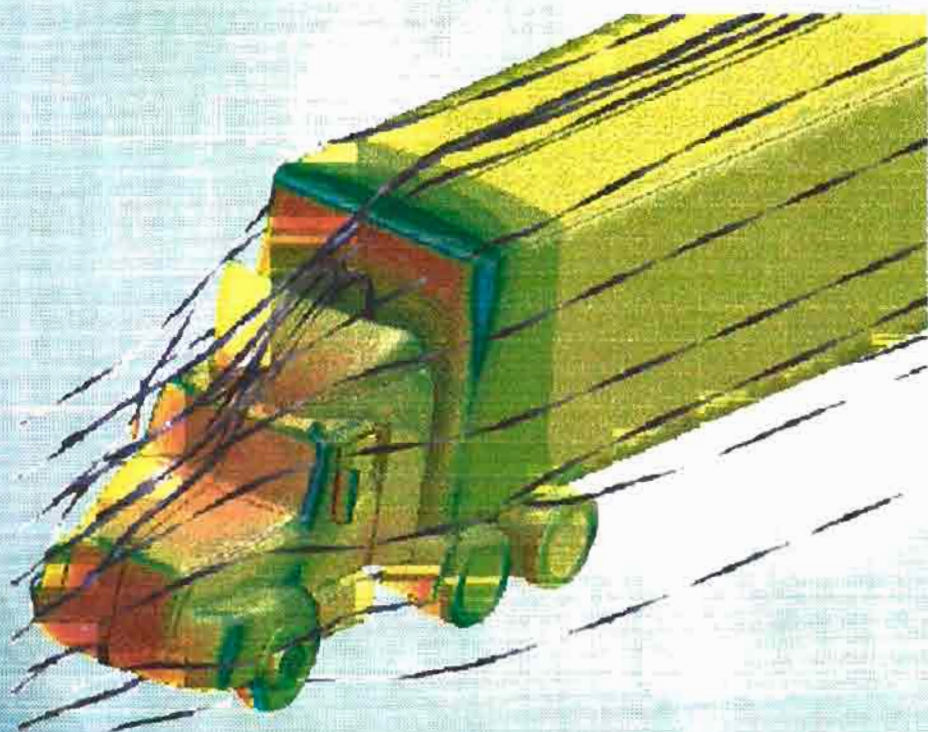


ΠΑΤΡΑΣ
ΕΚΑΔΕΚΕΤΗ ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ



ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΞΟΜΟΙΩΣΗ ΡΟΪΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΦΟΡΤΗΓΟΥ ΑΥΤΟΚΙΝΗΤΟΥ



Σπουδαστές : *Βελιβασάκης Μιχάλης*
Πριόβολος Λεωνίδας

Εισηγητές : *Χ. Σταμούτσος*
Ν. Νανούσης

Πάτρα 2001

ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ	3168
----------------------	------

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1.	Εισαγωγή	1
1.1	C.F.D. (Computational fluid dynamics)	1
1.2	ΠΩΣ ΔΟΥΛΕΥΕΙ ΕΝΑΣ ΚΩΔΙΚΑΣ CFD	3
1.2.1	Προ-επεξεργαστής (Pre-Processor)	3
1.2.2	Επλύτης (Solver)	4
1.2.3	Μεθ-επεξεργαστής (Post-Processor)	7
2.	ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ	8
2.1	ΟΥΣΙΑΣΤΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ	8
2.2	Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ	13
2.3	ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ	16
2.4	ΕΞΙΣΩΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	21
2.5	ΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ	26
3.	ΤΥΡΒΗ	28
3.1	ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΤΥΡΒΗ;	28
3.2	ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΥΡΒΗΣ	29
3.3	ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΤΥΡΒΗΣ	29
3.4	ΜΙΑ ΠΙΘΑΝΗ ΛΥΣΗ ΣΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΜΑΣ – ΟΙ ΤΑΣΕΙΣ REYNOLDS	32
4.	ΤΥΡΒΩΔΗ ΜΟΝΤΕΛΑ	34
4.1	ΜΟΝΤΕΛΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΜΕΓΑΛΩΝ ΔΙΝΩΝ	35
4.2	ΜΟΝΤΕΛΑ ΜΙΑΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ	37
4.3	ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΤΗΣ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ	38
4.4	ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ BRADSHAW	39
4.4	ΤΕΛΕΥΤΑΙΕΣ ΑΝΑΚΑΛΥΨΕΙΣ ΣΤΟ ΜΗΧΑΝΙΣΜΟ ΓΕΝΕΣΗΣ ΤΗΣ ΤΥΡΒΗΣ	41
4.6	ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ $k - \varepsilon$	42
4.6.1	Βασική εξίσωση της κινητικής ενέργειας K για την μέση ροή.	44

4.6.2	Βασική εξίσωση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας k για τη μέση ροή.	45
4.6.3	Εξισώσεις του μοντέλου k - ϵ	46
4.6.4	Οριακές συνθήκες	49
4.6.5	Αποτίμηση της απόδοσης	50
5.	ΟΡΙΑΚΟ ΣΤΡΩΜΑ ΚΑΙ ΥΠ. ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗ	52
5.1	ΟΡΙΑΚΟ ΣΤΡΩΜΑ ΣΕ ΕΠΙΠΕΔΗ ΠΛΑΚΑ	52
5.2	ΣΤΡΩΤΟ ΥΠΟΣΤΡΩΜΑ – ΤΟ ΣΤΡΩΜΑ ΤΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ ΠΟΥ ΒΡΙΣΚΕΤΑΙ ΣΕ ΕΠΑΦΗ ΜΕ ΛΕΙΟ ΤΟΙΧΩΜΑ	54
5.3	ΣΤΡΩΜΑ ΤΟΥ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΟΥ ΚΑΝΟΝΑ – Η ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗ ΠΛΗΣΙΟΝ ΤΟΥ ΛΕΙΟΥ ΤΟΙΧΩΜΑΤΟΣ	55
5.4	ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ ΣΤΡΩΜΑ – Η ΠΕΡΙΟΧΗ ΟΠΟΥ ΥΠΕΡΙΣΧΥΕΙ Η ΑΔΡΑΝΕΙΑ ΜΑΚΡΙΑ ΑΠΟ ΤΟ ΤΟΙΧΩΜΑ	56
6.	ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ - ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ	57
6.1	ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ	57
7.	ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΟΧΗΜΑΤΩΝ	63
7.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	63
7.2	ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΚΑΙ ΑΝΩΣΗ	68
7.3	ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΟΧΗΜΑΤΟΣ	72
7.3.1	Παράγοντες που επηρεάζουν την αεροδυναμική αντίσταση	72
7.3.2	Επίδραση των διαμορφώσεων (spoilers) στην αεροδυναμική του Αυτοκινήτου	78
7.4	ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΜΕΓΑΛΩΝ ΦΟΡΤΗΓΩΝ ΑΥΤΟΚΙΝΗΤΩΝ	82
7.4.1	Τρόποι μείωσης του συντελεστή αντίστασης	84
7.4.2	Λύσεις που χρησιμοποιούνται σήμερα για την μείωση του συντελεστή Αντίστασης	87
8.	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΞΟΜΟΙΩΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΦΟΡΤΗΓΟ	91
8.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	91
8.2	ΦΥΣΗ ΤΟΥ ΚΑΛΩΣ ΤΟΠΟΘΕΤΗΜΕΝΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ	91
8.3	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΚΩΔΙΚΑ FLUENT 5.0	92

8.4	ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΛΗΨΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΤΟΥ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ	93
8.4.1	Εισαγωγή των δεδομένων του προβλήματος στον κώδικα FLUENT.	94
8.5	ΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ	95
8.5.1	Οριακή συνθήκη ταχύτητας εισόδου	95
8.6	ΟΡΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΙΔΙΟΤΗΤΩΝ ΤΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ	95
8.6.1	Φυσικές ιδιότητες στερεών υλικών	96
8.7	ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ	96
8.7.1	Το standard k-ε μοντέλο	97
8.7.2	Εξίσωση μεταφοράς για το standard k-ε μοντέλο	97
8.7.3	Μοντελοποίηση της τυρβώδους συνεκτικότητας	98
8.7.4	Μοντελοποίηση της τυρβώδους παραγωγής	98
8.7.5	Συνέπειες των ανωστικών δυνάμεων στο μοντέλο k-ε	98
8.8	ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΑΞΗΣ ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗΣ	99
8.8.1	Διαφορές 1ης και 2ης τάξης διακριτοποίησης	99
8.8.2	Διακριτοποίηση των εξισώσεων συνέχειας και ορμής	99
8.9	ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ	100
8.10	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ	101
8.11	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	102
8.11.1	Ταχύτητα ελευθέρου ρεύματος 20m/s	104
8.11.2	Ταχύτητα ελευθέρου ρεύματος 30m/s	104
8.11.3	Ταχύτητα ελευθέρου ρεύματος 10m/s	104

1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 C.F.D. (Computational fluid dynamics)

Ο χρόνος: αρχές του 21^{ου} αιώνα. Ο τόπος: κάποιο κεντρικό αεροδρόμιο οπουδήποτε στον κόσμο. Το γεγονός: ένα πολύ λείο και όμορφο αεροσκάφος τροχοδρομεί στον διάδρομο, απογειώνεται και πολύ γρήγορα ανεβαίνει ώσπου χάνεται από τα μάτια μας. Μέσα σε λίγα λεπτά ίδιο αεροσκάφος έχει ήδη επιταχύνει σε υπερηχητική ταχύτητα, ενώ βρίσκεται ακόμα μέσα στην ατμόσφαιρα, οι ισχυροί SCRAMJET κινητήρες του συνεχίζουν να το ωθούν προς μια ταχύτητα σχεδόν 26000ft/s - τροχιακή ταχύτητα - και το αεροσκάφος απλά κινείται σε χαμηλή τροχιά πάνω από τη γη. Είναι αυτό απλά ένα όνειρο; όχι ακριβώς. Αντιθέτως, είναι μια εκδοχή των διατμοσφαιρικών οχημάτων, τα οποία αποτέλεσαν αντικείμενο έρευνας σε μερικές χώρες κατά τη διάρκεια των δεκαετιών '80 και '90.

Οι φιλοδοξίες της αεροναυτικής, όπως αυτές απορρέουν από τη μελέτη της ιστορίας της, αφορούν κυρίως στην προσπάθεια για πτήσεις σε όλο και μεγαλύτερα ύψη με όλο μεγαλύτερη ταχύτητα και αποσκοπούν στην κατασκευή τέτοιων οχημάτων. Όλα αυτά όμως έγιναν πραγματικότητα, μόνο όταν η ρευστοδυναμική αναπτύχθηκε σε τέτοιο επίπεδο, ώστε να μπορεί να υπολογιστεί γρήγορα με ακρίβεια και αξιοπιστία ένα πλήρως τρισδιάστατο πεδίο ροής πάνω από το όχημα καθώς και μέσα από τους κινητήρες. Δυστυχώς, οι επίγειες εγκαταστάσεις -αεροσήραγγες- δεν είναι αρκετές ώστε να καλύπτουν συνθήκες πτήσης με τέτοιες υψηλές ταχύτητες. Δεν υπάρχουν αεροσήραγγες που να μπορούν να εξομοιώνουν ταυτόχρονα πεδία ροής με υψηλούς αριθμούς Mach και υψηλές θερμοκρασίες, ώστε να είναι δυνατή η

αντιστοίχιση με τα διατμοσφαιρικά οχήματα και οι πιθανότητες για την ύπαρξη τέτοιων αεροσπράγγων στον 21^ο αιώνα δεν είναι ενθαρρυντικές. Ως εκ τούτου, η κύρια μέθοδος εξομοίωσης των παραπάνω ροών αλλά και άλλων ροϊκών πεδίων τα οποία δεν μπορούν να μοντελοποιηθούν κατάλληλα, είναι η υπολογιστική ρευστοδυναμική. Αυτό την καθιστά ένα πολύ σημαντικό εργαλείο στην μοντέρνα εφαρμογή της ρευστοδυναμικής.

Οι βάσεις για την πειραματική ρευστοδυναμική μπήκαν στην Γαλλία και την Αγγλία κατά τον 17^ο αιώνα. Κατά τον 18^ο και 19^ο αιώνα παρατηρήθηκε μια σταδιακή ανάπτυξη της θεωρητικής ρευστοδυναμικής, κυρίως στην Ευρώπη. Σαν αποτέλεσμα, κυρίως τον 20^ο αιώνα, η μελέτη και πρακτική εφαρμογή της ρευστοδυναμικής αφορούσε τη χρησιμοποίηση καθαρής θεωρίας από τη μια πλευρά και πειραμάτων από την άλλη. Εάν μαθαίναμε ρευστοδυναμική σχετικά πρόσφατα, ας πούμε το 1960, θα λειτουργούσαμε στον κόσμο δυο προσεγγίσεων, της θεωρίας και του πειράματος.

Παρ' όλα αυτά, η έλευση των ψηφιακών υπολογιστών υψηλής ταχύτητας πέτυχε την συνένωση των δύο αυτών προσεγγίσεων, και με την ανάπτυξη αριθμητικών αλγορίθμων ακριβείας για την λύση φυσικών προβλημάτων σε αυτούς, προκλήθηκε μια επανάσταση στον τρόπο μελέτης και εφαρμογής της ρευστοδυναμικής σήμερα. Παρουσιάστηκε δηλαδή μια βασικής σημασίας νέα τρίτη προσέγγιση στην φιλοσοφική μελέτη και εξέλιξη του συνόλου των αρχών της ρευστοδυναμικής, η προσέγγιση της υπολογιστικής ρευστοδυναμικής. Η υπολογιστική ρευστοδυναμική είναι σήμερα μια ισάξια συνάδελφος της καθαρής θεωρίας και του πειράματος στην ανάλυση και λύση των ρευστοδυναμικών προβλημάτων.

Ωστόσο, η υπολογιστική ρευστοδυναμική μας παρέχει μια νέα τρίτη προσέγγιση και τίποτα παραπάνω απ' αυτό. Είναι μια καλή συνεργός που συμπληρώνει τις άλλες δυο προσεγγίσεις της θεωρίας και του πειράματος, αλλά ποτέ δεν θα πάρει τη θέση καμίας από αυτές τις προσεγγίσεις. Πάντα θα υπάρχει η ανάγκη για τη θεωρία και το πείραμα. Το μελλοντικό πλεονέκτημα της υπολογιστικής ρευστοδυναμικής έγκειται στην κατάλληλη ισορροπία των τριών προσεγγίσεων, με την υπολογιστική ρευστοδυναμική να βοηθά στη μετάφραση και κατανόηση των αποτελεσμάτων της θεωρίας και του πειράματος και αντιστρόφως.

Τα αποτελέσματα της υπολογιστικής ρευστοδυναμικής είναι ανάλογα με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από μια αεροσήραγγα στο εργαστήριο, και τα δυο αντιπροσωπεύουν σει πληροφοριών για γνωστούς σχηματισμούς ροής με

διαφορετικούς αριθμούς Mach, Reynolds κτλ. Ωστόσο αντίθετα με μια αεροσφάρα η οποία είναι μια βαριά και δυσκίνητη συσκευή, ένα πρόγραμμα υπολογιστή είναι κάτι που μπορεί να μεταφερθεί στο χέρι μας, ή ακόμα καλύτερα, ένα πρόγραμμα στη μνήμη ενός υπολογιστή στο οποίο μπορεί να έχουμε πρόσβαση από ανθρώπους απομακρυσμένους μέσω τερματικών που μπορεί να βρίσκονται χιλιάδες μίλια μακριά από τον ίδιο τον υπολογιστή. Γι'αυτό ακριβώς το λόγο, ένα πρόγραμμα σε υπολογιστή είναι ένα μεταφερόμενο εργαλείο, μια μεταφερόμενη αεροσφάρα.

1.2 ΠΩΣ ΔΟΥΛΕΥΕΙ ΕΝΑΣ ΚΩΔΙΚΑΣ CFD

Οι κώδικες CFD είναι δομημένοι γύρω από τους αριθμητικούς αλγόριθμους που αποτυπώνουν ένα πρόβλημα ροής. Με σκοπό να επιτρέπουν εύκολη πρόσβαση στο χειριστή τους, όλα τα εμπορικά πακέτα κωδικών CFD περιλαμβάνουν ένα εκλεπτυσμένο περιβάλλον εργασίας για την εισαγωγή των παραμέτρων του προβλήματος και την εξέταση των αποτελεσμάτων. Άρα, όλοι οι κώδικες περιέχουν τρία βασικά στοιχεία:

- i. τον προ-επεξεργαστή
- ii. τον επιλυτή
- iii. τον μεθ-επεξεργαστή

Θα εξετάσουμε περιληπτικά τη λειτουργία του κάθε στοιχείου.

1.2.1 Προ-επεξεργαστής (Pre-Processor)

Ο προ-επεξεργαστής αποτελείται από την είσοδο των δεδομένων ενός προβλήματος ροής σ' ένα CFD πρόγραμμα διαμέσου ενός φιλικού περιβάλλοντος για τον χειριστή και τον επακόλουθο μετασχηματισμό αυτών των δεδομένων σε μια μορφή κατάλληλη για χρήση. Οι ενέργειες του χειριστή στο στάδιο της προ-επεξεργασίας αφορούν:

1. Στον καθορισμό της γεωμετρίας της περιοχής ενδιαφέροντος, δηλαδή του υπολογιστικού χώρου.
2. Στη δημιουργία του πλέγματος, δηλαδή τη διαίρεση του χώρου σε μικρότερες

περιοχές (όγκοι ελέγχου ή κελλιά).

3. Στην επιλογή των φυσικών και χημικών φαινομένων που θα εξομοιωθούν.
4. Στον καθορισμό των ιδιοτήτων του ρευστού.
5. Στον καθορισμό των οριακών συνθηκών στα κελλιά που είναι στα όρια του υπολογιστικού χώρου.

Η λύση ενός προβλήματος ροής (ταχύτητα, πίεση, θερμοκρασία, κτλ) καθορίζεται σε κόμβους σε κάθε κελλί. Η ακρίβεια μιας CFD λύσης εξαρτάται από τον αριθμό των κελλιών στο πλέγμα. Γενικά, όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των κελλιών τόσο ακριβέστερη είναι η λύση. Η ακρίβεια της λύσης και το κόστος αυτής (απαραίτητο computer hardware και χρόνος υπολογισμού) εξαρτώνται από την ποιότητα του πλέγματος. Πάνω από το 50% του χρόνου που ξοδεύεται στη βιομηχανία σ' ένα CFD πρόβλημα αφοσιώνεται στον καθορισμό της γεωμετρίας και την κατασκευή του πλέγματος. Με σκοπό να μεγιστοποιηθεί η παραγωγικότητα του προσωπικού που δουλεύει σ' ένα CFD πρόβλημα, όλοι οι βασικοί κώδικες περιέχουν το δικό τους CAD-style περιβάλλον και/ή ευκολία στην εισαγωγή δεδομένων από διαμορφωτές επιφανειών και κατασκευαστές πλέγματος όπως τους **PATRAN** και **I-DEAS**. Ακόμη οι τωρινοί προ-επεξεργαστές δίνουν στο χειριστή πρόσβαση σε βιβλιοθήκες που περιέχουν τις υλικές ιδιότητες συνηθισμένων ρευστών και την ευκολία να επικαλεστούν ειδικά φυσικά και χημικά μοντέλα (τυρβώδη μοντέλα, μεταφορά θερμότητας με ακτινοβολία, μοντέλα καύσης) μαζί με τις εξισώσεις της κύριας ροής του ρευστού.

1.2.2 Επιλύτης (Solver)

Υπάρχουν 3 διακεκριμένα ρεύματα αριθμητικών τεχνικών για τη λύση ενός προβλήματος CFD: **πεπερασμένων διαφορών, πεπερασμένων στοιχείων και φασματική μέθοδος**. Γενικά, οι αριθμητικές μέθοδοι που σχηματίζουν τη βάση του επιλυτή πραγματοποιούν τα παρακάτω βήματα:

1. Προσέγγιση των αγνώστων μεταβλητών της ροής μέσα από απλές διεργασίες.
2. Διακριτοποίηση με αντικατάσταση των προσεγγίσεων στις εξισώσεις της κύριας ροής και τους επακόλουθους μαθηματικούς χειρισμούς.
3. Λύση των αλγεβρικών εξισώσεων.

Οι βασικές διαφορές μεταξύ των 3 ξεχωριστών ρευμάτων σχετίζονται με τον τρόπο με τον οποίο οι μεταβλητές της ροής υπολογίζονται και με τις διαδικασίες διακριτοποίησης.

Μέθοδος πεπερασμένων διαφορών: Οι μέθοδοι πεπερασμένων διαφορών περιγράφουν τις άγνωστες ποσότητες Φ του προβλήματος ροής διαμέσου σημείων-δειγμάτων στα κομβικά σημεία του πλέγματος των ισότιμων γραμμών. Τα δυο πρώτα μέλη των σειρών Taylor χρησιμοποιούνται συχνά για να δημιουργήσουν προσεγγίσεις πεπερασμένων διαφορών των παραγώγων του Φ σε όρους σημείων-δειγμάτων του Φ σε κάθε σημείο του πλέγματος και τους άμεσους γείτονές του. Αυτές οι παράγωγοι εμφανιζόμενες στις κύριες εξισώσεις αντικαθίστανται από πεπερασμένες διαφορές που παράγουν έναν αλγεβρικό υπολογισμό για τις τιμές του Φ σε κάθε σημείο του πλέγματος.

Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων: Οι μέθοδοι πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιούν εύκολες διεργασίες για να περιγράψουν τις τυπικές μεταβολές των αγνώστων μεταβλητών ροής Φ . Η κύρια εξίσωση ικανοποιείται από την ακριβή λύση για το Φ . Αν οι προσεγγιστικές διαδικασίες αλλάξουν μέσα στην εξίσωση, δεν θα έχουμε ακριβή υπολογισμό και ορίζεται ένα υπόλοιπο για να μετρώνται τα λάθη. Κατόπιν τα υπόλοιπα (ως εκ τούτου και τα λάθη) ελαχιστοποιούνται αισθητά πολλαπλασιάζοντας τα με μια σειρά από βαρύνουσες διαδικασίες και ολοκληρώνοντας. Σαν αποτέλεσμα παίρνουμε μια σειρά από αλγεβρικές εξισώσεις για τους αγνώστους συντελεστές των προσεγγιστικών διαδικασιών. Η θεωρία των πεπερασμένων στοιχείων αναπτύχθηκε αρχικά για ανάλυση της καταπόνησης της δομής.

Φασματικές μέθοδοι: Οι φασματικές μέθοδοι προσεγγίζουν τους αγνώστους διαμέσου των κομμένων σειρών Fourier και Chebyshev. Σε αντίθεση με τις μεθόδους πεπερασμένων διαφορών και στοιχείων οι προσεγγίσεις δεν είναι τοπικές αλλά έγκυρες σε όλο τον υπολογιστικό χώρο. Αντικαθιστούμε ξανά τους αγνώστους στην κύρια εξίσωση με τις σειρές που αναφέρθηκαν παραπάνω. Οι περιορισμοί που οδηγούν σε μια αλγεβρική επίλυση για τους συντελεστές των σειρών Fourier και Chebyshev δίνονται από τα σημαίνοντα υπόλοιπα, όπως και στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων ή κάνοντας τις προσεγγιστικές διαδικασίες να συμπέσουν με την ακριβή λύση σ' ένα αριθμό των σημείων του πλέγματος.

Μέθοδοι πεπερασμένων όγκων: Οι μέθοδοι πεπερασμένων όγκων αρχικά εξελίχθηκαν σαν μια ειδική φόρμουλα των πεπερασμένων διαφορών. Ο αριθμητικός τους αλγόριθμος αποτελείται από τα παρακάτω βήματα:

1. Τυπική ολοκλήρωση των κυρίων εξισώσεων της ροής του ρευστού σε όλους τους (πεπερασμένους) όγκους ελέγχου του χώρου λύσης.
2. Διακριτοποίηση, η οποία περιλαμβάνει την αντικατάσταση αρκετών προσεγγίσεων τύπου πεπερασμένων διαφορών ώστε η ολοκληρωμένη εξίσωση να αναπαριστά διαδικασίες ροής όπως **συναγωγή, διάχυση και πηγές**. Αυτό μετατρέπει τις ακέραιες εξισώσεις σ' ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων.
3. Λύση των αλγεβρικών εξισώσεων με μια επαναληπτική μέθοδο.

Το πρώτο βήμα, η ολοκλήρωση του όγκου ελέγχου ξεχωρίζει την μέθοδο πεπερασμένων όγκων από όλες τις άλλες CFD τεχνικές. Τα απορρέοντα στοιχεία δείχνουν την ακριβή διατήρηση των σχετικών ιδιοτήτων του κάθε κελιού με πεπερασμένο μέγεθος. Αυτή η καθαρή σχέση ανάμεσα στον αριθμητικό αλγόριθμο και τη διατήρηση των αρχών της Φυσικής είναι ένα από τα κυριότερα πλεονεκτήματα της μεθόδου πεπερασμένων όγκων και κάνει τα περιεχόμενά της πολύ πιο εύκολα κατανοητά από τους μηχανικούς απ' ότι οι άλλες μέθοδοι.

Η διατήρηση μιας γενικής μεταβλητής ροής Φ , για παράδειγμα η ταχύτητα των συστατικών μερών ή η ενθαλπία μέσα σ' ένα όγκο ελέγχου μπορεί να εκφραστεί σαν το ισοζύγιο μεταξύ των διαφόρων διαδικασιών που τείνουν να αυξήσουν ή να μειώσουν αυτή. Έχουμε λοιπόν :

<i>Ρυθμός μεταβολής της ποσότητας Φ</i>		<i>Αμιγής ροή της ποσότητας Φ στον όγκο</i>
+		<i>ελέγχου λόγω βαθμίδας πίεσης</i>
<i>Μεταφορά της ποσότητας Φ στον</i>		+
<i>όγκο ελέγχου με μεταφορά</i>	=	<i>Αμιγής ροή της ποσότητας Φ στον όγκο</i>
		<i>ελέγχου με διάχυση ή καταστροφή της</i>
		<i>ποσότητας</i>
		+
		<i>Αμιγής ροή της δημιουργίας Φ</i>

Οι κώδικες CFD περιέχουν τεχνικές διακριτοποίησης κατάλληλες για το χειρισμό του κλειδιού-φαινομένου μεταφοράς, συναγωγής (μεταφορά λόγω της ροής του ρευστού) και διάχυσης (μεταφορά λόγω των διαφορών της ποσότητας Φ από σημείο σε σημείο) όπως και όρους πηγής (συνδέεται με τη δημιουργία ή καταστροφή του Φ) και το ρυθμό μεταβολής σε σχέση με το χρόνο. Τα φυσικά φαινόμενα είναι πολύπλοκα και μη-γραμμικά, έτσι απαιτείται μια προσέγγιση με επαναληπτική λύση.

1.2.3 Μεθ-επεξεργαστής (Post-Processor)

Λόγω της αυξανόμενης ζήτησης μηχανολογικών πακέτων εργασίας, πολλά εκ των οποίων έχουν εκπληκτικές ικανότητες για γραφική απεικόνιση, τα κύρια CFD πακέτα έχουν εφοδιαστεί με οπτικά εργαλεία πολλών χρήσεων. Αυτά περιλαμβάνουν:

1. Γεωμετρία χώρου και προβολή του πλέγματος.
2. Χάραξη διανυσμάτων.
3. Χάραξη γραμμών και σκιασμένων περιμέτρων.
4. Χάραξη επιφανειών 2D και 3D.
5. Προβολή των ροϊκών γραμμών και των σωματιδίων του ρευστού.
6. Χειρισμός εικόνας (μετατόπιση, περιστροφή κτλ).
7. Έγχρωμη απόδοση στην έξοδο.

Οι παραπάνω υπηρεσίες μπορεί ακόμα να περιέχουν **animation** για δυναμική προβολή των αποτελεσμάτων και επιπλέον μαζί με τα γραφικά όλοι οι κώδικες παράγουν αξιόπιστα αλφαριθμητικά στοιχεία και υπάρχει η δυνατότητα για εξαγωγή δεδομένων για επεξεργασία αυτών εξωτερικά του κώδικα.

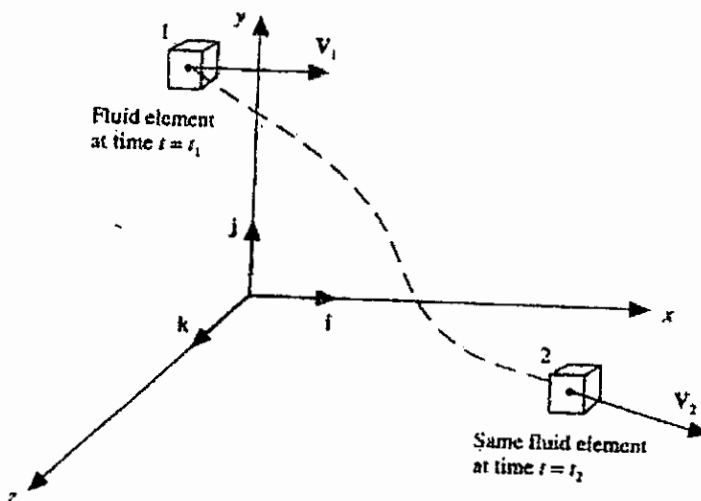
2

ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

2.1 ΟΥΣΙΑΣΤΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ

Πριν την παραγωγή των εξισώσεων, είναι ανάγκη να εξηγήσουμε την σημασία της ουσιαστικής παραγωγού που χρησιμοποιείται ευρέως στην υπολογιστική ρευστομηχανική. Η επιπρόσθετος ή ουσιαστική παράγωγος έχει πολύ σπουδαία φυσική σημασία η οποία πολύ συχνά δεν εκτιμάται πλήρως από τους σπουδαστές της αεροδυναμικής-ρευστομηχανικής.

Σαν μοντέλο ροής θα υιοθετήσουμε ένα απειροελάχιστα μικρό ρευστό στοιχείο που μεταφέρεται με τη ροή και του οποίου η κίνηση απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 2.1: Απεικόνιση ρευστού στοιχείου

Εδώ το ρευστό στοιχείο κινείται σε καρτεσιανό χώρο. Οι μοναδιαίοι δείκτες για τους x , y , z άξονες είναι i , j , k αντίστοιχα. Ο δείκτης της ταχύτητας του πεδίου στον καρτεσιανό χώρο είναι:

$$V = ui + vj + wk \quad (2.1.1)$$

όπου οι εξισώσεις της ταχύτητας είναι αντίστοιχα:

$$u = u(x, y, z, t) \quad (2.1.2)$$

$$v = v(x, y, z, t) \quad (2.1.3)$$

$$w = w(x, y, z, t) \quad (2.1.4)$$

Ας σημειώσουμε ότι ερευνούμε μια γενικά ασταθή ροή, όπου τα u , v , και w είναι λειτουργίες του χώρου και του χρόνου. Επίσης το διαβαθμισμένο πεδίο της πυκνότητας είναι:

$$\rho = \rho(x, y, z, t) \quad (2.1.5)$$

Τη χρονική στιγμή t_1 , το ρευστό στοιχείο βρίσκεται στο σημείο 1. Σε αυτό το σημείο, αυτή τη στιγμή, η πυκνότητα του ρευστού στοιχείου είναι:

$$\rho_1 = \rho(x_1, y_1, z_1, t_1) \quad (2.1.6)$$

Στη μεταγενέστερη στιγμή t_2 , το ρευστό στοιχείο έχει μετακινηθεί στο σημείο 2, ως εκ τούτου η πυκνότητα του ρευστού στοιχείου εκεί είναι:

$$\rho_2 = \rho(x_2, y_2, z_2, t_2) \quad (2.1.7)$$

Από τη στιγμή που η πυκνότητα είναι συνάρτηση του χώρου και του χρόνου, -δηλαδή $\rho = \rho(x, y, z, t)$ - μπορούμε να αναπτύξουμε γι' αυτή μια σειρά Taylor για το σημείο 1:

$$\rho_2 = \rho_1 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \right)_1 (x_2 - x_1) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial y} \right)_1 (y_2 - y_1) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial z} \right)_1 (z_2 - z_1) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_1 (t_2 - t_1) +$$

ορους ανωτέρας τάξης (2.1.8)

Διαίρωντας με $t_2 - t_1$ και αγνοώντας τους όρους ανωτέρας τάξης έχουμε:

$$\left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{t_2 - t_1}\right) = \left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)_1 \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial y}\right)_1 \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial z}\right)_1 \frac{z_2 - z_1}{t_2 - t_1} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.1.9)$$

Η εξέταση του αριστερού μέλους της εξίσωσης δείχνει την ύπαρξη ενός μέσου ρυθμού μεταβολής της πυκνότητας του ρευστού στοιχείου καθώς αυτό κινείται από το 1 στο 2. Το όριο αυτού του όρου για $t_2 \rightarrow t_1$ θα δώσει:

$$\lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\rho_2 - \rho_1}{t_2 - t_1} \equiv \frac{D\rho}{Dt} \quad (2.1.10)$$

Εδώ το σύμβολο $D\rho / Dt$ αναφέρεται στον στιγμιαίο ρυθμό μεταβολής της πυκνότητας του ρευστού στοιχείου καθώς αυτό διέρχεται από το σημείο 1. Εξ' ορισμού καλείται **ουσιαστική παράγωγος D / Dt** . Να σημειωθεί ότι η $D\rho / Dt$ είναι ο ρυθμός μεταβολής της πυκνότητας του γνωστού ρευστού στοιχείου καθώς αυτό κινείται στο χώρο. Εδώ η ματιά μας είναι συγκεντρωμένη στο στοιχείο, καθώς αυτό κινείται, και παρακολουθούμε την μεταβολή της πυκνότητας του στοιχείου που περνά από το σημείο 1. Υπάρχει διαφορά με την μερική παράγωγο $(\partial \rho / \partial x)_1$ που αντιπροσωπεύει το ρυθμό μεταβολής της πυκνότητας του στοιχείου στο συγκεκριμένο σημείο 1. Για την $(\partial \rho / \partial x)_1$ επικεντρώνεται η προσοχή μας στο σταθερό σημείο 1 και παρακολουθούμε την μεταβολή της πυκνότητας που οφείλεται στις παροδικές διακυμάνσεις του πεδίου ροής. Συνεπώς $D\rho / Dt$ και $\partial \rho / \partial t$ είναι αριθμητικά και φυσικά διαφορετικές ποσότητες. Εάν τώρα επιστρέψουμε στην εξίσωση παρατηρούμε:

$$\lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \equiv u \quad (2.1.11)$$

$$\lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} \equiv v \quad (2.1.12)$$

$$\lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{z_2 - z_1}{t_2 - t_1} \equiv w \quad (2.1.13)$$

Άρα για το όριο της εξίσωσης συνολικά με $t_2 \rightarrow t_1$ έχουμε:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + u\frac{\partial\rho}{\partial x} + v\frac{\partial\rho}{\partial y} + w\frac{\partial\rho}{\partial z} \quad (2.1.14)$$

Εξετάζοντας προσεκτικά την παραπάνω εξίσωση, μπορούμε να ορίσουμε μια έκφραση για την ουσιαστική παράγωγο σε καρτεσιανές συντεταγμένες:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z} \quad (2.1.15)$$

Γνωρίζουμε ότι για τις καρτεσιανές συντεταγμένες ο δείκτης λειτουργίας ∇ (γνωστός και ως τελεστής Laplace) ορίζεται ως εξής:

$$\nabla \equiv i\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z} \quad (2.1.16)$$

Ως εκ τούτου η προηγούμενη εξίσωση μπορεί να γραφτεί:

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + (V \nabla) \quad (2.1.17)$$

Από τα παραπάνω παρατηρούμε ότι η D/Dt είναι η ουσιαστική παράγωγος δηλαδή ο ρυθμός μεταβολής ενός μεγέθους για ένα ρευστό στοιχείο κινούμενο στο χώρο, η $\partial/\partial t$ καλείται τοπική παράγωγος και είναι ο ρυθμός μεταβολής του μεγέθους σε συγκεκριμένο σημείο και το γινόμενο $(V \nabla)$ ονομάζεται διαχυτική παράγωγος και είναι ο ρυθμός μεταβολής του μεγέθους που οφείλεται στην κίνηση του στοιχείου από σημείο σε σημείο στο πεδίο ροής όπου οι ιδιότητες του ρευστού είναι χωρικά διαφορετικές. Η ουσιαστική παράγωγος μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιαδήποτε μεταβλητή του πεδίου ροής, για παράδειγμα Dp/Dt , DT/Dt , Du/Dt κ.τ.λ. όπου p και T είναι η στατική πίεση και θερμοκρασία αντίστοιχα. Δηλαδή:

$$\frac{DT}{Dt} \equiv \frac{\partial T}{\partial t} + (V \nabla) \equiv \frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.1.18)$$

όπου $\frac{DT}{Dt}$: ουσιαστική παράγωγος, $\frac{\partial T}{\partial t}$: τοπική παράγωγος, $(V \nabla)$: διαχυτική παράγωγος.

Η φυσική σημασία της εξίσωσης αυτής είναι ότι η θερμοκρασία του ρευστού στοιχείου μεταβάλλεται καθώς αυτό περνά από ένα σημείο στη ροή γιατί η θερμοκρασία του πεδίου ροής μπορεί να έχει διακυμάνσεις (τοπική παράγωγος) και επίσης γιατί το ρευστό κινείται προς ένα άλλο σημείο στο πεδίο ροής όπου η θερμοκρασία είναι διαφορετική (διαχυτική παράγωγος).

Θα μπορούσαμε να παρακάμψουμε τα παραπάνω αναγνωρίζοντας ότι η ουσιαστική παράγωγος είναι ουσιαστικά η ίδια με την ολική διαφορική μορφή από υπολογισμό δηλαδή εφόσον:

$$\rho = \rho(x, y, z, t) \quad (2.1.19)$$

τότε:

$$\begin{aligned} d\rho &= \frac{\partial \rho}{\partial x} dx + \frac{\partial \rho}{\partial y} dy + \frac{\partial \rho}{\partial z} dz + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt \quad \Rightarrow \div dt \\ \Rightarrow \frac{d\rho}{dt} &= \frac{\partial \rho}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.1.20)$$

και εφόσον $dx/dt = u$, $dy/dt = v$ και $dz/dt = w$ τότε:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial \rho}{\partial y} \cdot v + \frac{\partial \rho}{\partial z} \cdot w + \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.1.21)$$

Στις επόμενες παραγράφους θα εξάγουμε τις βασικές (κυρίαρχες) εξισώσεις που χρησιμοποιούνται σε όλα τα προβλήματα Ρευστοδυναμικής -και συγκεκριμένα τις εξισώσεις συνέχειας, ορμής και ενέργειας- τις οποίες θα χρησιμοποιήσουμε για την επίλυση του προβλήματός μας. Είναι οι μαθηματικές εκφράσεις των τριών θεμελιωδών φυσικών αρχών πάνω στις οποίες στηρίζεται όλη η Ρευστοδυναμική:

- I.** αρχή διατήρησης ενέργειας
- II.** δεύτερος νόμος του Newton ($F = m \alpha$)
- III.** αρχή διατήρησης μάζας.

2.2 Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

Ας γράψουμε μια θεμελιώδη φυσική αρχή, να την εφαρμόσουμε σε ένα κατάλληλο μοντέλο ροής και να εξάγουμε μια εξίσωση που αντιπροσωπεύει την θεμελιώδη αυτή αρχή. Για την περίπτωση αυτή :

θεμελιώδης αρχή : αρχή διατήρησης της μάζας

Η κυρίαρχη εξίσωση ροής που απορρέει από την εφαρμογή της φυσικής αυτής αρχής ονομάζεται εξίσωση συνέχειας. Η εφαρμογή μπορεί να γίνει για τέσσερα διαφορετικά μοντέλα ροής, στην συγκεκριμένη περίπτωση όμως θα γίνει για ένα, μιας και η εξίσωση δεν αλλάζει ουσιαστικά μορφή, είναι δηλαδή η ίδια για όλα τα μοντέλα.

Ας φανταστούμε ένα μοντέλο ροής, δηλαδή ένα απειροελάχιστο μικρό στοιχείο σταθερό στο χώρο, με το ρευστό να διέρχεται μέσα από αυτό. Εδώ για διευκόλυνση υιοθετούμε ένα κατερσιανό σύστημα συντεταγμένων, όπου η ταχύτητα και η πυκνότητα είναι λειτουργίες του χώρου (x, y, z) και του χρόνου t . Το στοιχείο του ρευστού που είναι σταθερό στο χώρο (x, y, z) έχει πλευρές dx, dy και dz . Η αρχή που εφαρμόζουμε μπορεί να γραφτεί ως εξής:

<i>καθαρή εκροή ρευστού από τον όγκο έλεγχου μέσω επιφάνειας ελέγχου S</i>	=	<i>ρυθμός μείωσης της μάζας μέσα στον όγκο ελέγχου</i>
---	---	--

Για το ρευστό στοιχείο που είναι σταθερό στο χώρο υπάρχει ροή μάζας. Θεωρούμε την αριστερή και δεξιά επιφάνεια του στοιχείου που είναι κάθετες στον x άξονα. Οι επιφάνειες αυτές έχουν εμβαδόν $dydz$. Η ροή μάζας από την αριστερή πλευρά είναι $(\rho u)dydz$. Από τη στιγμή που η ταχύτητα και η πυκνότητα είναι λειτουργίες του χώρου, εξαρτώνται δηλαδή από τον χωρικό προσδιορισμό τους, τα μεγέθη της ροής μάζας από τη δεξιά πλευρά θα είναι διαφορετικά από την αριστερή πλευρά και φυσικά η διαφορά αυτή ανάμεσα στις δυο επιφάνειες θα είναι:

$$[\partial(\rho \cdot u) / \partial x] dx. \quad (2.2.1)$$

Κατά συνέπεια, η ροή της μάζας από τη δεξιά πλευρά μπορεί να γραφτεί ως:

$$\left[\rho \cdot u + \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} \cdot dx \right] \cdot dydz \quad (2.2.2)$$

Με τον ίδιο τρόπο, η ροή της μάζας διαμέσου της κάτω και πάνω επιφάνειας που είναι κάθετες στον y άξονα θα είναι:

$$(\rho \cdot v) \cdot dx dz \quad (2.2.3)$$

και

$$\left[\rho \cdot v + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} \cdot dy \right] \cdot dx dz \quad (2.2.4)$$

αντίστοιχα.

Τέλος, η ροή της μάζας μέσω της εμπρός και πίσω επιφάνειας που είναι κάθετες στον άξονα z θα είναι:

$$(\rho \cdot w) \cdot dx dy \quad (2.2.5)$$

και

$$\left[\rho \cdot w + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} \cdot dz \right] \cdot dx dy \quad (2.2.6)$$

αντίστοιχα.

Να σημειωθεί ότι οι συνιστώσες u , v και w είναι θετικές, κατά συνθήκη, με τις θετικές φορές των x , y , z αντίστοιχα. Ως εκ τούτου τα βέλη του σχήματος αναπαριστούν τις συνεισφορές στην εισροή και εκροή της μάζας μέσω των επιφανειών του στοιχείου. Εάν θεωρήσουμε την εκροή της μάζας ως θετική ποσότητα τότε θα έχουμε :

Καθαρή εκροή στον x άξονα:

$$\left[\rho \cdot u + \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} \cdot dx \right] \cdot dydz - (\rho \cdot u) \cdot dydz = \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} \cdot dx dy dz \quad (2.2.7)$$

Καθαρή εκροή στον y άξονα:

$$\left[\rho \cdot v + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} \cdot dy \right] \cdot dx dz - (\rho \cdot v) \cdot dx dz = \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} \cdot dx dy dz \quad (2.2.8)$$

Καθαρή εκροή στον z άξονα:

$$\left[\rho \cdot w + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} \cdot dz \right] \cdot dx dy - (\rho \cdot w) \cdot dx dy = \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} \cdot dx dy dz \quad (2.2.9)$$

Άρα η συνολική καθαρή εκροή μάζας από το στοιχείο είναι:

Συνολική καθαρή εκροή:

$$\left[\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} \right] \cdot dx dy dz \quad (2.2.10)$$

Η συνολική μάζα του στοιχείου είναι $\rho \cdot (dx dy dz)$ άρα ο ρυθμός μείωσης αυτής δίνεται από τη σχέση:

$$\text{ρυθμός μείωσης μάζας} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot (dx dy dz) \quad (2.2.11)$$

Εάν ορίσουμε την μείωση της μάζας μέσα στο στοιχείο σαν μια αρνητική ποσότητα, τότε από όλα τα παραπάνω παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} \right] \cdot dx dy dz &= - \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dx dy dz \\ \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \left[\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} \right] &= 0 \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

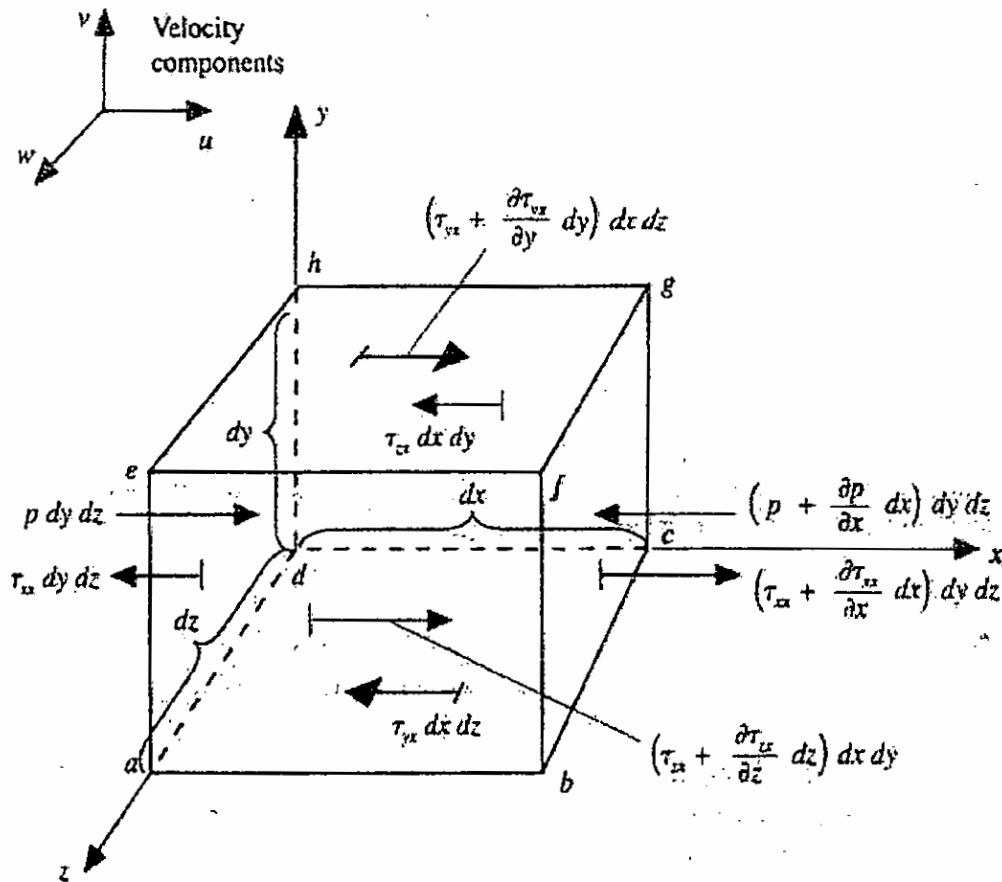
Οι όροι στην αγκύλη είναι το $\nabla(\rho \cdot V)$ άρα η εξίσωση γράφεται:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot V) = 0 \quad (2.2.13)$$

Αυτή η εξίσωση αποτελεί την μερική διαφορική μορφή της εξίσωσης συνέχειας. Η μορφή αυτή καλείται και συντηρητική γιατί εξήχθη με την εφαρμογή της φυσικής αρχής σε απειροελάχιστο μικρό στοιχείο σταθερό στο χώρο.

2.3 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Η φυσική αρχή που θα χρησιμοποιήσουμε εδώ είναι ο δεύτερος νόμος του Newton ($F = m \cdot a$) και η εξίσωση που θα προκύψει ονομάζεται εξίσωση ορμής. Στην συγκεκριμένη περίπτωση το μοντέλο ροής που θα αξιοποιηθεί είναι αυτό ενός απειροελάχιστα μικρού ρευστού στοιχείου που κινείται με τη ροή και αυτό γιατί είναι ιδιαίτερα βολικό για τη παραγωγή της εξίσωσης της ορμής καθώς και της εξίσωσης της ενέργειας που θα δούμε παρακάτω. Το ρευστό στοιχείο φαίνεται παρακάτω, παρόλα αυτά όμως δεν πρέπει να ξεχνάμε ότι η εξίσωση της ορμής και της ενέργειας μπορούν να παραχθούν με τη χρησιμοποίηση και των άλλων τριών μοντέλων ροής που θα μας οδηγήσουν σε άλλες μορφές των εξισώσεων.



Σχήμα 2.2: Κινούμενο ρευστό σημείο. Είναι σχεδιασμένες μόνο οι δυνάμεις στην κατεύθυνση x .

Η έκφραση του δεύτερου νόμου του Newton όταν εφαρμοσθεί σε κινούμενο ρευστό στοιχείο μας λει ότι η καθαρή δύναμη που ασκείται στο στοιχείο ισούται με το γινόμενο της μάζας του επί την επιτάχυνση του. Είναι μια σχέση συνιστωσών και κατά συνέπεια μπορεί να χωρισθεί σε τρεις κλιμακωτές σχέσεις για τους x , y και z άξονες. Ας σκεφτούμε τη συνιστώσα μόνο στον άξονα x .

$$F_x = m \cdot a_x$$

όπου F_x και a_x οι συνιστώσες της δύναμης και της επιτάχυνσης, αντίστοιχα. Αρχικά ας σκεφτούμε από πού προέρχεται η F_x , η δύναμη στη διεύθυνση x . Υπάρχουν δυο πηγές:

1. Δυνάμεις του στοιχείου, που ενεργούν άμεσα στην ογκομετρική μάζα του ρευστού στοιχείου. Αυτές οι δυνάμεις ενεργούν από απόσταση όπως π.χ. δυνάμεις βαρύτητας, ηλεκτρικές και μαγνητικές.
2. Επιφανειακές δυνάμεις, που ενεργούν στην επιφάνεια του ρευστού στοιχείου.

Οι επιφανειακές δυνάμεις οφείλονται σε δυο μόνο λόγους :

- στη κατανομή της πίεσης στην επιφάνεια η οποία προκαλείται από το ρευστό περιβάλλον και
- στις διατμητικές και εφελκυστικές τάσεις που κατανέμονται στην επιφάνεια, οι οποίες επίσης προκαλούνται από το ρευστό περιβάλλον που 'τραβάει' ή 'πιέζει' την επιφάνεια υπό την έννοια της τριβής.

Ας ορίσουμε την ανηγμένη μορφή της δύναμης στη μάζα του στοιχείου, δηλαδή την δύναμη ανά μονάδα μάζας στη x διεύθυνση f_x . Ο όγκος του στοιχείου είναι $(dx dy dz)$ άρα η δύναμη στοιχείου για τον άξονα x είναι $\rho f_x (dx dy dz)$.

Οι διατμητικές και εφελκυστικές τάσεις στο ρευστό σχετίζονται με το ρυθμό μεταβολής της παραμόρφωσης του στοιχείου για το x , y επίπεδο. Οι διατμητικές τάσεις σημειώνονται ως τ_{xy} και σχετίζονται με το ρυθμό μεταβολής της διατμητικής παραμόρφωσης του στοιχείου, ενώ οι εφελκυστικές τάσεις σημειώνονται ως τ_{xx} και σχετίζονται με το ρυθμό μεταβολής του όγκου του στοιχείου. Αποτέλεσμα αυτού είναι ότι και οι δυο διατμητικές και εφελκυστικές τάσεις εξαρτώνται από τη κλίση της ταχύτητας ροής που θα καθορίσουμε αργότερα. Στις περισσότερες ιξώδεις ροές οι εφελκυστικές τάσεις είναι κατά πολύ μικρότερες από τις διατμητικές και πολλές φορές αγνοούνται. Οι παραπάνω γίνονται σημαντικές όταν η κλίση της ταχύτητας

ροής είναι πολύ μεγάλη, που συμβαίνει για παράδειγμα σε ένα εσωτερικό κρουστικό κύμα.

Οι δυνάμεις επιφάνειας που ασκούνται στο ρευστό στοιχείο στη διεύθυνση x φαίνονται στο σχήμα 2.2. Η συνθήκη που χρησιμοποιείται εδώ αφορά το τ_{ij} που δηλώνει τάση στη j διεύθυνση που ασκείται σε επίπεδο κάθετο στον i άξονα. Στην επιφάνεια $abcd$ η μόνη δύναμη στη διεύθυνση x οφείλεται στη διατμητική δύναμη $\tau_{yx} dx dz$. Στην επιφάνεια $efgh$ μεσολαβεί μια απόσταση από την $abcd$, dy , άρα η διατμητική δύναμη στη διεύθυνση x για το $efgh$ είναι $\left[\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \right] dx dz$. Στην επιφάνεια $dcgh$ η τ_{zx} ενεργεί κατά την αρνητική διεύθυνση του x , καθώς στην επιφάνεια $abfe$ η $\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz$ ενεργεί κατά τη θετική διεύθυνση του x . Για την επιφάνεια $adhe$ που είναι κάθετη στον άξονα x οι μόνες δυνάμεις κατά τη x διεύθυνση είναι η δύναμη της πίεσης $p dy dz$ και η οποία έχει φορά πάντα προς το εσωτερικό του ρευστού στοιχείου και η $\tau_{xx} dy dz$ που ενεργεί αρνητικά. Στην επιφάνεια τώρα $bcgf$, η δύναμη πίεσης είναι $\left[p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right] dy dz$ με φορά προς το εσωτερικό του στοιχείου, καθώς επίσης ασκείται και η εφελκυστική δύναμη $\left[\tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} dx \right] dy dz$ με θετική φορά. Οι φορές των δυνάμεων οφείλονται στην συνθήκη που υπαγορεύει ότι οι συνιστώσες της ταχύτητας u , v και w αυξάνονται κατά τη θετική φορά των αξόνων στους οποίους αναφέρονται. Με τα παραπάνω κατά νου, μπορούμε να γράψουμε για το κινούμενο ρευστό στοιχείο:

Συνολική επιφανειακή δύναμη στον άξονα $x =$

$$\begin{aligned} & \left[p - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) \right] dy dz + \left[\left(\tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} dx \right) - \tau_{xx} \right] dy dz + \left[\left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \right) - \tau_{yx} \right] dx dz \\ & + \left[\left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \right) - \tau_{zx} \right] dx dy \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

Η συνολική δύναμη στη διεύθυνση x F_x , δίνεται από το άθροισμα των δύο παραπάνω εξισώσεων, έτσι παίρνουμε:

$$F_x = \left[-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right] dx dy dz + \rho \cdot f_x dx dy dz \quad (2.3.2)$$

Έλεγχος τώρα του δεξιού μέλους της αρχικής εξίσωσης ($F = ma$) δείχνει ότι η μάζα του ρευστού στοιχείου είναι σταθερή και ίση με:

$$m = \rho dx dy dz \quad (2.3.3)$$

ενώ η επιτάχυνση του στοιχείου είναι ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητάς του. Άρα η συνιστώσα της επιτάχυνσης στη διεύθυνση x , που σημειώνεται σαν α_x , είναι απλά ο ρυθμός μεταβολής της u , από τη στιγμή που παρατηρούμε ένα κινούμενο ρευστό στοιχείο, ο ρυθμός μεταβολής δίνεται από την ουσιαστική παράγωγο. Άρα:

$$\alpha_x = Du/Dt \quad (2.3.4)$$

Έτσι συνολικά σχηματίζουμε την εξίσωση:

$$\rho \cdot \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho \cdot f_x \quad (2.3.5)$$

που είναι το μέρος της εξίσωσης ορμής για την διεύθυνση x , για ιξώδη ροή.

Κατά τον ίδιο τρόπο προσδιορίζουμε τα μέρη της εξίσωσης για την διεύθυνση y και z , τότε έχουμε:

$$\rho \cdot \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho \cdot f_y \quad (2.3.6)$$

$$\rho \cdot \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho \cdot f_z \quad (2.3.7)$$

Να σημειωθεί ότι οι εξισώσεις αυτές είναι σε μερική διαφορική μορφή και παρήχθησαν από την απευθείας εφαρμογή της φυσικής αρχής σε ένα απειροελάχιστο μικρό στοιχείο, επίσης καθώς πρόκειται για στοιχείο κινούμενο με τη ροή οι εξισώσεις αυτές αποτελούν τη μη συντηρητική μορφή τους. Είναι κλιμακωτές εξισώσεις και ονομάζονται εξισώσεις **Navier-Stokes**.

Οι εξισώσεις Navier-Stokes μπορούν να γραφούν σε συντηρητική μορφή με τον ακόλουθο τρόπο, γράφοντας το αριστερό μέλος της κάθε εξίσωσης με τη βοήθεια του ορισμού της ουσιαστικής παραγώγου:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \cdot V \cdot \nabla u \quad (2.3.8)$$

ξέρουμε επίσης ότι:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = \rho \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial t} \Rightarrow \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{(\rho u)}{\partial t} - u \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.3.9)$$

Επίσης από την ταυτότητα για την απόκλιση μεγέθους επί ένα βαθμωτό δείκτη, έχουμε

$$\nabla \cdot (\rho u V) = u \nabla \cdot (\rho \cdot V) + (\rho \cdot V) \nabla u \quad \eta$$

$$\rho \cdot V \cdot \nabla u = \nabla(\rho \cdot u V) - u \cdot \nabla \cdot (\rho \cdot V) \quad (2.3.10)$$

Αντικαθιστώντας την (2.3.9) και την (2.3.10) στην (2.3.8) παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \rho \frac{Du}{Dt} &= \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} - u \frac{\partial \rho}{\partial t} - u \nabla(\rho \cdot V) + \nabla(\rho \cdot u \cdot V) = \\ &= \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} - u \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot V) \right] + \nabla \cdot (\rho u V) \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

Ο όρος στην αγκύλη είναι το αριστερό μέλος της εξίσωσης της συνέχειας και κατά συνέπεια είναι μηδέν. Άρα η προηγούμενη γίνεται:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot u \cdot V) \quad (2.3.12)$$

Άρα με αντικατάσταση της (2.3.12) στις (2.3.5,6,7) έχουμε:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot u \cdot V) = -\frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho \cdot f_x \quad (2.3.13 \alpha)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot v \cdot V) = -\frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho \cdot f_y \quad (2.3.13 \beta)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot w \cdot V) = -\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho \cdot f_z \quad (2.3.13 \gamma)$$

Οι εξισώσεις αυτές είναι σε συντηρητική μορφή. Για τα νευτώνεια ρευστά για τα οποία οι διατμητικές τάσεις είναι ανάλογες με το ρυθμό μεταβολής της κλίσης της ταχύτητας τους, ο Stokes μας έδωσε τα εξής :

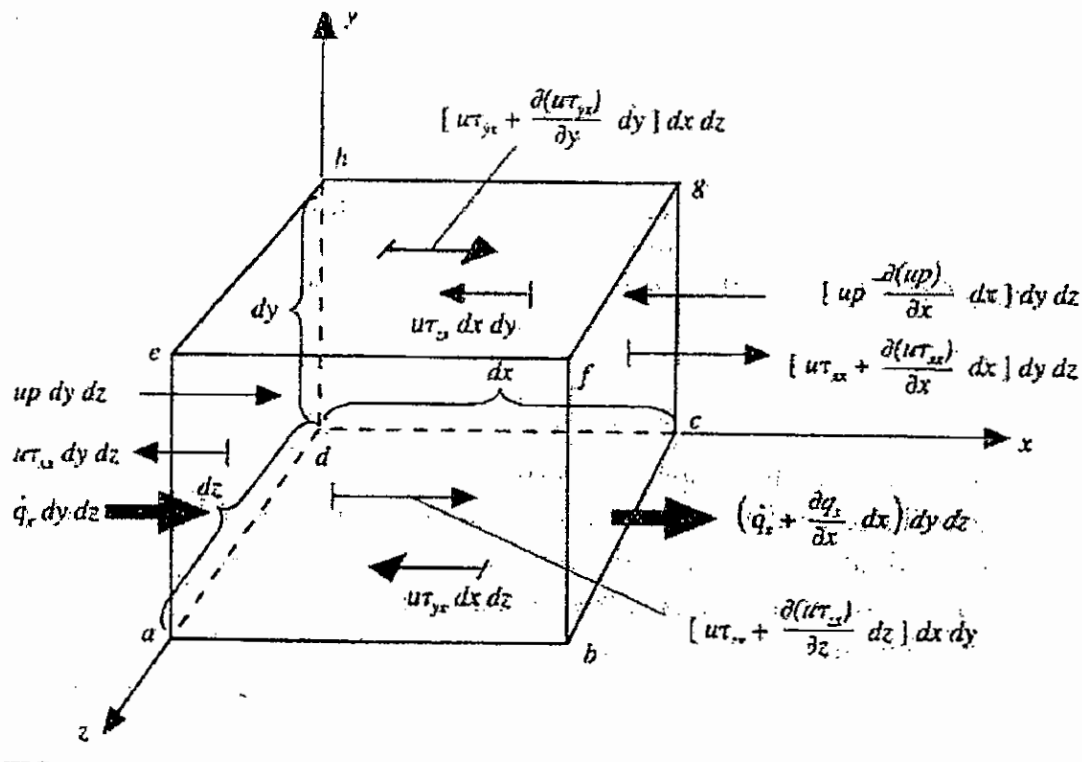
$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \lambda(\nabla \cdot V) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \tau_{yy} &= \lambda(\nabla \cdot V) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \tau_{zz} &= \lambda(\nabla \cdot V) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \\ \tau_{xx} = \tau_{xx} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \tau_{yz} = \tau_{zy} &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.3.14)$$

2.4 ΕΞΙΣΩΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Η φυσική αρχή που θα χρησιμοποιηθεί εδώ είναι η αρχή διατήρησης της ενέργειας. Επίσης εδώ θα χρησιμοποιηθεί το ίδιο μοντέλο ροής όπως με την εξίσωση ορμής, δηλαδή ένα απειροελάχιστο μικρό στοιχείο ρευστού που κινείται με τη ροή. Η φυσική αυτή αρχή δεν είναι τίποτα παραπάνω από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο. Με εφαρμογή στο μοντέλο ροής που μελετάμε μας δίνει :

ρυθμός μεταβολής της ενέργειας μέσα στο στοιχείο	=	καθαρή εκροή θερμότητας από το στοιχείο	+	ρυθμός του παραγόμενου έργου οφειλόμενου σε επιφανειακές και σωματιδιακές δυνάμεις
--	---	---	---	--

ή $A = B + C$



Σχήμα 2.3: Μεταβολή της ενέργειας σε ένα απειροελάχιστο κινούμενο ρευστό στοιχείο

Θα υπολογίσουμε αρχικά το C, δηλαδή θα βρούμε μια έκφραση για τον ρυθμό παραγωγής έργου του κινούμενου ρευστού στοιχείου που οφείλεται σε επιφανειακές

και σωματιδιακές δυνάμεις. Αποδεικνύεται ότι ο ρυθμός παραγωγής έργου από μια δύναμη που ασκείται σε κινούμενο σώμα ισούται με το γινόμενο της δύναμης και της συνιστώσας της ταχύτητας στην διεύθυνση της δύναμης. Άρα ο ρυθμός παραγωγής έργου της σωματιδιακής δύναμης στο κινούμενο ρευστό στοιχείο με ταχύτητα V είναι:

$$\rho \cdot f \cdot V(dx dy dz) \quad (2.4.1)$$

Με αντιστοίχιση στις επιφανειακές δυνάμεις, εξετάζουμε αυτές που ασκούνται μόνο κατά τη διεύθυνση x . Ο ρυθμός του παραγόμενου έργου στο κινούμενο στοιχείο από τις πιεστικές και διατμητικές δυνάμεις στη διεύθυνση x , που φαίνονται στο σχήμα είναι το γινόμενο της x συνιστώσας της ταχύτητας επί τις δυνάμεις. Στην επιφάνεια $abcd$ ο ρυθμός παραγωγής έργου από την $\tau_{xy} dx dz$ είναι $u \tau_{yx} dx dz$, με ανάλογες εκφράσεις για τις υπόλοιπες επιφάνειες. Για να πάρουμε το ρυθμό παραγωγής καθαρού έργου για το ρευστό στοιχείο από τις επιφανειακές δυνάμεις, να σημειωθεί ότι οι θετικές δυνάμεις για το x άξονα παράγουν έργο ενώ οι αρνητικές καταναλώνουν έργο. Κατά συνέπεια συγκρίνοντας τις πιεστικές δυνάμεις στην επιφάνεια $adhe$ και $bcbf$ ο ρυθμός παραγωγής καθαρού έργου είναι για τη διεύθυνση x :

$$\left[u p - \left(u p + \frac{\partial(u p)}{\partial x} dx \right) \right] dy dz = - \frac{\partial(u p)}{\partial x} dx dy dz \quad (2.4.2)$$

Ομοίως ο ρυθμός παραγωγής καθαρού έργου που παίρνουμε από τις διατμητικές τάσεις στη διεύθυνση x για τις επιφάνειες $abcd$ και $efgh$ είναι:

$$\left[\left(u \tau_{yx} + \frac{\partial(u \tau_{yx})}{\partial y} dy \right) - u \tau_{yx} \right] dx dz = \frac{\partial(u \tau_{yx})}{\partial y} dx dy dz \quad (2.4.3)$$

Σκεπτόμενοι όλες τις επιφανειακές δυνάμεις, ο ρυθμός παραγωγής καθαρού έργου που οφείλεται σ' αυτές τις δυνάμεις είναι:

$$\left[-\frac{\partial(u\rho)}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right] dx dy dz \quad (2.4.4)$$

Η παραπάνω έκφραση αφορά μόνο την x διεύθυνση. Όταν οι επιφανειακές δυνάμεις για τις διευθύνσεις y και z περιληφθούν, παράγονται ανάλογες εκφράσεις. Συνολικά ο ρυθμός παραγωγής καθαρού έργου στο ρευστό στοιχείο είναι το άθροισμα των συνεισφορών των επιφανειακών δυνάμεων των αξόνων x, y, z καθώς και η συνεισφορά των σωματιδιακών δυνάμεων. Οπότε το C από την αρχική εξίσωση ισούται με:

$$C = \left[\begin{array}{c} \left(\frac{\partial(u\rho)}{\partial x} + \frac{\partial(v\rho)}{\partial y} + \frac{\partial(w\rho)}{\partial z} \right) + \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \\ \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \end{array} \right] dx dy dz + \rho f V dx dy dz \quad (2.4.5)$$

Στην παραπάνω εξίσωση οι τρεις πρώτοι όροι στην παρένθεση είναι το $\nabla(\rho V)$.

Ας επεξεργαστούμε τώρα το B, την καθαρή εκροή θερμότητας από το στοιχείο. Αυτή η θερμική ροή οφείλεται κατά πρώτο λόγο στην ογκομετρική θερμότητα όπως απορρόφηση ή εκπομπή ακτινοβολίας και κατά δεύτερο λόγο στη μεταφορά θερμότητας από την επιφάνεια λόγω της κλίσης της θερμοκρασίας (θερμική αγωγή).

Ορίζουμε σαν \dot{q} το ρυθμό της ογκομετρικής θερμικής άθροισης ανά μονάδα μάζας. Σημειωτέον η μάζα του ρευστού στοιχείου είναι $\rho dx dy dz$, άρα παίρνουμε:

$$\text{Ογκομετρική θερμότητα στοιχείου} = \dot{q} \cdot \rho dx dy dz \quad (2.4.6)$$

Στο σχήμα 2.3 η θερμότητα που μεταφέρεται με αγωγή στο ρευστό στοιχείο από την επιφάνεια adhe είναι $\dot{q}_x dy dz$, όπου \dot{q}_x είναι η μεταφερόμενη θερμότητα στη διεύθυνση x ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα επιφάνειας, με αγωγή. Η θερμότητα που μεταφέρεται εκτός του στοιχείου μέσω της επιφάνειας bcgf είναι:

$$\left[\dot{q}_x + \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} dx \right] dydz \quad (2.4.7)$$

Άρα η καθαρή μεταφορά θερμότητας στη διεύθυνση x στο ρευστό στοιχείο λόγω αγωγής είναι:

$$\left[\dot{q}_x - \left(\dot{q}_x + \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} dx \right) \right] dydz = -\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} dx dydz \quad (2.4.8)$$

Υπολογίζοντας και τη μεταφορά θερμότητας στις y και z διευθύνσεις μέσω των επιφανειών παίρνουμε:

$$\text{Θερμότητα στοιχείου λόγω αγωγής} = -\left(\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} \right) dx dydz \quad (2.4.9)$$

Ο όρος B είναι το άθροισμα της ογκομετρικής θερμότητας του στοιχείου και της θερμότητας λόγω αγωγής:

$$\mathbf{B} \equiv \left[\rho \cdot \dot{q} - \left(\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} \right) \right] dx dydz \quad (2.4.10)$$

Η ροή θερμότητας λόγω αγωγής, από το νόμο της θερμικής αγωγής του Fourier είναι ανάλογη με την τοπική κλίση της θερμοκρασίας:

$$\dot{q}_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad , \quad \dot{q}_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad , \quad \dot{q}_z = -k \frac{\partial T}{\partial z}$$

όπου k η θερμική αγωγιμότητα. Άρα το B γράφεται:

$$\mathbf{B} \equiv \left[\rho \cdot q + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \quad (2.4.11)$$

Τέλος ο όρος A δηλώνει το ρυθμό μεταβολής της ενέργειας του ρευστού στοιχείου. Στην περίπτωση αυτή από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε να κάνουμε με την εσωτερική ενέργεια. Ως εκ τούτου το ρευστό στοιχείο έχει δυο συνεισφορές στην εσωτερική του ενέργεια:

- Την ενέργεια που οφείλεται στην άτακτη μοριακή κίνηση e (ανά μονάδα μάζας).
- Την ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης του στοιχείου. Η ενέργεια αυτή ανά μονάδα μάζας είναι $V^2/2$.

Το κινούμενο στοιχείο επομένως έχει εσωτερική και κινητική ενέργεια, το άθροισμα των οποίων είναι η συνολική ενέργεια και ισούται με $e + V^2/2$. Από τη στιγμή που παρακολουθούμε ένα κινούμενο ρευστό στοιχείο, ο ρυθμός μεταβολής της συνολικής ενέργειας ανά μονάδα μάζας θα μας δοθεί από την ουσιαστική παράγωγο. Γνωρίζοντας ότι η μάζα του στοιχείου είναι $\rho dx dy dz$, έχουμε:

$$A \equiv \rho \cdot \frac{D}{Dt} \left(e + \frac{V^2}{2} \right) dx dy dz \quad (2.4.12)$$

Η τελική μορφή της εξίσωσης ενέργειας μας δίνεται με αντικατάσταση των A, B, C και είναι η παρακάτω:

$$\begin{aligned} \rho \frac{D}{Dt} \left(e + \frac{V^2}{2} \right) = & \rho q + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \\ & - \frac{\partial(u\dot{p})}{\partial x} - \frac{\partial(v\dot{p})}{\partial y} - \frac{\partial(w\dot{p})}{\partial z} + \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \\ & + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zx})}{\partial z} + \rho \cdot f V \end{aligned} \quad (2.4.13)$$

Η μορφή αυτή αποτελεί την μη συντηρητική μορφή και εξήχθη με την εφαρμογή της φυσικής αρχής σε κινούμενο ρευστό στοιχείο. Το αριστερό μέλος αφορά την ουσιαστική παράγωγο της συνολικής ενέργειας $D(e+V^2/2) / Dt$ και είναι μια απ' τις πολλές μορφές της εξίσωσης ενέργειας.

2.5 ΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Τα ρευστά έχουν μια μεγάλη ποικιλία από οριακές συνθήκες που επιτρέπουν στη ροή να εισέλθει και να εξέλθει στη λύση του πεδίου ορισμού. Για να βοηθηθούμε στην επιλογή των καταλληλότερων οριακών συνθηκών υπάρχουν οδηγίες για τον τρόπο που χρησιμοποιείται κάθε τύπος οριακών συνθηκών και τι πληροφορίες χρειάζεται η κάθε συνθήκη. Επίσης περιέχονται συστάσεις για τις καθοριστικές μονάδες εισόδου για τις τυρβώδους παραμέτρους.

Οι οριακές συνθήκες πίεσης εισόδου χρησιμοποιούνται για να προσδιορίσουμε την πίεση του υγρού σε ροές εισόδου, μαζί με άλλες βαθμωτές ιδιότητες της ροής. Είναι κατάλληλες για τον υπολογισμό ασυμπίεστης και συμπιεστής ροής. Οι οριακές συνθήκες πίεσης εισόδου μπορούν να χρησιμοποιηθούν όταν η πίεση εισόδου είναι γνωστή αλλά ο ρυθμός ροής και / ή ταχύτητα δεν είναι γνωστά. Αυτή η κατάσταση μπορεί να προκύψει σε πολλές συγκεκριμένες καταστάσεις, συμπεριλαμβάνοντας ανωστικές ροές. Μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν για να προσδιορίσουν μια "ελεύθερη" οριακή ροή εκτεταμένη ή ανεπιβεβαίωτη.

Μαζική ροή οριακών συνθηκών χρησιμοποιείται στα Ρευστά για να παραχθεί μια καθορισμένη μαζική ροή στην είσοδο. Η συνολική πίεση εισόδου είναι προσαρμοσμένη τοπικά για να επιτύχει την απαιτούμενη ταχύτητα που χρειάζεται για να παρέχει την καθορισμένη μαζική ροή. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με τις οριακές συνθήκες πίεσεως εισόδου, όπου οι ιδιότητες της εισροής είναι καθορισμένες και η μαζική ροή εξαρτάται στη εσωτερική λύση.

Οι οριακές συνθήκες οπής εξόδου χρησιμοποιούνται για να μοντελοποιήσουν την έξοδο από οπή με συγκεκριμένη απώλεια συντελεστών και συνθηκών (εκκένωσης) πίεσης και θερμοκρασίας.

Οι οριακές συνθήκες τοιχώματος χρησιμοποιούνται για περιορισμό υγρού και στερεού πεδίου. Σε ιξώδεις ροές, οι μη ολίσθησης οριακές συνθήκες συγκρούονται σε τοίχους εξ ορισμού, αλλά μπορεί να προσδιορισθεί μια ταχύτητα εφαπτομενικής συνιστώσας σε συμφωνία με περιστροφική κίνηση στα οριακά τοιχώματα, ή μοντελοποιώντας τοίχωμα που μετακινείται προσδιορίζοντας τη διάτμηση.

Οι οριακές συνθήκες συμμετρίας χρησιμοποιούνται όταν η φυσική γεωμετρία του ενδιαφερόμενου και η αναμενόμενη μορφή της ροής / θερμική λύση, έχουν ανακλυόμενη συμμετρία. Επίσης χρησιμοποιούνται για τη μοντελοποίηση ολισθαίνοντος τοιχώματος σε ιξώδεις ροές. Δεν προσδιορίζουμε τις οριακές συνθήκες στα συμμετρικά όρια, αλλά πρέπει να προσδιορίσουμε σωστά τις θέσεις των συμμετρικών ορίων.

Μπορούμε να προσδιορίσουμε μαζικές ογκομετρικές πηγές, ορμής, ενέργειας, ιξώδους και άλλες βαθμωτές ποσότητες στη ζώνη ρευστού ή την πηγή ενέργειας για μια συμπαγή ζώνη. Αυτό το χαρακτηριστικό είναι χρήσιμο όταν θέλουμε να εισάγουμε μια γνωστή τιμή για αυτές τις πηγές. Για πρόσθεση πηγής όρων σε ένα κελί ή σύνολο κελιών, πρέπει να τοποθετήσουμε το κελί/ά σε ξεχωριστή ζώνη. Οι πηγές προστίθενται τότε σε εκείνη τη ζώνη κελιού.

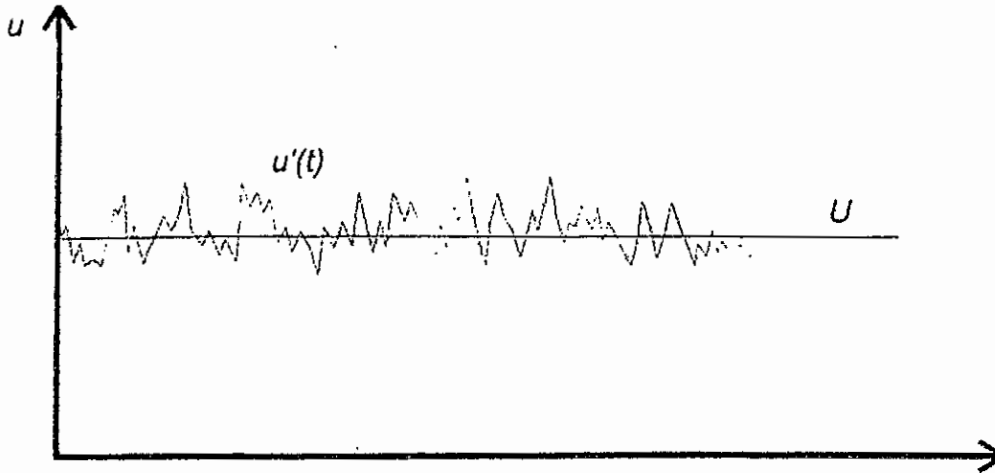
3

ΤΥΡΒΗ

3.1 ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΤΥΡΒΗ;

Ο αριθμός Reynolds δίδει μια ένδειξη της σχέσης των δυνάμεων αδράνειας (που σχετίζονται με φαινόμενα συναγωγής) και των δυνάμεων τριβής (που σχετίζονται με φαινόμενα διάχυσης). Έχει διαπιστωθεί πειραματικά ότι για τιμές κάτω του λεγόμενου κρίσιμου αριθμού Reynolds Re_{crit} η ροή είναι ομαλή και γειτονικά στρώματα του ρευστού μετακινούνται το ένα 'παράλληλα' με το άλλο. Εάν οι εφαρμοζόμενες οριακές συνθήκες δεν μεταβληθούν με το χρόνο η ροή είναι μόνιμη. Αυτό το είδος της ροής καλείται **στρωτή**.

Όταν ο αριθμός Reynolds υπερβαίνει την τιμή Re_{crit} λαμβάνει χώρα μια πολύπλοκη σειρά γεγονότων που σταδιακά οδηγεί στη μεταβολή του χαρακτήρα της ροής. Εν τέλει η ροή γίνεται τυχαία και χαοτική. Η κίνηση του ρευστού γίνεται ιδιαίτερα ασταθής ακόμα και με αμετάβλητες οριακές συνθήκες. Η ταχύτητα και άλλες ροικές ιδιότητες μεταβάλλονται επίσης συνεχώς. Αυτό το είδος της ροής καλείται **τυρβώδης**. Η μέτρηση της ταχύτητας σε ένα συγκεκριμένο σημείο θα παρουσιάσει την παρακάτω μορφή:



Σχήμα 3.1: Διακύμανση της μέσης τιμής της ταχύτητας

3.2 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΥΡΒΗΣ

Ένας πληρέστερος αλλά πιο εκτενής ορισμός δίνεται από τον Bradshaw κατά τον οποίο: 'Τύρβη είναι μια τρισδιάστατη χρονικά μεταβαλλόμενη ροή στην οποία η έκταση των δινοσωλήνων προκαλεί διαταραχές ταχύτητας σε όλες τις συχνότητες μεταξύ ελαχίστης που καθορίζεται από τις οριακές συνθήκες και μέγιστης που καθορίζεται από τη συνεκτικότητα του ρευστού'.

Ο παραπάνω ορισμός προκύπτει από τον μηχανισμό μετάπτωσης της διαταραχής από ορισμένη συχνότητα (οριακή συνθήκη) στις συχνότητες του φάσματος κατά τη διαδικασία του 'σπασίματος' της αρχικής διαταραχής και μεταφοράς της ενέργειας της διαταραχής στις υψηλές συχνότητες, όπου δι' απορροφήσεως (λόγω συνεκτικότητας του ρευστού) μετατρέπεται σε θερμότητα.

3.3 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΤΥΡΒΗΣ

Ίσως αναρωτηθεί κανείς για ποιο λόγο χρειάζεται να επιλύσουμε το πρόβλημα της τύρβης. Η απάντηση είναι εύκολο να δοθεί αν αναλογισθεί κανείς ότι όλα τα πεδία ροής πρακτικού ενδιαφέροντος είναι τυρβώδη. Για να απλοποιήσουμε τα πράγματα θα αναφερόμαστε σε ασυμπίεστο ρευστό και ισοθερμοκρασιακά πεδία ροής.

Οι εξισώσεις που ακολουθούν είναι οι γνωστές εξισώσεις Navier-Stokes που εκφράζουν τη διατήρηση της ορμής του ρευστού στις τρεις κατευθύνσεις x_i με αντίστοιχες ταχύτητες u_i .

$$\text{Εξίσωση συνέχειας:} \quad \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.3.1)$$

Εξίσωση ορμής:

$$\frac{\partial u_i}{\partial T} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \delta_{ij} + \sigma_{ij}) + f_i = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad (3.3.2)$$

(1) (2) (3) (4) (5)

Ας εντοπίσουμε πρώτα τους κυριότερους όρους στην παραπάνω σχέση και συγκεκριμένα τους όρους 2, 4 και 5. Ο όρος 2 εκφράζει τη συνεισφορά δια μεταφοράς στη διατήρηση της ορμής μάζας ρευστού, ο όρος 4 τη συνεισφορά δια διαχύσεως και ο όρος 5 το πεδίο των εξωτερικών δυνάμεων. Ο όρος σ_{ij} εκφράζει τις διατμητικές τάσεις που αναπτύσσονται πάνω σε μια επιφάνεια (υλική ή νοητή) μέσα στο πεδίο ροής και που οφείλονται στη συνεκτικότητα του ρευστού.

Για Νευτώνια ρευστά οι τάσεις συνδέονται με το ρυθμό παραμόρφωσης στοιχείου ρευστού με την παρακάτω βασική σχέση :

$$\sigma_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \left(\lambda + \frac{2}{3} \mu \right) \cdot \delta_{ij} \cdot \frac{\partial u_m}{\partial x_m} = 2\mu \cdot e_{ij} + \left(\lambda + \frac{2}{3} \mu \right) \cdot \delta_{ij} \cdot \frac{\partial u_m}{\partial x_m} \quad (3.3.3)$$

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Η παραπάνω σχέση μεταξύ τάσης και ρυθμού παραμόρφωσης είναι η απλούστερη σχέση που μπορεί να συσχετίσει δυο ισότροπους τανυστές δευτέρου βαθμού. Στη βασική αυτή σχέση μ είναι ο γνωστός συντελεστής δυναμικής συνεκτικότητας του ρευστού (αποτελεί φυσική ιδιότητα του ρευστού, είναι συνάρτηση θερμοκρασίας και πίεσεως και είναι ανεξάρτητος της εντατικής κατάστασης του ρευστού) και λ είναι ο δεύτερος συντελεστής συνεκτικότητας του Stokes.

Ο Stokes βασιζόμενος σε διάφορες πειραματικές παρατηρήσεις καθώς και στη διερεύνηση του προσήμου της συνάρτησης απορρόφησης Φ

$$\Phi = \lambda e_{ss}^2 + 2\mu e_{ij}e_{ij} \quad (3.3.4)$$

συμπέρανε ότι:

$$\lambda = -2/3\mu \quad (3.3.5)$$

οπότε η σχέση τάσης-ρυθμού παραμόρφωσης απλοποιείται στην:

$$\sigma_{ij} = 2\mu e_{ij} \quad (3.3.6)$$

Με τις παρατηρήσεις αυτές οι εξισώσεις Navier-Stokes απλοποιούνται στις:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0 \quad (i = 1, 2, 3) \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} + f_i \end{aligned} \quad (3.3.7)$$

Η εξίσωση διατήρησης της ορμής είναι μια μερική διαφορική εξίσωση δευτέρου βαθμού ως προς τις χωρικές συντεταγμένες και πρώτου βαθμού ως προς τη χρονική συντεταγμένη. Για τη μελέτη του πεδίου ροής απαιτείται η επίλυση του συστήματος των τριών αυτών εξισώσεων μαζί με την εξίσωση της συνέχειας.

Η επίλυση του συστήματος αυτού με τις κατάλληλες οριακές συνθήκες είναι αδύνατη. Το μαθηματικό πρόβλημα απόδειξης της ύπαρξης μοναδικής λύσης του συστήματος παραμένει άλυτο. Ο Ladyzheuskaya προτείνει την εγκατάλειψη των εξισώσεων Navier-Stokes για την επίλυση πεδίων ροής ή τουλάχιστον την προσθήκη κατάλληλης συνάρτησης στις εξισώσεις ώστε να είναι σίγουρη η ύπαρξη μοναδικής λύσης του συστήματος.

Παρ' όλο που η αναλυτική επίλυση του συστήματος των εξισώσεων είναι αδύνατη η ύπαρξη ηλεκτρονικών υπολογιστών μεγάλης ταχύτητας και χωρητικότητας μνήμης μας επιτρέπει να εξετάσουμε αυτή τη δυνατότητα. Η αριθμητική επίλυση του συστήματος απαιτεί την αντικατάσταση των μερικών παραγώγων με αλγεβρικές

διαφορές σε αριθμητικά σημεία που βάζουμε μέσα στο πεδίο ροής. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε προς μελέτη ένα πεδίο ροής τυπικής διάστασης d .

Είναι πειραματικά γνωστό ότι μέσα στο πεδίο ροής υπάρχουν δίνες (μια απ' αυτές είναι η αιτία ύπαρξης του όρου $\frac{\partial u_i}{\partial t}$ τυπικής διάστασης $10^{-3}d$. Για να αντιπροσωπευθεί η δίνη αυτή αριθμητικά πρέπει να τοποθετήσουμε στη διάσταση $10^{-3}d$ τουλάχιστον 1 αριθμητικό σημείο. Άρα σε όγκο d^3 χρειάζεται να βάλουμε 10^9 τουλάχιστον αριθμητικά στοιχεία. Έχουμε δε τέσσερις αγνώστους (u_i , ρ) άρα χρειαζόμαστε μνήμη υπολογιστού τουλάχιστον $4 \cdot 10^9$. Οι υπολογιστές που υπάρχουν σήμερα έχουν χωρητικότητα μνήμης της τάξης του 10^6 . Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι και η αριθμητική επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes είναι αδύνατη και θα παραμένει αδύνατη για τουλάχιστον μερικά χρόνια.

3.4 ΜΙΑ ΠΙΘΑΝΗ ΛΥΣΗ ΣΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΜΑΣ – ΟΙ ΤΑΣΕΙΣ REYNOLDS

Οι μικροδίνες που υπάρχουν μέσα στο πεδίο ροής έχουν συχνότητες της τάξης των 100 Hz, δηλαδή τυπική κλίμακα χρόνου για τις μικροδίνες είναι η $t=10^{-2}$ sec. Δεν ενδιαφερόμαστε για χρονικές μεταβολές των ποσοτήτων u_i , ρ σε χρονική κλίμακα της τάξης των 10^{-2} sec αλλά σε πολλαπλάσια κλίμακα. Έτσι δημιουργείται το ερώτημα μήπως είναι δυνατό να απλοποιήσουμε τις εξισώσεις Navier-Stokes αλλάζοντας τη χρονική κλίμακα μελέτης των φαινομένων, αφού δεν ενδιαφερόμαστε για την μικροδομή του πεδίου ροής αλλά ικανοποιούμε με τις μέσες τιμές ταχύτητας, πίεσης, τάσης και μετάδοσης θερμότητας.

Εισάγουμε λοιπόν τις μέσες τιμές μεγεθών ορίζοντας:

$$\bar{f} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_{t_0-t}^{t_0+t} f dt \quad (3.4.1)$$

Εδώ η έννοια $t \rightarrow \infty$ είναι σχετική και σημαίνει ότι ο χρόνος ολοκλήρωσης είναι πάρα πολύ μεγάλος σχετικά με τη χρονική κλίμακα μεταβολής των δινών του πεδίου ροής. Ακόμα και για $t \rightarrow \infty$ η χρονική κλίμακα για την οποία ο μηχανικός ενδιαφέρεται να πάρει αποτελέσματα είναι δυνατό να είναι μεγαλύτερη κατά πολύ

του χρόνου T στον οποίο παίρνεται η μέση τιμή της συνάρτησης f , οπότε μπορεί να γραφτεί γενικά ότι:

$$f = \bar{f}(t) + f' \quad (3.4.2)$$

όπου:

$$\bar{f}' = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_{t_0}^{t_0+t} f' dt = 0$$

Με τη γενίκευση αυτή προκύπτουν και οι παρακάτω σχέσεις:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (3.4.3)$$

$$\rho = \bar{\rho} + \rho' \quad (3.4.4)$$

και αντικαθιστώντας τα u_i, ρ στις εκφράσεις των Navier-Stokes και παίρνοντας τις μέσες τιμές οδηγούμαστε στις εξισώσεις Reynolds:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \right\} + \bar{f}_i \quad (3.4.5)$$

Οι εξισώσεις αυτές, αν και φαινομενικά είναι ίδιες με τις εξισώσεις Navier-Stokes είναι σημαντικά απλούστερες γιατί έχουν πολύ μεγαλύτερη χρονική κλίμακα. Δυστυχώς όμως, η απλούστευση αυτή οδήγησε στην εισαγωγή πρόσθετων αγνώστων, των **τάσεων Reynolds**, $-\overline{\rho u'_i u'_j}$. Για την επίλυση λοιπόν του πεδίου ροής χρειαζόμαστε τώρα πληροφορίες για τις διαταραχές ταχύτητας \bar{u}'_i καθώς και τις στατιστικές συσχετίσεις τους, δηλαδή χρειαζόμαστε γνώση της τύρβης της ροής.

Η όλη προσπάθεια για την κατανόηση της τύρβης της ροής γίνεται για να οδηγηθούμε τον υπολογισμό των **τάσεων Reynolds**, που είναι οι κυριότερες τάσεις που επιδρούν στη διαμόρφωση του πεδίου ροής.

4

ΤΥΡΒΩΔΗ ΜΟΝΤΕΛΑ

Οι μερικές διαφορικές εξισώσεις διατήρησης συνέχειας και ορμής όταν ληφθούν μαζί με τις κατάλληλες αρχικές και συνοριακές συνθήκες σχηματίζουν ένα κλειστό σύστημα εξισώσεων, με τέσσερις αγνώστους u , v , w και p , η λύση του οποίου μας παρέχει γενικά μια πλήρη περιγραφή οποιασδήποτε τυρβώδους ροής. Ωστόσο οι τυρβώδεις κινήσεις είναι τρισδιάστατες και εμπεριέχουν μεταβολές στην ταχύτητα σε κλίμακες μήκους και χρόνου μικρότερης τάξης μεγέθους απ' τις αναμενόμενες κλίμακες σ' ένα πραγματικό πεδίο ροής. Έτσι η άμεση αριθμητική επίλυση των εξισώσεων συνέχειας και ορμής είναι πέρα απ' τις δυνατότητες ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή.

Για να κάνουμε το πρόβλημα της τυρβώδους ροής εύκολα ελεγχόμενο, η συμβατική προσέγγιση σύμφωνα με τον Reynolds είναι να διατυπωθούν οι εξισώσεις αυτές με μέσες τιμές και να μετατραπούν σε εξισώσεις μεταβολών στατιστικών μεγεθών.

Στις εξισώσεις της μέσης κίνησης οι άγνωστοι συσχετισμοί της ταχύτητας με τη διακυμαινόμενη κίνηση προκύπτουν με τη μορφή τάσεων, οι οποίες ονομάζονται **τάσεις Reynolds**. Περισσότερες εξισώσεις γι' αυτές τις τάσεις μπορούν να προκύψουν με τον κατάλληλο χειρισμό των εξισώσεων Navier-Stokes, έτσι όμως εισάγονται περισσότεροι άγνωστοι συσχετισμοί. Με τον τρόπο αυτό ο αριθμός των ανεξάρτητων αγνώστων αυξάνεται με μεγαλύτερο ρυθμό απ' ότι ο αριθμός των εξισώσεων και έτσι το «κλείσιμο» των εξισώσεων είναι απλά αδύνατο.

Έτσι, κάθε αντιμετώπιση της τύρβης που βασίζεται σε εξισώσεις μέσω των τιμών θα περιλαμβάνει απαραίτητα προσέγγιση. Σε κάποιο στάδιο είναι αναγκαίο να σταματήσουμε την παραγωγή περισσότερων εξισώσεων και να προσεγγίσουμε τους άγνωστους συσχετισμούς με όρους γνωστών μεγεθών. Τέτοιες προσεγγίσεις ονομάζονται **προσεγγίσεις σύγκλισης** και όταν λαμβάνονται επιλεκτικά για να σχηματίσουν ένα κλειστό σύστημα εξισώσεων αποτελούν ένα **τυρβώδες μοντέλο**.

Ένα τυρβώδες μοντέλο δηλαδή είναι μια υπολογιστική διαδικασία που χρησιμοποιείται για να «κλείσει» το σύστημα των αντιστοίχων εξισώσεων ώστε να μπορεί να επιλυθεί ένα μεγάλο εύρος προβλημάτων. Για τα περισσότερα μηχανολογικά προβλήματα δεν είναι αναγκαίο να αναλυθούν όλες οι λεπτομέρειες τυρβωδών διακυμάνσεων. Η επίδραση όμως της τύρβης στη μέση ροή είναι συνήθως αναγκαία. Πιο συγκεκριμένα, χρειαζόμαστε εκφράσεις για τις τάσεις Reynolds και τους τυρβώδεις όρους στην εξίσωση μεταφοράς βαθμωτού.

$$\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\Phi U) = \text{div}(\Gamma_{\circ} \text{grad}\Phi) + \left[\frac{\partial(\rho\overline{u'\phi'})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\overline{v'\phi'})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho\overline{w'\phi'})}{\partial z} \right] + S_{\phi} \quad (4.1)$$

Ένα τυρβώδες μοντέλο για να είναι χρήσιμο σ' ένα υπολογιστικό κώδικα πρέπει να έχει μεγάλο εύρος εφαρμογής, να είναι ακριβές, απλό και «οικονομικό» κατά τη χρήση του. Τα πιο συνηθισμένα τυρβώδη μοντέλα κατατάσσονται στις παρακάτω κατηγορίες:

- Κλασσικά μοντέλα : Βασισμένα στις εξισώσεις Reynolds
- Μοντέλα μηδενικής εξίσωσης - μοντέλο μήκους μίξης
- Μοντέλα δύο εξισώσεων - μοντέλο k-ε , k-w
- Μοντέλο εξισώσεων τάσεων Reynolds
- Αλγεβρικά μοντέλα τάσεων

4.1 ΜΟΝΤΕΛΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΜΕΓΑΛΩΝ ΔΙΝΩΝ

Τα κλασσικά μοντέλα χρησιμοποιούν τις εξισώσεις Reynolds και αποτελούν τη βάση των υπολογισμών της τύρβης στους υπάρχοντες υπολογιστικούς κώδικες. Στα μοντέλα προσομοίωσης μεγάλων δινών λύνονται οι εξισώσεις της ροής για τη μέση ροή και τις μεγάλες δίνες ενώ οι επιδράσεις των μικρότερων δινών μοντελοποιούνται.

Από τα κλασσικά μοντέλα, αυτό του μήκους μίξης (**mixing length**) και $k-\epsilon$ είναι αυτά με τη μεγαλύτερη χρήση και αξιοπιστία. Βασίζονται στην υπόθεση ότι υπάρχει αναλογία στον τρόπο δράσης των ιζωδών τάσεων και των τάσεων Reynolds στη μέση ροή. Και τα δυο αυτά είδη τάσεων λαμβάνονται ανάλογα στο ρυθμό παραμόρφωσης της στιγμιαίας και μέσης χρονικά ταχύτητας.

Για ασυμπίεστο ρευστό:

$$\tau_{ij} = \mu e_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4.1.1)$$

για την περίπτωση των συνεκτικών τάσεων.

Έχει διαπιστωθεί πειραματικά ότι η τύρβη σταδιακά εκφυλίζεται (εξασθενεί, φθίνει, σκεδάζεται). Επιπλέον οι τυρβώδεις τάσεις φαίνεται ότι αυξάνονται καθώς αυξάνεται ο μέσος ρυθμός παραμόρφωσης. Δηλαδή :

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) = \mu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (4.1.2)$$

Οι σχέσεις (4.1.1) και (4.1.2) είναι ανάλογες. Το νέο στοιχείο είναι η παρουσία του τυρβώδους ιζώδους μ_t , μέγεθος που συνδέει τις τυρβώδεις τάσεις με το ρυθμό παραμόρφωσης της μέσης χρονικά ταχύτητας.

Επίσης ορίζεται το κινηματικό ιζώδες:

$$\nu_t = \mu_t / \rho \quad (4.1.3)$$

Η μεταφορά θερμότητας, μάζας και άλλων βαθμωτών μεγεθών γίνεται με ανάλογο τρόπο. Σύμφωνα με τον τρόπο αυτό η τυρβώδης μεταφορά του βαθμωτού λαμβάνεται ότι είναι ανάλογη της κλίσης της μέσης τιμής της μεταφερόμενης ποσότητας, δηλαδή:

$$-\rho \overline{u'_i \phi'} = \Gamma_t \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (4.1.4)$$

όπου Γ_t είναι η τυρβώδης διαχυτότητα.

4.2 ΜΟΝΤΕΛΑ ΜΙΑΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ

Ο Kolmogorov (1942) και αργότερα ο Prandtl (1945) πρότειναν η χαρακτηριστική ταχύτητα V_t στην έκφραση:

$$\mu_t = \rho l_m \cdot v_t \quad (4.2.1)$$

(όπου l_m =μήκος μίξης το οποίο πρέπει να είναι γνωστή συνάρτηση θέσης)

να αντικατασταθεί όχι από τη $\frac{\partial u}{\partial y}$ αλλά από κάποια χαρακτηριστική ταχύτητα της τύρβης και ως τέτοια διάλεξαν την:

$$v_t = \sqrt{k} \quad (4.2.2)$$

όπου k η τυρβώδης κινητική ενέργεια της ροής $k = \frac{(u_1'^2 + u_2'^2 + u_3'^2)}{2}$

Άρα η έκφραση για το συντελεστή τυρβώδους συνεκτικότητας παίρνει τη μορφή:

$$\mu_t = \rho l_m \sqrt{k} \quad (4.2.3)$$

Είναι φυσικό να αναμένεται βελτίωση της προλεκτικής ικανότητας του μοντέλου

γιατί τώρα $\mu_t \neq 0$ όταν $\frac{d u}{d y} = 0$ και μάλιστα στις θέσεις όπου π.χ. παρουσιάζει

ελάχιστο, η κινητική ενέργεια παρουσιάζει μέγιστο και αναμένεται ότι και ο μ_t θα παίρνει μεγάλες τιμές. (Σημείωση: όταν λέμε μ_t μπορεί να υπονοείται και ο συντελεστής θερμοπερατότητας Γ_t σύμφωνα με την αναλογία Reynolds:

$$v_t / \left(\frac{\delta_1}{\rho C_p} \right) = P_r \equiv 1 \quad (4.2.4)$$

Για δισδιάστατη ροή οριακού στρώματος η εξίσωση που εκφράζει τη διατήρηση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας είναι:

$$\rho \frac{D_k}{D_t} = -\frac{\partial}{\partial y} (\overline{\rho \dot{v} k} + \overline{\dot{v} \rho}) - \rho \dot{u} \dot{v} \frac{\partial u}{\partial y} - \mu \Sigma \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$$

Είναι φανερό ότι για την επίλυση της εξίσωσης αυτής πρέπει να 'μοντελοποιηθούν' οι όροι της διάχυσης καθώς και της απορρόφησης. Με τον όρο μοντελοποίηση εννοούμε τη σύνδεση των όρων αυτών με γνωστές ποσότητες ή με μεγέθη που μπορούν να υπολογιστούν. Υπάρχουν διάφοροι τρόποι μοντελοποίησης των όρων, θα αναφερθούν όμως οι δυο επιτυχέστερες μοντελοποιήσεις της εξίσωσης.

4.3 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΤΗΣ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Ο όρος της διάχυσης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας μοντελοποιείται με βάση την υπόθεση ότι οι μηχανισμοί διάχυσης στην τυρβώδη ροή και στη στρωτή είναι παρόμοιοι:

$$-\left(\overline{\rho \dot{v} k} + \overline{\dot{v} \rho}\right) = \text{σταθ.} \quad k^{1/2} \rho l \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y}$$

όπου $\mu_t = \text{σταθ.} \cdot k^{1/2} l$ και σ_k ο τυρβώδης αριθμός Prandtl για το k .

Η έκφραση της τάσης Reynolds σύμφωνα με την υπόθεση Boussinesq δηλαδή:

$$\tau_{\text{στρωτής ροής}} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad -\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\text{γίνεται:} \quad -\overline{\rho \dot{u} \dot{v}} = \mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (4.3.1)$$

Τέλος η μετατροπή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας σε θερμότητα:

$$-\mu \sum_{ij} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (4.3.2)$$

με τη βοήθεια διαστατικής ανάλυσης αναφορικά με το ρυθμό μεταφοράς της ενέργειας από τις μεγάλες δίνες στις μικρές γράφεται:

$$-\mu \sum \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = C_D \frac{\rho k^{3/2}}{l} \quad (4.3.3)$$

Με τις προσεγγίσεις αυτές η διαφορική εξίσωση για το ισοζύγιο της τυρβώδους κινητικής ενέργειας γράφεται:

$$\rho \frac{D_k}{D_t} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - C_D \frac{\rho k^{3/2}}{l} \quad (4.3.4)$$

Η εξίσωση αυτή πρέπει να επιλυθεί παράλληλα με το σύστημα των εξισώσεων συνέχειας και ορμής της μέσης ροής. Προηγουμένως πρέπει να καθοριστούν ορισμένες 'σταθερές', όπως η σταθερή c_D και η σ_k και να προκαθοριστεί η διανομή της κλίμακας μήκους. Οι σταθερές c_D και η σ_k καθορίστηκαν μετά από εκτεταμένα αριθμητικά πειράματα ώστε οι θεωρητικές προβλέψεις του μοντέλου να συμπέσουν με μετρήσεις της τυρβώδους κινητικής ενέργειας.

4.4 ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ BRADSHAW

Η βασική παραδοχή του μαθηματικού μοντέλου τύρβης του **Bradshaw** είναι η:

$$\frac{u'v'}{k} = -0.3 = \alpha_1 \quad (4.4.1)$$

Η παραδοχή αυτή είναι ικανοποιητική και επιβεβαιώνεται από τα περισσότερα πειράματα κυρίως για ροές οριακού στρώματος εξωτερικού τύπου (γύρω από αεροτομές).

Το μοντέλο του Bradshaw περιέχει ακόμη δύο παραδοχές.

$$l = \left(\frac{\tau}{\rho} \right)^{3/2} / \varepsilon = ky \quad (4.4.2)$$

για πολύ κοντά στον τοίχο, και

$$= 0.105 y^{1/2} \quad (4.4.3)$$

για μακριά από τον τοίχο, και ότι

$$\left(\frac{\rho \bar{v}}{\rho} + k \bar{v} \right) / \sqrt{\frac{\tau_{\text{μσγ.}}}{\rho} \frac{\tau}{\rho}} = \left(\frac{\tau_{\text{μσγ.}}}{\rho \mu_\infty^2} \right)^{1/2} \quad (4.4.4)$$

Εισαγωγή των τριών αυτών παραδοχών στην εξίσωση διατήρησης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας οδηγεί στην παρακάτω εξίσωση:

$$\frac{u \partial}{\partial x} \left(\frac{\tau}{2\alpha_1 \rho} \right) + \frac{v \partial}{\partial y} \left(\frac{\tau}{2\alpha_1 \rho} \right) - \frac{\tau}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y} + \left(\frac{\tau_{\text{μσγ.}}}{\rho} \right)^{3/2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{G_\tau}{\rho} \right) + \frac{\left(\frac{\tau}{\rho} \right)^{3/2}}{l} = 0 \quad (4.4.5)$$

η οποία είναι εξίσωση με εξαρτημένη μεταβλητή, τη διατμητική τάση τ .

Το βασικό χαρακτηριστικό της εξίσωσης αυτής είναι ο υπερβολικός της χαρακτήρας, λόγω της μορφής του όρου της διάχυσης που υιοθετήθηκε από τον Bradshaw. Η εξίσωση λύνεται με τη βοήθεια της μεθόδου των χαρακτηριστικών.

Συνοψίζοντας, διαπιστώνεται ότι η νέα έκφραση

$$\mu_t = \rho l k^{1/2} \quad (4.4.6)$$

αφαίρεσε το μειονέκτημα του να έχουμε:

$$\mu_t = 0 \text{ όταν } \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

αλλά συγχρόνως εισήγαγε την επίλυση μιας νέας διαφορικής εξίσωσης για την τυρβώδη κινητική ενέργεια.

Η εκτεταμένη χρήση τόσο του μοντέλου του Prandtl όσο και του Bradshaw απέδειξε ότι τα μοντέλα αυτά είναι επιτυχημένα για μια περιορισμένη κατηγορία ροών κυρίως οριακού στρώματος. Το βασικό μειονέκτημα είναι ότι:

- Δεν λαμβάνουν υπόψη τους την κλίμακα μήκους.
- Απαιτούν προκαθορισμό της κλίμακας μήκους, και

$$\triangleright \text{Προβλέπουν } \overline{u \cdot v} = 0 \text{ όταν } \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

πράγμα που δεν είναι γενικά πειραματικά επιβεβαιωμένο.

4.5 ΤΕΛΕΥΤΑΙΕΣ ΑΝΑΚΑΛΥΨΕΙΣ ΣΤΟ ΜΗΧΑΝΙΣΜΟ ΓΕΝΕΣΗΣ ΤΗΣ ΤΥΡΒΗΣ

Οι κύριες ανακαλύψεις αφ'ενός οφείλονται στην παρατηρητικότητα των ερευνητών, κυρίως όμως οφείλονται στην εφαρμογή πολύπλοκων ηλεκτρονικών συσκευών επεξεργασίας του συστήματος του hot-wire. Οι ανακαλύψεις αυτές αφορούν στα εξής θέματα:

- Διατεταγμένη κατασκευή των μεγάλων δινών (οργανωμένες δομές).
- Ξεσπάσματα στο οριακό υπόστρωμα (Bursto).
- Τυρβώδεις κηλίδες.
- Την υποβάθμιση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας.
- Διατεταγμένη κατασκευή των μεγάλων δινών.

Τα τελευταία χρόνια κυρίως με την ανακάλυψη των **Liermann** και **Rosko**, ότι υπάρχει κάποια κανονικότητα στην κατασκευή των μεγάλων δινών, άρχισε να αμφισβητείται ότι η τύρβη είναι ένα τυχαίο γεγονός. Η εργασία των Liermann και Rosko για την ύπαρξη κανονικότητας στην κατασκευή μεγάλων δινών ήταν ολοκληρωτικά πειστική, κυρίως με τη δημοσίευση αντιπροσωπευτικών φωτογραφιών που τραβήχτηκαν με τη βοήθεια του συμβολόμετρου. Κατά τη μελέτη της ανάμιξης δύο επίπεδων δεσμών μιας **He** και της άλλης **N₂**, διαπίστωσαν στο στρώμα μίξης την ύπαρξη διακεκριμένων δινών, των οποίων οι διαστάσεις καθώς και η απόστασή τους είναι γραμμική συνάρτηση της απόστασης από την αρχή της μίξης των δύο δεσμών. Διαπίστωσαν επίσης την ένωση δύο μικρών δινών με μια μεγαλύτερη γεγονός που οδηγούσε στην δημιουργία μεγαλύτερων δινών, καθώς η διαδικασία επαναλαμβανόταν. Η διαδικασία της ανάμιξης είναι πολύ σύντομη χρονικά και κάθε δίνη μεταφέρεται κατάντι με ταχύτητα, τη μέση ταχύτητα των δύο δεσμών, πειραματικά αυξανόμενη κατά $x^{1/2}$, όπου x η απόσταση πίσω από το πλέγμα.

Δημιουργείται αμέσως το ερώτημα, για ποιο λόγο φαίνεται ότι οι μικρές δίνες αναμιγνύονται μεταξύ τους για να σχηματίσουν μεγαλύτερες δίνες ή να υπάρχει εκλεκτική απορρόφηση από την συνεκτικότητα των δινών μικρής κλίμακας. Ίσως μια απάντηση στο παράδοξο θα μπορούσε να δοθεί αν η υποβάθμιση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας από τις μεγάλες δίνες στις μικρές δεν ήταν μονόδρομη μετάβαση αλλά αμφίδρομη, δηλαδή αν επιτρεπόταν μεταφορά ενέργειας από τις μικροδίνες στις μεγαλοδίνες. Το τελευταίο αρχίζει να γίνεται παραδεκτό από τις τελευταίες ενδείξεις.

4.6 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ $k - \varepsilon$

Στα δισδιάστατα λεπτά στρώματα οι μεταβολές της διεύθυνσης ροής είναι πάντα τόσο αργές που η τύρβη προσαρμόζεται μόνη της στις τοπικές συνθήκες. Εάν οι όροι της τυρβώδους ροής, όροι αγωγής και διάχυσης είναι τέτοιοι ώστε να μπορούν να αγνοηθούν, είναι δυνατό να εκφράσουμε την επίδραση της τύρβης στην μέση ροή με όρους του μήκους πρόσμιξης. Εάν οι όροι αγωγής και διάχυσης δεν είναι αμελητέοι - όπως για παράδειγμα στις ανακυκλοφορίες - τότε ένας συνεπτηγμένος αλγεβρικός οδηγός για το μήκος πρόσμιξης δεν είναι πλέον εφαρμόσιμος. Το μοντέλο μήκους πρόσμιξης υπολείπεται αυτού του είδους της γενικότητας. Ο σωστός δρόμος είναι να ληφθούν υπ' όψη οι αναφορές σχετικά με την δυναμική της τύρβης. Το μοντέλο $k-\varepsilon$ εστιάζει στους μηχανισμούς που επηρεάζουν την τυρβώδη κινητική ενέργεια. Μερικοί προκαταρκτικοί ορισμοί είναι απαιτούμενοι αρχικά. Η στιγμιαία κινητική ενέργεια $k(t)$ της τυρβώδους ροής είναι το άθροισμα της μέσης κινητικής ενέργειας $K = \frac{1}{2} (\mathbf{u}^2 + \mathbf{r}^2 + \mathbf{w}^2)$ και της τυρβώδους κινητικής ενέργειας $k = \frac{1}{2} (\mathbf{u}'^2 + \mathbf{r}'^2 + \mathbf{w}'^2)$:

$$k(t) = K + k$$

Στα παρακάτω αναπτύγματα είναι επισταμένη η ανάγκη να γίνει χρήση του ρυθμού παραμόρφωσης και των τυρβωδών τάσεων. Για να καταστήσουμε σαφείς τους ακόλουθους υπολογισμούς είναι σύνθηες να γράφονται οι όροι του ρυθμού παραμόρφωσης e_{ij} και των τάσεων τ_{ij} σε μορφή matrix: (πίνακα)

$$e_{ij} = \begin{pmatrix} e_{xx} & e_{xy} & e_{xz} \\ e_{yx} & e_{yy} & e_{yz} \\ e_{zx} & e_{zy} & e_{zz} \end{pmatrix} \quad \text{και} \quad \tau_{ij} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix}$$

Η ανάπτυξη του ρυθμού παραμόρφωσης ενός ρευστού στοιχείου τυρβώδους ροής υπό την έννοια όρου διακύμανσης, $e_{ij}(t) = E_{ij} + e'_{ij}$ δίνει τα ακόλουθα στοιχεία matrix:

$$e_{xx}(t) = E_{xx} + e'_{xx} = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial u'}{\partial x};$$

$$e_{yy}(t) = E_{yy} + e'_{yy} = \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial y};$$

$$e_{zz}(t) = E_{zz} + e'_{zz} = \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial z}$$

$$e_{xy}(t) = E_{xy} + e'_{xy} = e_{yx}(t) = E_{yx} + e'_{yx} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right]$$

$$e_{xz}(t) = E_{xz} + e'_{xz} = e_{zx}(t) = E_{zx} + e'_{zx} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right]$$

$$e_{yz}(t) = E_{yz} + e'_{yz} = e_{zy}(t) = E_{zy} + e'_{zy} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right]$$

Το αποτέλεσμα του γινομένου ενός δείκτη a και ενός πίνακα b_{ij} είναι ένας δείκτης G του οποίου οι συνιστώσες (στοιχεία) μπορούν να υπολογιστούν με εφαρμογή των κοινών κανόνων της άλγεβρας των πινάκων:

$$a \cdot b_{ij} = (a_1 \ a_2 \ a_3) \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 b_{11} + a_2 b_{21} + a_3 b_{31} \\ a_1 b_{12} + a_2 b_{22} + a_3 b_{32} \\ a_1 b_{13} + a_2 b_{23} + a_3 b_{33} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}^T = c_j = c$$

Το κλιμακωτό αποτέλεσμα του γινομένου a_{ij} και b_{ij} υπολογίζεται ως εξής:

$$a_{ij} b_{ij} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{12} + a_{13}b_{13} + a_{21}b_{21} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{23} + a_{31}b_{31} + a_{32}b_{32} + a_{33}b_{33}$$

Χρησιμοποιήθηκε η συνθήκη της κατάλληλης σημειολογίας όπου η x-διεύθυνση σημειώνεται με τον δείκτη 1, η y-διεύθυνση με τον 2 και η z-διεύθυνση με το 3. Είναι εμφανές ότι τα αποτελέσματα είναι το άθροισμα όλων των πιθανών συνιστωσών με κατάλληλη επανάληψη.

4.6.1 Βασική εξίσωση της κινητικής ενέργειας K για την μέση ροή.

Μια εξίσωση για τη μέση κινητική ενέργεια K μπορεί να παραχθεί με τον πολλαπλασιασμό της x συνιστώσας της εξίσωσης Reynolds με u , της y συνιστώσας με v και της z συνιστώσας με w . Αφού προσθέσουμε τα αποτελέσματα καθώς και ένα κανό αλγεβρικό ποσό αποδεικνύεται ότι η βασική εξίσωση μέσου χρόνου για την μέση κινητική ενέργεια της ροής είναι:

$$\frac{\partial(\rho K)}{\partial t} + \text{div}(\rho K U) = \text{div} \left(-P U + 2\mu U E_{ij} - \rho U \overline{u' u'_j} \right) - 2\mu E_{ij} \cdot E_{ij} + \rho \overline{u' u'_j} \cdot E_{ij}$$

I II III IV V VI VII

(4.6.1.1)

Η με λόγια, για τη μέση κινητική ενέργεια K , έχουμε:

ρυθμός μεταβολής της K + μεταφορά της K με αγωγή = μεταφορά της K με πίεση + μεταφορά της K με τυρβώδεις τάσεις + μεταφορά της K με τάσεις Reynolds - ρυθμός κατανάλωσης της K + (στροβιλώδης) τυρβώδης παραγωγή

Οι μεταφορικοί όροι (III), (IV) και (V) χαρακτηρίζονται από την εμφάνιση της div και είναι συνηθισμένη τακτική να τους βάλουμε όλους μαζί σε μία παρένθεση. Η επιρροή των τυρβωδών τάσεων στην K έχουν χωριστεί σε δύο ζεύγη:

- ✓ στον όρο (IV), μεταφορά της K λόγω των τυρβωδών τάσεων και
- ✓ στον όρο (VI) την τυρβώδη κατανάλωση της μέσης κινητικής ενέργειας K .

Οι δύο όροι που περιέχουν τάσεις Reynolds εξηγούνται μέσω της επιρροής των στροβιλισμών:

- ✓ ο όρος (V) είναι η στροβιλώδης μεταφορά της K με την έννοια των τάσεων Reynolds και
- ✓ ο όρος (VII) είναι η στροβιλώδης παραγωγή ή η καθαρή μείωση της K που οφείλεται στο μεταβαλλόμενο έργο από την παραγωγή των τάσεων Reynolds.

Σε υψηλούς αριθμούς Reynolds οι όροι της στροβιλότητας (V) και (VII) είναι πάντα πολύ μεγαλύτεροι από τους τυρβώδεις αντιπάλους τους (IV) και (VI).

4.6.2 Βασική εξίσωση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας k για τη μέση ροή.

Πολλαπλασιασμός κάθε στιγμιαίας εξίσωσης Navier-Stokes με την κατάλληλη συνιστώσα της κυμαινόμενης ταχύτητας (χ-συνιστώσα εξίσωσης με την u' κ.λ.π.) και πρόσθεση όλων των αποτελεσμάτων, ακολούθως επανάληψη της διαδικασίας στην εξίσωση Reynolds, και αλληλεξάρτηση των δύο εξισώσεων που προκύπτουν με ουσιαστική αναδιάρθρωση μας δίνουν την εξίσωση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας k .

$$\frac{\partial(\rho K)}{\partial t} + \text{div}(\rho K U) = \text{div} \left(-\overline{p' u'} + 2\mu \overline{u' e'_{ij}} - \rho \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i u'_j} \right) - 2\mu \overline{e'_{ij} \cdot e'_{ij}} + \rho \overline{u'_i u'_j} \cdot E_{ij}$$

(4.6.2.1)

με λόγια, για την στροβιλώδη κινητική ενέργεια k , έχουμε

ρυθμός μεταφοράς k + μεταφορά της k με αγωγή + μεταφορά της k με πίεση + μεταφορά της k με τυρβώδεις τάσεις + μεταφορά της k με τάσεις Reynolds - ρυθμός κατανάλωσης της k + στροβιλώδη παραγωγή

Οι εξισώσεις 4.6.1.1 και 4.6.2.1 μοιάζουν πάρα πολύ από πολλές απόψεις. Παρ' όλα αυτά η εμφάνιση των κύριων ποσοτήτων στο δεξί μέλος της εξίσωσης της k δείχνει ότι οι μεταβολές στην κινητική ενέργεια εξαρτώνται κατά κύριο λόγο από τις στροβιλώδεις ενδοταραχές. Οι όροι VII και στις δύο εξισώσεις είναι ισοδύναμοι αλλά με αντίθετο πρόσημο. Σε δισδιάστατα λεπτά στρώματα βρήκαμε ότι οι σημαντικές τάσεις Reynolds- $\rho u' r'$ ήταν συνήθως θετικές εάν ο κυρίως όρος της E_{ij} σε τέτοιου είδους ροή και η μέση κλίση της ταχύτητας είναι θετικές. Ως εκ τούτου ο όρος (VII) προσφέρει θετικά στην εξίσωση k και αντιπροσωπεύει όρο παραγωγικό. Στην εξίσωση K όμως, ο όρος είναι αρνητικός, έτσι εκεί καταστρέφει τη μέση κινητική ενέργεια της ροής. Αυτό εκφράζει μαθηματικά την μετατροπή της μέσης κινητικής ενέργειας σε στροβιλώδη κινητική ενέργεια.

Ο όρος (V) τυρβώδους κατανάλωσης

$$-2\mu \overline{e'_{ij} \cdot e'_{ij}} = -2\mu \left(\overline{e'^2_{11}} + \overline{e'^2_{22}} + \overline{e'^2_{33}} + 2\overline{e'^2_{12}} + 2\overline{e'^2_{13}} + 2\overline{e'^2_{23}} \right) \quad (4.6.2.2)$$

έχει αρνητική συνεισφορά στην 4.6.2.1 που οφείλεται στην εμφάνιση του αθροίσματος των τετραγώνων των κυμαινόμενων ρυθμών παραμόρφωσης ϵ'_{ij} . Η κατανάλωση της στροβιλώδους κινητικής ενέργειας προκαλείται από το παραγόμενο έργο των μικρότερων δινών αντίθετων στις τυρβώδεις τάσεις. Ο ρυθμός της κατανάλωσης ανά μονάδα μάζας, του οποίου οι διαστάσεις είναι m^2/s^3 , είναι καθοριστικής σημασίας στη μελέτη της δυναμικής των στροβιλισμών και σημειώνεται ως:

$$\boxed{\epsilon = 2\nu \overline{e'_{ij} \cdot e'_{ij}}} \quad (4.6.2.3)$$

Είναι πάντα ο κυρίως όρος καταστροφής στην εξίσωση στροβιλώδης κινητικής ενέργειας, παρόμοιας τάξης μεγέθους με τον όρο παραγωγής και δεν αγνοείται ποτέ. Αντιθέτως, όταν ο αριθμός Reynolds είναι μεγάλος, ο όρος τυρβώδους μεταφοράς (IV) (4.6.2.1) είναι πάντα πολύ μικρός σε σχέση με τον όρο στροβιλώδους μεταφοράς (VI).

4.6.3 Εξισώσεις του μοντέλου k-ε

Είναι δυνατόν να αναπτύξουμε παρόμοιες εξισώσεις μεταφοράς για όλες τις άλλες στροβιλώδεις ποσότητες περιλαμβανομένου του ρυθμού τυρβώδους κατανάλωσης ϵ . Η ακριβής εξίσωση για το ϵ , όμως, περιέχει πολλούς άγνωστους και μη μετρήσιμους όρους. Το γνωστό μοντέλο k-ε, έχει δύο εξισώσεις, μια για το k και μία για το ϵ , βασιζόμενες στην καλύτερη κατανόηση των σχετικών διαδικασιών που προκαλούν αλλαγές σε αυτές τις μεταβλητές.

Το k και το ϵ χρησιμοποιείται στον καθορισμό της κλίμακας της ταχύτητας θ και της κλίμακας του μήκους l αντιπροσωπευτικά για την στροβιλότητα μεγάλης κλίμακας ως:

$$\theta = k^{1/2} \quad l = k^{3/2}/\epsilon$$

Κάποιος μπορεί να αναρωτηθεί για την αξία της χρήσης της μεταβλητής θ «μικρής δίνης» για τον καθορισμό του l κλίμακας «μεγάλης δίνης». Αυτό επιτρέπεται

γιατί σε μεγάλους αριθμούς Reynolds ο ρυθμός με τον οποίο οι μεγάλες δίνες ανάγουν ενέργεια από την κυρίως ροή είναι ακριβώς ο ρυθμός μεταφοράς ενέργειας μέσω του φάσματος ενέργειας με μικρές, καταναλωτικές, δίνες.

Εάν δεν υπάρχει αυτός ο λόγος, η ενέργεια σε κάποιες κλίμακες στροβιλότητας θα μεγάλωνε ή θα ελαττωνόταν χωρίς όριο. Αυτό δεν προκύπτει πρακτικά και καθορίζει τη χρήση του ϵ στον καθορισμό του k . Εφαρμόζοντας την ίδια προσέγγιση όπως στο μήκος πρόσμιξης, καθορίζουμε το ιξώδες δίνης ως:

$$\mu_t = C_\mu \rho k^2 / \epsilon \quad (4.6.3.1)$$

όπου το C_μ είναι αδιάστατη σταθερά.

Το γνωστό μοντέλο χρησιμοποιεί τις εξής εξισώσεις μεταφοράς που χρησιμοποιούνται για το k και το ϵ :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k U) = \text{div} \left[\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \text{grad } k \right) \right] + 2 \mu_t E_{ij} \cdot E_{ij} - \rho \epsilon \quad (4.6.3.2)$$

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \text{div}(\rho \epsilon U) = \text{div} \left[\left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \text{grad } \epsilon \right) \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} 2 \mu_t E_{ij} \cdot E_{ij} - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (4.6.3.3)$$

Με λόγια οι εξισώσεις είναι:

ρυθμός μεταβολής k ή ϵ + μεταφορά k ή ϵ με αγωγή = μεταφορά k ή ϵ με διάχυση + ρυθμός παραγωγής k ή ϵ - ρυθμός καταστροφής k ή ϵ

Οι παραπάνω εξισώσεις περιέχουν 5 σταθερές καθορισμού C_μ , σ_k , σ_ϵ , $C_{1\epsilon}$ και $C_{2\epsilon}$. Το γνωστό μοντέλο k - ϵ χρησιμοποιεί τιμές για τις σταθερές που προέρχονται από περιεκτικές πληροφορίες/δεδομένα κατάλληλα για ένα ευρύ πεδίο στροβιλωδών ροών.

$$C_\mu = 0,09 \quad \sigma_k = 1,00 \quad \sigma_\epsilon = 1,30 \quad C_{1\epsilon} = 1,44 \quad C_{2\epsilon} = 1,92$$

Ο όρος παραγωγής στην εξίσωση μοντέλου k προκύπτει από τον ακριβή όρο παραγωγής της (4.6.2.1). Μια μοντελοποιημένη μορφή για τις αρχικές διαδικασίες μεταφοράς στην εξίσωση k και ϵ φαίνονται στο δεξιό μέλος. Οι όροι της στροβιλώδους μεταφοράς αντιπροσωπεύονται χρησιμοποιώντας την ιδέα της κλίσης διάχυσης που παρουσιάστηκε νωρίτερα στα λεγόμενα για τη κλιμακωτή μεταφορά. Οι αριθμοί Prandtl σ_k και σ_ϵ συνδέουν τις διαχυτικότητες του k και ϵ με το ιξώδες δίνης μ_t . Ο

όρος πίεσης III της εξίσωσης k δεν μπορεί να μετρηθεί άμεσα. Η επιρροή του συμπεριλαμβάνεται στην εξίσωση (4.6.3.2) με τον όρο της απόκλισης διάχυσης.

Η παραγωγή και καταστροφή της στροβιλώδους κινητικής ενέργειας είναι πάντα στενά συνδεδεμένοι. Ο ρυθμός κατανάλωσης του ε είναι μεγάλος όπου η παραγωγή της k είναι μεγάλη. Η εξίσωση του μοντέλου για το ε θεωρεί ότι η παραγωγή και κατανάλωση είναι ανάλογοι με τους όρους παραγωγής και κατανάλωσης στην εξίσωση k.

Αποδοχές τέτοιου είδους εξασφαλίζουν ότι το ε αυξάνει άμεσα εάν το k αυξηθεί άμεσα και μειώνεται ιδανικά γρήγορα για την αποφυγή (μη φυσικών) αρνητικών τιμών της στροβιλώδους κινητικής ενέργειας, εάν το k μειώνεται. Ο λόγος ε/k στους όρους παραγωγής και καταστροφής κάνει αυτούς τους όρους διαστατικά σωστούς στην εξίσωση ε . Για να υπολογιστούν οι τάσεις Reynolds με το μοντέλο k- ε χρησιμοποιείται μία εκτεταμένη σχέση Boussinesq:

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} = 2\mu_t E_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (4.6.3.4)$$

Η σύγκριση με την λογαριθμική εξίσωση δείχνει ότι αυτή η μορφή έχει παραπάνω όρους στο δεξί μέλος που αφορούν το δ_{ij} , το δέλτα Kronecker ($\delta_{ij} = 1$ εάν $i=j$ και $\delta_{ij} = 0$ εάν $i \neq j$). Ο όρος εξυπηρετεί την εφαρμογή της εξίσωσης για τις εφελκυστικές τάσεις Reynolds για τις οποίες $i=j$ και κατά συνέπεια για

$$\tau_{xx} = -\rho u'^2, \quad \tau_{yy} = -\rho v'^2 \quad \text{και} \quad \tau_{zz} = -\rho w'^2$$

Θεωρείται μια ασυμπίεστη ροή και διερευνούμε την συμπεριφορά του πρώτου μέλους της (4.6.3.4) μόνο του. Εάν αθροιστούν όλες οι εφελκυστικές τάσεις (με $i = 1, 2$ και 3 με $i = j$) βρίσκουμε, με την χρήση της συνέχειας, ότι είναι μηδέν, αφού

$$2\mu_t E_{ii} = 2\mu_t \left[\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \right] = 2\mu_t \operatorname{div} U = 0 \quad (4.6.3.5)$$

Είναι φανερό ότι σε κάθε ροή, το άθροισμα των εφελκυστικών τάσεων $-\rho(u'^2 + v'^2 + w'^2)$ είναι ίσο με το αντίθετο διπλάσιο της κινητικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου ($-2\rho k$). Κάθε ένα τρίτο είναι ίδιο με την κάθε συνιστώσα της εφελκυστικής τάσης για να επιβεβαιώνεται ότι το άθροισμα πάντα έχει την σωστή φυσική σημασία. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι αυτό προϋποθέτει μια ισεντροπική μεταβολή για τις εφελκυστικές τάσεις Reynolds πράγμα που έχει αποδειχθεί ανακριβές ακόμα και σε απλές διδιάστατες ροές.

4.6.4 Οριακές συνθήκες

Οι εξισώσεις του μοντέλου για το k και το ε είναι ελλειπτικής μορφής από την οπτική γωνία του όρου απόκλισης διάχυσης. Η συμπεριφορά τους είναι όμοια με τις ελλειπτικές εξισώσεις ροής, που δίνουν έρεισμα για την εφαρμογή των ακόλουθων οριακών συνθηκών:

είσοδος:	συνεισφορές του k και ε πρέπει να δοθούν
άξονας συμμετρίας:	$JK/J_n = 0$ και $J\varepsilon/J_n = 0$
ελεύθερο ρεύμα:	$k = 0$ και $\varepsilon = 0$
τοιχώματα:	η προσέγγιση εξαρτάται από τον αριθμό Reynolds

Σε ερευνητικό σχεδιασμό-υπολογισμό, οι αναλυτικές πληροφορίες των οριακών συνθηκών που απαιτούνται για τη λειτουργία του μοντέλου μπορεί να μην διατίθενται. Χρήστες βιομηχανικού CFP σπανίως έχουν μετρήσεις του k και ε στην διάθεσή τους. Πρόσδος μπορεί να επιτευχθεί με την εισαγωγή τιμών για το k και από την βιβλιογραφία, και ταυτοχρόνως ερευνώντας την ευαισθησία των αποτελεσμάτων σε αυτές τις εισόδους.

Σε υψηλούς αριθμούς Reynolds το μοντέλο k - ε αποφεύγει την αναγκαία αναβάθμιση των εξισώσεων του για τον τοίχο με την χρήση της γενικής συμπεριφοράς για ροές πλησίον του τοίχου. Εάν y είναι η διεύθυνση τεταγμένης παράλληλη στον τοίχο, η μέση ταχύτητα για το σημείο y_p με $30 < y_p^+ < 500$ ικανοποιεί τον λογαριθμικό νόμο και οι μετρήσεις του ισοζυγίου της στροβιλώδους κινητικής ενέργειας επισημαίνουν την ισοτιμία του ρυθμού στροβιλώδους παραγωγής με το ρυθμό κατανάλωσης. Χρησιμοποιώντας αυτές τις υποθέσεις και τον τύπο του ιξώδους δίνης είναι δυνατόν να αναπτύξουμε τις ακόλουθες ισότητες:

$$u^+ = U/u_r = 1/\kappa \ln(Ey_p^+) \quad k = u_r^2/\sqrt{C_\mu} \quad \varepsilon = u_r^3/\kappa y \quad (4.6.4.1)$$

Η σταθερά του Von Karman $\kappa=0,41$ και η παράμετρος τραχύτητας του τοίχου $E=0,98$ για λείους τοίχους. Ο Schlichting δίνει τιμές για το E που αφορούν τραχείς τοίχους.

Για μεταφορά θερμότητας χρησιμοποιούμε την γενική συνεισφορά θερμοκρασίας κοντά στον τοίχο για υψηλούς αριθμούς Reynolds, με $T_p =$ θερμοκρασία σημείου κοντά στον τοίχο. Τέλος ο δείκτης P είναι ένας διορθωτικός συντελεστής που εξαρτάται από το λόγο των αριθμών Prandtl για στρωτή προς τυρβώδη ροή.

Για χαμηλούς αριθμούς Reynolds ο νόμος λογαρίθμων δεν είναι ο κατάλληλος, έτσι δεν μπορεί να χρησιμοποιηθούν τα παραπάνω όρια. Αναδιαρθρώσεις για το μοντέλο k - ϵ έτσι ώστε να γίνει ικανό να εφαρμοσθεί για μικρούς αριθμούς Reynolds της ροής αναφέρονται στο Patel et al (1985).

Η απόσβεση του τοίχου είναι αναγκαίο να εφαρμοσθεί για να εξασφαλισθεί η επικράτηση των τυρβωδών τάσεων έναντι των στροβιλωδών τάσεων Reynolds σε χαμηλούς αριθμούς Reynolds και σε τυρβώδη υποστρώματα επαπτόμενα στον τοίχο.

4.6.5 Αποτίμηση της απόδοσης

Το μοντέλο k - ϵ είναι ευρέως χρησιμοποιούμενο και αξιολογείται ως μοντέλο στροβιλισμών. Έχει επιτύχει αξιοσημείωτες επιτυχίες στον υπολογισμό πλήθους λεπτών στρωμάτων και ανακυκλοφοριών χωρίς την ανάγκη καθορισμού των σταθερών του μοντέλου από περίπτωση σε περίπτωση.

Το μοντέλο αποδίδει ιδιαίτερα καλά σε καθορισμένες ροές, όπου οι διατμητικές τάσεις Reynolds είναι πιο σημαντικές. Σ' αυτού του είδους τις ροές συμπεριλαμβάνονται ένα ευρύ πεδίο ροών με βιομηχανικές μηχανολογικές εφαρμογές, πράγμα που εξηγεί την δημοτικότητά του. Μορφές του μοντέλου είναι διαθέσιμες με εισαγωγές επιρροών που οφείλονται σε ανωστικά φαινόμενα (Rodi, 1980). Τέτοια μοντέλα χρησιμοποιούνται για την μελέτη περιβαλλοντικών ροών όπως διασποράς ρύπανσης στην ατμόσφαιρα, σε λίμνες όπως και την μοντελοποίηση των πυρκαϊών.

Παρά το πλήθος των επιτυχιών του, το μοντέλο k - ϵ παρουσιάζει μέτρια συμφωνία σε ακαθόριστες ροές (π.χ. ροές με ασθενή διατμητικά στρώματα). Σε μεγάλο μέρος αυτών των ροών ο ρυθμός παραγωγής κινητικής ενέργειας (στροβιλώδους) είναι αρκετά μικρότερος από την κατανάλωση και οι δυσκολίες μπορεί να υπερνικηθούν με ρυθμίσεις ad hoc στις σταθερές του μοντέλου.

Ο Bradshaw et al (1981) δηλώνει ότι η πρακτική της ενσωμάτωσης του όρου μεταφοράς πίεσης της εξίσωσης k στην έκφραση της απόκλισης διάχυσης της

εξίσωσης του μοντέλου θεωρείται αποδεκτή με την βάση ότι ο όρος πίεσης είναι μερικές φορές τόσο μικρός που το μετρούμενο ισοζύγιο της στροβιλώδους κινητικής ενέργειας υπολογίζεται χωρίς αυτόν. Σημειώνει, όμως, ότι πολύ από αυτούς τους υπολογισμούς έχουν ουσιαστικά λάθη και είναι βέβαιο, όχι γενικά αληθές, ότι η διάχυση της πίεσης που επιδρά είναι αμελητέα.

Το μοντέλο επίσης έχει πρόβλημα με τις περιδινούμενες ροές καθώς και με ροές με μεγάλες και απότομες επιπλέον εντάσεις, αφού δεν περιέχει περιγραφή για αποτελέσματα της καμπυλότητας των ροϊκών γραμμών των στροβιλισμών. Δευτερεύουσες ροές σε μεγάλο μήκους ανοικτού κυκλώματος σωλήνες, που ασκούνται μη ισεντροπικές εφελκυστικές τάσεις Reynolds δεν μπορούν επίσης να προβλεφθούν, λόγω της καθορισμένης αντιμετώπισης των εφελκυστικών τάσεων με το μοντέλο k-ε. Τέλος το μοντέλο αγνοεί τις δυνάμεις της μάζας που οφείλονται στην περιστροφή του πλαισίου αναφοράς.

Πλεονεκτήματα

- ↳ το απλούστερο μοντέλο στροβιλισμών για το οποίο μόνο αρχικές οριακές συνθήκες χρειάζεται να δοθούν
- ↳ εξαιρετική απόδοση για πολλές βιομηχανικά σχετιζόμενες ροές
- ↳ καλά εδραιωμένο, το πλέον ευρέως αξιοποιήσιμο μοντέλο στροβιλισμών

Μειονεκτήματα

- ↳ ακριβότερο για εκτέλεση από το μοντέλο μήκους πρόσμιξης
- ↳ φτωχή απόδοση σε πλήθος σημαντικών περιπτώσεων όπως:
 - i) ακαθόριστες ροές
 - ii) ροές με επιπλέον μεγάλες εντάσεις

5

ΟΡΙΑΚΟ ΣΤΡΩΜΑ ΚΑΙ ΥΠ. ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

5.1 ΟΡΙΑΚΟ ΣΤΡΩΜΑ ΣΕ ΕΠΙΠΕΔΗ ΠΛΑΚΑ

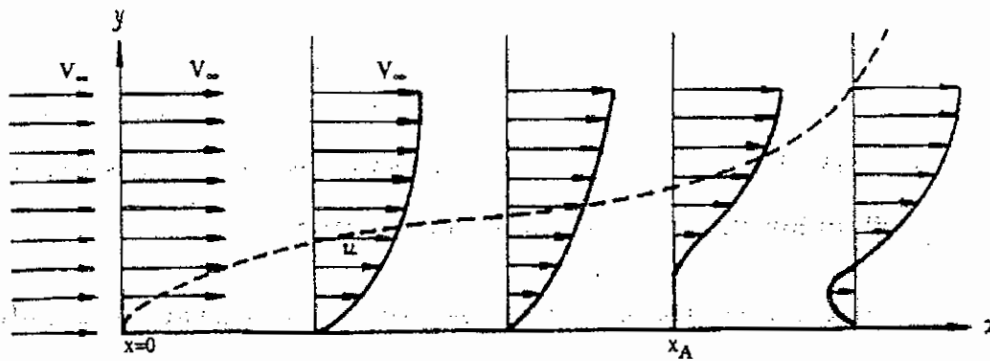
Η παρουσία στερεών τοιχωμάτων επηρεάζει τη συμπεριφορά της ροής και η δομή της τύρβης είναι σημαντικά διαφορετική από τις ελεύθερες τυρβώδεις ροές. Η διαστατική ανάλυση έχει συμβάλει στη συσχέτιση των πειραματικών αποτελεσμάτων. Σε λεπτές περιοχές ροών διάτμησης, ο αριθμός Reynolds που προκύπτει αν χρησιμοποιήσουμε σαν χαρακτηριστική χωρική κλίμακα ένα μήκος L κατά μήκος της ροής, είναι πολύ μεγάλος (π.χ. $u=1$ m/sec, $L=0,1$ m, $\nu=10^{-6}$ m²/s δίνει $Re_L=10^5$). Απ' αυτό προκύπτει ότι οι δυνάμεις αδράνειας είναι σημαντικά μεγαλύτερες απ' ότι οι δυνάμεις τριβής ή δυνάμεις συνεκτικότητας (δυνάμεις που οφείλονται στην ύπαρξη του ιξώδους).

Αν σχηματίσουμε έναν αριθμό Reynolds ο οποίος βασίζεται στην απόσταση y από τον τοίχο ($Re_y = U_y / \nu$) παρατηρούμε ότι εάν η απόσταση y είναι της τάξης του μήκους L ισχύουν τα παραπάνω, δηλαδή ότι υπερισχύουν οι δυνάμεις αδράνειας μακριά από το τοίχωμα. Καθώς το y μειώνεται στο μηδέν θα υπάρχει ένα εύρος τιμών του y που το Re_y θα είναι της τάξης της μονάδας. Σ' αυτή την απόσταση και προς τον τοίχο οι δυνάμεις τριβής θα είναι όμοιες ή μεγαλύτερες από τις δυνάμεις αδράνειας. Συνεπώς κατά μήκος στερεών επιφανειών υπάρχει μια μεγάλη περιοχή όπου επικρατούν οι δυνάμεις αδράνειας και ένα λεπτό στρώμα όπου οι επιδράσεις του ιξώδους (τριβές) είναι σημαντικές. Καταλήγουμε επομένως στο εξής βασικό συμπέρασμα:

«Για μεγάλους αριθμούς Reynolds σε επιμήκη σώματα υπάρχει μια λεπτή περιοχή γύρω από το στερεό όριο, όπου τα συνεκτικά φαινόμενα είναι πολύ έντονα και υπάρχουν έντονες κλίσεις των κατανομών ταχύτητας. Η περιοχή αυτή λέγεται οριακό στρώμα.»

Το οριακό στρώμα λοιπόν, είναι ο προσκείμενος στην στερεά επιφάνεια λεπτός χώρος του κινούμενου ρευστού, όπου η ταχύτητα του ρευστού αλλάζει από μηδέν μέχρι την ταχύτητα του ελεύθερου ρεύματός του.

Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται σχηματική παράσταση της εξέλιξης του οριακού στρώματος σε επίπεδη πλάκα, που είναι το απλούστερο οριακό στρώμα που δημιουργείται όταν κάποιο ρευστό ρέει επί μιας λεπτής και επίπεδης πλάκας. Στο ίδιο σχήμα φαίνεται η κατανομή της ταχύτητας εντός του οριακού στρώματος η οποία μεταβάλλεται σταδιακά από μηδέν μέχρι της ταχύτητας του ελευθέρου ρεύματος.



Σχήμα 5.1: Οριακό στρώμα

Πλησίον του τοιχώματος η ροή επηρεάζεται απ' τις επιδράσεις του ιξώδους και δεν εξαρτάται απ' τις παραμέτρους του ελεύθερου ρεύματος. Η μέση ταχύτητα εξαρτάται μόνο από την απόσταση y από το τοίχωμα, την πυκνότητα του ρευστού ρ , το ιξώδες μ και τη διατμητική τάση του τοιχώματος τ_w .

Συνεπώς $U=f(y,\rho,\mu,\tau_w)$ οπότε από τη διαστατική ανάλυση προκύπτει ότι :

$$u^+ = \frac{U}{u_r} = f\left(\frac{\rho \cdot u_r \cdot y}{\mu}\right) = f(y^+) \quad (5.1.1)$$

Η εξίσωση (5.1.1) καλείται **νόμος του τοιχώματος** (law of the wall) και περιέχει τον ορισμό δυο σημαντικών αδιάστατων ποσοτήτων, τις u^+ και y^+ . Η

ποσότητα που χρησιμοποιείται σαν κλίμακα της ταχύτητας είναι η $u_r = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ που καλείται και **ταχύτητα τριβής** (friction velocity).

Μακριά απ' το τοίχωμα θα αναμένουμε ότι η ταχύτητα επηρεάζεται (επιβράδυνση της ροής) από την ύπαρξη του ιξώδους μέσω της τιμής της διατμητικής τάσης του τοιχώματος και όχι από την τιμή αυτού. Η κλίμακα μήκους η οποία είναι κατάλληλη γι' αυτή τη λεπτή περιοχή είναι το πάχος του οριακού στρώματος δ . Σ' αυτή την περιοχή έχουμε :

$$U = g(y, \delta, \rho, \tau_w) \quad (5.1.2)$$

Μέσω της διαστατικής ανάλυσης προκύπτει ότι:

$$u^+ = \frac{U}{u_r} = g\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (5.1.3)$$

Η παραπάνω εξίσωση καλείται **νόμος της έλλειψης ταχύτητας** (velocity defect law).

5.2 ΣΤΡΩΤΟ ΥΠΟΣΤΡΩΜΑ – ΤΟ ΣΤΡΩΜΑ ΤΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ ΠΟΥ ΒΡΙΣΚΕΤΑΙ ΣΕ ΕΠΑΦΗ ΜΕ ΛΕΙΟ ΤΟΙΧΩΜΑ

Στη στερεή επιφάνεια το ρευστό είναι στάσιμο. Επίσης οι τυρβώδεις κινήσεις στροβιλισμού σταματούν πλησίον του τοιχώματος. Καθώς απουσιάζουν οι τυρβώδεις τάσεις διάτμησης (τάσεις Reynolds) το ρευστό πλησίον του τοίχου επηρεάζεται από την ιξώδη διάτμηση. Το στρώμα αυτό είναι εξαιρετικά λεπτό ($y^+ < 5$) και μπορούμε να υποθέσουμε ότι η διατμητική τάση είναι σχεδόν σταθερή και ίση με τη διατμητική τάση του τοιχώματος τ_w .

$$\text{Άρα} \quad \tau(y) = \mu \frac{\partial U}{\partial y} \cong \tau_w \quad (5.2.1)$$

Με ολοκλήρωση ως προς y και εφαρμογή της οριακής συνθήκης $U=0$ για $y=0$ παίρνουμε μια γραμμική σχέση μεταξύ της μέσης ταχύτητας και της απόστασης από το τοίχωμα :

$$U = \frac{\tau_w \cdot y}{\mu} \quad (5.2.2)$$

Μετά από μερικές πράξεις και χρησιμοποιώντας τους ορισμούς των u^+ και y^+ παίρνουμε :

$$u^+ = y^+ \quad (5.2.3)$$

Εξαιτίας της γραμμικής σχέσης μεταξύ της ταχύτητας και της απόστασης από το τοίχωμα, το στρώμα αυτό του ρευστού καλείται **στρωτό υπόστρωμα**.

5.3 ΣΤΡΩΜΑ ΤΟΥ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΟΥ ΚΑΝΟΝΑ – Η ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΠΕΡΙΟΧΗ ΠΛΗΣΙΟΝ ΤΟΥ ΛΕΙΟΥ ΤΟΙΧΩΜΑΤΟΣ

Έξω από το στρωτό υπόστρωμα ($30 < y^+ < 500$) υπάρχει μια περιοχή όπου οι επιδράσεις του ιξώδους και της τύρβης είναι εξίσου σημαντικές. Η διατμητική τάση τ μεταβάλλεται λίγο καθώς η απόσταση από το τοίχωμα μεγαλώνει και σε αυτή τη μικρή περιοχή θεωρείται ότι είναι σταθερή και ίση με τη διατμητική τάση του τοιχώματος. Με την υπόθεση του μήκους μίξης (mixing length) ότι $\ell_m = k \cdot y$ προκύπτει η εξής αδιάστατη σχέση για το u^+ και y^+ :

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + B = \frac{1}{k} \ln(E \cdot y^+) \quad (5.3.1)$$

Οι τιμές αυτών των ποσοτήτων προσδιορίζονται από μετρήσεις. Βρίσκουμε ότι $k=0,4$ και $B=5,5$ (ή $E=9,8$) για λείους τοίχους. Τραχύτητα στον τοίχο θα προκαλέσει μείωση της τιμής του B . Οι τιμές των k και B είναι γενικές και ισχύουν για όλες τις τυρβώδεις ροές σε υψηλούς αριθμούς Reynolds. Λόγω της λογαριθμικής σχέσης μεταξύ των u^+ και y^+ η εξίσωση (5.3.1) καλείται **λογαριθμικός νόμος** και το στρώμα όπου το y^+ μεταβάλλεται από 30 έως 500 καλείται περιοχή ή στρώμα του **λογαριθμικού νόμου**.

5.4 ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ ΣΤΡΩΜΑ – Η ΠΕΡΙΟΧΗ ΟΠΟΥ ΥΠΕΡΙΣΧΥΕΙ Η ΑΔΡΑΝΕΙΑ ΜΑΚΡΙΑ ΑΠΟ ΤΟ ΤΟΙΧΩΜΑ

Πειραματικές μετρήσεις έδειξαν ότι ο λογαριθμικός νόμος ισχύει για περιοχές όπου $0,02 < y/\delta < 0,2$. Για μεγαλύτερες τιμές του y και μέσα στο οριακό στρώμα ισχύει ο νόμος της έλλειψης ταχύτητας. Για την περιοχή όπου ισχύουν και οι δυο νόμοι η εξίσωση που περιγράφει καλύτερα την κατανομή της ταχύτητας είναι η:

$$\frac{U_{\max} - U}{u_r} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{y}{\delta}\right) + A \quad (5.4.1)$$

που συχνά καλείται νόμος του απορεύματος.

6

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ-ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗ

6.1 ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται βασικές ταξινομήσεις των μερικών διαφορικών εξισώσεων. Στη συνέχεια γίνεται μια μικρή εισαγωγή στη διακριτοποίηση των εξισώσεων ροής και αναπτύσσεται η μέθοδος της προσέγγισης παραγώγου με πεπερασμένες διαφορές που επιτρέπει τη συστηματική ανάλυση και διερεύνηση της ακρίβειας της διακριτής αναπαράστασης.

Η εξαρτημένη μεταβλητή φ είναι γενικά, συνάρτηση των τριών διευθύνσεων του χώρου και του χρόνου:

$$\varphi = \varphi(x, y, z, t)$$

Για την αριθμητική επίλυση, πρέπει να εκλεγούν οι τιμές των ανεξάρτητων για τις οποίες θα υπολογιστεί η τιμή της φ . Εάν η διεργασία είναι συνάρτηση μίας μόνο διεύθυνσης του χώρου, το πρόβλημα λέγεται *μονοδιάστατο*, αλλιώς λέγεται *διδιάστατο* ή *τριδιάστατο*. Εξάρτηση από το χρόνο οδηγεί σε *μεταβατικά* προβλήματα, σε αντίθεση με αυτά της μόνιμης κατάστασης. Μια κριτική επιλογή του συστήματος συντεταγμένων μπορεί μερικές φορές να ελαττώσει τις ανεξάρτητες μεταβλητές.

Παραδείγματα:

1. Η ροή γύρω από ένα αυτοκίνητο που κινείται με σταθερή ταχύτητα είναι *μεταβατική* σε σχέση με ένα ακίνητο σύστημα συντεταγμένων, αλλά είναι

μόνιμη σε σχέση με κινητό σύστημα συντεταγμένων, προσαρμοσμένο πάνω στο αυτοκίνητο.

2. Η αξονο-συμμετρική ροή μέσα σε ένα σωλήνα εμφανίζεται τρισδιάστατη σε σχέση με το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, αλλά μόνο διδιάστατη σε σύστημα πολικών συντεταγμένων r, θ, z αφού δεν υπάρχει εξάρτηση από τη διεύθυνση θ .
3. Μια εξίσωση διατήρησης είναι γραμμένη σε *συντηρητική μορφή* (conservative form) όταν οι συντελεστές των παραγώγων που εμφανίζονται στην εξίσωση είναι σταθερές ποσότητες. Αν οι συντελεστές των παραγώγων είναι μεταβλητές ποσότητες τότε δεν θα πρέπει οι παράγωγοί τους να εμφανίζονται στην εξίσωση.

Παράδειγμα:

❖ Συντηρητική μορφή της εξίσωσης της συνέχειας:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (6.1.1)$$

❖ Μη-συντηρητική μορφή της εξίσωσης της συνέχειας:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial y} + \rho \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (6.1.2)$$

Ένα αριθμητικό σχήμα, το οποίο προκύπτει από εξίσωση διατήρησης σε μη-συντηρητική μορφή, θα εμφανίσει αριθμητικές δυσκολίες στις περιοχές ασυνέχειας των συντελεστών του (π.χ συμπεστές ροές στις οποίες εμφανίζονται κρουστικά κύματα).

Οι γραμμικές (γενικότερα οι ημι-γραμμικές) μερικές διαφορικές εξισώσεις κατατάσσονται μαθηματικά σε τρεις βασικές κατηγορίες. Σε εξισώσεις:

- > **Ελλειπτικού τύπου**
- > **Παραβολικού τύπου και**
- > **Υπερβολικού τύπου.**

Αρκετά προβλήματα μεταφοράς μπορούν να εκφραστούν με μια από τις προηγούμενες τρεις απλοποιημένες μορφές. Η ταξινόμηση αυτή βοηθά στην εκλογή

της μεθόδου μετατροπής της διαφορικής εξίσωσης στο μη-συνεχές αριθμητικό πρόβλημα καθώς και στην επιλογή του κατάλληλου αλγόριθμου επίλυσης.

Ο τύπος της διαφορικής εξίσωσης:

$$\alpha \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + 2b \frac{\partial \varphi}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial \varphi}{\partial y^2} + d \frac{\partial \varphi}{\partial x} + e \frac{\partial \varphi}{\partial y} + f \varphi = g \quad (6.1.3)$$

όπου a, b, c, d, e, f και g είναι συναρτήσεις μόνο των x, y , $\partial \varphi / \partial x$ και $\partial \varphi / \partial y$ καθορίζεται από τους όρους με τη μεγαλύτερης τάξης παράγωγο. Έτσι η εξίσωση ονομάζεται:

- ♦ Ελλειπτικού τύπου αν $b^2 - ac < 0$
- ♦ Παραβολικού τύπου αν $b^2 - ac = 0$
- ♦ Υπερβολικού τύπου αν $b^2 - ac > 0$

Είναι σαφές ότι η παράσταση $b^2 - ac$ μπορεί να παίρνει θετικές και αρνητικές τιμές μέσα στο πεδίο λύσης της διαφορικής εξίσωσης. Συνεπώς, η διαφορική εξίσωση μπορεί να είναι ενός τύπου σε μία περιοχή του πεδίου και κάποιου άλλου τύπου σε μια άλλη περιοχή. Παράδειγμα τέτοιας συμπεριφοράς αποτελεί η εξίσωση:

$$y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 \quad (6.1.4)$$

που είναι ελλειπτικού τύπου για $y > 0$ και υπερβολικού τύπου για $y < 0$. Αν λ_1, λ_2 είναι οι ρίζες του τριωνύμου:

$$a\lambda^2 - 2b\lambda + c = 0$$

τότε σε ελλειπτικού τύπου εξισώσεις ο μετασχηματισμός,

$$y - \lambda_1 x = \xi + i\eta$$

$$y - \lambda_2 x = \xi - i\eta$$

μετασχηματίζει την αρχική εξίσωση στην απλούστερη μορφή:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} + \kappa \varphi = h(\xi, \eta) \quad (6.1.5)$$

Για παραβολικού τύπου εξισώσεις ο μετασχηματισμός των συντεταγμένων:

$$\begin{aligned}y - \lambda_1 &= \eta \\ ay + \beta x &= \xi\end{aligned}$$

όπου a και β κατάλληλες σταθερές, μετατρέπει την αρχική διαφορική εξίσωση στη μορφή:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = h(\xi, \eta) \quad (6.1.6)$$

Τέλος, για υπερβολικού τύπου εξισώσεις ο μετασχηματισμός συντεταγμένων:

$$\begin{aligned}y - \lambda_1 x &= \xi + \eta \\ y - \lambda_2 x &= \xi - \eta\end{aligned}$$

μετατρέπει την αρχική διαφορική εξίσωση στη μορφή:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} + 2D \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + 2E \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} + f\varphi = G(\xi, \eta) \quad (6.1.7)$$

Η προηγούμενη ανάλυση συνδέεται άμεσα με ύπαρξη ή όχι χαρακτηριστικών διευθύνσεων στο πεδίο ροής, που ονομάζονται *χαρακτηριστικές*. Θα γίνει εισαγωγή στο πρόβλημα με ανάλυση της εξίσωσης:

$$\alpha \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + 2b \frac{\partial^2 \varphi}{\partial xy} + c \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = f \quad (6.1.8)$$

Θα εξεταστεί κάτω από ποιες συνθήκες η γνώση των φ , $\partial\varphi/\partial x$, $\partial\varphi/\partial y$ σε μια καμπύλη του πεδίου, Γ , επιτρέπει τον προσδιορισμό των $\partial^2\varphi/\partial x^2$, $\partial^2\varphi/\partial x\partial y$, και $\partial^2\varphi/\partial y^2$. Η συνθήκη αυτή είναι ισοδύναμη με τη δυνατότητα επίλυσης της διαφορικής εξίσωσης σε ολόκληρο το πεδίο.

Εάν υπάρχουν οι παραπάνω παράγωγοι, θα πρέπει για μια απειροστή μεταβολή dx , dy , να ισχύει:

$$d\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}dx + \frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}dy \quad (6.1.9)$$

$$d\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial y}dx + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}dy \quad (6.1.10)$$

Η επίλυση του συστήματος των σχέσεων (6.1.9), (6.1.10) επιτρέπει τον προσδιορισμό των $\partial^2\varphi/\partial x^2$, $\partial^2\varphi/\partial x\partial y$ και $\partial^2\varphi/\partial y^2$. Πράγματι η επίλυση του συστήματος παρέχει μια και μοναδική λύση για τις ποσότητες $\partial^2\varphi/\partial x^2$, $\partial^2\varphi/\partial x\partial y$, και $\partial^2\varphi/\partial y^2$, εκτός εάν η ορίζουσα των συντελεστών είναι ίση με το μηδέν. Εκτός, δηλαδή, από την περίπτωση που:

$$a(dy)^2 - 2b(dy)(dx) + c(dx)^2 = 0$$

Η σχέση 6.1.8 ονομάζεται *χαρακτηριστική εξίσωση* της διαφορικής εξίσωσης και παρέχει τις *χαρακτηριστικές διευθύνσεις* των 6.1.9 και 6.1.10.

Η τελευταία θα είναι υπερβολικού τύπου εάν $b^2 - ac > 0$, παραβολικού τύπου εάν $b^2 - ac = 0$ και ελλειπτικού τύπου εάν $b^2 - ac < 0$. Στην υπερβολικού τύπου θα υπάρχουν δύο πραγματικές χαρακτηριστικές καμπύλες, στην παραβολικού τύπου μια χαρακτηριστική και στις εξισώσεις ελλειπτικού τύπου δεν θα υπάρχουν χαρακτηριστικές καμπύλες.

Επειδή οι παράγωγοι μεγαλύτερης τάξης είναι απροσδιόριστες κατά μήκος των χαρακτηριστικών καμπυλών, οι χαρακτηριστικές αποτελούν τις διαδρομές μεταφοράς κάποιας ασυνέχειας. Έτσι, κρουστικά κύματα και άλλες διαταραχές διαδίδονται κατά μήκος των χαρακτηριστικών.

Για τη γραμμική κυματική εξίσωση:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} + a\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = 0 \quad (6.1.11)$$

Η χαρακτηριστική εξίσωση είναι:

$$(dx)^2 - a^2(dt)^2 = 0$$

Και οι χαρακτηριστικές:

$$x \pm at = \beta$$

που είναι ευθείες γραμμές.

Οι διάφορες κατηγορίες των μερικών διαφορικών εξισώσεων συνδέονται γενικά με διαφορετικούς τύπους προβλημάτων ροής. Εξισώσεις που εξαρτώνται από το χρόνο οδηγούν συνήθως σε προβλήματα παραβολικού ή υπερβολικού τύπου. Αν υπάρχουν φυσικοί μηχανισμοί σκέδασης τότε η εξίσωση θα είναι παραβολικού τύπου με αποτέλεσμα οι βαθμίδες της εξαρτημένης ποσότητας να εξομαλύνονται με το χρόνο και η λύση να γίνεται όλο και πιο πολύ λεία. Αν δεν υπάρχουν μηχανισμοί σκέδασης η λύση θα διατηρεί σταθερό πλάτος αν η εξίσωση είναι γραμμική ή ακόμα θα είναι αυξανόμενου πλάτους εάν η εξίσωση δεν είναι γραμμική. Η λύση αυτή είναι τυπική των υπερβολικών εξισώσεων. Οι ελλειπτικές εξισώσεις καθορίζουν συνήθως, προβλήματα μόνιμης κατάστασης ή ισορροπίας.

Οι όροι *παραβολική*, *ελλειπτική* ή *υπερβολική διεργασία*, που χρησιμοποιούνται για την ταξινόμηση των διαφορικών εξισώσεων αντιστοιχούν επίσης και σε διαφορετικούς τύπους διεργασιών, ως εξής:

Μια διεργασία θα λέγεται *παραβολική* αν υπάρχει μια τουλάχιστο συντεταγμένη, τέτοια που οι συνθήκες, σε μια δεδομένη θέση αυτής της συντεταγμένης, να επηρεάζονται από αλλαγές που συμβαίνουν μόνο από τη μια πλευρά αυτής της θέσης (μονόδρομος συντεταγμένη). Σε σχέση με τη μηχανική ρευστών, οι ροές που παρουσιάζουν μια μονόδρομη συντεταγμένη λέγονται ροές *οριακού στρώματος*.

Ελλειπτικές διεργασίες είναι εκείνες στις οποίες οι συνθήκες σε δεδομένη θέση, οποιασδήποτε συντεταγμένης, επηρεάζονται από τις αλλαγές συνθηκών που συμβαίνουν σε οποιαδήποτε πλευρά αυτής της θέσης. Σε σχέση με τη μηχανική των ρευστών, οι ελλειπτικές ροές ονομάζονται και ροές επανακυκλοφορίας.

Υπερβολικό είναι εκείνο το πρόβλημα που παρουσιάζει μια μορφή μονόδρομης συμπεριφοράς, όχι κατά μήκος των συντεταγμένων, αλλά κατά μήκος ειδικών γραμμών, των χαρακτηριστικών της διαφορικής εξίσωσης που περιγράφει το πρόβλημα.

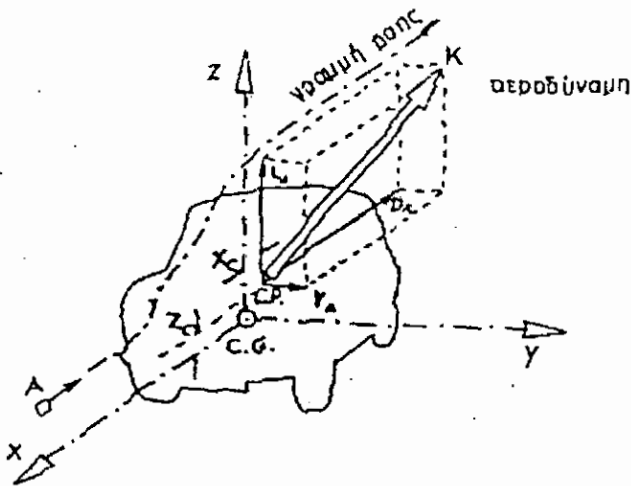
Η ύπαρξη μονόδρομων συντεταγμένων οδηγεί σε σημαντική οικονομία χρόνου και μνήμης του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Ο λόγος είναι ότι εφόσον τα φαινόμενα 'ταξιδεύουν' μόνο σε μια κατεύθυνση, η επίλυση μπορεί να 'πορευθεί' κατά μήκος αυτής της διεύθυνσης, χωρίς να γυρίσει ποτέ πίσω.

7

ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΟΧΗΜΑΤΩΝ

7.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Όταν ένα σώμα βρίσκεται σε σχετική κίνηση ως προς τον αέρα, σχήμα 7.1, τότε πάνω στο σώμα αναπτύσσεται μια αεροδύναμη που συμβολίζεται με (\mathbf{K}) . Το σημείο εφαρμογής της δύναμης αυτής, που σχεδόν συμπίπτει με το κέντρο πιέσεων καθώς και η διεύθυνσή της, εξαρτώνται από τη διεύθυνση του διανύσματος της σχετικής κίνησης, το σχήμα του σώματος και την παρουσία άλλων σωμάτων κοντά στο εξεταζόμενο. Η διανομή των πιέσεων που αναπτύσσονται πάνω στο σώμα έχει άμεση σχέση με τη διανομή των ταχυτήτων του αέρα στις ίδιες θέσεις και συγκεκριμένα σε κάθε σημείο μιας γραμμής ροής ισχύει ότι:



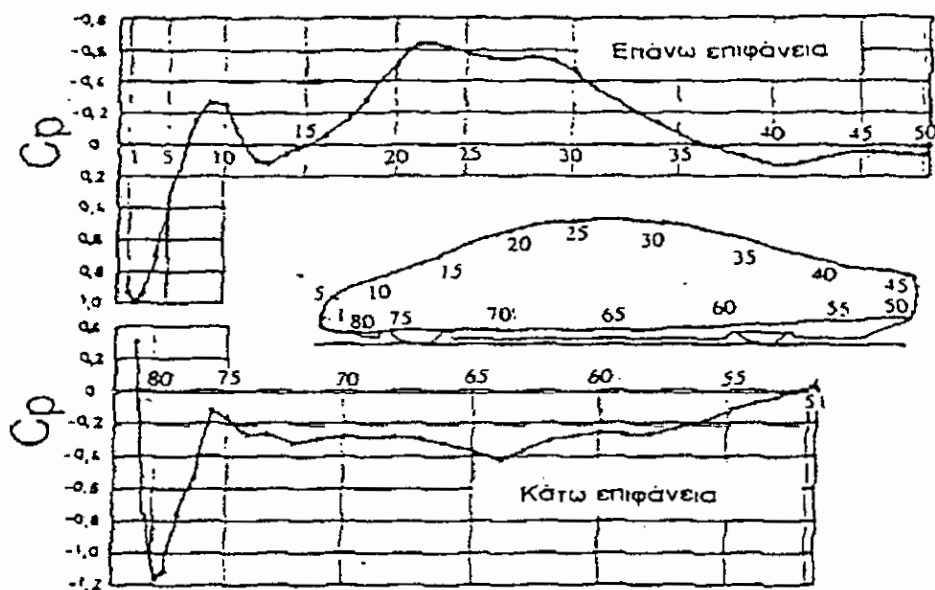
Σχήμα 7.1: Το σύστημα συντεταγμένων και οι συνιστώσες της αεροδύναμης

$$p + q = p + \frac{\rho \cdot V^2}{2} = p_0 + \frac{\rho \cdot V_0^2}{2} = (\text{σταθερο}) \quad (7.1.1)$$

όπου p είναι η στατική πίεση, q η δυναμική πίεση, ρ η πυκνότητα του αέρα και V η τοπική ταχύτητα του αέρα, p_0 η στατική πίεση του αέρα και V_0 η ταχύτητα του αέρα ως προς το όχημα, πολύ μπροστά από αυτό. Από τη σχέση αυτή, που είναι γνωστή ως εξίσωση του Bernoulli, φαίνεται ότι όταν η τοπική ταχύτητα της ροής μεταβάλλεται, πράγμα που σημαίνει ότι μεταβάλλεται και η δυναμική πίεση, η τοπική στατική πίεση πρέπει επίσης να μεταβληθεί έτσι ώστε το άθροισμα των δύο πιέσεων να παραμείνει σταθερό.

Όταν ένα σώμα κινείται μέσα στον αέρα, οι γραμμές ροής που βρίσκονται κοντά στο σώμα αλλάζουν κατεύθυνση, με αποτέλεσμα τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του πεδίου ροής και της δυναμικής πίεσης q . Σύμφωνα με τη σχέση του Bernoulli, από τη μεταβολή της δυναμικής πίεσης θα υπάρξει μεταβολή της στατικής πίεσης και κατά συνέπεια μια διαφοροποίηση του πεδίου των πιέσεων πάνω στο σώμα όπως φαίνεται και στο σχήμα 7.2, όπου c_p είναι ο συντελεστής πίεσης που ορίζεται από τη σχέση :

$$c_p = \frac{p - p_0}{0,5 \cdot \rho \cdot V_0^2} \quad (7.1.2)$$



Σχήμα 7.2: Διανομή του συντελεστή πίεσης c_p κατά μήκος ενός οχήματος
 (α) στην επάνω επιφάνεια
 (β) στην κάτω επιφάνεια

Έχει βρεθεί ότι η αεροδύναμη είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας της ροής, της επιφάνειας του σώματος που προβάλλεται σε επίπεδο κάθετο στη διεύθυνση της ροής και ενός αδιάστατου συντελεστή που εξαρτάται από το σχήμα του σώματος και τον αριθμό Reynolds της ροής που ορίζεται ως :

$$Re_l = \frac{V_0 \cdot l}{\nu} \quad (7.1.3)$$

όπου l είναι το μήκος του οχήματος και ν ο συντελεστής κινηματικής συνεκτικότητας
 Ισχύει δηλαδή η σχέση:

$$K = q \cdot A \cdot c_K = \frac{\rho \cdot V_0^2}{2} \cdot A \cdot c_K \quad (7.1.4)$$

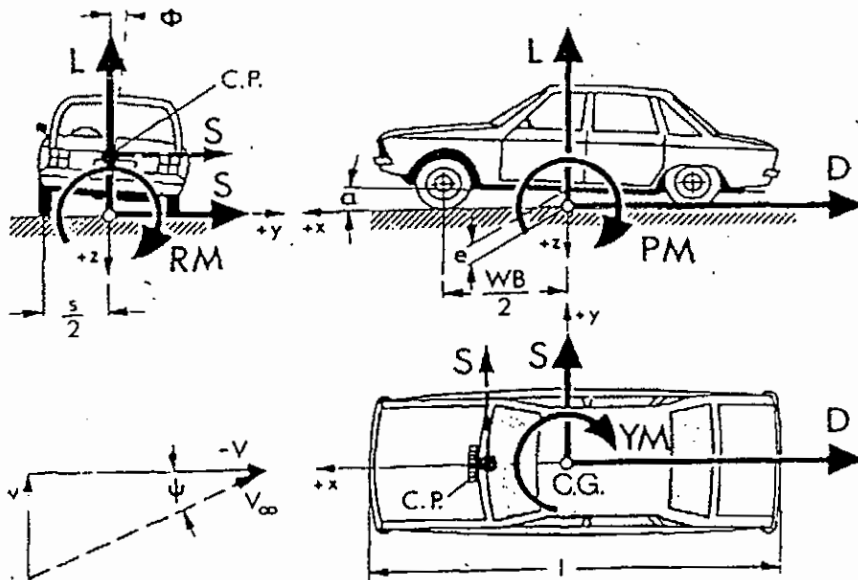
Από τη σχέση αυτή, όταν η (K) αναλυθεί στους τρεις άξονες του ορθογωνίου συστήματος αναφοράς, προκύπτουν οι τρεις συνιστώσες της με τους αντίστοιχους αδιάστατους συντελεστές:

Αντίσταση $D = q \cdot A \cdot c_d = \frac{\rho \cdot V_0^2}{2} \cdot A \cdot c_d \quad (7.1.5)$

Άωση $L = q \cdot A \cdot c_l = \frac{\rho \cdot V_0^2}{2} \cdot A \cdot c_l \quad (7.1.6)$

Πλευρική δύναμη $Y = q \cdot A \cdot c_y = \frac{\rho \cdot V_0^2}{2} \cdot A \cdot c_y \quad (7.1.7)$

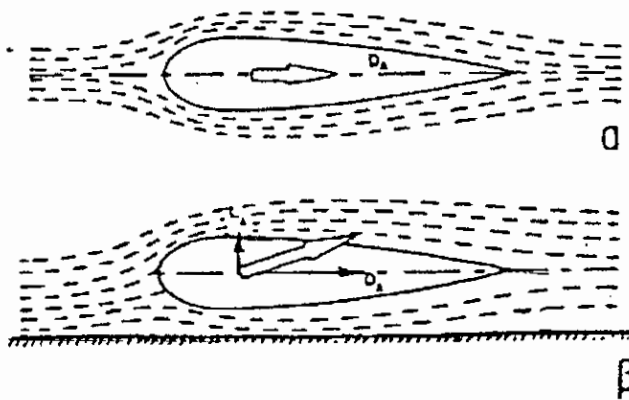
όπου c_d ο συντελεστής αεροδυναμικής αντίστασης (ή οπισθέλκουσας), c_l ο συντελεστής αεροδυναμικής άωσης και c_y ο συντελεστής πλευρικής δύναμης.



Σχήμα 7.3: Οι δυνάμεις και οι ροπές που ασκούνται στο αυτοκίνητο

Στο αυτοκίνητο, το κέντρο βάρους το οποίο αποτελεί την αρχή των αξόνων, γενικά δεν συμπίπτει με το κέντρο των πιέσεων στο οποίο εφαρμόζεται η αεροδύναμη. Έτσι δημιουργούνται και τρεις ροπές, οι οποίες τείνουν να περιστρέψουν το όχημα γύρω από τους τρεις άξονες του συστήματος συντεταγμένων. Στο σχήμα 7.3 φαίνονται το σύστημα συντεταγμένων, το κέντρο βάρους (C.G.), το κέντρο των πιέσεων (C.P.), η αεροδύναμη, οι συνιστώσες της και οι τρεις ροπές που αναπτύσσονται.

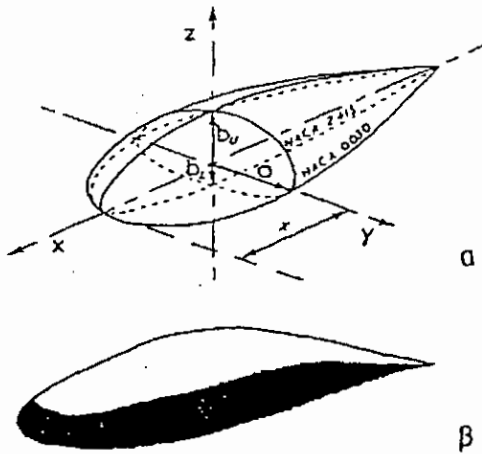
Η αεροδυναμική μελέτη ενός σώματος, γενικά αποβλέπει στην κατάλληλη εκμετάλλευση κάποιων από τις συνιστώσες της αεροδύναμης ή των δημιουργούμενων ροπών. Έτσι, στις πτέρυγες των αεροσκαφών επιδιώκεται η μείωση της αντίστασης και η αύξηση της άνωσης, στους ελιγμούς των αεροπλάνων η ανάπτυξη κατάλληλων ροπών, ενώ στη λειτουργία των αερόφρενων η αύξηση της αντίστασης. Σε ένα αυτοκίνητο, η αντίσταση δημιουργεί ανεπιθύμητη απώλεια ισχύος του κινητήρα, η άνωση μείωση της πρόσφυσης των τροχών με το δρόμο και η πλευρική δύναμη προβλήματα ευστάθειας και κατευθυντικότητας. Έτσι, στα αυτοκίνητα οι επιδιωκόμενοι στόχοι είναι η μείωση της αντίστασης και της πλευρικής δύναμης και η ανάπτυξη αρνητικής άνωσης, η οποία προστιθέμενη στο βάρος του αυτοκινήτου θα αυξήσει την πρόσφυση των τροχών. Παρ' όλο όμως που είναι γνωστό με ποιο τρόπο θα επιτευχθεί κάθε ένας από τους παραπάνω στόχους, ο ιδανικός συνδυασμός στα αυτοκίνητα παραγωγής είναι σχεδόν απραγματοποίητος.



Σχήμα 7.4: (α) Το πεδίο ροής γύρω από σώμα κινούμενο μέσα σε ρευστό άπειρης έκτασης

(β) Το πεδίο ροής γύρω από σώμα κινούμενο κοντά σε στερεό όριο

Το κυριότερο πρόβλημα είναι ότι το αυτοκίνητο είναι σώμα που κινείται συνεχώς κοντά σε σταθερό όριο, το έδαφος. Η παρουσία σταθερού ορίου, μεταβάλλει το πεδίο ροής γύρω από ένα σώμα ελάχιστης αντίστασης κινούμενο σε ρευστό άπειρης έκτασης, όπως δείχνει το σχήμα 7.4. Το σώμα του σχήματος 7.4α, λόγω συμμετρικότητας του πεδίου, παρουσιάζει μόνο αντίσταση, ενώ στο σχήμα 7.4β λόγω της γειννίας του σώματος με το έδαφος εμφανίζεται και άνωση. Για το λόγο αυτό έγιναν μελέτες για τον προσδιορισμό του ιδανικού σχήματος σώματος το οποίο κινούμενο σε απόσταση από το έδαφος ίση με αυτή των αυτοκινήτων, να παρουσιάζει ελάχιστη αντίσταση. Δύο τέτοιες μορφές "οχημάτων" παρουσιάζονται στο σχήμα 7.5, με συντελεστή οπισθέλκουσας $c_d=0,07$ (περίπτωση α) και $c_d=0,09$ (περίπτωση β). Ο προσδιορισμός τους έγινε πειραματικά και εκτός από τη μικρή απόσταση από το έδαφος, άλλο κριτήριο σχεδιάσής τους ήταν, η μέγιστη κάθετη εγκάρσια διατομή να είναι ανάλογη με την αντίστοιχη διατομή των τυπικών επιβατικών αυτοκινήτων.

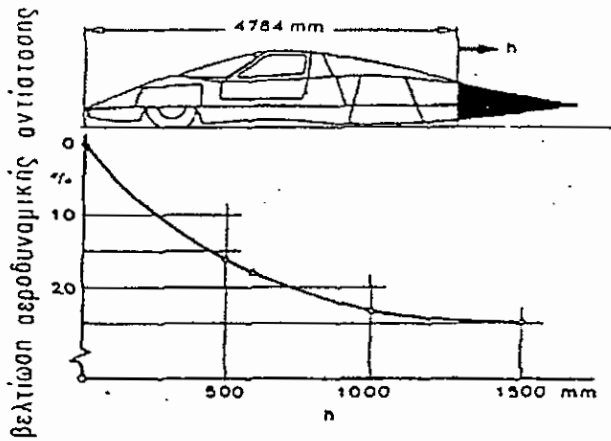


Σχήμα 7.5: Ιδανικά σώματα ελάχιστης αεροδυναμικής αντίστασης για κίνηση κοντά στο έδαφος

Ο προσδιορισμός των σχημάτων αυτών και η επίτευξη τόσο χαμηλών συντελεστών αεροδυναμικής αντίστασης δεν σημαίνει ότι το πρόβλημα έχει λυθεί. Ο λόγος είναι ότι ένα όχημα τέτοιας μορφής, ενώ θα παρουσίαζε ελάχιστη αντίσταση, θα είχε μηδενική άνωση, ενώ η προσθήκη των τροχών θα δημιουργούσε επιπλέον θετικές ανωστικές δυνάμεις. Οι απαιτήσεις ευστάθειας όμως επιβάλλουν την ανάπτυξη αρνητικών ανωστικών δυνάμεων.

Οι τρόποι με τους οποίους επιτυγχάνεται ο στόχος αυτός, που είναι οι διαμορφώσεις του αμαξώματος και η προσθήκη πτερυγίων ή αεροβοηθημάτων

(spoilers), έχουν ως αποτέλεσμα την αύξηση της αντίστασης. Παράλληλα, πρόσθετοι λειτουργικοί και κατασκευαστικοί λόγοι επιφέρουν μια επιπλέον σημαντική αύξηση της αντίστασης. Τέτοιοι λόγοι είναι η παρουσία των τροχών, οι εξωτερικοί καθρέφτες, οι υαλοκαθαριστήρες, οι προφυλακτήρες, το εσωτερικό πεδίο ψύξης του κινητήρα και των φρένων, καθώς και το κύκλωμα εξαερισμού ή θέρμανσης του χώρου των επιβατών. Στους κατασκευαστικούς λόγους περιλαμβάνονται η διαμόρφωση της κάτω επιφάνειας του οχήματος και η παρουσία διαφόρων διαβαθμίσεων, σχισμών ή οπών στην εξωτερική επιφάνειά του. Τέλος, εξαιτίας της απόκοψης της ουράς στο πίσω μέρος του οχήματος και της δημιουργούμενης αποκόλλησης της ροής, εμφανίζεται μια πρόσθετη σοβαρή αύξηση της αντίστασης των αυτοκινήτων, όπως φαίνεται και στο σχήμα 7.6.



Σχήμα 7.6: Η επίδραση της επιμήκυνσης του πίσω τμήματος h , στην εκατοστιαία βελτίωση της αεροδυναμικής αντίστασης

7.2 ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΚΑΙ ΑΝΩΣΗ

Όταν ένα αυτοκίνητο κινείται, η ισχύς του κινητήρα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να καλύπτει τις απώλειες που εμφανίζονται και με την επιπλέον διαθέσιμη από τον κινητήρα ισχύ, να επιταχύνει μέχρι την επιθυμητή για τον οδηγό ταχύτητα. Οι απώλειες σε ένα κινούμενο όχημα οφείλονται στις μηχανικές απώλειες και τις απώλειες λόγω της αεροδυναμικής αντίστασης. Οι μηχανικές απώλειες προέρχονται από την κίνηση διαφόρων μηχανικών τμημάτων στον κινητήρα και στο σύστημα μετάδοσης της κίνησης και από την κύλιση των τροχών στο οδόστρωμα.

Η σημασία της αντίστασης του αέρα είναι πολύ μεγάλη αφού ακόμα και για μικρές, για τα σημερινά δεδομένα ταχύτητες, όπως τα 80 χιλιόμετρα/ώρα, οι απώλειες ισχύος για την υπερνίκηση της αεροδυναμικής αντίστασης είναι μεγαλύτερες σε μέγεθος από τις αντίστοιχες σε ίδια ταχύτητα μηχανικές απώλειες. Σε ακόμα μεγαλύτερες ταχύτητες, η διαφορά σε μέγεθος των δύο αυτών απωλειών γίνεται πολύ μεγαλύτερη. Πράγματι, ενώ οι μηχανικές απώλειες είναι ανάλογες της ταχύτητας κίνησης, η αεροδυναμική αντίσταση είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας που σημαίνει ότι η αύξηση των αεροδυναμικών απωλειών σε σχέση με την ταχύτητα είναι πολύ πιο απότομη. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η αεροδυναμική αντίσταση είναι η διαμήκης συνιστώσα της αεροδύναμης που αντιτίθεται στην κίνηση του οχήματος και δίνεται από τη σχέση :

$$D = q \cdot A \cdot c_d = \frac{\rho \cdot V_0^2}{2} \cdot A \cdot c_d \quad (7.2.8)$$

Φαίνεται δηλαδή ότι είναι δυνατό να επηρεασθεί η τιμή της αντίστασης D μεταβάλλοντας τρεις παράγοντες, V_0 , A και c_d , δεδομένου ότι η πυκνότητα του αέρα ρ είναι σταθερή.

Από τους τρεις παράγοντες, η μείωση της ταχύτητας, V_0 , θα περιόριζε τη χρησιμότητα των αυτοκινήτων που είναι η γρήγορη διακίνηση ανθρώπων και εμπορευμάτων, ενώ η μείωση της μετωπικής επιφάνειας, A , περιορίζεται από τις απαιτήσεις χωρητικότητας και άνεσης των εσωτερικών χώρων των οχημάτων.

Καταλήγουμε έτσι στο συμπέρασμα ότι η μείωση της αεροδυναμικής αντίστασης μπορεί να επιτευχθεί με αντίστοιχη μείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας c_d . Η αντίσταση όμως, και κατά συνέπεια και ο συντελεστής αντίστασης, είναι άθροισμα πολλών επιμέρους παραγόντων που ο καθένας οφείλεται σε διαφορετικά αίτια.

ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΜΟΡΦΗΣ (FORM DRAG): Η αντίσταση μορφής δημιουργείται από το βασικό σχήμα του αυτοκινήτου και οφείλεται στη μεταφορά ορμής από το όχημα στον αέρα που το περιβάλλει και την αδυναμία του αέρα να ανακτήσει την πίεσή του λόγω της συνεκτικότητάς του. Τα αποτελέσματά της γίνονται φανερά στο πίσω μέρος του οχήματος με την έκταση του ομόρρου και την ένταση των στροβιλισμών του. Δύο καθοριστικά χαρακτηριστικά για την αντίσταση μορφής είναι το σχήμα του οχήματος στην κεντρική του γραμμή και η μορφή της μετωπικής επιφάνειάς του. Από τα δύο αυτά χαρακτηριστικά μπορεί να γίνει φανερός ο όγκος

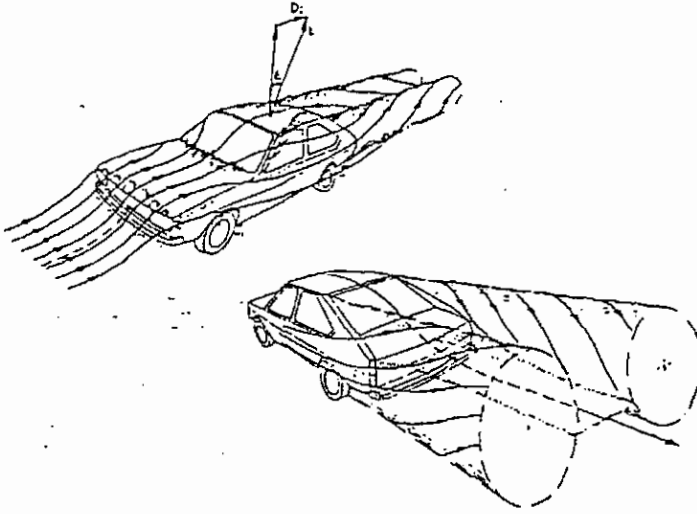
του αέρα που εκτοπίζεται από το σώμα κατά την κίνησή του και ανάλογα με τις κλίσεις των επιφανειών, το πόσο βίαια γίνεται αυτή η εκτόπιση.

ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΤΡΙΒΗΣ (SURFACE ή SKIN FRICTION): Καθώς ο αέρας περνάει πάνω από το εμπρός τμήμα του αυτοκινήτου αναπτύσσεται ένα οριακό στρώμα που περιβάλλει την επιφάνεια του οχήματος. Σχετικό με το πάχος του οριακού στρώματος που αναπτύσσεται, είναι το μέγεθος της δύναμης τριβής που ο αέρας εξασκεί πάνω στο κινούμενο όχημα. Είναι φανερό ότι η αντίσταση αυτή ελαχιστοποιείται με την κατασκευή ενός στενού και μικρού σώματος. Μια τέτοια όμως κατασκευή, πρακτικά δεν είναι αποδοτική. Ως εκ τούτου, οι απαιτήσεις μείωσης της αντίστασης τριβής ικανοποιούνται με την ομαλή διαμόρφωση του οχήματος, με ενιαία και ομαλή εξωτερική επιφάνεια χωρίς ασυνέχειες ώστε να αποφεύγονται οι αποκολλήσεις της ροής και η δημιουργία τυρβώδους πεδίου, και να διατηρείται σε όσο το δυνατό μεγαλύτερη έκταση στρωτή ροή γύρω από την επιφάνεια του οχήματος.

ΕΠΑΓΩΜΕΝΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ (INDUCED DRAG): Το τμήμα αυτό της αντίστασης σχετίζεται με τη δύναμη άνωσης που αναπτύσσεται στο όχημα και που οφείλεται στην εγκάρσια παραμόρφωση του πεδίου ροής πίσω από αυτό. Αιτία της παραμόρφωσης του πεδίου ροής είναι η ανάπτυξη εγκάρσιων στροβίλων οι οποίοι ξεκινώντας από το κάτω μέρος του οχήματος, όπου επικρατεί υπερπίεση, κατευθύνονται στο χώρο υποπίεσης στο επάνω μέρος του αυτοκινήτου. Καθώς όμως αυτό κινείται, οι στροβίλοι εκτείνονται στο πίσω μέρος του σχηματίζοντας το ζεύγος των "προσκολλημένων στροβίλων" όπως φαίνεται στο σχήμα 7.7. Αποτέλεσμα της ύπαρξης του ζεύγους αυτού των στροβίλων είναι, η απόκλιση των γραμμών ροής προς το έδαφος και η μεταβολή της γωνίας πρόσπτωσης του αέρα στο αυτοκίνητο. Έτσι, η αρχική δύναμη άνωσης κλείνει προς τα πίσω κατά μία γωνία (ϵ), ίση με τη μεταβολή της γωνίας πρόσπτωσης, δίνοντας μια οριζόντια συνιστώσα που είναι η επαγώμενη αντίσταση.

ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΑΛΛΗΛΕΠΗΡΑΣΗΣ (INTERFERENCE DRAG): Κάθε πρόσθετο αντικείμενο ή γενικά διαταραχή της λείας και ομαλής εξωτερικής επιφάνειας του αυτοκινήτου, όπως για παράδειγμα οι υαλοκαθαριστήρες και οι εξωτερικοί καθρέπτες, που εμποδίζει ή διαταράσσει την ομαλή ροή του αέρα, δημιουργεί μια πρόσθετη αντίσταση. Η αντίσταση αυτή των επιμέρους τμημάτων, επειδή προστίθεται στην αντίσταση του κύριου σώματος του οχήματος, πρέπει να

αναχθεί στην ίδια μετωπική επιφάνεια αναφοράς, δηλαδή τη μετωπική επιφάνεια ολόκληρου του οχήματος. Αν και ο υπολογισμός της αντίστασης των επιμέρους τμημάτων μπορεί να γίνει με απευθείας μέτρηση σε κατάλληλες μετρητικές διατάξεις, πρέπει να παίρνεται υπ' όψη και η αλληλεπίδραση του τοπικού πεδίου ροής γύρω από το επιμέρους τμήμα, με την κύρια ροή που περιρρέει το όχημα.



Σχήμα 7.7: Σχηματική παράσταση του πεδίου ροής γύρω από το αυτοκίνητο, παρατηρώντας το από δύο διαφορετικές όψεις

ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ (INTERNAL FLOW RESISTANCE):

Δημιουργείται από τον αέρα του εσωτερικού κυκλώματος, δηλαδή του κυκλώματος ψύξης του νερού, του λαδιού και των φρένων, καθώς και από το κύκλωμα εξαερισμού/κλιματισμού του χώρου των επιβατών. Αν και οι σημερινές ανάγκες των οχημάτων για ψύξη των κινητήρων είναι σημαντικά μικρότερες απ' ό,τι παλαιότερα, αφού τα συστήματα ψύξης είναι πολύ πιο εξελιγμένα και αποδοτικά, οι αναγκαίες για την ψύξη ποσότητες του αέρα είναι αρκετά μεγάλες. Συνεπώς, η μείωση της αντίστασης ως προς αυτόν τον παράγοντα, μπορεί να προέλθει κυρίως από τη μείωση της έκτασης των εισαγωγών, κάνοντας τη λειτουργία των συστημάτων ψύξης ακόμα πιο αποδοτική και συγχρόνως επιλέγοντας προσεκτικά τη θέση τοποθέτησής τους στην εξωτερική επιφάνεια του οχήματος. Ακόμα, η σημερινή τεχνολογία επιτρέπει την τοποθέτηση και λειτουργία αυτοματοποιημένων συστημάτων τα οποία αυξομειώνουν το άνοιγμα των αεραγωγών ανάλογα με την ταχύτητα του αυτοκινήτου

και τη θερμοκρασία του κινητήρα, βελτιστοποιώντας τη σχέση ψύξης του κινητήρα και αντίστασης του εσωτερικού πεδίου.

7.3 ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΟΧΗΜΑΤΟΣ

Τα πέντε προηγούμενα είδη αντίστασης προστίθενται και δίνουν την ολική αντίσταση που παρουσιάζει το όχημα. Είναι δηλαδή :

$$\sum D_i = \frac{\rho \cdot V_0^2}{2} \cdot A \cdot (\sum C_{di}) \quad (7.9)$$

Η ολική αυτή τιμή της αντίστασης υπολογίζεται κατά τις διάφορες πειραματικές ή θεωρητικές μελέτες. Η κάθε επιμέρους συνιστώσα D_i μπορεί να υπολογισθεί μόνο με ιδιαίτερες πειραματικές διατάξεις και προσεγγιστικούς υπολογισμούς. Χαρακτηριστικό παράδειγμα, στο οποίο φαίνεται καθαρά η επίδραση των μορφών αντίστασης που προαναφέρθηκαν, είναι η περίπτωση του πειραματικού μοντέλου **Banana Car**, του σχεδιαστικού οίκου Pininfarina που παρουσιάστηκε το 1978 και βασίστηκε σε έρευνες του καθηγητή Morelli. Η αρχική μορφή του μοντέλου, χωρίς κατασκευαστικές λεπτομέρειες, έδωσε ένα πολύ χαμηλό συντελεστή αντίστασης, περίπου 0,16. Η τοποθέτηση συστήματος ψύξης, υαλοκαθαριστήρων και εξωτερικού καθρέφτη, ανέβασε τον αρχικό συντελεστή στο 0,23. Η παραπέρα διαμόρφωση του μοντέλου σύμφωνα με τις κατασκευαστικές πλέον απαιτήσεις, δηλαδή η τοποθέτηση μηχανικών τμημάτων στο κάτω μέρος, η τοποθέτηση αρμών στα παράθυρα, τα κενά στις πόρτες και η τοποθέτηση φωτιστικών σωμάτων, ανέβασαν τον αρχικό συντελεστή γύρω στο 0,28, μια τιμή που στο τέλος της δεκαετίας του '80, είχαν πολλά πλέον μοντέλα παραγωγής.

7.3.1 Παράγοντες που επηρεάζουν την αεροδυναμική αντίσταση

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι κυριότεροι παράγοντες που συμβάλλουν στην αύξηση ενός ή περισσότερων μορφών αντίστασης, όπως επίσης και στη διαμόρφωση της τιμής της δύναμης άωσης.

Καταρχήν, επειδή ο αέρας δεν είναι ιδανικό ρευστό κατά την κίνησή του αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής, με αποτέλεσμα την ανάπτυξη οριακού στρώματος πάνω στα στερεά όρια τα οποία περιρρέει. Μέσα στην περιοχή του οριακού στρώματος παρατηρείται μεταβολή της ταχύτητας, ξεκινώντας από τη μηδενική τιμή

πάνω στο σώμα και φθάνοντας την τιμή της ταχύτητας στην αδιατάρακτη ροή στο όριο του οριακού στρώματος. Όταν η μεταβολή αυτή της ταχύτητας κοντά στο στερεό όριο είναι απότομη, η αναπτυσσόμενη τριβή στο ρευστό είναι μεγάλη και το οριακό στρώμα είναι τυρβώδες. Όταν η μεταβολή είναι μικρή, η τριβή είναι επίσης μικρή και το οριακό στρώμα είναι στρωτό. Στην περίπτωση του αυτοκινήτου, το οριακό στρώμα είναι κυρίως τυρβώδες, με εξαίρεση ίσως την περιοχή πάνω από το χώρο της μηχανής στο εμπρός μέρος. Σε όλη την υπόλοιπη επιφάνεια του αυτοκινήτου το οριακό στρώμα είναι τυρβώδες, αφού μάλιστα το σχήμα του αυτοκινήτου, αλλά και οι συνθήκες του περιβάλλοντος κοντά στην επιφάνεια του εδάφους ευνοούν την πρόωρη μετάβαση της στρωτής ροής σε τυρβώδη.

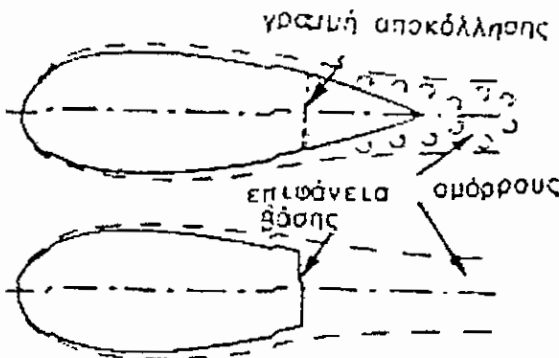
Το πάχος του οριακού στρώματος εξαρτάται κυρίως από την τοπική ταχύτητα και συνεπώς από το σχήμα του αυτοκινήτου. Στο εμπρός μέρος του αυτοκινήτου η μορφή του έχει ως αποτέλεσμα την επιτάχυνση της ροής και συνεπώς, σύμφωνα με τη σχέση του Bernoulli, η πίεση θα είναι μικρή. Από το μέσο περίπου του αυτοκινήτου και μετά, η κλίση των επιφανειών του προκαλεί επιβράδυνση της ροής και αύξηση της πίεσης. Καθώς η πίεση του αέρα αυξάνει, η κλίση της ταχύτητας μέσα στο οριακό στρώμα μειώνεται, φθάνοντας σε ένα σημείο μηδενισμού, και στη συνέχεια αναστροφής του προσήμου της, με συνέπεια και την αναστροφή του διανύσματος της ταχύτητας. Στο σημείο αυτό η ροή αποκολλάται από την επιφάνεια του αυτοκινήτου, σχηματίζοντας τις περιοχές αποκολλημένης ροής γύρω από το κινούμενο σώμα. Σημεία αποκόλλησης της ροής μπορούν να εμφανισθούν και σε άλλα σημεία του αυτοκινήτου όπου υπάρχει μείωση της ταχύτητας.

Σημαντικότερες περιοχές αποκολλημένης ροής είναι το εμπρός μέρος στην περιοχή πρόσπτωσης της ροής στο όχημα καθώς και το σημείο ένωσης του εμπρός παραθύρου με το χώρο της μηχανής. Και στις δύο αυτές περιοχές δίνεται ιδιαίτερη προσοχή κατά το σχεδιασμό του αυτοκινήτου, δίνοντας μεγάλη κλίση στο εμπρός παράθυρο (πάνω από 60 μοίρες), διαμορφώνοντας κατάλληλα το καπό της μηχανής στο σημείο της ένωσης με το παράθυρο, καλύπτοντας συγχρόνως και τους υαλοκαθαριστήρες οι οποίοι επιτείνουν την εμφάνιση αποκόλλησης, και τέλος, στρογγυλοποιώντας το εμπρός μέρος του οχήματος και καλύπτοντας τα ανοίγματα στα φώτα και στον προφυλακτήρα. Οι περιοχές που προαναφέρθηκαν, είναι κατά κύριο λόγο κατάλληλες για την τοποθέτηση των αεραγωγών για το σύστημα ψύξης και κλιματισμού, αφού στις θέσεις αυτές η πίεση είναι μεγάλη και συνεπώς η λειτουργία των συστημάτων αυτών είναι πιο αποδοτική. Παράλληλα, η εισροή αέρα

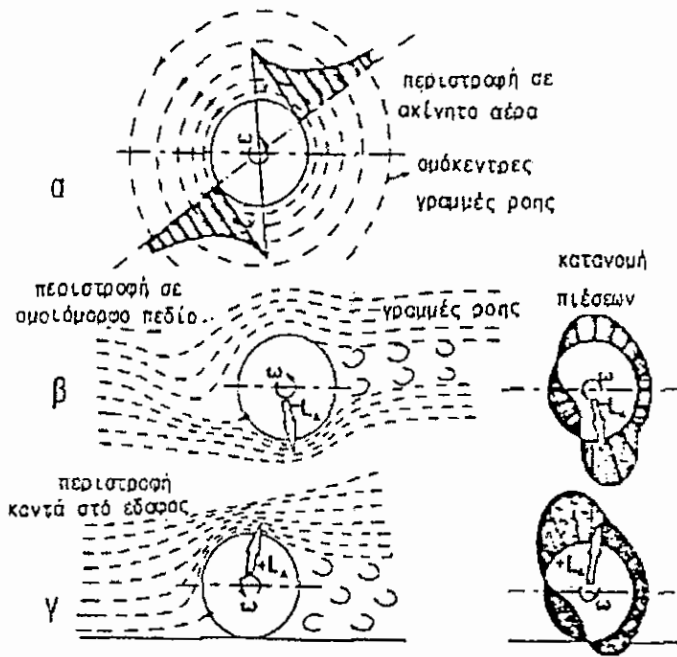
από τις περιοχές αυτές απορροφά το οριακό στρώμα εξομαλύνοντας τη ροή γύρω από το όχημα.

Στην περιοχή του ομορου, στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου, η πίεση είναι συνήθως ομοιόμορφη και μικρότερη της πίεσης στο εμπρός μέρος. Αποτέλεσμα της διαφοράς πίεσης είναι η εμφάνιση μιας δύναμης αντίθετης φοράς προς την κίνηση του αυτοκινήτου. Ένα ευνοϊκό αποτέλεσμα της αποκόλλησης της ροής στο πίσω μέρος, που είναι αναπόφευκτη, και της δημιουργίας ομόρρου, είναι ότι γίνεται περιττή η διαμόρφωση του οχήματος πέρα από τη γραμμή αποκόλλησης στο πίσω μέρος, σύμφωνα με το ιδανικό σχήμα. Αυτό σημαίνει ότι μπορεί να απομακρυνθεί η ουρά του σώματος, όπως φαίνεται και στο σχήμα 7.8, χωρίς να επέρχεται μεταβολή των αεροδυναμικών χαρακτηριστικών του. Η γραμμή αποκόλλησης ορίζει την επιφάνεια βάσης, το μέγεθος της οποίας έχει μεγάλη σημασία σε ότι αφορά την αεροδυναμική αντίσταση ενός αυτοκινήτου.

Σκοπός των σχεδιαστών, για να επιτευχθεί μικρή αεροδυναμική αντίσταση, είναι η μετακίνηση της γραμμής αποκόλλησης όσο το δυνατόν πιο κοντά στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου, ώστε η επιφάνεια βάσης να είναι όσο το δυνατό μικρότερη και η πίεση στον ομόρρο, η πίεση βάσης, να είναι όσο το δυνατό μεγαλύτερη.



Σχήμα 7.8: Απόκοψη ουράς, επιφάνεια βάσης και διαμόρφωση της ροής για συνεκτικό ρευστό



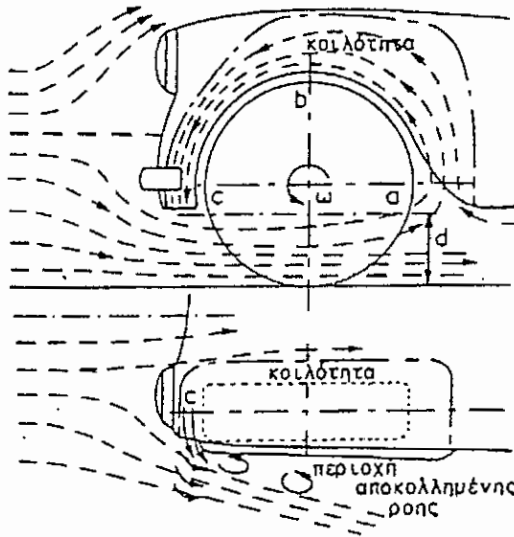
Σχήμα 7.9: Το πεδίο ροής και η κατανομή της πίεσης γύρω από περιστρεφόμενο τροχό

- (α) Σε ακίνητο αέρα, σχετική μεταφορική κίνηση αέρα-τροχού ίση με μηδέν
- (β) Η μεταφορική κίνηση γίνεται σε ομοιόμορφο πεδίο άπειρης έκτασης
- (γ) Η παρουσία του εδάφους δημιουργεί σημαντικές μεταβολές του πεδίου

Ένας σημαντικός παράγοντας που επηρεάζει άμεσα τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά ενός αυτοκινήτου, είναι η παρουσία των τροχών και η κίνηση του αυτοκινήτου σε μικρή απόσταση από το έδαφος, σχήμα 7.10. Οι τροχοί μπορούν να θεωρηθούν κύλινδροι μικρού πλάτους οι οποίοι περιστρέφονται ενώ εκτελούν συγχρόνως και μεταφορική κίνηση. Στην περίπτωση αυτή και σύμφωνα με το θεώρημα **Magnus**, θα έπρεπε να δημιουργείται μια δύναμη κάθετη στη διεύθυνση της μεταφορικής κίνησης και με κατεύθυνση προς τα κάτω. Η παρουσία όμως του εδάφους, εμποδίζει τον αέρα να περάσει από το κάτω μέρος των τροχών, δημιουργώντας έτσι ένα διαφορετικό πεδίο γύρω τους με συνέπεια, η δύναμη **Magnus** να κατευθύνεται προς τα επάνω.

Για να μειωθεί η επίδραση του φαινομένου αυτού που αυξάνει την άνωση και μειώνει την πρόσφυση των τροχών, γίνεται προσπάθεια ώστε οι τροχοί να καλύπτονται όσο το δυνατόν περισσότερο από το αμάξωμα. Έτσι δημιουργείται μια κοιλότητα μέσα στην οποία κινείται ο τροχός μαζί με μια μάζα αέρα που τον ακολουθεί στην περιστροφή του, σχήμα 7.10. Ο περιστρεφόμενος αέρας αυξάνει την αεροδυναμική αντίσταση, ενώ όταν φεύγει έξω από την κοιλότητα στο εμπρός μέρος

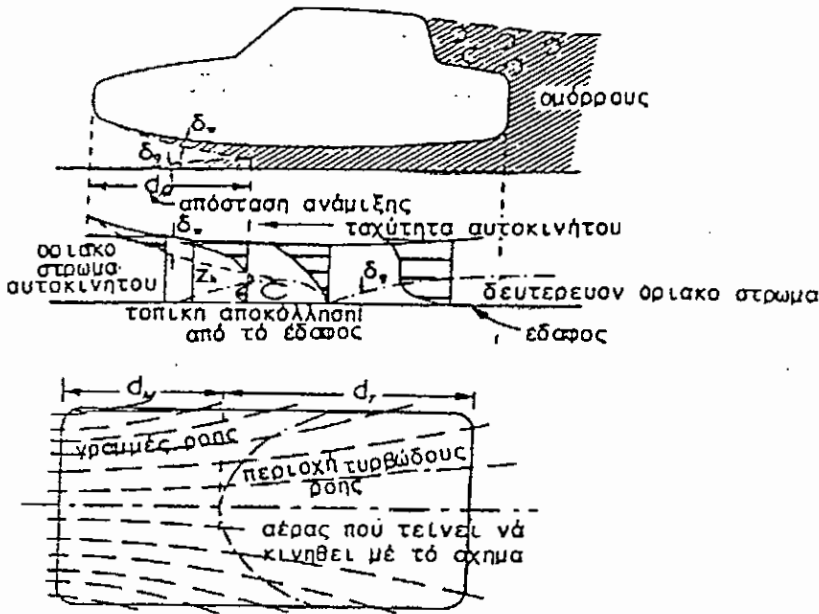
του τροχού, αλληλεπιδρά με την κύρια ροή του αυτοκινήτου, δημιουργώντας ένα χώρο αποκολλημένης ροής στην περιοχή αμέσως μετά τον τροχό.



Σχήμα 7.10: Σχηματική παράσταση του πεδίου ροής μέσα στην κοιλότητα του τροχού

Η κίνηση του αυτοκινήτου κοντά στο έδαφος δημιουργεί προβλήματα σημαντικά διαφοροποιημένα από αυτά που παρουσιάζει ένα σώμα κινούμενο μέσα σε ρευστό άπειρης έκτασης. Ο μικρός χώρος μεταξύ αυτοκινήτου και εδάφους και η έντονα ανώμαλη κάτω επιφάνεια του οχήματος έχουν ως συνέπεια τη δημιουργία σε μικρή απόσταση από τη μύτη του αυτοκινήτου, ενός χώρου όπου η ροή είναι τυρβώδης σχήμα 7.11. Ο αέρας στο χώρο αυτό σταδιακά επιβραδύνεται και στη συνέχεια παγιδευμένος ακολουθεί το αυτοκίνητο, αυξάνοντας την πίεση του χώρου αυτού. Αποτέλεσμα της αυξημένης πίεσης είναι αφενός η ανάπτυξη ανωστικής δύναμης και αφετέρου η δημιουργία εγκάρσιας ροής, καθώς ο αέρας κινείται προς τους πλευρικούς χώρους του αυτοκινήτου όπου η κύρια ροή κινείται γρήγορα και η πίεση είναι μικρή.

Η αλληλεπίδραση των δύο ροών έχει ως συνέπεια το σχηματισμό δύο στροβίλων που κατευθύνονται προς το πίσω μέρος του αυτοκινήτου. Δύο παρόμοιοι στρόβιλοι δημιουργούνται στο χώρο της διέδρης γωνίας μεταξύ του εμπρός καπό και του παρμπρίζ. Αυτοί οι στρόβιλοι αλληλεπιδρούν με τους δύο προηγούμενους στροβίλους, σχηματίζοντας το ζεύγος των προσκολλημένων στροβίλων στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου, μεταξύ των οποίων βρίσκεται ο τυρβώδης ομόρρους, σχήμα 7.7.



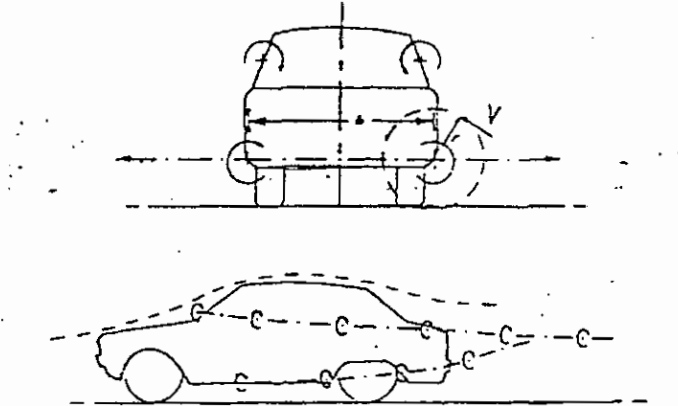
Σχήμα 7.11: Το πεδίο ροής στο κάτω μέρος του αυτοκινήτου

Όπως προαναφέρθηκε, οι προσκολλημένοι στρόβιλοι δημιουργούνται κατά ένα μεγάλο μέρος από την αυξημένη πίεση του κάτω μέρους του αυτοκινήτου. Η αυξημένη πίεση συμβάλλει στη δημιουργία άνωσης και κατά συνέπεια υπάρχει άμεση συσχέτιση των προσκολλημένων στροβίλων και της άνωσης. Η συσχέτιση είναι τέτοια, ώστε ένα αυτοκίνητο του οποίου ο ομόρρους δεν θα περιείχε το ζεύγος των προσκολλημένων στροβίλων θα ήταν σώμα κινούμενο χωρίς άνωση.

Προκύπτει έτσι το συμπέρασμα ότι σκοπός των σχεδιαστών πρέπει να είναι η απόλειψη ή έστω η μείωση των προσκολλημένων στροβίλων. Ωστόσο, η ύπαρξη των στροβίλων αυτών δεν έχει μόνο αρνητικά αποτελέσματα, καθώς η περιστρεφόμενη μάζα του αέρα που τους αποτελεί αλληλεπιδρά με τον αέρα που περνάει από την επάνω επιφάνεια του αυτοκινήτου. Η αλληλεπίδραση αυτή έχει ως συνέπεια την απόκλιση προς τα κάτω των γραμμών ροής του επάνω μέρους. Έτσι, ο αέρας μένει προσκολλημένος σε μεγαλύτερη έκταση στην επάνω επιφάνεια του οχήματος, με αποτέλεσμα τη μετατόπιση προς τα πίσω της γραμμής αποκόλλησης, τη μείωση της επιφάνειας βάσης και τη μείωση της διατομής του ομόρρου.

Όλα αυτά συνεπάγονται, με βάση τα όσα έχουν ήδη αναφερθεί, τη μείωση της αντίστασης του οχήματος. Ο σχηματισμός ή απόλειψη των προσκολλημένων στροβίλων επιδιώκεται ανάλογα με το είδος του αυτοκινήτου. Στα αυτοκίνητα αγώνων όπου προέχει η μειωμένη άνωση, οι στρόβιλοι περιορίζονται στο ελάχιστο. Αντίθετα, δεν περιορίζονται στα επιβατικά αυτοκίνητα παραγωγής όπου έχει

μεγαλύτερη σημασία η μειωμένη αντίσταση και η μικρή κατανάλωση, ενώ οι ταχύτητες κίνησης είναι σχετικά μικρές και η άνωση δεν είναι απαραίτητο να παίρνει πολύ μικρές τιμές. Παρ' όλα αυτά όμως, οι απαιτήσεις μειωμένης άνωσης δεν είναι ανύπαρκτες και στα αυτοκίνητα παραγωγής και στο σημείο αυτό οι σχεδιαστές έχουν να αντιμετωπίσουν δύο σημαντικά, αντικρουόμενα προβλήματα.

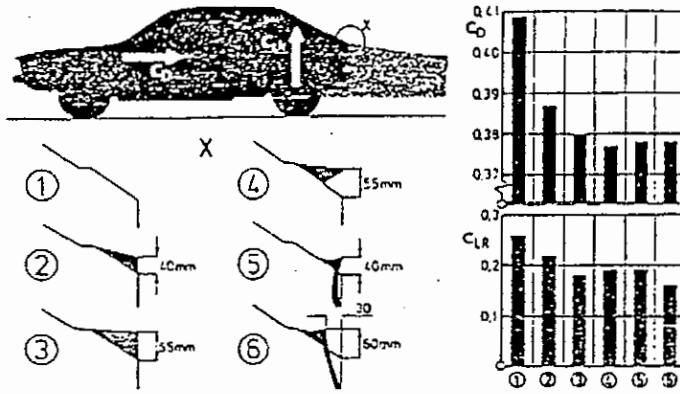


Σχήμα 7.12: Το πεδίο στροβίλων γύρω από το αυτοκίνητο

7.3.2. Επίδραση των διαμορφώσεων (spoilers) στην αεροδυναμική του Αυτοκινήτου

Εξετάζοντας την αντίσταση, αναφέρθηκε ότι μπορεί να επιτευχθεί μικρός συντελεστής αντίστασης διαμορφώνοντας λείες και συνεχείς επιφάνειες. Στην περίπτωση αυτή ο αέρας ρέει ομαλά και γρήγορα, ενώ περιορίζονται οι παράγοντες που επαυξάνουν τις επιδράσεις συνεκτικότητας. Έτσι, η ομαλή επάνω επιφάνεια του αυτοκινήτου λόγω της υπερτάχυνσης του αέρα καλύπτεται από ένα πεδίο χαμηλών πιέσεων. Παράλληλα όμως, αναφέρθηκε ότι στο κάτω μέρος του οχήματος ο αέρας επιβραδύνεται με άμεση συνέπεια την αύξηση της πίεσης στο χώρο αυτό. Αποτέλεσμα των δύο αυτών δράσεων είναι η δημιουργία θετικής ανωστικής δύναμης και συνεπώς, η μείωση της δύναμης επαφής του αυτοκινήτου με τον δρόμο αφού ισχύει η σχέση :

$$(\text{φορτίο τροχών}) = (\text{βάρους αυτοκινήτου}) - (\text{άνωση})$$



Σχήμα 7.13: Η μεταβολή των συντελεστών αντίστασης C_d και άνωσης C_l σαν συνάρτηση του ύψους και της μορφής της πίσω διαμόρφωσης (spoiler)

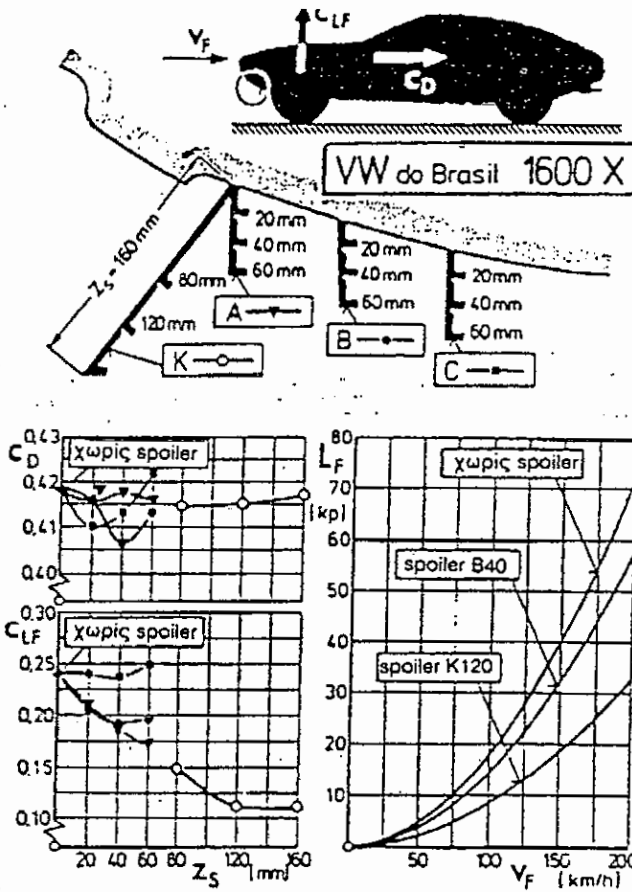
Οι περιοχές αποκόλλησης στην επάνω επιφάνεια αντιπροσωπεύουν απώλεια ισχύος και επομένως αύξηση της κατανάλωσης καυσίμων. Συγχρόνως όμως, είναι χώροι μεγάλης πίεσης και επομένως βοηθούν στη μείωση της άνωσης. Τέτοιοι χώροι σχηματίζονται μπροστά από το εμπρός παρμπρίζ και, όταν η ουρά του αυτοκινήτου έχει κατάλληλη διαμόρφωση, πάνω από το πίσω καπό. Κατάλληλη διαμόρφωση για την επίτευξη του τελευταίου είναι ο σχηματισμός οξείας γωνίας στην πίσω εγκάρσια ακμή ή καλύτερα, η προσθήκη μιας υπερυψωμένης ακμής, αν δεν τη σχηματίζει το αμάξωμα.

Με τη διαμόρφωση αυτή επιτυγχάνεται μείωση της ταχύτητας του αέρα στο πίσω μέρος, λίγο πριν από την άκρη του αυτοκινήτου, δημιουργία συνθηκών αποκόλλησης παρόμοιες με αυτές που δημιουργούνται στην ένωση του εμπρός παραθύρου με το καπό της μηχανής, αύξηση της πίεσης στο πίσω μέρος και μείωση της άνωσης του αυτοκινήτου.

Συγχρόνως, επιδιώκεται η κατάλληλη διαμόρφωση της κάτω επιφάνειας του αυτοκινήτου, ώστε η ροή να μην επιβραδύνεται, αλλά, αντίθετα, κινούμενη γρήγορα, να έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της πίεσης στο χώρο αυτό. Αυτό επιτυγχάνεται με την κάλυψη της κάτω επιφάνειας με ένα όσο το δυνατόν ενιαίο κάλυμμα, συνήθως από πλαστικό, ώστε να μειωθεί η τραχύτητα της επιφάνειας αυτής και τη σύνδεση του κάτω χώρου, όπου επικρατεί υπερπίεση, με το χώρο του ομόρρου όπου η πίεση είναι χαμηλή. Η σύνδεση γίνεται με τη βαθμιαία ανύψωση της κάτω επιφάνειας καθώς εκτείνεται προς τα πίσω. Έτσι επιδιώκεται εξίσωση των πιέσεων στους δύο αυτούς χώρους, με σκοπό την επιθυμητή βελτίωση, εκτός από την άνωση και της αντίστασης του αυτοκινήτου.

Έχει υπολογισθεί ότι η δημιουργία ομαλής κάτω επιφάνειας μπορεί να βελτιώσει το συντελεστή άνωσης μέχρι 20%. Επίσης, είναι χαρακτηριστικό ότι μια τέτοια διαμόρφωση θα βελτιώσει σημαντικά και την αεροδυναμική αντίσταση, αφού ο περιορισμός της επιβράδυνσης της ροής στον κάτω χώρο, θα μειώσει την έκταση της τυρβώδους περιοχής που δημιουργείται στο χώρο αυτό.

Προκειμένου να μειωθεί η αντίσταση τριβής στο κάτω μέρος του αυτοκινήτου συνήθως διαμορφώνεται κατάλληλα η κάτω επιφάνεια του εμπρός μέρους του. Η διαμόρφωση αυτή περιλαμβάνει συνήθως την προσθήκη ενός spoiler.



Σχήμα 7.14: Μεταβολές των συντελεστών C_D και C_L καθώς και της άνωσης του εμπρός άξονα, για διάφορες θέσεις και μεγέθη του εμπρός spoiler

Με μία τέτοια διαμόρφωση μειώνεται η αντίσταση τριβής του κάτω μέρους του αυτοκινήτου, μειώνεται η άνωση κυρίως στους εμπρός τροχούς, και αυξάνει η παροχή του αέρα που εισέρχεται στο χώρο της μηχανής. Συγχρόνως με τα θετικά αυτά αποτελέσματα εμφανίζεται μία αύξηση της αντίστασης πίεσης η οποία όμως είναι μικρότερη από τη μείωση της αντίστασης τριβής και συνεπώς το αποτέλεσμα της διαμόρφωσης αυτής είναι θετικό. Ωστόσο, αν η διαμόρφωση δεν μελετηθεί σωστά ως προς το μέγεθος, την κλίση, τη μορφή και τη θέση, η επίδρασή της μπορεί να έχει αρνητικά αποτελέσματα τουλάχιστον σε ότι αφορά στην αντίσταση του αυτοκινήτου. Στα σχήματα 7.13 και 7.14 φαίνεται η επίδραση της κλίσης και του μεγέθους μίας τέτοιας διαμόρφωσης στο συντελεστή αντίστασης και άνωσης των εμπρός τροχών για ένα συγκεκριμένο αυτοκίνητο.

Θα πρέπει εδώ να τονισθεί ότι οι διάφορες διαμορφώσεις που γίνονται ή προστίθενται στο αμάξωμα, σκοπό έχουν να βελτιώσουν την αεροδυναμική αντίσταση ή την άνωση, μεταβάλλοντας κατάλληλα το πεδίο που περιβάλλει το όχημα. Αντίθετα, όταν οι απαιτήσεις είναι ιδιαίτερα μεγάλες, όπως συμβαίνει με την αρνητική άνωση στα αυτοκίνητα αγώνων ταχύτητας, τότε χρησιμοποιούνται πιο δραστηκά μέσα. Σπουδαιότερα από αυτά είναι η προσθήκη ανεστραμμένων πτερύγων οι οποίες λειτουργώντας με την ίδια αρχή όπως και οι πτέρυγες των αεροπλάνων, δημιουργούν αρνητική άνωση. Ακόμα, μια συχνά εφαρμοζόμενη από τους κατασκευαστές μέθοδος είναι η δημιουργία κενού κάτω από το αυτοκίνητο με τη χρήση ανεμιστήρων και κατάλληλα διαμορφωμένων δαπέδων ώστε να μειωθεί η πίεση του χώρου αυτού.

Τέλος, πρέπει να παρατηρηθεί ότι ενώ είναι δυνατό να είναι γνωστά τα ακριβή αεροδυναμικά αποτελέσματα μιας μεμονωμένης διαμόρφωσης ή ενός στοιχείου, τα αποτελέσματα αυτά γίνονται τελείως διαφορετικά όταν η διαμόρφωση ή το στοιχείο βρεθούν στην επιφάνεια του αυτοκινήτου. Οι αλληλεπιδράσεις των τοπικών πεδίων μεταξύ τους και η επίδρασή τους με το κύριο πεδίο ροής, δημιουργούν πολύπλοκα φαινόμενα των οποίων η αναλυτική διερεύνηση είναι πολύ δύσκολη.

ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

- εφαρμογή χρήσης ανακυκλώσιμου υλικού
- υγειονομική ταφή απορριμάτων
- χρησιμοποίηση ηλιακής, αιολικής και γαιοθερμικής ενέργειας
- απαγόρευση κυκλοφορίας αεροζό, αφρών, σπρέυ που εκλύουν CFCs
- εισαγωγή στα σχολεία περιβαλλοντικής εκπαίδευσης

ΝΟΣΗΛΕΥΤΙΚΗ ΠΑΡΕΜΒΑΣΗ

- Ρόλος νοσηλευτή: πολύ σημαντικός.
- Αξιολογεί το πρόβλημα, ενημερώνει - διαφωτίζει το κοινό, διενεργεί υγειονομικές μελέτες, παρεμβαίνει έγκαιρα για αντιμετώπιση του προβλήματος.
- Κύριος άξονας νοσηλευτικής δράσης είναι να γνωρίσει ο πληθυσμός:
 - τι είναι περιβάλλον
 - τι είναι μόλυνση και τι ρύπανση περιβάλλοντος
 - τα αίτια της ρύπανσης
 - τι μας προσφέρει το περιβάλλον
 - την καταστροφή που δημιουργούμε σε αυτό με τις ενέργειές μας
 - Τα αποτελέσματα που επιφέρουν στην υγεία μας αυτές οι καταστροφές.
 - Με ποιό τρόπο μπορούμε να μετριάσουμε στο ελάχιστο αυτή την καταστροφή.

Ο νοσηλευτής στην Περιβαλλοντική Υγιεινή:

Κύριο μέλημα: η Αγωγή Υγείας με πρωτογενείς, δευτερογενείς και τριτογενείς παρεμβάσεις.

ΝΟΣΗΛΕΥΤΙΚ

Πρόβλημα ασθενούς	Αντικειμενικός σκοπός	Προγραμματισμός νοσηλευτικών ενεργειών	Εφαρμογή Νοσηλευτικού Προγράμματος	Αξιολόγηση Αποτελεσμάτων
<p>Ο ασθενής παρουσίασε εξωτερικά εγκαύματα εξαιτίας της ακτινοθεραπείας</p>	<p>Αντιμετώπιση εγκαύματος, ελλατώση μετακίνησης, εξασφάλιση συγκινησιακής υποστήριξης στον άρρωστο.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Συνεχής παρακολούθηση του δέρματος • Εφαρμογή στην περιοχή του εγκαύματος ειδικής κρέμας • Περιποίηση δέρματος και αποφυγή της ηλιακής ακτινοβολίας, της υψηλής θερμοκρασίας και των στενών ενδυμάτων • Πλησίασμα του αρρώστου και ενθάρρυνση για εξωτερίκευση των συναισθημάτων του • Ο ασθενής δεν πρέπει να μετακινείται πολύ 	<ul style="list-style-type: none"> • Παρακολουθείται συνεχώς η κατάσταση του ασθενή. Εφαρμόστηκε αλοιφή κορτιζονούχα SIIOSTERM στην περιοχή του εγκαύματος • Έγινε περιποίηση του δέρματος και πλύση αυτή. Αποφυγή της ηλιακής ενέργειας και της υψηλής θερμοκρασίας. • Ο ασθενής φορά άνετα ρούχα. • Έγινε συζήτηση με τον ασθενή και ψυχολογική ενθάρρυνσή του. • Ο ασθενής δε μετακινείται. 	<ul style="list-style-type: none"> • Ο ασθενής δεν έπαψε να νιώθει ανήσυχος και φοβισμένος.

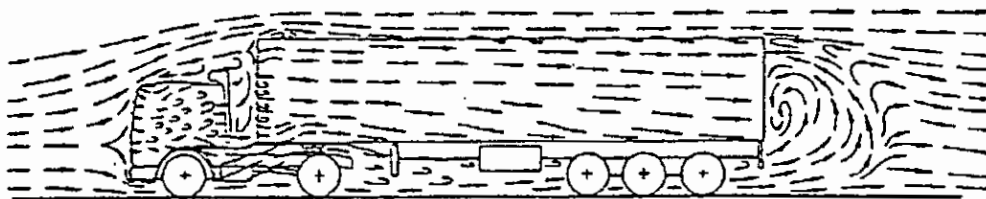
7.4 ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΜΕΓΑΛΩΝ ΦΟΡΤΗΓΩΝ ΑΥΤΟΚΙΝΗΤΩΝ

Από αυτά που αναφέρθηκαν για τα αεροδυναμικά φαινόμενα που δημιουργούνται γύρω από ένα κινούμενο όχημα, τα περισσότερα ισχύουν και στην περίπτωση των μεγάλων φορτηγών αυτοκινήτων και λεωφορείων. Ωστόσο, υπάρχουν και αρκετές διαφορές που παρουσιάζονται λόγω του σχήματος, του όγκου και του βάρους των οχημάτων αυτών. Περισσότερες διαφορές εμφανίζονται στους μεγάλους συνδυασμούς ρυμουλκού - ρυμουλκούμενου, ενώ αρκετές ομοιότητες με τα οχήματα αυτά ως προς το αεροδυναμικό πεδίο που δημιουργείται γύρω τους, συναντώνται και στους μικρότερους συνδυασμούς επιβατικού αυτοκινήτου και τροχόσπιτου.

Το αεροδυναμικό πεδίο γύρω από ένα μεγάλο ρυμουλκό - ρυμουλκούμενο όχημα είναι αρκετά πολύπλοκο αφού είναι δύο μη αεροδυναμικά σώματα (**bluff ή blunt bodies**), σώματα με ακμές και επιφάνειες κάθετες στη ροή το ένα πίσω από το άλλο, σε μικρή απόσταση μεταξύ τους και κοντά στο έδαφος. Τα δύο αυτά σώματα έχουν το ίδιο πλάτος, αλλά γενικά διαφορετικό ύψος. Η διαφορά του ύψους καθώς και η μεταξύ τους απόσταση δεν είναι ίδια σε όλα τα οχήματα του τύπου αυτού, με αποτέλεσμα την εμφάνιση διαφορετικών κάθε φορά προβλημάτων.

Το κύριο πρόβλημα που αντιμετωπίζεται στην περίπτωση αυτή προέρχεται από την αλληλεπίδραση των πεδίων ροής που περιβάλλουν τα δύο οχήματα, ρυμουλκό και ρυμουλκούμενο. Η αλληλεπίδραση αυτή έχει ως αποτέλεσμα να δημιουργείται γύρω από το δεύτερο (ρυμουλκούμενο) όχημα ένα πεδίο ροής τελείως διαφορετικό από εκείνο που θα υπήρχε αν το όχημα βρισκόταν μόνο του.

Συγκεκριμένα, όπως φαίνεται στο σχήμα 7.1, θεωρώντας μηδενική τη γωνία οριζόντιας απόκλισης και παραβλέποντας αρχικά τη ροή κάτω από το όχημα και προς το εσωτερικό του, ο επερχόμενος αέρας αποκολλάται στις εμπρός ακμές του ρυμουλκού, σχηματίζοντας τρεις περιοχές αποκολλημένης ροής, πάνω και πλάι από το χώρο οδήγησης.



Σχήμα 7.15: Σχηματική παράσταση της ροής τού αέρα γύρω από φορτηγό

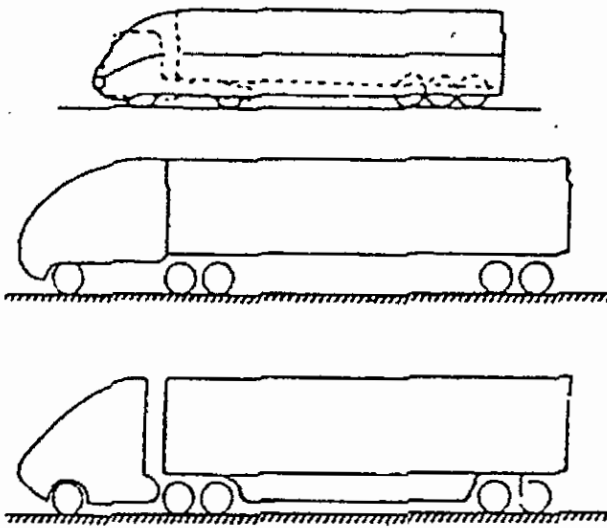
Ο αέρας που περνά πάνω από το χώρο οδήγησης συναντά την επιφάνεια του δεύτερου οχήματος που έχει συνήθως μεγαλύτερο ύψος από το πρώτο και σχηματίζεται μια περιοχή μεγάλης πίεσης ενώ ακολουθεί νέα αποκόλληση της ροής στην ακμή του δεύτερου οχήματος. Συγχρόνως, ένα μέρος του αέρα κινούμενο κάθετα κατευθύνεται προς το χώρο που σχηματίζεται μεταξύ των δύο οχημάτων. Ανάλογη είναι η συμπεριφορά του αέρα και στο πλάι του οχήματος όπου μετά την αποκόλληση της ροής στις εμπρός ακμές του πρώτου οχήματος, ο αέρας τείνει να κινηθεί προς τα κάτω και προς τον ενδιάμεσο μεταξύ των δύο οχημάτων χώρο. Επειδή τα δύο οχήματα έχουν το ίδιο περίπου πλάτος, η αποκόλληση στις κάθετες ακμές του δεύτερου οχήματος είναι μικρότερης έντασης σε σχέση με αυτήν στην επάνω ακμή. Σε αυτό συμβάλλει και το ρεύμα του αέρα που διαφεύγει προς τα έξω από τον ενδιάμεσο μεταξύ των δύο οχημάτων χώρο.

Από τα παραπάνω, γίνεται φανερό ότι η ροή που περιρρέει το ρυμουλκούμενο όχημα διαμορφώνεται απόλυτα από την παρουσία του ρυμουλκού. Παρατηρήθηκε δε ότι η ολική αντίσταση του συνδυασμού των δύο οχημάτων είναι μικρότερη από το άθροισμα των αντιστάσεων που θα παρουσίαζαν τα δύο σώματα κινούμενα χωριστά. Η συμβολή του καθενός στη διαμόρφωση της ολικής τιμής μεταβάλλεται και εξαρτάται από τη δημιουργία αποκολλημένης ροής στις ακμές του ρυμουλκού. Έχει βρεθεί ότι για τις διαμορφώσεις των σημερινών οχημάτων, χωρίς αεροδυναμικά βοηθήματα, η αντίσταση που οφείλεται στο ρυμουλκό μπορεί να φθάσει μέχρι και το 75% της ολικής αντίστασης.

Λόγω του μεγάλου βάρους των αυτοκινήτων αυτών, άνωσης δεν απασχολούν τους ερευνητές. Αντίθετα, το κύριο πρόβλημα μετατοπίζεται στην ομαλή διαμόρφωση του πεδίου ροής με τρόπο ώστε αφ'ενός να μειώνεται η αεροδυναμική αντίσταση και επομένως η κατανάλωση καυσίμων, και αφ' ετέρου να μη δημιουργούν προβλήματα ευστάθειας και ορατότητας στα άλλα οχήματα, ιδίως στα μικρά επιβατικά και στις μοτοσυκλέτες κατά τη συνάντηση ή την προσπέραση, με την εκτίναξη του αέρα στο εμπρός μέρος ή στον ομόρρου. Αν θέλαμε να έχουμε μια συγκριτική κλίμακα ως προς την αεροδυναμική αντίσταση, ένα όχημα τύπου ρυμουλκό-ημιρυμουλκούμενο, χωρίς κανένα αεροδυναμικό βοήθημα, θα αντιπροσώπευε τον αριθμό 83, όπου το 100 θα αντιστοιχούσε σε ένα παραλληλεπίπεδο εγκάρσιων διαστάσεων 245x410cm, κινούμενο στον αέρα με ταχύτητα περίπου 90 km/h. Στην ίδια κλίμακα, ένα αεροδυναμικά σχεδιασμένο

επιβατικό αυτοκίνητο, κινούμενο με την ίδια ταχύτητα, θα αντιπροσώπευε περίπου τον αριθμό 35.

Ο σκοπός κατασκευής και χρήσης των αυτοκινήτων αυτών είναι ευνόητο ότι δεν επιτρέπει τη μείωση της αντίστασης μειώνοντας τον όγκο και κατά συνέπεια τη μετωπική επιφάνεια. Έτσι, ο μόνος τρόπος για τη μείωση της αντίστασης στα οχήματα αυτά είναι η μείωση του συντελεστή αντίστασης.



Σχήμα 7.16 Ιδανικές μορφές μεγάλων φορτηγών για μειωμένη αεροδυναμική αντίσταση

7.4.1 Τρόποι μείωσης του συντελεστή αντίστασης

Η καλύτερη λύση θα ήταν η από την αρχή σχεδίαση και κατασκευή των αυτοκινήτων σύμφωνα με τις ιδανικές μορφές που παρουσιάζονται στο σχήμα 7.16. Η λύση όμως αυτή προς το παρόν είναι θεωρητική και μπορεί να αποτελέσει μόνο μακροπρόθεσμο στόχο. Βραχυπρόθεσμη υιοθέτησή της θα απαιτούσε την αχρήστευση όλων σχεδόν των εγκαταστάσεων κατασκευής των οχημάτων αυτών. Κατά συνέπεια το ερευνητικό ενδιαφέρον στράφηκε στην εξεύρεση τρόπων που είτε με μετατροπές του κύριου οχήματος είτε με την προσθήκη ειδικών αεροδυναμικών βοηθημάτων θα ήταν δυνατή η μείωση του συντελεστή αντίστασης.

Εξετάζοντας τη ροή του αέρα παρατηρούνται τα εξής. Μια σημαντική διαφορά που έχουν τα αυτοκίνητα αυτά από τα μικρότερα φορτηγά ή από τα λεωφορεία που επίσης είναι μη-αεροδυναμικά σώματα είναι το διάκενο μεταξύ των δύο οχημάτων,

ρυμουλκού και ημιρυμουλκούμενου. Το πλάτος του διακένου αυτού δεν ρυθμίζεται από κανονισμούς και διατάξεις και συνήθως είναι το μικρότερο δυνατό που δεν εμποδίζει την ελεύθερη στροφή του ρυμουλκού προς το ημιρυμουλκούμενο όχημα.

Μια ελάχιστη τιμή της αντίστασης του συνδυασμού παρουσιάζεται όταν το διάκενο έχει μηδενικό πλάτος. Στην συνέχεια αυξάνοντας την τιμή του μειώνεται η αλληλεπίδραση των δύο οχημάτων με αποτέλεσμα την αύξηση της αντίστασης και την μεταβολή της κατανομής της στα δυο σώματα. Η αύξηση αυτή οφείλεται στη μεταβολή του πεδίου πιέσεων γύρω από το ημιρυμουλκούμενο κυρίως, κατά τέτοιο τρόπο ώστε να αυξάνει η αντίσταση του και επομένως η αντίσταση του συνδυασμού των δύο οχημάτων. Η αύξηση μπορεί να φθάσει μέχρι 20% της τιμής για διάκενο μηδενικού πλάτους, όταν αυτό πάρει τιμές λίγο μεγαλύτερες του πραγματικού άνω ορίου που είναι περίπου 1,3m.

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, χαρακτηριστικό των οχημάτων αυτών είναι ότι η ολική τιμή της αεροδυναμικής αντίστασης προκύπτει από το συνδυασμό των δύο οχημάτων καθώς κινούνται μαζί και συνεπώς εμφανίζεται μεγάλη αλληλεπίδραση των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών μορφής του κάθε σώματος ξεχωριστά. Για να γίνει σαφέστερο αυτό αναφέρονται τα ακόλουθα. Μεγάλη αποκόλληση της ροής στο ρυμουλκό δημιουργεί ομόρρου για το όχημα αυτό μεγάλης διατομής και μικρής πίεσης. Τότε η αντίσταση του ρυμουλκού έχει σημαντικά υψηλή τιμή. Το ημιρυμουλκούμενο όμως που ακολουθεί έχει το εμπρός του μέρος να κινείται σε χώρο μειωμένης πίεσης, που είναι ο ομόρρους του πρώτου οχήματος, με αποτέλεσμα η δική του αντίσταση να είναι αρκετά χαμηλή.

Αντίθετα, η δημιουργία ομαλής ροής στις επιφάνειες του ρυμουλκού μειώνει την αντίστασή του αλλά εκθέτει μεγαλύτερες επιφάνειες του ημιρυμουλκούμενου στη ροή του αέρα αυξάνοντας τη δική του αντίσταση. Τα ίδια φαινόμενα παρατηρούνται και με τις υπερυψωμένες εξατμίσεις ή αεραγωγούς για τον κινητήρα που συνήθως βρίσκονται στο ρυμουλκό πίσω από το χώρο οδήγησης. Η επίδραση των εξαρτημάτων αυτών αυξάνει την αντίσταση του ρυμουλκού ενώ αντίθετα μειώνει την αντίσταση του ημιρυμουλκούμενου. Αυτό συμβαίνει πιθανόν γιατί μεγάλη έκταση του επάνω μέρους της μετωπικής επιφάνειας του δεύτερου οχήματος προστατεύεται κατά κάποιο τρόπο από την προσπίπτουσα ροή. Επίσης, η τύρβη του ομόρρου των υπερυψωμένων αυτών εξαρτημάτων, ενεργεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε να αυξάνεται η τύρβη του οριακού στρώματος του δεύτερου οχήματος, με συνέπεια τον περιορισμό της αποκόλλησης της ροής στο εμπρός τμήμα της επιφάνειάς του. Ωστόσο, η μείωση

της αντίστασης του ρυμουλκούμενου σε μια τέτοια περίπτωση είναι σημαντικά μικρότερη από την αντίστοιχη αύξηση της αντίστασης του ρυμουλκού και έτσι γενικά περιορίζεται ο αριθμός και το μέγεθος των υπερυψωμένων εξαρτημάτων του πρώτου οχήματος που διαταράσσουν την ομαλή προς το δεύτερο ροή.

Αυτό λοιπόν που απομένει στο σχεδιαστή ενός τέτοιου συνδυασμού οχημάτων είναι να βρει τις κατάλληλες μορφές ώστε το άθροισμα των τιμών των δύο αεροδυναμικών αντιστάσεων να είναι ελάχιστο. Ο στόχος αυτός δεν είναι αδύνατο να επιτευχθεί και η καλύτερη λύση είναι η δημιουργία στρωτής ροής γύρω από το ρυμουλκό ώστε οι επιφάνειες του ημιρυμουλκούμενου που ακολουθούν να μπορούν να θεωρηθούν σαν συνέχεια των πρώτων. Έτσι, η ροή του αέρα θα είναι συνεχής και στρωτή σε ολόκληρο το συνδυασμό των δύο οχημάτων. Αυτό ακριβώς συμβαίνει και στα ιδανικά οχήματα που παρουσιάζονται στο σχήμα 7.16.

Για τα αυτοκίνητα που ήδη υπάρχουν ή κατασκευάζονται, αυτό επιδιώκεται με διάφορα πρόσθετα αεροδυναμικά βοηθήματα ή με μικρές μετατροπές του σχήματος που είναι κυρίως η αύξηση της καμπυλότητας των ακμών των μετωπικών επιφανειών του ρυμουλκού και του ρυμουλκούμενου. Πιο συγκεκριμένα, οι περιοχές των σημερινών αυτοκινήτων όπου μπορεί να γίνει επέμβαση για τη μείωση της αεροδυναμικής αντίστασης, είναι:

- α) Κύριες περιοχές,** δηλαδή οι γωνίες και οι ακμές της μετωπικής επιφάνειας του ρυμουλκού, η οροφή του θαλάμου οδήγησης, το διάκενο μεταξύ του πρώτου και του δεύτερου οχήματος και τέλος οι γωνίες και ακμές της μετωπικής επιφάνειας του ημιρυμουλκούμενου.
- β) Δευτερεύουσες περιοχές,** δηλαδή οι γωνίες και οι ακμές της πίσω επιφάνειας του δεύτερου οχήματος και η προς τα κάτω επέκταση των πλαϊνών επιφανειών των δύο οχημάτων.

Ο διαχωρισμός σε κύριες και δευτερεύουσες περιοχές έγινε με κριτήρια είτε το μέγεθος της βελτίωσης που επέρχεται στην αντίσταση είτε την πρακτικότητα που προσφέρουν οι ανάλογες λύσεις. Το δεύτερο αυτό κριτήριο της πρακτικότητας είναι πολύ σημαντικό για τους παρακάτω λόγους :

- Τα πρόσθετα αεροδυναμικά βοηθήματα πρέπει να είναι απλά στην κατασκευή τους, φθηνά ως προς το κόστος τους και εύκολα στην προσαρμογή ή αποσυναρμολόγησή τους.

- Δεν πρέπει να επηρεάζουν την ευστάθεια και την κατευθυντικότητα του αυτοκινήτου πράγμα που σημαίνει ότι πρέπει να είναι όσο το δυνατόν πιο αποτελεσματικά και όταν ο αέρας προσπίπτει με κάποια γωνία οριζόντιας απόκλισης ως προς τη διεύθυνση κίνησης του οχήματος.
- Δεν πρέπει να επηρεάζουν τις δυνατότητες φόρτωσης και εκφόρτωσης του αυτοκινήτου, παρεμποδίζοντας την πρόσβαση στους χώρους φόρτωσης ή περιορίζοντας τον όγκο των χώρων αυτών. Επίσης δεν πρέπει να περιορίζουν την ορατότητα του οδηγού μειώνοντας το οπτικό του πεδίο.
- Τέλος, η εγκατάσταση ή αφαίρεση τους δεν πρέπει να απαιτεί ειδικές γνώσεις ούτε η συντήρησή τους να είναι προβληματική. Η μορφή τους πρέπει να επιτρέπει την τοποθέτησή τους σε πολλούς τύπους οχημάτων της κατηγορίας αυτής, ενώ θα πρέπει να είναι το ίδιο αποτελεσματικά ή περίπου ίδια, και όταν το ρυμουλκό κινείται μόνο του, χωρίς το δεύτερο όχημα πίσω του.

Ως προς την απλή μετατροπή της μορφής της μετωπικής επιφάνειας του πρώτου οχήματος που συνίσταται στη δημιουργία κλίσης προς τα πίσω, βρέθηκε από μελέτες ότι η λύση αυτή είναι λιγότερο αποτελεσματική από την στρογγύλευση των ακμών.

7.4.1 Λύσεις που χρησιμοποιούνται σήμερα για την μείωση του συντελεστή Αντίστασης

Αναφέρθηκε προηγουμένως ότι η αύξηση της καμπυλότητας των ακμών των επιφανειών προσβολής έχει ευνοϊκή επίδραση στη μείωση της αντίστασης. Όταν η καμπύλωση αυτή για κατασκευαστικούς λόγους δεν μπορεί να γίνει, τότε στις ακμές προστίθεται ένα μεταλλικό ή πλαστικό φύλλο που το σχήμα του αποτελεί τμήμα κυλινδρικής επιφάνειας και ο σκοπός του είναι να εμποδίζει την αποκόλληση της ροής καθώς αυτή περνά την ακμή, μειώνοντας συνεπώς την έκταση του ομόρρου.

Το μέγεθος και η τοποθέτηση των πτερυγίων αυτών αποτελούν θέμα ιδιαίτερων μελετών, ενώ τα χαρακτηριστικά των βοηθημάτων αυτών διαφέρουν για τα δύο οχήματα. Για πρακτικούς λόγους και για μείωση της αντίστασης μορφής τους, τα πτερύγια αυτά πρέπει να είναι όσο το δυνατό μικρότερα (μέχρι κάποιο κατώτερο όριο, πέρα από το οποίο χάνουν την αποτελεσματικότητά τους). Μερικές φορές έχουν

τύρες στην επιφάνειά τους με σκοπό τη μείωση της αντίστασης επειδή στην εσωτερική επιφάνεια δημιουργείται αυξημένη πίεση. Επίσης με τον τρόπο αυτό περιορίζονται ακόμα περισσότερο οι πιθανότητες αποκόλλησης της ροής στην εξωτερική επιφάνεια. Παρόμοια πτερύγια τοποθετούνται και στις ακμές της πίσω επιφάνειας του ημιρυμουλκούμενου αλλά με μειωμένη απόδοση εκεί. Περισσότερο συνηθισμένη είναι η τοποθέτηση καθοδηγητικών πτερυγίων στις ακμές της πίσω επιφάνειας των λεωφορείων.

Η περισσότερο συνηθισμένη αλλά και συγχρόνως αποτελεσματική λύση για τη μείωση του συντελεστή αντίστασης των φορτηγών είναι η τοποθέτηση πτερυγίου στην οροφή του χώρου οδήγησης. Το πτερύγιο αυτό εμποδίζει τη ροή να προσκρούει στην επάνω μετωπική επιφάνεια του ημιρυμουλκούμενου οχήματος οδηγώντας την ομαλά πάνω και γύρω από το δεύτερο όχημα. Λόγω της ιδιότητάς του αυτής το πτερύγιο αυτό ονομάζεται και "εξομαλυντής της ροής" (**deflector ή fairing**). Το σχήμα και ο τρόπος λειτουργίας του παρουσιάζει μεγάλη ποικιλία με άμεση, φυσικά, επίδραση στην απόδοση. Μελέτες που έγιναν σε διάφορα ερευνητικά κέντρα απέδειξαν ότι το πτερύγιο αυτό μπορεί να μειώσει το συντελεστή αντίστασης μέχρι και 24%.

Εκτός από το ιδιαίτερο σχήμα του που είναι θέμα μελετών, μεγάλη σημασία έχει η τοποθέτησή του στην οροφή του οχήματος. Η εμπρός ακμή του πρέπει να ταιριάζει με την ακμή του θαλάμου οδήγησης, ώστε να δημιουργείται μια ενιαία επιφάνεια την οποία θα μπορούν να ακολουθήσουν οι γραμμές ροής του αέρα. Αν δεν συμβαίνει αυτό η ροή αποκόλλεται στην ακμή του θαλάμου και το πτερύγιο βρίσκεται μέσα σε περιοχή αποκολλημένης ροής. Γενικά πάντως η προσθήκη του πτερυγίου αυξάνει ελάχιστα την αντίσταση του πρώτου οχήματος, λόγω αύξησης της αντίστασης τριβών, ενώ μειώνει σημαντικά την αντίσταση του δεύτερου. Το τελικό αποτέλεσμα για το συνδυασμό των δύο οχημάτων είναι η σημαντική μείωση του ολικού συντελεστή αεροδυναμικής αντίστασης.

Αναφέρθηκε ότι η αύξηση του πλάτους του διακένου μεταξύ του πρώτου και του δεύτερου οχήματος προκαλεί αύξηση της τιμής του συντελεστή αεροδυναμικής αντίστασης. Όταν το πλάτος θεωρηθεί δεδομένο και σταθερό, όπως άλλωστε συμβαίνει στα σημερινά αυτοκίνητα, υπάρχουν τρόποι μείωσης του συντελεστή αντίστασης c_d . Οι τρόποι αυτοί συνίστανται στην τοποθέτηση οριζόντιων ή κατακόρυφων φύλλων στο χώρο του διακένου. Τα οριζόντια φύλλα τοποθετούνται

ένα στο πρώτο όχημα και ένα στο δεύτερο, με μικρή διαφορά ύψους μεταξύ τους. Η ύπαρξη των δύο φύλλων δεν εμποδίζει τη σχετική κίνηση των δύο οχημάτων κατά τη διάρκεια στροφών ή στις ανωμαλίες του δρόμου. Σκοπός αυτών των φύλλων είναι ο περιορισμός της κατακόρυφης κυκλοφορίας του αέρα στο διάκενο, που θα δημιουργούσε πεδίο με έντονα τυρβώδη κατάσταση. Τα κατακόρυφα φύλλα τοποθετούνται είτε σαν προέκταση των πλευρών του ρυμούλκου, είτε ένα φύλλο στο διαμήκη άξονα του συνδυασμού των οχημάτων. Σκοπός της διάταξης αυτής είναι ο περιορισμός της εγκάρσιας κυκλοφορίας όταν υπάρχει οριζόντια απόκλιση του αέρα. Ειδικότερα στην περίπτωση πλάγιου ανέμου, δημιουργείται υπερπίεση στην προσήνεμη πλευρά και υποπίεση στην υπήνεμη.

Έτσι, το τελικό αποτέλεσμα είναι η πίεση εμπρός από το δεύτερο όχημα να μένει αμετάβλητη. Γενικά πάντως, επιδιώκεται να μη δημιουργείται υπερβολική υποπίεση στο διάκενο μεταξύ των δύο οχημάτων γιατί κάτι τέτοιο θα αύξανε την αντίσταση του ρυμούλκου. Πολλές φορές τοποθετούνται αγωγοί ή το επάνω πτερυγιο διαμορφώνεται κατάλληλα ώστε να οδηγείται κάποια ποσότητα αέρα μέσα στο διάκενο και η πίεση εκεί να διατηρείται περίπου ίση με την ατμοσφαιρική. Τέλος, ένας άλλος τρόπος για τη μείωση της τιμής του συντελεστή αντίστασης c_d είναι η προς τα κάτω επέκταση των πλευρών των δύο οχημάτων και η μερική κάλυψη των τροχών, περιόριζοντας έτσι την ένταση της εγκάρσιας, από κάτω προς τα πάνω, κυκλοφορίας. Η λύση αυτή θεωρείται από πολλούς ότι δεν είναι ιδιαίτερα πρακτική, επειδή είναι προβληματική η συντήρηση των βοηθημάτων αυτών. Συνδυασμός αρκετών από τις λύσεις που προαναφέρθηκαν, έγινε σε μελέτες του κέντρου ερευνών της FIAT, και απέδωσε μια μείωση του συντελεστή αντίστασης μέχρι 34.1%.

Η μείωση αυτή της αντίστασης αντιστοιχεί σε αύξηση της οικονομίας καυσίμων, για ταχύτητα κίνησης περίπου 90 Km/h, ίση με 13-15%. Για σύγκριση, αναφέρεται ότι στις ίδιες μελέτες η FIAT κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η τροποποίηση της μορφής του πρώτου οχήματος σύμφωνα με το ιδανικό σχήμα, με ταυτόχρονη χρησιμοποίηση αεροδυναμικών βοηθημάτων, αποδίδει μια μείωση της σημερινής τιμής του συντελεστή αντίστασης κατά 44,9%.

Ανάλογη μελέτη που έγινε στο Εργαστήριο Αεροδυναμικής του Ε.Μ.Π., με ένα πτερύγιο απλής μορφής πάνω από το θάλαμο οδήγησης μεγάλου φορτηγού αυτοκινήτου, παρουσίασε μείωση της αεροδυναμικής αντίστασης κατά 20% που ισοδυναμεί σε μια μείωση της κατανάλωσης καυσίμων της τάξης του 6% περίπου.

Ξαναγυρνώντας στην πραγματοποιήσιμη για τα σημερινά δεδομένα βελτίωση του αεροδυναμικού συντελεστή αντίστασης c_d κατά 34%, με αντίστοιχη βελτίωση της κατανάλωσης κατά 13-15% επισημαίνονται τα εξής :

Θεωρείται ότι είναι δυνατή μια εξοικονόμηση καυσίμων κατά 10% από σχετικά μικρές βελτιώσεις του κινητήρα, όπως στην έναυση, την έγχυση του καυσίμου, την ταχύτητα περιστροφής, τις απώλειες θερμότητας και στις απώλειες λόγω μηχανικών τριβών. Ένα ποσοστό βελτίωσης κατά 20% μπορεί να επιτευχθεί με μετατροπές στο μέγεθος και στο πλάτος των τροχών και των ελαστικών, όπως η χρησιμοποίηση μονών ελαστικών μεγάλης διαμέτρου αντί των καθιερωμένων σήμερα διπλών.

Προκύπτει έτσι τελικά ένα σύνολο εξοικονόμησης καυσίμων της τάξης του 45%. Ο αριθμός αυτός είναι ισοδύναμος με το να φθάσει ένα επιβατικό αυτοκίνητο παραγωγής να καταναλώνει 2,35 λίτρα στα 100 χιλιόμετρα με δεδομένο ότι η σημερινή μέση κατανάλωση των επιβατικών αυτοκινήτων για κίνηση σε αυτοκινητόδρομο, είναι περίπου 8 λίτρα στα 100 χιλιόμετρα.

8

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΞΟΜΟΙΩΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΦΟΡΤΗΓΟ

8.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Έχοντας μελετήσει τις βασικές αρχές της Ρευστομηχανικής, θα τις εφαρμόσουμε εξομοιώνοντας μια πραγματική ροή. Το πρόβλημα που θα εξομοιώσουμε αφορά στη ροή γύρω από ένα φορτηγό, του οποίου τις διαστάσεις ελήφθησαν από σχέδια της εταιρείας “SARAKAKIS”. Η εξομοίωση έλαβε χώρα μόνο για τον τράκτορα, αγνοώντας το ρυμουλκούμενο μέρος του φορτηγού.

8.2 ΦΥΣΗ ΤΟΥ ΚΑΛΩΣ ΤΟΠΟΘΕΤΗΜΕΝΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ένα φυσικό πρόβλημα, που περιγράφεται από ένα σύνολο μερικών διαφορικών εξισώσεων και βοηθητικών σχέσεων (αρχικές και οριακές συνθήκες), είναι *καλώς τοποθετημένο* εάν ισχύουν οι ακόλουθες τρεις συνθήκες:

1. Υπάρχει λύση.
2. Η λύση είναι μοναδική.
3. Η λύση εξαρτάται με συνεχή τρόπο από τις βοηθητικές σχέσεις.

Η μη-μοναδικότητα της λύσης οφείλεται συνήθως στην αποτυχία της σωστής σύνδεσης των οριακών συνθηκών με τον τύπο της διαφορικής εξίσωσης. Για τις εξισώσεις

δυναμικού, που περιγράφουν άτριβες και αστρόβιλες ροές, καθώς και για ροές οριακού στρώματος οι αρμόζουσες οριακές συνθήκες είναι καλά μελετημένες. Για τις εξισώσεις Navier-Stokes έχουν μελετηθεί καλά οι οριακές συνθήκες για τα όρια με στερεή επιφάνεια. Στην περίπτωση όμως ορίων στο άπειρο, τα πράγματα είναι πιο περίπλοκα.

Γενικά, ο υποπροσδιορισμός των οριακών συνθηκών οδηγεί σε μη-μοναδικές λύσεις. Ο υπερπροσδιορισμός των οριακών συνθηκών οδηγεί σε αφύσικες λύσεις κοντά στα όρια. Υπάρχουν, φυσικά, περιπτώσεις όπου η πολλαπλότητα των λύσεων αναμένεται από τη φυσική του προβλήματος. Η περίπτωση αυτή συνήθως εμφανίζεται κατά την μετάβαση από τη στρωτή στη τυρβώδη ροή.

Η τρίτη συνθήκη απαιτεί ότι μια μικρή μεταβολή στις αρχικές ή οριακές συνθήκες θα πρέπει να προκαλεί μια πεπερασμένη μεταβολή στη λύση.

Ένα αριθμητικό πρόβλημα θα είναι, όμοια, καλώς τοποθετημένο αν:

- Η αριθμητική λύση υπάρχει.
- Η αριθμητική λύση είναι μοναδική.
- Η αριθμητική λύση εξαρτάται κατά συνεχή τρόπο από τις προσεγγιστικές βοηθητικές σχέσεις.

Στην αριθμητική επίλυση οι βοηθητικές σχέσεις εισάγονται συνήθως προσεγγιστικά. Συνεπώς, αν δεν ισχύει η τρίτη συνθήκη, σφάλματα στην προσέγγιση της οριακής συνθήκης θα διαδίδονται στο εσωτερικό του πεδίου προκαλώντας μεγάλες μεταβολές στη λύση.

Το φυσικό πρόβλημα που θα μελετήσουμε ικανοποιεί τις συνθήκες που απαιτούνται ώστε να χαρακτηριστεί καλώς τοποθετημένο, άρα μπορούμε να προχωρήσουμε στην διαδικασία εξομοίωσής του. Η εξομοίωση θα γίνει στον κώδικα FLUENT, ο οποίος περιγράφεται στην επόμενη παράγραφο.

8.3 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΚΩΔΙΚΑ FLUENT 5.0

Ο C.F.D. κώδικας FLUENT έχει τη δυνατότητα επίλυσης προβλημάτων ρευστομηχανικής και μετάδοσης θερμότητας σε πολύπλοκες γεωμετρικές δομές. Προσφέρει για χρήση ικανό αριθμό φυσικών μοντέλων και τη δυνατότητα δημιουργίας μη δομημένων πλεγμάτων σε δύο διαστάσεις (τετραγωνικά, τριγωνικά και συνδυασμός τους) ή τρεις διαστάσεις (τετραεδρικά, εξαεδρικά, σφήνες, πυραμίδες και υβριδικά πλέγματα

που περιλαμβάνουν συνδυασμό των παραπάνω βασικών στοιχείων). Παρέχει επίσης τη δυνατότητα δυναμικής μεταβολής του πλέγματος ανάλογα με την κατάσταση της ροής.

Η ικανότητα του πλέγματος να προσαρμόζεται στη λύση είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για την ακριβή πρόβλεψη ροϊκών πεδίων σε περιοχές με μεγάλες βαθμίδες, όπως ελεύθερα στρώματα διάτμησης και οριακά στρώματα. Το χαρακτηριστικό αυτό μειώνει το χρόνο που απαιτείται για την δημιουργία ενός αποδεκτού (καλού) πλέγματος, συγκρίνοντας τη λύση που μας παρέχει με λύσεις που στηρίζονται σε δομημένα πλέγματα. Η βελτίωση βάσει της λύσης υποβοηθά την διαδικασία βελτίωσης του πλέγματος, μειώνει την υπολογιστική προσπάθεια για την προσέγγιση αποδεκτού επιπέδου ακριβείας, καθώς υπάρχει επικέντρωση στις περιοχές που χρειάζεται μεγαλύτερη ανάλυση.

Ο κώδικας Fluent ήταν το βασικό υπολογιστικό εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε για τη λήψη αποτελεσμάτων. Ο κώδικας Fluent έχει τις εξής ικανότητες:

- Χρησιμοποιώντας διαφορές μονάδες μπορεί να προσδιορίσει τη γεωμετρία και τις ιδιότητες των ρευστών.
- Θέτοντας τις ιδιότητες του υλικού και τις οριακές συνθήκες λύνει προβλήματα τυρβώδους ροής.
- Υπολογίζει μια λύση χρησιμοποιώντας τον επιλυτή
- Εξετάζει τη ροή και τα θερμοκρασιακά πεδία χρησιμοποιώντας γραφικά

8.4 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΛΗΨΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΤΟΥ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ

Η διαδικασία κατασκευής της γεωμετρίας καθώς και η δημιουργία του πλέγματος, έγιναν στον κώδικα προ-επεξεργασίας **Gambit**. Ο κώδικας **Gambit** επιτρέπει την κατασκευή συγκεκριμένων γεωμετρικών σχημάτων όπως τετράγωνα, κύλινδροι, και σφαίρες. Επίσης, είναι εφικτή η δημιουργία συγκεκριμένων σχεδίων πλέγματος.

Αρχικά, έγινε η εισαγωγή των συντεταγμένων των σημείων της περιμέτρου του φορτηγού που ελήφθησαν σε καρτεσιανές συντεταγμένες έτσι ώστε να σχηματιστεί η γεωμετρία του. Όλες οι τιμές των συντεταγμένων διαιρέθηκαν με το 1000 για να προκύψουν μονάδες σε σύστημα S.I.. Αφού ενώθηκαν τα σημεία μεταξύ τους και σχηματίστηκε η περίμετρος του φορτηγού, κατασκευάσαμε το πλέγμα αφού πρώτα

ορίσαμε τον υπολογιστικό χώρο. Για τη δημιουργία του πλέγματος ακολουθήθηκε η εξής στρατηγική:

- Πυκνό πλέγμα σε περιοχές ενδιαφέροντος και εκεί που έχουμε έντονη μεταβολή των ροϊκών παραμέτρων
- Αραιό πλέγμα περιφερειακά
- Βαθμιαία μεταβολή από τη περιοχή ενδιαφέροντος (γύρω από το φορτηγό) μέχρι τα όρια του υπολογιστικού χώρου.
- Χρησιμοποίηση στοιχείων μικτού τύπου (τριγωνικά και τετραγωνικά).

Επειδή η γεωμετρία του προβλήματος ήταν πολύπλοκη, δεν θα ήταν εφικτή η διακριτοποίηση του φυσικού χώρου, με την αποκλειστική χρησιμοποίηση τετραγωνικού πλέγματος, γι' αυτό το λόγο χρησιμοποιήθηκε και τριγωνικό πλέγμα.

Για να έχουμε ακριβή υπολογισμό της τυρβώδους ροής θα πρέπει να γίνει προσεκτική διακριτοποίηση σε συγκεκριμένες περιοχές του πεδίου. Εφ' όσον η τύρβη επηρεάζει σημαντικά τη ροή και τη μεταφορά των υπολογιζόμενων μεταβλητών, τυχόν ανακρίβειες θα οδηγήσουν σε σημαντικά σφάλματα στον υπολογισμό του πεδίου και των συνδεδεμένων με αυτό αεροδυναμικών συντελεστών. Απαιτείται επίσης να γίνει κατάλληλη διακριτοποίηση, στις περιοχές όπου υπάρχει σημαντική μεταβολή της κλίσης των ροϊκών παραμέτρων (πρώτη παράγωγος). Περαιτέρω διακριτοποίηση μπορεί να γίνει και μετά από ένα αρχικό υπολογισμό του πεδίου. Οι περιοχές αυτές είναι:

- Ζώνες ανακυκλοφορίας και περιδίνησης (η περιοχή κατάντι της θέσεως του οδηγού)
- Ζώνες στρωμάτων διάτμησης (το άνω μέρος του κουβουκλίου και το πίσω μέρος του φορέα)
- Περιοχές πλησίον στερεών τοιχωμάτων για την περιγραφή των οριακών στρωμάτων (οδόστρωμα και επιφάνεια περιμετρικά του φορέα)

8.4.1 Εισαγωγή των δεδομένων του προβλήματος στον κώδικα FLUENT.

Αφού κατασκευάσουμε τη γεωμετρία και το πλέγμα που θα οδηγήσει το πρόβλημά μας σε ακριβή λύση, εισάγουμε τα δεδομένα μας στον κώδικα FLUENT, όπου θα ορίσουμε τις παραμέτρους της ροής.

8.5 ΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

Οι οριακές συνθήκες ορίζουν τις ροϊκές και θερμικές μεταβλητές στα όρια του υπολογιστικού χώρου και καθορίζουν τη μοναδικότητα του προβλήματος. Είναι λοιπόν, ένας κρίσιμος παράγοντας της εξομοίωσης και είναι σημαντικό να ορίζονται κατάλληλα. Οι οριακές συνθήκες στον κώδικα FLUENT χωρίζονται σε αρκετές κατηγορίες, αλλά στο συγκεκριμένο πρόβλημα θα χρησιμοποιηθούν οι παρακάτω:

- Οριακές συνθήκες ταχύτητας εισόδου (**velocity inlet**)
- Οριακές συνθήκες τοιχώματος (**wall boundary condition**)
- Οριακές συνθήκες εξόδου ή απομακρυσμένου πεδίου (**outlet boundary conditions**)

8.5.1 Οριακή συνθήκη ταχύτητας εισόδου

Η οριακή συνθήκη ταχύτητας εισόδου χρησιμοποιείται για να ορίσει την ταχύτητα της ροής, μαζί με τις σχετικές βαθμωτές ιδιότητες της ροής, στις εισόδους της ροής. Βέβαια, δεν ορίζονται οι συνολικές ιδιότητες της ροής, οπότε αυτές θα μεταβληθούν μέχρι την αναγκαία τιμή που αποδίδει την αρχική κατανομή της ταχύτητας.

Αυτή η οριακή συνθήκη χρησιμοποιείται για ασυμπίεστες ροές, ενώ η χρήση της σε συμπιεστές ροές θα οδηγήσει σε αφύσικα αποτελέσματα, επειδή επιτρέπει στις σταθερές συνθήκες να πάρουν τιμές χωρίς ανώτατο όριο. Πρέπει επίσης να γίνει προσεκτική επιλογή της συνθήκης ταχύτητας εισόδου, ώστε αυτή να μην βρίσκεται πολύ κοντά σε στερεό εμπόδιο, γιατί αυτό μπορεί να οδηγήσει τις σταθερές ιδιότητες εισόδου της ροής σε ιδιαίτερα ανομοιόμορφη κατάσταση.

Σε εξαιρετικές περιπτώσεις, η ταχύτητα εισόδου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ορίσει την ταχύτητα της ροής στην έξοδο. Σ' αυτές τις περιπτώσεις πρέπει βέβαια να διασφαλιστεί ότι υπάρχει διατήρηση της συνέχειας στο πεδίο.

8.6 ΟΡΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΙΔΙΟΤΗΤΩΝ ΤΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ

Ένα σημαντικό βήμα στο «στήσιμο» του μοντέλου της ροής είναι ο ορισμός των φυσικών ιδιοτήτων του υλικού. Ο κώδικας επιτρέπει να δοθούν τιμές για ιδιότητες όπως:

- Πυκνότητα και/ή μοριακά βάρη

- Ιξώδες
- Θερμοχωρητικότητα
- Θερμική αγωγιμότητα
- Συντελεστής διάχυσης μάζας
- Ενθαλπία
- Παράμετροι κινητικής θεωρίας

Οι ιδιότητες μπορεί να είναι θερμοκρασιακά και/ή σύνθετα εξαρτώμενες, με την θερμοκρασιακή εξάρτηση να βασίζεται σε μια πολυωνυμική ή γραμμική σχέση και τις ανεξάρτητες ιδιότητες είτε να ορίζονται από εμάς ή να ορίζονται μέσω της κινητικής θεωρίας.

8.6.1 Φυσικές ιδιότητες στερεών υλικών

Για τα στερεά υλικά, μόνο η πυκνότητα, η θερμική αγωγιμότητα και η θερμοχωρητικότητα πρέπει να οριστούν. Μπορούν να καθοριστούν σταθερές τιμές, μια θερμοκρασιακά εξαρτώμενη σχέση ή μια σχέση που ορίζεται από τον χρήστη για την θερμική αγωγιμότητα, μια σταθερή τιμή ή θερμοκρασιακά εξαρτώμενη σχέση για την θερμοχωρητικότητα και μια σταθερή τιμή για την πυκνότητα.

Στη περίπτωση χρησιμοποίησης του μεμονωμένου (*segregated*) επιλυτή, δεν χρειάζεται να οριστεί η πυκνότητα και η θερμοχωρητικότητα εκτός και αν εξομοιώνονται ασταθείς ροές ή ζώνες κινούμενων στερεών.

8.7 ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΥΡΒΩΔΟΥΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Το επόμενο στάδιο της εξομοίωσης, είναι η επιλογή του μοντέλου που θα χρησιμοποιηθεί για την μοντελοποίηση της τύρβης. Θα πρέπει να τονιστεί ότι κανένα τυρβώδες μοντέλο δεν είναι γενικά αποδεκτό ως το καλύτερο. Η επιλογή του μοντέλου που θα χρησιμοποιηθεί για τη λύση ενός προβλήματος, εξαρτάται από το είδος του προβλήματος, από την ακρίβεια και το χρόνο που απαιτείται για την επίλυσή του, καθώς και από τις διαθέσιμες υπολογιστικές πηγές. Στην περίπτωσή μας θα γίνει επιλογή του μοντέλου k-ε, για το οποίο είναι διαθέσιμες οι παρακάτω μορφές:

1. Standard k-ε

2. RNG k-ε

3. realizable k-ε

Θα χρησιμοποιηθεί το standard k-ε, του οποίου η δομή αναλύεται στις παρακάτω παραγράφους.

8.7.1 Το standard k-ε μοντέλο

Έχει αναλυθεί σε προηγούμενες παραγράφους η φιλοσοφία του μοντέλου k-ε, το οποίο είναι ένα ημί-εμπειρικό μοντέλο που βασίζεται στη μοντελοποίηση των εξισώσεων μεταφοράς για την τυρβώδη κινητική ενέργεια (k) και τον ρυθμό σκέδασης αυτής (ε). Το μοντέλο για την εξίσωση μεταφοράς όσον αφορά στο k εξάγεται από την ακριβή εξίσωση, ενώ για την εξίσωση μεταφοράς του ε ελήφθη χρησιμοποιώντας τη φυσική λογική, με αποτέλεσμα να μην έχει προκύψει άμεσα μέσω κάποιας μαθηματικής μεθοδολογίας.

Στην εξαγωγή του μοντέλου k-ε γίνεται η υπόθεση ότι η ροή είναι εξ' ολοκλήρου τυρβώδης και η επιρροή του μοριακού ιξώδους είναι αμελητέα. Άρα το μοντέλο k-ε είναι ακριβές μόνο για ολοκληρωτικά τυρβώδεις ροές.

8.7.2 Εξίσωση μεταφοράς για το standard k-ε μοντέλο

Η τυρβώδης κινητική ενέργεια k και ο ρυθμός καταστροφής αυτής ε , εξάγονται από τις ακόλουθες εξισώσεις μεταφοράς:

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_k + G_b - \rho \cdot \varepsilon - Y_M \quad (8.7.2.1)$$

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} \cdot G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (8.7.2.2)$$

Σ' αυτές τις εξισώσεις το G_k αναπαριστά την παραγωγή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας λόγω των μέσων κλίσεων της ταχύτητας, το G_b είναι η παραγωγή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας λόγω ανωστικών δυνάμεων και το Y_M αναπαριστά την συνεισφορά λόγω κυμαινόμενων διαστολών σε συμπιεστή τυρβώδη ροή, στον συνολικό ρυθμό της τυρβώδους σκέδασης, το οποίο για την δική μας περίπτωση είναι αμελητέο. Τα $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$ και $C_{3\varepsilon}$ είναι σταθερές και τα σ_k , σ_ε είναι οι τυρβώδεις αριθμοί Prandtl για τα k και ε .

8.7.3 Μοντελοποίηση της τυρβώδους συνεκτικότητας

Η τυρβώδης συνεκτικότητα μ_t υπολογίζεται συνδυάζοντας τα k και ε ως εξής:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (8.7.3.1)$$

όπου το C_μ είναι σταθερά.

Οι τιμές των παραπάνω σταθερών έχουν δοθεί στην παράγραφο 4.6.3.

8.7.4 Μοντελοποίηση της τυρβώδους παραγωγής G_k

Ο όρος G_k , αναπαριστά την παραγωγή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας και μοντελοποιείται με τον ίδιο τρόπο για τις τρεις μορφές του k-ε. Από την ακριβή εξίσωση για την μεταφορά του k, αυτός ο όρος μπορεί να οριστεί ως:

$$G_k = -\overline{\rho u_i u_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (8.7.4.1)$$

Υπολογίζοντας το G_k χρησιμοποιώντας την προσέγγιση Boussinesq, έχουμε:

$$G_k = \mu_t S^2 \quad (8.7.4.2)$$

όπου το S είναι το μέτρο του τανυστή για τον μέσο ρυθμό παραμόρφωσης, που ορίζεται ως εξής:

$$S \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (8.7.4.3)$$

με τον μέσο ρυθμό παραμόρφωσης S_{ij} να δίνεται από την σχέση:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (8.7.4.4)$$

8.7.5 Συνέπειες των ανωστικών δυνάμεων στο μοντέλο k-ε

Όταν ένα μη-μηδενικό βαρυτικό πεδίο και η κλίση της θερμοκρασίας είναι παρόντα ταυτόχρονα, τα μοντέλα k-ε υπολογίζουν την παραγωγή τύρβης λόγω ανωστικών δυνάμεων, όπως επίσης και την συνεισφορά στην παραγωγή του ε .

Η τυρβώδης παραγωγή λόγω ανωστικών δυνάμεων δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$G_b = \beta g_i \frac{\mu_i}{Pr_i} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (8.7.5.1)$$

όπου το Pr_i είναι ο τυρβώδης αριθμός Prandtl για την ενέργεια, ο οποίος για το standard k-ε παίρνει την τιμή 0,85. Ο συντελεστής θερμικής διαστολής β υπολογίζεται ως εξής:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (8.7.5.2)$$

Από τις εξισώσεις μεταφοράς για το k , φαίνεται ότι το G_b τείνει να αυξηθεί σε ασταθή διαστρωμάτωση, ενώ σε σταθερή οι ανωστικές δυνάμεις είναι αρνητικές, μειώνοντας την τύρβη. Από την άλλη οι συνέπειες των ανωστικών δυνάμεων για το ε δεν λαμβάνονται υπόψη, απλά θέτοντας το G_b ίσο με 0 στην εξίσωση μεταφοράς για το ε .

8.8 ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΑΞΗΣ ΔΙΑΚΡΙΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Ο κώδικας FLUENT επιτρέπει στο χρήστη να επιλέξει την τάξη της διακριτοποίησης για τους όρους συναγωγής κάθε βασικής εξίσωσης. Για τον επιλύτη που χρησιμοποιούμε, χρησιμοποιείται η διακριτοποίηση πρώτης τάξης για τη λύση όλων των εξισώσεων. Ακόμη, αυτός ο επιλύτης δίνει την δυνατότητα ορισμού του διαγράμματος παρεμβολής πίεσης (pressure interpolation scheme).

8.8.1 Διαφορές 1ης και 2ης τάξης διακριτοποίησης

Στην περίπτωση της ευθυγραμμισμένης με το πλέγμα ροής, η διακριτοποίηση πρώτης τάξης είναι αποδεκτή, ενώ στην περίπτωση της μη-ευθυγραμμισμένης με το πλέγμα ροής, η διακριτοποίηση πρώτης τάξης αυξάνει το αριθμητικό λάθος διακριτοποίησης (αριθμητική διάχυση).

8.8.2 Διακριτοποίηση των εξισώσεων συνέχειας και ορμής

Η εξίσωση συνέχειας μπορεί να ολοκληρωθεί στον όγκο ελέγχου, έτσι ώστε να προκύψει η παρακάτω διακριτή εξίσωση:

$$\sum_F^{N_{\text{faces}}} J_f = 0 \quad (8.8.2.1)$$

όπου J_f είναι η μαζική εισροή από την επιφάνεια f , $\rho u_n A_f$. Συνεπώς

$$\sum_F^{N_{\text{faces}}} \rho u_n A_f = 0 \quad (8.8.2.2)$$

Όπως περιγράφεται και παραπάνω, οι εξισώσεις ορμής και συνέχειας λύνονται διαδοχικά. Σ' αυτή τη διαδικασία, η εξίσωση της συνέχειας χρησιμοποιείται ως η εξίσωση της πίεσης. Παρ' όλα αυτά, στην εξίσωση (8.8.2.2), η πίεση δεν έχει διακριτή εμφάνιση για ασυμπίεστες ροές, καθώς η πυκνότητα δεν συνδέεται άμεσα με την πίεση. Ο αλγόριθμος **SIMPLE** χρησιμοποιείται για την εισαγωγή της πίεσης στην εξίσωση της συνέχειας.

Η μέθοδος της διακριτοποίησης η οποία χρησιμοποιείται για μια εξίσωση μεταφοράς ενός βαθμωτού μεγέθους, χρησιμοποιείται επίσης για τις εξισώσεις της ορμής. Η εξίσωση της ορμής στην X διεύθυνση μπορεί να ληφθεί θέτοντας $\phi = u$:

$$a_p u = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + \sum_{nb} p_f \cdot \bar{i} A + S \quad (8.8.2.3)$$

Έφ' όσον το πεδίο της πίεσης και οι μαζικές εισροές από τις συνοριακές επιφάνειες είναι γνωστά, η παραπάνω εξίσωση μπορεί να λυθεί, και να ληφθεί στη συνέχεια το πεδίο ταχυτήτων. Παρ' όλα αυτά, ούτε το πεδίο των πιέσεων ούτε και οι μαζικές εισροές από τις συνοριακές επιφάνειες είναι γνωστά εκ των προτέρων και πρέπει να ληφθούν ως μέρος της λύσης.

8.9 ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΥΣΗΣ

Πριν από την εκκίνηση της λύσης μιας εξομοίωσης C.F.D., ο κώδικας FLUENT χρειάζεται μια αρχική πρόβλεψη για το πεδίο της λύσης. Σε πολλές περιπτώσεις, θα πρέπει να ληφθεί μια αρχική λύση η οποία θα επιτρέψει τη λήψη της επιθυμητής τελικής λύσης.

Υπάρχουν δυο μέθοδοι για την αρχικοποίηση της ροής:

- Αρχικοποίηση ολόκληρου του ροϊκού πεδίου
- Αρχικοποίηση μέσω τιμών ή συναρτήσεων για επιλεγμένες μεταβλητές της ροής σε επιλεγμένες ζώνες κελιών.

Η αρχικοποίηση σε επιλεγμένες περιοχές πρέπει να ακολουθήσει την εξής διαδικασία αρχικοποίησης.



8.10 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Για να εξομοιωθεί κατάλληλα ένα φυσικό πεδίο ροής, πρέπει να οριστούν όλοι οι παράμετροι που αναλύθηκαν παραπάνω και να επιλεγούν τα κατάλληλα αριθμητικά μοντέλα. Μετά την εισαγωγή της υπό ανάλυση γεωμετρίας-οι διαστάσεις της οποίας φαίνονται στα συνημμένα σχέδια-καθορίζουμε τις διαστάσεις του υπολογιστικού πεδίου, το οποίο έχει μήκος κατά την X διεύθυνση 6 μέτρα ανάντι του φορέα και 100 μέτρα κατάντι αυτού, και ύψος 21 μέτρα με τον φορέα να βρίσκεται 1 μέτρο πάνω από το κατώτατο όριο του πεδίου. Οι διαστάσεις του υπολογιστικού χώρου κατάντι του φορτηγού επιλέγονται έτσι ώστε να ισχύουν οι οριακές συνθήκες που έχουν οριστεί (στο απομακρυσμένο πεδίο η επίδραση του απορεύματος είναι μηδενική).

Οι οριακές συνθήκες που θα οριστούν αφορούν στην ένταση της τύρβης, η οποία ορίζεται στο 8% (τιμή που αναμένεται σε πραγματικές συνθήκες) και την κλίμακα μήκους τύρβης που ορίζεται στο 0,01 (έχει ληφθεί βάσει της εμπειρικής σχέσης $l = 0.06L$, όπου L η κλίμακα μήκους των μεγάλων στροβίλων). Η οριακή συνθήκη ταχύτητας εισόδου μεταβάλλεται -ορίζοντας τρεις διαφορετικές τιμές για την ταχύτητα του ελευθέρου ρεύματος - παίρνοντας τιμές 20 m/s (72km/h), 30 m/s (108km/h) και 10 m/s (36km/h).

Το ρευστό που θα χρησιμοποιηθεί είναι ο ατμοσφαιρικός αέρας, του οποίου οι φυσικές ιδιότητες καθορίζονται με βάση τις παρακάτω τιμές:

$$\rho = 1,225 \frac{kg}{m^3} \quad \mu = 1,79 \cdot 10^{-5} \text{ Pas} \cdot \text{sec}$$

Η ροή που θα αναλυθεί είναι ισόθερμη, οπότε οι παραπάνω φυσικές ιδιότητες είναι ανεξάρτητες της θερμοκρασίας.

Αφού έχει περιγραφεί πλήρως το πεδίο και οι παράμετροι της ροής, πρέπει να καθοριστεί το αριθμητικό σχήμα διακριτοποίησης των εξισώσεων μεταφοράς, που θα χρησιμοποιηθεί, και οι αντίστοιχοι συντελεστές υπο-χαλάρωσης (**under-relaxation factors**). Επιλέγεται η διακριτοποίηση 1ης τάξης (**first order upwind**) και ορίζονται οι συντελεστές υπο-χαλάρωσης για τις φυσικές ιδιότητες του ρευστού και τις παραμέτρους της ροής, με τις τιμές που δίνονται στον παρακάτω πίνακα

ΠΙΕΣΗ	0,3
ΟΡΜΗ	0,3
k	0,4
ε	0,4
ΦΥΣΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ	0,4

Οι παραπάνω τιμές έχουν διαφοροποιηθεί από τις αρχικές τιμές του κώδικα, καθώς υπήρχε πρόβλημα σύγκλισης, λόγω της αστάθειας του πεδίου. Η αστάθεια αυτή οφείλεται στην έντονη τυρβώδη φύση της ροής, η οποία ενισχύεται από την παρουσία στροβίλων σε μεγάλο εύρος χωροκλιμάκων (μεγάλη δίνη κατάντι του φορέα και μικρότερες δίνες στα στρώματα μίξης).

Αφού έχουν εισαχθεί όλα τα στοιχεία που απαιτούνται από τον κώδικα για την επίλυση του πεδίου, καθορίζονται οι τιμές των υπολειμμάτων ανάλογα με την επιθυμητή ακρίβεια. Οι τιμές των υπολειμμάτων, λόγω των μικρών συντελεστών υπο-χαλάρωσης, εμφανίζονται τεχνητά χαμηλές με αποτέλεσμα να δημιουργείται εσφαλμένη εντύπωση για τη σύγκλιση του προβλήματος και να απαιτείται η προσέγγιση της τάξης του 10^{-7} για αυτές. Η σωστή αντιμετώπιση του προβλήματος απαιτεί τακτική παρακολούθηση του πεδίου κατά τη διαδικασία της επίλυσης. Το πρόβλημα αυτό, επίσης, μπορεί να αντιμετωπιστεί με χρήση σταθμών μέτρησης, όπου γίνεται παρακολούθηση των παραμέτρων της ροής σε περιοχές με έντονες μεταβολές.

8.11 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η μεθ-επεξεργασία των δεδομένων της λύσης του προβλήματος στον κώδικα FLUENT γίνεται μέσω της γραφικής απεικόνισης όλων των παραμέτρων της ροής όπως επίσης και των συνδεδεμένων με αυτές χαρακτηριστικών ενός ροϊκού πεδίου. Τα σημαντικότερα ισοχρωματικά διαγράμματα για το ροϊκό πεδίο που εξετάζεται και λεπτομέρειες της διανυσματικής απεικόνισης του εύρους της ταχύτητας παρατίθενται στο Παράρτημα, όπως επίσης και οι σημαντικότεροι από τους 25 σταθμούς μέτρησης των βασικών χαρακτηριστικών της ροής (**ταχύτητα, πίεση, k , ε**).

Άμεση συνέπεια της εξίσωσης συνέχειας είναι η επιτάχυνση του ρευστού σε συγκεκριμένες περιοχές, όπως το άνω και το κάτω μέρος του φορτηγού, όπου η ταχύτητα φτάνει στη μέγιστη τιμή. Παρατηρείται ακόμα η ύπαρξη εμπρόσθιου στροβίλου, ο οποίος οφείλεται στην μεγάλη μετωπική επιφάνεια του φορτηγού, η οποία είναι κάθετη στην ταχύτητα του ελευθέρου ρεύματος. Εμφανίζονται δύο ζώνες διάτμησης, μία στο ψηλότερο σημείο του φορτηγού και μια στο πίσω μέρος αυτού. Όλα τα παραπάνω οπτικοποιούνται στα διαγράμματα απεικόνισης των διανυσμάτων του εύρους της ταχύτητας (**velocity magnitude vectors**).

Από το ισοχρωματικό διάγραμμα της στατικής πίεσης παρατηρείται ότι το μέγιστο αυτής βρίσκεται στο εμπρόσθιο μέρος του φορέα, έχοντας ως αποτέλεσμα την μείωση της ταχύτητας ως απόρροια της εξίσωσης ενέργειας. Η ελάχιστη τιμή παρατηρείται κατάντι του φορέα και μέσα στην περιοχή του κυρίως στροβίλου.

Από την προηγούμενη ανάλυση, οι περιοχές μεγάλης παραγωγής της τυρβώδους κινητικής ενέργειας k βρίσκονται στις περιοχές των στροβίλων και των στρωμάτων διάτμησης. Η μέγιστη τιμή του k οφείλεται στη σκέδαση του κυρίως στροβίλου, ο οποίος παράγει τυρβώδη κινητική ενέργεια στην περιοχή κατάντι του φορέα. Η σκέδαση του κυρίως στροβίλου οδηγεί στη δημιουργία στροβίλων με συνεχώς μικρότερη κλίμακα μήκους και παράλληλη αύξηση της τιμής της τυρβώδους συνεκτικότητας μ_t .

Ο ρυθμός σκέδασης της τυρβώδους κινητικής ενέργειας ε εντοπίζεται στην παραπάνω περιοχή, αλλά η μέγιστη τιμή που λαμβάνει βρίσκεται στις ζώνες διάτμησης του φορτηγού. Αυτό οφείλεται στον μικρό χώρο που καταλαμβάνει το στρώμα διάτμησης, με συνέπεια η ανάγκη για καταστροφή της τύρβης να είναι πολύ μεγάλη. Αντίθετα, ο κύριος στροβίλος καταλαμβάνει πολύ μεγαλύτερο χώρο, άρα διασπάται με μικρότερο ρυθμό.

Βασικό μειονέκτημα της 2-D ανάλυσης είναι η προβολή μόνο του βασικού στροβίλου και όχι των δευτερογενών στροβίλων που διεισδύουν από τα πλάγια, κατάντι του φορέα. Άμεση συνέπεια του παραπάνω είναι ο μη-συνυπολογισμός της επιπλέον τύρβης που δημιουργείται από τους στροβίλους αυτούς, όπως και των ποσοτήτων και χαρακτηριστικών του πεδίου που εξαρτώνται από αυτή.

Όπως φαίνεται και στους συνοπτικούς πίνακες της επόμενης σελίδας, ο συντελεστής οπισθέλκουσας C_D , λαμβάνει χαμηλότερες τιμές από τις αναμενόμενες. Αυτό οφείλεται στην απλοποίηση της γεωμετρίας του φορέα (παράλειψη των τροχών, καθρεπτών και άλλων εξαρτημάτων που είναι προσαρτημένα σε αυτόν) και στην αδυναμία περιγραφής των δευτερογενών στροβίλων που αναφέρθηκαν παραπάνω. Η τιμή του C_D , έχει την ίδια τάξη μεγέθους και για τις τρεις ταχύτητες και οι μικρές διαφορές οφείλονται σε λεπτομέρειες επίλυσης του προβλήματος (διαφορετικός αριθμός επαναλήψεων).

8.11.1 Ταχύτητα ελευθέρου ρεύματος 20m/s

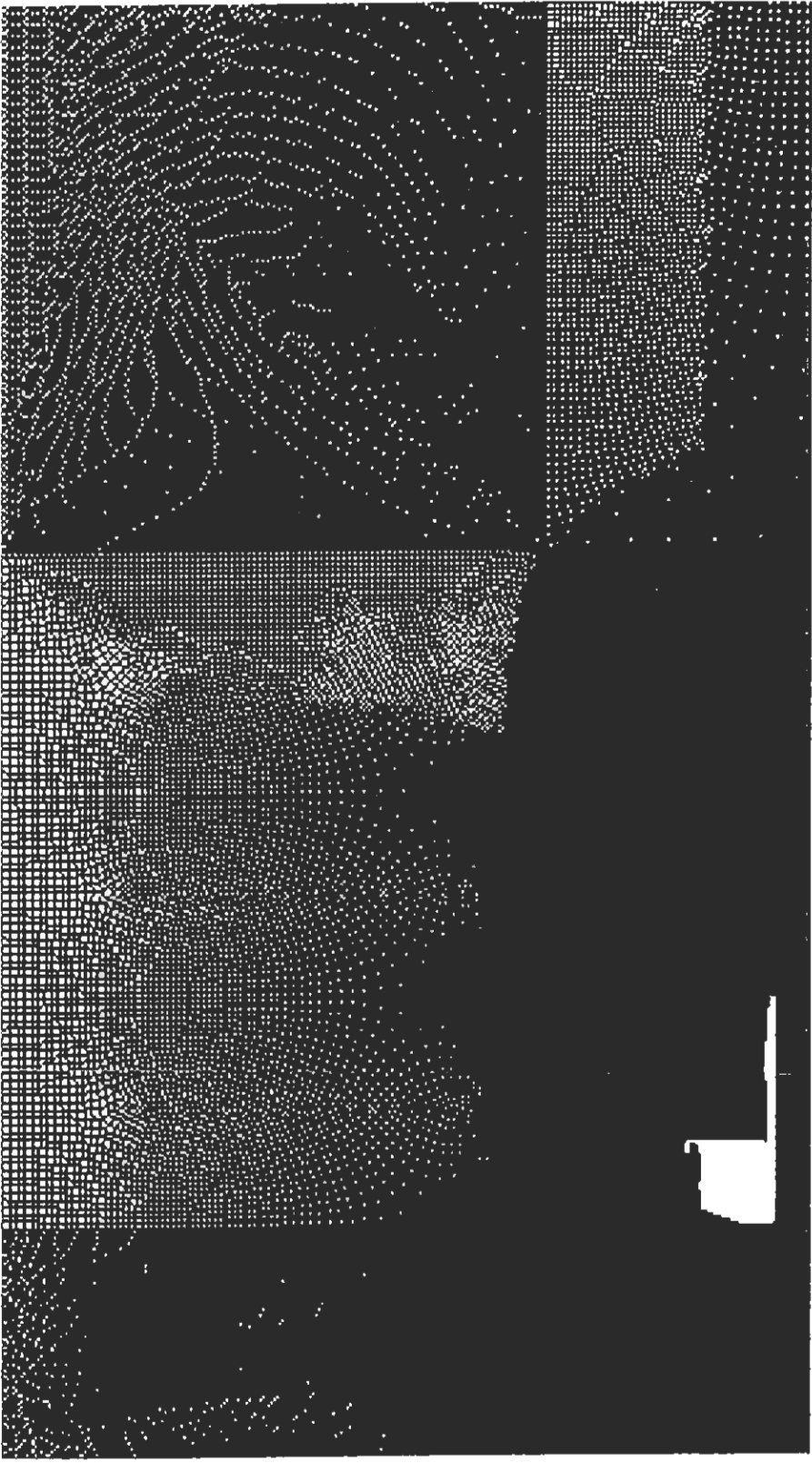
Εύρος Ταχύτητας (m/s)		Στατική Πίεση (Pascal)		k (m^2/s^2)	ε (m^2/s^3)	C_d	μ_t (Pas·sec)
min	max	min	max				
0	42,075	-889,195	620,433	48,616	4953,02	0,5798	1,75

8.11.2 Ταχύτητα ελευθέρου ρεύματος 30m/s

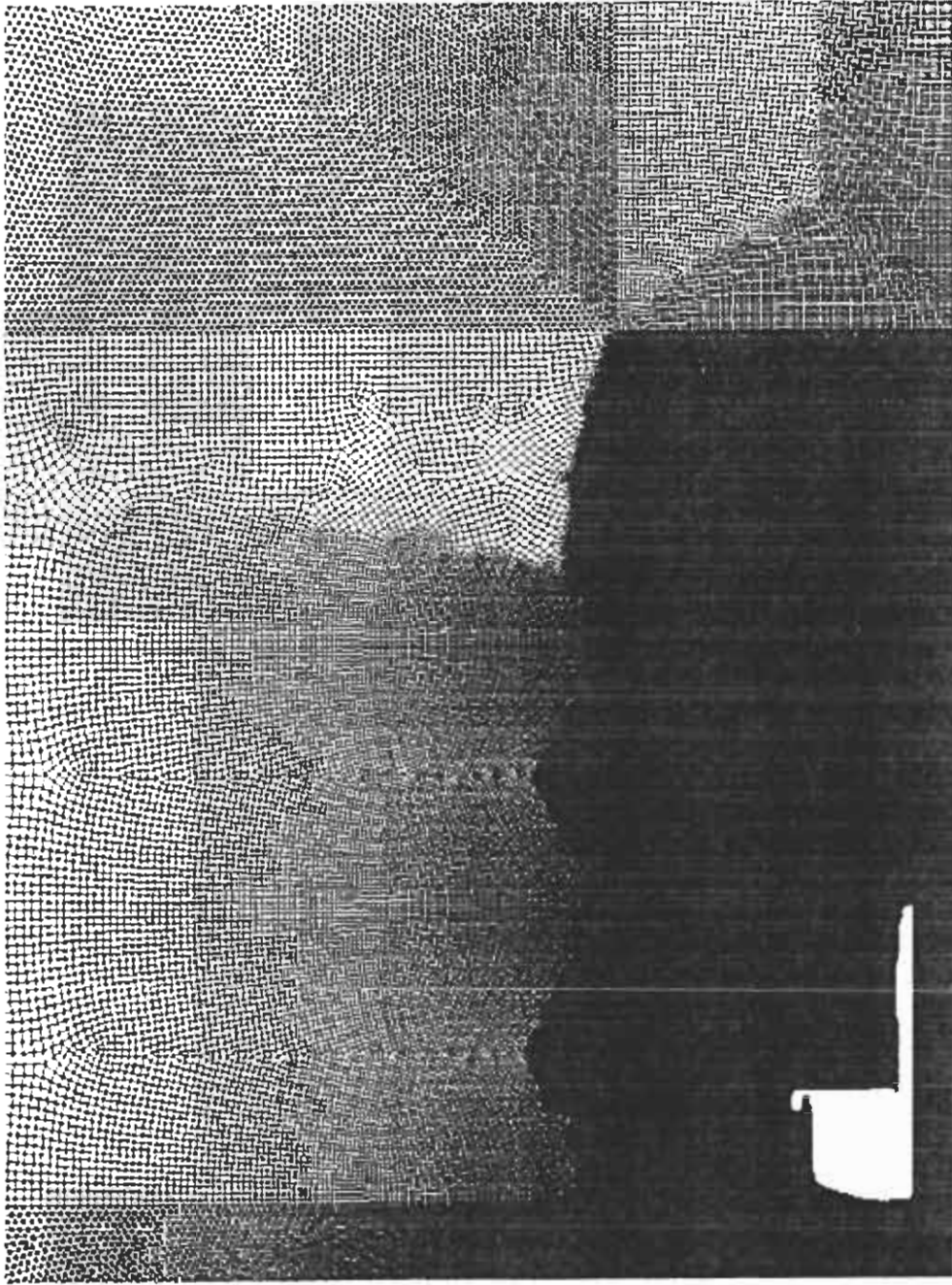
Εύρος Ταχύτητας (m/s)		Στατική Πίεση (Pascal)		k (m^2/s^2)	ε (m^2/s^3)	C_d	μ_t (Pas·sec)
min	max	min	max				
0	63,097	-1998,105	1396,469	111,9537	16756,9	0,5773	1,7894

8.11.3 Ταχύτητα ελευθέρου ρεύματος 10m/s

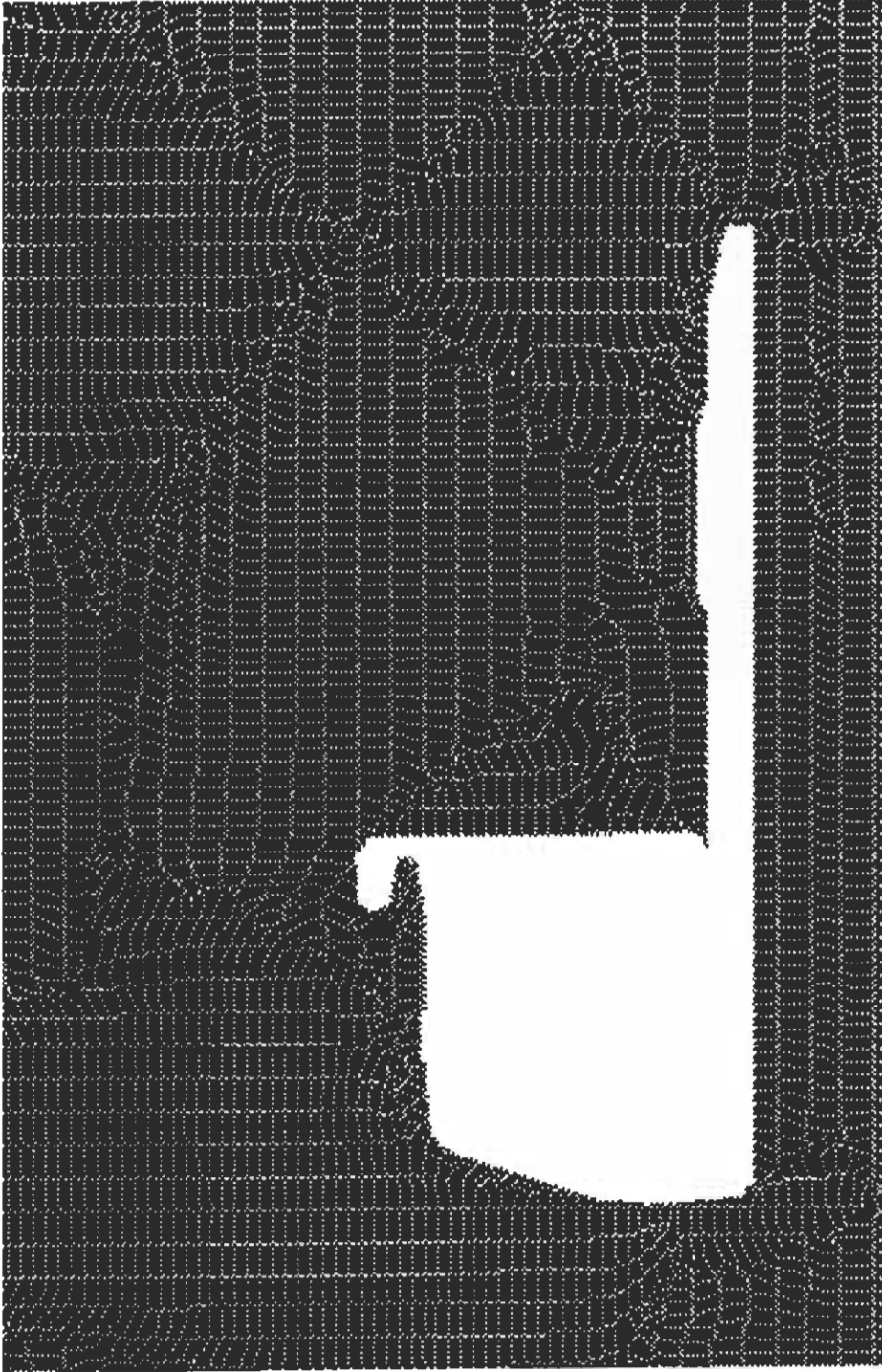
Εύρος Ταχύτητας (m/s)		Στατική Πίεση (Pascal)		k (m^2/s^2)	ε (m^2/s^3)	C_d	μ_t (Pas·sec)
min	max	min	max				
0	21,452	-221,208	156,726	12,373	624,55	0,5912	0,892



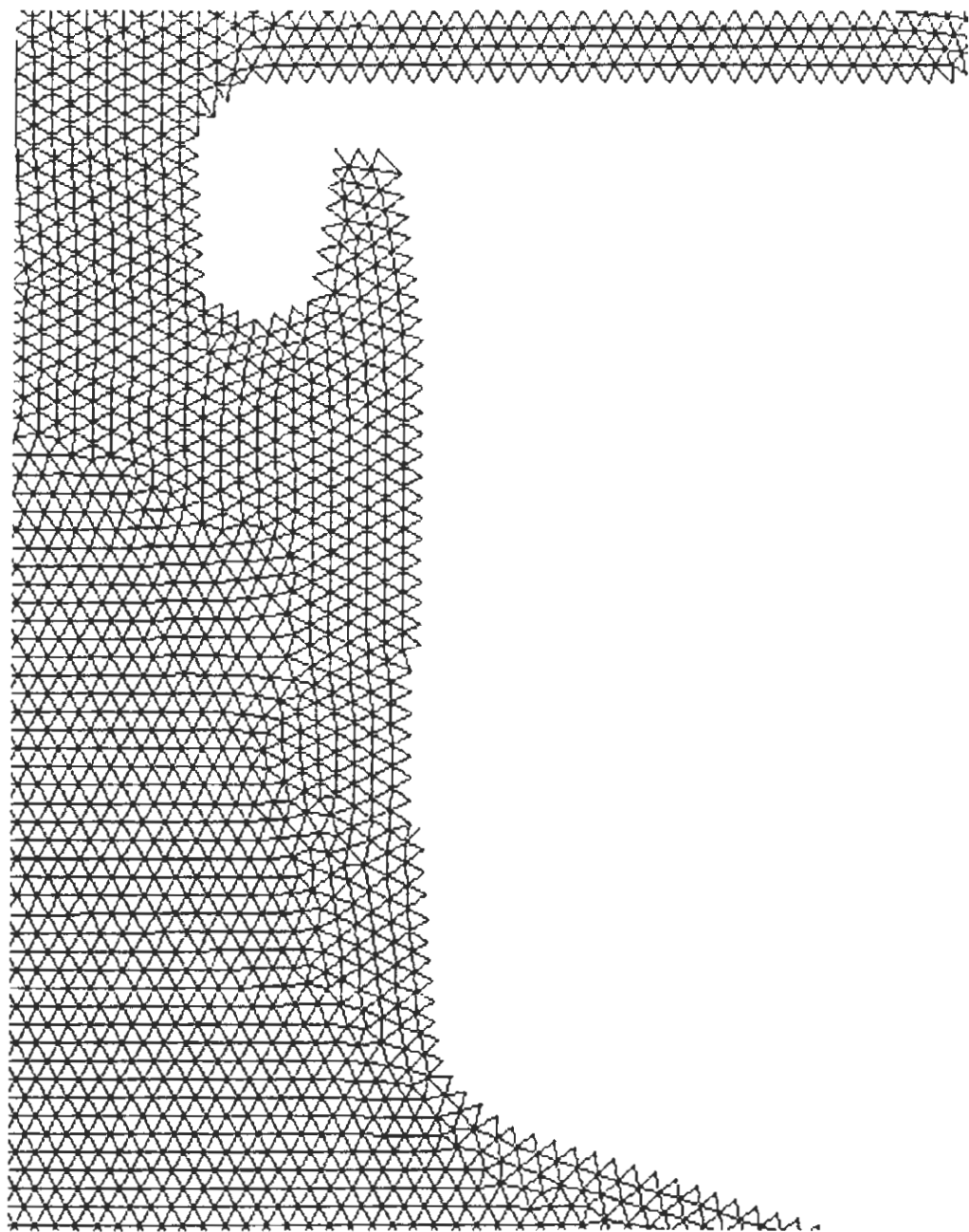
Απεικόνιση του υπολογιστικού πλέγματος σε μέρος
του υπολογιστικού πεδίου



Μερικά από τα πιο λογιστικά πλάγματα
Στην Σκωτία οροσειρά Αλπο
στην είσοδο της



Στοιχεία ποιοτικού και βιολογικού χαρακτήρα



Αετιομέρεια του υπολογιστικού πλέγματος
στα όρια της γεωμετρίας του προφίλματος

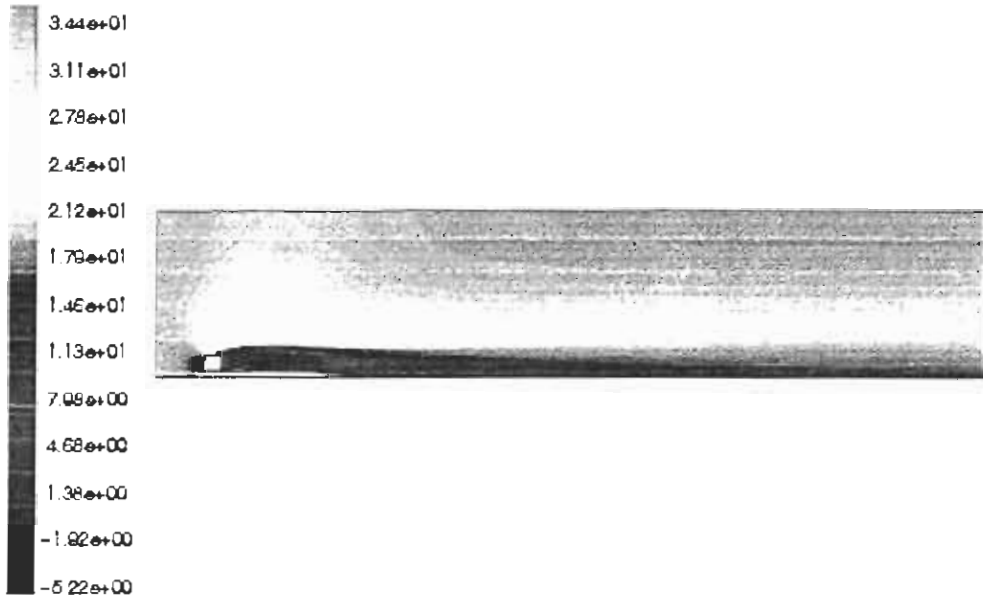
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1

Ισοχρωματική και διανυσματική απεικόνιση βασικών
χαρακτηριστικών του ροϊκού πεδίου

1η περίπτωση

Ταχύτητα ελευθέρου ρεύματος 20 m/s

I Ισοχρωματική απεικόνιση των συνιστωσών (X,Y) της ταχύτητας
στο σύνολο του υπολογιστικού πεδίου

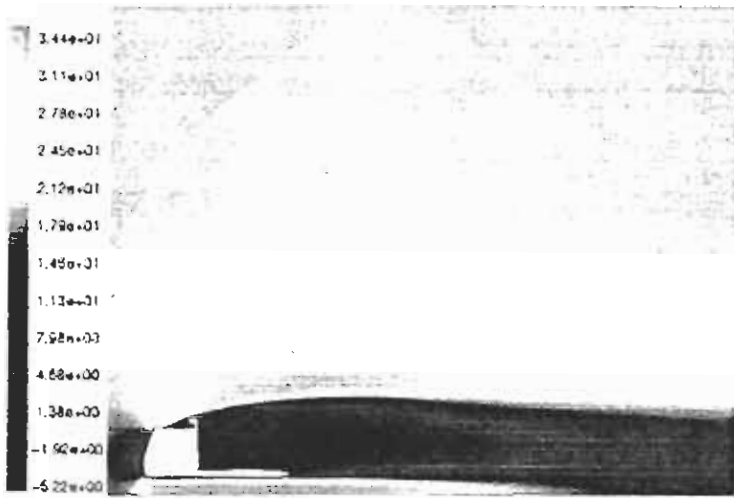


X συνιστώσα
(m/s)



Y συνιστώσα
(m/s)

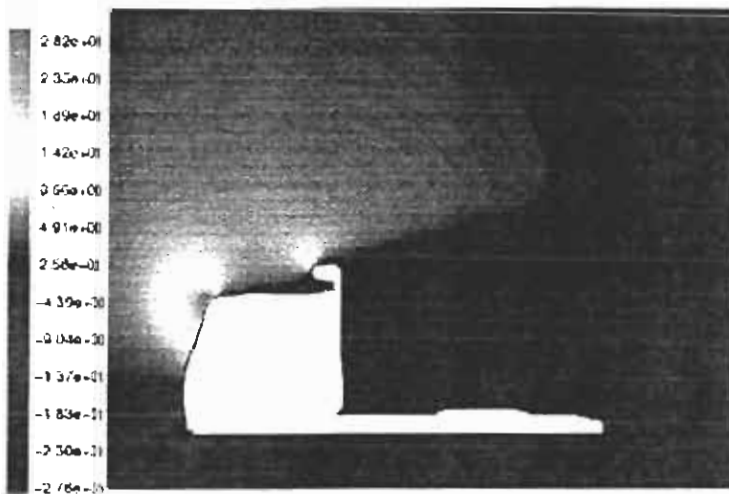
II *Ισοχρωματική απεικόνιση των συνιστωσών (X, Y) της ταχύτητας στην περιοχή που παρατηρούνται μεγάλες μεταβολές*



*X συνιστώσα
(m/s)*

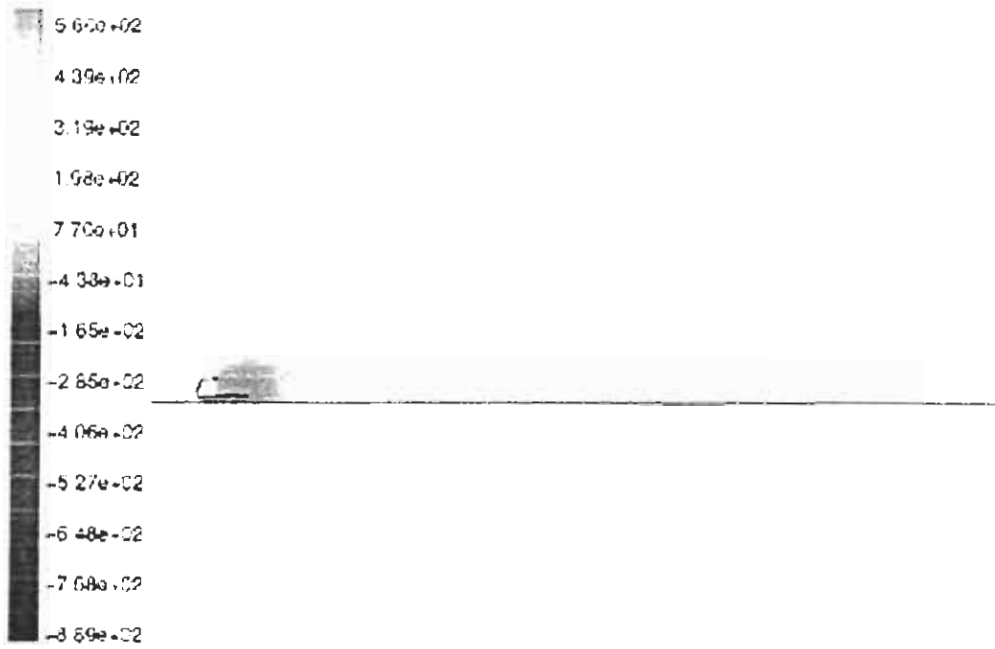


*Y συνιστώσα
(m/s)*

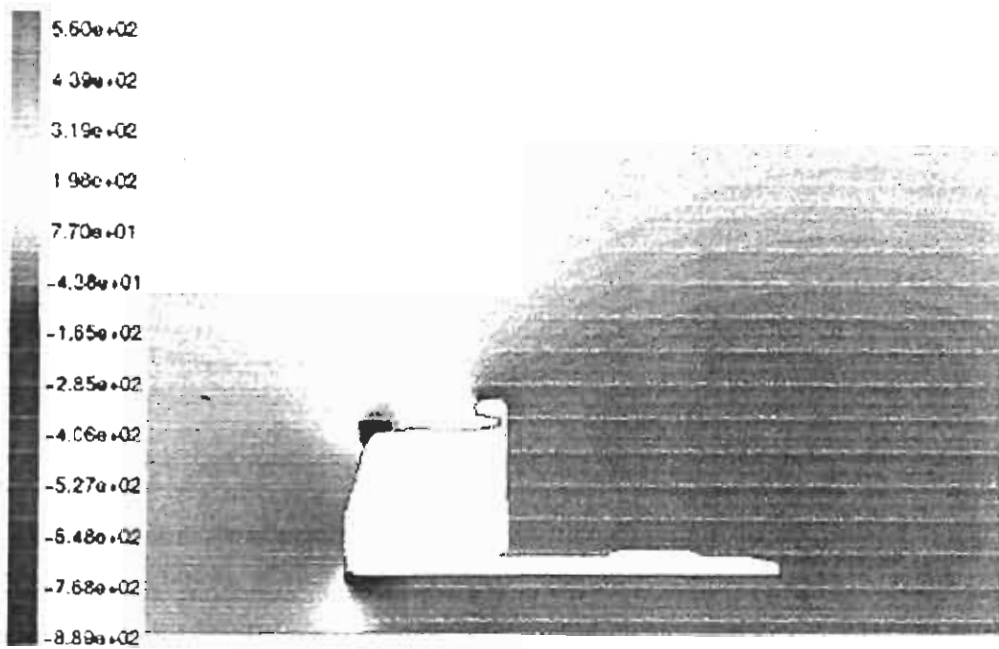


*Y συνιστώσα
(m/s)*

III *Ισοχρωματική απεικόνιση της στατικής πίεσης στο σύνολο του υπολ. πεδίου και στην περιοχή που παρατηρούνται μεγάλες μεταβολές*



Στατική πίεση
(Pascal)

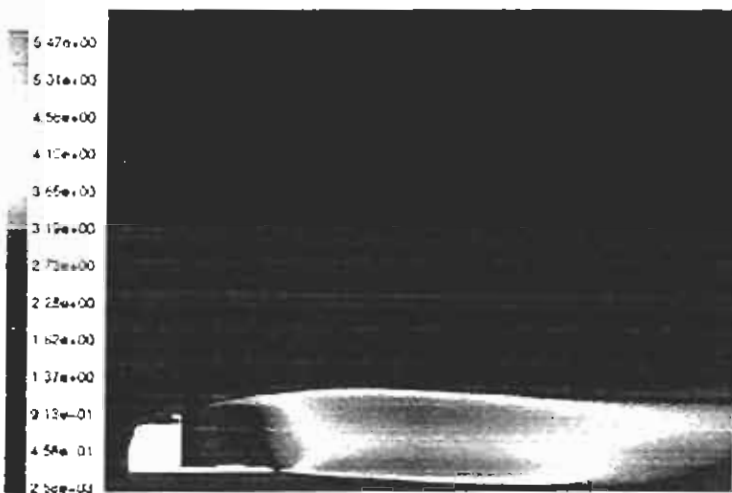


Στατική πίεση
(Pascal)

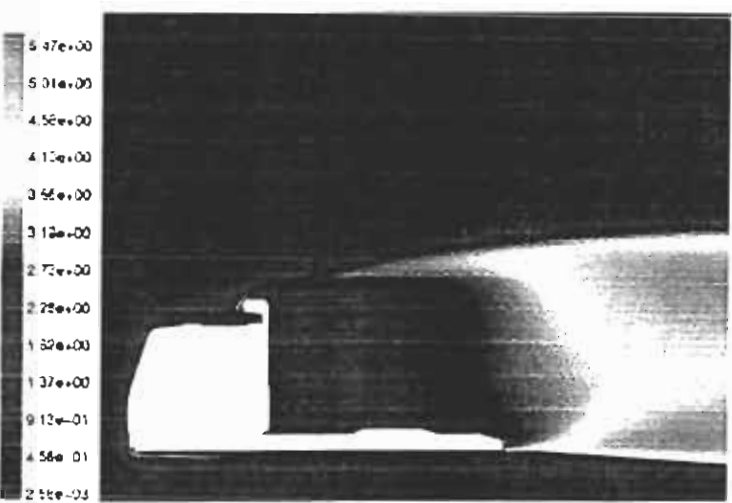
IV Ισοχρωματική απεικόνιση της έντασης της τύρβης στο σύνολο του υπολ. πεδίου και στην περιοχή που παρατηρούνται μεγάλες μεταβολές



Ένταση της τύρβης



Ένταση της τύρβης

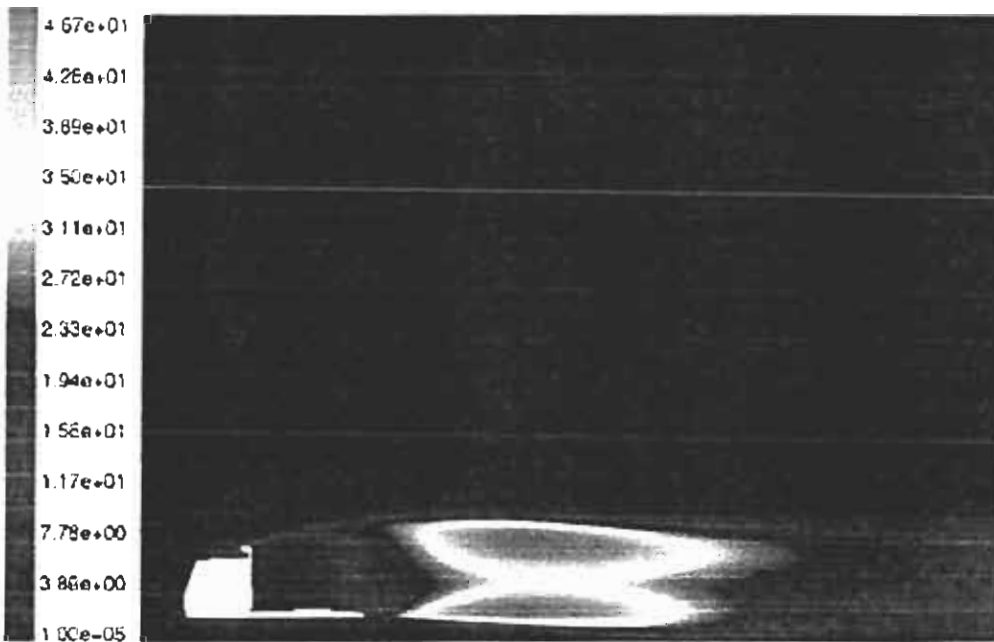


Ένταση της τύρβης

V *Ισοχρωματική απεικόνιση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας στο σύνολο του υπολ. πεδίου και στην περιοχή που παρατηρούνται μεγάλες μεταβολές*

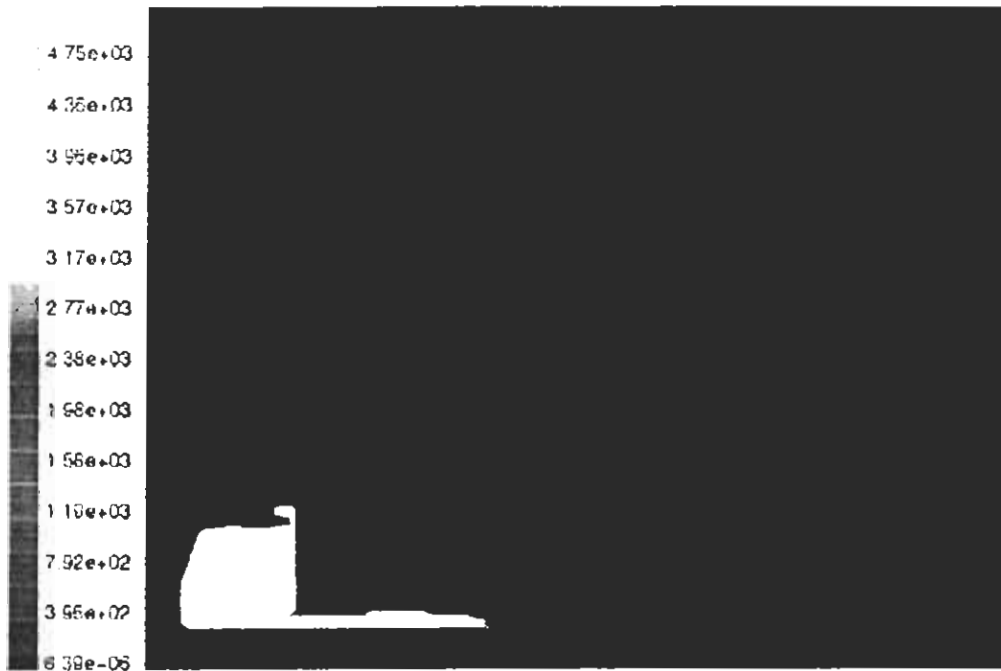


*Τυρβώδης κινητική ενέργεια (k)
(m²/s²)*

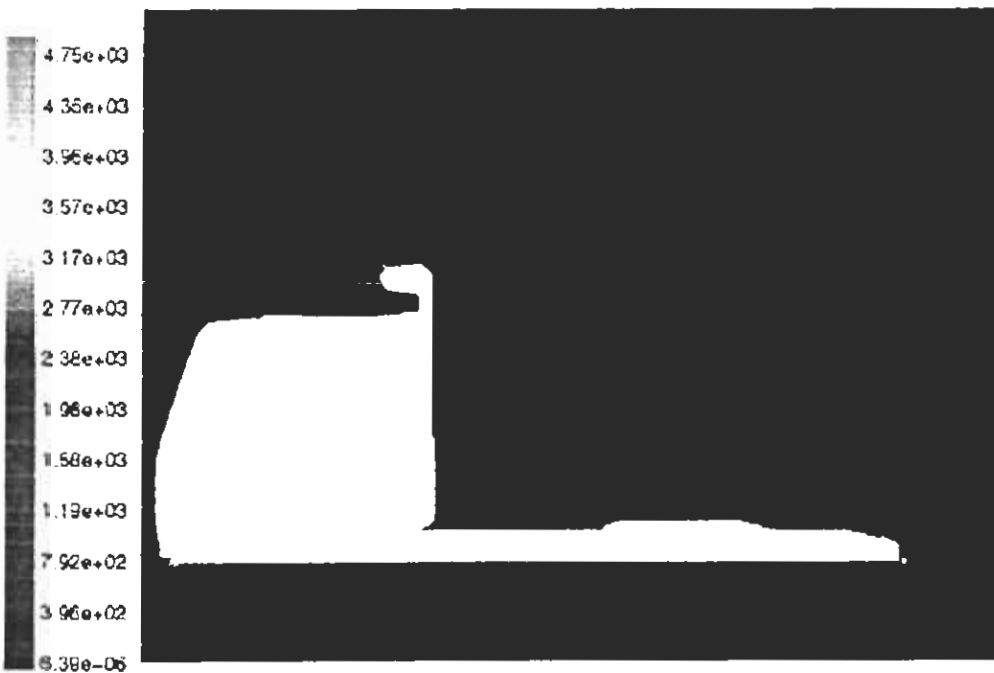


*Τυρβώδης κινητική ενέργεια (k)
(m²/s²)*

VI Ισοχρωματική απεικόνιση της σκέδασης της τύρβης στο σύνολο του υπολ. πεδίου και στην περιοχή που παρατηρούνται μεγάλες μεταβολές

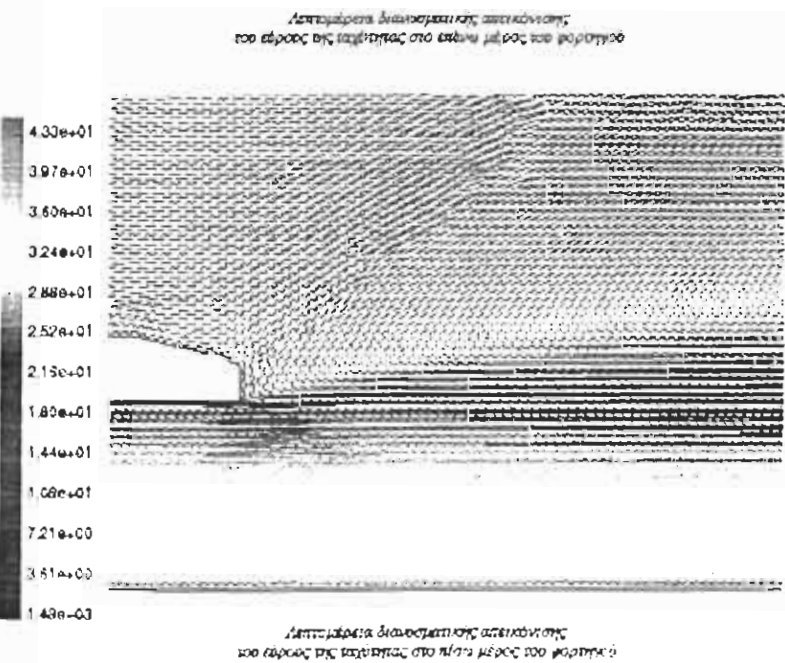
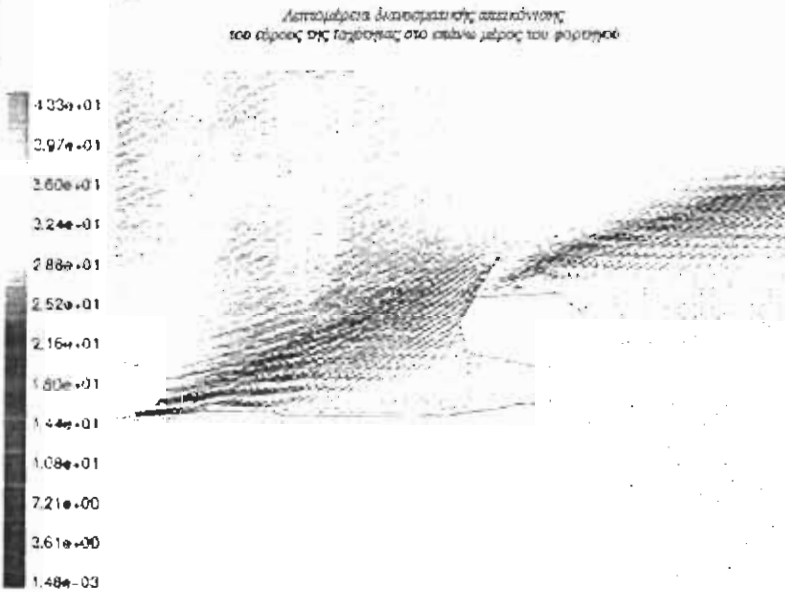
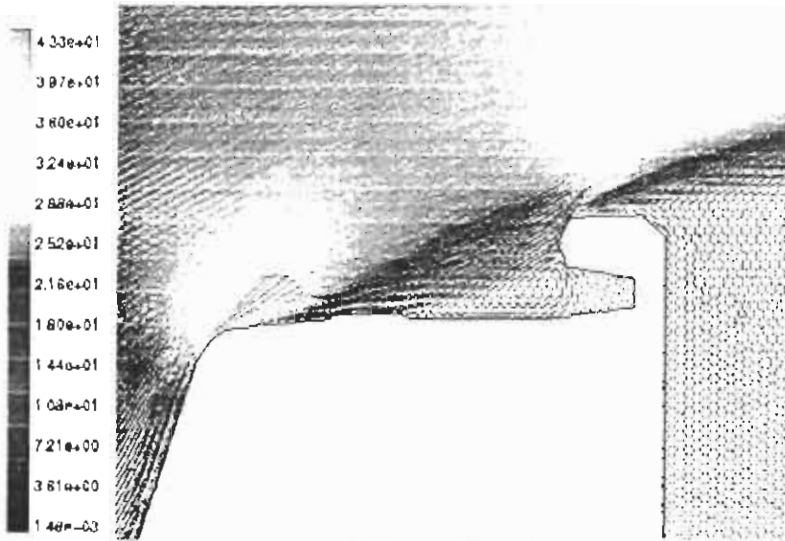


Ρυθμός τερβώδους σκέδασης
(m^2/s^3)



Ρυθμός τερβώδους σκέδασης
(m^2/s^3)

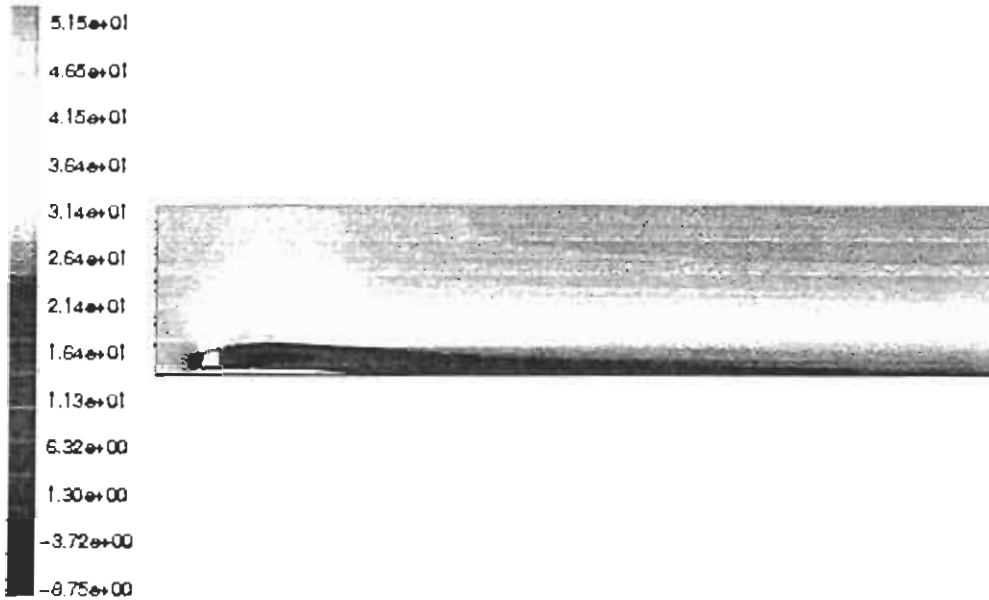
VII Διανυσματική απεικόνιση του εύρους της ταχύτητας



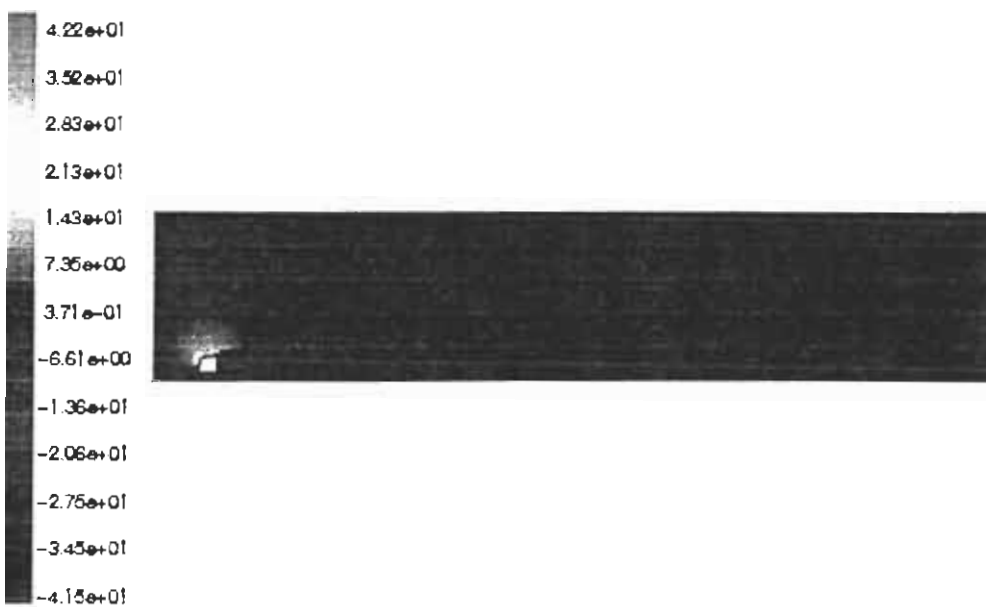
2η περίπτωση

Ταχύτητα ελευθέρου ρεύματος 30 m/s

- I *Ισοχρωματική απεικόνιση των συνιστωσών (X, Y) της ταχύτητας στο σύνολο του υπολογιστικού πεδίου*

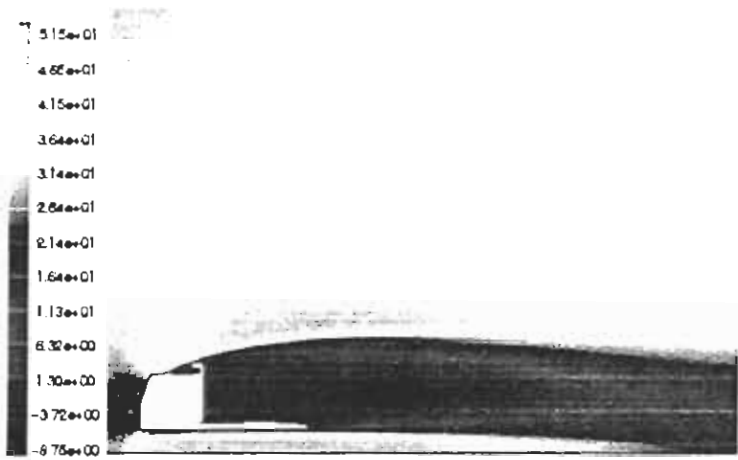


*X συνιστώσα
(m/s)*



*Y συνιστώσα
(m/s)*

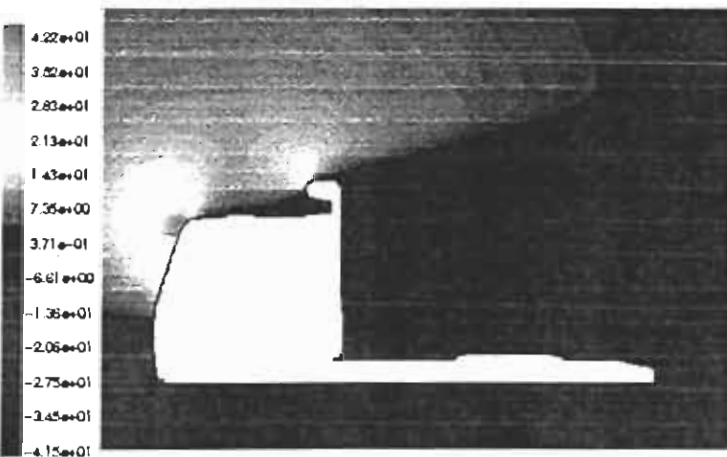
II *Ισοχρωματική απεικόνιση των συνιστωσών (X, Y) της ταχύτητας στην περιοχή που παρατηρούνται έντονες μεταβολές*



*Χ συνιστώσα
(m/s)*

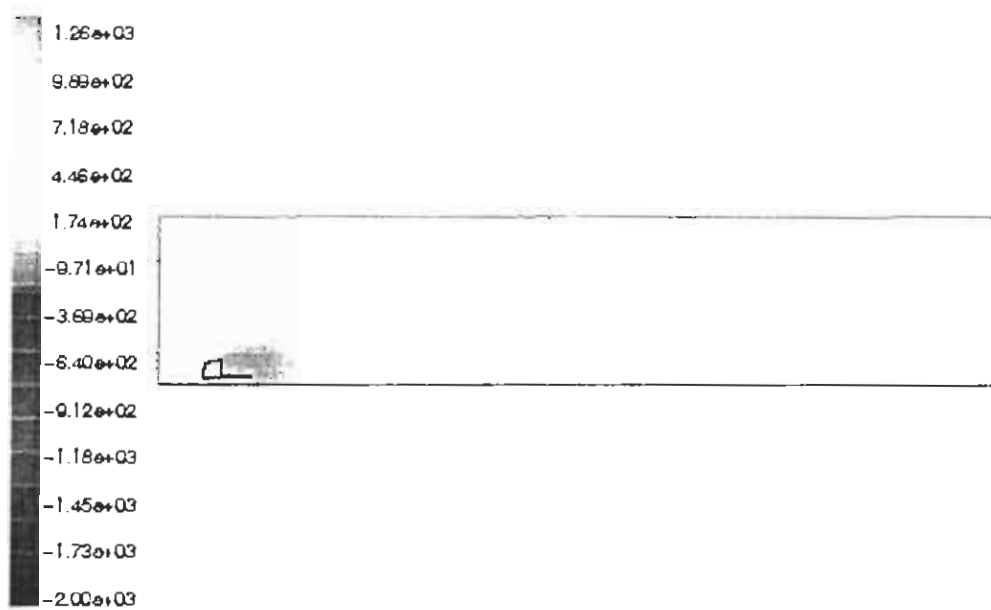


*Υ συνιστώσα
(m/s)*

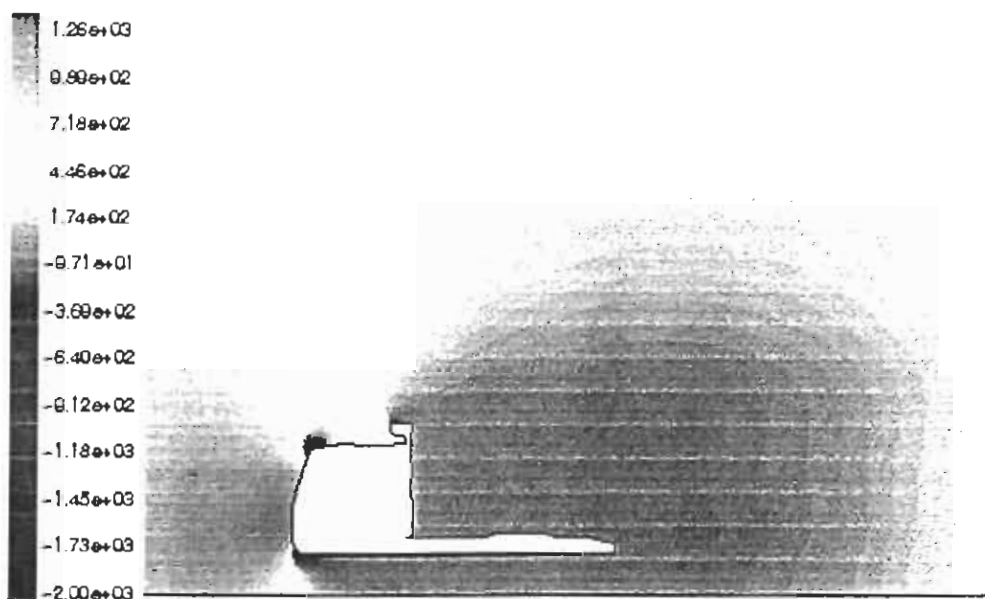


*Ζ συνιστώσα
(m/s)*

III *Ισοχρωματική απεικόνιση της στατικής πίεσης στο σύνολο του υπολ. πεδίου και στην περιοχή που παρατηρούνται μεγάλες μεταβολές*

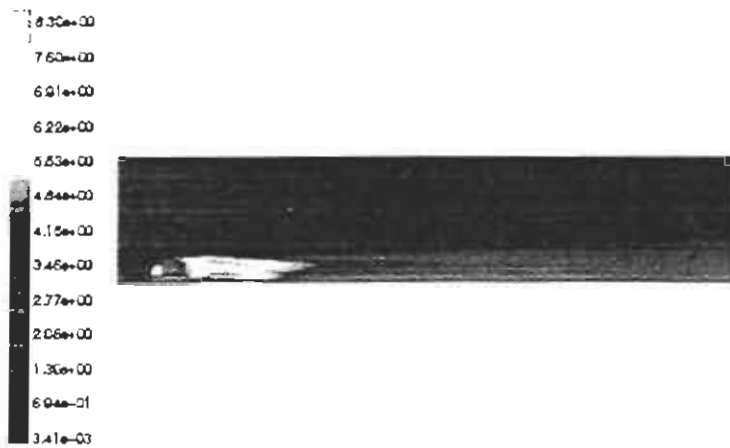


*Στατική πίεση
(Pascal)*



*Στατική πίεση
(Pascal)*

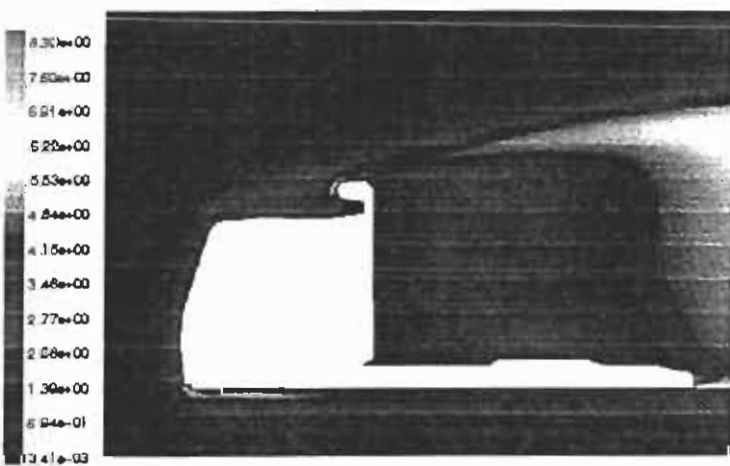
IV Ισοχρωματική απεικόνιση της έντασης της τύρβης στο σύνολο του υπολ. πεδίου και στην περιοχή που παρατηρούνται μεγάλες μεταβολές



Ένταση της τύρβης



Ένταση της τύρβης



Ένταση της τύρβης

- V Ισοχρωματική απεικόνιση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας (k) στο σύνολο του υπολ. πεδίου και στην περιοχή που παρατηρούνται μεγάλες μεταβολές



Τυρβώδης κινητική ενέργεια (k)
(m^2/s^2)



Τυρβώδης κινητική ενέργεια (k)
(m^2/s^2)

VI *Ισοχρωματική απεικόνιση της σκέδασης της τύρβης στο σύνολο του υπολ. πεδίου και στην περιοχή που παρατηρούνται μεγάλες μεταβολές*



*Ρυθμός τυρβώδους σκέδασης (ϵ)
(m^2/s^3)*

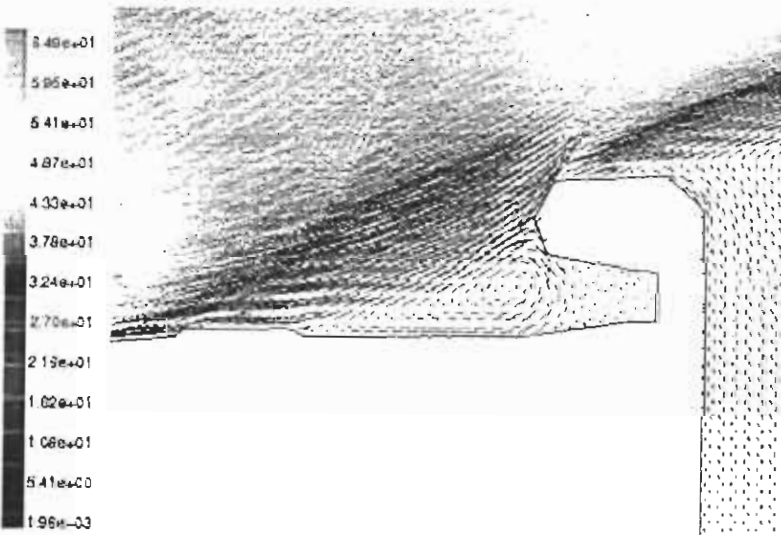


*Ρυθμός τυρβώδους σκέδασης (ϵ)
(m^2/s^3)*

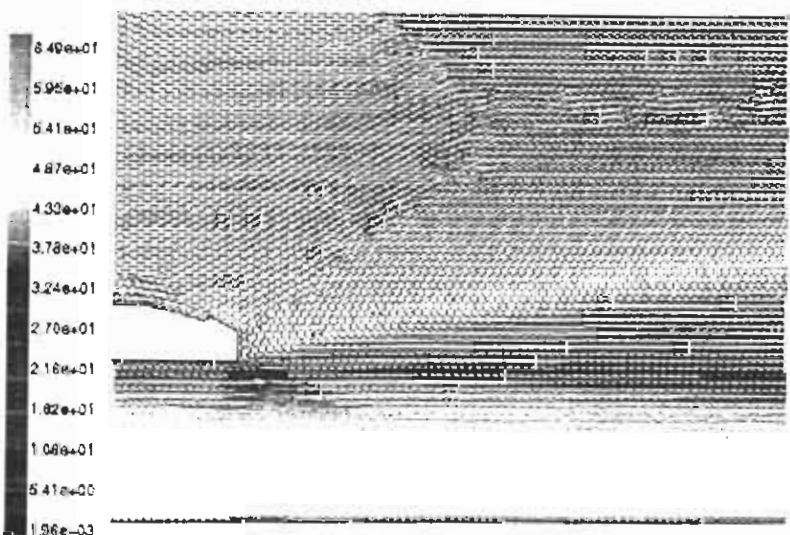
VII Διανυσματική απεικόνιση του εύρους της ταχύτητας



Διαγράμματα διανυσματική απεικόνιση του εύρους της ταχύτητας στο πάνω μέρος του φορτηγού



Διαγράμματα διανυσματική απεικόνιση του εύρους της ταχύτητας στο μέσο μέρος του φορτηγού

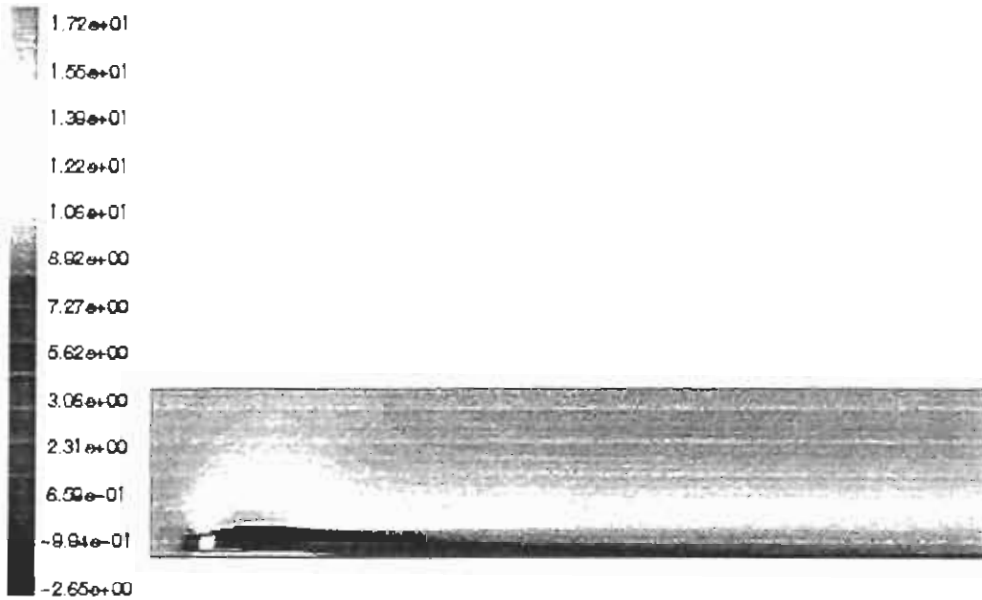


Διαγράμματα διανυσματική απεικόνιση του εύρους της ταχύτητας στο κάτω μέρος του φορτηγού

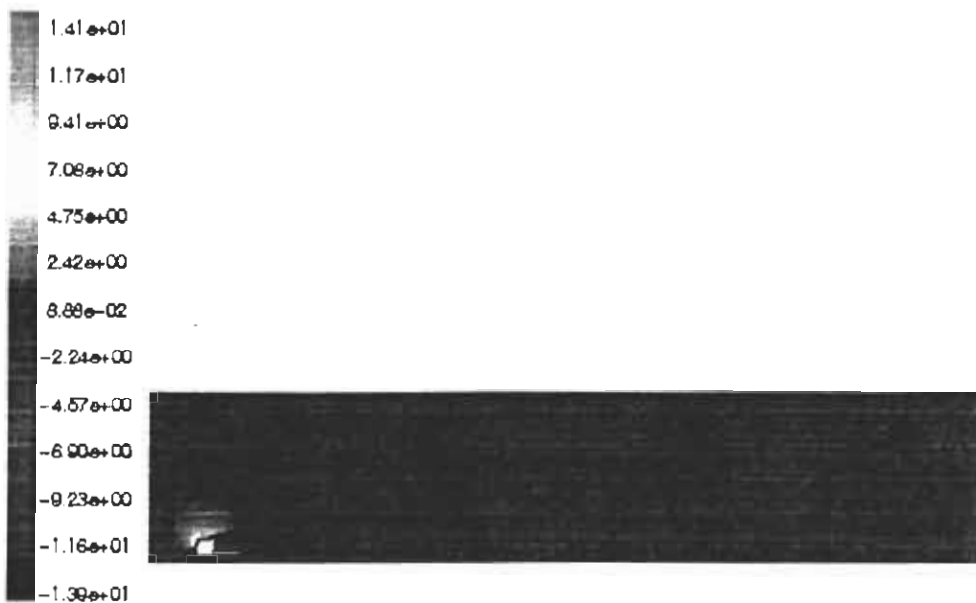
3η περίπτωση

Ταχύτητα ελευθέρου ρεύματος 10 m/s

I Ισοχρωματική απεικόνιση των συνιστωσών (X,Y) της ταχύτητας
στο σύνολο του υπολογιστικού πεδίου

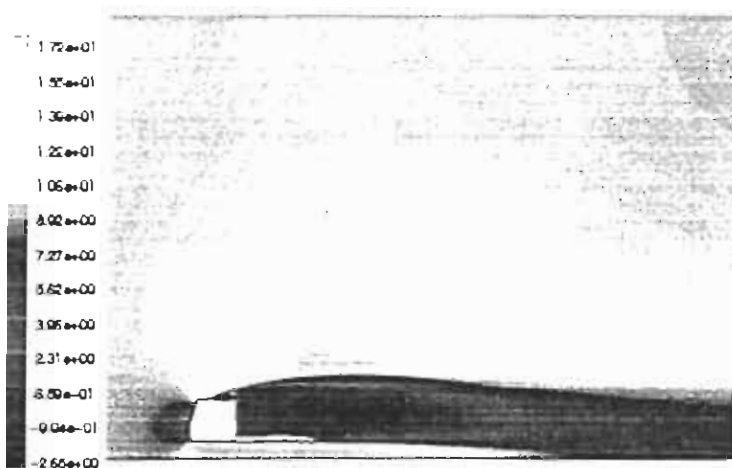


X συνιστώσα
(m/s)



Y συνιστώσα
(m/s)

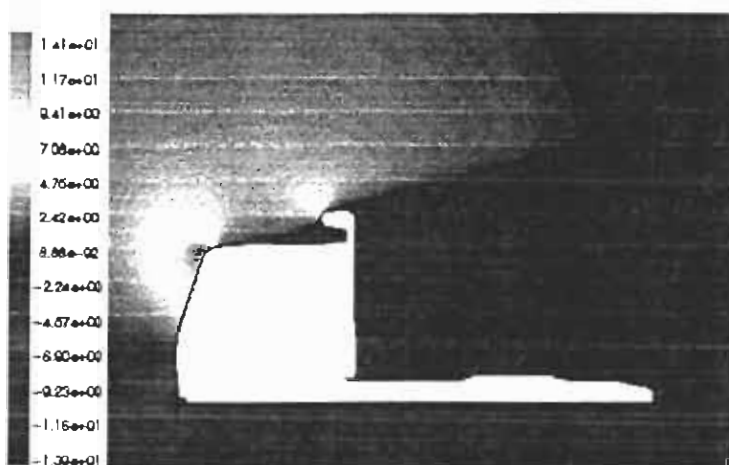
II *Ισοχρωματική απεικόνιση των συνιστωσών (X, Y) της ταχύτητας στην περιοχή που παρατηρούνται μεγάλες μεταβολές*



X συνιστώσα
(m/s)

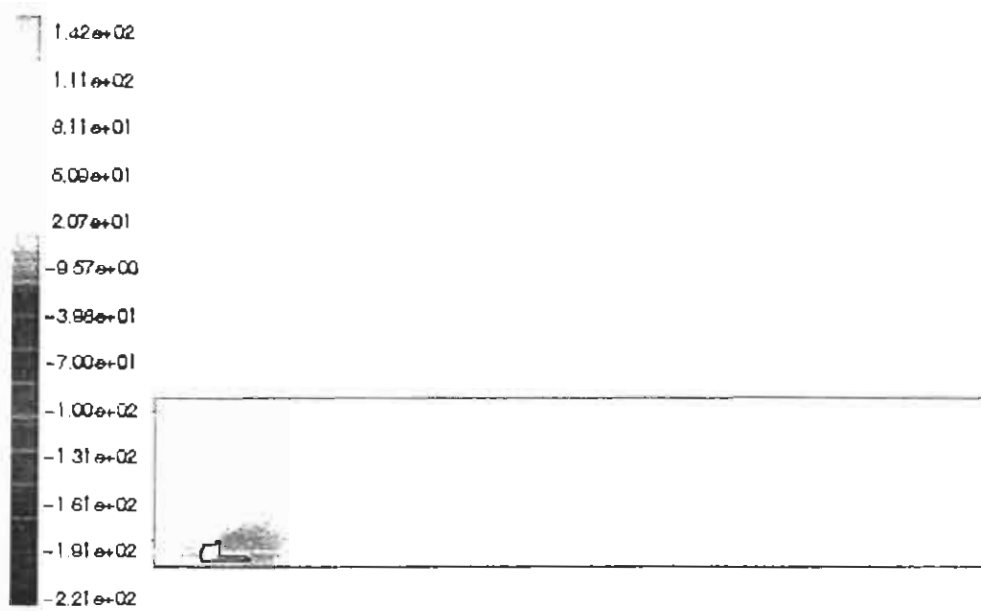


Y συνιστώσα
(m/s)

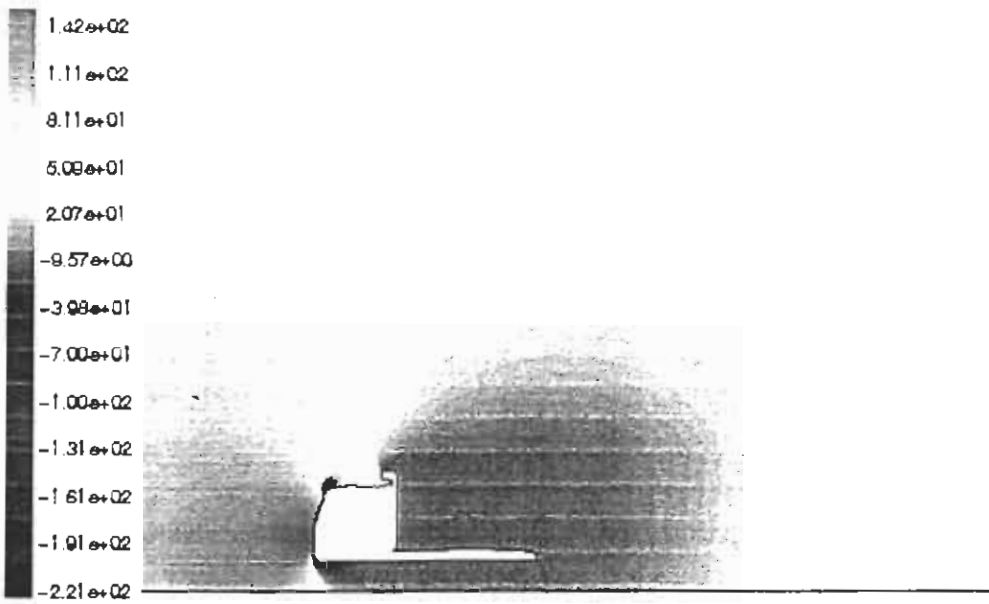


Y συνιστώσα
(m/s)

III *Ισοχρωματική απεικόνιση της στατικής πίεσης στο σύνολο του υπολ. πεδίου και στην περιοχή που παρατηρούνται μεγάλες μεταβολές*



Στατική πίεση
(Pascal)

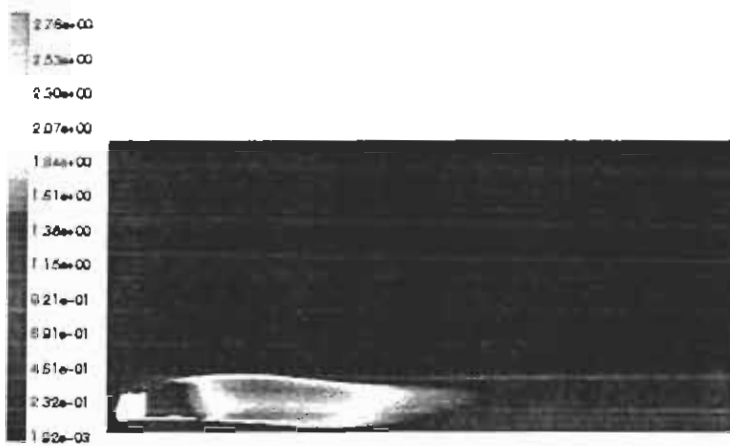


Στατική πίεση
(Pascal)

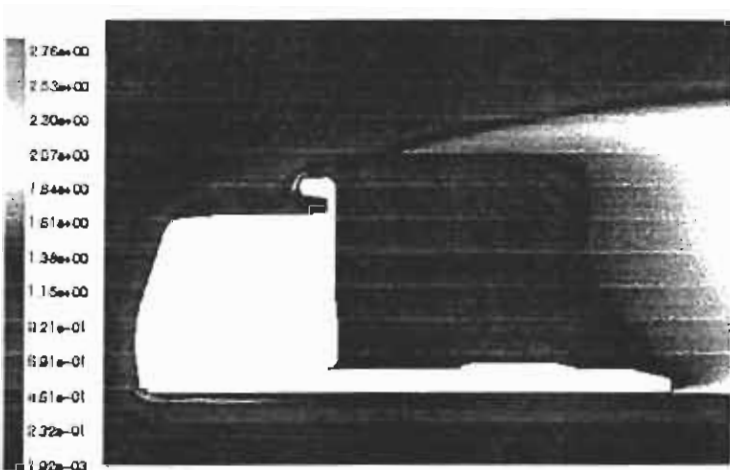
IV Ισοχρωματική απεικόνιση της έντασης της τήρβης στο σύνολο του υπολ. πεδίου και στην περιοχή που παρατηρούνται μεγάλες μεταβολές



Ένταση της τήρβης



Ένταση της τήρβης

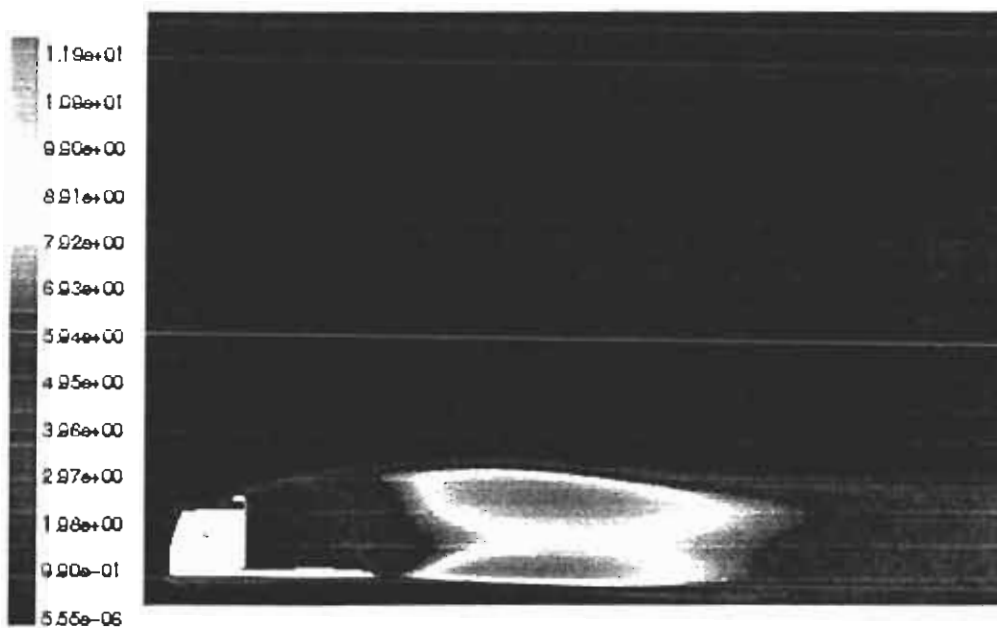


Ένταση της τήρβης

V Ισοχρωματική απεικόνιση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας στο σύνολο του υπολ. πεδίου και στην περιοχή που παρατηρούνται μεγάλες μεταβολές



Τυρβώδης κινητική ενέργεια (k)
(m^2/s^2)



Τυρβώδης κινητική ενέργεια (k)
(m^2/s^2)

VI Ισοχρωματική απεικόνιση της σκέδασης της τύρβης στο σύνολο του υπολ. πεδίου και στην περιοχή που παρατηρούνται μεγάλες μεταβολές

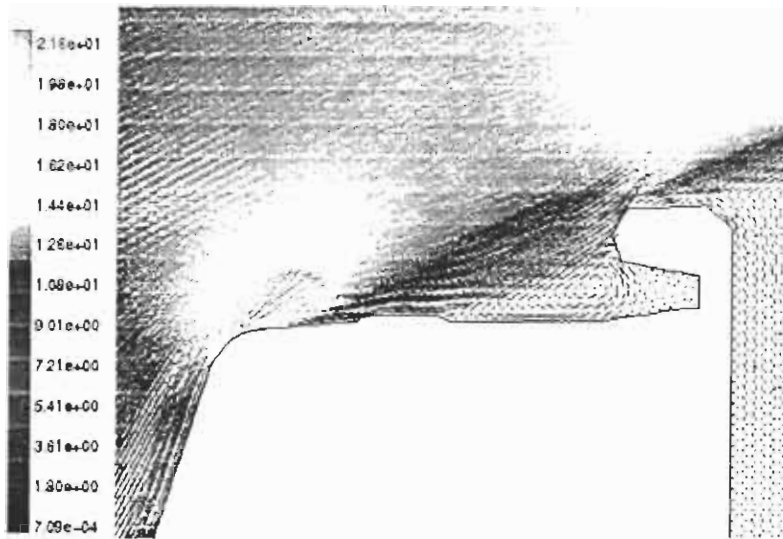


Ρυθμός τυρβώδους σκέδασης (ϵ)
(m^2/s^3)

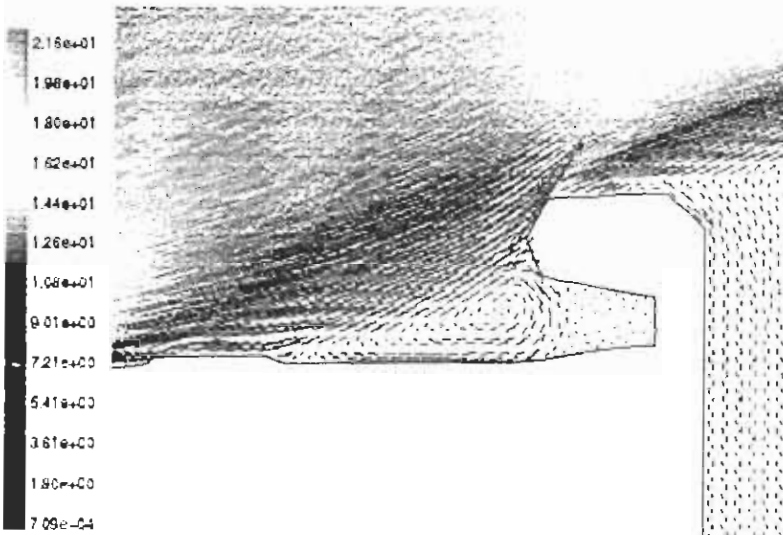


Ρυθμός τυρβώδους σκέδασης (ϵ)
(m^2/s^3)

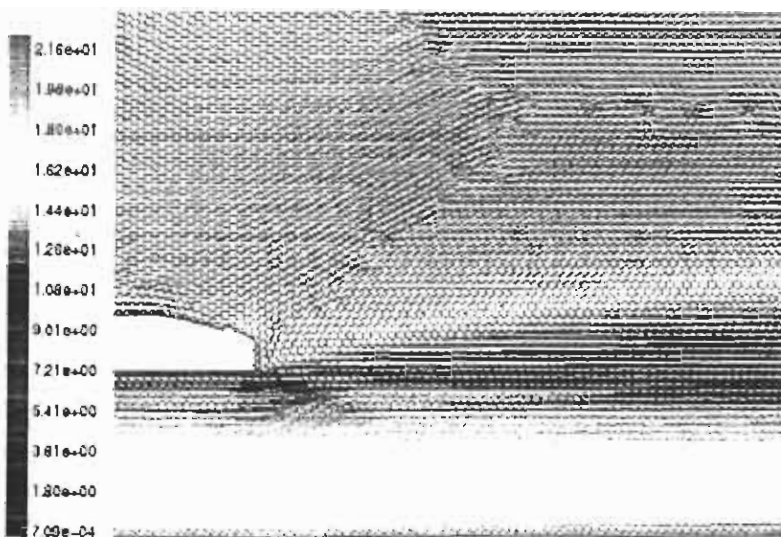
VII Διανυσματική απεικόνιση του εύρους της ταχύτητας



Λεπτομέρεια διανυσματικής απεικόνισης του εύρους της ταχύτητας στο επάνω μέρος του φορτηγού



Λεπτομέρεια διανυσματικής απεικόνισης του εύρους της ταχύτητας στο επάνω μέρος του φορτηγού

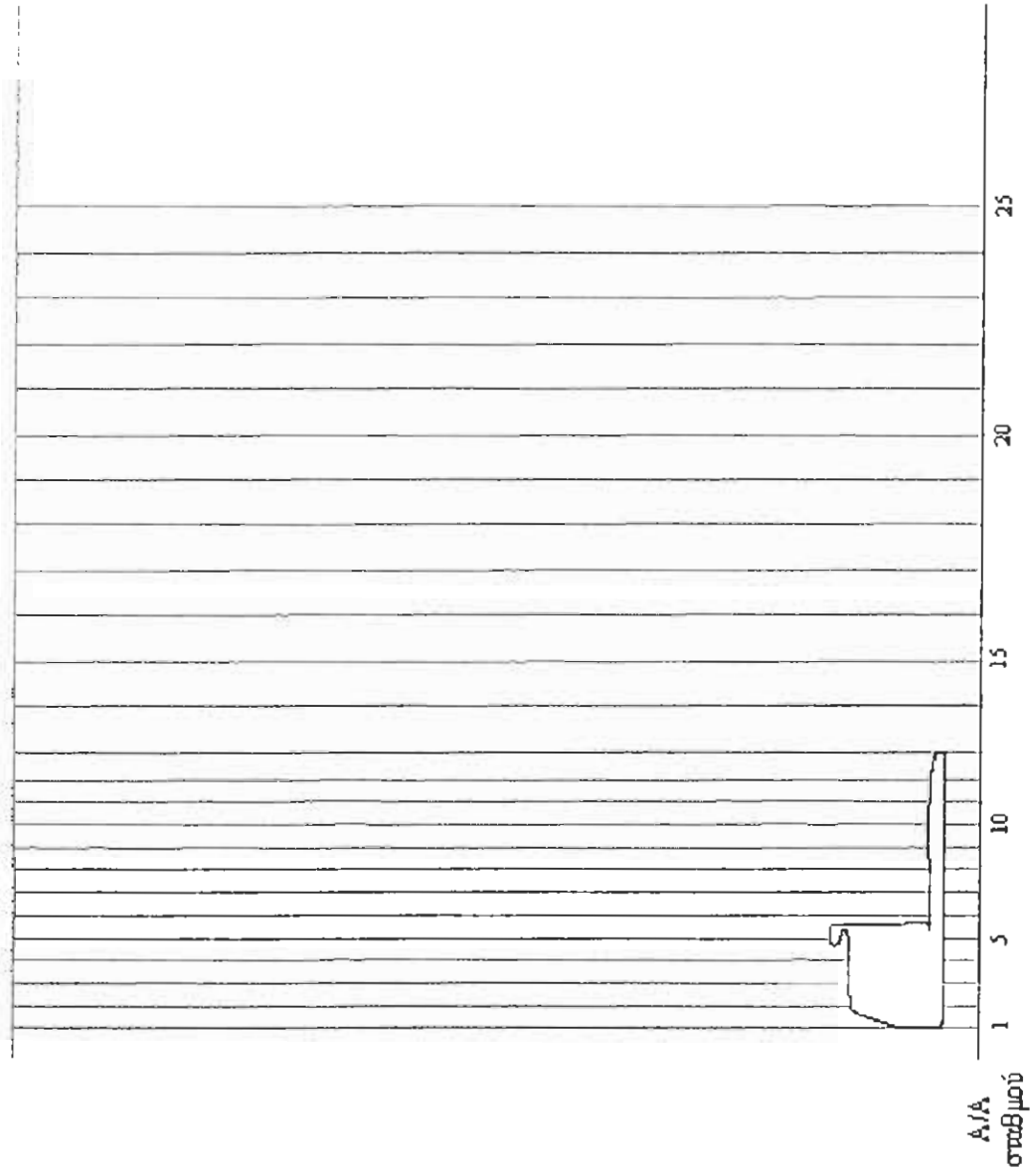


Λεπτομέρεια διανυσματικής απεικόνισης του εύρους της ταχύτητας στο πίσω μέρος του φορτηγού

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2

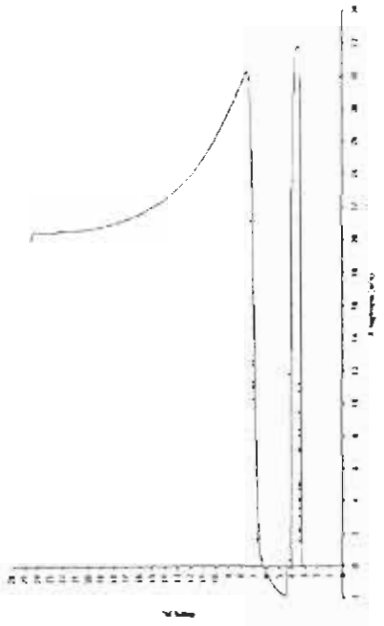
Σελίδες **I – V** : Ταχύτητα ελεύθερου ρεύματος 20 m/s

Σελίδες **IV – X** : Ταχύτητα ελεύθερου ρεύματος 30 m/s

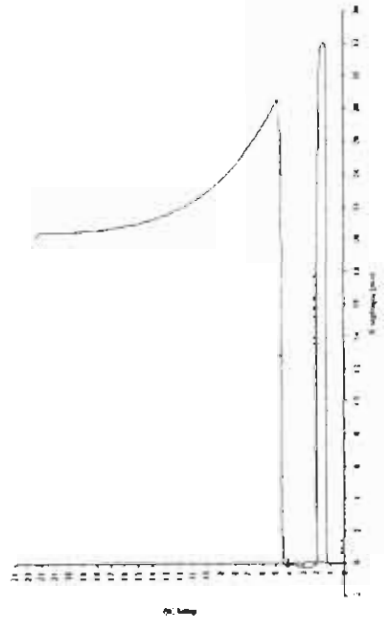


Θέση των σταθμών που χρησιμοποιούνται για την ανακάλυψη των βασικών χαρακτηριστικών της ροής

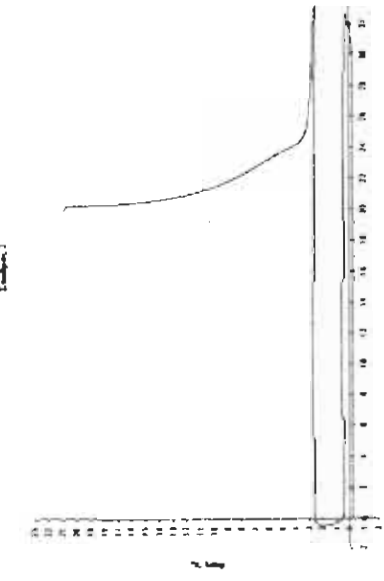
Examen 9



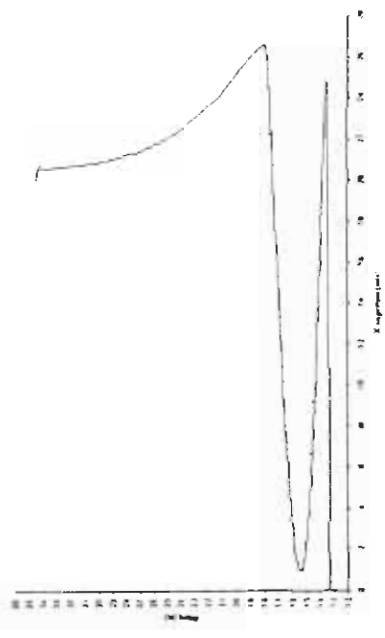
Examen 10



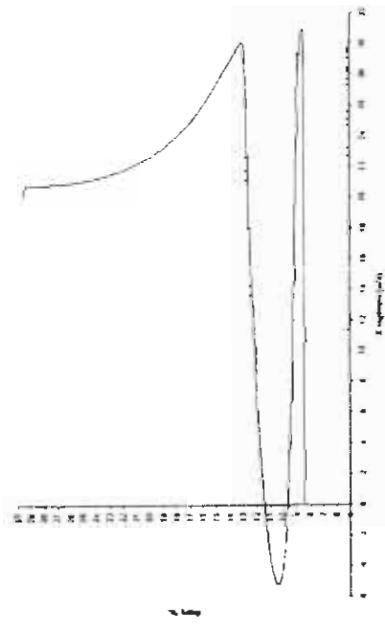
Examen 11



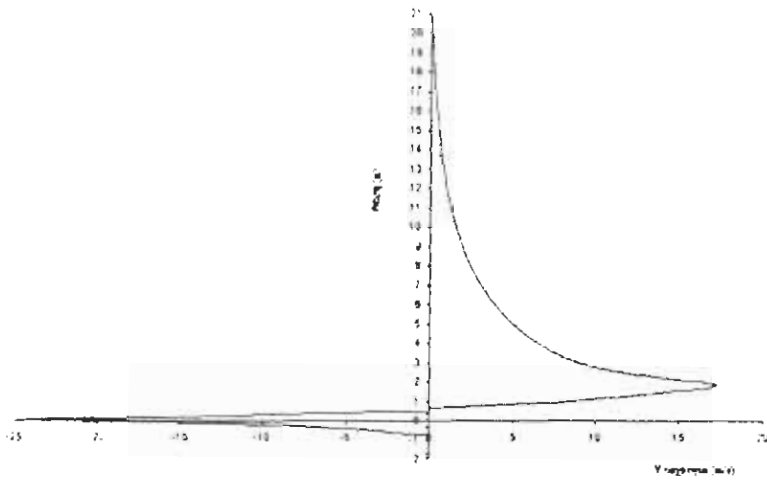
Examen 12



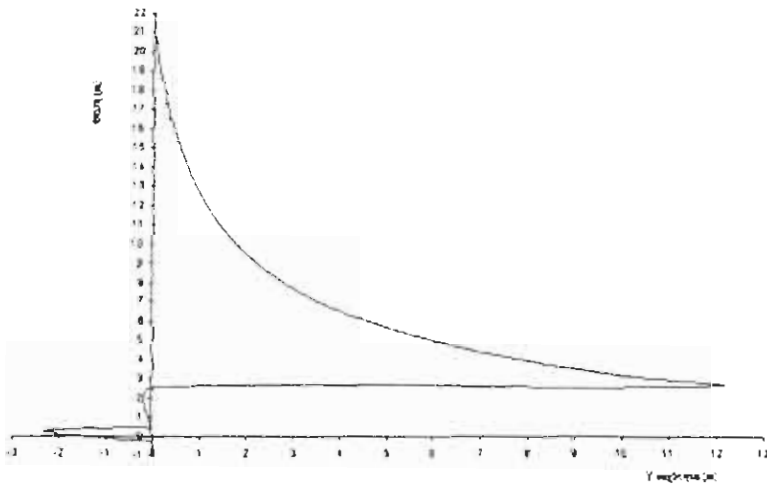
Examen 13



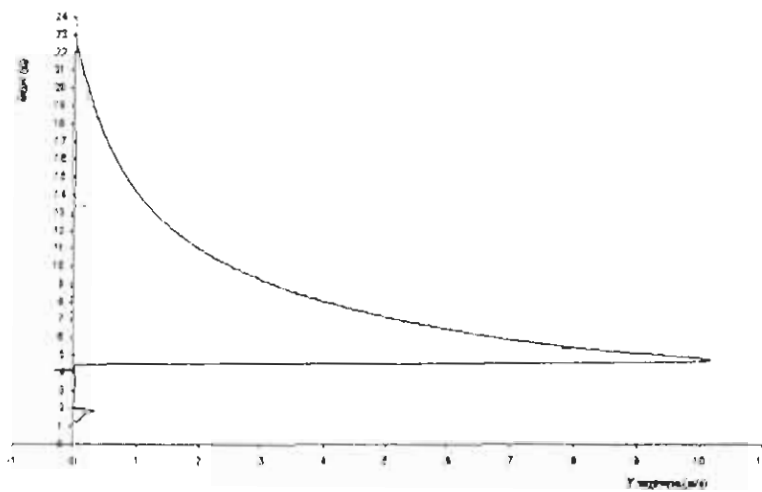
Επίπεδο 1



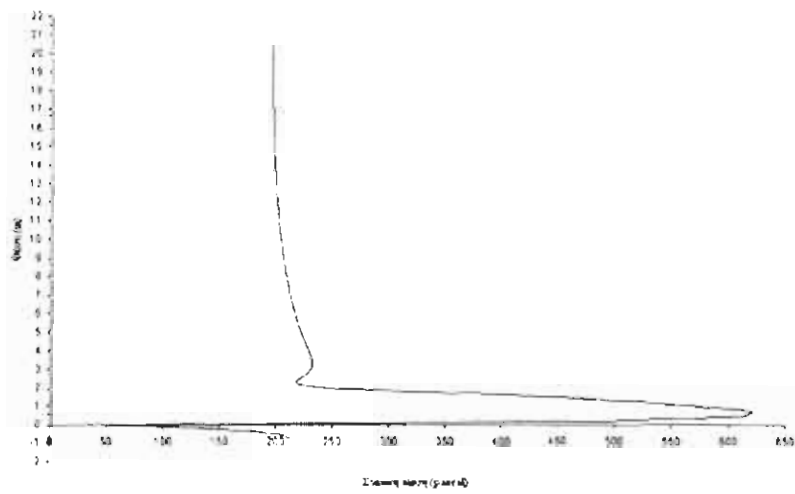
Επίπεδο 2



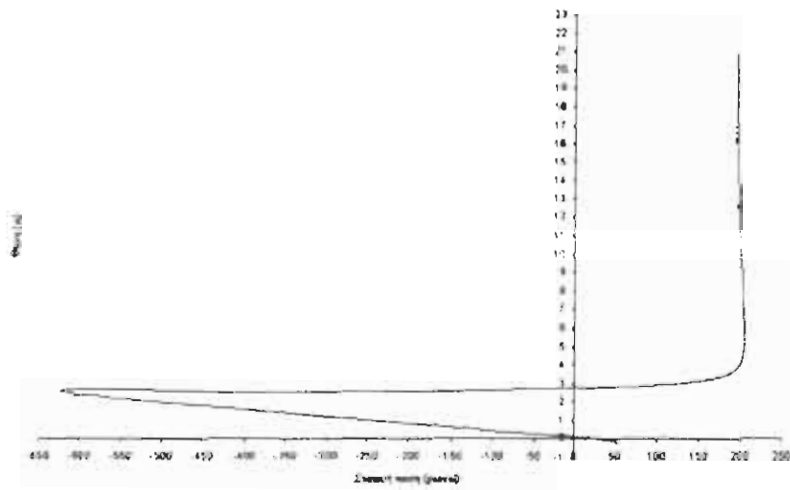
Επίπεδο 3



Εικόνα 1



Εικόνα 2



Εικόνα 9

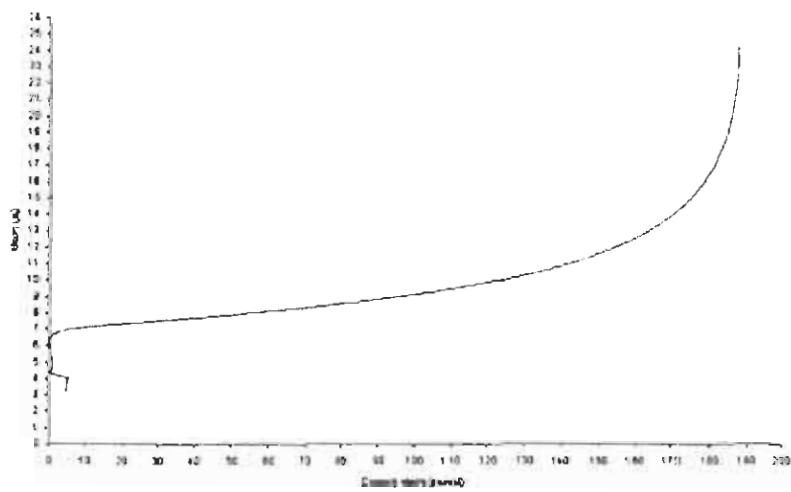


Exhibit 5

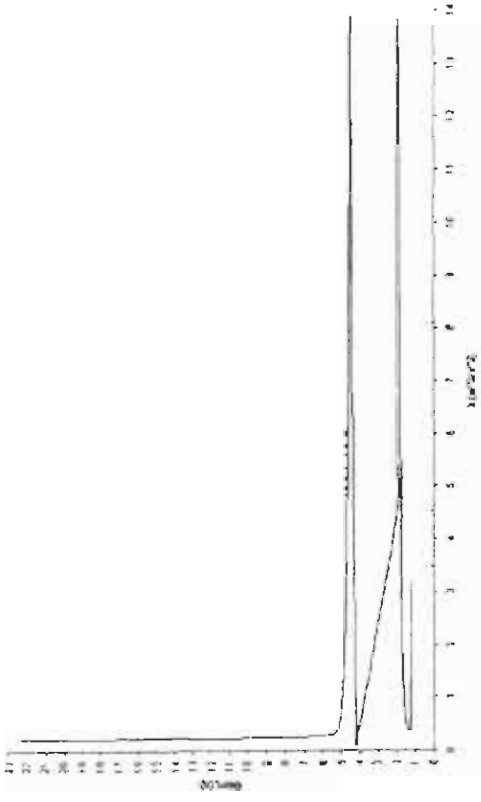


Exhibit 20

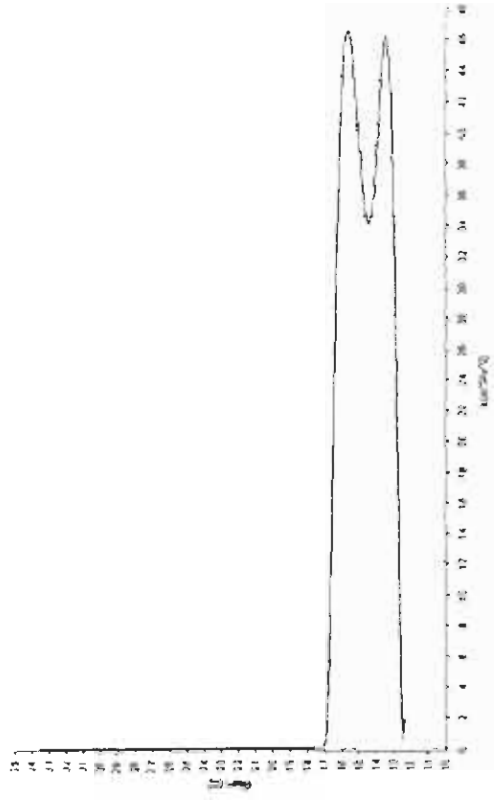


Exhibit 2

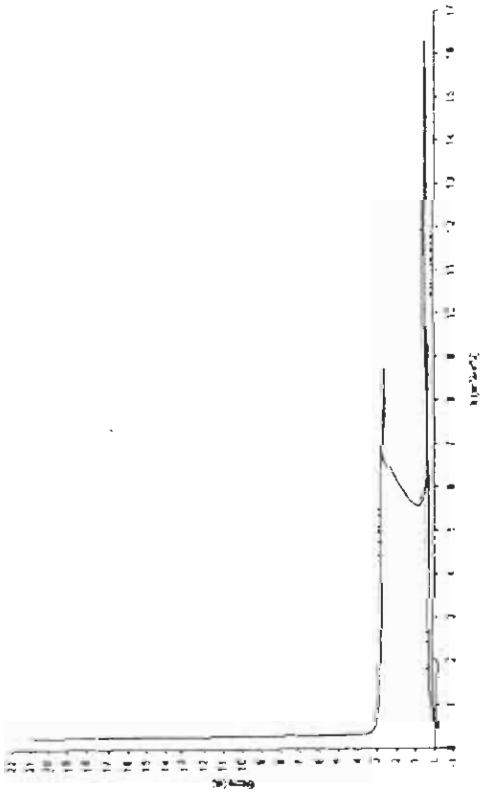


Exhibit 17

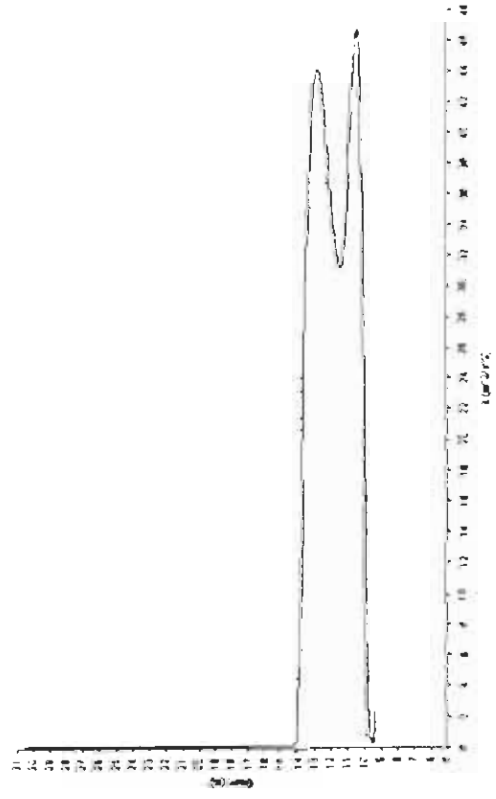


Exhibit 1

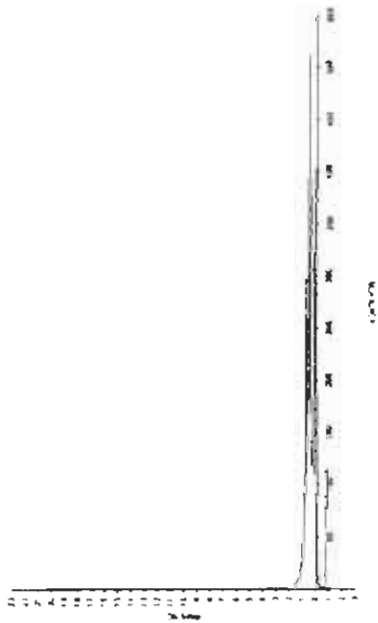


Exhibit 2

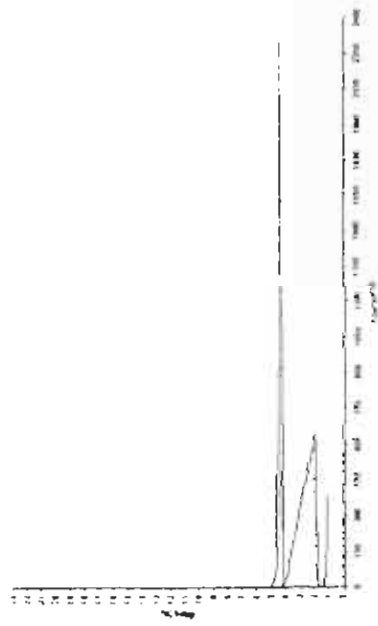


Exhibit 3

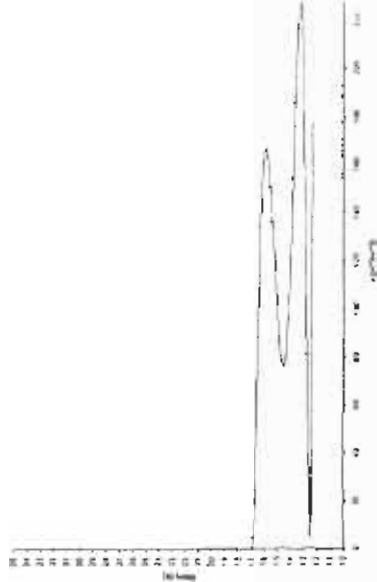


Exhibit 4



Exhibit 5

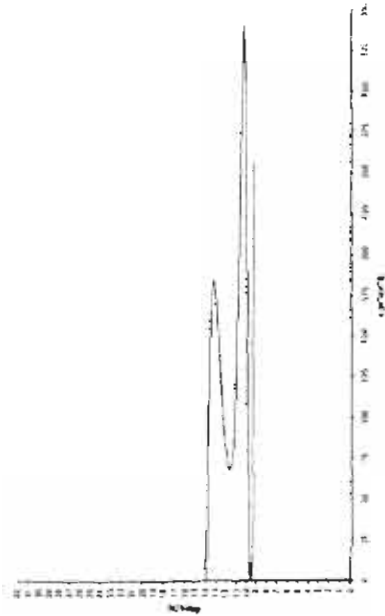


Exhibit 7

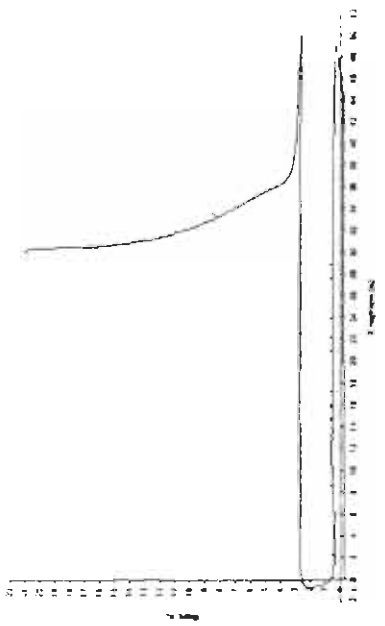


Exhibit 8

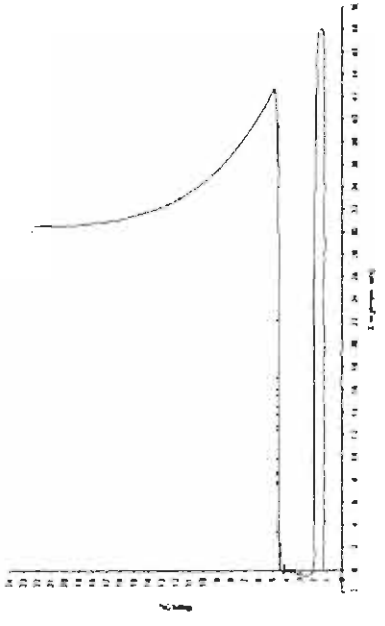


Exhibit 9

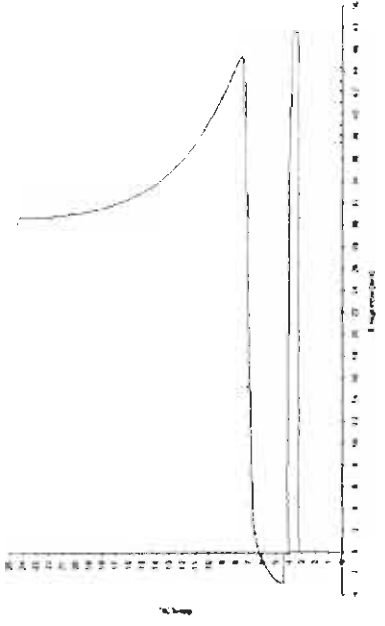


Exhibit 16

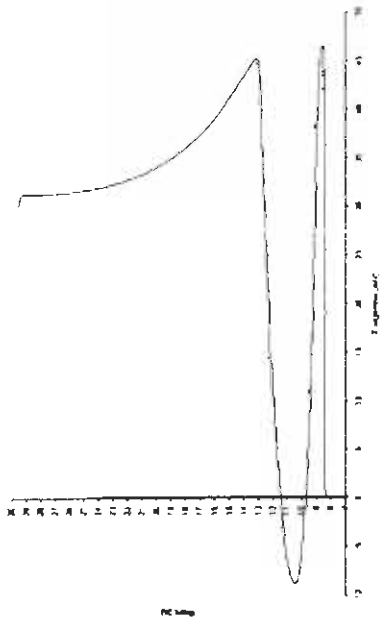
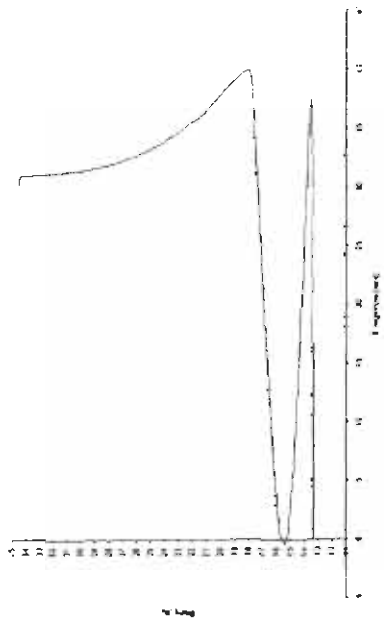
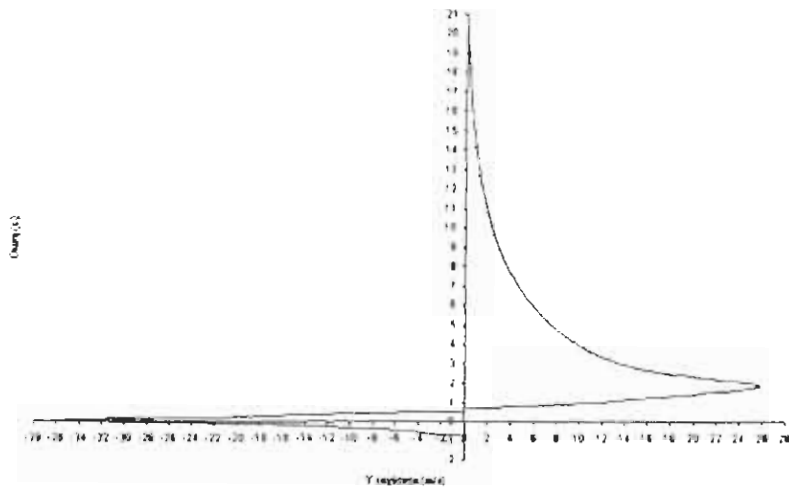


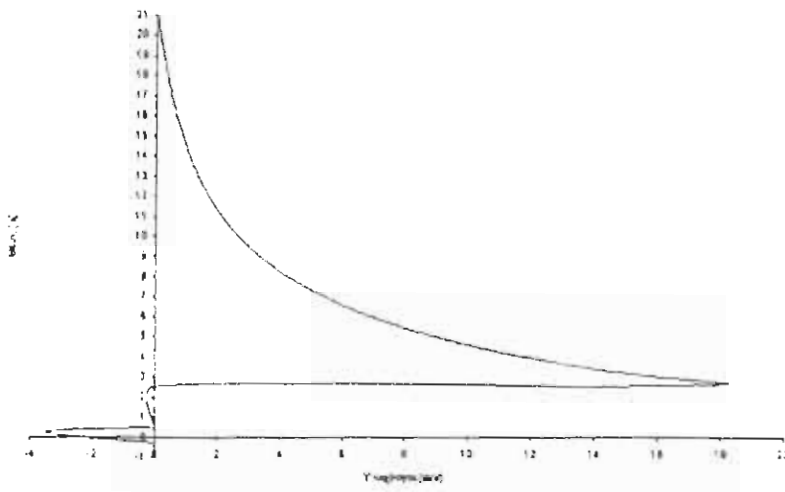
Exhibit 11



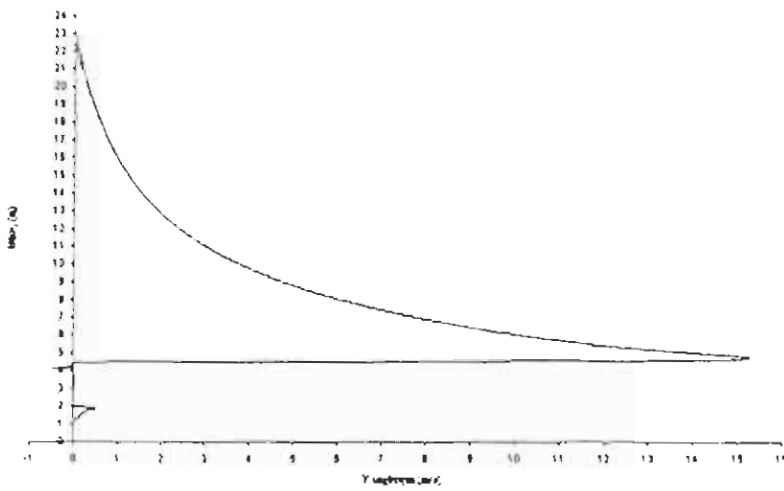
Στάθης 1



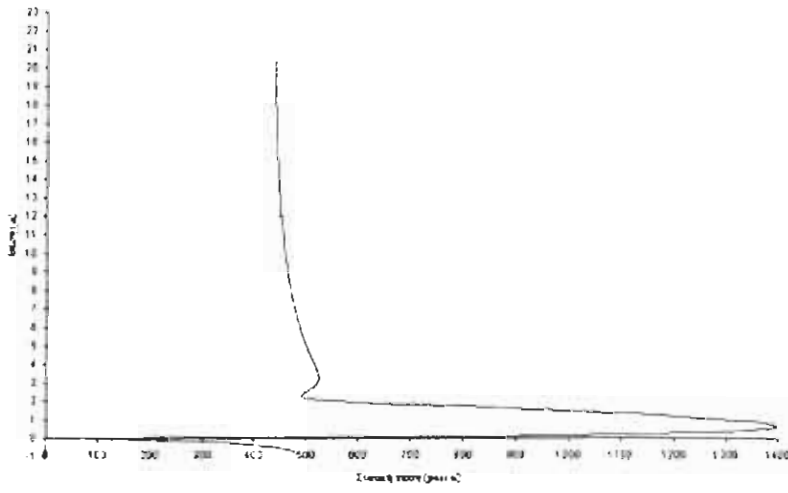
Στάθης 2



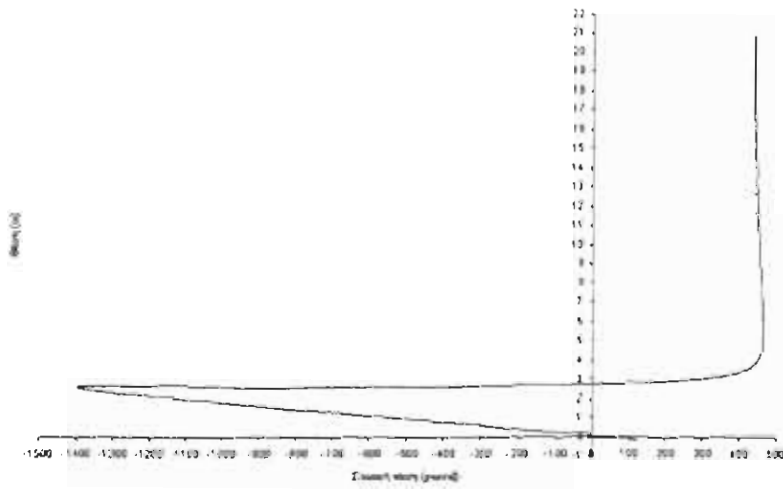
Στάθης 3



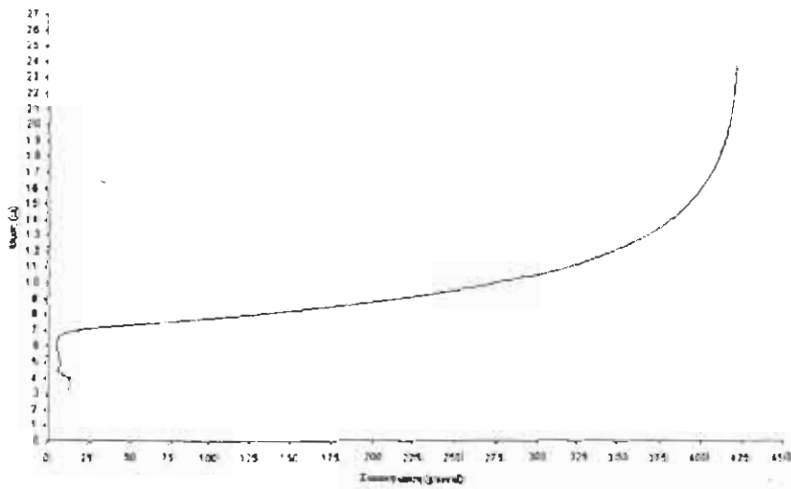
Εικόνα 1



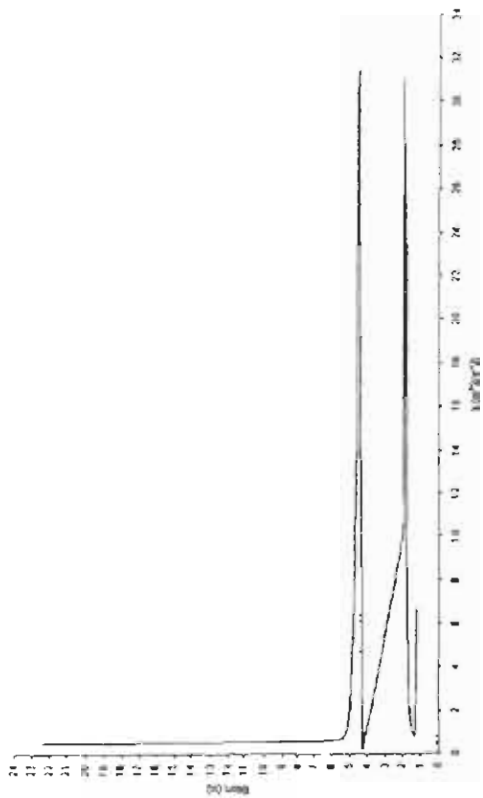
Εικόνα 2



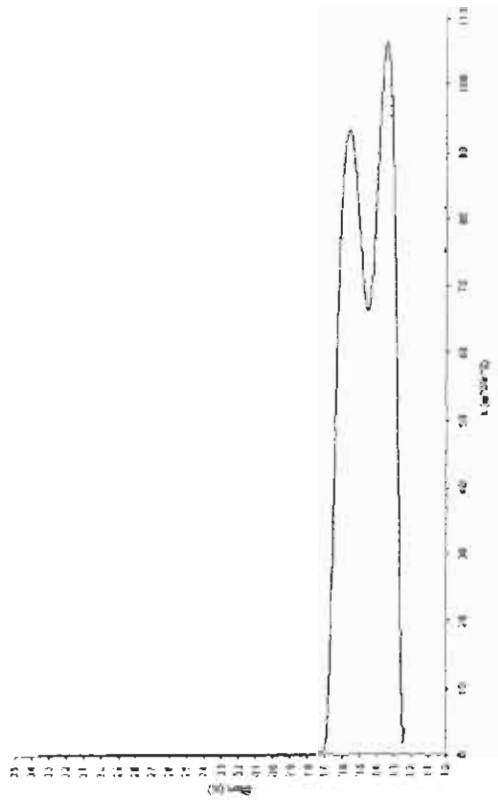
Εικόνα 3



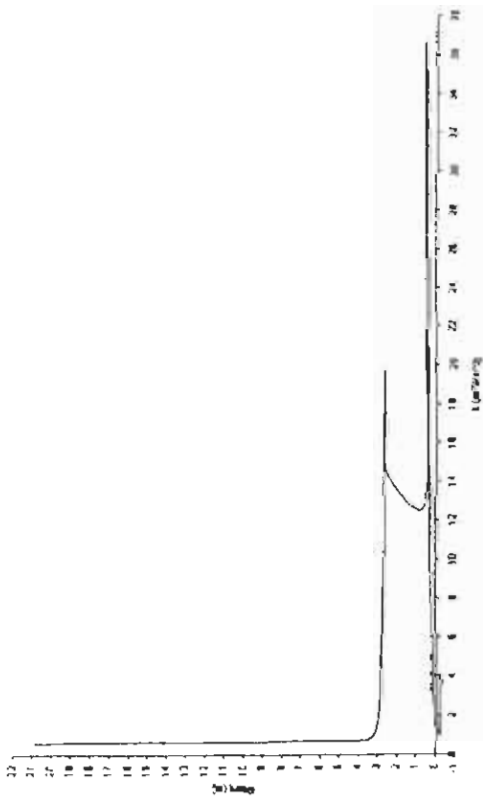
Exodus 5



Exodus 20



Exodus 2



Exodus 17

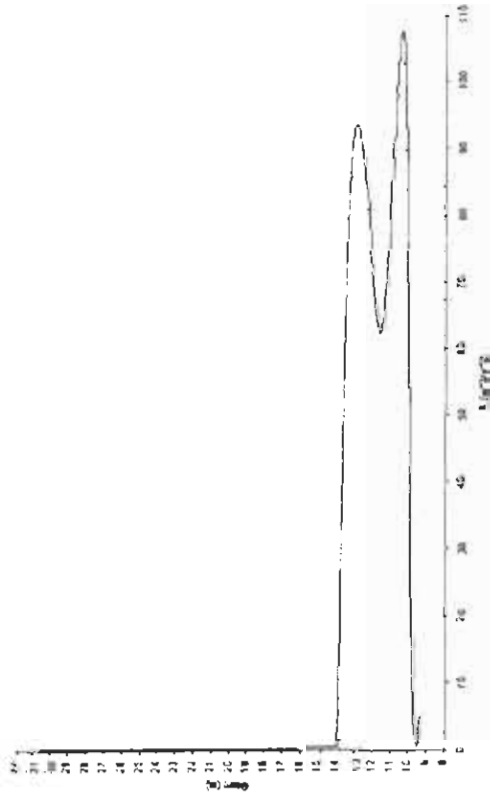


Exhibit 1

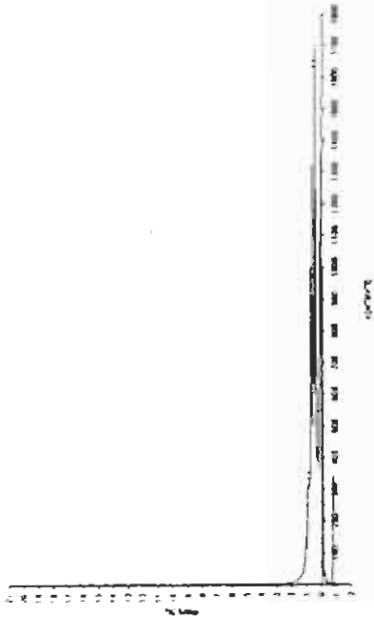


Exhibit 5

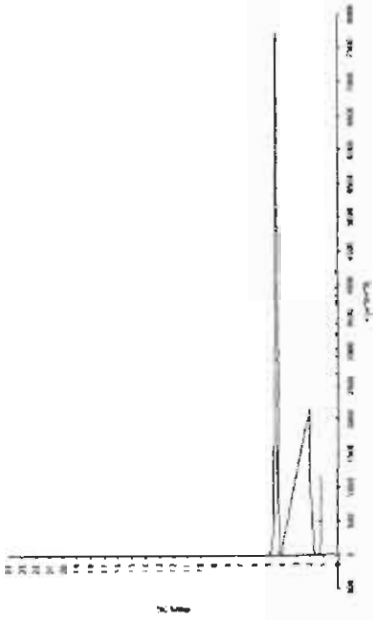


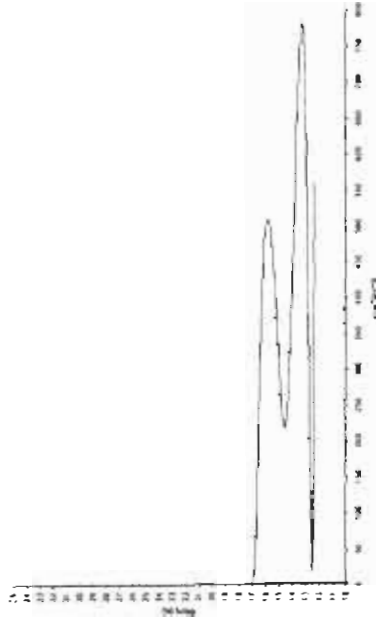
Exhibit 13



Exhibit 17



Exhibit 20



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. J. Anderson, "Computational Fluid Dynamics", McGraw Hill, 1995
2. J. Malalasekera and K. Vorsteeg,, "Introduction to Computational Fluid Dynamics, the finite volume method", Pergamon Press, 1994
3. Κ. Ρώσσης, Γ. Αγερίδης και Γ. Μπεργελές, "Η αεροδυναμική του αυτοκινήτου", Εργαστήριο Αεροδυναμικής Ε.Μ.Π., 1993
4. FLUENT 5.0 Manual, FLUENT Inc., Lebanon, 1999
5. Γ. Μπεργελές, Δ. Παπαντώνης και Σ. Τσαγγάρης, "Τεχνικές Μετρήσεις Ρευστομηχανικών Μεγεθών", Εκδόσεις Συμμεών, 1998
6. L. M. Milne-Thomson, "Theoretical Aerodynamics", Dover Publications, 1975

