

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΑΤΡΑΣ

ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ

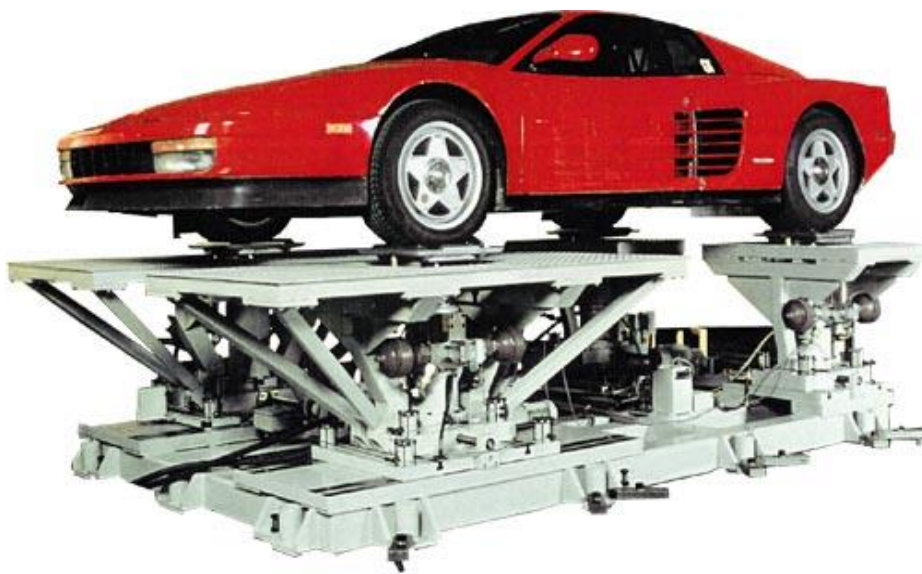
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΣΕΙΣΜΙΚΗΣ ΤΡΑΠΕΖΑΣ

2-ΒΑΘΜΩΝ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ

ΝΩΤΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ



ΕΠΟΠΤΕΥΩΝ

ΤΣΙΝΟΠΟΥΛΟΣ ΣΤΕΦΑΝΟΣ, ΕΠΙΚ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ΠΑΤΡΑ, ΜΑΪΟΣ 2008

Ευχαριστίες

*Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον εισηγητή μου κ. Τσινόπουλο Στέφανο
για την πολύτιμη βοήθειά του στην εκπόνηση αυτής της πτυχιακής*

*Θέλω να αφιερώσω την πτυχιακή αυτή στην οικογένειά μου για την αμέριστη
υποστήριξη τους αυτά τα τέσσερα χρόνια*

Περίληψη

Σκοπός της παρούσας πτυχιακής εργασίας είναι ο σχεδιασμός και η κατασκευή πειραματικής διάταξης, η οποία, βασισμένη στο φαινόμενο της εξαναγκασμένης ταλάντωσης λόγω αζυγοσταθμίας, θα λειτουργεί ως μια ταλαντωτική μηχανή δοκιμών.

Τα κύρια χαρακτηριστικά της ταλαντωτικής μηχανής που κατασκευάστηκε είναι ότι αποτελείται από δύο ίσες μάζες αζυγοσταθμίας οι οποίες περιστρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα σε αντίθετες φορές, ώστε να διατηρούν τη σχετική τους θέση. Η διατήρηση της σχετικής θέσης των μαζών εξασφαλίζεται με την τοποθέτηση τους πάνω σε δύο εμπλεκόμενους οδοντωτούς δίσκους, οι οποίοι είναι απαραμόρφωτα, συμμετρικά συνδεδεμένοι στο κάτω μέρος της επιφάνειας της τράπεζας. Η επιφάνεια της τράπεζας εδράζεται σε τέσσερα όμοια ελατήρια. Η σεισμική τράπεζα, μέσω κατάλληλης επιλογής των σχετικών θέσεων των μαζών αζυγοσταθμίας, έχει τη δυνατότητα τριών ρυθμίσεων της διεύθυνσης ταλάντωσης οι οποίες είναι α) ταλάντωση μόνο στην οριζόντια διεύθυνση β) ταλάντωση μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση και γ) ταλάντωση συγχρόνως και στην οριζόντια και στην κατακόρυφη διεύθυνση.

Η κίνηση στους δύο εμπλεκόμενους δίσκους δίνεται μέσω ηλεκτροκινητήρα, οι στροφές λειτουργίας του οποίου ρυθμίζουν και την συχνότητα ταλάντωσης της τράπεζας. Τέλος, το πλάτος της αρμονικής ταλάντωσης της τράπεζας, μιας και η παραγόμενη φυγόκεντρος δύναμη, λόγω του φαινομένου της αζυγοσταθμίας, είναι αρμονική συνάρτηση στο χρόνο, ρυθμίζεται από την επιλογή των δύο μαζών της τεχνητής αζυγοσταθμίας, σημειώνοντας ότι το πλάτος ταλάντωσης είναι ανάλογο της μάζας αζυγοσταθμίας.

Περιεχόμενα

1	<i>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</i>	1
1.1	<i>Μηχανικά καθοδηγούμενες ταλαντωτικές μηχανές</i>	4
1.2	<i>Ταλαντωτικές μηχανές τύπου ανάδρασης</i>	6
1.3	<i>Ταλαντωτικές μηχανές ηλεκτροδυναμικού τύπου</i>	10
1.4	<i>Ταλαντωτικές μηχανές υδραυλικού τύπου</i>	14
2	<i>ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ</i>	17
2.1	<i>Αρμονική εξαναγκασμένη ταλάντωση χωρίς απόσβεση</i>	18
2.1.1	<i>Συντονισμός</i>	21
2.1.2	<i>Διακρότημα</i>	23
2.2	<i>Απόκριση μηχανικού συστήματος με απόσβεση σε αρμονική δύναμη</i>	25
3	<i>ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΗΣ ΣΕΙΣΜΙΚΗΣ ΤΡΑΠΕΖΑΣ</i>	28
3.1	<i>Προδιαγραφές</i>	29
3.1.1	<i>Μάζα της κατασκευής</i>	29
3.1.2	<i>Συχνότητα ταλάντωσης</i>	30
3.1.3	<i>Πλάτος ταλάντωσης</i>	30
3.2	<i>Αρχή λειτουργίας</i>	31
3.2.1	<i>Ταλάντωση μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση</i>	34
3.2.2	<i>Ταλάντωση συγχρόνως και στην οριζόντια και κατακόρυφη διεύθυνση</i>	35
3.2.3	<i>Ταλάντωση μόνο στην οριζόντια ταλάντωση</i>	36
4	<i>ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΤΡΑΠΕΖΑΣ</i>	37
4.1	<i>Συνδεσμολογία</i>	37
4.1.1	<i>Συνδεσμολογία κινητήρα – δίσκων</i>	38
4.1.2	<i>Σύνδεση τράπεζας – δίσκων</i>	40

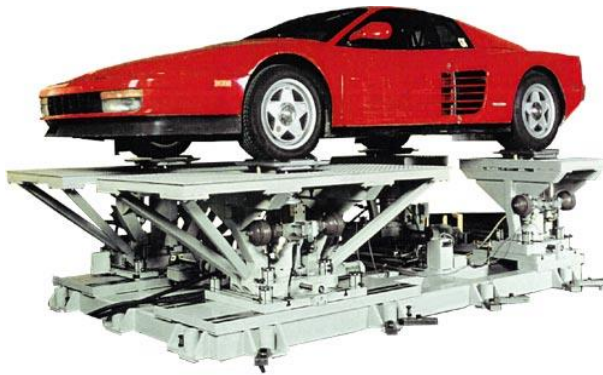
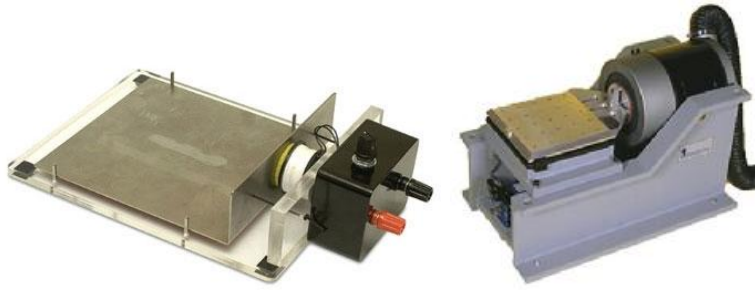
4. 1.3 Τρόπος στήριξης τράπεζας	41
4.3 Χαρακτηριστικά της σεισμικής τράπεζας που επηρεάζουν την ταλάντωση της	42
4.3.1 Μάζα της κατασκευής	42
4.3.2 Συχνότητα του εξαναγκασμού	43
4.3.3 Πλάτος ταλάντωσης	44
4.3.4 Φυσική συχνότητα του συστήματος	46
5. ΒΙΒΛΙΟΓΡΦΙΑ	47
5.1 Ελληνική	47
5.2 Ξενόγλωσση	47

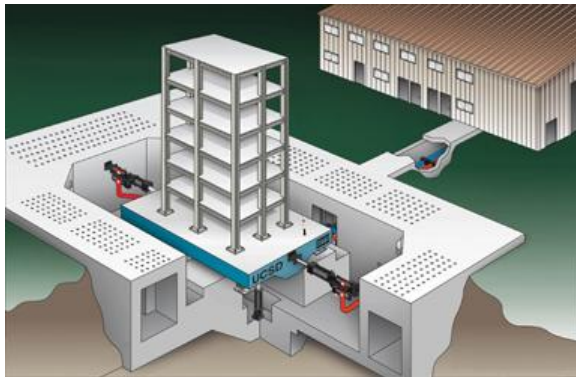
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1:

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σκοπός της παρούσας πτυχιακής εργασίας είναι ο σχεδιασμός και η κατασκευή πειραματικής διάταξης, η οποία, βασισμένη στο φαινόμενο της εξαναγκασμένης ταλάντωσης λόγω αζυγοσταθμίας, θα λειτουργεί ως μια ταλαντωτική μηχανή δοκιμών (vibration testing machine).

Οι μηχανές αυτές, οι οποίες είναι γνωστές και ως σεισμικές τράπεζες (shake tables), χρησιμοποιούνται ευρύτατα τόσο από Μηχανολόγους όσο και από Πολιτικούς μηχανικούς για την διεξαγωγή πειραματικών δοκιμών με σκοπό την μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς και της επίδρασης του φαινομένου των ταλαντώσεων σε ένα υπό-εξέταση δοκίμιο ή μια κατασκευή. Όπως είναι εύκολα κατανοητό το μέγεθος, η αρχή λειτουργίας και η πολυπλοκότητα μιας σεισμικής τράπεζας ποικίλει ανάλογα με την εφαρμογή. Στο σχήμα 1.1 που ακολουθεί παρουσιάζονται σεισμικές τράπεζες διαφόρων ειδών, από τις πολύ μικρού μεγέθους που χρησιμοποιούνται στις βιομηχανίες ηλεκτρονικών για τον έλεγχο μικροσυσκευών, τις μεσαίου μεγέθους που χρησιμοποιούνται στην αυτοκινητοβιομηχανία για την μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς οικογενειακών αλλά και βαρέων οχημάτων καθώς επίσης και τις πολύ μεγάλου μεγέθους που χρησιμοποιούνται κυρίως από τους Πολιτικούς μηχανικούς για τη μελέτη της σεισμικής απόκρισης των κατασκευών τους, όπως είναι ανεμογεννήτριες, πολώροφα κτίρια κ.α..





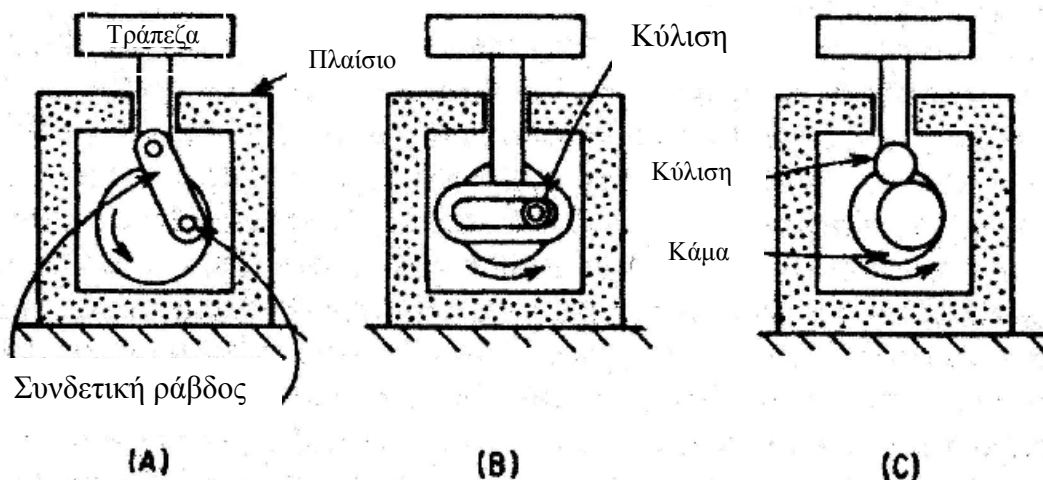
Σχήμα 1.1: Σεισμικές τράπεζες διάφορων ειδών, πολύ μικρού μεγέθους που χρησιμοποιούνται στις βιομηχανίες ηλεκτρονικών, μεσαίου μεγέθους που χρησιμοποιούνται στην αυτοκινητοβιομηχανία και πολύ μεγάλου μεγέθους που χρησιμοποιούνται για τη μελέτη της σεισμικής απόκρισης κατασκευών

Στον παρόν κεφάλαιο επιχειρείται μια παρουσίαση των πιο συνηθισμένων τύπων σεισμικών τραπεζών, όπως αυτές κατηγοριοποιούνται με βάση την αρχή λειτουργίας τους. Πιο συγκεκριμένα, οι τύποι των μηχανών ταλαντώσεων που θα περιγραφούν είναι οι εξής:

- 1) Μηχανικά καθοδηγούμενες (direct-drive mechanical machines)
- 2) Τύπου – ανάδρασης (reaction – type machines)
- 3) Ηλεκτροδυναμικές (electrodynamic machines) και
- 4) Υδραυλικές (hydraulic machines)

1.1 Μηχανικά καθοδηγούμενες ταλαντωτικές μηχανές (Direct-drive mechanical vibration machines)

Μια μηχανικά καθοδηγούμενη ταλαντωτική μηχανή αποτελείται από μια περιστρεφόμενη εκκεντρότητα ή μια κάμα, η οποία οδηγείται από έναν μηχανισμό, και επιβάλλει μια μετατόπιση μεταξύ της βάσης και της τράπεζας. Στο σχήμα 1.2, φαίνονται τρεις απλοί τύποι μηχανικά καθοδηγούμενων ταλαντωτικών μηχανών.



Σχήμα 1.2: Στοιχειώδεις τύποι μηχανικά καθοδηγούμενων μηχανών ταλαντώσεων.

Γενικά στις εν λόγω μηχανές η μετατόπιση μεταξύ της βάσης και της τράπεζας είναι ανεξάρτητη από τις δυνάμεις που αναπτύσσονται λόγω των φορτίων στην τράπεζα. Στην περίπτωση που η βάση είναι πακτωμένη το εύρος της μετατόπισης είναι σταθερό ανεξάρτητο από τις στροφές (rpm) λειτουργίας. Ο πιο απλός τρόπος να δοθεί κίνηση σε μια τέτοια μηχανή είναι ένας κινητήρας σταθερής ταχύτητας σε συνδυασμό με έναν ιμαντοκίνητο μεταβολέα ταχύτητας.

Κύρια χαρακτηριστικά μηχανικά καθοδηγούμενων ταλαντωτικών μηχανών

- Ø Με τις μηχανές αυτού του τύπου μπορούν να επιτευχθούν σχετικά εύκολα χαμηλές συχνότητες λειτουργίας και μεγάλες μετατοπίσεις.
- Ø Θεωρητικά η μηχανή παρέχει σταθερό πλάτος ταλάντωσης, ανεξάρτητα από τα χαρακτηριστικά του υπό-εξέταση δοκιμίου, μέσα σε κάποια όρια φορτίων και στροφών του κινητήρα. Στην πράξη όμως, αυτή η ιδανική θεώρηση δεν ισχύει ακριβώς, λόγω των ελαστικών παραμορφώσεων των στοιχείων της μηχανής που φέρουν τα φορτία.

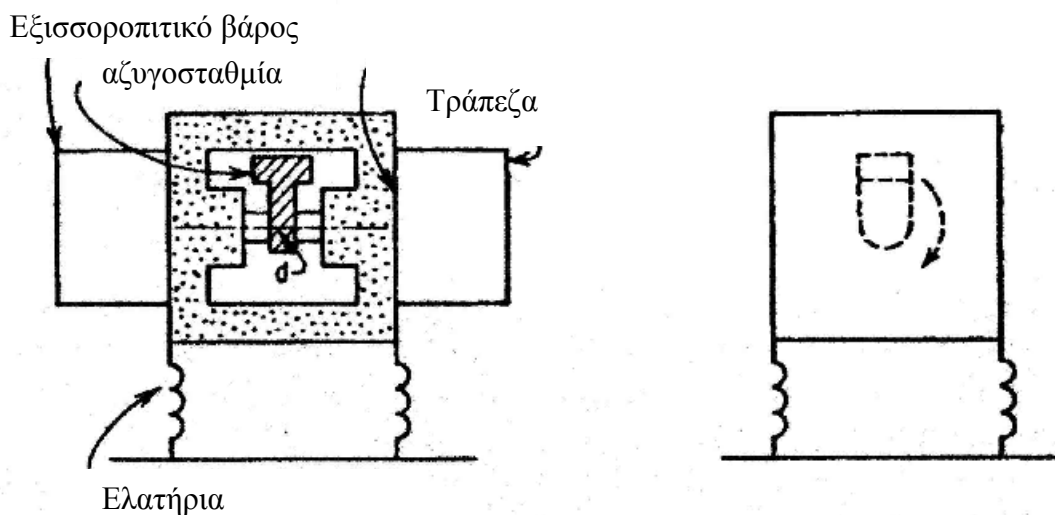
- Ø Η μηχανή πρέπει να σχεδιασθεί ώστε να διαθέτει μια στιβαρή σύνδεση μεταξύ της βάσης και του εδάφους. Στην περίπτωση που οι επιταχύνσεις υπερβούν το 1g, τα ταλαντωτικά φορτία μεταξύ της τράπεζας και του εδάφους πιθανώς να είναι μεγαλύτερα από το βάρος του δοκιμίου και της μηχανής με αποτέλεσμα να εμφανισθούν φαινόμενα αναπήδησης.

1.2 Ταλαντωτικές μηχανές τύπου ανάδρασης (Reaction type mechanical vibration machine)

Μια ταλαντωτική μηχανή τύπου ανάδρασης αποτελείται από έναν τουλάχιστον περιστρεφόμενο άξονα, άμεσα συνδεδεμένο στην τράπεζα, το κέντρο μάζας του οποίου διαφέρει κατά μια απόσταση d από το κέντρο περιστροφής του. Το γινόμενο της μάζας του άξονα επί την απόσταση d είναι γνωστό ως μάζα αζυγοσταθμίας (mass unbalance), ή περιστρεφόμενη αζυγοσταθμία (rotating unbalance) ή απλά αζυγοσταθμία (unbalance). Η δύναμη εξαναγκασμού που αναπτύσσεται από την περιστροφή είναι γνωστή ως δύναμη αζυγοσταθμίας (unbalance force). Η τράπεζα και η περιστρεφόμενη αζυγοσταθμία διαχωρίζονται από τη βάση ή το πλαίσιο της μηχανής με μαλακά ελατήρια τα οποία απομονώνουν το μεγαλύτερο των ταλαντωτικών δυνάμεων από τη βάση και κατά επέκταση από το έδαφος. Η περιστρεφόμενη αζυγοσταθμία δημιουργεί μια φυγόκεντρη δύναμη η οποία μεταφέρεται στην τράπεζα, προκαλώντας ταλάντωση, χωρίς να υπάρχει ανάδραση (λόγω των μαλακών ελατηρίων) από τη βάση. Για το λόγο αυτό οι ταλαντωτικές μηχανές αυτού του τύπου αναφέρονται ως μηχανές τύπου ανάδρασης, μιας και η ανάδραση στην δύναμη της αζυγοσταθμίας προέρχεται κυρίως από το συνολικό βάρος της τράπεζας (συνυπολογισμένου και του δοκιμίου) και όχι μέσω της σύνδεσης της με το έδαφος.

Μηχανή κυκλικής κίνησης

Στην πιο απλή μορφή της, μια μηχανή τύπου ανάδρασης αποτελείται από μια μόνο περιστρεφόμενη αζυγοστάθμητη μάζα, η οποία παράγει μια φυγόκεντρο δύναμη με κατεύθυνση την γραμμή που ενώνει το κέντρο περιστροφής με το κέντρο μάζας. Η δύναμη αυτή είναι πάντα κάθετη στη διεύθυνση περιστροφής του άξονα (shaft) και περιστρέφεται με την περιστροφική ταχύτητα του άξονα. Η μεταφορά αυτής της δύναμης στην τράπεζα της ταλαντωτικής μηχανής έχει ως αποτέλεσμα η τράπεζα να εκτελεί μια κυκλική κίνηση πάνω στο επίπεδο που είναι κάθετο στη διεύθυνση περιστροφής του άξονα. Μια τέτοια μηχανή κυκλικής κίνησης φαίνεται σχηματικά στο σχήμα 1.3. Η αζυγοσταθμία μπορεί να περιστρέφεται σε ένα εύρος γωνιακών ταχυτήτων προκαλώντας στην τράπεζα μια αντίστοιχη κυκλική κίνηση. Συνήθως σε αυτού του τύπου τις μηχανές για να αποφευχθούν ανεπιθύμητες περιστροφικές ταλαντώσεις, σε διαφορετικά επίπεδα από αυτό της επιθυμητής ταλάντωσης, χρησιμοποιείται ένα επιπλέον εξισορροπητικό βάρος (counterbalance weight), το οποίο ρυθμίζεται έτσι ώστε να εξισορροπεί τη μαζική ροπή αδράνειας του υπό εξέταση δοκιμίου ως προς τη διεύθυνση περιστροφής του άξονα.

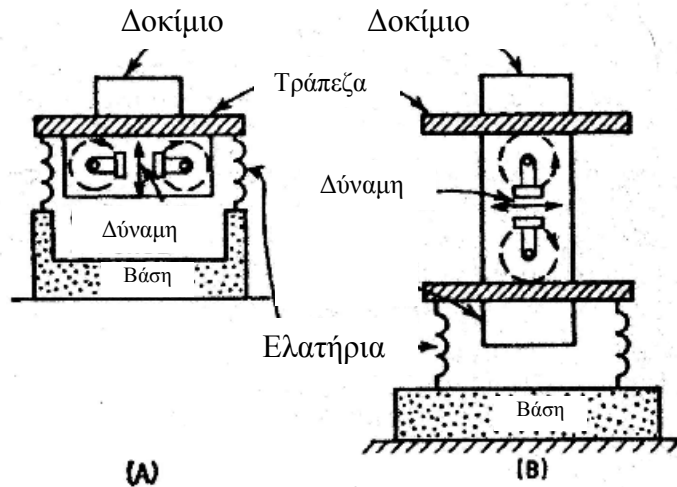


Σχήμα 1.3: Ταλαντωτική μηχανή τύπου ανάδρασης κυκλικής κίνησης

Μηχανή ευθύγραμμης κίνησης

Οι πιο συνηθισμένες μηχανές αυτού του τύπου αποτελούνται από δυο ίσες μάζες αζυγοσταθμίας τοποθετημένες συμμετρικά. Οι μάζες περιστρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα, ώστε να διατηρούν τη σχετική τους θέση, αλλά με αντίθετες φορές. Αποτέλεσμα αυτού του τρόπου περιστροφής είναι οι αντίστοιχες δυνάμεις αζυγοσταθμίας των δυο μαζών να προστίθενται σε μια συγκεκριμένη επιθυμητή διεύθυνση και να αλληλοεξουδετερώνονται σε όλες τις άλλες διευθύνσεις. Στο σχήμα 1.4 φαίνονται δυο διατάξεις με τις οποίες μπορεί να επιτευχθεί ταλάντωση είτε κάθετα (Α) είτε παράλληλα (Β) στο επίπεδο της τράπεζας. Σε κάθε περίπτωση, η συνισταμένη δύναμη από τις δυο περιστρεφόμενες αζυγοσταθμίες ασκείται στο ενδιάμεσο μεταξύ των δύο αξόνων περιστροφής και είναι κάθετη στην διεύθυνση που συνδέει τα δυο κέντρα.

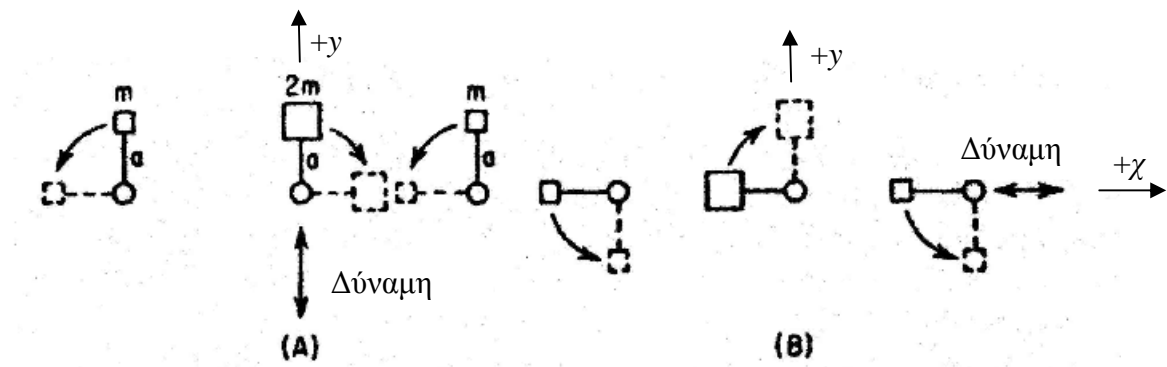
Στην περίπτωση (Α) της κάθετης ταλάντωσης στο επίπεδο της τράπεζας, για να αποφευχθούν ανεπιθύμητες ταλαντώσεις απλά απαιτείται το κέντρο μάζας του υπό-εξέταση δοκιμίου να τοποθετείται πάνω στο κέντρο μάζας της τράπεζας. Αντίθετα, στην περίπτωση (Β) της παράλληλης ταλάντωσης σε σχέση με το επίπεδο της τράπεζας, οι ανεπιθύμητες ταλαντώσεις δεν μπορούν να αποφευχθούν απλά με κατάλληλη επιλογή της θέσης τοποθέτησης του δοκιμίου και για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται ειδικές τεχνικές, οι οποίες βασίζονται στην χρήση εξισορροπητικών μαζών.



Σχήμα 1.4: Ταλαντωτική μηχανή τύπου ανάδρασης ευθύγραμμης κίνησης αποτελούμενη με δυο περιστρεφόμενες αζυγοσταθμίες A) Διάταξη για ταλάντωση κάθετη στο επίπεδο της τράπεζας B) Διάταξη για ταλάντωση παράλληλη στο επίπεδο της τράπεζας

Σε μια πιο σύνθετη διάταξη, χρησιμοποιώντας τουλάχιστον τρεις περιστρεφόμενες μάζες αζυγοσταθμίας είναι δυνατό να κατασκευασθεί μια μηχανή, όπου να ρυθμίζεται πολύ εύκολα, μέσω κατάλληλης επιλογής της σχετικής θέσης των αζυγοσταθμιών, η διεύθυνση ταλάντωσης είτε κάθετα είτε παράλληλα με το επίπεδο της τράπεζας. Η αρχή λειτουργίας μιας τέτοιας μηχανής φαίνεται στο σχήμα 1.5. Στο κέντρο (πάνω στον άξονα συμμετρίας) τοποθετείται μάζα αζυγοσταθμίας $2m$, ενώ δεξιά και αριστερά αυτής τοποθετούνται συμμετρικά μάζες αζυγοσταθμίας m . Όλες οι μάζες περιστρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα, έχοντας κάθε χρονική στιγμή σταθερές σχετικές θέσεις. Όπως φαίνεται στο σχήμα, οι φορές περιστροφής των μαζών είναι οι ίδιες και στις δυο περιπτώσεις (κατακόρυφη και οριζόντια ταλάντωση), με την κεντρική μάζα $2m$ να περιστρέφεται ωρολογιακά ενώ οι άλλες δυο μάζες m αντιωρολογιακά. Η ρύθμιση της διεύθυνσης ταλάντωσης ουσιαστικά επιτυγχάνεται μέσω των σχετικών θέσεων των μαζών, έτσι ώστε ανάλογα με την περίπτωση είτε να αλληλοεδουτερώνονται οι κατακόρυφες είτε οι οριζόντιες δυνάμεις. Πιο συγκεκριμένα στην κατακόρυφη ταλάντωση και οι

τρεις μάζες τοποθετούνται έτσι ώστε να διέρχονται από τον θετικό κατακόρυφο άξονα την ίδια χρονική στιγμή (σχήμα 1.5A), ενώ αντίστοιχα στην οριζόντια ταλάντωση και οι τρεις μάζες τοποθετούνται έτσι ώστε να διέρχονται από τον θετικό οριζόντιο άξονα την ίδια χρονική στιγμή (σχήμα 1.5B).



Σχήμα 1.5: Ρύθμιση της διεύθυνσης ταλάντωσης με χρήση τριών περιστρεφόμενων αζυγοσταθμιών και με κατάλληλη επιλογή της σχετικής τους θέσης: (A) κατακόρυφη (B) οριζόντια ταλάντωση

Η ταλαντωτική μηχανή που κατασκευάζεται στο πλαίσιο της παρούσας πτυχιακής εργασίας, μπορεί να θεωρηθεί ως βελτίωση της αρχής λειτουργίας της ανωτέρω μηχανής, μιας και η ρύθμιση της κατακόρυφης και της παράλληλης ταλάντωσης της τράπεζας επιτυγχάνεται με χρήση μόνο δυο αντί τριών μαζών αζυγοσταθμίας και πάλι με κατάλληλη επιλογή της σχετικής θέσης των μαζών.

1.3 Ταλαντωτικές μηχανές Ηλεκτροδυναμικού τύπου (Electrodynamic vibration machines)

Ένα πλήρες σύστημα δοκιμών ηλεκτροδυναμικού τύπου αποτελείται από μια ηλεκτροδυναμική ταλαντωτική μηχανή, από εξοπλισμό παροχής ηλεκτρικής ισχύος για την τροφοδότηση της μηχανής καθώς επίσης και διατάξεις ηλεκτρικού ελέγχου και παρακολούθησης και καταγραφής της ταλάντωσης.

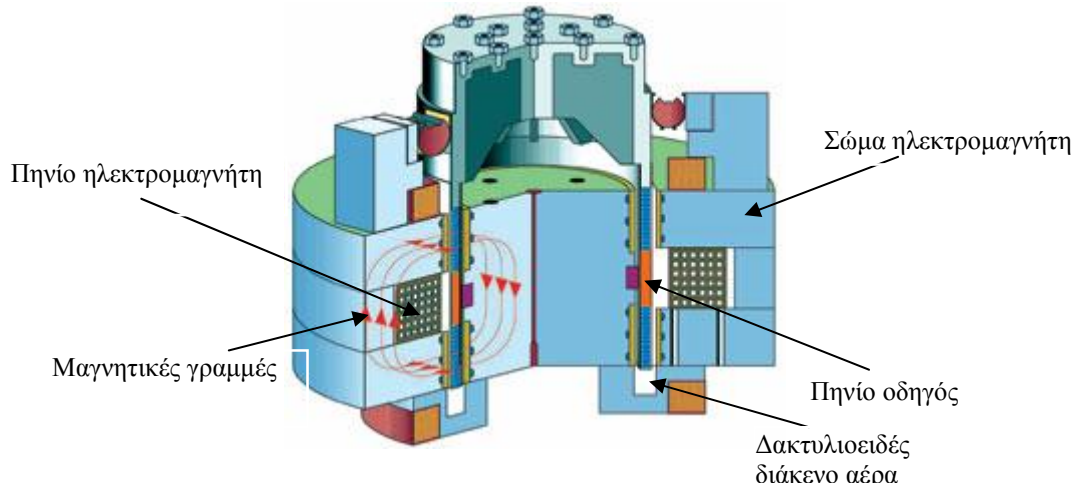
Προφανώς, το όνομα της εν λόγω ταλαντωτικής μηχανής προέρχεται από τη μέθοδο δημιουργίας της δύναμης και η αρχή λειτουργίας της είναι παρόμοια με αυτή του ηχείου. Η δύναμη που προκαλεί την παλινδρομική κίνηση της τράπεζας παράγεται ηλεκτροδυναμικά από την αλληλεπίδραση ενός ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει ένα πηνίο οδηγό (driver coil) και ενός συνεχούς μαγνητικού πεδίου (DC magnetic field) πολύ ισχυρής εντάσεως, οι μαγνητικές γραμμές του οποίου διαπερνούν το πηνίο οδηγό, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.6. Το συνεχές μαγνητικό πεδίο παράγεται συνήθως με τη χρήση ηλεκτρομαγνήτη, ο οποίος είναι κατασκευασμένος από μαλακό σίδηρο και συνήθως αποτελεί και το κύριο σώμα της μηχανής. Η ενεργοποίηση του ηλεκτρομαγνήτη γίνεται είτε μέσω ενός (σχ. 1.7A και B) είτε μέσω δύο πηνίων (σχ. 1.7C) παράγοντας έτσι συνεχές μαγνητικό πεδίο, οι μαγνητικές γραμμές του οποίου κατευθύνονται ακτινικά σε ένα δακτυλιοειδές διάκενο του αέρα και είναι κάθετες στο ρεύμα που διαρρέει το πηνίο οδηγό. Εναλλακτικά, σε μικρές μηχανές, το συνεχές μαγνητικό πεδίο μπορεί να παραχθεί χρησιμοποιώντας μόνιμους μαγνήτες.

Η τράπεζα είναι άκαμπτα συνδεδεμένη με το πηνίο οδηγό, το οποίο με τη σειρά του είναι τοποθετημένο ομόκεντρα (με κάποιες ακτινικές ανοχές) στο δακτυλιοειδές διάκενο του ηλεκτρομαγνήτη. Η παραγόμενη δύναμη στο πηνίο οδηγό έχει τη διεύθυνση του πηνίου, κάθετα στην επιφάνεια της τράπεζας, και συγχρόνως είναι κάθετη στη ροή του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο οδηγό και στις μαγνητικές γραμμές του συνεχούς μαγνητικού πεδίου.

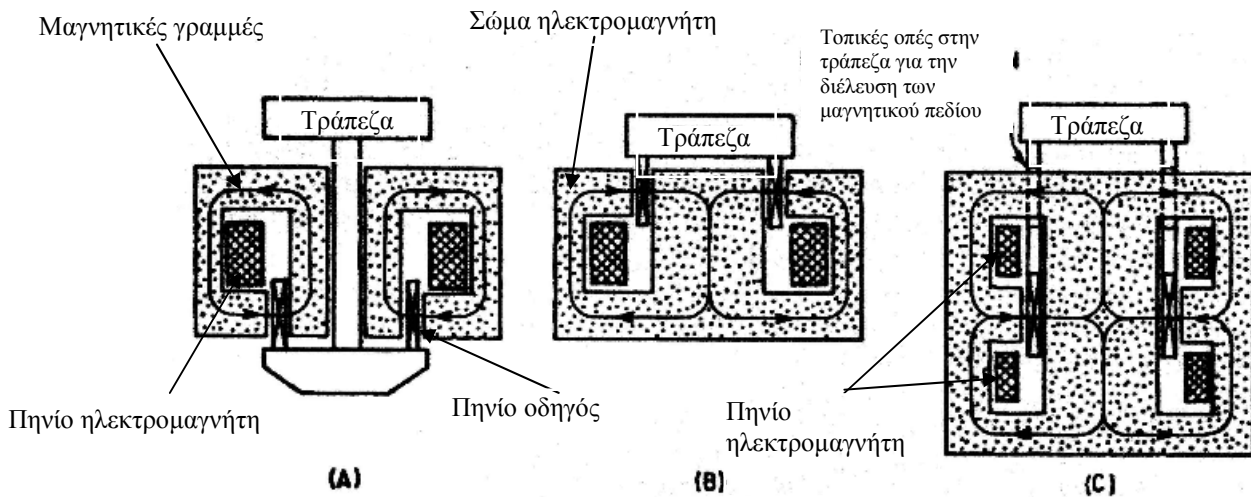
Τροφοδοτώντας το πηνίο οδηγό με ρεύμα το οποίο μεταβάλλεται ως συνάρτηση του χρόνου, επιτυγχάνεται η εξαναγκασμένη ταλάντωση της τράπεζας, μέσω της παραγόμενης δύναμης.

Λόγω της αγωγιμότητας του σιδήρου και των άλλων υλικών που χρησιμοποιούνται, οι μηχανές αυτού του τύπου απαιτείται να ψυχθούν. Ο πιο συνηθισμένος τρόπος ψύξης είναι η χρήση ανεμιστήρα, αλλά δεν αποκλείεται

σε πολύ μεγάλες μηχανές και η χρήση συστήματος κυκλοφορίας υγρού σε συνδυασμό με εναλλάκτη θερμότητας.



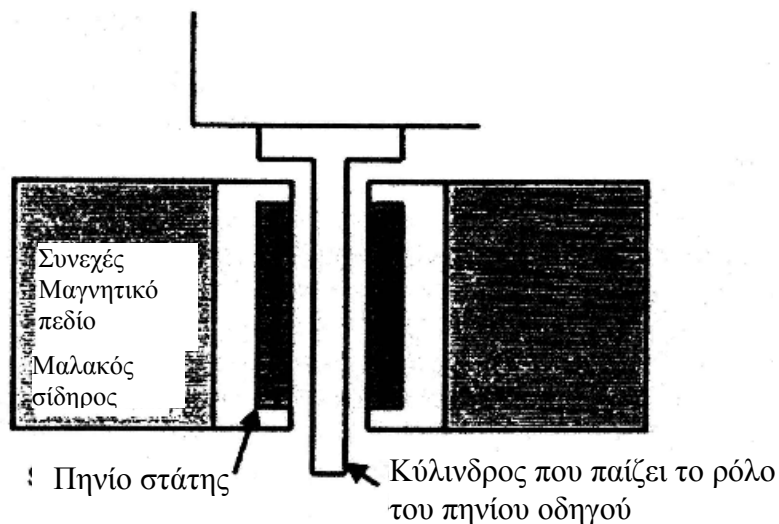
Σχήμα 1.6: Ταλαντωτική μηχανή ηλεκτροδυναμικού τύπου



Σχήμα 1.7: Τρεις συνηθισμένες διατάξεις σε μια ταλαντωτική μηχανή ηλεκτροδυναμικού τύπου.

Ηλεκτροδυναμική ταλαντωτική μηχανή επαγωγικού - τύπου

Ένας άλλος τύπος ηλεκτροδυναμικής μηχανής είναι η μηχανή επαγωγικού τύπου, στην οποία ένα πηνίο ή στάτης (stator coil) είναι προσαρμοσμένο πάνω στο σώμα της μηχανής, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.8. Το ρεύμα, που παρέχεται από την πηγή ισχύος, διέρχεται μέσω του στάτη. Το πηνίο οδηγός εδώ είναι ένας κύλινδρος από ένα αγωγίμο υλικό, συνήθως αλουμίνιο. Ο στάτης βρίσκεται σε σύζευξη επαγωγικά με το πηνίο οδηγό με αποτέλεσμα το ρεύμα του στάτη να δημιουργεί επαγωγικό ρεύμα στον κύλινδρο. Στο σχήμα 1.8, το συνεχές μαγνητικό πεδίο είναι οριζόντιο πάνω στο επίπεδο της σελίδας, το ρεύμα του κυλίνδρου είναι κατακόρυφο επίσης πάνω στο επίπεδο και η δύναμη που δημιουργείται είναι κάθετη στο επίπεδο. Το πλεονέκτημα αυτού του τύπου της μηχανής είναι ότι το πηνίο οδηγός, που συνήθως είναι ένα σπειροειδές πηνίο, έχει αντικατασταθεί από ένα απλό κύλινδρο, ο οποίος είναι εύκολο να κατασκευασθεί, ενώ το μειονέκτημα της είναι ότι η μηχανή αυτή δεν αποδίδει εξίσου καλά στις χαμηλές συχνότητες λόγω της επαγωγικής σύζευξης.



Σχήμα 1.8: Ηλεκτροδυναμική ταλαντωτική μηχανή επαγωγικού - τύπου

Κύρια χαρακτηριστικά ηλεκτροδυναμικών ταλαντωτικών μηχανών

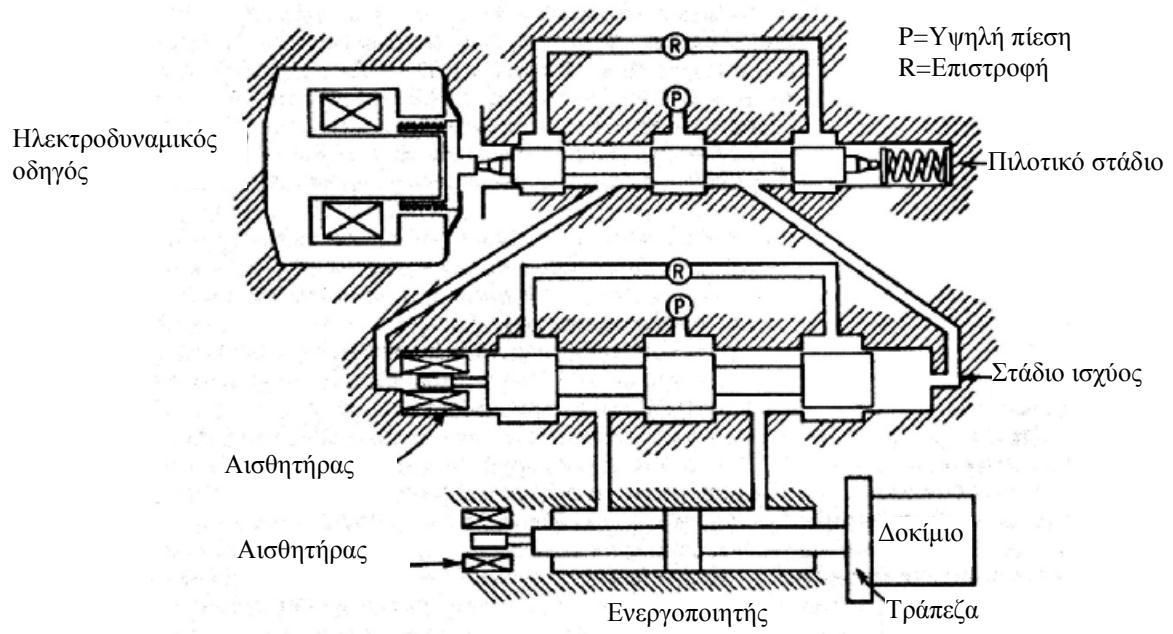
- Ø Οι ηλεκτροδυναμικές μηχανές λειτουργούν αποτελεσματικά σε ένα πολύ μεγάλο εύρος συχνοτήτων, περίπου από 0 έως 30000 Hz.
- Ø Η συχνότητα και το εύρος ταλάντωσης μπορούν πολύ εύκολα να ελεγχθούν ρυθμίζοντας κατάλληλα την συχνότητα και την τάση της ηλεκτρικής πηγής.
- Ø Επιπλέον ρυθμίζοντας κατάλληλα την τάση εισόδου είναι δυνατό να παραχθούν είτε αρμονικές είτε τυχαίες ταλαντώσεις.
- Ø Η διαρροή του μαγνητικού πεδίου που παρατηρείται γύρω από το κύκλωμα του μαγνήτη, μπορεί να ελαχιστοποιηθεί χρησιμοποιώντας τεχνικές απομαγνητοποίησης (coil degaussing).

1.4 Ταλαντωτικές μηχανές Υδραυλικού τύπου (Hydraulic vibration machines)

Οι υδραυλικές ταλαντωτικές μηχανές με τη χρήση αντλιών μετατρέπουν την ενέργεια που κατέχει ένα ρευστό που βρίσκεται υπό υψηλή πίεση σε κινητική ενέργεια θέτοντας σε παλινδρομική κίνηση την τράπεζα της μηχανής. Ένα σχεδιάγραμμα μιας τυπικής μηχανής αυτού του τύπου φαίνεται στο σχήμα 1.9. Στην εν λόγω μηχανή χρησιμοποιείται μια ηλεκτρουδραυλική βαλβίδα για τη μεταφορά του ρευστού είτε στη μια πλευρά του πιστονιού είτε στην άλλη ώστε να παραχθεί η παλινδρομική κίνηση. Η βαλβίδα αποτελείται από δύο στάδια, από ένα πιλοτικό στάδιο (pilot stage), το οποίο οδηγείται από την παλινδρομική κίνηση ενός ηλεκτροδυναμικού οδηγού (electrodynamic driver), και από ένα στάδιο ισχύος (power stage). Στο σχήμα 1.9, όλοι οι παροχетеυτές έχουν σχεδιασθεί στην μεσαία τους θέση, εμποδίζοντας τόσο τη ροή υψηλής πίεσης P όσο και τη ροή χαμηλής πίεσης R . Αντίστοιχα, στη θέση αυτή το έμβολο είναι

στάσιμο μιας και δεν υπάρχει ροή ρευστού σε καμιά από τις δυο πλευρές του θαλάμου.

Η αρχή λειτουργίας της σερβοβαλβίδας είναι η εξής: Όταν ο μηχανισμός του πιλοτικού σταδίου, λόγω της δύναμης που θα του ασκηθεί από τον ηλεκτροδυναμικό οδηγό, μετακινηθεί προς τα δεξιά, τότε η ροή υψηλής πίεσης P θα διοχετευθεί στο αριστερό άκρο του σταδίου ισχύος και θα προκαλέσει την επίσης προς τα δεξιά κίνηση του μηχανισμού του. Αυτή η κίνηση εξαναγκάζει το παγιδευμένο ρευστό από το δεξί άκρο του σταδίου ισχύος διαμέσου της διασύνδεσης να γυρίσει πίσω στο πιλοτικό στάδιο και μετά διαμέσου του ανοίγματος, που προκλήθηκε από την αρχική δεξιά μετακίνηση του μηχανισμού του πιλοτικού σταδίου, να διοχετευθεί στον θάλαμο R , ο οποίος είναι συνδεδεμένος για επιστροφή στην βαλβίδα. Αντίστροφα, αν ο μηχανισμός του πιλοτικού σταδίου κινηθεί προς τα αριστερά τότε η ροή προς και από το στάδιο ισχύος αντιστρέφεται, προκαλώντας τη μετακίνηση του μηχανισμού του προς τα αριστερά. Στη συνέχεια, μια μετατόπιση του μηχανισμού του σταδίου ισχύος προς τα δεξιά επιτρέπει τη ροή υψηλής πίεσης του ρευστού P στην αριστερή πλευρά του εμβόλου, με αποτέλεσμα το έμβολο να μετακινηθεί και αυτό προς τα δεξιά αναγκάζοντας το παγιδευμένο ρευστό στη δεξιά πλευρά του εμβόλου να διοχετευθεί διαμέσου της διασύνδεσης στο στάδιο ισχύος και από εκεί στο θάλαμο επιστροφής R .



Σχήμα 1.9: Σχεδιάγραμμα μιας τυπικής υδραυλικής ταλαντωτικής μηχανής

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2:

ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

Η εξαναγκασμένη ταλάντωση ενός μηχανικού συστήματος οφείλεται σε ένα εξωτερικό αίτιο (δύναμη ή μετατόπιση) που επιδρά πάνω στο σύστημα. Στη γενική περίπτωση το αίτιο του εξαναγκασμού μεταβάλλεται με τον χρόνο. Σκοπός του παρόντος κεφαλαίου είναι η μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς ενός γραμμικού μηχανικού συστήματος που υπόκειται σε έναν προκαθορισμένο εξαναγκασμό, δηλαδή μιας γνωστής συνάρτησης του χρόνου. Ανάλογα με την μορφή διέγερσης οι εξαναγκασμένες ταλαντώσεις διακρίνονται σε δύο κατηγορίες:

- I. Περιοδικές ταλαντώσεις, οι οποίες και επαναλαμβάνονται διαδοχικά μέσα στο χρόνο και
- II. Μη περιοδικές ταλαντώσεις, που μπορεί να είναι μικρής είτε μακράς διάρκειας.

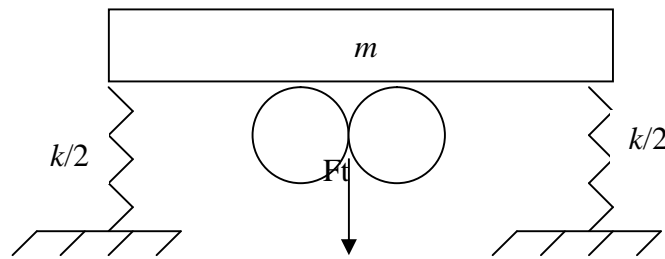
Όπως προαναφέρθηκε, η ταλαντωτική μηχανή που κατασκευάζεται στο πλαίσιο της παρούσας πτυχιακής εργασίας, βασίζεται στο φαινόμενο της εξαναγκασμένης ταλάντωσης λόγω τεχνητής αζυγοσταθμίας, όπου η παραγόμενη φυγόκεντρος δύναμη είναι αρμονική συνάρτηση στο χρόνο. Επομένως η ταλάντωση της μηχανής θα είναι περιοδική και αρμονική.

2.1 Αρμονική Εξαναγκασμένη Ταλάντωση χωρίς Απόσβεση

Έστω ότι στο μηχανικό σύστημα του σχήματος 2.1, το οποίο αποτελείται από μια τράπεζα συνολικής μάζας m που εδράζεται μέσω γραμμικών ελατηρίων συνολικής σταθερά k , ενεργεί αρμονική δύναμη ίση με:

$$F(t) = F_0 \cos \Omega t \quad (2.1)$$

όπου F_0 είναι το εύρος της δύναμης και Ω η κυκλική συχνότητα του εξαναγκασμού.



Σχήμα 2.1: Μηχανικό σύστημα ελατηρίων – μάζας

Έστω τώρα, μια φυσική ποσότητα x , η οποία περιγράφει την ταλάντωση του συστήματος και μεταβάλλεται με τον χρόνο t , δηλαδή $x = x(t)$. Μια συνάρτηση $x(t)$ που έχει την ίδια τιμή για τιμές του χρόνου που διαφέρουν κατά μια σταθερά T ονομάζεται περιοδική συνάρτηση και μπορούμε να γράψουμε:

$$x(t) = x(t + nT), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2)$$

Η μικρότερη ποσότητα T για την οποία επαληθεύεται η (2.2), για κάθε $n=1, 2, 3, \dots$, ονομάζεται περίοδος της ταλάντωσης και έχει μονάδες χρόνου. Πρακτικά την περίοδο την προσδιορίζουμε ως τον χρόνο μεταξύ δύο διαδοχικών μέγιστων ή ελάχιστων της $x(t)$.

Η μισή διαφορά του μεγίστου x_{\max} από το ελάχιστο x_{\min} :

$$A = \frac{1}{2}(x_{\max} - x_{\min}) \quad (2.3)$$

ονομάζεται εύρος ή πλάτος ταλάντωσης A .

Το μηχανικό σύστημα που εξετάζουμε λόγω του γεγονότος ότι έχει δυνατότητα κίνησης μόνο στον κατακόρυφη διεύθυνση, είναι ενός βαθμού ελευθερίας, δηλαδή μια και μόνο καταστατική μεταβλητή αρκεί για να περιγράψει την ταλάντωση του. Η καταστατική αυτή μεταβλητή $x(t)$ επιλέγεται να είναι η μετατόπιση της τράπεζας από τη θέση στατικής ισορροπίας.

Η διαφορική εξίσωση κίνησης του συστήματος προκύπτει από εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Newton για τη μεταφορική του κίνηση στην κατακόρυφη διεύθυνση και προκύπτει ότι είναι:

$$m \ddot{x}(t) + k x(t) = F_0 \cos \Omega t \quad (2.4)$$

Η διαφορική εξίσωση (2.4) είναι μη-ομογενής, δεύτερης τάξης, με σταθερούς συντελεστές. Η λύση $x(t)$ μιας τέτοιας εξίσωσης είναι το άθροισμα της λύσης $x_0(t)$ της αντίστοιχης ομογενούς εξίσωσης (το δεύτερο μέλος της (2.4) ίσον με το μηδέν) συν την ειδική λύση $x_p(t)$ της διαφορικής, δηλαδή:

$$x(t) = x_0(t) + x_p(t) \quad (2.5)$$

Όμως η ομογενής εξίσωση της (2.4) είναι ίδια με την ομογενή εξίσωση που περιγράφει την ελεύθερη ταλάντωση μηχανικών συστημάτων ενός βαθμού ελευθερίας και η οποία έχει ως εξής:

$$m \ddot{x}(t) + k x(t) = 0 \quad (2.6)$$

Άρα η λύση $x_0(t)$ είναι η λύση της (2.6), περιγράφει την ελεύθερη ταλάντωση του συστήματος και έχει τη μορφή:

$$x_0(t) = a_0 \sin \omega_n t + b_0 \cos \omega_n t \quad (2.7)$$

όπου $\omega_n = \sqrt{k/m}$ η φυσική συχνότητα του συστήματος και a_0 και b_0 σταθερές που θα προσδιορισθούν εφαρμόζοντας τις αρχικές συνθήκες.

Επειδή ο εξαναγκασμός είναι αρμονικός η ειδική λύση $x_p(t)$ είναι επίσης αρμονική συνάρτηση με την ίδια συχνότητα Ω . Επειδή μάλιστα δεν υπάρχει στοιχείο διάχυσης στο σύστημα που μελετάμε η ειδική λύση και ο εξαναγκασμός θα βρίσκονται σε φάση.

Άρα η $x_p(t)$ θα είναι της μορφής:

$$x_p(t) = X_p \cos \Omega t \quad (2.8)$$

όπου X_p είναι μια σταθερά που υποδηλώνει το μέγιστο εύρος της $x_p(t)$. Για να την προσδιορίσουμε αντικαθιστούμε την (2.8) στην (2.4) και έχουμε:

$$\begin{aligned} (-m\Omega^2 + k)X_p \cos \Omega t &= F_0 \cos \Omega t \Rightarrow X_p = \frac{F_0}{(k - m\Omega^2)} \Rightarrow X_p = \frac{F_0/m}{(k/m - \Omega^2)} \Rightarrow \\ X_p &= \frac{F_0/m}{(\omega_n^2 - \Omega^2)} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Σύμφωνα με τις σχέσεις (2.7) και (2.8) η απόκριση $x(t)$ από την (2.5) γράφεται:

$$x(t) = a_0 \sin \omega_n t + b_0 \cos \omega_n t + \frac{F_0/m}{(\omega_n^2 - \Omega^2)} \cos \Omega t \quad (2.10)$$

Εφαρμόζοντας τις ακόλουθες γενικές αρχικές συνθήκες που αφορούν την μετατόπιση x_0 και την ταχύτητα v_0 του μηχανικού συστήματος τη χρονική στιγμή μηδέν όπου ξεκινά η ταλάντωση, δηλαδή:

$$x(0) = x_0 \quad \text{και} \quad \dot{x}(0) = v_0 \quad (2.11)$$

προκύπτουν τελικά οι άγνωστες σταθερές της (2.10):

$$\alpha_0 = \frac{n_0}{w_n} \quad \text{και} \quad b_0 = x_0 - \frac{F_0/m}{(w_n^2 - \Omega^2)} \quad (2.12)$$

και τελικά η απόκριση το συστήματος είναι:

$$x(t) = \frac{n_0}{w_n} \sin w_n t + x_0 \cos w_n t + \frac{F_0/m}{(w_n^2 - \Omega^2)} [\cos \Omega t - \cos w_n t] \quad (2.13)$$

Όπως αναφέρθηκε στην περίπτωση της σεισμικής τράπεζας, το αίτιο του εξαναγκασμού είναι η φυγόκεντρος δύναμη λόγω τεχνητής αζυγοσταθμίας. Ο αρμονικός εξαναγκασμός και συνεπώς η αρμονική ταλάντωση της τράπεζας θα ελέγχεται κατά περίπτωση τοποθετώντας συγκεκριμένες μάζες αζυγοσταθμίας σε συγκεκριμένες θέσεις πάνω σε κινούμενους δίσκους. Στο σημείο αυτό πρέπει να αναφερθεί ότι οι μάζες που θα τοποθετούνται δεν θα είναι τυχαίες, καθώς η φυσική συχνότητα του συστήματος δεν πρέπει να συμπίπτει με την συχνότητα του εξαναγκασμού. Σε αυτή την περίπτωση θα έχουμε το φαινόμενο του **συντονισμού** ή το φαινόμενο του **διακροτήματος**, με δυσάρεστες ή και καταστροφικές συνέπειες για το σύστημα μας, όπως για παράδειγμα είναι ο απειρισμός του πλάτους ταλάντωσης.

2.1.1 Συντονισμός

Όταν η συχνότητα του εξαναγκασμού Ω συμπίπτει με τη φυσική συχνότητα του συστήματος ω_n , δηλαδή $\Omega = \omega_n$, το πλάτος της ταλάντωσης X_p απειρίζεται και το φαινόμενο αυτό ονομάζεται συντονισμός. Πράγματι σύμφωνα με την (2.13) διαπιστώνουμε ότι στην περίπτωση που $\Omega = \omega_n$ μηδενίζονται συγχρόνως ο παρανομαστής $(\omega_n^2 - \Omega^2)$ και ο αριθμητής $[\cos \Omega t - \cos \omega_n t]$. Επειδή λοιπόν προκύπτει απροσδιόριστη μορφή 0/0 πρέπει να εφαρμόσουμε τον κανόνα του L'Hospital για να βρούμε την συμπεριφορά αυτού του όρου. Επομένως έχουμε:

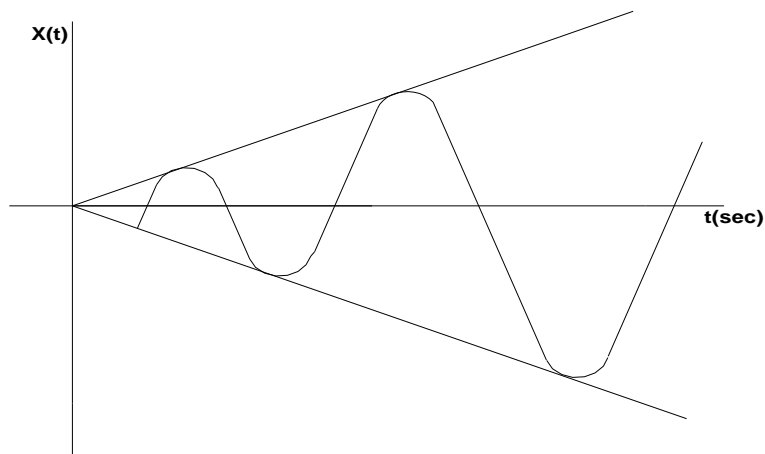
$$\lim_{\Omega \rightarrow w_n} \frac{\cos \Omega t - \cos w_n t}{(w_n^2 - \Omega^2)} = \lim_{\Omega \rightarrow w_n} \frac{\frac{d}{d\Omega}(\cos \Omega t - \cos w_n t)}{\frac{d}{d\Omega}(w_n^2 - \Omega^2)} =$$

$$\lim_{\Omega \rightarrow w_n} \frac{-t \sin \Omega t}{-2\Omega} = \frac{1}{2w_n} t \sin w_n t \quad (2.14)$$

Άρα τελικά στην περίπτωση του συντονισμού η λύση $x(t)$ από την (2.13) και (2.14) γράφεται:

$$x(t) = \frac{v_0}{w_n} \sin w_n t + x_0 \cos w_n t + \frac{F_0}{m} \frac{1}{2v_0} t \sin w_n t \quad (2.15)$$

Η γραφική παράσταση της (2.15) φαίνεται στο σχήμα (2.2). Παρατηρώντας την (2.15) είναι φανερό ότι όσο αυξάνεται ο χρόνος ο τελευταίος όρος της αυξάνει συνεχώς τείνοντας στο άπειρο.



Σχήμα 2.2: Απόκριση μηχανικού συστήματος χωρίς απόσβεση σε συντονισμό

2.1.2 Διακρότημα

Όταν η κυκλική συχνότητα του εξαναγκασμού Ω είναι κοντά, αλλά δεν ισούται, με τη φυσική συχνότητα ω_n του συστήματος τότε λαμβάνει χώρα το φαινόμενο του διακροτήματος. Στην περίπτωση αυτή το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης δεν είναι σταθερό αλλά αυξομειώνεται με έναν κανονικό ρυθμό πολύ πιο αργό από αυτό της φυσικής συχνότητας ω_n . Για να μελετήσουμε το φαινόμενο του διακροτήματος και για λόγους απλότητας θεωρούμε μηδενικές αρχικές συνθήκες και επομένως η (2.13) γράφεται:

$$x(t) = \frac{F_0/m}{(\omega_n^2 - \Omega^2)} [\cos \Omega t - \cos \omega_n t] \quad (2.16)$$

Έστω ότι το Ω διαφέρει πολύ λίγο από την ω_n και επομένως ισχύει:

$$\omega_n - \Omega = 2\varepsilon \quad (2.17)$$

όπου ε ένας μικρός αριθμός. Με βάση την (2.17) το άθροισμα και η διαφορά των τετραγώνων των δύο συχνοτήτων γράφεται:

$$\Omega + \omega_n = \Omega + 2\varepsilon + \Omega = 2\Omega + 2\varepsilon \quad (2.18)$$

$$\omega_n^2 - \Omega^2 = (\Omega + 2\varepsilon)^2 - \Omega^2 = 4\varepsilon^2 + 4\varepsilon\Omega + \Omega^2 - \Omega^2 = 4\varepsilon\Omega + 4\varepsilon^2 \quad (2.19)$$

Λαμβάνοντας υπόψη την τριγωνομετρική ταυτότητα:

$$\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2} \quad (2.20)$$

Ο αντίστοιχος όρος της (2.16) γράφεται:

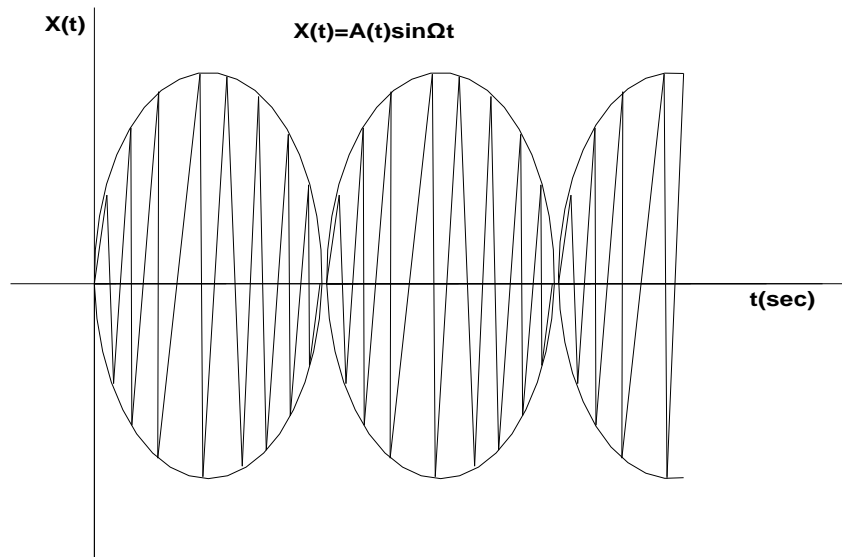
$$\cos \Omega t - \cos \omega_n t = -\sin \left(\frac{\Omega + \omega_n}{2} t \right) \sin \left(\frac{\Omega - \omega_n}{2} t \right) = 2 \sin \Omega t * \sin e t \quad (2.21)$$

Με βάση τις (2.19) και (2.21) η (2.16) τελικά γίνεται:

$$x(t) = \left[\frac{F_0/m}{2e\Omega} \sin e t \right] \sin \Omega t \quad \text{ή} \quad x(t) = A(t) \sin \Omega t \quad (2.22)$$

$$\text{όπου } A(t) = \left[\frac{F_0/m}{2e\Omega} \sin e t \right] \quad (2.23)$$

Από τις (2.22) και (2.23) μπορεί να παρατηρηθεί ότι ενώ η εξαναγκασμένη ταλάντωση, όπως αναμενότανε, γίνεται στην συχνότητα του εξαναγκασμού Ω συγχρόνως το πλάτος τη ταλάντωσης $A(t)$ μεταβάλλεται αρμονικά με τον χρόνο με πολύ αργό ρυθμό έχοντας συχνότητα $|e|$. Αυτή η συμπεριφορά ονομάζεται διακρότημα και γραφικά φαίνεται στο σχήμα 2.3.



Σχήμα 2.3: Απόκριση μηχανικού συστήματος στην περίπτωση που η φυσική συχνότητα είναι πολύ κοντά με την συχνότητα του εξαναγκασμού, όπου παρατηρείται το φαινόμενο του διακροτήματος

2.2 Απόκριση Μηχανικού Συστήματος με Απόσβεση σε Αρμονική Δύναμη

Η εξίσωση κίνησης ενός μηχανικού συστήματος ελατηρίου-μάζας-αποσβεστήρα στο οποίο ενεργεί αρμονική δύναμη της μορφής $F(t) = F_0 \cos \Omega t$ είναι η εξής :

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = F_0 \cos \Omega t \quad (2.24)$$

όπου m η συνολική μάζα του μηχανικού συστήματος και k η ισοδύναμη σταθερά των ελατηρίων και c η ισοδύναμη σταθερά αποσβεστήρων.

Και σε αυτή την περίπτωση όπως και στην ταλάντωση χωρίς απόσβεση η συνολική απόκριση $x(t)$ δίνεται από τη σχέση (2.5), είναι δηλαδή το άθροισμα της λύσης $x_0(t)$ της αντίστοιχης ομογενούς εξίσωσης (και δίνεται από τη σχέση

2.7) συν την ειδική λύση $x_p(t)$ της διαφορικής εξίσωσης (2.24). Η ειδική λύση $x_p(t)$ είναι επίσης αρμονική συνάρτηση της μορφής:

$$x_p(t) = X_p \cos(\Omega t - \varphi) \quad (2.25)$$

όπου X_p είναι το πλάτος της απόκρισης και φ η διαφορά φάσης μεταξύ της δύναμης του εξαναγκασμού και της απόκρισης. Τα X_p και φ είναι οι άγνωστες σταθερές και πρέπει να προσδιορισθούν. Η ειδική λύση $x_p(t)$ ονομάζεται απόκριση μόνιμης κατάστασης μιας και η απόκριση $x_0(t)$ της ελεύθερης ταλάντωσης λόγω της ύπαρξης της απόσβεσης σβήνει με το χρόνο. Αντικαθιστώντας την (2.25) στην (2.24) και κάνοντας χρήση των τριγωνομετρικών σχέσεων:

$$\cos(\Omega t - \varphi) = \cos\Omega t \cos\varphi + \sin\Omega t \sin\varphi \quad (2.26)$$

$$\sin(\Omega t - \varphi) = \sin\Omega t \cos\varphi - \cos\Omega t \sin\varphi \quad (2.27)$$

προκύπτει το ακόλουθο γραμμικό σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων:

$$X_p [(k - m\omega^2) \cos\varphi + c \Omega \sin\varphi] = F_0 \quad (2.28)$$

$$X_p [(k - m\Omega^2) \sin\varphi - c \Omega \cos\varphi] = 0 \quad (2.29)$$

με αγνώστους τα X_p και φ . Από την επίλυση του συστήματος των εξισώσεων (2.28) και (2.29) προκύπτει:

$$X_p = \frac{F_0}{[(k - m\Omega^2)^2 + c^2\Omega^2]^{1/2}} \quad (2.30)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left[\frac{c\Omega}{k - m\Omega^2} \right] \quad (2.31)$$

Με σκοπό την αδιαστατοποίηση της κυκλικής συχνότητας Ω και του πλάτους ταλάντωσης X_p ορίζουμε την αδιάστατη συχνότητα r ως τον λόγο:

$$r = \frac{\Omega}{w_n} \quad (2.32)$$

και το αδιάστατο πλάτος ταλάντωσης ή συντελεστής ενίσχυσης R ως τον λόγο:

$$R = \frac{X_p}{F_0/k} \quad (2.33)$$

Αντικαθιστώντας τις (2.32) και (2.33) στις (2.30) και (2.31) προκύπτει :

$$X_p = \frac{F_0}{k} R \quad (2.34)$$

και

$$\varphi = \tan^{-1} \left[\frac{2Jr}{1-r^2} \right] \quad (2.35)$$

με τον συντελεστή ενίσχυσης R να ισούται με

$$R = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2Jr)^2}} \quad (2.36)$$

όπου J είναι ο λόγος απόσβεσης, οποίος συνδέεται με τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος μέσω της σχέσης:

$$J = \frac{c}{2mw_n} = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (2.37)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3:

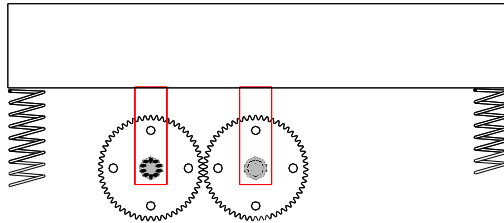
ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΗΣ ΣΕΙΣΜΙΚΗΣ ΤΡΑΠΕΖΑΣ

Η σεισμική τράπεζα που κατασκευάζεται στο πλαίσιο της παρούσας πτυχιακής εργασίας ανήκει στην δεύτερη κατηγορία ταλαντωτικών μηχανών, όπως κατηγοριοποιήθηκαν στο πρώτο κεφάλαιο, δηλαδή στις ταλαντωτικές μηχανές τύπου ανάδρασης ευθύγραμμης κίνησης. Τα κύρια χαρακτηριστικά της είναι ότι αποτελείται από δύο ίσες μάζες αζυγοσταθμίας οι οποίες περιστρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα σε αντίθετες φορές, ώστε να διατηρούν τη σχετική τους θέση. Η διατήρηση της σχετικής θέσης των μαζών εξασφαλίζεται με την τοποθέτηση τους πάνω σε δύο εμπλεκόμενους οδοντωτούς δίσκους, οι οποίοι είναι απαραμόρφωτα, συμμετρικά συνδεδεμένοι στο κάτω μέρος της επιφάνειας της τράπεζας, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.1. Η επιφάνεια της τράπεζας εδράζεται σε τέσσερα όμοια ελατήρια. Η σεισμική τράπεζα, μέσω κατάλληλης επιλογής των σχετικών θέσεων των μαζών αζυγοσταθμίας, έχει τη δυνατότητα τριών ρυθμίσεων της διεύθυνσης ταλάντωσης οι οποίες είναι οι εξής:

- 1) Ταλάντωση μόνο στην οριζόντια διεύθυνση
- 2) Ταλάντωση μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση
- 3) Ταλάντωση συγχρόνως και στην οριζόντια και στην κατακόρυφη διεύθυνση

Η κίνηση στους δύο εμπλεκόμενους δίσκους δίνεται μέσω ηλεκτροκινητήρα, οι στροφές λειτουργίας του οποίου ρυθμίζουν και τη συχνότητα ταλάντωσης της τράπεζας. Τέλος, το πλάτος της αρμονικής ταλάντωσης της τράπεζας, μιας και η

παραγόμενη φυγόκεντρος δύναμη, λόγω του φαινομένου της αζυγοσταθμίας, είναι αρμονική συνάρτηση στο χρόνο, ρυθμίζεται από την επιλογή των δύο μαζών της τεχνητής αζυγοσταθμίας, σημειώνοντας ότι το πλάτος ταλάντωσης είναι ανάλογο της μάζας αζυγοσταθμίας.



Σχήμα 3.1: Απεικόνιση σεισμικής τράπεζας

3.1 Προδιαγραφές

Οι προδιαγραφές με βάση τις οποίες πρέπει να σχεδιασθεί η σεισμική τράπεζα είναι οι εξής:

3.1.1 Μάζα της κατασκευής

Όπως προκύπτει από κεφάλαιο 2, η απόκριση της εξαναγκασμένης ταλάντωσης που θα εκτελεί η σεισμική τράπεζα εξαρτάται τόσο από την μάζα της κατασκευής M , όσο και από τις δύο ίσες μάζες των τεχνητών αζυγοσταθμιών m . Για το λόγο αυτό οι μάζες M και m πρέπει να επιλεγούν κατάλληλα.

Σύμφωνα με τους ανωτέρω ορισμούς, η συνολική μάζα της κατασκευής είναι ίση με $(M+2m)$

3.1.2 Συχνότητα ταλάντωσης

Η κυκλική συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης της σεισμικής τράπεζας ισούται με

$$\Omega = 2 \pi f \quad (3.1)$$

όπου f είναι η συχνότητα περιστροφής των δύο εμπλεκόμενων δίσκων.

Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι οι στροφές των δυο εμπλεκόμενων δίσκων που φέρουν τις αζυγοσταθμίες θα είναι μικρότερες από τις στροφές του κινητήρα, λόγω της ανομοιομορφίας (ακτίνας και δοντιών) της σύνδεσης οδοντωτών τροχών μεταξύ κινητήρα και δίσκων.

Εκτός της συχνότητα Ω του εξαναγκαστικού αίτιου, πρέπει να υπολογισθεί και η φυσική και η συχνότητα της ελεύθερης ταλάντωσης ω_n η οποία ισούται με:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M + 2m}} \quad (3.2)$$

όπου k η ισοδύναμη σταθερά των τεσσάρων ελατηρίων πάνω στα οποία εδράζεται η επιφάνεια της τράπεζας, ώστε να ελεγχθεί ότι στο εύρος συχνοτήτων λειτουργίας της μηχανής δεν θα παρουσιαστούν τα μη επιθυμητά φαινόμενα του συντονισμού και του διακροτήματος.

3.1.2 Πλάτος ταλάντωσης

Το πλάτος ταλάντωσης της μηχανής πρέπει να είναι ελεγχόμενο μέσα σε ένα εύρος τιμών. Σύμφωνα με τις (2.9) και (3.2) το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης προκύπτει ότι είναι:

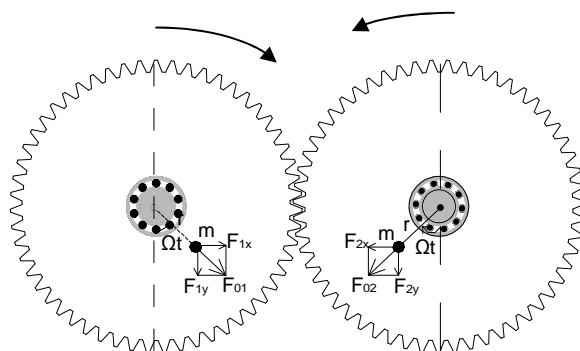
$$Xp = \frac{2F_0 / (M + 2m)}{\frac{k}{(M + 2m)} - \Omega^2} \quad (3.3)$$

όπου $2F_0$ το εύρος της αρμονικής δύναμης του εξαναγκασμού.

3.2 Αρχή Λειτουργίας

Η αρχή λειτουργίας της μηχανής βασίζεται στο φαινόμενο της αζυγοσταθμίας. Οι δίσκοι αρχικά έχουν μία ομοιόμορφη κατανομή μάζας και περιστρέφονται με μία γωνιακή ταχύτητα Ω . Με την τοποθέτηση της μάζας αζυγοσταθμίας m σε μια επιλεγμένη θέση σε ακτίνα R , ο κάθε δίσκος, χάνει την αρχικά ομοιόμορφη κατανομή της μάζας του. Η περιστροφή της έκκεντρης μάζας m με γωνιακή ταχύτητα Ω έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία μιας φυγόκεντρης δύναμης, η οποία ασκείται στον άξονα περιστροφής, με κατεύθυνση, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2, από το κέντρο περιστροφής προς το σημείο τοποθέτησης της έκκεντρης μάζας m και με μέτρο ίσο με:

$$F_0 = m\Omega^2 R \quad (3.4)$$



Σχήμα 3.2: Η φυγόκεντρη δύναμη F_0 που ασκείται στον άξονα περιστροφής

Η τράπεζα έχει ελευθερία κίνησης τόσο στην κατακόρυφη όσο και στην οριζόντια διεύθυνση. Αν θεωρήσουμε ότι τη χρονική στιγμή $t=0$ οι έκκεντρες μάζες διέρχονται από την κατακόρυφο, η συνισταμένη δύναμη της προβολής των δύο φυγόκεντρων δυνάμεων στην διεύθυνση των κατακόρυφων ελατηρίων προκύπτει ότι είναι:

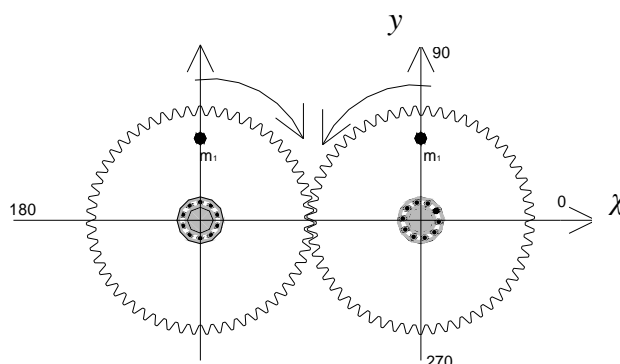
$$F(t)=2F_0\cos\Omega t \Rightarrow F(t)=2m\Omega^2 R\cos\Omega t \quad (3.5)$$

Όμοια σχέση με τη (3.5), προκύπτει και στην περίπτωση της προβολής των φυγόκεντρων δυνάμεων στην διεύθυνση των οριζόντιων δυνάμεων, με μόνη διαφορά ότι η κατακόρυφη και η οριζόντια ταλάντωση έχουν διαφορά φάσης 90° .

Από την σχέση (3.5) προκύπτει ότι η αζυγοσταθμία των περιστρεφόμενων δίσκων προκαλεί μια αρμονική δύναμη εξαναγκασμού τόσο στην κατακόρυφη όσο και στην οριζόντια διεύθυνση και η οποία με τη σειρά της προκαλεί την εξαναγκασμένη ταλάντωση της τράπεζας στις αντίστοιχες διευθύνσεις.

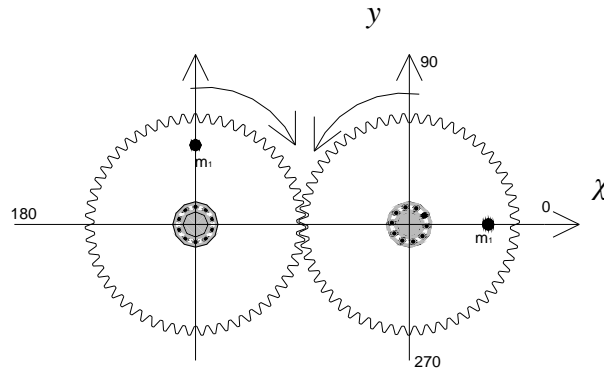
Η διεύθυνση ταλάντωσης της τράπεζας ρυθμίζεται κατάλληλα μέσω των σχετικών θέσεων τοποθέτησης των μαζών αζυγοσταθμίας ως εξής:

1. Ταλάντωση μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση (σχήμα 3.2):



Σχήμα 3.2: Τοποθέτηση μαζών για κατακόρυφη ταλάντωση

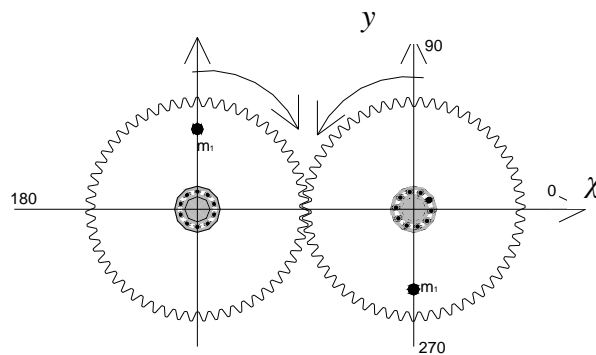
2. Ταλάντωση συγχρόνως και στην οριζόντια και στην κατακόρυφη διεύθυνση (σχήμα 3.3):



Σχήμα 3.3: Τοποθέτηση μαζών για κατακόρυφη και οριζόντια ταλάντωση

Στην περίπτωση αυτή το σύστημα μας είναι **δύο βαθμών ελευθερίας** αφού ταλάντωση θα έχουμε και κατά τον άξονα x αλλά και κατά τον άξονα y .

3. Ταλάντωση μόνο στην οριζόντια διεύθυνση (σχήμα 3.4):



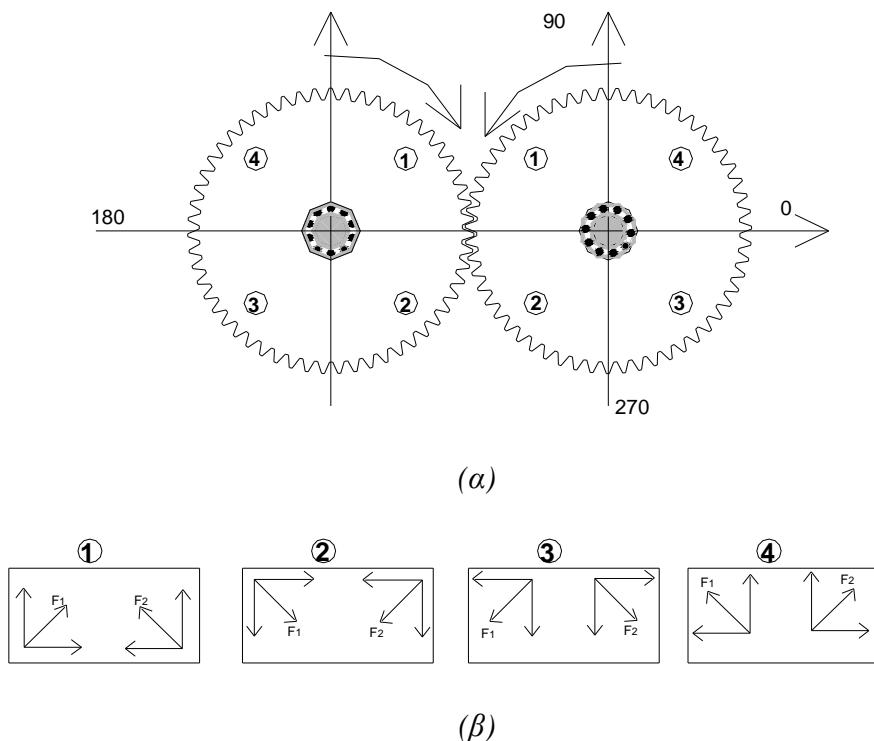
Σχήμα 3.4: Τοποθέτηση μαζών για οριζόντια ταλάντωση

Για να κατανοήσουμε καλύτερα τον τρόπο με το οποίο οι φυγόκεντρες δυνάμεις εξαναγκάζουν τη μηχανή σε ταλάντωση σε συγκεκριμένες διευθύνσεις, στη συνέχεια παρουσιάζονται οι φυγόκεντρες δυνάμεις και η ανάλυση τους σε συνιστώσες στον οριζόντιο και στον κατακόρυφο άξονα, σε διάφορες χαρακτηριστικές θέσεις που έχουν οι μάζες καθώς περιστρέφονται.

3.2.1 Ταλάντωση μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση

Στην πρώτη περίπτωση εξετάσουμε την ταλάντωση του συστήματος τοποθετώντας και τις δύο μάζες στις 90° κατά τον άξονα x , όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2.

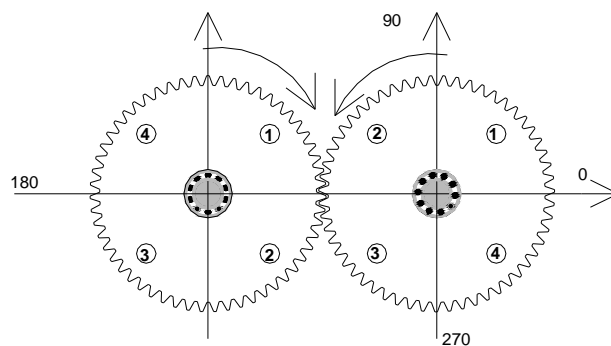
Στο σχήμα 3.5 φαίνονται οι φυγόκεντρες δυνάμεις λόγω των αζυγοσταθμιών και οι συνιστώσες τους στους άξονες x και y , σε τέσσερις χαρακτηριστικές θέσεις καθώς περιστρέφονται οι δίσκοι. Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.5 (β), οι δυνάμεις στην διεύθυνση x , σε οποιαδήποτε θέση, αλληλοεξουδετερώνονται καθώς είναι ίσες και αντίθετες. Αντίθετα στην διεύθυνση y , υπάρχει συνισταμένη δύναμη ίση με $2F_0$, που μεταφέρεται στα ελατήρια και η οποία προκαλεί την ταλάντωση στην κατακόρυφη διεύθυνση



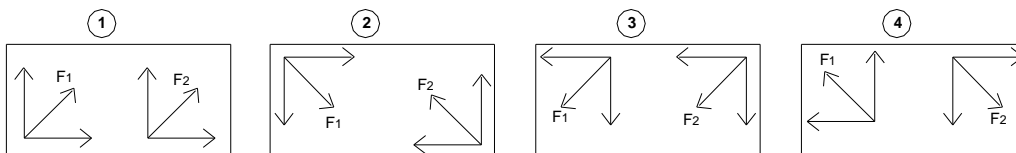
Σχήμα 3.5: Κατακόρυφη ταλάντωση (α) Θέσεις των μαζών σε διάφορες χρονικές στιγμές και β) Ανάλυση δυνάμεων

3.2.2 Ταλάντωση συγχρόνως και στην οριζόντια και στην κατακόρυφη διεύθυνση

Στην δεύτερη περίπτωση οι μάζες έχουν τοποθετηθεί στους δίσκους, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.3. Πιο συγκεκριμένα η πρώτη μάζα έχει τοποθετηθεί στις 90° από τον άξονα x , ενώ στον άλλον δίσκο η δεύτερη μάζα έχει τοποθετηθεί στις 0° , δηλαδή στην διεύθυνση του άξονα x . Όπως παρατηρούμε στο σχήμα 3.6 (β) υπάρχουν συνισταμένες δυνάμεις και κατά τον άξονα x και κατά τον άξονα y . Αναλυτικότερα, στο σημείο (1) οι συνιστώσες των φυγόκεντρων δυνάμεων έχουν ίδια φορά κατά τον άξονα y αλλά και κατά τον άξονα x . Καθώς περιστρέφονται οι δίσκοι στην θέση (2) παρατηρούμε ότι οι δυνάμεις αλληλοεξουδετερώνονται και κατά τον άξονα y αλλά και κατά τον άξονα x . Στην θέση (3) οι φυγόκεντρες δυνάμεις έχουν συνιστώσες και στους δύο άξονες.. Τέλος στην θέση (4) παρατηρούμε ότι οι συνιστώσες των φυγόκεντρων δυνάμεων αλληλοεξουδετερώνονται και κατά τις δύο διευθύνσεις.



(α)

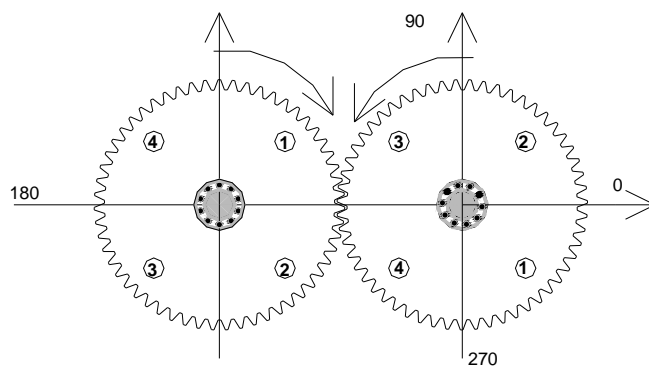


(β)

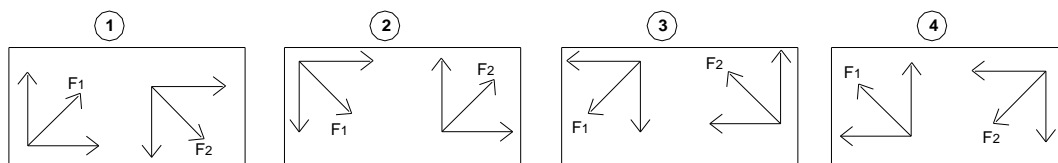
Σχήμα 3.6: Κατακόρυφη και οριζόντια ταλάντωση (α) Θέσεις των μαζών σε διάφορες χρονικές στιγμές και β) Ανάλυση δυνάμεων

3.2.3 Ταλάντωση μόνο στην οριζόντια διεύθυνση

Στην τρίτη περίπτωση, αυτή της οριζόντιας ταλάντωσης οι μάζες τοποθετούνται αντιδιαμετρικά στους δύο δίσκους, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.4. Όπως παρατηρούμε στο σχήμα 3.7(β), οι δυνάμεις σε κάθε περίπτωση κατά τον άξονα y αλληλοεξουδετερώνονται ενώ ταλάντωση έχουμε μόνο κατά την διεύθυνση x .



(α)



(β)

Σχήμα 3.7: Οριζόντια ταλάντωση (α) Θέσεις των μαζών σε διάφορες χρονικές στιγμές και β) Ανάλυση δυνάμεων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4:

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΤΡΑΠΕΖΑΣ

Η σεισμική τράπεζα που κατασκευάστηκε στο πλαίσιο της παρούσας πτυχιακής φαίνεται στο σχήμα 4.1

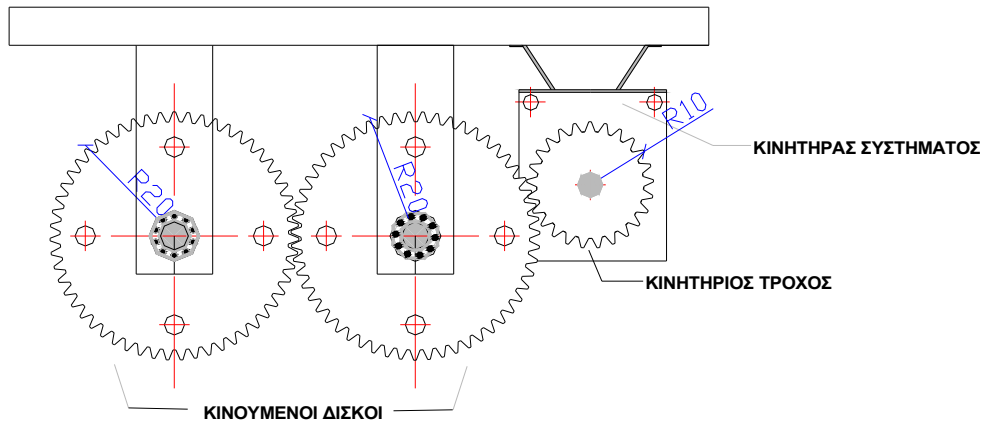


Σχήμα 4.1: Η σεισμική τράπεζα που κατασκευάστηκε

4.1 Συνδεσμολογία

Ο τρόπος σύνδεσης μεταξύ δίσκων και κινητήρα πρέπει να είναι τέτοιος ώστε, ο κινητήρας να «ακολουθεί» την ταλάντωση της τράπεζας δίνοντας κίνηση στους δίσκους κάθε χρονική στιγμή. Για το λόγο αυτό ο κινητήρας ενσωματώθηκε στην τράπεζα έτσι ώστε να ταλαντώνεται ταυτόχρονα με όλο το σύστημα ενώ η θέση της εξόδου κίνησης (κινητήριο γρανάζι) είναι σταθερή ως προς τους κινούμενους δίσκους.

4.1.1 Συνδεσμολογία κινητήρα - Δίσκων



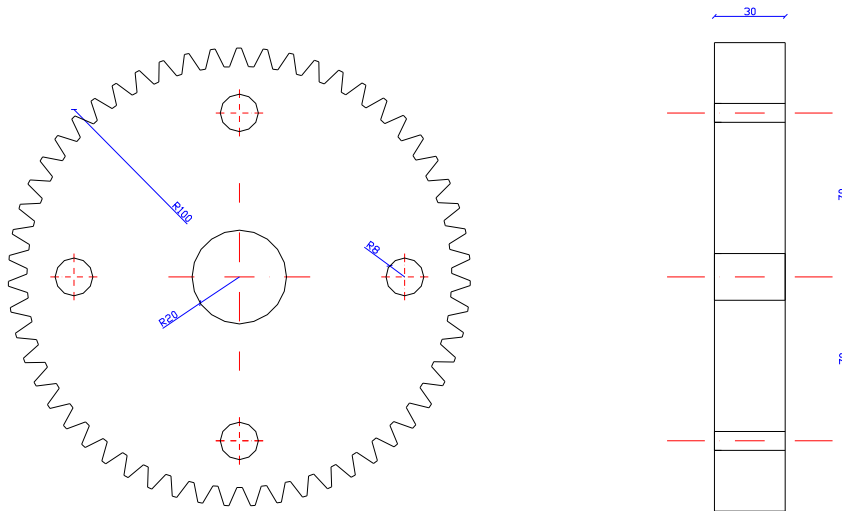
Σχήμα 4.2: Σύνδεση κινητήρα - δίσκων

Η συνδεσμολογία κινητήρα και δίσκων είναι σύνδεση μεταξύ οδοντωτών τροχών και φαίνεται σε σκαρίφημα στο σχήμα 4.2 και στην πραγματική κατασκευή στο σχήμα 4.3. Έτσι λοιπόν η κίνηση μεταφέρεται από το γρανάζι του κινητήρα στον πρώτο γρανάζι (δίσκο) και κατεπέκταση στον δεύτερο με τις ίδιες στροφές.

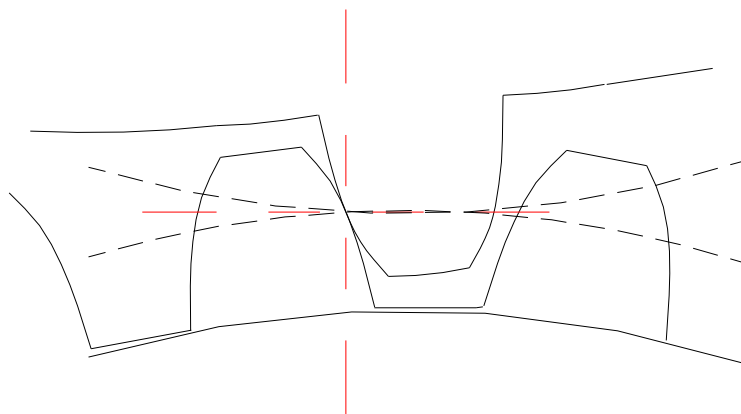


Σχήμα 4.3: Σύνδεση δίσκων - κινητήρα

Οι οδοντωτοί δίσκοι, τα χαρακτηριστικά των οποίων φαίνονται στο σχήματα 4.4 και 4.5, είναι κατασκευασμένοι από σκληρό **Teflon** υλικό έτσι ώστε να μην έχουμε αστοχία του υλικού από τα φορτία που δέχονται κατά την περιστροφή τους, ενώ το υλικό αυτό είναι πολύ ελαφρύ ώστε να μειωθεί το συνολικό βάρος της τράπεζας.



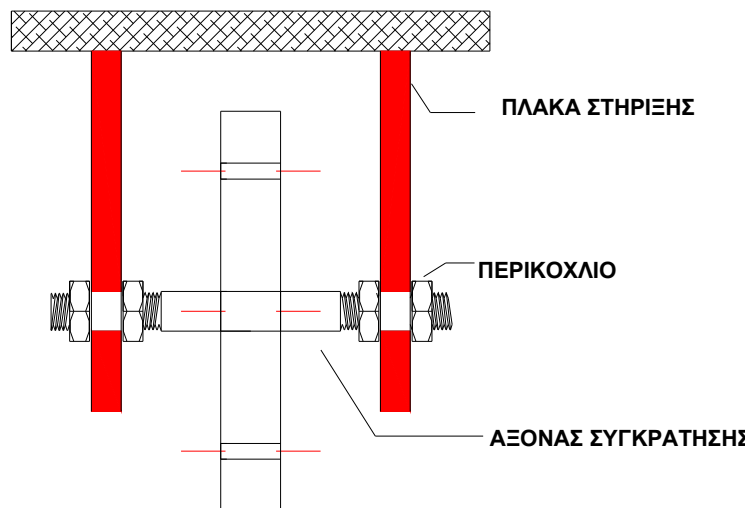
Σχήμα 4.4: Χαρακτηριστικά δίσκων



Σχήμα 4.5: Σύνδεση κινητήρα - δίσκων
 Τα δόντια των γραναζιών είναι modul $m=0.25$ με:
 Ύψος πόδα $h_f=1.167$ m = 0.29175 mm
 Χάρη κεφαλής $c = 0.617$ m = 0.154 mm

4.1.2 Συνδεσμολογία τράπεζας - δίσκων

Η σύνδεση του κάθε δίσκου με την τράπεζα, η οποία φαίνεται σε σκαρίφημα στο σχήμα 4.6 και στην πραγματική κατασκευή στο σχήμα 4.7, γίνεται μέσω ενός άξονα συγκράτησης όπου ενώνει τις δύο πλάκες στήριξης της τράπεζας περνώντας από το κέντρο του κάθε δίσκου.



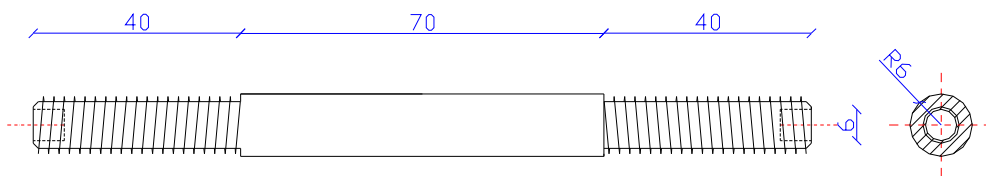
Σχήμα 4.6: Στήριξη τράπεζας

Ο άξονας συγκράτησης έχει επιλεγεί από σκληρό χάλυβα έτσι ώστε να αποφευχθεί η κάμψη του λόγω της φυγόκεντρης δύναμης αλλά και του ίδιου του βάρους του δίσκου. Πιθανή κάμψη του άξονα θα είχε καταστροφικές συνέπειες για ολόκληρη την τράπεζα καθώς κατά την περιστροφή του θα είχαμε ταλάντωση και του ίδιου του άξονα και τελικά την αστοχία του.



Εικόνα 4.7: Στήριξη δίσκων στην τράπεζα

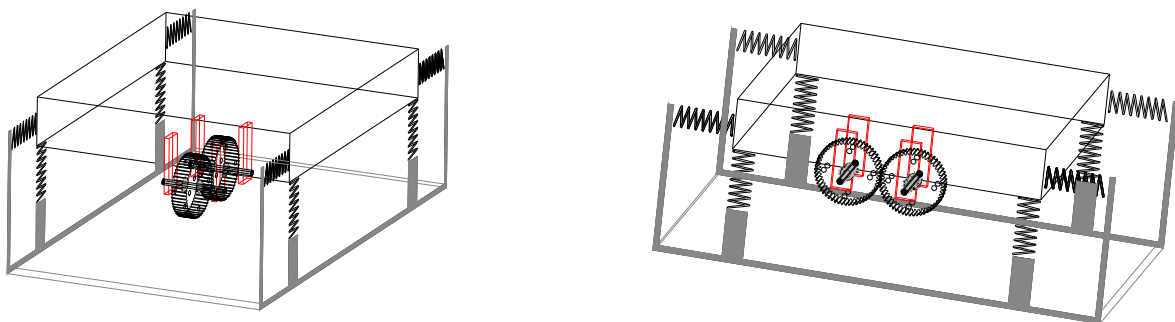
Ο άξονας στήριξης είναι από σκληρό χάλυβα με χαρακτηριστικά που φαίνονται στο σχήμα 4.8.



Σχήμα 4.8: Άξονας στήριξης δίσκων

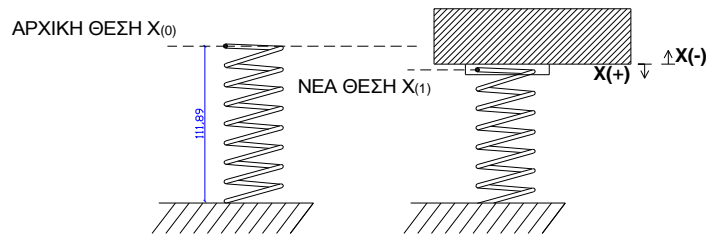
4.1.3 Τρόπος στήριξης της τράπεζας

Η τράπεζα στηρίζεται σε ένα μεταλλικό πλαίσιο μέσω τεσσάρων όμοιων ελατηρίων, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.9. Τα ελατήρια είναι συνδεδεμένα τόσο με το πλαίσιο όσο και με την τράπεζα με ειδικούς συνδέσμους συγκράτησης έτσι ώστε κατά την ταλάντωση να μην έχουμε αποκόλληση της τράπεζας από το σύστημα μας. Τέλος στην οριζόντια διεύθυνση η τράπεζα συνδέεται με το μεταλλικό πλαίσιο επίσης με τέσσερα όμοια ελατήρια.



Σχήμα 4.9: Σκαρίφημα σεισμικής τράπεζας

Το βάρος της τράπεζας κατανέμεται εξίσου στα τέσσερα κάθετα ελατήρια όπου στηρίζεται και η τράπεζα. Λόγω του βάρους, τα ελατήρια υποχωρούν και έχουν μια νέα θέση στατικής ισορροπίας όπως φαίνεται στο σχήμα 4.10.



Σχήμα 4.10: Αρχική θέση ελατηρίων

4.3 Χαρακτηριστικά της σεισμικής τράπεζας που επηρεάζουν την ταλάντωση της

Τα χαρακτηριστικά της σεισμικής τράπεζας που επηρεάζουν την ταλάντωση της είναι τα εξής:

4.3.1 Μάζα της κατασκευής

Στην παρούσα κατασκευή, η συνολική μάζα της σεισμικής τράπεζας και η μάζα των αζυγοσταθμιών επιλέγονται να είναι:

$$(M+2m)=8 \text{ kg} \text{ και} \tag{4.1}$$

$$m = 0.1 \text{ kgr}$$

4.3.2 Συχνότητα του εξαναγκασμού

Στην παρούσα κατασκευή, οι στροφές του κινητήρα επιλέγεται να είναι σταθερές και ίσες με:

$$n_1 = 1300 \text{στρ./min.} \quad (4.2)$$

Οι οδοντωτοί δίσκοι που φέρουν τις αζυγοσταθμίες, έχουν κατασκευασθεί με αριθμό δοντιών $z_2 = 97$ και ένας από αυτούς παίρνει κίνηση μέσω ενός κινητήριου γραναζιού με αριθμό δοντιών $z_1 = 42$.

Οι στροφές των δίσκων n_2 προκύπτουν από τη σχέση μετάδοσης μεταξύ αυτών και του κινητήριου γραναζιού σύμφωνα με τη σχέση:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{z_1}{z_2} \Rightarrow n_2 = \frac{n_1 z_1}{z_2} \Rightarrow n_2 = \frac{1300 \cdot 42}{97} = \frac{54600}{97} = 563 \text{στρ./min} \quad (4.3)$$

Από τον αριθμό των στροφών των δίσκων n_2 , προκύπτει ότι η συχνότητα της περιστροφής τους f , εκφρασμένη σε Hz, είναι:

$$f = \frac{n_2}{60} = \frac{563}{60} = 9.33 \text{Hz} \quad (4.4)$$

Τέλος από τη σχέση (3.1) προκύπτει ότι η κυκλική συχνότητα του εξαναγκασμού Ω είναι:

$$\Omega = 2p f = 2 \times 3.1415 \times 9.33 = 58.59 \text{rad/sec} \quad (4.5)$$

4.3.3 Πλάτος ταλάντωσης

Ο σχεδιασμός της τράπεζας γίνεται έτσι ώστε να έχουμε ένα επιθυμητό εύρος ταλάντωσης το οποίο επιλέγεται να είναι ίσο με

$$X_p = 6 \text{ mm} \quad (4.6)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (3.3) και λαμβάνοντας υπόψη την (3.4) το εύρος ταλάντωσης της κατασκευής είναι:

$$X_p = \frac{2m\Omega R}{k - \Omega^2 (M + 2m)} \quad (4.7)$$

όπου k η ισοδύναμη σταθερά των τεσσάρων ελατηρίων που χρησιμοποιούνται για την έδραση.

Σύμφωνα με τη σχέση (4.7) η ικανοποίηση της προδιαγραφής του πλάτους ταλάντωσης μπορεί να γίνει με κατάλληλη επιλογή των φυσικών χαρακτηριστικών, τα οποία είναι η συνολική μάζα της κατασκευής ($M + 2m$), οι μάζες αζυγοσταθμίας m , η ακτίνα τοποθέτησης των μαζών αζυγοσταθμίας R και η ισοδύναμη σταθερά των ελατηρίων k . Από τις ποσότητες αυτές η μοναδική που δεν έχει προκαθορισθεί είναι η ισοδύναμη σταθερά των ελατηρίων k , και ουσιαστικά η ρύθμιση του πλάτους ταλάντωσης θα γίνει με κατάλληλη επιλογή της τιμής αυτής.

Επομένως, σύμφωνα με τις τιμές των φυσικών ποσοτήτων που έχουν προκαθορισθεί και είναι οι εξής:

$$\begin{aligned} (M + 2m) &= 8kgr \\ m &= 0.1kgr \\ R &= 0.08m \\ \Omega &= 58.59rad / sec \end{aligned} \quad (4.8)$$

επιλύοντας την (4.7) ως προς k , προκύπτει :

$$\begin{aligned}
k &= \frac{2m\Omega^2 R + X_p (M + 2m)\Omega^2}{X_p} = \\
&= \frac{2 \times 0.1 \times 58.59^2 \times 0.08 + 0.006 \times (7.8 + 2 \times 0.1) \times 58.59^2}{0.006} \Rightarrow \\
k &= 36.615 \text{ KN/m}
\end{aligned}
\tag{4.9}$$

Τόσο τα τέσσερα κατακόρυφα όσο και τα τέσσερα οριζόντια ελατήρια είναι όμοια μεταξύ τους και είναι συνδεδεμένα παράλληλα και επομένως η σταθερά του κάθε ελατηρίου k_i θα είναι :

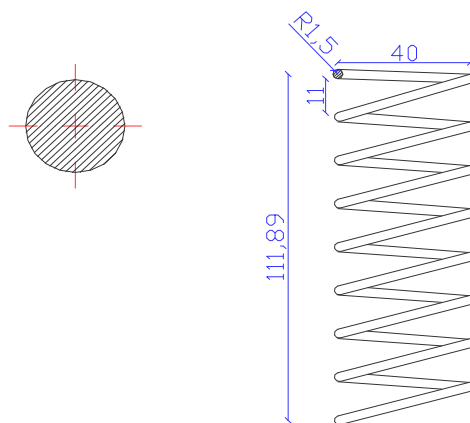
$$k_i = \frac{k}{4} = \frac{36.615}{4} \Rightarrow k_i = 9,153 \text{ KN} / m \tag{4.10}$$

όπου $i = 1, 2, 3$ και 4

Λόγω του ότι στην αγορά δεν ήταν δυνατό να βρεθούν ελατήρια με σταθερά ελατηρίου ακριβώς σύμφωνα με την (4.9), τοποθετήθηκαν τελικά ελατήρια με σταθερά k_i^{final} :

$$k_i^{final} = 10 \text{ KN} / m \tag{4.11}$$

τα χαρακτηριστικά των οποίων φαίνονται στο σχήμα 4.11



Σχήμα 4.11: Χαρακτηριστικά ελατηρίων

Υπολογισμός πραγματικού πλάτους ταλάντωσης

Το πραγματικό πλάτος ταλάντωσης για τα ελατήρια, με σταθερές k_i^{final} , που τελικά χρησιμοποιήθηκαν προκύπτει, σύμφωνα με τις (4.7), (4.8) και (4.11), ότι είναι:

$$X_p = \frac{2m\Omega R}{4k_i^{final} - \Omega^2 (M + 2m)} = \frac{2 \times 0.1 \times 58.59^2 \times 0.08}{4 \times 10.000 - (7.8 + 2 \times 0.1) \times 58.59^2} \Rightarrow \quad (4.12)$$

$$X_p = 4.38 \text{ mm}$$

4.3.4 Φυσική συχνότητα του συστήματος

Η Φυσική συχνότητα του συστήματος ω_n όπως προκύπτει από την σχέση (3.2) είναι ίση με:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{4k_i^{final}}{M + 2m}} = \sqrt{\frac{4 \times 10000}{7.8 + 2 \times 0.1}} \Rightarrow \quad (4.13)$$

$$\omega_n = 70.71 \text{ rad/sec}$$

Όπως παρατηρούμε η συχνότητα του εξαναγκαστικού αιτίου ($\Omega=58.59$ rad/sec) διαφέρει κατά πολύ από τη φυσική συχνότητα ($\omega_n=70.71$ rad/sec) και επομένως στην ταλαντωτική μηχανή δεν υπάρχει κίνδυνος να παρουσιασθεί το μη επιθυμητό φαινόμενο του συντονισμού.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5:

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική

1. **Σ. Νατσιάβας (2001)** “Ταλαντώσεις μηχανικών συστημάτων”, Εκδόσεις ΖΗΤΗ, Θεσσαλονίκη.
2. **Σ. Παϊπέτης και Δ. Πολύζος (2003)** “Ταλαντώσεις και κύματα”, Εκδόσεις ΙΩΝ, Αθήνα.
3. **Α. Δημαρόγκωνας (1985)** “Ταλαντώσεις, Τόμος I & II”, Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα.
4. **Δ. Καράμπαλης (2002)** “Δυναμική και Ταλαντώσεις”, Πανεπιστήμιο Πατρών

Ξενόγλωσση

1. **S.S Rao (2003)** “Mechanical vibrations, Fourth Edition” Prentice Hall, New Jersey, USA.
2. **S.G Kelly (1993)** “Mechanical vibrations”, Schaum’s outline series, McGraw-Hill, New York.
3. **J.P DenHartog (1985)** “Mechanical vibrations”, Dover, New York.