το γεγονός ότι η ταχύτητα του ρευστού σε δεδομένο σημείο δεν έχει νόημα. Την απροσδιοριστία αυτή μπορούμε να αποφύγουμε αν θεωρήσουμε σαν ταχύτητα του σημείου τη μέση ταχύτητα όλων των μορίων τα οποία περιέχονται στο στοιχειώδη όγκο ΔV γύρω από το σημείο. Ο όγκος ΔV που περιέχει αρκετά μεγάλο αριθμό μορίων έτσι ώστε να επιτρέπει την στατική ερμηνεία του συνεχούς μέσου, ονομάζεται «ρευστό σωματίδιο». Με τον τρόπο αυτό γίνεται δυνατή η περιγραφή των ροϊκών και καταστατικών μεγεθών του ρευστού σαν συνεχών συναρτήσεων του χώρου και του χρόνου. Η συνεχής κατανομή της ύλης υιοθετήθηκε και σε ορισμένους κλάδους της Φυσικής. Πρόσφατα διατυπώθηκε το υγρό μοντέλο για τον πυρήνα του ατόμου, ο οποίος συνίσταται από πρωτόνια και ουδετερόνια. Επίσης στη Μηχανική του υλικού σημείου και στη Στατική Μηχανική ο χώρος των φάσεων μπορεί να θεωρηθεί σαν ρευστό που υπόκειται στους νόμους της συνέχειας και της διατηρήσεως. Παρά το γενικό χαρακτηρισμό της Ρευστομηχανικής να θεωρεί τα ρευστά, λόγω της μοριακής των συνθέσεως σαν συνεχή μέσα, εντούτοις σε μερικές περιπτώσεις πρέπει να λαμβάνεται υπόψη η μικροσκοπική φύση των ρευστών. Έτσι π.χ. οι ιδιότητες μεταφοράς στα ρευστά, όπως η διάχυση μάζας, η μεταφορά θερμότητας και η μεταφορά ορμής, μπορούν να ερμηνευτούν μόνο με τη μοριακή θεωρία.

1.2 Πυκνότητα, Ειδικός όγκος, Ειδικό βάρος

Η **πυκνότητα** ενός ρευστού ορίζεται σαν το πηλίκο της μάζας Δm του στοιχείου του ρευστού προς τον όγκο ΔV , όταν το ΔV τείνει στο μηδέν:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad (1.2.1)$$

Ο όγκος ΔV περιέχει ικανό αριθμό μορίων ώστε να ισχύει η έννοια της συνέχειας και να είναι δυνατή η περιγραφή της ροής του ρευστού σε όρους συνεχών συναρτήσεων του χώρου και του χρόνου. ($\rho = \rho(x,y,z,t)$). Στις περιπτώσεις των ομογενών ρευστών, η πυκνότητα θεωρείται σταθερή. Ρευστά που συμπεριφέρονται μ' αυτό τον τρόπο ονομάζονται ασυμπίεστα. Αντίθετα τα ομογενή ρευστά με μεταβλητή πυκνότητα καλούνται συμπίεστα. Στα ανομοιογενή ρευστά με τον όρο «μαζική συγκέντρωση» C_i ορίζεται το ποσόν της μάζας του συστατικού i στη μονάδα όγκου. Το άθροισμα των μαζικών συγκεντρώσεων όλων των συστατικών που απαρτίζουν το μίγμα, δίνει τη συγκέντρωση C του μίγματος η οποία εννοιολογικά ταυτίζεται με την πυκνότητα ρ του μίγματος:

$$\sum_i C_i = C = \rho \quad (1.2.2)$$

Ο **ειδικός όγκος** v είναι το αντίστροφο της πυκνότητας ρ , είναι δηλαδή ο όγκος που καταλαμβάνει η μονάδα μάζας του ρευστού:

$$v = \frac{1}{\rho} \quad (1.2.3)$$

Το **ειδικό βάρος** ε ενός σώματος ορίζεται σαν το βάρος του ρευστού προς τον όγκο του.

$$\varepsilon = \rho g \quad (1.2.4)$$

Εξαρτάται από τη βαρύτητα και διαφέρει από τόπο σε τόπο.

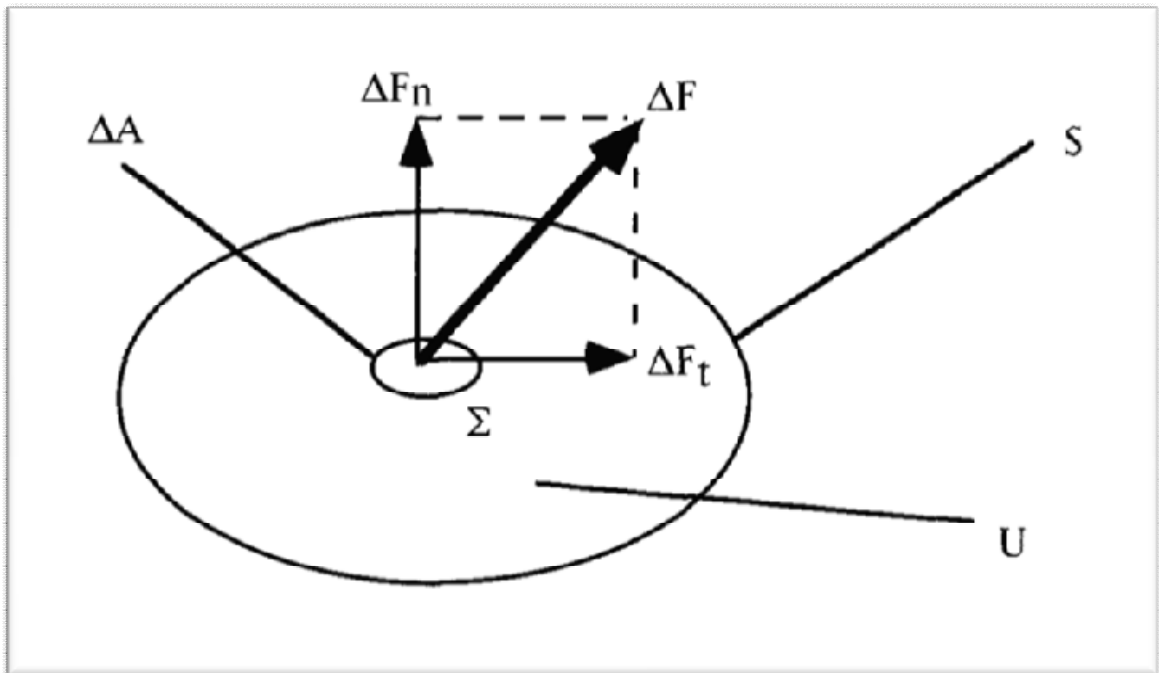
1.3 Πίεση, Τάση

Σαν μέση πίεση ορίζεται το πηλίκο της εγκάρσιας δυνάμεως που εξασκεί το ρευστό πάνω σε μια επιφάνεια, προς το εμβαδόν της επιφάνειας αυτής. Η πίεση P σε ένα σημείο είναι ο λόγος της εγκάρσιας δυνάμεως ΔF προς το εμβαδόν ΔA το οποίο περικλείει το θεωρούμενο σημείο. Η επιφάνεια ΔA είναι πολύ μικρή και το όριο της τείνει στο μηδέν:

$$P = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1.3.1)$$

Η πίεση είναι βαθμωτό μέγεθος και γενικά θεωρείται συνάρτηση του τόπου και του χρόνου ($P = P(x, y, z, t)$).

Έστω ένα μέρος του ρευστού, όγκου V , που περικλείεται από την επιφάνεια A και θεωρείται σαν ελεύθερο σώμα (Σχήμα 1.1). Στο σώμα ενεργούν δύο είδη δυνάμεων: α) Επιφανειακές δυνάμεις, οι οποίες ασκούνται στην επιφάνεια A του όγκου από το περιβάλλον και β) Καθολικές δυνάμεις, οι οποίες ασκούνται στη μάζα που περικλείει ο όγκος V .



Σχήμα 1.1 Δυνάμεις σε στοιχειώδη όγκο ρευστού

Ας θεωρήσουμε τώρα ένα επιφανειακό στοιχείο ΔA που περιλαμβάνει το σημείο Σ και έστω ΔF η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ενεργεί σ' αυτό το σημείο. Η δύναμη ΔF μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες, τη ΔF_t εφαπτομενική του ΔA και ΔF_n κάθετη στο ΔA . Η εφαπτομενική συνιστώσα της δυνάμεως ανά μονάδα επιφάνειας ονομάζεται διατμητική τάση τ , η δε κάθετη συνιστώσα της δυνάμεως ανά μονάδα επιφάνειας ονομάζεται κάθετη τάση σ .

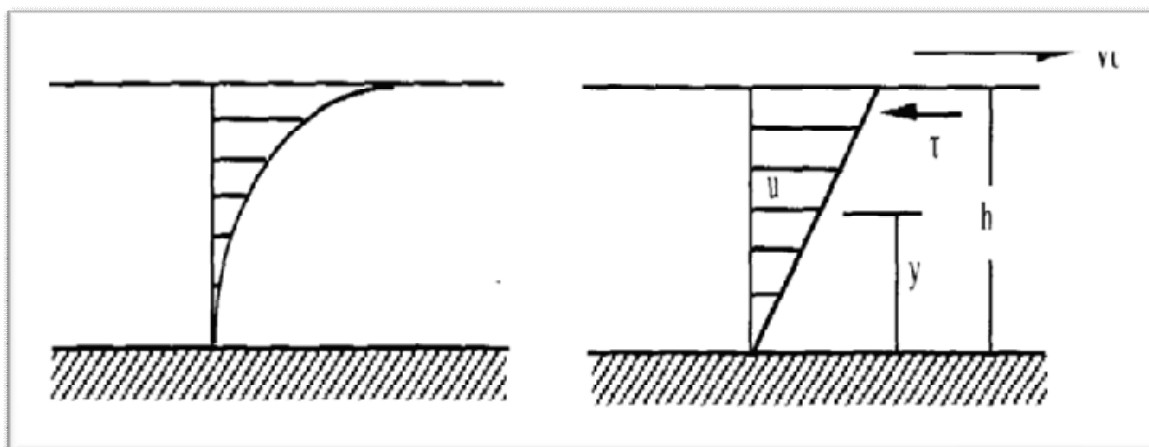
Είναι δηλαδή:

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_{\tau}}{\Delta A} \quad \text{και} \quad \sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_{\sigma}}{\Delta A} \quad (1.3.2)$$

Όταν η ΔF είναι κάθετη στη στοιχειώδη επιφάνεια ΔA , τότε η διατμητική τάση είναι μηδενική και υπάρχει μόνο η κάθετη τάση σ η οποία ονομάζεται ένταση πιέσεως η και απλά πίεση.

1.4 Ιξώδες.

Το ιξώδες είναι η ιδιότητα του ρευστού στην οποία οφείλεται η ανάπτυξη διατμητικών τάσεων. Για την κατανόηση της ιδιότητας του ιξώδους θεωρούμε τη μονοδιάστατη κίνηση ρευστού που πραγματοποιείται μεταξύ δύο παραλλήλων και οριζοντίων πλακών, απείρου μήκους, των οποίων η μεταξύ τους απόσταση είναι μικρή και ίση με h . Η κάτω πλάκα θεωρείται ακίνητη ενώ η πάνω μπορεί, με την επίδραση μιας δύναμης F , να κινείται παράλληλα προς την κατεύθυνση x (Σχήμα 1.2). Υποθέτουμε ότι στην αρχή καμία δύναμη δεν εξασκείται πάνω στην πλάκα και ότι το ρευστό βρίσκεται σε κατάσταση ηρεμίας.



Σχήμα 1.2 Ροή πραγματικού ρευστού ανάμεσα σε δύο πλάκες.
Μεταβατική και μόνιμη κατάσταση

Κατά τη χρονική στιγμή $t=0$ στην πάνω πλάκα εφαρμόζεται η δύναμη F , έτσι ώστε να αποκτήσει σταθερή ταχύτητα U_0 κατά τη διεύθυνση x . Λόγω της συνάφειας ρευστού και στερεάς επιφάνειας οι ταχύτητες των τοιχωμάτων και άμεσα γειτονικών στρωμάτων του ρευστού ταυτίζονται ώστε η ταχύτητα του ρευστού πάνω στην ακίνητη να είναι μηδέν και στην κινούμενη U_0 . Η κατανομή της ταχύτητας των διαφόρων στρωμάτων του ρευστού, όταν το

φαινόμενο βρίσκεται σε εξέλιξη (μεταβατική περίοδος), φαίνεται στο (Σχήμα 1.2 στο αριστερό μέρος). Μετά από αρκετό χρόνο (θεωρητικά άπειρο) το φαινόμενο εξελίσσεται σε μόνιμη κατάσταση, μη μεταβαλλόμενη χρονικά, με ευθύγραμμη κατανομή της ταχύτητας (Σχήμα 1.2 στο δεξιό μέρος). Η γραμμική αυτή κατανομή της ταχύτητας εκφράζεται με τη σχέση:

$$u(y) = U_0 \frac{y}{h} \quad (1.4.1)$$

Και οριακές συνθήκες

$$u = 0, \quad u(h) = U_0 \quad (1.4.2)$$

Το πείραμα έδειξε ότι η διατμητική δύναμη F είναι ευθέως ανάλογη προς το εμβαδόν A της πλάκας, ανάλογη προς την ταχύτητα U_0 και αντιστρόφως ανάλογη προς το πάχος h του ρευστού. Δηλαδή:

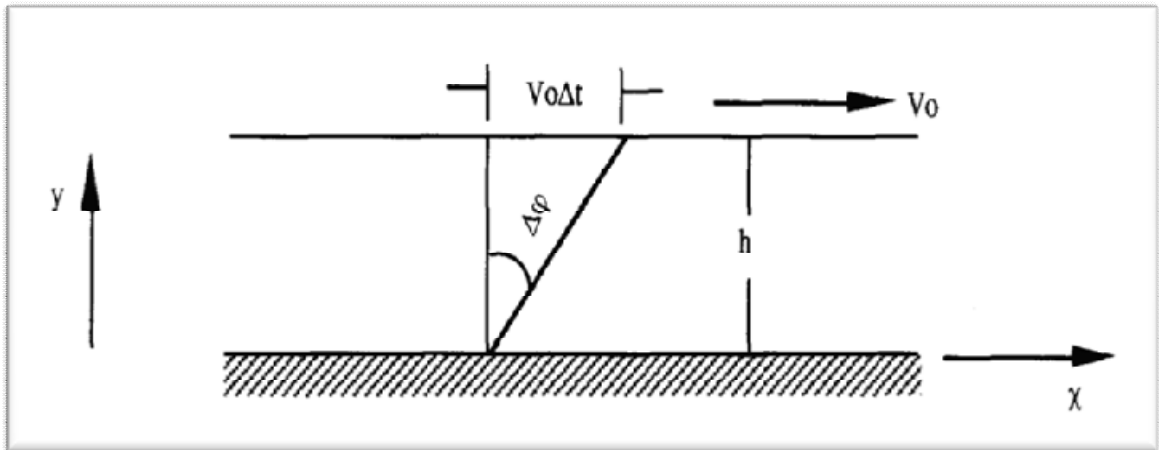
$$F = \mu \frac{AU_0}{h} \quad (1.4.3)$$

Η διατμητική δύναμη διαιρούμενη με το εμβαδόν τα επιφάνειας στην οποία ενεργεί, δίνει την διατμητική τάση τ . Είναι επομένως

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{U_0}{h} \quad (1.4.4)$$

Ο λόγος U_0/h δίνει την ταχύτητα γωνιακής παραμόρφωσης του ρευστού της οποίας το μέτρο εκφράζεται από την ταχύτητα μεταβολής της γωνίας $\Delta\varphi$ (Σχήμα 1.3). Θα είναι δηλαδή :

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{U_0}{h} \quad (1.4.5)$$



Σχήμα 1.3 Παραμόρφωση συνεκτικού ρευστού

Όταν η απόσταση h των παραλλήλων πλακών γίνει απειροστό μέγεθος, η μεταβολή της ταχύτητας γίνεται και αυτή απειροστή και η προηγούμενη σχέση παίρνει τη μορφή

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{du}{dy} \quad (1.4.6)$$

Στην περίπτωση της ευθυγράμμου κατανομής ταχύτητας, η τιμή του λόγου du/dy είναι ανεξάρτητη από την τιμή του y και επομένως η διατμητική τάση είναι ανεξάρτητη από την απόσταση y . Γενικά η κατανομή της ταχύτητας δεν είναι ευθύγραμμη αλλά ποικίλει με την απόσταση y . Έτσι, σε διαφορική μορφή, η σχέση (1.4.4) γράφεται:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1.4.7)$$

Ο συντελεστής αναλογίας μ ονομάζεται μοριακό ιξώδες ή δυναμικό ιξώδες. Η εξίσωση (1.4.7) εκφράζει το νόμο του ιξώδους του Newton.

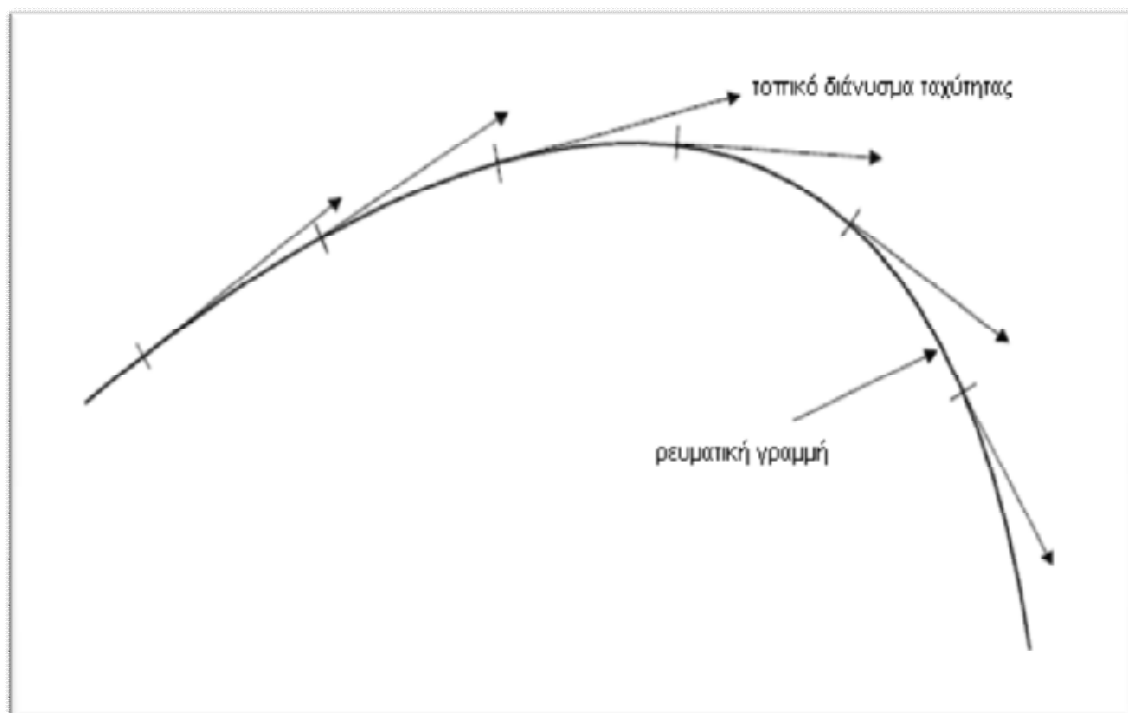
Μπορεί αντί του συντελεστή (μ) να γίνεται χρήση του κινηματικού συντελεστή συνεκτικότητας (κινηματικό ιξώδες) ν . Η σχέση που συνδέει τους δύο συντελεστές είναι:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}, \quad \mu = \frac{\rho \nu}{\gamma} \quad (1.4.8)$$

1.5 Κίνηση και ταχύτητα του ρευστού

Το υγρό θεωρείται ως ένα συνεχές μέσο, έτσι ώστε εάν καθορίσουμε ένα σημείο του χώρου όπου ένα ρευστό βρίσκεται σε κίνηση, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι το ρευστό ρέει συνεχώς και η ταχύτητα του ρευστού σ' αυτό το σημείο μπορεί να εκπροσωπηθεί σε μέγεθος και κατεύθυνση από ένα διάνυσμα.

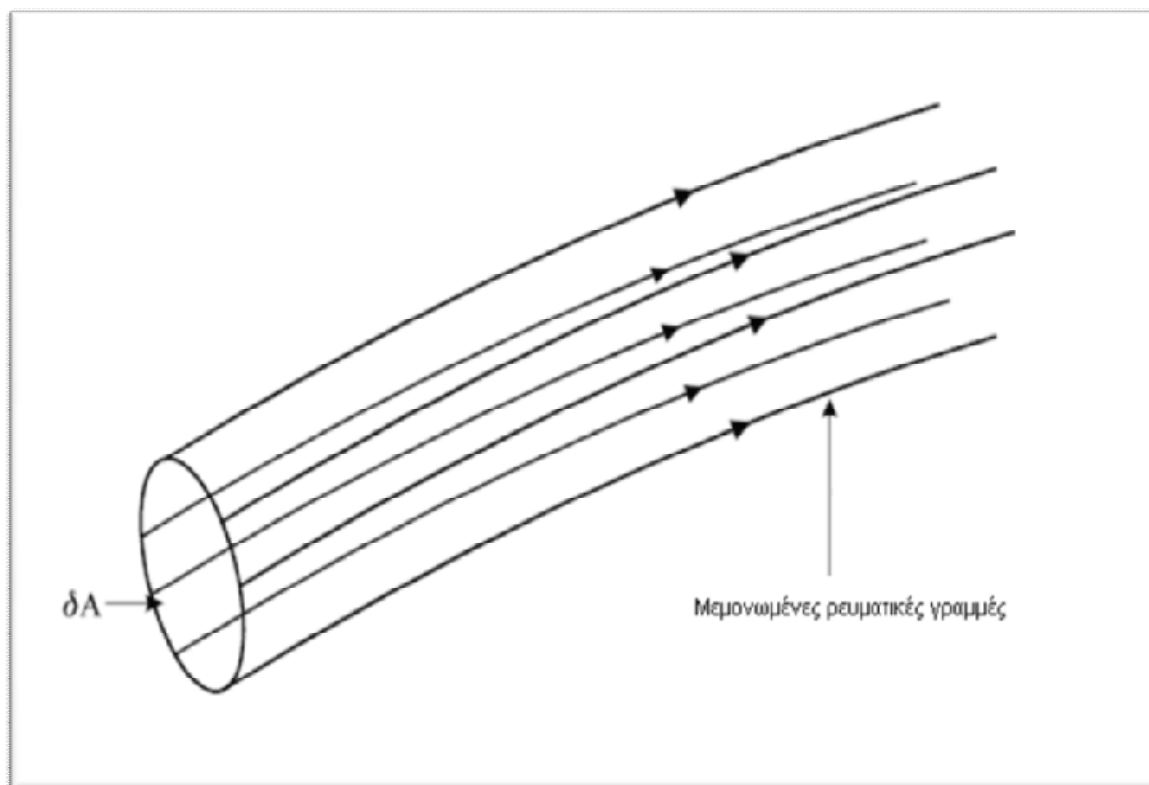
Αυτό ονομάζεται διάνυσμα της ταχύτητας και η συνολική κίνηση περιγράφεται από ένα σύνολο διανυσμάτων της ταχύτητας σε όλα τα σημεία του εν λόγω χώρου. Χαράσσοντας τώρα μια γραμμή μέσα στο υγρό, έτσι ώστε σε κάθε σημείο της γραμμής η εφαπτομένη είναι προς την κατεύθυνση του διανύσματος της ταχύτητας, έχουμε μια ρευματική γραμμική του υγρού, όπως φαίνεται στο (Σχήμα 1.4).



Σχήμα 1.4 Ορισμός ρευματικής γραμμής

Η εξίσωση Bernoulli ασχολείται με την περίπτωση όπου το πεδίο ταχύτητας είναι σταθερό, με το οποίο εννοούμε ότι η ταχύτητα σε κάθε σημείο της κίνησης δεν μεταβάλλεται με το χρόνο.

Εξετάζουμε τώρα μια δέσμη από ρευματικές γραμμές, όπως φαίνεται στο (Σχήμα 1.2). Δεδομένου ότι η κατεύθυνση της ταχύτητας του ρευστού σε κάθε σημείο πάνω στην επιφάνεια, προσδιορίζεται από τις ρευματικές γραμμές που απλώνονται κατά μήκος της επιφάνειας, κανένα υγρό δεν το διασχίζει και το υγρό που περιέχεται μέσα στη δέσμη πρέπει να θεωρηθεί ότι ρέει μέσα σε σωλήνα, το λεγόμενο ροϊκό σωλήνα.



Σχήμα 1.5 Ρευματικός σωλήνας

Εξετάζουμε ένα τμήμα μιας απειροελάχιστης περιοχής δA του ρευματικού σωλήνα. Αν η ταχύτητα κατά μήκος του σωλήνα στο τμήμα αυτό είναι u , τότε σε μονάδα χρόνου ο όγκος του υγρού που διέρχεται διαμέσου του τμήματος είναι $u\delta A$. Η μάζα του υγρού είναι $\rho u\delta A$. Αυτός είναι ο ρυθμός της ροής μάζας δm σε όλο το τμήμα, και δεδομένου ότι το ρευστό δεν περνάει από τα τοιχώματα του ρευματικού σωλήνα,

$$\delta m = \rho u\delta A = \text{σταθερή κατά μήκος του απειροελάχιστου ρευμ. σωλήνα} \quad (1.5.1)$$

Αυτή είναι μία μορφή της εξίσωσης συνέχειας της ροής. Διάφορες άλλες μορφές μπορεί να προέρχονται, όπως φαίνεται παρακάτω. Αν ο ρευματικός σωλήνας έχει πεπερασμένη διατομή, τότε ο ρυθμός ροής της μάζας είναι:

$$m = \int_A \rho u dA = \text{σταθερή κατά μήκος του ρευματικού σωλήνα} \quad (1.5.2)$$

Για την ιδιαίτερη περίπτωση κατά την οποία η πυκνότητα (ρ) και η ταχύτητα (u) παραμένουν σταθερά στη τμηματική περιοχή έχουμε:

$$m = \rho u A = \text{σταθερή κατά μήκος του ρευματικού σωλήνα} \quad (1.5.3)$$

Είναι μερικές φορές βολικό να αντιμετωπίσουμε τον όρο του όγκου ροής. Για τον απειροελάχιστο σωλήνα ο όγκος δQ που διασταυρώνει τη στοιχειώδη επιφάνεια δA ανά μονάδα χρόνου είναι:

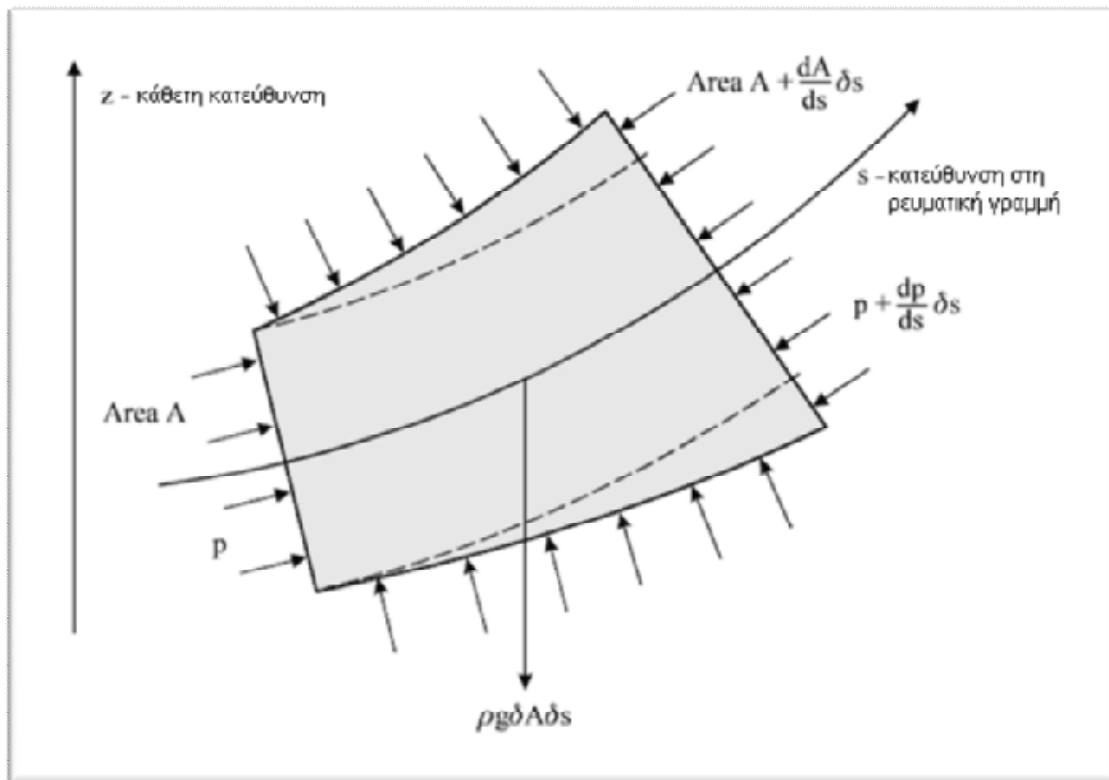
$$\delta Q = u \delta A \quad (1.5.4)$$

και αυτό είναι σταθερό κατά μήκος του ρευματικού σωλήνα μόνο αν η πυκνότητα ρ είναι σταθερή κατά μήκος του. Για ένα ρευματικό σωλήνα με πεπερασμένη διατομή επιφάνειας A , ο όγκος ροής είναι:

$$Q = \int_A u dA \quad (1.5.5)$$

και για τη συγκεκριμένη περίπτωση της σταθερής ταχύτητας στο τμήμα:

$$Q = uA \quad (1.5.6)$$



Σχήμα 1.6 Οι δυνάμεις που ασκούνται σ' ένα στοιχείο του ρευματικού σωλήνα

Θεωρούμε τώρα σταθερή κίνηση ενός υγρού κατά μήκος ενός στοιχειώδους ρευματικού σωλήνα. Το Σχήμα (1.6) δείχνει ένα στοιχειώδες μήκος δs και τις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό.

Η πίεση αυξάνει από p σε $p + \frac{dp}{ds} \delta s$ κατά μήκος του στοιχείου, καθώς και η περιοχή διατομής από A σε $A + \frac{dA}{ds} \delta s$

Οι δυνάμεις λόγω της πίεσης στο στοιχείο είναι οι εξής:

Σχετικά με το τμήμα στο s : pA στη κατεύθυνση s

Σχετικά με το τμήμα στο $s+\delta s$ $-\left(p + \frac{dp}{ds} \delta s\right) \left(A + \frac{dA}{ds} \delta s\right)$ στη κατεύθυνση s

Στο τοίχωμα του ρευματικού σωλήνα η πίεση ποικίλει από $p + \frac{dp}{ds} \delta s$

και η προβλεπόμενη περιοχή του τείχους σε επίπεδο κάθετο στη κατεύθυνση s είναι:

$$\left(A + \frac{dA}{ds} \delta s \right), \text{ viz. } \frac{dA}{ds} \delta s.$$

Έτσι, η συνιστώσα της δύναμης στη κατεύθυνση s κυμαίνεται μεταξύ:

$$p \frac{dA}{ds} \delta s \text{ και } \left(p + \frac{dp}{ds} \delta s \right) \frac{dA}{ds} \delta s$$

Στην πρώτη σειρά των απειροελάχιστων ποσοτήτων αυτό είναι:

$$p \frac{dA}{ds} \delta s$$

Η συνισταμένη δύναμη στη κατεύθυνση s που οφείλεται στην πίεση είναι:

$$pA - \left(p + \frac{dp}{ds} \delta s \right) \left(A + \frac{dA}{ds} \delta s \right) + p \frac{dA}{ds} \delta s$$

Που μειώνεται απλά σε:

$$-A \frac{dp}{ds} \delta s$$

Στην πρώτη σειρά του απειροελάχιστου. Η δύναμη λόγω του βάρους του υγρού είναι:

$$\rho g A \delta s$$

Ενεργώντας ανάποδα, και αν η κατεύθυνση z έχει ληφθεί κάθετα, αυτό είναι:

$$-\rho g A \delta s$$

στη κατεύθυνση z . Η συνιστώσα του παρόντος στη κατεύθυνση s είναι:

$$-\rho g A \delta s \frac{dz}{ds} \delta s$$

Η μάζα του υγρού μέσα στο στοιχείο είναι $\rho A \delta s$. Η συνιστώσα s της επιτάχυνσης του υγρού κατά μήκος της ρευματικής γραμμής μπορεί να προκύψει αναλόγως της μεταβολής της ταχύτητας du έναντι του μήκους δs του στοιχείου, το οποίο είναι

$$\delta u = \frac{du}{ds} \delta s$$

Ο χρόνος δt στον οποίο η αλλαγή ταχύτητας λαμβάνει χώρα είναι ο χρόνος που απαιτείται για το ρευστό να ταξιδέψει την απόσταση από το ένα άκρο, που η ταχύτητα είναι u , στο άλλο, όπου η ταχύτητα είναι:

$$u + \frac{du}{ds} \delta s$$

Έτσι, στην πρώτη σειρά των μικρών ποσοτήτων, ο χρόνος δt είναι:

$$\delta t = \frac{1}{u} \delta s$$

Η συνιστώσα s της επιτάχυνσης a_s είναι:

$$a_s = \frac{du}{dt} = \frac{\frac{du}{ds} \delta s}{\frac{1}{u} \delta s}$$

ή

$$a_s = u \frac{du}{ds}$$

Εξισώνοντας την επιτάχυνση της μάζας του ρευστού με την συνισταμένη δύναμη, η εξίσωση της κίνησης στη κατεύθυνση s είναι:

$$\rho A \delta s u \frac{du}{ds} = -A \frac{dP}{ds} \delta s - \rho g A \frac{dz}{ds} \delta s$$

Που οδηγεί στο συμπέρασμα:

$$u \frac{du}{ds} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{ds} + g \frac{dz}{ds} = 0 \quad (1.5.7)$$

Υπό την προϋπόθεση ότι η πυκνότητα ρ είναι σταθερή, η εξίσωση μπορεί να ολοκληρωθεί και να δώσει

$$\frac{1}{2}u^2 + \frac{p}{\rho} + gz = E \quad (1.5.8)$$

Όπου το E είναι σταθερό. Πολλαπλασιάζοντας με ρ έχουμε:

$$\frac{1}{2}\rho u^2 + p + \rho gz = P \quad (1.5.9)$$

Και διαιρώντας με g έχουμε:

$$\frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = H \quad (1.5.10)$$

Και οι δύο είναι μορφές της εξίσωσης του Bernoulli. Η πίεση P ονομάζεται συνολική πίεση και H το ολικό ύψος ενέργειας ή ολικό φορτίο. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το αποτέλεσμα έχει υπολογισθεί για σταθερή κίνηση ενός υγρού υπό πίεση και οι δυνάμεις βαρύτητας οφείλονται στη δράση του ιξώδους στα τοιχώματα του ρευματικού σωλήνα. Επίσης η πυκνότητα είναι σταθερή, οπότε το υγρό έχει εμφανιστεί σαν ασυμπίεστο.

Σημειώνεται επίσης ότι η ολοκλήρωση έχει σχέση με το s , δηλαδή, στην κατεύθυνση s κατά μήκος της ρευματικής γραμμής. Το αποτέλεσμα μπορεί έτσι να διατυπωθεί:

"Η συνολική πίεση (ή ολικό ύψος ενέργειας) είναι σταθερή κατά μήκος μιας ρευματικής ροής, σε σταθερή κίνηση ενός ασυμπίεστου ρευστού."

Η εξίσωση δε δίνει πληροφορίες ως προς τον τρόπο που η συνολική πίεση αλλάζει από τη μια ρευματική γραμμή στην άλλη.

Ο πρώτος όρος στην εξίσωση (1.5.9) εξαρτάται από την ταχύτητα u του υγρού, γι' αυτό αναφέρεται ως:

$$\frac{1}{2}\rho u^2 \text{ είναι η ταχύτητα πίεσης ή δυναμική πίεση}$$

Οι υπόλοιποι όροι εξαρτώνται από την πίεση p και από το ύψος θέσεως z , και αναφερόμαστε ως:

$$p + \rho g z \text{ είναι η πιεζομετρική πίεση}$$

Όταν το ρευστό είναι αέρας, η στατική πίεση p είναι πολύ πιο σημαντική από ό,τι το $\rho g z$.

Οι αλλαγές στην p στα πειράματα που περιγράφονται παρακάτω είναι συνήθως περίπου 1000 N/m^2 . Για αλλαγή του ύψους κατά 1 m , η αντίστοιχη μεταβολή του $\rho g z$ είναι περίπου 10 N/m^2 . Έτσι, στην πράξη, η εξίσωση Bernoulli για αέρα συχνά γράφεται ως:

$$\frac{1}{2}\rho u^2 + p = P$$

(1.5.11)

δεδομένου ότι η συμβολή του $\rho g z$ είναι συνήθως αμελητέα. Η εξίσωση είναι απολύτως έγκυρη, φυσικά, αν η p λαμβάνεται για την ένδειξη της πιεζομετρικής πίεσης.

Είδαμε ότι η εξίσωση του Bernoulli χρησιμοποιείται μόνο σε ένα ρευστό σταθερής πυκνότητας, ενώ έχει αναφερθεί στην προηγούμενη παράγραφο ότι μπορεί να εφαρμοστεί στον αέρα, όπου για αυτή τη περίπτωση η πυκνότητα σαφώς αλλάζει με τη θερμοκρασία και τη πίεση. Είναι δυνατόν να κάνουμε την εικασία ότι η πυκνότητα είναι σταθερή για την περίπτωση του αέρα; Από την ανάλυση που είναι πέραν της παρόντος εργασίας, μπορεί να αποδειχθεί ότι η P υπερβαίνει γενικά το $\frac{1}{2}\rho u^2 + p$ κατά ένα ποσό το οποίο αυξάνεται όσο αυξάνεται η ταχύτητα. Η γενική παράμετρος στον αριθμό Mach (Ma), ορίζεται ως ο λόγος της ταχύτητα u με την τοπική ταχύτητα του ήχου a , έτσι ώστε:

$$M_a = \frac{u}{a}$$

Κάποιες αριθμητικές τιμές, που υπολογίζονται για ροή αέρα στους 15°C , για τις οποίες η τιμή του a είναι 340 m/s , παρουσιάζονται στον πίνακα 1.1. Τώρα, σύμφωνα με την εξίσωση (1.5.11), η τιμή της ποσότητας αυτής στην τελευταία στήλη του πίνακα θα πρέπει να είναι ακριβώς 1, οπότε όταν οι αριθμοί στη στήλη αυτή υπερβαίνουν την μονάδα μπορεί να ληφθεί ως ένδειξη σφάλματος στη εξίσωση (1.5.11), λόγω τα συμπίεσης του αέρα.

Στα πειράματα που περιγράφονται στα επόμενα κεφάλαια, η ταχύτητα του αέρα σπάνια υπερβαίνει τα 50 m/s, οπότε το σφάλμα συμπίεστικότητας δεν υπερβαίνει το 0,5%, και η ροή μπορεί δικαιολογημένα να θεωρηθεί ως ασυμπίεστη.

u (m/s)	Ma = u/a	(P - p) /½ρu²
50	0.147	1.005
100	0.294	1.022
200	0.588	1.089
300	0.882	1.210
340	1	1.276

Πίνακας 1.1 Υπολογιζόμενη διαφορά μεταξύ της συνολικής πίεσης και της Στατικής Πίεσης ως συνάρτηση του αριθμού Mach

Η πυκνότητα ρ του αέρα μπορεί να υπολογιστεί από την βαρομετρική πίεση p και θερμοκρασία T_a από την εξίσωση του αερίου:

$$\frac{p}{\rho} = RT \quad (1.5.12)$$

Στην οποία, η ειδική σταθερά του αερίου R είναι:

$$R = 287.2 \text{ J/kgK} \quad (1.5.13)$$

ή

$$R = 287.2 \text{ Nm/kgK} \quad (1.5.13\alpha)$$

J αναφέρεται ως η μονάδα SI της ενέργειας, το joule (το οποίο ταυτίζεται με Nm) και K είναι η μονάδα της μέτρησης της θερμοκρασίας, Κέλβιν. Αν το t αντιπροσωπεύει τη θερμοκρασία σε $^{\circ}C$, τότε:

$$T = t + 273.15 \quad (1.5.14)$$

Και από τις εξισώσεις (1.5.12), (1.5.13) και (1.5.14) έχουμε:

$$\rho = \frac{p}{287.2(t + 273.15)} \text{ kg/m}^3 \quad (1.5.15)$$

Σ' αυτή την εξίσωση το p εκφράζεται σε N/m^2 και το t σε $^{\circ}C$. Κάποιες τυπικές τιμές της πυκνότητας ρ δίνονται στον πίνακα:

Pressure $p \times 10^5$ (N/m^2)	Temperature t ($^{\circ}C$)	Density ρ (kg/m^3)
0.95	10	1.168
	15	1.148
	20	1.128
	25	1.109
1.00	10	1.230
	15	1.208
	20	1.188
	25	1.168
1.01325	10	1.246
	15	1.224
	20	1.203
	25	1.183
1.05	10	1.291
	15	1.269
	20	1.247
	25	1.226

Πίνακας 1.2 Πυκνότητα αέρα

Να σημειωθεί ότι η πίεση $1.01325 \times 10^5 N/m^2$ είναι η ατμοσφαιρική πίεση.

Σε περίπτωση που η βαρομετρική πίεση δίνεται σε mm υδραργύρου, αυτό μπορεί να μετατραπεί σε μονάδες N/m^2 από την υδροστατική σχέση:

$$p = \rho gh$$

η οποία δίνει τη p πίεση που οφείλεται σε μια στήλη ύψους h του υγρού, πυκνότητας ρ , όπου ενεργεί βαρύτητα g . Χρησιμοποιώντας την τιμή $13590 kg/m^3$ για την πυκνότητα του υδραργύρου, και την τιμή $9,807 m/s^2$ για το ειδικό βάρος, στη συνέχεια $1 mm$ υδραργύρου παράγει πίεση p που δίνεται από:

$$p = 13590 \times 9.807 \times (1/1000)$$

ή

$$p = 133.3 N/m^2$$

Έτσι,

$$1\text{mm Hg} = 133.3 \text{ N/m}^2$$

Τα πειράματα που περιγράφονται στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούν ένα μανόμετρο που καταγράφει πιέσεις αέρα με μονάδες σε χιλιοστά της στήλης νερού. Είναι επομένως σκόπιμο να καθοριστεί η σχέση μεταξύ του ύψους κινητικής πίεσης $\frac{1}{2} \rho u^2$ σε μια αεροροή, και το αντίστοιχο εύρος των στηλών ύδατος με ανάγνωση h mm. Για αέρα με σταθερή πυκνότητα $\rho = 1,224 \text{ kg/m}^3$,

$$\frac{1}{2} \times 1.224 \times u^2 = 1000 \times 9.807 \times (h/1000)$$

ή

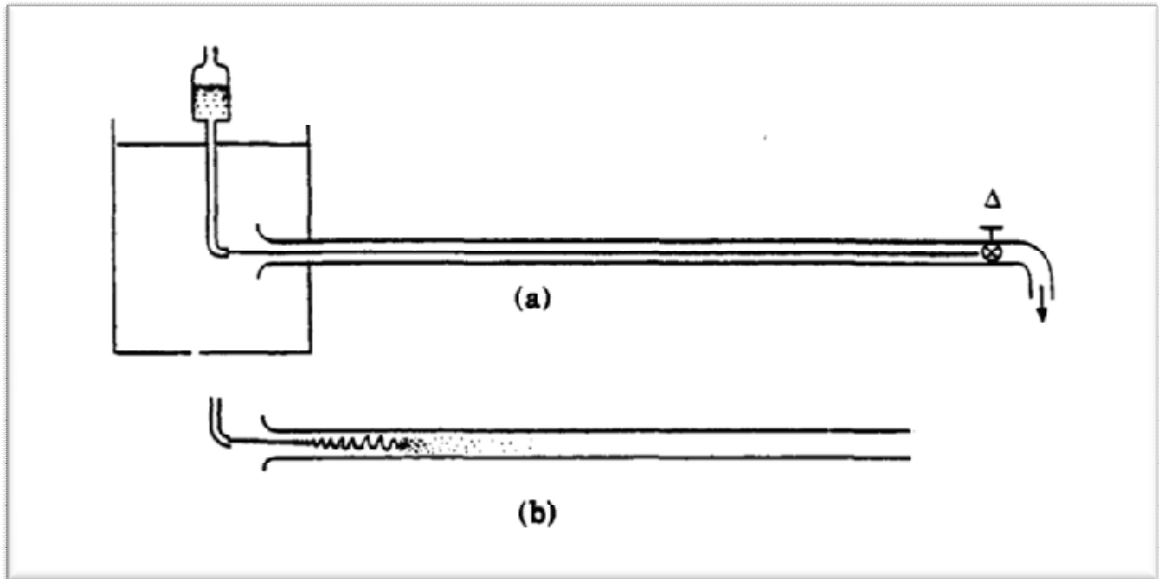
$$u = 4.00\sqrt{h} \text{ m/s}$$

2. Θεωρία στα οριακά στρώματα:

2.1 Αριθμός Reynolds

Ο χαρακτήρας της ροής πραγματικού ρευστού, καθώς και το πεδίο ταχυτήτων και πιέσεων, καθορίζεται από το σχετικό μέγεθος των δυνάμεων αδράνειας και ιξώδους. Μέτρο σύγκρισης αυτών των δυνάμεων αποτελεί ο αριθμός Reynolds.

Για μικρές δυνάμεις αδράνειας σε σχέση με τις δυνάμεις συνεκτικότητας, οπότε ο αριθμός Reynolds είναι μικρός, η ροή επηρεάζεται σημαντικά από τις ιξώδεις δυνάμεις και είναι μόνιμη, δηλαδή στρωτή.



Σχήμα 2.1 Συσκευή Reynolds

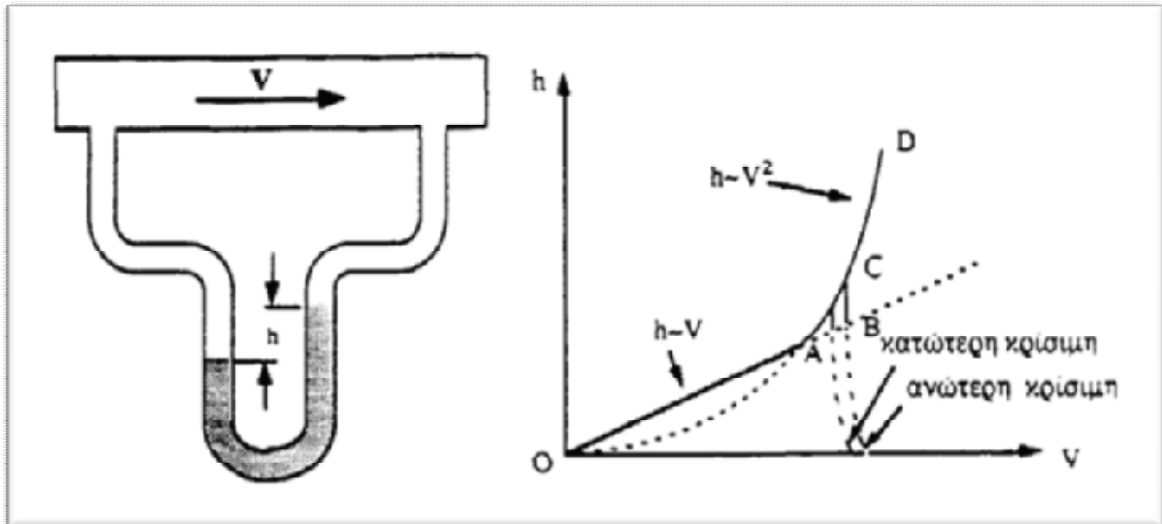
Αν οι δυνάμεις αδράνειας είναι σημαντικές σε σχέση με τις δυναμικές ιξώδεις, οπότε ο αριθμός Reynolds είναι μεγάλος, τότε η ροή επηρεάζεται κατά κύριο λόγο από τις δυνάμεις αδράνειας και χαρακτηρίζεται σαν ασταθής ή τυρβώδης.

Οι δύο τύποι ροής, η στρωτή και η τυρβώδης, μελετήθηκαν από τον Osborne Reynolds με τη συσκευή του Σχήματος 2.1. Η ροή του ρευστού γίνεται μέσα σε ένα γυάλινο σωλήνα όπου η παροχή ρυθμίζεται με μια δικλείδα Δ . Από το άνοιγμα εισροής του σωλήνα, με τη βοήθεια μιας διατάξεως, εισάγεται λεπτή δέσμη χρωματισμένου διαλύματος. Για μικρές παροχές η δέσμη της βαφής ακολουθεί μέσα στο σωλήνα μια ευθεία γραμμή, δείχνοντας έτσι ότι η ροή είναι γραμμική (Σχήμα 2.1(α)). Αυξανόμενης της παροχής πέρα από μια κρίσιμη τιμή, η χρωματισμένη φλέβα αρχίζει να κυματίζει και τελικά διασπάται και διαχέεται σε όλο το σωλήνα (Σχήμα 2.1 (β)).

Η ροή έχει μετατραπεί σε τυρβώδη με ανταλλαγή ορμής κατά τρόπο ανάλογο προς τη μοριακή μεταφορά ορμής.

Για τον κυκλικό αγωγό ο Reynolds πήρε σαν χαρακτηριστική ταχύτητα τη μέση ταχύτητα $U = 4Q/\pi D^2$ και σαν χαρακτηριστικό μήκος τη διάμετρο D του σωλήνα, δηλαδή $Re = \rho U D / \mu$.

Κατά τη διάρκεια του πειράματος ο Reynolds, ξεκινώντας με τυρβώδη ροή στο σωλήνα, παρατήρησε ότι ελαττώνοντας την ταχύτητα η ροή γίνεται πάντα γραμμική όταν ο αριθμός Re παίρνει τιμές μικρότερες του 2000. Η τιμή αυτή είναι η κατώτερη κρίσιμη τιμή για ροή μέσα σε κυκλικούς αγωγούς κυκλικής διατομής.



Σχήμα 2.2 Συσσκευή για τη διάκριση της στρωτής και της τυρβώδους ροής

Πειραματικά έχει επιτευχθεί γραμμική ροή σε σωλήνες για τιμές του Re μέχρι και 50.000 (ανώτερη κρίσιμη τιμή του Reynolds). Στις περιπτώσεις όμως αυτές η ροή είναι ασταθής και μια ελαχίστη διαταραχή τη μεταβάλλει σε τυρβώδη. Η ύπαρξη των δύο τύπων ροής μπορεί ναδειχτεί επίσης με τη συσκευή του Σχήματος 2.2.

Η πτώση της πίεσης μεταξύ δύο σημείων σε ένα μακρύ ευθύ σωλήνα, μετριέται από το ύψος h που συσχετίζεται με το μέσο όρο της ταχύτητας U της ροής. Για μικρές τιμές της U το διάγραμμα του h σε συνάρτηση με την ταχύτητα είναι μια ευθεία γραμμή ($h \sim U$). Για μεγαλύτερες όμως τιμές το αποτέλεσμα είναι μια παραβολική καμπύλη ($h \sim U^n$) όπου ο εκθέτης (n) μεταβάλλεται από 1.75 έως 2. Στην πρώτη περίπτωση η ροή είναι γραμμική ενώ στη δεύτερη τυρβώδης. Μεταξύ αυτών των δύο τύπων ροής υπάρχει μια μεταβατική περιοχή. Αυξανόμενης βαθμιαία της ταχύτητας U τα δεδομένα ακολουθούν τη γραμμή OAB ενώ μειωμένης της ταχύτητας από μια υψηλή τιμή ακολουθούν τη $DCAO$. Από τα αποτελέσματα αυτά και τις παρατηρήσεις του Reynolds, προκύπτει ότι τα σημεία A και B χαρακτηρίζουν τη χαμηλότερη και την υψηλότερη κρίσιμη ταχύτητα.

2.2 Οριακό στρώμα και συνθήκες δημιουργίας του

Η δημιουργία οριακού στρώματος λαμβάνει χώρα όταν ένα σώμα είναι βυθισμένο σε συνεκτικό ρευστό και μεταξύ αυτών υφίσταται σχετική κίνηση. Στο Σχήμα 2.3 δείχνεται το ποιοτικό διάγραμμα κατανομής της ταχύτητας ρευστού που κινείται κοντά σε στερεή επίπεδη επιφάνεια, παράλληλη στη

διεύθυνση της ροής. Μέχρι την αρχή ($x=0$) της επίπεδης επιφάνειας, η ταχύτητα U_∞ της παραλλήλου ροής παραμένει σταθερή.

Από κει και πέρα το πείραμα δείχνει ότι λόγω της εσωτερικής τριβής η ταχύτητα πολύ κοντά στη στερεά επιφάνεια είναι μηδενική και βαθμιαία αυξανόμενου του y για x =σταθερό, αυξάνεται μέχρις ότου αποκτήσει πάλι την τιμή U_∞ . Η περιοχή μέσα στην οποία η ταχύτητα του ρευστού μεταβάλλεται από $u=0$ στην επίπεδη στερεά επιφάνεια σε $u= U_\infty$. Στο εξωτερικό ροϊκό πεδίο, ονομάζεται οριακό στρώμα. Πάχος δ του οριακού στρώματος, για κάποιο x της επίπεδης πλάκας, λέγεται η παράλληλη απόσταση της τον άξονα y στην οποία αποκαθίσταται η ταχύτητα στην τιμή U_∞ .

Παρατηρούμε ότι η U_∞ δεν αποκαθίσταται παρά μόνο σε άπειρη απόσταση. Πειραματικά έχειδειχτεί ότι σε μικρή απόσταση από την πλάκα η ταχύτητα ελάχιστα διαφέρει της U_∞ . Και επειδή οι πειραματικές μετρήσεις παρουσιάζουν σφάλματα περίπου 1%, δεχόμαστε σαν πάχος δ του οριακού στρώματος για κάποιο x την απόσταση από την πλάκα για την οποία ισχύει:

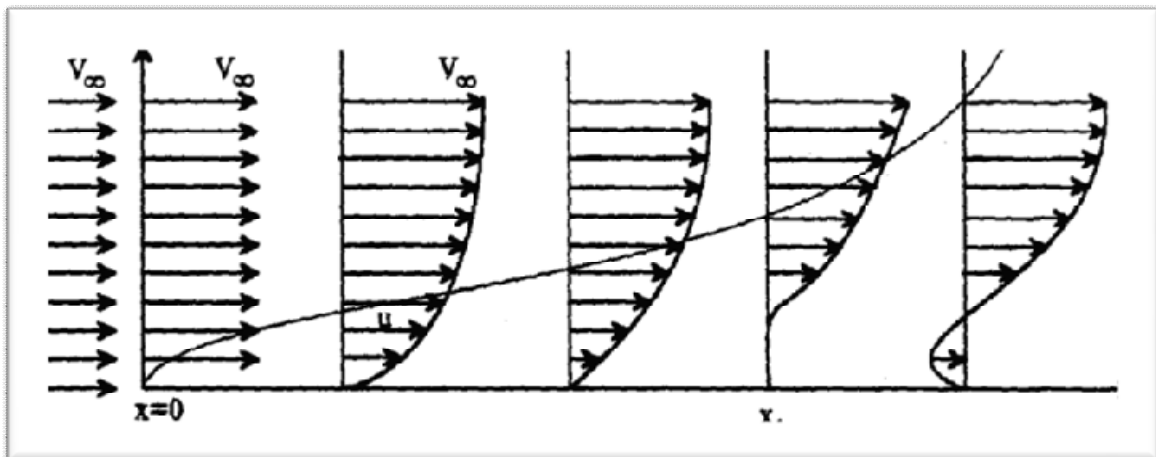
$$\frac{U_\infty - u(\delta)}{U_\infty} \cong \frac{1}{100}$$

Στους συνηθισμένους όμως υπολογισμούς του δ , όπου οι εισαγόμενες απλουστευτικές παραδοχές, συνεπάγονται λάθη μεγαλύτερα του 1%.

Δεχόμαστε ότι $(u)\delta = U_\infty$. Στο οριακό στρώμα ισχύει ο νόμος του Newton, κατά τον οποίο η αναπτυσσόμενη διατμητική τάση δίνεται από τη σχέση:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

(2.2.1)



Σχήμα 2.3 Οριακό στρώμα

όπου μ είναι ο συντελεστής του δυναμικού ιξώδους και du/dy η μεταβολή της ταχύτητας στο οριακό στρώμα.

Εκτός από την επίδραση της διατμητικής τάσεως, το ρευστό μέσα στο οριακό στρώμα υπόκειται σε μια κλίση πιέσεως που καθορίζεται από τη δυναμική ροή. Όταν η πίεση ελαττώνεται κατά τη διεύθυνση της ροής ($dp/dx < 0$) το πάχος του οριακού στρώματος τείνει να ελαττωθεί.

Αντίθετα όταν η πίεση αυξάνεται κατά τη διεύθυνση της ροής ($dp/dx > 0$) το πάχος του οριακού στρώματος αυξάνεται γρήγορα. Στην περίπτωση αυτή η σύγχρονη επενέργεια της διατμητικής τάσεως και της δυνάμεως που προκαλεί την αύξηση της πιέσεως ελαττώνει την ορμή στο οριακό στρώμα και σε κάποιο σημείο x_A (Σχήμα 2.3) η ροή ανακόπτεται. Για $0 < x < x_A$ η ροή μπορεί να θεωρηθεί σαν στρωτή και μόνιμη. Η περιοχή αυτή ονομάζεται στρωτό οριακό στρώμα.

Από τη θέση x_A και πέρα η μορφή του οριακού στρώματος αλλάζει διότι εμφανίζεται κοντά στην πλάκα μεταβολή της ροής. Αυτό σημαίνει ότι ο χώρος γύρω στο x_A γίνεται έδρα γενέσεως στροβίλων στη ροή του ρευστού, πράγμα που συνεπάγεται την εξαφάνιση της στρωτής και μόνιμης ροής η οποία υπήρχε μέχρι το x_A .

Η διαταραχή της ροής παρατηρήθηκε ότι επεκτείνεται αυξανόμενου του x σε ολοένα μεγαλύτερη απόσταση από την πλάκα και μάλιστα με μεγαλύτερη κλίση. Αν η πλάκα έχει πεπερασμένο μήκος, η οποία όμως να περιέχει το x_A τότε μετά το πέρασ της η διαταραχή δεν αυξάνεται σε εύρος. Αντίθετα λόγω της εσωτερικής τριβής έχουμε εξασθένηση των στροβιλισμών, και σε μεγάλη απόσταση από την πλάκα η ροή επανέρχεται στη μόνιμη μορφή της.

Η θέση $x = x_A$ με $(\partial u / \partial y)_{y=0} = 0$ στην οποία αρχίζει η αναστροφή της ροής, ονομάζεται σημείο αποκολλήσεως.

Το οριακό στρώμα πέρα από το x_A καλείται τυρβώδες οριακό στρώμα. Λεπτομερέστερη εξέταση της περιοχής αυτής έδειξε ότι λίγο μετά το x_A και πολύ κοντά στην πλάκα αρχίζει να σχηματίζεται νέο στρωτό οριακό στρώμα κάτω από το τυρβώδες καλούμενο στρωτό οριακό υπόστρωμα. Οι παρασυρόμενοι δηλαδή με τη ροή στρόβιλοι του τυρβώδους στρώματος «κυλίσουν» κατά κάποιο τρόπο πάνω στο υπόστρωμα.

Στο τυρβώδες οριακό στρώμα ο νόμος της τριβής κατά Newton δεν βρίσκει εφαρμογή διότι η διατμητική τάση είναι πολύ μεγαλύτερη από εκείνη του στρωτού οριακού στρώματος. Ο Boussinesq (1877) πρότεινε ανάλογη σχέση που συνδέει τη διατμητική τάση με τη βαθμίδα της ροϊκής ταχύτητας και του συντελεστή ιξώδους δίνης η:

$$\tau = n \frac{du}{dy} \quad (2.2.2)$$

Σε πολλές πρακτικές περιπτώσεις το μοριακό ιξώδες και το ιξώδες δίνης συντελούν στην ανάπτυξη διατμητικών τάσεων το μέγεθος των οποίων ορίζεται από τη σχέση:

$$\tau = (\mu + n) \frac{du}{dy} \quad (2.2.3)$$

Η μελέτη του τρόπου εμφανίσεως όπως και του μηχανισμού εξελίξεως του οριακού στρώματος πάνω σε ένα στερεό όριο αποκτά τεράστιο ενδιαφέρον στις αεροδυναμικές και υδροδυναμικές κατασκευές.

2.3 Περιγραφή της τυρβώδους ροής

Η τυρβώδης ροή χαρακτηρίζεται από έντονες χρονικές και τοπικές διακυμάνσεις των διαφόρων ροϊκών μεγεθών, ώστε να είναι αδύνατο να περιγραφούν με ακρίβεια ως προς το χρόνο και το χώρο.

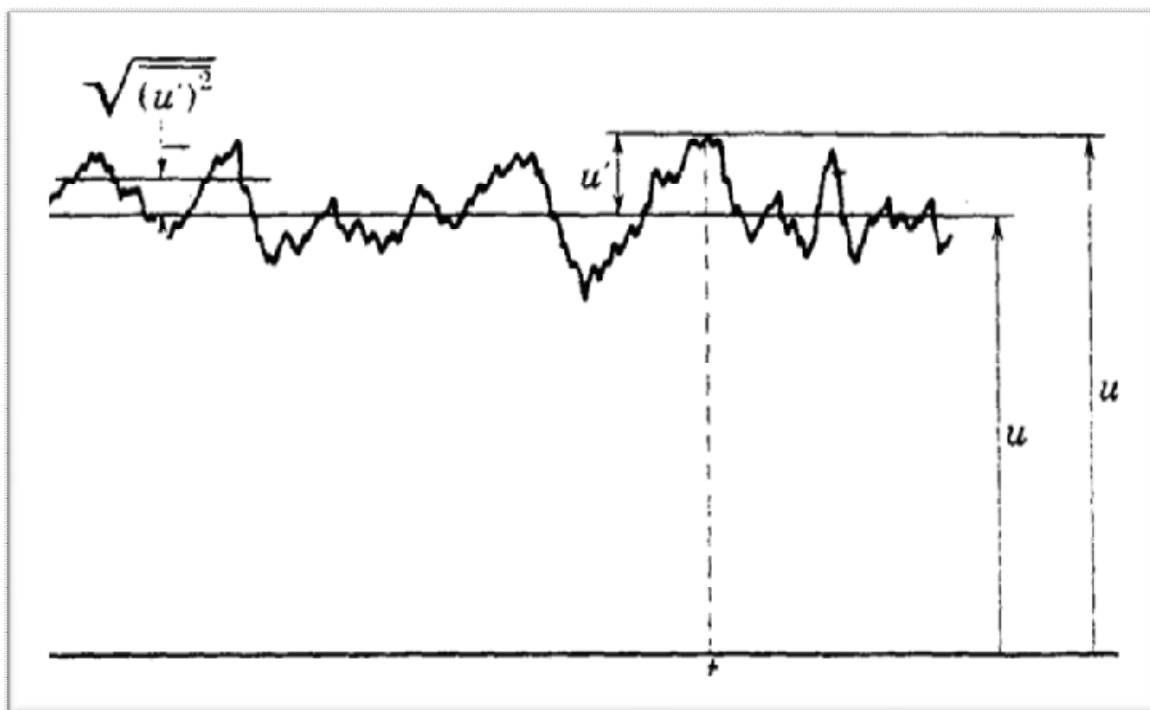
Για αυτό κρίνεται σκόπιμο καθένα μέγεθος να θεωρείται σαν άθροισμα μιας μέσης τιμής και μιας μεταβαλλόμενης συνιστώσας.

Έτσι για τις τρεις συνιστώσες της ταχύτητας και της πίεσης μπορούμε να γράψουμε:

$$u_i = u + u', \quad v_i = v + v', \quad w_i = w + w', \quad P = P + P' \quad (2.3.1)$$

όπου με u, v, w, P παριστάνονται οι μέσες τιμές και με u', v', w', P' οι μεταβαλλόμενες.

Στο Σχήμα 2.4 δείχνονται οι διακυμάνσεις της ταχύτητας u σε συνάρτηση με το χρόνο t . Κατά τη χρονική στιγμή t_x η ταχύτητα του ρευστού είναι $u_i = u + u'$



Σχήμα 2.4 Μεταβολή της ταχύτητας με το χρόνο σε τυρβώδη ροή

Η μέση ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο Δt , ορίζεται από τη σχέση:

$$u = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} u_i dt$$

όπου ο χρόνος Δt είναι αρκετά μεγάλος ώστε η μέση τιμή της ταχύτητας να είναι ανεξάρτητη απ' αυτόν.

Η μέση τιμή της μεταβαλλόμενης συνιστώσας, επειδή παίρνει θετικές και αρνητικές τιμές, είναι μηδέν. Είναι δηλαδή:

$$\bar{u}' = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} u' dt = 0$$

Αν και η μέση τιμή της u' (όπως και των u', w') είναι μηδέν, εντούτοις υπάρχει η τετραγωνική ρίζα της μέσης χρονικής τιμής του τετραγώνου της διακυμάνσεως $\sqrt{u'^2}$, με:

$$\sqrt{u'^2} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} u'^2 dt$$

η οποία καλείται και ένταση της τύρβης.

Πολλές φορές η ένταση της τύρβης ορίζεται από τους λόγους:

$$\frac{\sqrt{u'^2}}{u}, \quad \frac{\sqrt{v'^2}}{v} \quad \text{και} \quad \frac{\sqrt{w'^2}}{w}$$

οι οποίοι εκφράζουν το σχετικό μέγεθος των διακυμάνσεων προς τη μέση ταχύτητα. Η παραγωγή της εξίσωσης έγινε χωρίς να υπάρχει περιορισμός στο είδος της ροής.

Έτσι θα ισχύει και για την περίπτωση της τυρβώδους ροής, όπου όμως οι στιγμιαίες συνθήκες είναι χωρίς πρακτική χρησιμότητα εφόσον δεν μπορούν να περιγραφούν χρονικά και τοπικά. Χρήσιμες πληροφορίες προκύπτουν αν οι στιγμιαίες τιμές των ταχυτήτων και των πιέσεων αντικατασταθούν με τις εκφράσεις της (2.3.1) και πάρουμε τις μέσες χρονικές στιγμές. Με στιγμιαίες τιμές η εξίσωση (2.3.2) γίνεται:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_i}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} = u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial u_i}{\partial t} \quad (2.3.2)$$

Στο δεξιό μέλος της εξίσωσης αυτής μπορούμε να προσθέσουμε τον όρο u_i , $(\partial u_i / \partial x + \partial u_i / \partial y)$, χωρίς να μεταβληθεί η ισότητα αφού η ποσότητα που βρίσκεται μέσα στην παρένθεση για ασυμπίεστη ροή είναι ίση με μηδέν.

Το δεύτερο μέλος της (6.3.2) γίνεται:

$$u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial y} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial u_i}{\partial t}$$

πού είναι ισοδύναμο με:

$$\frac{\partial u_i^2}{\partial x} + \frac{\partial(u_i v_i)}{\partial y} + \frac{\partial u_i}{\partial t}$$

Έτσι η εξίσωση (2.3.2) παίρνει τη μορφή

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_i}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} = \frac{\partial u_i^2}{\partial x} + \frac{\partial(u_i v_i)}{\partial y} + \frac{\partial u_i}{\partial t}$$

ή

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_i}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial u_i}{\partial y} - u_i v_i \right) = \frac{\partial u_i^2}{\partial x} + \frac{\partial u_i}{\partial t} \quad (2.3.3)$$

Αντικαθιστώντας τις στιγμιαίες τιμές με τις εκφράσεις (2.3.1) και παίρνοντας τις μέσες χρονικές στιγμές, έχουμε:

Για τον πρώτο όρο,

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}_i}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{P} + \overline{P}') = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{P}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{P}'}{\partial x} \right)$$

Και

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}_i}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x}$$

(2.3.4)

διότι η μέση τιμή της P' είναι μηδέν. Για το δεύτερο όρο:

$$\begin{aligned} \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial y} - \overline{u_i v_i} &= \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u} + \overline{u}') - \overline{(\overline{u} + \overline{u}')(\overline{v} + \overline{v}')} \\ &= \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u}'}{\partial y} \right) - (\overline{u\overline{v}} + \overline{u'\overline{v}'} + \overline{u\overline{v}'} + \overline{u'\overline{v}}) \end{aligned}$$

Η μέση τιμή των όρων $\overline{u\overline{v}'}$ και $\overline{u'\overline{v}}$ είναι ίση με μηδέν, διότι και οι δύο είναι γινόμενα μιας σταθερής και μιας μεταβαλλόμενης τιμής.

Επίσης με μηδέν ισούται και η μέση τιμή της u' . Έτσι η προηγούμενη σχέση γίνεται

$$\frac{\mu \overline{\partial u_i}}{\rho \partial y} - \overline{u_i v_i} = \frac{\mu \partial \bar{u}}{\rho \partial y} - \bar{u} \bar{v} - \overline{u'v'}$$

Παραγωγίζοντας την ανωτέρω σχέση ως προς y , παίρνουμε:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu \overline{\partial u_i}}{\rho \partial y} - \overline{u_i v_i} \right) = \frac{\mu \partial^2 \bar{u}}{\rho \partial y^2} - \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} - \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{(u'v')}}{\partial y} \quad (2.3.5)$$

Για το πρώτο όρο του δεξιού μέλους της (2.3.3)

$$\frac{\partial \overline{u_i^2}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \overline{(\bar{u} + u')^2} = \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}^2 + 2\bar{u}u' + u'^2) = \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}^2 + u'^2) = 2\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial y} \quad (2.3.6)$$

Για το τελευταίο όρο της (2.3.3) είναι

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \overline{(\bar{u} + u')} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u'}}{\partial t} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \quad (2.3.7)$$

Με αντικατάσταση των (2.3.4), (2.3.5), (2.3.6) και (2.3.7) στην (2.3.3), προκύπτει:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{\mu \partial^2 \bar{u}}{\rho \partial y^2} - \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} - \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{(u'v')}}{\partial y} = 2\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \quad (2.3.8)$$

Επειδή $\partial \bar{u} / \partial x + \partial \bar{v} / \partial y = 0$ και $\bar{u} \partial \bar{u} / \partial x + \bar{v} \partial \bar{u} / \partial y + \partial \bar{u} / \partial t = \frac{D\bar{u}}{Dt}$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{\mu \partial^2 \bar{u}}{\rho \partial y^2} - \frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} = \frac{D\bar{u}}{Dt} \quad (2.3.9)$$

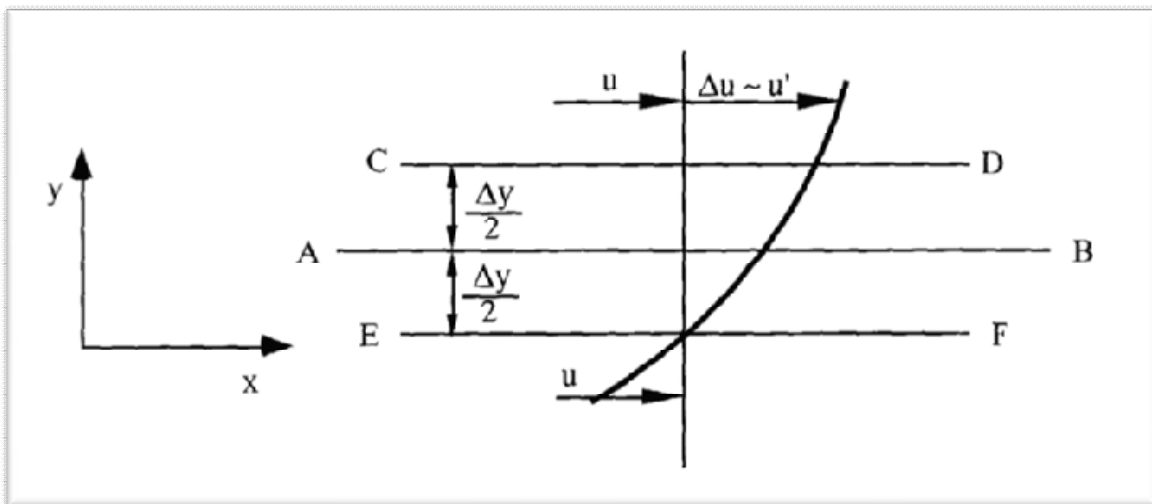
Συγκρίνοντας την (2.3.9) με την (2.3.2) βλέπουμε ότι η πρώτη εξίσωση περιέχει επιπλέον το άθροισμα $\partial \overline{u'^2} / \partial x + \partial \overline{(u'v')} / \partial y$, αποτελούμενο από δύο όρους, οι οποίοι περιγράφουν την επίδραση των τυρβωδών διακυμάνσεων.

Η εξίσωση (6.4.8) μπορεί να γραφεί με τη μορφή

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho u'^2}) - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{\rho u' v'}) = \rho \frac{D \bar{u}}{Dt} \quad (2.3.10)$$

Παρατηρούμε ότι η επίδραση της τύρβης εκφράζεται με την εμφάνιση των τάσεων της μορφής $-\rho u'^2$, $-\rho u'v'$ οι οποίες καλούνται φαινομενικές τάσεις ή τάσεις Reynolds,

Για την πληρέστερη εικόνα της εμφανίσεως των φαινομενικών τάσεων θα θεωρήσουμε την περίπτωση της παραλλήλου ροής κατά τον άξονα x όπου υπάρχει κλίση της μέσης ταχύτητας \bar{u} κατά τον άξονα y (Σχήμα 2.5). Εξαιτίας των τυρβωδών διακυμάνσεων της ταχύτητας, ρευστά σωματίδια προερχόμενα από τις επιφάνειες CD και EF ανταλλάσσουν ορμή διαμέσου της επιφάνειας AB . Έτσι μία μάζα κινούμενη από την επιφάνεια EF όπου η μέση ταχύτητα είναι \bar{u} , προς την επιφάνεια CD , όπου η μέση ταχύτητα είναι $\bar{u} + \Delta \bar{u}$ αυξάνει την αρχική της ορμή. Αντίθετα μία μάζα που κινείται από την ανώτερη ζώνη προς την κατώτερη, ελαττώνει την ορμή της.



Σχήμα 2.5 Μεταφορά ρευστών σωματιδίων εγκάρσια από AB (τυρβώδη ροή)

Αποτέλεσμα αυτής της μεταφοράς ορμής διαμέσου της AB είναι η εμφάνιση των τάσεων Reynolds.

Η στιγμιαία παροχή μάζας ανά μονάδα επιφάνειας διαμέσου της AB είναι $\rho u'$. Αν η απόσταση Δy επιλεγεί κατά τέτοιο τρόπο, ώστε η μέση τιμή του $+u'$ στην ανώτερη ζώνη να είναι ίση με $\Delta \bar{u}$, τότε η διαμητική δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας κατά μήκος του επιπέδου AB είναι $-\rho u' \Delta \bar{u} = -\rho u' u'$ ενώ κατά τον άξονα των y η ανά μονάδα επιφάνειας ασκούμενη δύναμη είναι $-\rho u' u' = -\rho u'^2$. Παίρνοντας τις μέσες τιμές αυτών των ποσοτήτων, έχουμε τις φαινομενικές τάσεις

$$\tau_n = -\overline{\rho u'^2} \quad \text{και} \quad \tau_t = -\overline{\rho u' v'}$$

Τα αρνητικά πρόσημα εμφανίζονται διότι τα $\overline{v'^2}$, $\overline{v'u'}$ κατά μέσο όρο είναι αρνητικά. Οι τάσεις αυτές, οι οποίες προέρχονται από την επίδραση των τυρβωδών διακυμάνσεων της ταχύτητας, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι προστίθενται στις τάσεις οι οποίες οφείλονται στη μοριακή συνεκτικότητα του ρευστού.

Για την περίπτωση της παραλλήλου ροής η συνολική διατμητική τάση θα είναι:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} - \rho \overline{v'u'} \quad (2.3.11)$$

Στην πλήρη τυρβώδη ροή, η στρωτή διατμητική τάση $\mu \partial u / \partial y$ είναι αμελητέα σε σύγκριση με την τυρβώδη διατμητική τάση γι' αυτό και παραλείπεται. Ο όρος $-\rho \overline{v'u'}$ μηδενίζεται όταν η ροή είναι στρωτή.

Την έκφραση που συνδέει τη διατμητική τάση της τυρβώδους ροής με τη βαθμίδα της ροϊκής ταχύτητας, έδωσε ο Boussinesq εισάγοντας το συντελεστή τυρβώδους συνεκτικότητας σε αναλογία με το συντελεστή μοριακής συνεκτικότητας.

Η ολική διατμητική τάση κατά Boussinesq στην τυρβώδη ροή δίνεται από τη σχέση:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} + \eta \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.3.12)$$

όπου η ο συντελεστής της τυρβώδους συνεκτικότητας. Σε αντιστοιχία με το κινηματικό ιξώδες $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ ο Boussinesq όρισε και το κινηματικό ιξώδες δίνης.

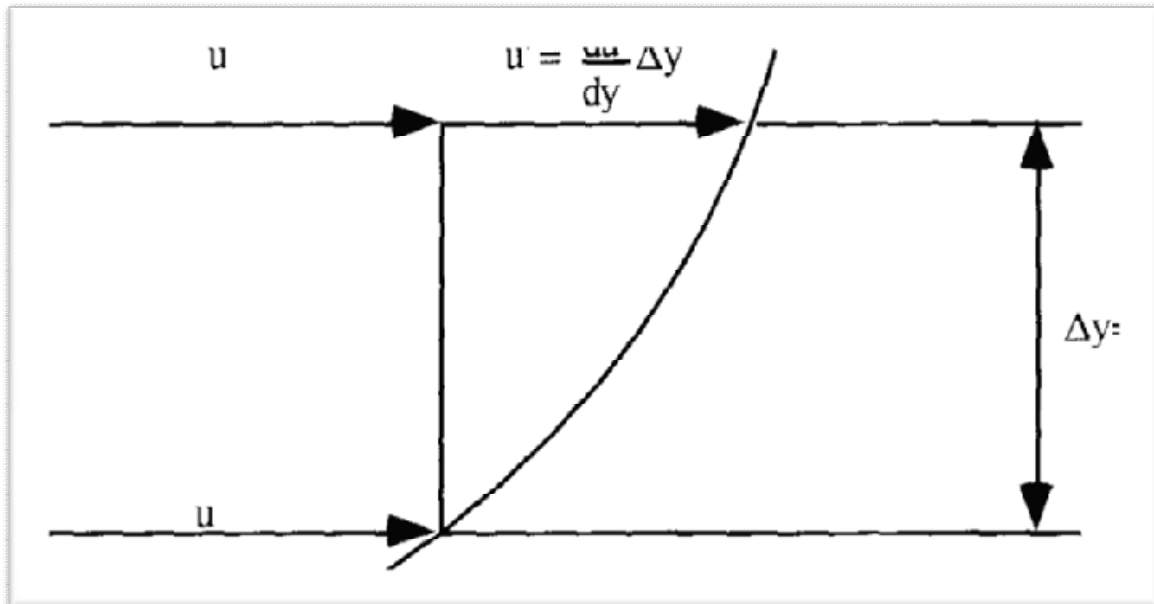
$$\varepsilon = \frac{\eta}{\rho} \quad (2.3.13)$$

Στις συνήθεις εφαρμογές είναι $\varepsilon \gg \nu$. Γι' αυτό το ιξώδες δίνης έχει μεγαλύτερη σημασία στους υπολογισμούς. Ο Boussinesq θεώρησε ότι ο συντελεστής η είναι σταθερός. Στην πραγματικότητα όμως, όπως αποδεικνύεται πειραματικά, το η εξαρτάται από την ένταση των τυρβωδών διακυμάνσεων των διαφόρων μεγεθών οι οποίες δύσκολα μπορούν να μετρηθούν. Θα έπρεπε επομένως να βρεθεί μια σχέση του συντελεστή η με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της ροής. Αυτό το πέτυχε ο Prandtl εισάγοντας την έννοια του μήκους αναμίξεως l . Σαν μήκος αναμίξεως όρισε την απόσταση κατά την οποία πρέπει να μετακινηθεί ένα σύνολο ρευστών σωματιδίων κάθετα προς τη διεύθυνση ροής με την αρχική μέση ταχύτητα, ώστε η διαφορά της αρχικής μέσης ταχύτητας και της μέσης ταχύτητας στη νέα θέση να εξισωθεί με τη διακύμανση της ταχύτητας κατά τη διεύθυνση της μέσης ροής, δηλαδή $\Delta \bar{u} = |u'|$.

Επίσης έδειξε ότι σε κάθε τυρβώδη ροή οι ταχύτητες $|u'|$ και $|v'|$ πρέπει να είναι ανάλογες μεταξύ τους και της αυτής τάξεως μεγέθους.

Από το Σχήμα 2.6 έχουμε ότι $\Delta u = l, du/dy$ και επομένως

$$|\overline{u'}| = l \frac{du}{dy}$$



Σχήμα 2.6 Μήκος αναμίξεως του Prandtl

Αν δε λάβουμε υπόψη ότι $|\overline{v'}| = |\overline{u'}|$ τότε

$$\tau_t = -\rho \overline{u'v'} = \rho l^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2$$

Ενσωματώνοντας τη σταθερά αναλογίας στο l , παίρνουμε την εξίσωση που ορίζει το μήκος αναμίξεως

$$\tau_t = \rho l^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \quad (2.3.14)$$

Επειδή το πρόσημο της διατμητικής τάσεως εξαρτάται από το πρόσημο της κλίσης της ταχύτητας, η σχέση (6.4.14) γράφεται πιο σωστά

$$\tau_t = \rho l^2 \left| \frac{du}{dy} \right| \frac{du}{dy} \quad (2.3.15)$$

Επομένως ο συντελεστής τυρβώδους συνεκτικότητας είναι

$$n = \rho l^2 \left| \frac{du}{dy} \right| \quad (2.3.16)$$

Η εξίσωση (6.4.16) περιέχει όρους οι οποίοι μπορούν να μετρηθούν. Εκτός από τη σχέση του Prandtl έχουν βρεθεί κι' άλλες βελτιωμένες σχέσεις. Η πιο ενδιαφέρουσα είναι του Τι von Karman:

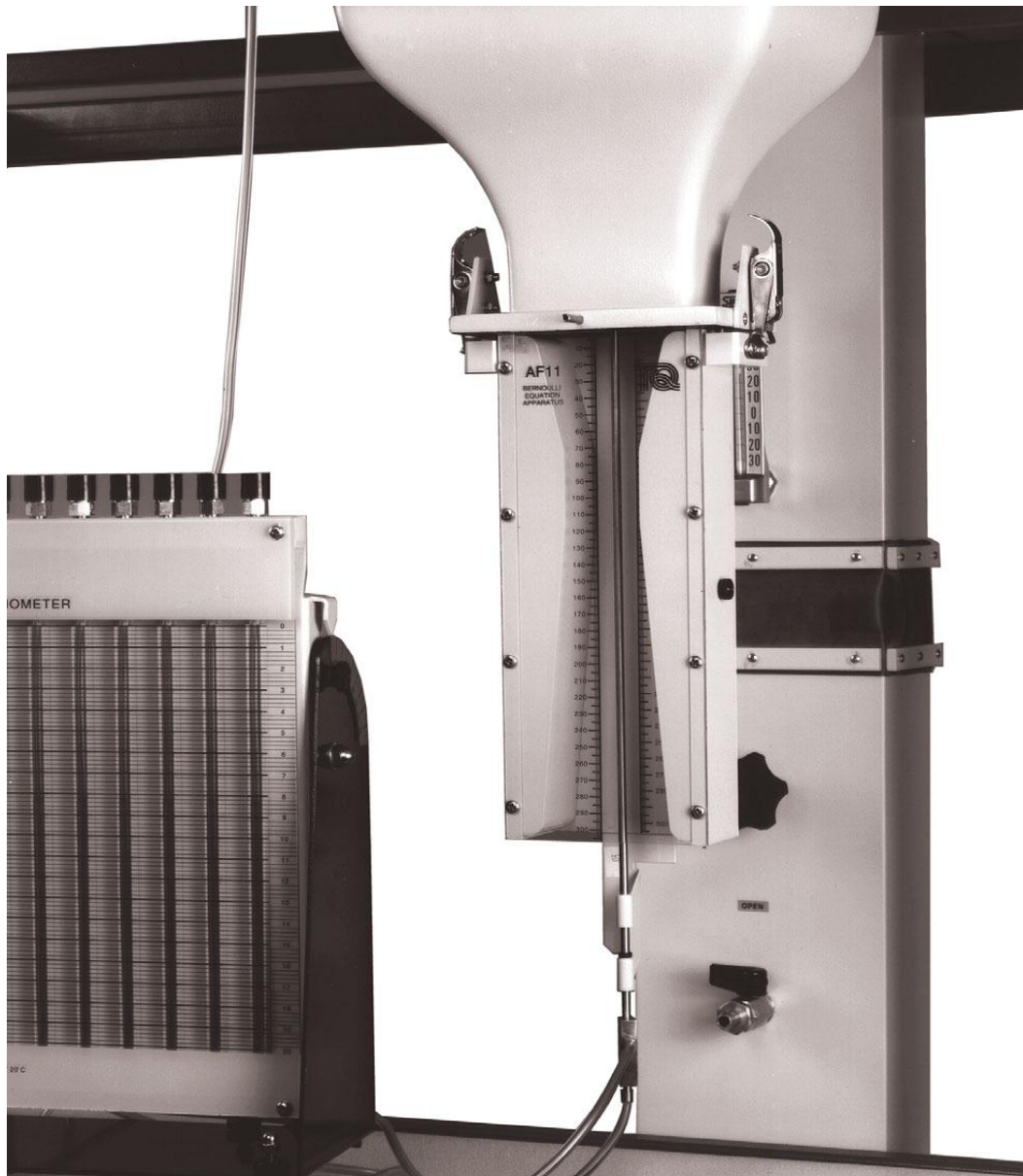
$$l = k \left| \frac{\frac{du}{dy}}{\frac{d^2u}{dy^2}} \right| \quad (2.3.17)$$

πού βασίζεται στην παραδοχή ότι η τύρβη είναι στατικά όμοια από σημείο σε σημείο του ροϊκού πεδίου, διαφέρει μόνο ως προς τις κλίμακες του τόπου και του χρόνου. Η σταθερά k είναι μια παγκόσμια σταθερά ανεξάρτητη από τη ροή, της οποίας η τιμή βρέθηκε πειραματικά ίση με 0.40

3. Εφαρμογή Εξίσωσης Bernoulli σε συγκλίνον-αποκλίνον ακροφύσιο

Συσκευή Εξίσωσης Bernoulli AF11

Είναι ένας διαφανής αγωγός που εγκαθίσταται στη συστολή της μηχανής. Έχει αφαιρούμενες πλάκες που δίνουν ένα απλό συγκλίνον-αποκλίνον πέρασμα. Οι σπουδαστές μπορούν να κινήσουν ένα στατικό Pitot σωλήνα κατά μήκος του άξονα του αγωγού για να παρουσιάσουν έτσι τη σταθερή συνολική πίεση όπως και την άνοδο και πτώση της στατικής πίεσης. Οι σημαντικές αλλαγές πίεσης δίνουν μια πειστική επίδειξη της εξίσωσης Bernoulli. Η γεωμετρία επιτρέπει τη σύγκριση των υπολογισμών έναντι των μετρήσεων.



3.1 Εισαγωγή:

Μια βασική και χρήσιμη σχέση στη Μηχανική των Ρευστών, μεταξύ των μεγεθών της πίεσης, της ταχύτητας και του υψομέτρου ενός κινούμενου ρευστού διατυπώθηκε από τον Bernoulli. Σύμφωνα με την εξίσωση Bernoulli, σε όλες τις μορφές της η ολική πίεση (ή ενέργεια) ανά μονάδα μάζας ή βάρους είναι σταθερή κατά μήκος μιας ρευματικής γραμμής μόνιμης ροής ενός ανιζώδους και ασυμπίεστου ρευστού. Αυτές οι συνθήκες είναι ιδανικές όσον αφορά τη κίνηση του ρευστού. Στη πράξη η εξίσωση εφαρμόζεται με τον ίδιο τρόπο θεωρώντας κατά περίπτωση ιδανικές συνθήκες που δεν επιφέρουν μεγάλα σφάλματα στα αποτελέσματα μας, όπως συμβαίνει στις παρακάτω δύο περιπτώσεις:

- Στα πραγματικά ρευστά χρησιμοποιείται, αφού δεν λάβουμε υπόψη την επίδραση του ιξώδους στα αποτελέσματα, οπότε θεωρούμε ότι το ρευστό προσεγγιστικά είναι ανιζώδες.

Για να διορθώσουμε αυτή μας τη προσέγγιση χρησιμοποιούμε ένα διορθωτικό συντελεστή της κινητικής ενέργειας στην εξίσωση Bernoulli , ο οποίος έχει υπολογιστεί από πολλά πειράματα και υπό διαφορετικές συνθήκες.

- Για μεταβαλλόμενη ροή που τα χαρακτηριστικά της ροής (ταχύτητα, πυκνότητα, πίεση και θερμοκρασία) μεταβάλλονται με το χρόνο έστω και αργά, η εξίσωση Bernoulli εφαρμόζεται χωρίς μεγάλη απόκλιση.

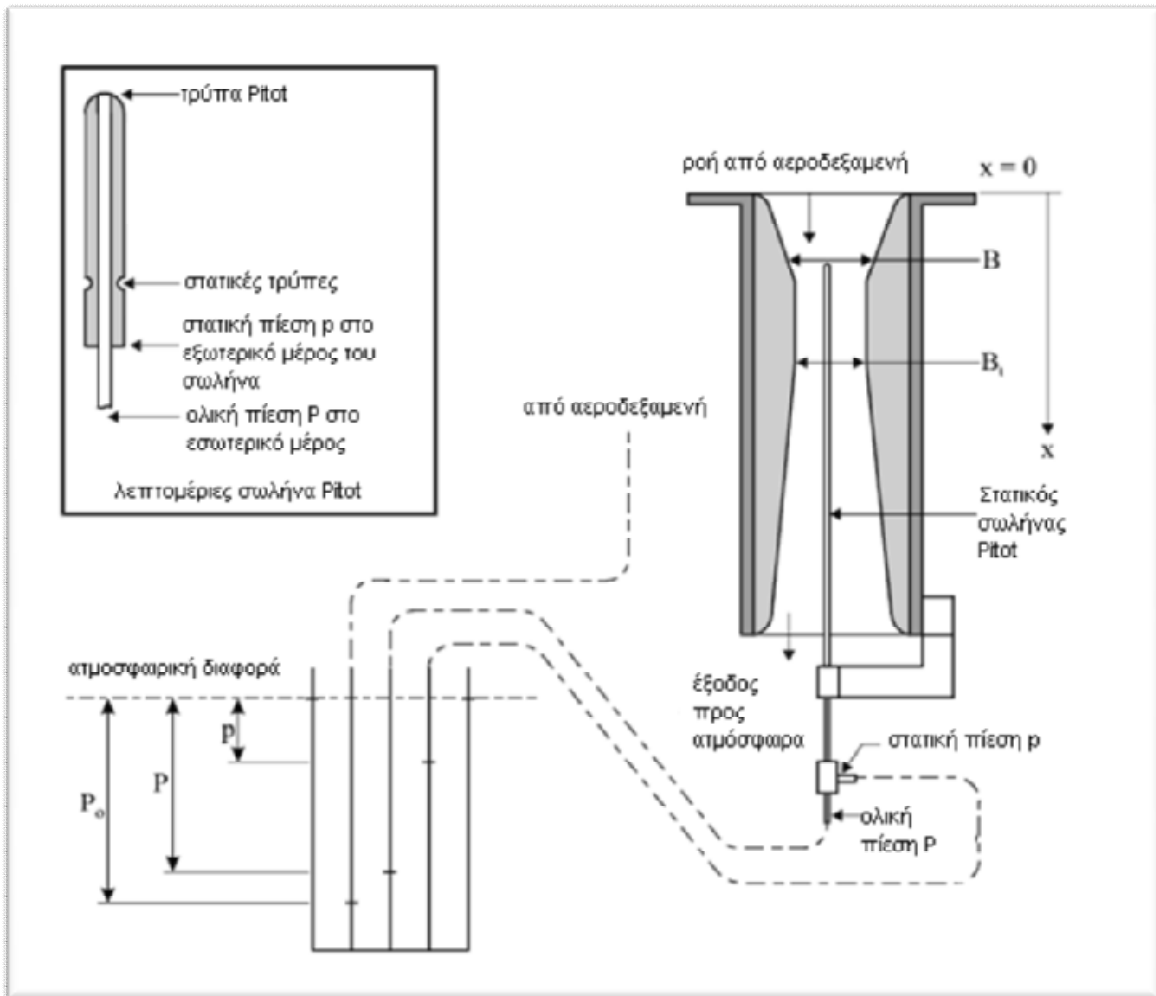
Δηλαδή θεωρούμε τη ροή μόνιμη.

Όταν λοιπόν ο αέρας κινείται από μια δεξαμενή σ' έναν αγωγό, που συγκλίνει και μετά αποκλίνει, είναι δυνατόν να θεωρηθεί ότι η ροή του στον αγωγό αυτό είναι μόνιμη και ασυμπίεστη και ο αέρας σχεδόν ανιζώδης. Στην περίπτωση αυτή θα έχουμε και απώλειες τριβών, οπότε και κάποιες μεταβολές στις πιέσεις.

Το αντικείμενο αυτής της πειραματικής ασκήσεως θα είναι: (α) Η επίδειξη χρήσεως του στατικού σωλήνα Pitot σε αεροροή.

(β) Η πειραματική μέτρηση της ολικής και στατικής πίεσεως κατά μήκος του συγκλίνοντα-αποκλίνοντα αεραγωγού.

(γ) Η σύγκριση των παραπάνω μετρήσεων με τα αντίστοιχα θεωρητικά αποτελέσματα που υπολογίζονται με τη βοήθεια της εξισώσεως Bernoulli.



Σχήμα 3.1 Διευθέτηση συσκευής για το πείραμα της εξίσωσης του Bernoulli

Ένας αγωγός με ορθογώνια διατομή εφαρμόζεται στην έξοδο της συστολής η οποία βρίσκεται στην άκρη της αεροδεξαμενής. Εσωτερικά του αγωγού αυτού, βρίσκονται δύο πλάκες οι οποίες δημιουργούν ένα πέρασμα.

Με την προσθήκη αυτή το πέρασμα στην αρχή συγκλίνει, μετά είναι σταθερό (ο λεγόμενος λαιμός) και τέλος αποκλίνει προοδευτικά.

Πρέπει να σημειωθεί ότι το συγκλινόν τμήμα είναι μικρότερο σε μήκος από το αποκλινόν τμήμα.

Ο αέρας διοχετεύεται με ταχύτητα διαμέσου του περάσματος. Ένας σωλήνας που λέγεται Pitot, έχει τη δυνατότητα να μετακινείται κατακόρυφα κατά μήκος του κεντρικού άξονα του αγωγού. Ο σωλήνας Pitot μετράει την ολική πίεση (με την οπή στη κορυφή του) και τη στατική πίεση (με τη πλευρική του οπή) του κινούμενου αέρα με τη βοήθεια του μανομέτρου όπου και είναι συνδεδεμένος.

3.2 Θεωρητική Ανάλυση

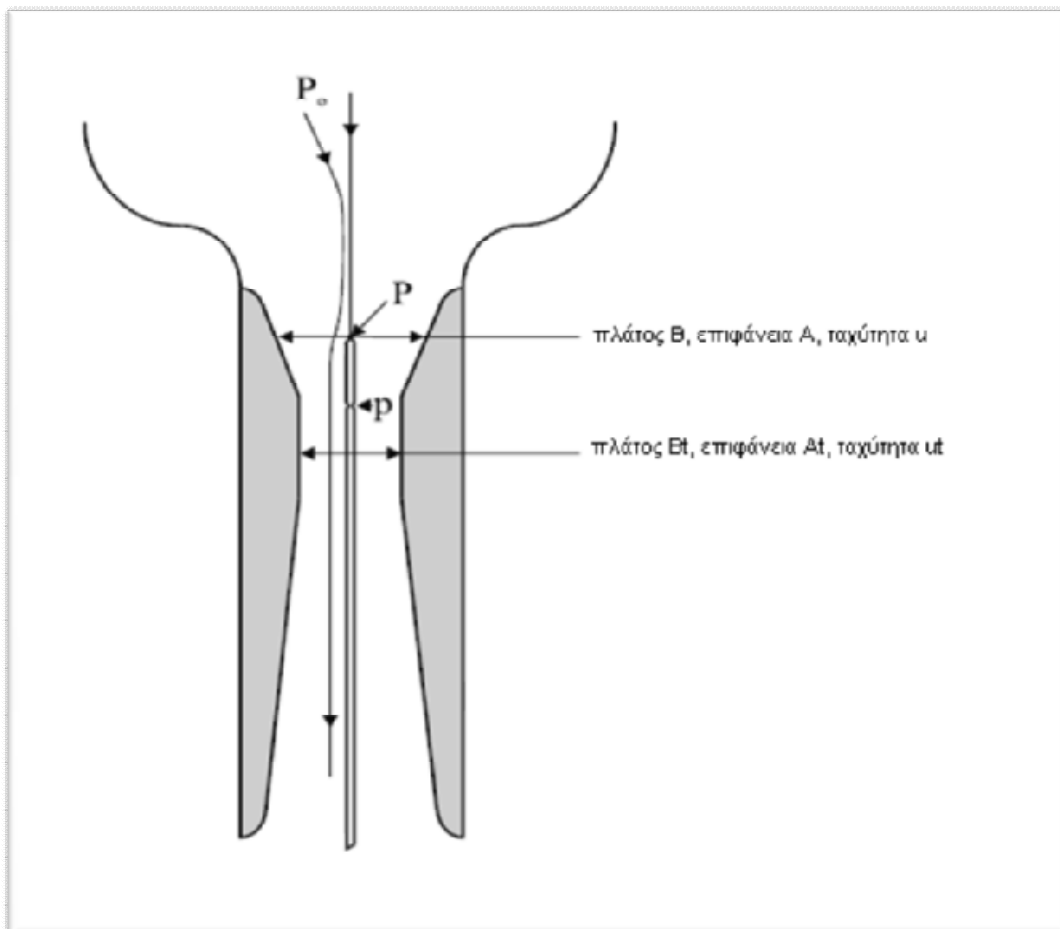
Ο στόχος του πειράματος είναι να μετρηθούν η ολική πίεση P και η στατική πίεση p κατά μήκος του αγωγού και να συγκριθούν με τις τιμές που δίνει η εξίσωση του Bernoulli.

Σύμφωνα λοιπόν με την εξίσωση του Bernoulli η ολική πίεση P ορίζεται από τη σχέση

$$P = \frac{1}{2}\rho u^2 + p \quad (3.2.1)$$

Θεωρώντας ότι η ροή είναι μόνιμη και το ρευστό ασυμπίεστο και ανιζώδες, η ολική πίεση P θα πρέπει να είναι σταθερή σ' όλο το μήκος του αγωγού. Αν λοιπόν P_0 είναι η ολική πίεση στην αεροδεξαμενή, τότε θα πρέπει να περιμένουμε, ότι οι τιμές της πίεσης P που μετριοούνται κατά μήκος του αγωγού θα πρέπει να είναι ίσες μεταξύ τους και επίσης να είναι ίσες με P_0 εφόσον ισχύει το θεώρημα του Bernoulli για αυτή την κίνηση.

Στο σχήμα 3.2 φαίνονται οι ρευματικές γραμμές της κινήσεως του αέρα διαμέσου του αγωγού. Στην οπή της κορυφής του σωλήνα Pitot, όπου η ταχύτητα του αέρα μηδενίζεται, μετρούμε την ολική πίεση P και πιο κάτω από την πλευρική οπή μετριέται η στατική πίεση p . Η μετακίνηση του σωλήνα Pitot κατακόρυφα (κατά μήκος του αγωγού) θα μας δώσει τις πιέσεις αυτές σ' όλο το μήκος του αγωγού.



Σχήμα 3.2 Μέτρηση ολικής και στατικής πίεσης

Εφαρμόζοντας την εξίσωση συνέχειας για δύο διατομές του αγωγού, μια τυχαία διατομή A με πλάτος b και μια του λαιμού A_t με σταθερό πλάτος b_t έχουμε:

$$Q = uA = u_t A_t \quad (3.2.2)$$

Οπότε ο λόγος των ταχυτήτων (u) στην τυχαία διατομή προς την ταχύτητα (u_t) στο λαιμό είναι:

$$\frac{u}{u_t} = \frac{A_t}{A} = \frac{b_t}{b} \quad (3.2.3)$$

Καθότι η διατομή του αγωγού είναι ανάλογη του πλάτους του. Εξάλλου οι ταχύτητες u και u_t μπορούν να υπολογισθούν από την εφαρμογή της εξίσωσης (3.2.1) στις αντίστοιχες διατομές ήτοι:

$$u = \sqrt{\frac{2(P-p)}{\rho}}, \quad u_t = \sqrt{\frac{2(P_t-p_t)}{\rho}} \quad (3.2.4)$$

με την κατακόρυφη διατομή του όλου αεραγωγού (βλ. σχήμα 3.3). Οπότε ο λόγος των ταχυτήτων αυτών δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{u}{u_t} = \sqrt{\frac{2(P-p)}{P_t-p_t}} \quad (3.2.5)$$

Έτσι το δεξιό μέρος της Εξ.(3.2.5) μπορεί να υπολογισθεί από τις πειραματικές μετρήσεις των πιέσεων.

Το αποτέλεσμα αυτό (του λόγου των ταχυτήτων) θα το συγκρίνουμε με τα θεωρητικά αποτελέσματα των αντιστοίχων τιμών από την Εξ.(3.2.3) που υπολογίζονται από τα κατασκευαστικά στοιχεία του αγωγού.

Η ικανοποιητική ταύτιση των ανωτέρω πειραματικών και θεωρητικών αποτελεσμάτων του λόγου των ταχυτήτων, επιβεβαιώνει την ισχύ του θεωρήματος του Bernoulli στην κίνηση του αέρα στον ειδικό αυτό συγκλίνοντα-αποκλίνοντα αγωγό.

β(1) Ξεκινώντας τις πειραματικές μετρήσεις με σταθερή παροχή αέρα σ όλο το πείραμα μας τοποθετούμε προσεκτικά το σωλήνα Pitot, ώστε η πλευρική οπή που μετράει τη στατική πίεση να βρίσκεται σε κάποια αρχική θέση (έστω $x = 4\text{mm}$). Παίρνουμε τις ενδείξεις των σχετικών πιέσεων P_o , P και p και τις καταχωρούμε στον ανάλογο πίνακα του παραρτήματος της ασκήσεως αυτής.

β(2) Επειδή η οπή στην κορυφή του σωλήνα Pitot, που μετράει την ολική πίεση P , απέχει 25mm από την πλευρική οπή μετακινούμε το σωλήνα Pitot κατακόρυφα στην αρχή ανά 12,5mm (μέχρι τα 110mm περίπου) και μετά ανά 25mm (έτσι θα είναι

4, 16.5 , 29, ... , 104, 129, ...,304mm). Τις εκάστοτε μετρήσεις των σχετικών πιέσεων P_o , P και p , καθώς και τις τιμές του x , καταχωρούμε ομοίως στον πίνακα 3.1.

Σημείωση: Πρέπει να προσέξουμε καλά τις μετρήσεις των σχετικών πιέσεων και ιδιαίτερα τις τιμές που αντιστοιχούν εντός του λαιμού, όπου τουλάχιστον δυο συνεχόμενες τιμές των στατικών πιέσεων θα πρέπει να είναι (περίπου) ίσες.

β(3) Αφού πάρουμε την ατμοσφαιρική πίεση από το μεταλλικό μανόμετρο και τη θερμοκρασία από το θερμόμετρο που βρίσκονται εγκατεστημένα στη συσκευή, κλείνουμε την παροχή και μετά τη λειτουργία του τραπέζιου αεροροής.

γ(1) Για τον υπολογισμό των θεωρητικών αποτελεσμάτων του λόγου των ταχυτήτων απαιτείται να υπολογισθεί ο λόγος b/b_t των πλατών του αεραγωγού. Για το σκοπό αυτό πρέπει να παρατηρήσουμε προσεκτικά τις διατομές του και να τις συγκρίνουμε. γ(2) Με όλες τις διαστάσεις των μηκών σε mm, όπως φαίνονται στο Σχ.3.3, και με τη βοήθεια γεωμετρικών υπολογισμών το πλάτος b για τις ανάλογες τιμές της κατακόρυφης αποστάσεως x (σε mm) θα δίνεται από τις σχέσεις:

(i) για το συγκλίνον τμήμα του αεραγωγού:

$$b = 76 - (76 - 44) \frac{x}{70} \quad (\text{σε mm}) \quad (3.3.1)$$

(ii) για το αποκλίνον τμήμα του αεραγωγού:

$$b_t = 76 - (76 - 44) \frac{304 - x}{190} \quad (\text{σε mm}) \quad (3.3.2)$$

Σημειώνεται ότι για το λαιμό ο λόγος $b_t/b = 1$.

Σημείωση: Η τιμή της ολικής πίεσης P και της στατικής πίεσης P_t είναι οι μέσες τιμές δυο τουλάχιστον πιέσεων στο λαιμό του αεραγωγού στην περιοχή του x από 8mm μέχρι 105mm περίπου.

3.4 Μετρήσεις και Γραφικές Παραστάσεις

(i) Η μεταβολή της στατικής πίεσεως σαν συνάρτηση του μήκους x (σε mm) παίρνοντας ως τετμημένη στον άξονα του αεραγωγού. Στο ίδιο διάγραμμα σημειώνονται και οι μεταβολές των ολικών πιέσεων και των πιέσεων του αέρα στην αεροδεξαμενή.

(ii) Η θεωρητική και πειραματική μεταβολή του λόγου των ταχυτήτων (u/u_t) σαν συνάρτηση του μήκους x (σε mm) σκιαγραφώντας και τη διατομή του αεραγωγού.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1 Πειραματικά αποτελέσματα εξίσωσης Bernoulli.

Θερμοκρασία αέρα $T = 28^\circ\text{C} = 301\text{ K}$
 Ατμοσφαιρική Πίεση = $P_o = 1028\text{ mb} = 1028 \times 10^2 \text{ N/m}^2$

X	P	P _o	p	b	bt/b	$\sqrt{\frac{P-p}{P_t - P_t}}$
4	7.8	7.9	1.9	74.17	0.59	0.57
16.5	7.8	7.9	0.8	68.46	0.64	0.62
29	7.9	8	-0.6	62.74	0.70	0.69
41.5	8	8	-2.3	57.03	0.77	0.76
54	8	8.2	-4.5	51.31	0.86	0.83
66.5	8.1	8.2	-7	45.60	0.96	0.92
79	8.2	8.2	-9.1	44	1	0.98
91.5	8.2	8.2	-9.6	44	1	1
104	8.2	8.2	-9.8	44	1	1
129	8.2	8.2	-9.1	46.53	0.95	0.98
154	8.1	8.2	-7.2	50.74	0.87	0.92
179	8	8.1	-5.5	54.95	0.80	0.87
204	8	8.1	-4.2	59.16	0.74	0.82
229	7.9	8	-3.1	63.37	0.69	0.78
254	7.9	8	-2.2	67.58	0.65	0.75
279	8	7.9	-1.4	71.79	0.61	0.72
304	8	7.9	-0.8	76	0.58	0.70

Γεωμετρικά στοιχεία του αγωγού

Δίνονται: $b_t = 44\text{ mm}$

$$b = 76 - (76 - 44) \frac{x}{70}, \quad \text{για } 0 \leq x \leq 70\text{ mm}$$

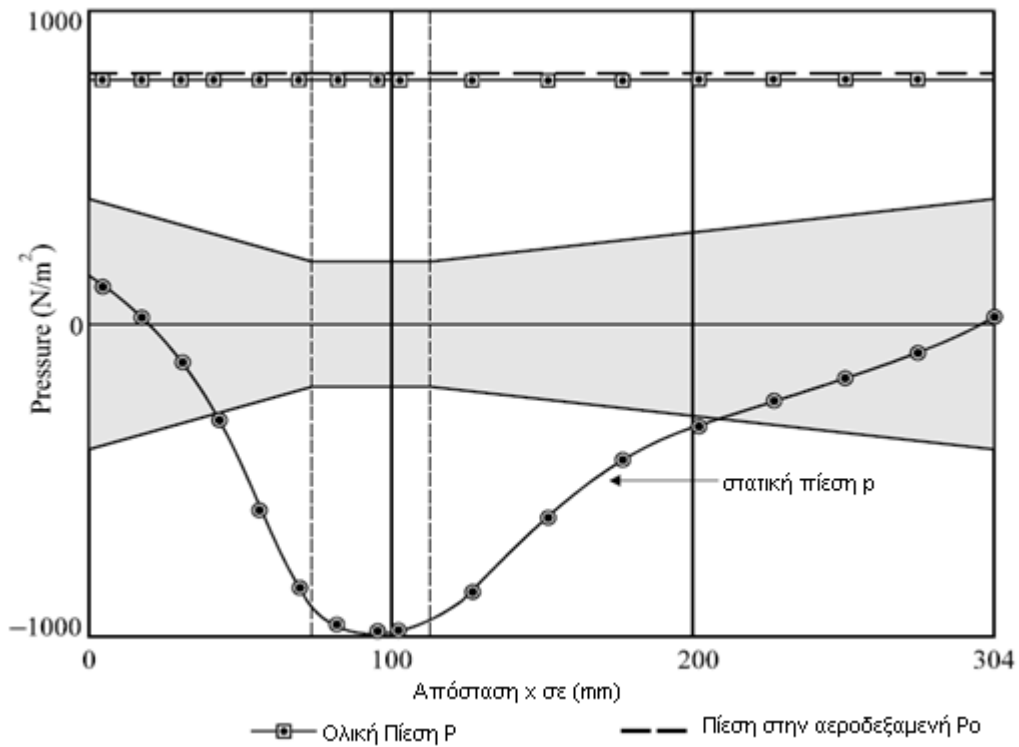
$$b = b_t, \quad \text{για } 70\text{ mm} \leq x \leq 114\text{ mm}$$

$$b_t = 76 - (76 - 44) \frac{304 - x}{190} \quad \text{για } 114\text{ mm} \leq x \leq 304\text{ mm}$$

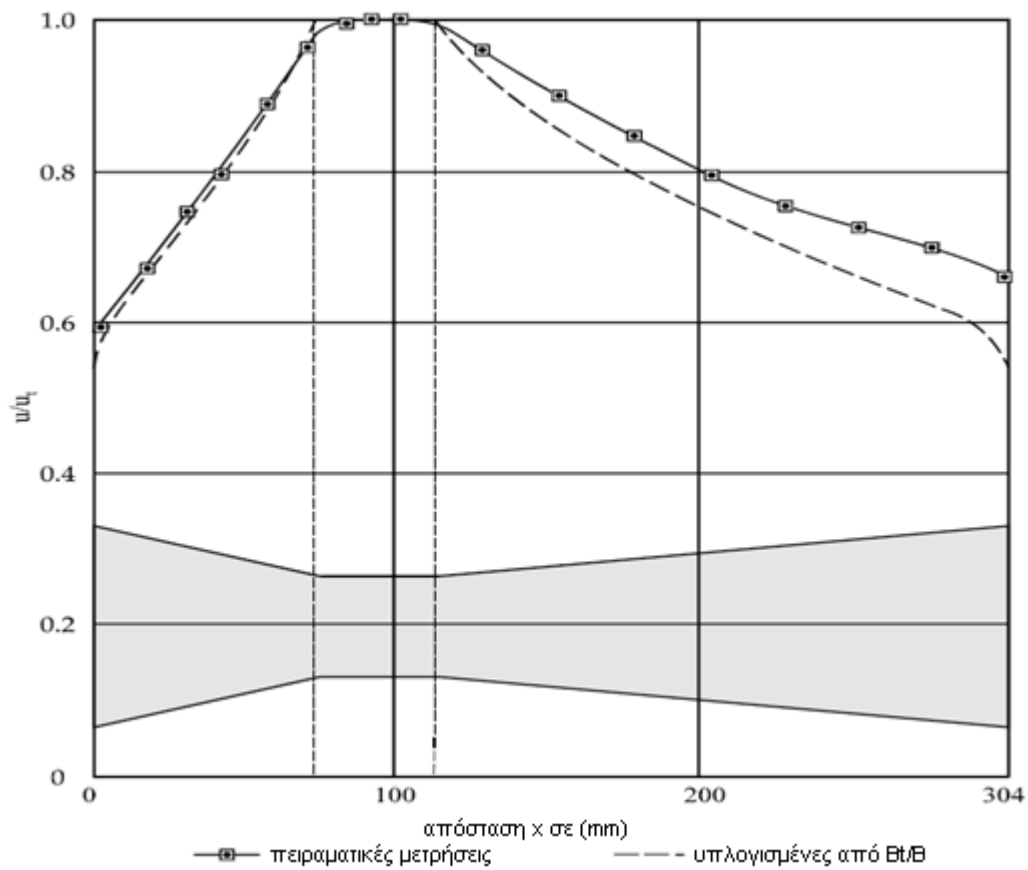
$$P_t = \text{Μέση τιμή των τιμών } P, \quad \text{για } 80\text{ mm} \leq x \leq 105\text{ mm}$$

$P_t =$ Μέση τιμή των τιμών p , για $80\text{mm} \leq x \leq 105\text{mm}$

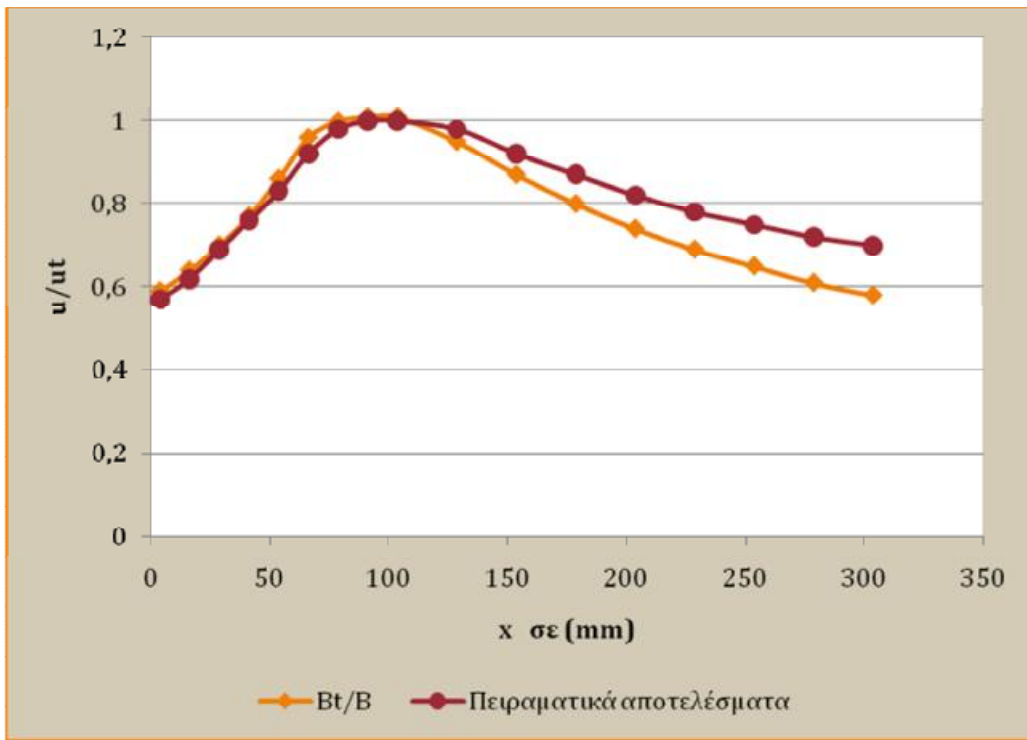
Θεωρητικές και πειραματικές γραφικές παραστάσεις



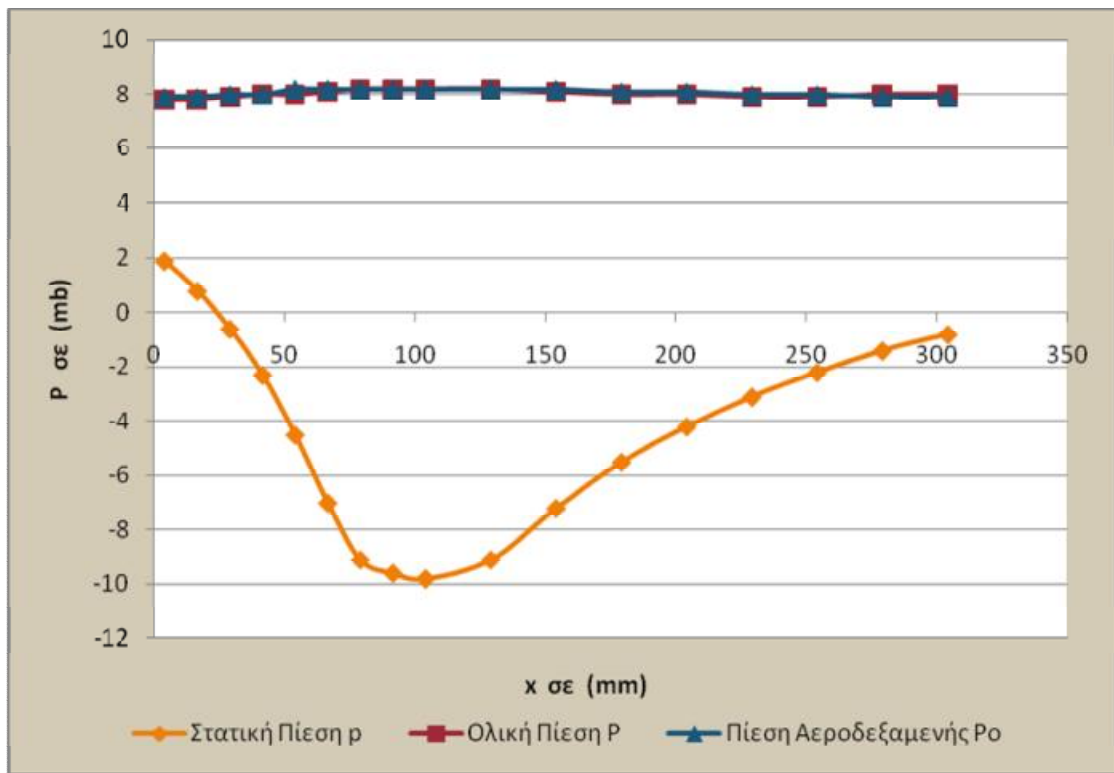
Σχήμα 3.4



Σχήμα 3.5



Σχήμα 3.6 Σύγκριση πειραματικών και (Bt/B) θεωρητικών αποτελεσμάτων



Σχήμα 3.7 Διαγράμματα των πιέσεων

3.5 Συμπεράσματα Σχόλια και Παρατηρήσεις

Στο σχήμα 3.6 και στο σχήμα 3.7 φαίνονται τα αποτελέσματα στη γραφική τους μορφή. Η ολική πίεση P φαίνεται να παραμένει πολύ κοντά στην πίεση P_0 της αεροροής σε όλο το μήκος του αγωγού, παρά τις σημαντικές διακυμάνσεις της στατικής πίεσης p .

Η εξίσωση Bernoulli συνεπώς, επιβεβαιώνεται για την αεροροή που περνά διαμέσου του κέντρου του αεραγωγού, κατά μήκος της οποίας εμφανίζονται σημαντικές αλλαγές της ταχύτητας.

Η κατανομή της ταχύτητας, που μετρείται με το σωλήνα Pitot, συγκρίνεται στο σχήμα 3.6 με την κατανομή της ταχύτητας που βρίσκουμε από την εξίσωση συνέχειας.

Στο σημείο όπου βρίσκεται το συγκλίνον μέρος, τα αποτελέσματα είναι σχεδόν πανομοιότυπα, αλλά στο κάτω μέρος όπου βρίσκεται το αποκλίνον κομμάτι προκύπτει μια σταθερά αυξανόμενη απόκλιση. Το ρεύμα του αέρα, επιβραδύνεται προφανώς λίγο γρηγορότερα από ότι έδειχνε η γεωμετρική μορφή του περάσματος.

Στο επόμενο πείραμα, θα δούμε πως ένα οριακό στρώμα διαμορφώνεται δίπλα σε οποιαδήποτε σταθερή επιφάνεια και έπειτα κατά μήκος της επιφάνειας αυτής, πως η ροή αέρα, και η ταχύτητα μειώνονται από τη τιμή που έχουν στο ελεύθερο ρεύμα του ρευστού μέχρι το μηδενισμό τους στην επιφάνεια της πλάκας. Το πάχος του οριακού στρώματος αυξάνεται στην κατεύθυνση της ροής και βρίσκεται πειραματικά ότι η αύξηση του πάχους είναι πιο γρήγορη στις περιοχές όπου η πίεση είναι αυξημένη (δηλ. όπου το κυρίως ρεύμα επιβραδύνεται) απ' ότι στις περιοχές όπου η πίεση είναι σταθερή. Ισχύει και το αντίστροφο, δηλαδή όπου η πίεση μειώνεται στην κατεύθυνση της ροής, η αύξηση του πάχους του οριακού στρώματος καθυστερείται.

Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο σχήμα 3.6 είναι απόδειξη σ' όσα αναφέρονται πιο πάνω.

Στο συγκλίνον τμήμα και στο λαιμό, οι μετρούμενες πιέσεις ταυτίζονται με εκείνες που υπολογίζονται από τη διακύμανση του πλάτους του αγωγού, έτσι το οριακό στρώμα δεν έχει σχεδόν κανένα αποτέλεσμα.

Στο αποκλίνον τμήμα, ωστόσο, η αύξηση του πάχους του οριακού στρώματος, θα παρουσιάσει τη διατομή του αγωγού ότι αυξάνεται με αργό ρυθμό από ότι συμβαίνει στη πραγματικότητα, ο καθυστερούμενος αέρας στο πάχος του οριακού στρώματος παρουσιάζει μερική έμφραξη της ροής.

Μπορούμε επομένως να συμπεράνουμε, ότι το πείραμα στο σύνολό του, απέδειξε ότι η εξίσωση Bernoulli είναι λογικά έγκυρη κατά μήκος της κεντρικής ρευματικής γραμμής του συγκλίνον-αποκλίνον αγωγού, δεδομένου ότι η ολική πίεση έχει αποδειχθεί ότι είναι σχεδόν σταθερή κατά μήκος του αγωγού. Η υπολογιζόμενη κατανομή της πίεσης, η οποία εξαρτάται από την έννοια της συνέχειας, καθώς και η συνεχής ολική πίεση, δείχνει μια σημαντική απόκλιση από τα υπολογισθέντα αποτέλεσμα στο αποκλίνον τμήμα, και αυτό μπορεί να εξηγηθεί από την αύξηση του οριακού στρώματος στα τοιχώματα αυτού του τμήματος.

Σχόλια-Υποδείξεις

- (i) Ποιες βελτιώσεις έχετε να προτείνετε για την καλύτερη διεξαγωγή του πειράματος;
- (ii) Να σχολιάσετε τη μεταβολή του πάχους του οριακού στρώματος από την γραφική (ii).
- (iii) Ποια διαφορά θα περιμένατε στα αποτελέσματα σας αν η διεύθυνση της ροής αντιστραφεί; (Μπορείτε να σκεφτείτε αντιστρέφοντας τις ρευματικές - γραμμές στον αεραγωγό).
- (iv) Να υπολογίσετε τον αριθμό Mach στο λαιμό του αεραγωγού για το πείραμα σας με τα εξής δεδομένα: ατμοσφαιρική πίεση $P_a = 1028 \text{ mb} = 1028 \times 10^2 \text{ N/m}^2$, θερμοκρασία αέρα $= 22^\circ\text{C} = 295 \text{ K} = T$, ολική πίεση $= P_t = 7,9 \text{ mb}$ και στατική πίεση $p_t = -9,8 \text{ mb}$.

- (i) Για να μπορέσουμε να έχουμε καλύτερη διεξαγωγή πειράματος χρειαζόμαστε μια σειρά από αλλαγές στην πειραματική συσκευή που είναι οι εξής.
- α) Να αντικατασταθεί το μανόμετρο με ένα ηλεκτρικό
- β) Ένα καλύτερο θερμόμετρο
- γ) Να αντικαθίσταται το λάδι του μανομέτρου πιο συχνά

(ii) Το πάχος του οριακού στρώματος δε διατηρείται σταθερό κατά τη διεύθυνση της ροής αλλά αυξάνεται. Στο οριακό στρώμα η ταχύτητα μεταβάλλεται από την τιμή μηδέν στην επιφάνεια του αγωγού, μέχρι την σταθερή μέγιστη τιμή της στο λαιμό.

(iii) Αν αντιστραφεί η φορά της ροής στον σωλήνα pitot δεν θα παρατηρήσουμε σχεδόν καμία διαφορά και αυτό γιατί και από τις δύο μεριές ο αγωγός έχει τις ίδιες διατομές περίπου, άρα και την ίδια ροή.

(iv) έχουμε $\frac{1}{2} \rho u^2 = P_t - p_t$

Όπου $\rho = \frac{P_a}{R \times T} = 1.213 \text{ kg/m}^3$

Άρα $U_t = \left(2 \times \left(\frac{P_t - p_t}{\rho} \right) \right)^{\frac{1}{2}} = 54 \text{ mb}$

$$a_t = \gamma \times R \times T = 344 \text{ m/s}$$

$$M_a = \frac{U_t}{a_t} = \frac{54}{344} = 0.15$$

Άρα ο αριθμός Mach στο λαιμό του αεραγωγού είναι $M_a = 0.15$

4. Οριακά Στρώματα

Συσκευή οριακών στρωμάτων AF14

Ένα επίπεδο πιάτο βρίσκεται σ' ένα αγωγό έτσι ώστε ένα οριακό στρώμα δημιουργείται κατά μήκος του.

Ένας ευαίσθητος, Pitot σωλήνας τοποθετείται σ'ένα μικρόμετρο επιτρέποντας τη μέτρηση της ταχύτητας του οριακού στρώματος.

Και τα δύο είδη στρωμάτων, ομαλά και τυρβώδη, μπορούν να διαμορφωθούν.



4.1 Εισαγωγή:

Από διάφορα πειράματα είναι γεγονός αδιαμφισβήτητο ότι, όταν ένα ρευστό ρέει επί μιας στερεάς επιφάνειας δεν υπάρχει ολίσθηση του ρευστού στην επιφάνεια. Το ρευστό, που βρίσκεται σε άμεση επαφή με την επιφάνεια αυτή, είναι ακίνητο ως προς την επιφάνεια.

Έτσι, η ταχύτητα του κινούμενου ρευστού πλησίον μιας στερεάς επιφάνειας αλλάζει από μηδέν στην επιφάνεια μέχρι την ταχύτητα του ελεύθερου ρεύματος του ρευστού.

Το οριακό στρώμα, λοιπόν, είναι ο προσκείμενος στην στερεά επιφάνεια λεπτός χώρος του κινούμενου ρευστού, όπου η ταχύτητα του ρευστού αλλάζει από μηδέν μέχρι την ταχύτητα του ελεύθερου ρεύματος του.

Την ροή του ρευστού εντός του οριακού στρώματος ελέγχουν τόσο οι δυνάμεις αδρανείας και πίεσεως, όσο και οι δυνάμεις εσωτερικής τριβής (ή ιξώδους). Γι αυτό η μελέτη της ροής αυτής είναι περίπλοκη με διάφορες παραδοχές και προσεγγίσεις. Οι θεωρητικές και οι πειραματικές μελέτες του απλούστερου προβλήματος οριακού στρώματος σε επίπεδη πλάκα έχουν δώσει πρακτικά αποτελέσματα μεγάλης σπουδαιότητας.

Το αντικείμενο αυτής της πειραματικής εργασίας θα είναι:

- (α) Η μέτρηση βασικών χαρακτηριστικών ενός (τυρβώδους) οριακού στρώματος πλησίον μιας επίπεδης (λείας ή τραχείας) πλάκας (π.χ. μέτρηση του πάχους μεταθέσεως και του πάχους ορμής του οριακού στρώματος).
- (β) Η μελέτη των παραπάνω υπό την επίδραση της μεταβολής της πίεσεως,
- (γ) Η μελέτη της κατανομής της ταχύτητας κατά μήκος της επίπεδης λείας πλάκας και σκιαγράφηση του οριακού στρώματος.

4.2 Βασικά μεγέθη οριακού στρώματος

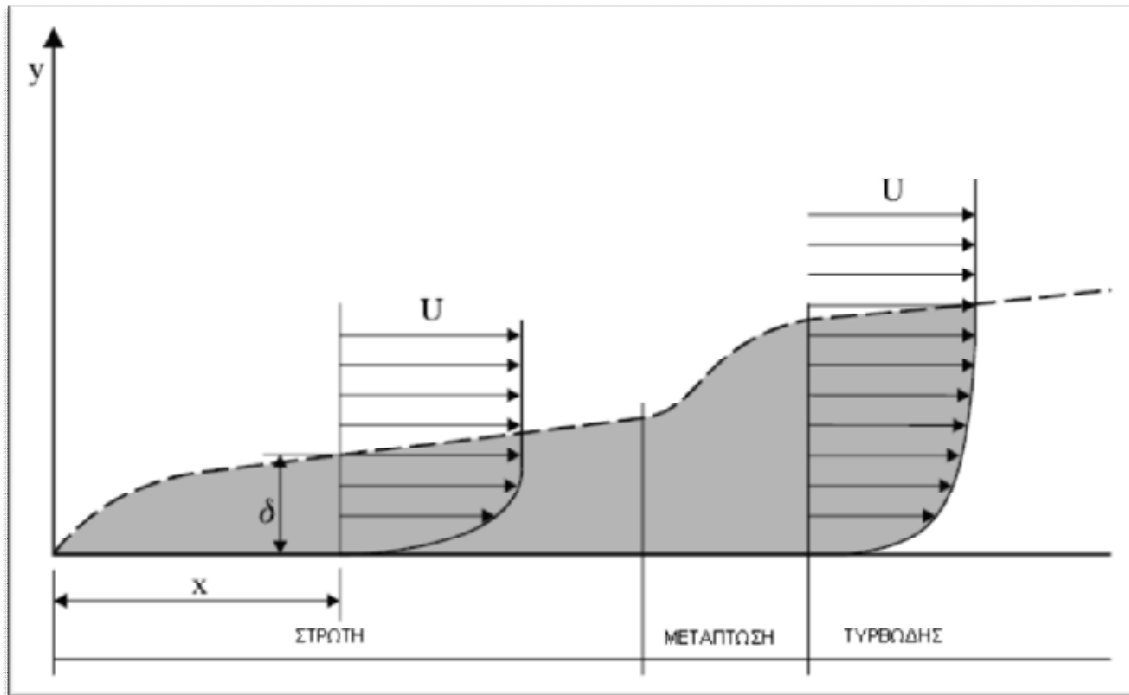
Εξετάζουμε μια σταθερή ροή πάνω σε μια επίπεδη λεία πλάκα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1, όπου η ταχύτητα U , είναι σταθερή σε όλο το μήκος της πλάκας. Διαπιστώνεται ότι το πάχος του οριακού στρώματος αυξάνεται κατά μήκος της πλάκας, όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Η κίνηση στο οριακό στρώμα είναι στρωτή στην αρχή (ακόμη και αν η ροή του ελεύθερου ρεύματος είναι τυρβώδης), αλλά αν η πλάκα είναι αρκετά μεγάλη σε μήκος, η αρχική στρωτή ροή του τυρβώδους στρώματος μεταπίπτει σε τυρβώδη.

Η μετάπτωση αυτή γίνεται σε μια περιοχή του οριακού στρώματος, που λέγεται ζώνη μεταπτώσεως ή μεταβατική ζώνη και η αρχή της από το έμπροσθεν άκρο της πλάκας εξαρτάται από πολλούς παράγοντες. Μεταξύ αυτών είναι η αιχμηρότητα του άκρου αυτού της πλάκας, η ταχύτητα της και το είδος της ροής (στρωτής ή τυρβώδους) του ελεύθερου ρεύματος. Η παράμετρος που καθορίζει την αρχή της ζώνης μεταπτώσεως είναι ο αριθμός Reynolds που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$Re_x = \frac{xU}{\nu}$$

(4.2.1)

Όπου x είναι η απόσταση από το εμπροσθεν άκρο της επίπεδης πλάκας και ν το κινηματικό ιξώδες του ρευστού. Έτσι η κρίσιμη τιμή του αριθμού Re_x για την ζώνη μεταπτώσεως είναι στην περιοχή από 1×10^5 μέχρι 5×10^5



Σχήμα 4.1 Γενικά χαρακτηριστικά οριακού στρώματος επίπεδης πλάκας

Πάχος οριακού στρώματος (δ). Αυτό ορίζεται ως η απόσταση από την πλάκα εντός της οποίας η επιφανειακή τριβή εξασκεί επίδραση στην ταχύτητα του πεδίου ροής. Πάντως καθώς η ταχύτητα τείνει ασυμπτωτικά να εξισωθεί με την ταχύτητα του ελευθέρου ρεύματος το όριο του οριακού στρώματος δεν είναι δυνατόν να καθορισθεί επακριβώς. Γι' αυτό το πάχος δ του οριακού στρώματος ορίζεται αυθαίρετα ως η απόσταση (ν) από την πλάκα, εντός της οποίας η ταχύτητα γίνεται το 99% της ταχύτητας του ελευθέρου ρεύματος ήτοι για $u_\delta = 0,99U$. Δεν μπορεί να υπολογισθεί το δ με μεγάλη ακρίβεια, αλλά ο ορισμός του έχει μεγάλη σπουδαιότητα για την θεωρητική μελέτη του οριακού στρώματος.

Πάχος μετατοπίσεως (δ^*).

Επειδή η ταχύτητα μετακινήσεως της μάζας εντός του οριακού στρώματος ελαττώνεται, η εξωτερική ροή μετατοπίζεται κατά ορισμένο πάχος ώστε να ισχύει ο νόμος συνέχειας της μάζας.

Αυτό μας επιτρέπει να ισοδυναμήσουμε την πραγματική κατανομή ταχύτητας μετατοπιζόμενη κατά πάχος δ^* . Το πάχος μετατόπισεως δ^* , λοιπόν, είναι η απόσταση, με την οποία θα πρέπει να θεωρηθεί ότι μετατοπίζεται η στερεά επιφάνεια της πλάκας ώστε πέρα αυτής η ίδια ροή να θεωρείται ομοιόμορφη (δηλ. με σταθερή ταχύτητα).

$$\delta^* = \frac{1}{U} \int_0^h (U - u) dy \qquad \delta^* = \int_0^h \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

Πάχος ορμής (Θ):

Με ανάλογο τρόπο προς τον ορισμό του πάχους μετατόπισης δ^* ορίζεται και το πάχος της ορμής χρησιμοποιώντας τη διατήρηση των ορμών:

$$\Theta = \int_0^{\infty} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

Σχηματικός συντελεστής (H):

Ο λόγος του πάχους μετατόπισεως προς το πάχος ορμής είναι ένας αδιάστατος συντελεστής που συνδέεται με την μεταβολή του σχήματος του οριακού στρώματος και γι αυτό ονομάζεται σχηματικός συντελεστής.

Ο συντελεστής αυτός είναι χρήσιμος στις ολοκληρωτικές μεθόδους μελέτης του οριακού στρώματος.

Τα παραπάνω αποτελέσματα έχουν μελετηθεί για ροή σε επίπεδη πλάκα. Στις πρακτικές εφαρμογές (π.χ. στα πλοία, στις πτέρυγες των αεροπλάνων και στα πτερύγια των υδροστροβίλων) οι επιφάνειες έχουν κάποια τραχύτητα. Τα διάφορα πάχη του οριακού στρώματος γενικά θα μεταβάλλονται στο οριακό στρώμα λείας ή τραχείας επιφάνειας.

Πάντως, κάτω από ειδικές συνθήκες (και ειδικότερα για μεγάλους αριθμούς Reynolds) το τοίχωμα της πλάκας μπορεί να θεωρηθεί σχεδόν υδραυλικά λείο και η επίδραση της τραχύτητας ασήμαντη στα συνολικά αποτελέσματα του οριακού στρώματος στην πλάκα (π.χ. στην ολική δύναμη αντιδράσεως).

Εξάλλου, η προηγούμενη ανάλυση έγινε για οριακό στρώμα κατά μήκος μιας λείας επίπεδου πλάκας με ομοιόμορφη ροή στο ελεύθερο ρεύμα, δηλαδή, με την προϋπόθεση ότι η μεταβολή της πίεσεως κατά μήκος της πλάκας είναι μηδενική. Αντίθετα, αν το ελεύθερο ρεύμα επιταχύνεται ή επιβραδύνεται, θα εμφανίζονται μεταβολές στο οριακό στρώμα της επίπεδης πλάκας. Πράγματι, από την παραγωγή του νόμου του Bernoulli έχουμε:

$$\frac{dp}{dx} = -\rho U \frac{dU}{dx}$$

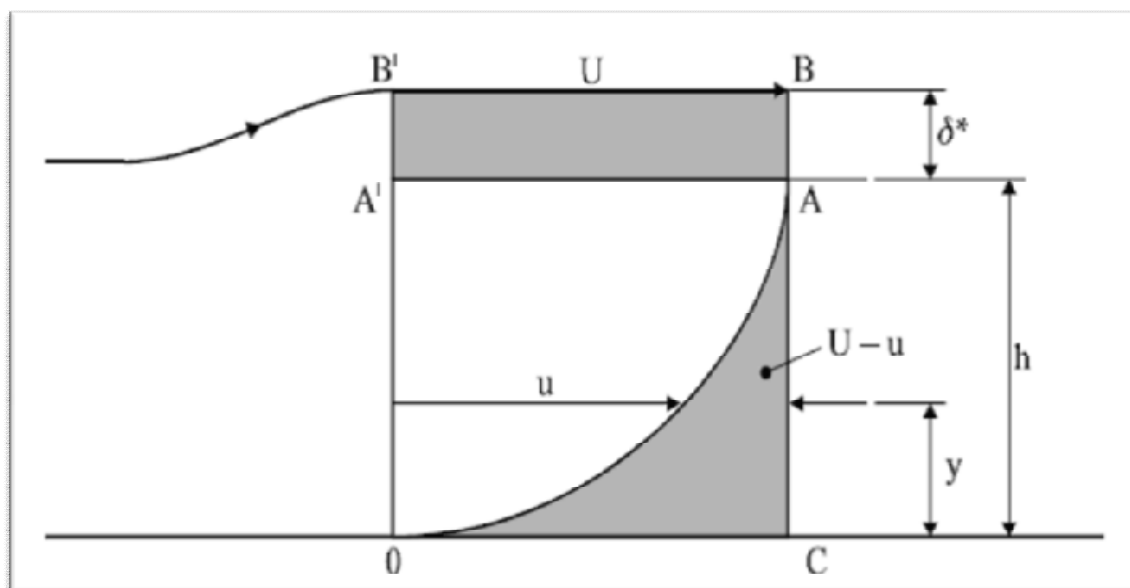
και επομένως για επιταχυνόμενο ελεύθερο ρεύμα έχουμε ελάττωση της βαθμίδας πίεσεως ($dp/dx < 0$), κατά μήκος της πλάκας. Τούτο αυξάνει, λιγότερο ταχύτερα το οριακό στρώμα από ότι στην περίπτωση $dp/dx = 0$. Ενώ για

επιβραδυνόμενο ελεύθερο ρεύμα ($dp/dx > 0$) τα αποτελέσματα είναι αντίθετα και το οριακό στρώμα αυξάνει ταχύτερα.

Αν δε η πίεση αυξηθεί αρκετά η ταχύτητα στο οριακό στρώμα αντιστρέφεται πλησίον της επιφάνειας της πλάκας και το οριακό στρώμα αποκολλάται. Συμπερασματικά, το πάχος μετατοπίσεως (δ^*) και το πάχος ορμής (θ) θα υπολογισθούν από την εμβαδομέτρηση των αντίστοιχων εμβαδών, όπως φαίνονται στην κατανομή της ταχύτητας του σχήματος 4.5 που θα γίνει από τις πειραματικές μετρήσεις. Για το υπόλοιπα ζητούμενα της εργαστηριακής ασκήσεως χρησιμοποιούμε όπου είναι αναγκαίο και τον πίνακα 4.1

4.3 Θεωρητική Ανάλυση

Με λίγη προσοχή, θα δούμε ότι το πάχος του οριακού στρώματος δ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1, έπρεπε να φθάνει εκεί που η ταχύτητα του ρευστού φθάνει την ταχύτητα του ελεύθερου ρεύματος, κάτι που δε φαίνεται ακριβώς. Η ταχύτητα στο οριακό στρώμα αυξάνεται προς U με ένα ασυμπτωτικό τρόπο, έτσι ώστε η απόσταση y , στην οποία μπορούμε να εξετάσουμε την ταχύτητα που φθάνει την ταχύτητα U του ελεύθερου ρεύματος θα εξαρτηθεί από την ακρίβεια των μετρήσεων.



Σχήμα 4.2 Κατανομή ταχύτητας και εκτοπισμός του πάχους οριακού στρώματος

Στο Σχήμα 4.2 η καμπύλη OA δείχνει την κατανομή της ταχύτητας u εντός του ορίου ως συνάρτηση της απόστασης y από το όριο. Αν δεν υπήρχε οριακό στρώμα, η γραμμή της ταχύτητας του ελεύθερου ρεύματος U θα ήταν ακριβώς στο τέλος της γραμμής CA όπου τελειώνει το όριο.

Η μείωση του όγκου ροής λόγω της μείωσης της ταχύτητας στο στρώμα, αντιστοιχεί στην σκιασμένη περιοχή OAC στο διάγραμμα.

$$\Delta Q = \int_0^h (U - u) dy \quad (4.3.1)$$

Η διάσταση h επιλέγεται έτσι ώστε $u = U$ για κάθε τιμή του y που είναι μεγαλύτερη από h .

Εάν ο όγκος ροής μετατοπιστεί από την γραμμή A'A του ελεύθερου ρεύματος στη γραμμή B'B του ελεύθερου ρεύματος σε μια απόσταση δ^* ο όγκος ροής μεταξύ A'A και B'B είναι επίσης ΔQ και αυτό φαίνεται να είναι:

$$\Delta Q = U\delta^* \quad (4.3.2)$$

Εξισώνοντας τα αποτελέσματα των εξισώσεων 4.3.1 και 4.3.2 έχουμε

$$\delta^* = \frac{1}{U} \int_0^h (U - u) dy$$

ή

$$\delta^* = \int_0^h \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

Τώρα το h είναι οποιαδήποτε τιμή που πληροί τον όρο

$$u = U$$

ή

$$1 - \frac{u}{U} = 0$$

για όλες τις τιμές του y μεγαλύτερες από h . Η τιμή του h μπορεί να αυξηθεί επ' άπειρον χωρίς να επηρεάζεται η αξία του ολοκληρώματος, έτσι επιτρέπουμε στη τιμή του h να αυξηθεί προς το άπειρο:

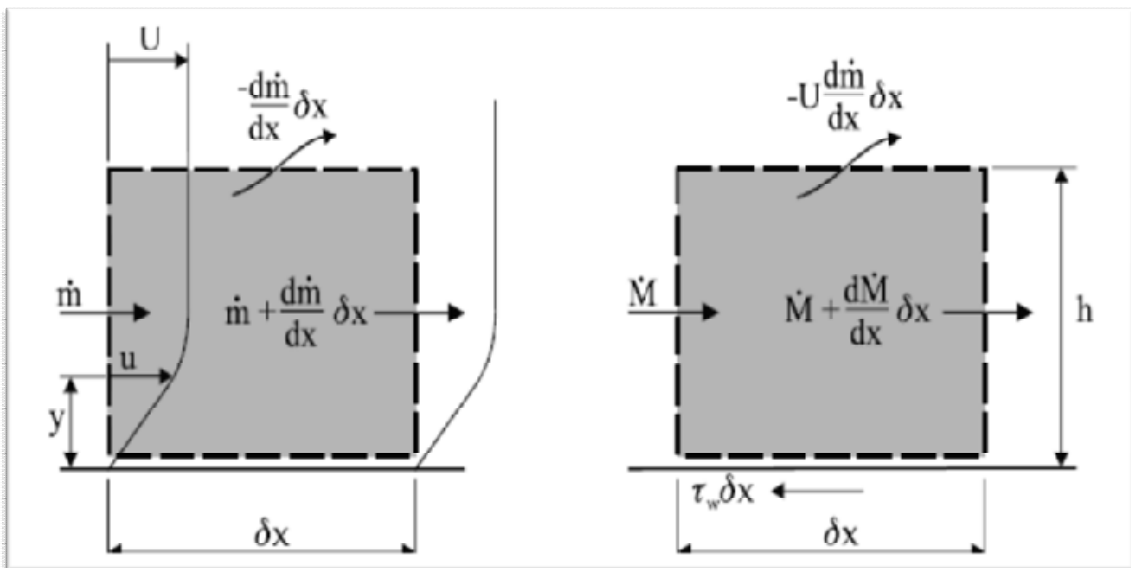
$$h \rightarrow \infty$$

όπου έχουμε αποτέλεσμα:

$$\delta^* = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad (4.3.3)$$

Θεωρούμε έναν όγκο μήκους δx , ύψους h (μεγαλύτερο από το πάχος δ του οριακού στρώματος) και η μονάδα πάχους είναι κάθετη προς το επίπεδο των διαγραμμάτων που φαίνονται στο Σχήμα 4.3. Το ποσοστό μάζας που εισρέει συμβολίζεται με \dot{m} και βρίσκεται στο τέλος του αριστερού τμήματος του γραφήματος, και το ποσοστό της μάζας που εκρέει βρίσκεται στο δεξιό μέρος του γραφήματος και συμβολίζεται με $\dot{m} + \frac{d\dot{m}}{dx} \delta x$.

Η εξίσωση της συνέχειας εμφανίζει την εκροή μάζας από την άνω επιφάνεια να είναι $-\frac{d\dot{m}}{dx} \delta x$. Η εξίσωση ορμής μπορεί τώρα να προκύψει ως εξής:



Σχήμα 4.3 Μάζα και συνεχής ορμή στο οριακό στρώμα

Το καθαρό ποσοστό αποβολής της x συνιστώσας της ορμής, από τον όγκο είναι το άθροισμα των:

$$\dot{M} + \frac{d\dot{M}}{dx} \delta x \quad \text{στο δεξιό μέρος}$$

$$-\dot{M} \quad \text{στο αριστερό μέρος}$$

και $-U \frac{d\dot{m}}{dx} \delta x$ στο πάνω μέρος της επιφάνειας

Σημείωση: Πάνω από το άνω μέρος της επιφάνειας, η x συνιστώσα της ταχύτητας είναι U, και η μάζα εκροής είναι $\frac{-d\dot{m}}{dx} \delta x$.

Αν διατμητική τάση στην επιφάνεια t_w ενεργεί προς την κατεύθυνση που φαίνεται στο γράφημα, η εξίσωση της ορμής στη συνέχεια είναι:

$$-\tau_w \delta x = \dot{M} + \frac{d\dot{M}}{dx} \delta x - \dot{M} - U \frac{d\dot{m}}{dx} \delta x$$

Που απλοποιείται σε

$$t_w = U \frac{d\dot{m}}{dx} - \frac{d\dot{M}}{dx}$$

ή

$$\tau_w = \frac{d}{dx} (U\dot{m} - \dot{M}) \quad (4.3.4)$$

Τώρα

$$\dot{m} = \rho \int_0^h u dy \quad (4.3.5)$$

και

$$\dot{M} = \rho \int_0^h u^2 dy \quad (4.3.6)$$

Έτσι αντικαθιστώντας αυτά τα αποτελέσματα στην εξίσωση (4.3.4) έχουμε:

$$\tau_w = \rho \frac{d}{dx} \left[\int_0^h (Uu - u^2) dy \right]$$

ή

$$\tau_w = \rho U^2 \frac{d}{dx} \left[\int_0^h \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \right]$$

Καθώς $u=U$ για όλες τις τιμές του y που είναι μεγαλύτερο από h , το πάνω μέρος του ολοκληρώματος μπορεί μετατραπεί σε άπειρο

$$\tau_w = \rho U^2 \frac{d}{dx} \left[\int_0^{\infty} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \right] \quad (4.3.7)$$

Είναι βολικό να εκφράσουμε το συντελεστή τ_w στον αδιάστατο συντελεστή επιδερμικής τριβής:

$$c_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U^2} \quad (4.3.8)$$

Και αφού γίνει αυτό, η εξίσωση (4.3.7) γίνεται

$$c_f = 2 \frac{d}{dx} \left[\int_0^{\infty} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \right] \quad (4.3.9)$$

Η οποία απλοποιείται αν ορίσουμε:

$$\Theta = \int_0^{\infty} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad (4.3.10)$$

Όπου το Θ ονομάζεται πάχος ορμής του οριακού στρώματος.
Η εξίσωση (4.3.9) γίνεται:

$$c_f = 2 \frac{d\Theta}{dx} \quad (4.3.11)$$

Ο συνολικός συντελεστής επιδερμικής δύναμης ανά μονάδα πλάτους σε πλάκα μήκους L είναι

$$D_f = \int_0^L \tau_w dx$$

(4.3.12)

Γράφοντας το τ_w σαν όρο του c_f από την εξίσωση (4.3.8) έχουμε:

$$D_f = \frac{1}{2} \rho U^2 \int_0^L c_f dx$$

Και από την εξίσωση (4.3.11) έχουμε:

$$D_f = \frac{1}{2} \rho U^2 \times 2 \int_0^L \frac{d\Theta}{dx} dx$$

Όταν $x=0$, $\Theta=0$, το πάχος ορμής γράφεται Θ_L και παίρνει τιμές σ' όλο το μήκος L .

$$D_f = \frac{1}{2} \rho U^2 \times 2\Theta_L$$

(4.3.13)

Ο συνολικός συντελεστής επιδερμικής δύναμης γράφεται με όρους του ολικού συντελεστή επιδερμικής τριβής.

$$C_f = \frac{D_f}{\frac{1}{2} \rho U^2 L}$$

Και αντικαθιστώντας το D_f από την εξίσωση (4.3.13) έχουμε:

$$C_f = \frac{2\Theta_L}{L}$$

(4.3.14)

Αυτή η εξίσωση δίνει τον ολικό συντελεστή επιδερμικής τριβής σε λεία πλάκα με τους όρους του πάχους ορμής, και του μήκους της πλάκας.

Είναι χρήσιμο να αναφερθούμε στο λόγο του πάχους μετατόπισης δ^* διά του πάχους ορμής Θ , όπου αυτός ο λόγος ονομάζεται H :

$$H = \frac{\delta^*}{\Theta}$$

(4.3.15)

Ο υπολογισμός του προφίλ της ταχύτητας και του πάχους των οριακών στρωμάτων είναι πέρα από το σκοπό αυτού του εγχειριδίου, αλλά για την αναφορά και για τη σύγκριση με τα αποτελέσματα των πειραμάτων που θα γίνουν, δίνονται πιο κάτω μερικά θεωρητικά αποτελέσματα.

Για ένα στρωτό οριακό στρώμα κατά μήκος μιας επίπεδης πλάκας και με ταχύτητα ελεύθερης ροής, έχει υπολογιστεί το προφίλ της ταχύτητας και μερικά από τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.1.

$y\sqrt{Re_x}/x$	0	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0
u/U	0	0.1659	0.3298	0.4868	0.6298	0.8461	0.9555	0.9916	0.9990

Πίνακας 4.1 Κατανομή της ταχύτητας σε στρωτό οριακό στρώμα κατά μήκος επίπεδης πλάκας

Σημείωση:

Η αδιάστατη παράμετρος ($y\sqrt{Re_x}/x$) που χρησιμοποιείται στο πιο πάνω πίνακα, γενικεύει τα αποτελέσματα σε οποιαδήποτε τιμή της απόστασης x κατά μήκος της πλάκας. Για το συγκεκριμένο στρωτό οριακό στρώμα, το πάχος εκτοπίσματος δ^* και το πάχος ορμής Θ δίνονται από:

$$\delta^* = \frac{1.721x}{\sqrt{Re_x}} \quad (4.3.16)$$

και

$$\Theta = \frac{0.664x}{\sqrt{Re_x}} \quad (4.3.17)$$

από τα οποία μπορεί να σημειωθεί, ότι το πάχος κατά μήκος της πλάκας αυξάνεται κατ' αναλογία προς \sqrt{x} . Ο σχηματικός συντελεστής είναι

$$H = 2.59 \quad (4.3.18)$$

Για ένα τυρβώδες οριακό στρώμα κατά μήκος μιας λείας επίπεδης πλάκας δεν υπάρχουν αντίστοιχα υπολογισμένα αποτελέσματα.

Συχνά η κατανομή ταχύτητας εκφράζεται με τη μορφή:

$$\frac{u}{U} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (4.3.19)$$

όπου n είναι ένας δείκτης που κυμαίνεται από 5 έως 8 περίπου, και η αξία του Re_x αυξάνεται στο εύρος 10^5 έως 10^9 . Το πάχος μετατόπισης και το πάχος ορμής αναφέρονται συχνά ως

$$\delta^* = \frac{0.046x}{\sqrt{Re_x^{0.2}}} \quad (4.3.20)$$

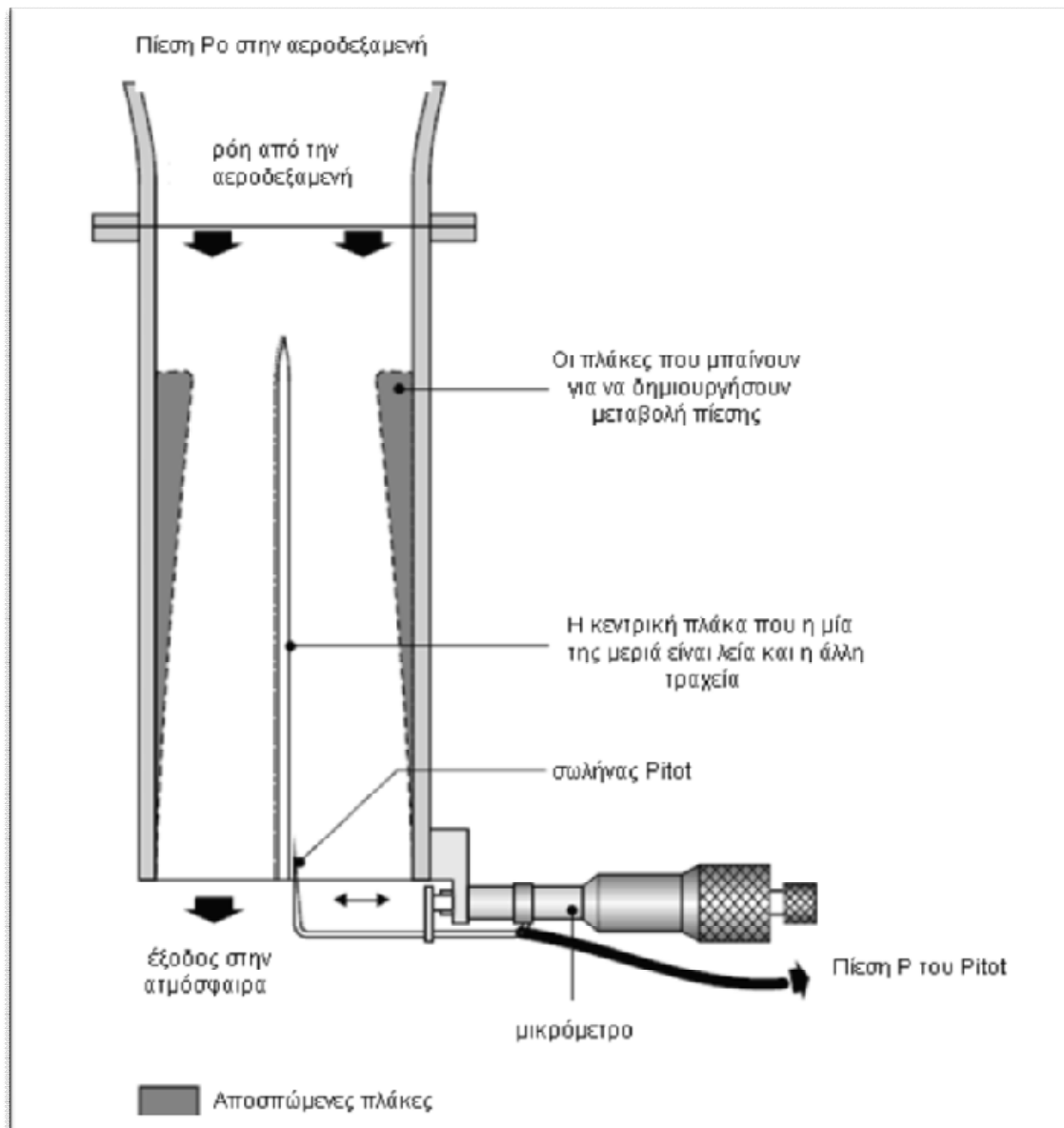
$$\theta = \frac{0.036x}{Re_x^{0.2}} \quad (4.3.21)$$

Και ο σχηματικός συντελεστής

$$H = 1.29 \quad (4.3.22)$$

4.4 Περιγραφή συσκευής:

Στο σχήμα 4.4 απεικονίζεται η διάταξη της συσκευής, για τα πειράματα σε οριακά στρώματα, που εφαρμόζεται στην έξοδο της συστολής του πάγκου αερορροής. Μια επίπεδη πλάκα τοποθετείται σε ύψος, στη μέση περίπου της συσκευής, με την αιχμηρή της άκρη να κόβει το ρεύμα ροής. Η μία πλευρά της πλάκας είναι ομαλή και η άλλη τραχιά, έτσι ώστε με την περιστροφή της πλάκας, τα αποτελέσματα να μπορούν να επιτευχθούν και στα δύο είδη επιφανειών.



Σχήμα 4.4 Σχηματική αναπαράσταση συσκευής οριακών στρωμάτων

Ένας σωλήνας Pitot μπορεί να διέρχεται διαμέσου του οριακού στρώματος, σε ένα τμήμα κοντά στο κάτω άκρο της πλάκας. Αυτός ο σωλήνας είναι ένα ευαίσθητο μέσο, το οποίο πρέπει να αντιμετωπίζεται με ιδιαίτερη προσοχή για να αποφευχθεί τυχόν ζημιά. Το άκρο του σωλήνα είναι πεπλατυσμένο, έτσι ώστε να παρουσιάζει ένα στενό άνοιγμα (σχισμή) στη ροή. Ο μηχανισμός που μετακινεί τον σωλήνα είναι εφοδιασμένος με ένα ελατήριο για την πρόληψη σπασμωδικής κίνησης.

Για την ανάγνωση χρησιμοποιείται ένα μικρόμετρο που υποδεικνύει τον εκτοπισμό του του σωλήνας Pitot.

Στα τοιχώματα της συσκευής μπορούν να εφαρμοστούν πλάκες (χιτώνια), έτσι ώστε να βοηθούν, είτε στην επιτάχυνση ή στην επιβράδυνση της ελεύθερης ροής σε ολόκληρο το μήκος της πλάκας, ανάλογα με το ποια μεριά είναι τοποθετημένες.

Με την αφαίρεση των πλακών, δημιουργούνται συνθήκες ομοιόμορφης ροής στο ελεύθερο ρεύμα που επιτυγχάνεται κατά μήκος της πλάκας.

Για να δημιουργήσουμε ένα σχεδιάγραμμα ταχύτητας οριακού στρώματος, ο σωλήνας Pitot βρίσκεται περίπου 10 χιλιοστά από την επιφάνεια και η επιθυμητή ταχύτητα αέρα ρυθμίζεται, φέρνοντας την πίεση P_0 στην αεροδεξαμενή στην απαιτούμενη τιμή.

Οι Αναγνώσεις της συνολικής πίεσης P μετρούνται από το σωλήνα Pitot και στη συνέχεια καταγράφονται κατά τη διάρκεια μιας σειράς ρυθμίσεων του μικρομέτρου, καθώς ο σωλήνας μετατοπίζεται προς την πλάκα. Στην αρχή οι πρώτες οι μετρήσεις θα πρέπει να είναι σταθερές, υποδεικνύοντας ότι η τραβέρσα έχει αρχίσει στην ελεύθερη ροή, εάν αυτό δεν συμβαίνει, πάμε πίσω και ξαναρχίζουμε με μια αρχική ρύθμιση πιο μακριά από την πλάκα. Καθώς η ανάγνωση μετρήσεων του σωλήνα Pitot αρχίζει να πέφτει, το βήμα μήκους του μικρομέτρου θα πρέπει να μειωθεί, έτσι ώστε να είναι δυνατό να πάρουμε 10 μετρήσεις.

Η ανάγνωση δεν εμπίπτει στο μηδέν αφού ο σωλήνας αγγίζει στον τοίχο, λόγω του πεπερασμένου πάχους του, οπότε η ο μηχανισμός του μικρομέτρου σταματάει, είτε έρθει σε επαφή με το τοίχωμα, είτε από το ηλεκτρικό κύκλωμα ή από τις αναγνώσεις που αρχίζουν να εμφανίζονται σταθερές καθώς το μικρόμετρο έχει προχωρήσει προς την επιφάνεια.

4.5 Πειραματική διαδικασία:

Προσοχή: Πρέπει να δοθεί μεγάλη προσοχή στον χειρισμό του σωλήνα Pitot, διότι είναι πολύ ευαίσθητος.

α(1) Η επίπεδη πλάκα με την λεία της επιφάνεια προς τον σωλήνα Pitot θα πρέπει να είναι τοποθετημένη ολόκληρη εντός της συσκευής (όπως φαίνεται στο Σχ. 4.4), από την οποία έχουν αφαιρεθεί οι εσωτερικές (μεταλλικές) επενδύσεις.

α(2) Θέτουμε σε λειτουργία το τραπέζι αεροροής και ανοίγουμε την παροχή του αέρα (σε κάποια θέση πάνω από το μέσο), ώστε να υπάρχει ικανοποιητική πίεση P_{Δ} στην αεροδεξαμενή.

α(3) Παρατηρώντας στο πολυμανόμετρο την ένδειξη της ολικής πίεσης P να μετακινήσετε οριζόντια τον σωλήνα Pitot περιστρέφοντας σιγά-σιγά τον κοχλία της βάσης του μέχρις ότου φθάσει πολύ κοντά στην πλάκα η οπή του. Με τέτοιες κινήσεις να εκλέξετε με τον μοχλό της αεροροής την πίεση P_{Δ} στην αεροδεξαμενή, ώστε η όλη μεταβολή της ολικής πίεσεως P να παρατηρείται για ολική οριζόντια μετατόπιση 5,5mm μέχρι 7,5mm περίπου του σωλήνα Pitot. Η απόσταση αυτή μετριέται με το μικρόμετρο (και σημειώνεται πρόχειρα για να μας χρησιμεύσει να πάρουμε δέκα περίπου μετρήσεις).

α(4) Ξεκινώντας τις μετρήσεις μας (με σταθερό τον μοχλό αεροροής) αρχίζουμε την πρώτη μέτρηση μας θέτοντας τον σωλήνα Pitot μακριά από την πλάκα και σε θέση λίγο πριν αρχίσει να μεταβάλλεται η ολική πίεση P . Να αναγνωσθούν προσεκτικά η ένδειξη του μικρομέτρου και του πολυμανομέτρου (για την ολική πίεση P) και να καταχωρηθούν στον πίνακα 4.4.

α(5) Μετακινούμε τώρα τον σωλήνα Pitot προς την πλάκα παίρνοντας δέκα περίπου μετρήσεις συνολικά. Στις τελευταίες μετρήσεις πρέπει να προσέξουμε

να μην πιέζεται ο σωλήνας Pitot στην πλάκα, διότι το τέρμα του φαίνεται από όταν δεν μεταβάλλεται η ολική πίεση P.

α(6) Αφού γίνει η αλλαγή (από τον εκπαιδευτικό) και τοποθετηθεί η τραχεία επιφάνεια της πλάκας προς τον σωλήνα Pitot επαναλαμβάνουμε τις εργασίες α(4) και α(5) καταχωρώντας τις μετρήσεις στον πίνακα 4.3.

β(1) Αφού τοποθετηθούν (από τον εκπαιδευτικό) οι εσωτερικές επενδύσεις και η λεία επιφάνεια προς τον σωλήνα Pitot, επαναλαμβάνουμε τις εργασίες α(4) και α(5) καταχωρώντας τις μετρήσεις στον πίνακα 4.3.

γ(1) Αφού αφαιρεθούν οι εσωτερικές επενδύσεις και τοποθετηθεί ολόκληρη η πλάκα εντός της συσκευής επαναλαμβάνουμε για όλες τις εγκοπές της πλάκας (που απέχουν μεταξύ τους 50mm) τις εργασίες α(4) και α(5) με κάποια σταθερή θέση του μοχλού αεροροής (τα αποτελέσματα σας να καταχωρηθούν στον πίνακα 4.4).

4.6 Αποτελέσματα και Γραφικές Παραστάσεις

α) Έστω ότι για την δημιουργία της γραφικής παραστάσεως του Σχ. 4.5 έχουμε:

Θερμοκρασία του αέρα, $T = 19 \text{ }^\circ\text{C} = 292 \text{ K}$

Ατμοσφαιρική πίεση, $P_a = 1010 \text{ mb} = 1,01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$.

Πυκνότητα του αέρα, $\rho = \frac{P_a}{287 \cdot T} = 1.204 \text{ kg/m}^3$

Δυναμικό ιξώδες, $\mu = 1.46 \frac{T^{1.5}}{110+T} 10^{-6} \text{ Ns/m}^2 = 1.8 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$

Ολική πίεση P του σωλήνα Pitot στο ελεύθερο ρεύμα, $P_u = 5,5 \text{ mb}$.

Οπότε έχουμε την ταχύτητα U του ελευθέρου ρεύματος:

$$\frac{1}{2} \rho U^2 = P_u \rightarrow U = \sqrt{\frac{2 \times 550}{1.204}} = 30.2 \text{ m/s}$$

Και ο αριθμός Reynolds

$$Re_L = \frac{\rho U L}{\mu} = \frac{1.204 \times 30.2 \times 0.265}{1.8 \times 10^{-5}} = 5.37 \times 10^5$$

όπου L= μήκος πλάκας = 265 mm

Συνεπώς το οριακό στρώμα σε αυτή την περιοχή της πλάκας (και με αυτές τις συνθήκες) είναι τυρβώδες, διότι $Re_L > 5 \times 10^5$.

Ο υπολογισμός του πάχους μετατοπίσεως δ^* (βλ. Εξ. 4.3.3) θα γίνει με υπολογισμό (δια εμβαδομέτρου ή μέτρησης όλων των τετραγωνιδίων του χιλιοστομετρικού χαρτιού) του εμβαδού μεταξύ της καμπύλης u/U και της ευθείας u/U = 1 (βλ. Σχ. 4.5). Για τον υπολογισμό του πάχους ορμής στο Σχ. 4.5 χαράσσουμε την αντίστοιχη για τα ίδια y καμπύλη $f(u/U) = (1-u/U) u/U$, καθότι για το κάθε y γνωρίζουμε την αριθμητική τιμή u/U. Έτσι το θ είναι το εμβαδόν μεταξύ της καμπύλης αυτής και του άξονα y.

Βάσει του Σχ. 4.5 βρίσκουμε:

Για λεία πλάκα: $\delta^*=0,53\text{mm}$, $\theta=0,40\text{mm}$, $H=1,32\text{mm}$

Για τραχεία πλάκα: $\delta^*=1,50\text{mm}$, $\theta=1,50\text{mm}$, $H=1,53\text{mm}$

Όταν η πλάκα είναι λεία, τότε από το Σχ. 4.5 βρίσκουμε για την περίπτωση τυρβώδους οριακού στρώματος: $\delta = y = 3\text{mm}$ (όταν $u/U = 0,99$) και επομένως η σχέση (4.3.19) μπορεί να πάρει την μορφή:

$$\frac{u}{U} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}}, \quad \text{με } \delta = 3\text{mm},$$

που μπορεί τώρα να σχεδιασθεί και αυτή στο Σχ. 4.5 και είναι αυτή με τη διακεκομμένη γραμμή. Έτσι μπορούμε να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα μας με τα θεωρητικά.

Οι τιμές δ^* και θ υπολογίζονται για τυρβώδη οριακό στρώμα από τις σχέσεις του πίνακα 4.2, για $L=265\text{mm}$,

$$\delta^* = 0,046 \chi 265 / (5,37 \chi 10^5)^{0.2} = 0,87\text{mm}$$

$$\theta = 0,036 \chi 265 / (5,37 \chi 10^5)^{0.2} = 0,68\text{mm}$$

Τα αποτελέσματα αυτά συγκρινόμενα με εκείνα που βρέθηκαν από το πείραμα για λεία πλάκα είναι μεγαλύτερα (διότι, σύμφωνα με το Σχ. 4.5 και τους ορισμούς των Εξ. 4.3.3 και 4.3.10, έχουμε $\delta^* = 0,53\text{mm}$ και $\theta = 0,40\text{mm}$). Αυτό σημαίνει ότι ένα τμήμα του οριακού στρώματος είναι στρωτό. Έτσι το όλο εμφανίζεται να έχει μικρότερη επιδερμική τριβή από εκείνη που θα είχε αν όλο το μήκος του ήταν τυρβώδες.

Είναι φανερό ότι στην τραχεία πλάκα τα αποτελέσματα είναι διπλάσια περίπου από αυτά της λείας πλάκας.

Αυτό σημαίνει αντίσταση μικρότερη στην λεία πλάκα.

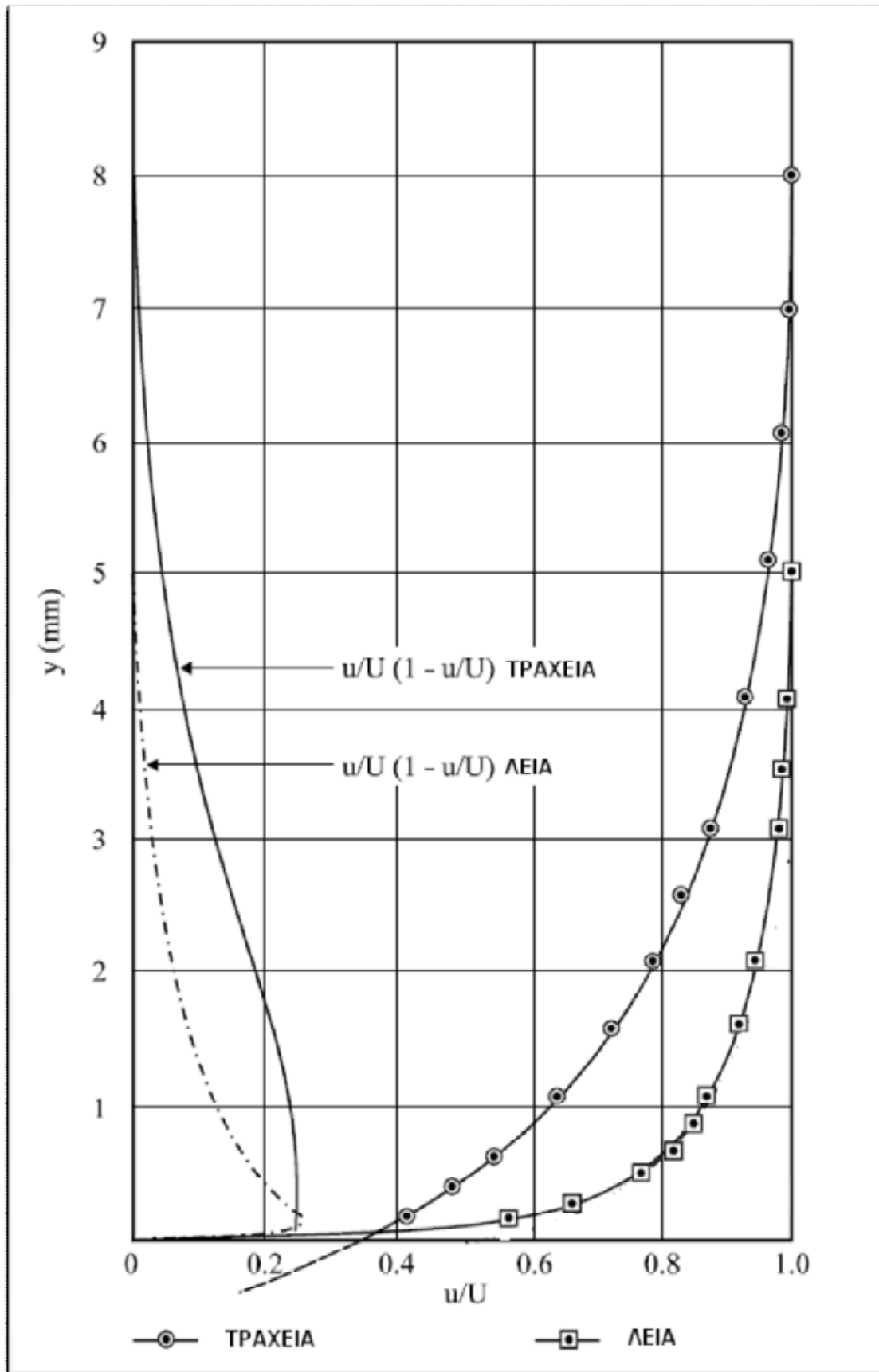
β) Αν η πίεση μεταβάλλεται και έστω ότι έχουμε $P_u = 5,40\text{mm}$ τότε βρίσκουμε (βλ. προηγουμένως): $Re_L=4,9 \chi 10^5$

Εργαζόμαστε ομοίως όπως παραπάνω και συγκρίνουμε τα αποτελέσματα αυτά με αυτά της προηγούμενης περίπτωσης. Έστω ότι είναι:

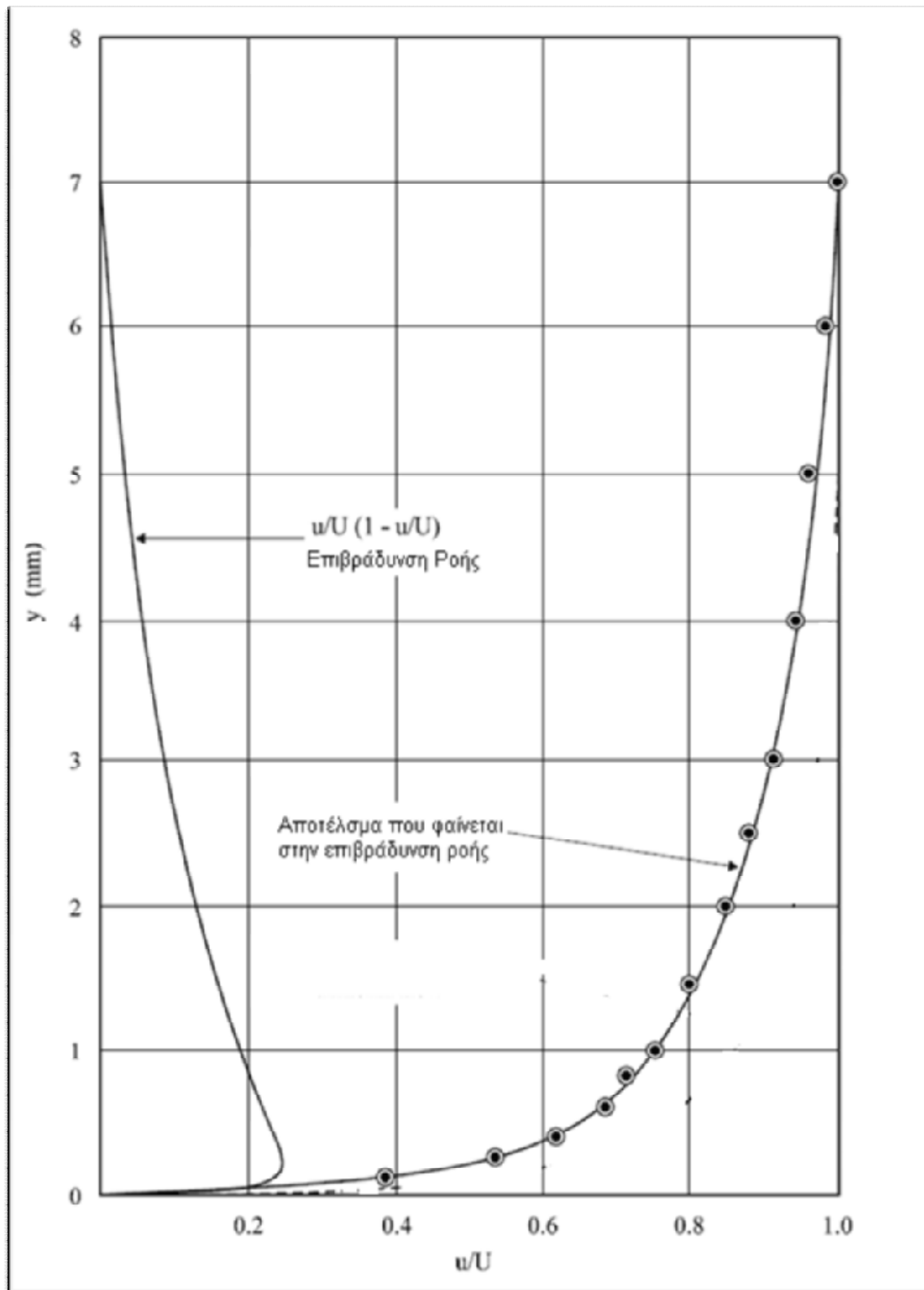
$$\delta^* = 0,86\text{mm}, \quad \theta = 0.60\text{mm}, \quad H = 1,43$$

πράγμα, που δείχνει ότι μεγαλώνει το οριακό στρώμα για την περίπτωση της λείας πλάκας.

Το συμπέρασμα μας, λοιπόν, από τα δεδομένα αυτά της πειραματικής ασκήσεως είναι ότι τόσο το ελεύθερο ρεύμα όσο και το οριακό στρώμα στην διατομή του $L= 256\text{mm}$ είναι τυρβώδες. Τα αποτελέσματα της κατανομής της ταχύτητας δείχνουν ότι η σκληρότητα της επίπεδης επιφάνειας και η μεταβολή της βαθμίδας πίεσεως αυξάνουν την μεταβολή αναπτύξεως του οριακού στρώματος.



Σχήμα 4.5 Κατανομή της ταχύτητας σε τυρβώδες οριακό στρώμα σε λεία πλάκα



Σχήμα 4.6 Μεταβολή πίεσης σε οριακό στρώμα σε λεία πλάκα

Πίνακας 4.2: Χρήσιμα αποτελέσματα ερευνών για το οριακό στρώμα επίπεδης πλάκας			
ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ	ΤΥΠΟΣ	ΣΤΡΩΤΟ	ΤΥΡΒΩΔΕΣ
Μεταβολή ταχύτητας, $u(y)$	Η μεταβολή της u θεωρείται όμοια σε διαφορετικές αποστάσεις x από το εμπροσθεν άκρον της πλάκας. Είναι, επίσης, $U=u$ στο χώρο εκτός του οριακού στρώματος.		
Τοπικός αριθμός Reynolds Re_L	$Re_x = \frac{xU}{\nu}$	$(Re)_{\text{κρίσιμος}} \leq 5 \times 10^5$	$(Re)_{\text{κρίσιμος}} \geq 5 \times 10^5$
Πάχος οριακού στρώματος, δ	$\delta = y$, όταν $u = 0.99U$	$\delta = 1,328x/\sqrt{Re_x}$	$\delta = 0.377x/(Re)^{0.2}$
Πάχος μετατοπίσεως, δ^*	$\delta^* = \int_0^{\infty} (1 - \frac{u}{U}) dy$	$\delta^* = 1,721x/\sqrt{Re_x}$	$\delta = 0.046x/(Re)^{0.2}$
Πάχος ορμής, θ	$\theta = \int_0^{\infty} \frac{u}{U} (1 - \frac{u}{U}) dy$	$\theta = 0,644x/\sqrt{Re_x}$	$\theta = 0.036x/(Re)^{0.2}$
Σχηματικός συντελεστής, H	$H = \delta^*/\theta$		
Διαμητική τάση στη πλάκα, τ_0	$\tau_0 = \mu \left(\frac{du}{dy} \right)_{y=0} = \rho U^2$	$\tau_0 = 0,332 \frac{\rho U}{x\sqrt{Re_x}}$	$\tau_0 = 0,0296\rho U/(Re_x)^{0.2}$
Συντελεστής επιδερμικής τριβής, C_f	$C_f = \frac{\tau_0}{\rho U^2/2} = 2 \frac{d\theta}{dx}$	$C_f = 0,664/\sqrt{Re_x}$	$C_f = 0.0296/(Re_x)^{0.2}$
Ολικός συντελεστής των C_f ή ολικός συντ/στής αντιστάσεως, C_D	$C_D = \frac{F_D}{A\rho U^2/2} = 2 \frac{\theta}{L}$	$C_D = 1.328/\sqrt{Re_L}$	$C_D = 0.074/(Re_L)^{0.2}$ $C_D = 0.455/(\log Re_L)^{2.58}$
Σημείωση: Οι σχέσεις υπολογισμού των τ_0 , C_f και C_D ισχύουν για συνθήκες σταθερής πίεσης πλησίον της λείας πλάκας και επιπλέον στη περίπτωση τυρβώδους ροής η Εξ.(3.5). Η ολική δύναμη αντιδράσεως σ' όλη την επιφάνεια της πλάκας ($A = bL$) θα είναι F_D			

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΟΡΙΑΚΩΝ ΣΤΡΩΜΑΤΩΝ

Δεδομένα: Μήκος πλάκας από το εμπροσθεν άκρο της μέχρι το επίπεδο μετακινήσεως της οπής του σωλήνα Pitot, $L = 0,265\text{m}$. Πάχος του σωλήνα Pitot στην οπή, $2a = 0,4\text{mm}$. Οπότε η απόκλιση του κέντρου του σωλήνα Pitot, όταν βρίσκεται σε επαφή με την πλάκα, θα είναι $a = 0,2\text{mm}$. Απόσταση εγκοπών της πλάκας $l = 50\text{mm}$.

Θερμοκρασία και πίεση του ατμοσφαιρικού αέρα:

$$T = 18^\circ\text{C} = 291\text{K}, P_{\text{atm}} = 1007\text{mb} = 1.007 \times 100 \text{ N/m}^2$$

Πίεση αεροδεξαμενης : P αεροδεξαμενης $= 6.6\text{mb} = 6.6 \times 100 \text{ N/m}^2$

Υπολογισμοί: Πυκνότητα και ιξώδες του αέρα στη ροή ,
 $\rho = 1.210 \text{ kg/m}^3$ $\mu = 1.8 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$ $\nu = 1,49 \times 10^{-5}$

Αποτελέσματα Μετρήσεων

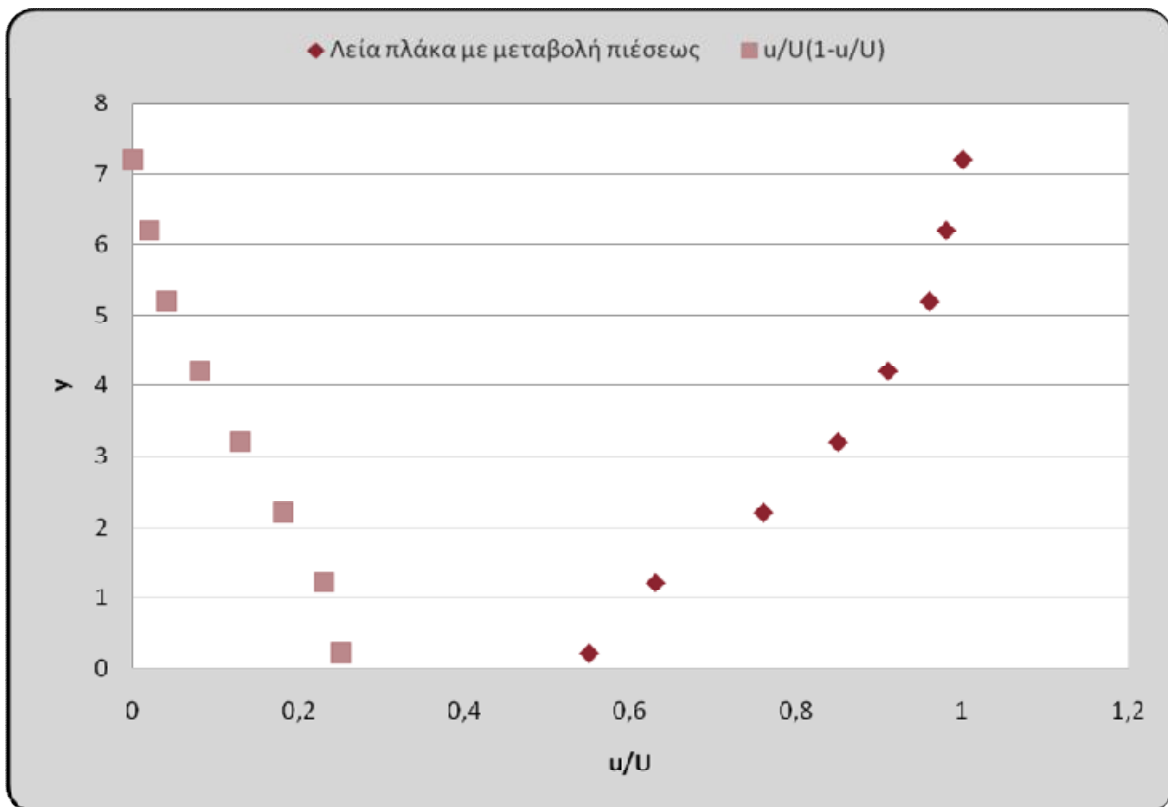
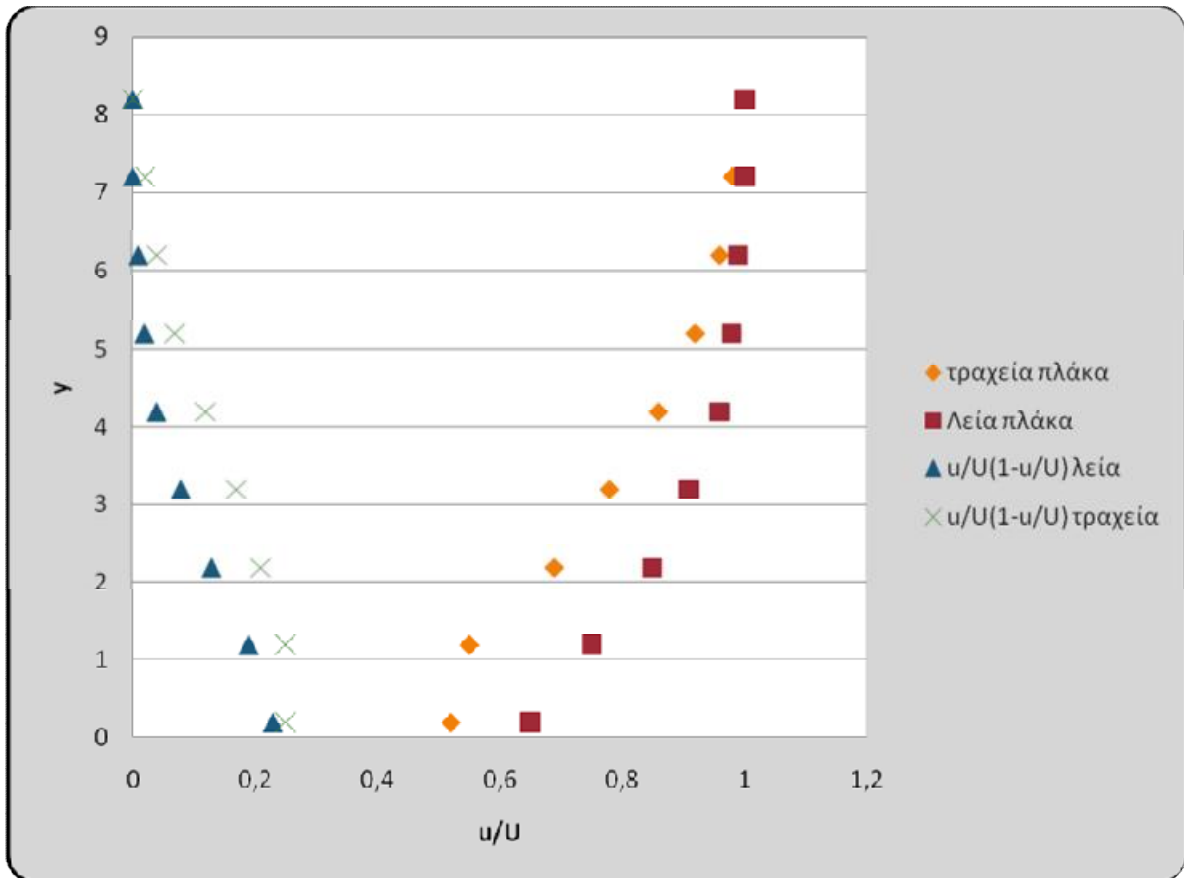
Πίνακας 4.3

Τραχειά Πλάκα				Λεία Πλάκα με μεταβολή πίεσεως			
Ανάγν. (mm)	y(mm)	P(mb)	u/U	Ανάγν. (mm)	y(mm)	P(mb)	u/U
19	8.2	6	1	17	7.2	6.7	1
18	7.2	5.8	0.98	16	6.2	6.5	0.98
17	6.2	5.5	0.96	15	5.2	6.2	0.96
16	5.2	5.1	0.92	14	4.2	5.6	0.91
15	4.2	4.4	0.86	13	3.2	4.9	0.85
14	3.2	3.7	0.78	12	2.2	3.9	0.76
13	2.2	2.9	0.69	11	1.2	2.7	0.63
12	1.2	1.8	0.55	10	0.2	2	0.55
11	0.2	1.6	0.52	-	-	-	-

$Re_L=5.6 \times 10^5$	(mm) $\delta^*=0.86$	$Re_L=5.9 \times 10^5$	(mm) $\delta^*=0.85$
(mm) $\Theta=0.68$	H=1.265	(mm) $\Theta=0.67$	H=1,269
$C_D=0.00524$	$C_F=0.00210$	$C_D=0.00518$	$C_F=0.00207$
(m/s)U=31.49	(mm) $\delta=7.1$	(m/s)U=33.28	(mm) $\delta=7$

Πίνακας 4.4

x=256mm P _v =6.1mb U=31.75m/s Re _x =5.5x10 ⁵	Ανάγν (mm)	17	16	15	14	13	12	11	10	(mm) $\delta=6.86$
	y (mm)	7.2	6.2	5.2	4.2	3.2	2.2	1.2	0.2	(mm) $\delta^*=0.84$
	P (mb)	6.1	6	5.9	5.6	5.1	4.4	3.4	2.6	(mm) $\Theta=0.65$
	u/U	1	0.99	0.98	0.96	0.91	0.85	0.75	0.65	H=1,292 C _F =0.0021
x=206mm P _v =6.2mb U=31.75m/s Re _x =4.4x10 ⁵	Ανάγν (mm)	17	16	15	14	13	12	11	10	(mm) $\delta=0.41$
	y (mm)	7.2	6.2	5.2	4.2	3.2	2.2	1.2	0.2	(mm) $\delta^*=0.53$
	P (mb)	6.2	6	5.8	5.6	5.4	4.6	3.6	3.2	(mm) $\Theta=0.20$
	u/U	1	0.98	0.97	0.95	0.93	0.86	0.76	0.72	H=2.65 C _F =0.001
x=156mm P _v =6.2mb U=31.75m/s Re _x =3.3x10 ⁵	Ανάγν (mm)	17	16	15	14	13	12	11	10	(mm) $\delta=0.36$
	y (mm)	7.2	6.2	5.2	4.2	3.2	2.2	1.2	0.2	(mm) $\delta^*=0.46$
	P (mb)	6.2	6.2	6	5.9	5.7	5	3.8	3.3	(mm) $\Theta=0.17$
	u/U	1	1	0.98	0.97	0.96	0.90	0.78	0.73	H=2.706 C _F =0.00116
x=106mm P _v =6.1mb U=31.75m/s Re _x =2.2x10 ⁵	Ανάγν (mm)	17	16	15	14	13	12	11	10	(mm) $\delta=0.30$
	y (mm)	7.2	6.2	5.2	4.2	3.2	2.2	1.2	0.2	(mm) $\delta^*=0.39$
	P (mb)	6.1	6.1	6.1	6	6	5.6	4.3	3.2	(mm) $\Theta=0.15$
	u/U	1	1	1	0.99	0.99	0.96	0.84	0.72	H=2.60 C _F =0.00142



4.7 Συμπεράσματα σχόλια και παρατηρήσεις

Η ταχύτητα που διασχίζει τυρβώδη οριακά στρώματα έχει μετρηθεί με ένα ειδικά διαμορφωμένο σωλήνα Pitot που μετατοπίζεται κοντά στην επιφάνεια. Τα σχεδιαγράμματα της ταχύτητας έδειξαν ότι η τραχύτητα στην επιφάνεια της πλάκας, καθώς και μια αυξανόμενη διαφορά πίεσεως, εξυπηρετούν την αύξηση του ποσοστού του μεγέθους του οριακού στρώματος.

Σχόλια

(i) Έστω ότι η μεταβολή της ταχύτητας στο τυρβώδες οριακό στρώμα μπορεί να έχει την προσεγγιστική μορφή:

$$\frac{u}{U} = A + B \log\left(\frac{y}{\delta}\right)$$

όπου A και B είναι σταθερές (που προσδιορίζονται πειραματικά). Να ελέγξετε για ποια από τα πειραματικά σας αποτελέσματα ισχύει η σχέση αυτή.

(ii) Να υπολογίσετε και να συγκρίνετε την ολική αντίσταση όλης της επιφάνειας στο ρευστό, για κάθε μία από τις περιπτώσεις της λείας και τραχείας επιφάνειας καθώς και για την περίπτωση της μεταβολής της πίεσεως.

(iii) Να εκτιμήσετε το πάχος του οριακού στρώματος στο τέλος ενός πλοίου, όπου η επιφάνεια απέχει από το εμπροσθεν άκρο 80mm, όταν το πλοίο κινείται με ταχύτητα 10m/s. Ποια θα είναι η δύναμη αντιστάσεως για κάθε μέτρο πλάτους;

(iv) Από τον σχεδιασμό του όλου οριακού στρώματος μπορείτε να συμπεράνετε για το είδος του οριακού στρώματος; Πού είναι στρωτό; Πού τυρβώδες και πού είναι η ζώνη μεταπτώσεως;

Απαντήσεις

(i) Δεδομένου ότι η σχέση $u/U = A + B \log(y/\delta)$ ισχύει για τυρβώδη ροή και με βάση τους υπολογισμούς όπου έχουν γίνει έχει βρεθεί ότι η τυρβώδης ροή αρχίζει μετά το σημείο $x = 225 \text{ mm}$ από την αρχή της πλάκας για λεία πλάκα. Επομένως η παραπάνω σχέση ισχύει μόνο για τις μετρήσεις που κάναμε για

το σημείο $\chi = 256$ της λείας πλάκας. Η σχέση αυτή μπορεί να ισχύει και για την τραχεία πλάκα αλλά για μεγάλους αριθμούς Raynolds.

(ii) Η ολική αντίσταση της επιφάνειας στο ρευστό βρίσκεται από τη σχέση

$$C_d = \frac{f_d}{A \rho \frac{U^2}{2}}$$

Για κάθε πλάκα και ανάλογα με τη ροή σε αυτήν, θα έχουμε μια διαφορετική τιμή του συντελεστή C_d .

Για την τραχεία πλάκα

$$A = 0,05 * 0,265 = 0,01325 \text{ m}^2$$

$$C_d = 0,00524 \text{ , } \rho = 1,210 \text{ kg/m}^3 \text{ , } U = 33,28 \text{ m/sec}$$

$$\text{Άρα έχω } f_d = (C_d A \rho U^2)/2 = 0,0416 \text{ N}$$

Για την λεία πλάκα ($\chi=0,256$)

$$A = 0,05 * 0,256 = 0,0128 \text{ m}^2$$

$$C_d = 0,0053 \text{ , } \rho = 1,210 \text{ kg/m}^3 \text{ , } U = 31,75 \text{ m/sec}$$

$$\text{Άρα έχω } f_d = (C_d A \rho U^2)/2 = 0,0414 \text{ N}$$

Για την λεία πλάκα ($\chi=0,206$)

$$A = 0,05 * 0,206 = 0,0103 \text{ m}^2$$

$$C_d = 0,0055 \text{ , } \rho = 1,210 \text{ kg/m}^3 \text{ , } U = 31,75 \text{ m/sec}$$

$$\text{Άρα έχω } f_d = (C_d A \rho U^2)/2 = 0,0346 \text{ N}$$

Για την λεία πλάκα ($\chi=0,156$)

$$A = 0,05 * 0,156 = 0,0078 \text{ m}^2$$

$$C_d = 0,0058 \text{ , } \rho = 1,210 \text{ kg/m}^3 \text{ , } U = 31,75 \text{ m/sec}$$

$$\text{Άρα έχω } f_d = (C_d A \rho U^2)/2 = 0,0276 \text{ N}$$

Για την λεία πλάκα ($\chi=0,106$)

$$A = 0,05 * 0,106 = 0,0053 \text{ m}^2$$

$$C_d = 0,0063 \text{ , } \rho = 1,210 \text{ kg/m}^3 \text{ , } U = 31,75 \text{ m/sec}$$

$$\text{Άρα έχω } f_d = (C_d A \rho U^2)/2 = 0,0204 \text{ N}$$

Για την μεταβολή πίεσεως στην λεία επιφάνεια $\chi = 0,265$

$$A = 0,05 * 0,265 = 0,01325 \text{ m}^2$$

$$C_d = 0,00518 \text{ , } \rho = 1,210 \text{ kg/m}^3 \text{ , } U = 33,28 \text{ m/sec}$$

Άρα έχω $f_d = (C_d A \rho U^2)/2 = 0,046 \text{ N}$

Από τα αποτελέσματα παρατηρούμε ότι για την λεία πλάκα και διαφορετικές αποστάσεις από την αρχή η ολική αντίσταση του ρευστού αυξάνεται όσο αυξάνεται η απόσταση του συγκεκριμένου σημείου από την πλάκα.

Έτσι παρατηρούμε την ελάχιστη αντίσταση για το σημείο $x = 106 \text{ mm}$ αφού $F_d = 0,0204 \text{ N}$ ενώ τη μέγιστη τιμή για το σημείο $x = 256 \text{ mm}$ αφού $F_d = 0,0414 \text{ N}$

Από τα αποτελέσματα βγαίνει ότι στην τραχεία πλάκα για πίεση $P = 6$ είναι περίπου ίση με την F_d της λείας στην ίδια περιοχή και με πίεση $P = 6,1$.

Επίσης ο ρυθμός αύξησης της δύναμης F_d μετά το σημείο $x = 206 \text{ mm}$ (τυρβώδης περιοχή) είναι πολύ μεγάλος σε σχέση με τον αντίστοιχο ρυθμό πριν το $x = 206 \text{ mm}$.

Άρα στην τυρβώδη ροή αυξάνεται κατά τη μεταβολή της πλάκας της ολικής αντίστασης F_d .

(iii) Για την περίπτωση μου θεωρώ ότι το πλοίο κινείται σε νερό θερμοκρασίας 20°C . Επομένως θα έχει $\rho = 900 \text{ Kg/m}^3$ και $\mu = 100 \times 10^{-5} \text{ Kg/ms}$

Η ροή του νερού στο τέλος του πλοίου είναι συνάρτηση του Re .

Άρα $Re = \rho u x / \mu = 7,2 \times 10^5$ που είναι μεγαλύτερο από το 5×10^5 . Επομένως η ροή είναι τυρβώδης.

Άρα το πάχος του οριακού στρώματος στο τέλος του πλοίου θα δίνεται από τον τύπο

$$\text{Το } \delta = 0,377x / (Re)^{0,2} = 2,032 \text{ mm}$$

Έχουμε $C_d = 0,074/14,84 = 0,0049$

Η δύναμη αντιστάσεως δίνεται από τη σχέση:

$$F_d = (C_d A \rho u^2) / 2 = (C_d b x \rho u^2) / 2 \Rightarrow F_d/b = 17,64 \text{ N/m}$$

Άρα η δύναμη αντίστασης για κάθε μέτρο πλάτους είναι $F_d / b = 17,64 \text{ N/m}$

(iv) Από το σχεδιασμό του οριακού στρώματος μπορούμε να καταλάβουμε που είναι στρωτό και που τυρβώδες.

Από την αρχή της πλάκας και λίγο πιο πάνω από τα 206 mm είναι στρωτό γιατί όπως φαίνεται από τον πίνακα 1.1 στα 206 mm έχουμε $Re_{206} = 4.4 \times 10^5$ που είναι μικρότερο του $Re_{\text{κρίσιμου}} = 5 \times 10^5$. Στα 256 mm βλέπουμε ότι ο αριθμός $Re_{256} = 5.5 \times 10^5$ όπου η περιοχή είναι τυρβώδης.

Άρα η ζώνη μεταπτώσεως είναι μεταξύ των 206 mm και 256 mm .

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

I. Περιγραφή – Πάγκου ροής αέρα AF10

Ένας ανεμιστήρας διοχετεύει τον ατμοσφαιρικό αέρα δια μέσου μιας βαλβίδας ελέγχου σε ένα θάλαμο διαστολής. Μερικά από τα προαιρετικά εξαρτήματα πειραμάτων εφαρμόζονται στο άνοιγμα του θαλάμου διαστολής. Εναλλακτικά, παρέχεται επίσης (και εγκατεστημένη), μια αεροδυναμικού σχήματος συστολή η οποία παρέχει ένα μικρότερο άνοιγμα για άλλα πειράματα. Δυνατοί αλλά εύχρηστοι σύνδεσμοι συγκρατούν τα εξαρτήματα πειραμάτων στην διαστολή ή στη συστολή, έτσι ώστε οι χρήστες δεν χρειάζονται κανένα πρόσθετο εργαλείο για να εγκαταστήσουν τα περισσότερα εξαρτήματα. Η αποφόρτιση από τα πειράματα γίνεται κανονικά προς τα κάτω. Ο αέρας περνά προς τα κάτω, διαμέσου μιας εξόδου και φεύγει από το πίσω μέρος του πάγκου. Για πειράματα με καπνό, οι χρήστες μπορούν να εγκαταστήσουν ένα εύκαμπτο σωλήνα στην εξάτμιση, για να διώχνουν τον άμεσο καπνό αποβλήτων μακριά. Ο πάγκος είναι τοποθετημένος σε ρόδες έτσι ώστε να μπορεί να κινηθεί χωρίς δυσκολία. Απαιτεί μονοφασικό εναλλασσόμενο ρεύμα.

- Πάγκος ροής αέρα με μεταβλητό έλεγχο ροής αέρα και ένα ευρύ φάσμα διαθέσιμων προαιρετικών ενοτήτων πειραμάτων για μια πλήρη σειρά μαθημάτων στη ροή αέρα.
- Μικρής κλίμακας σήραγγα αέρα, ιδανική για τα πειράματα σπουδαστών, για επιδείξεις διαλέξεων και εργασία σε διάφορα προγράμματα.
- Ευπροσάρμοστος, εύκολος να εγκατασταθεί και ευκολία στην αλλαγή των πειραματικών εξαρτημάτων.
- Συμπαγής και κινητός και βολικά ράφια.
- Καμία εγκατάσταση δε χρειάζεται– Το μόνο που χρειάζεται είναι μονοφασικό ηλεκτρικό ανεφοδιασμό (και μια απλή εξάτμιση για τον καπνό αποβλήτων).

Τυποποιημένα χαρακτηριστικά

- Προμηθεύεται με ένα περιεκτικό εγχειρίδιο
- Δύο-χρόνια εγγύηση
- Κατασκευασμένος σύμφωνα με τις πιο πρόσφατες οδηγίες της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Βοηθήματα

Μανόμετρο με πολλαπλούς σωλήνες (AF10a) –

Ένα μανόμετρο με πολλαπλούς σωλήνες για να μετρηθούν διάφορες πιέσεις συγχρόνως. Είναι χρήσιμο για τις περισσότερες από τις ενότητες πειραμάτων

Πειράματα

Όταν χρησιμοποιείται με τις προαιρετικές ενότητες πειράματος:

- Επίδειξη της εξίσωσης Bernoulli (AF11)
- Προσδιορισμός της δύναμης έλξης (AF12)
- Επίδειξη τυρβώδους αεροζέτ (AF13)
- Επίδειξη οριακών στρωμάτων (AF14)
- Ροή γύρω από μια κάμψη (AF15)
- Αεριοθούμενη σύνδεση (AF16)
- Απεικόνιση ροής (καπνός) (AF17)
- Διανομή πίεσης γύρω από μια συμμετρική αεροτομή (AF18)

Ουσιαστικές υπηρεσίες

Ο χώρος πατώματος που χρειάζεται:

1.5 m x 1.5 m

Ηλεκτρικός ανεφοδιασμός:

Μονοφασικό 230 VAC 50 Hz

Σύστημα εξαγωγής ή εξαερισμού:

Εάν χρησιμοποιείτε την ενότητα απεικόνισης ροής (AF17), πρέπει να συνδέσετε την εξάτμιση αέρα με έναν κατάλληλο σωλήνα αέρα, που να καταλήγει σ' ένα παράθυρο ή σ' ένα σύστημα εξαερισμού.

Συμπιεσμένο διοξείδιο του άνθρακα:

Για την ενότητα απεικόνισης ροής (AF17). Πρέπει να γεμίσετε το μπουκάλι αερίου της ενότητας με το συμπιεσμένο διοξείδιο του άνθρακα.

Συνθήκες λειτουργίας

Περιβάλλον λειτουργίας:

Εργαστηριακό περιβάλλον

Εμβέλεια θερμοκρασίας αποθήκευσης:

-25°C to +55°C (όταν συσκευάζεται για μεταφορά)

Εμβέλεια θερμοκρασίας λειτουργίας:

+5°C to +40°C

Προδιαγραφές (AF10)

Ροή αέρα:

30 m/s in 100 x 50 mm working section (9 m³/min)

Καθαρές διαστάσεις και βάρος:

1100 x 1000 x 2210 mm and 120 kg

Διαστάσεις και βάρος συσκευασίας

2.43 m³ and 260 kg

Προδιαγραφές (AF11/12/14/15/16/18)

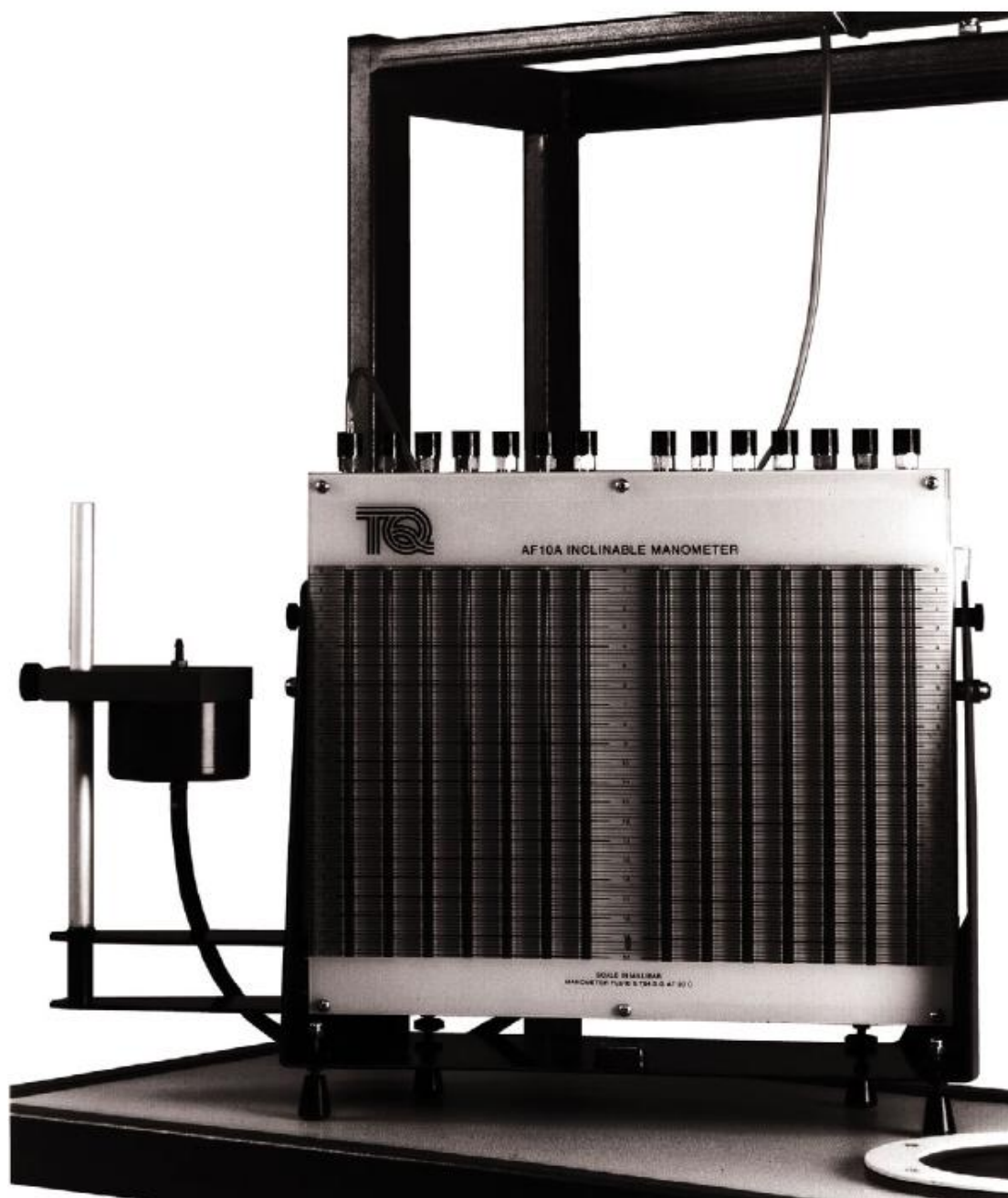
Διαστάσεις και βάρος συσκευασίας:

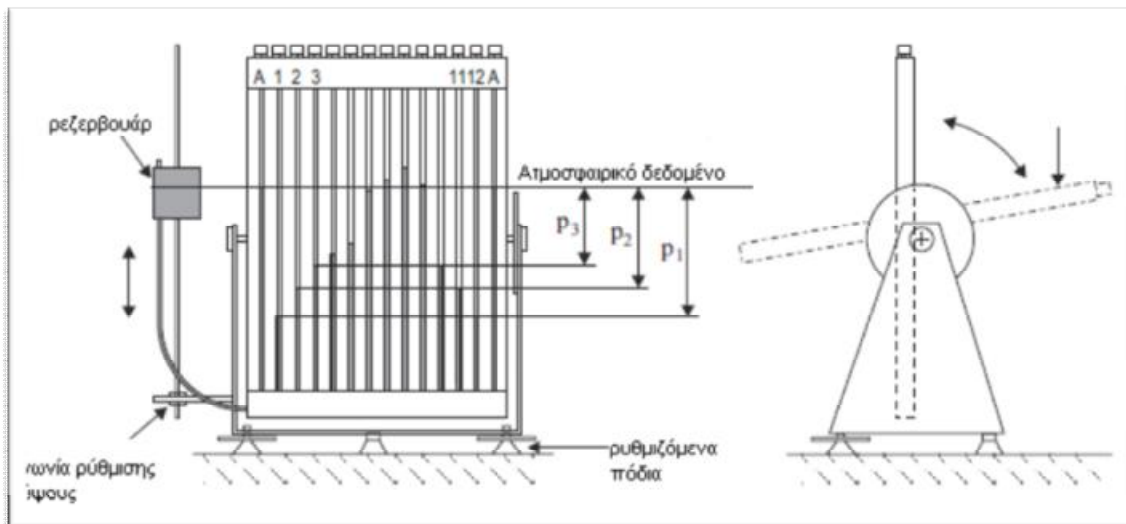
0.2 m³; 10 kg

AF11, AF12, AF14, AF15, AF18:

100 mm x 50 mm διαφανής αγωγός

II. ΜΑΝΟΜΕΤΡΟ ΠΟΛΛΩΝ ΣΤΥΛΩΝ ΚΑΙ ΜΕ ΚΛΙΣΗ





Σχήμα 6.1 Τεχνικές λεπτομέρειες Μανόμετρου

Το δοχείο με το υγρό του μανόμετρου τοποθετείται σε μια κατακόρυφη ράβδο, έτσι ώστε να μπορεί να ρυθμιστεί σε ένα βολικό ύψος. Συνιστάται ότι, οι σωλήνες του μανόμετρου στα δύο άκρα, (σημειωμένες με τα γράμμα Α όπως φαίνεται στο σχήμα 3.1) καθώς και η σύνδεση του δοχείου με το υγρό, πρέπει να είναι ανοικτά για να έρχονται σε επαφή και να δέχονται την ατμοσφαιρική πίεση. Οι πιέσεις p_1 , p_2 , p_3 ... στους σωλήνες 1, 2, 3, τότε, είναι πιέσεις μετρήσεων, μετρούμενες σε σχέση με την ατμοσφαιρική πίεση. Στο τέλος γίνεται μια τελική ρύθμιση στο ύψος του δοχείου, για να κάνει πιο βολική την ανάγνωση των στοιχείων στους σωλήνες Α όπως, παραδείγματος χάριν, 120 χιλ. αυτή είναι η αξία από την οποία πρέπει να αφαιρεθούν οι μετρήσεις των πιέσεων p_1 , p_2 ... όπως φαίνονται στο σχήμα 3.1 Είναι ευκολότερο να εκτελεστεί η αφαίρεση με ένα στοιχείο που έχει επιλεγεί βολικά.

Το συνηθισμένο υγρό του μανόμετρου που χρησιμοποιείται είναι το νερό, αν και σε ορισμένες περιπτώσεις, χρησιμοποιείται και παραφίνη βασισμένη σε υγρό χαμηλού ειδικού βάρους. Για την επίτευξη καλύτερης ορατότητας, το νερό μπορεί να είναι χρωματισμένο με μια χρωστική ουσία η οποία παρέχεται στον εξοπλισμό. Το ειδικό βάρος του νερού δε μεταβάλλεται σημαντικά, με την προσθήκη της χρωστικής ουσίας.

Για να γεμίσουμε το δοχείο, το τοποθετούμε στη μέση της ράβδου, όπως επίσης ξεβιδώνουμε τη τάπα στο πάνω μέρος. Χρησιμοποιώντας το χωνί που παρέχεται, διοχετεύουμε υγρό μέσα στο μανόμετρο, έως ότου το επίπεδο του υγρού φτάσει μέχρι τη μέση της κλίμακας. Έπειτα αφαιρούνται οποιοσδήποτε φυσαλίδες αέρα βρίσκονται στις σωλήνες του μανόμετρου, είτε με κάποιο μακρύ σύρμα που βάζουμε μέσα στους σωλήνες, είτε με εμφύσηση στις κορυφές των σωλήνων.

Η κλίμακα του μανόμετρου είναι συνήθως διαιρεμένη σε χιλιοστά.

Τις μετρήσεις των πιέσεων τις παίρνουμε με τη μορφή, χιλιοστά νερού, τα οποία μπορούν να μετατραπούν σε μονάδες millibar (mb) από τη σχέση:

$$1 \text{ mm νερό} = 0,0981 \text{ mb}$$

Το μανόμετρο μπορεί να χρησιμοποιηθεί κάθετα ή για αυξημένη ευαισθησία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί με κλίση σε κάποια κατάλληλη γωνία με την κατακόρυφο:

- 0 °, δίνει μια μεγέθυνση της κλίμακας 1,0 (ανάγνωση × 1)
- 60 °, δίνει μια μεγέθυνση της κλίμακας 2.00 (ανάγνωση X 0,5)
- 78 °, δίνει μια μεγέθυνση της κλίμακας 5.00 (ανάγνωση X 0,2)

Τότε, οι αναγνώσεις της κλίμακας διαιρούνται με τους παράγοντες 2,00 και 5,00 αντίστοιχα για να λάβουμε ισοδύναμες αναγνώσεις με μια κάθετη κλίμακα. Το μανόμετρο είναι επαρκώς ακριβές και ευαίσθητο για όλο το σύνολο των πειραμάτων, που περιγράφονται σ' αυτό το βιβλίο.

Το μανόμετρο πρέπει να αλφαδιαστεί, πριν πάρουμε μετρήσεις. Αυτό μπορεί να γίνει με τη ρύθμιση των ρυθμιζόμενων ποδιών, καθώς παρατηρούμε το αλφάδι που βρίσκεται πάνω στο μανόμετρο και παρατηρώντας το επίπεδο του υγρού, σε όλους τους σωλήνες υπό στατικές συνθήκες .

Είναι δυνατό, καθώς η ταχύτητα του αέρα αυξάνεται, το υγρό να οδηγηθεί πάνω και έξω από τους σωλήνες του μανόμετρου, ή να οδηγηθεί κάτω στη βάση του.

Η σύνδεση μεταξύ των ενώσεων των σωλήνων και το μανόμετρο τότε θα πρέπει να καθαριστούν, και πιθανόν το δοχείο να χρειάζεται ξανά γέμισμα.

Είναι επομένως ενδεδειγμένο, πριν αρχίσουμε ένα πείραμα, πρέπει να είμαστε σίγουροι ότι θα αποφύγουμε αυτές τις αρνητικές πιθανότητες, ακολουθώντας κάποιες καθιερωμένες διαδικασίες. Με τον ανεμιστήρα σε στάση και τη βαλβίδα του πάγκου κλειστή, το μανόμετρο πρέπει να τεθεί στην κάθετη θέση, με το επίπεδο του υγρού στους σωλήνες να είναι περίπου στο μισό ύψος της κλίμακας. Ο ανεμιστήρας έπειτα πρέπει να ξεκινήσει να δουλεύει, και η ταχύτητα του αέρα πρέπει να αυξάνει βαθμιαία ανοίγοντας προσεκτικά τη βαλβίδα του πάγκου. Καθώς κάνουμε αυτά τα δύο παρατηρούμε επίσης και τα επίπεδα στους σωλήνες του μανόμετρου. Δεδομένου ότι οι πιέσεις στους διάφορους σωλήνες αλλάζουν, το ύψος του ρεζερβουάρ πρέπει να ρυθμιστεί πάνω ή κάτω, όπου είναι απαραίτητο, για να κρατήσει όλα τα υγρά επίπεδα των σωλήνων μέσα στα όρια της κλίμακας. Με μια καλή ρύθμιση θα μπορέσουμε να χρησιμοποιήσουμε το μεγαλύτερο εύρος της κλίμακας με πλήρη ταχύτητα ροής αέρα. Εάν, εντούτοις, χρησιμοποιηθεί μόνο ένα μικρό ποσοστό της κλίμακας, η διαδικασία που προαναφέρθηκε θα πρέπει να επαναληφθεί.

III Συμβολισμοί και μονάδες μέτρησης

Σε αυτό το βιβλίο θα χρησιμοποιηθεί το Διεθνές Σύστημα Μονάδων (SI)

μάζα	κιλογραμμάρια	(kg)
μήκος	μέτρα	(m)
χρόνος	δευτερόλεπτα	(s)

Σε αυτό το σύστημα η μονάδα της δύναμης, ορίζεται ως η δύναμη που όταν εφαρμόζεται σε μια μονάδα μάζας 1 kg παράγει μια επιτάχυνση 1 m/s^2 , είναι:

newton (N)

Η μονάδα δύναμης newton μπορεί να εκφραστεί σε μονάδες, μάζας, μήκους και του χρόνου με την εξίσωση:

$$1 \text{ N [=]} 1 \text{ kg m/s}^2 \quad (1)$$

που προκύπτει από τον ορισμό που δίνεται παραπάνω.

Η πυκνότητα ρ του υγρού, ορίζεται ως ο λόγος της μάζας του ρευστού προς τον όγκο του, έτσι οι μονάδες SI της πυκνότητας είναι:

$$\text{πυκνότητα} \rightarrow \rho \text{ [=]} \text{ kg/m}^3$$

Η πίεση P σε ένα σημείο ρευστού, ορίζεται από τους όρους της κάθετης δύναμης που επιδρά στην επίπεδη επιφάνεια διαμέσου του σημείου.

Η πίεση είναι ο λόγος της δύναμης διά την επιφάνεια. Οι μονάδες είναι ως εκ τούτου είναι:

$$\text{πίεση} \rightarrow P \text{ [=]} \text{ N/m}^2$$

και, εκφράζοντας το N σε kg, m και s από την εξίσωση (1) βρίσκουμε:

$$1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ kg/m s}^2$$

Η πίεση μπορεί έτσι να γραφτεί, με όρους μάζας, μήκους και χρόνου, όπως:

$$\text{Πίεση} \rightarrow P \text{ [=]} \text{ kg/m s}^2$$

Ο όρος $\frac{1}{2} \rho U^2$, καλείται δυναμική πίεση.

Αν η πυκνότητα ρ εκφράζεται σε μονάδες kg/m^3 και η ταχύτητα U σε μονάδες m/s , τότε ο όρος $\frac{1}{2} \rho U^2$ εμφανίζεται σε μονάδες kg/ms^2 , δηλαδή με τις ίδιες μονάδες με εκείνες της πίεσης P .

Το σύστημα SI παρέχεται για τη χρήση ειδικών ονομασιών για ορισμένα παράγωγα μονάδων, και οι μονάδες Pascal, που εκπροσωπούνται από το σύμβολο Pa, χρησιμοποιούνται για να αντιπροσωπεύουν πίεση N/m^2 , δηλ.

$$1 \text{ Pa} \rightarrow \text{N/m}^2$$

Η μονάδα αυτή είναι μικρή, και έτσι χρησιμοποιείται μια άλλη μονάδα, το bar. Αυτό ορίζεται ως:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 10^5 \text{ N/m}^2$$

Συμβαίνει έτσι, ώστε 1 bar είναι περίπου ίσο με την ατμοσφαιρική πίεση στην επιφάνεια της θάλασσας, έτσι για μετεωρολογική πρακτική, ένα millibar, (mb) αποτελεί μια βολική μονάδα. Έτσι έχουμε:

$$1 \text{ mbar} = 10^{-3} \text{ bar} = 10^2 \text{ Pa} = 10^2 \text{ N/m}^2$$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Μηχανική Ρευστών, Νανούσης Ι., Εκπαιδευτικές σημειώσεις

Εγχειρίδιο λειτουργίας πειραματικής συσκευής