ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΑΤΡΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ

ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΧΡΟΝΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΜΕ ΤΗΝ ΧΡΗΣΗ Η/Υ

ΝΙΚΟΣ Σ. ΒΑΡΟΤΣΗΣ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ - ΕΙΣΗΓΗΣΗ

ΚΩΣΤΑΣ Δ. ΤΣΕΚΟΥΡΑΣ

ΠΑΤΡΑ
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 1996

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΑΤΡΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕ ΘΕΜΑ:

"ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΧΡΟΝΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΜΕ ΤΗΝ ΧΡΗΣΗ Η/Υ"

ΑΝΑΔΟΧΟΣ:
ΝΙΚΟΣ Σ. ΒΑΡΟΤΣΗΣ
ΦΟΙΤΗΤΗΣ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΠΑΤΡΑΣ

ΕΙΣΗΓΗΣΗ:

ΚΩΣΤΑΣ Δ. ΤΣΕΚΟΥΡΑΣ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΠΑΤΡΑΣ

ΠΑΤΡΑ
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 1996

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η χρησιμότητα της επιχειρησιακής έρευνας είναι αναμφισβήτητη στην λειτουργικότητα και στην αποδοτικότητα της επιχείρησης. Αυτό που αμφισβείται ακόμη είναι ο βαθμός στον οποίο είναι σε θέση να γίνει αυτή αποδεκτή από τους περισσότερους επιχειρηματίες - ιδιαίτερα και στη χώρα μας. Εξάλλου ελάχιστη είναι η σημασία που αποδίδεται από τα περισσότερα τριτοβάθμια εκπαιδευτικά ιδρύματα στον τομέα αυτόν.

Με αυτά τα δεδομένα γίνονται εύλογα αντιληπτές οι εξαιρετικές εμπειρίες που αποκομίζει καθένας από την ενασχόλησή του με τον τομέα αλλά παράλληλα οι τεράστιες δυσκολίες που συναντάει στο έργο του. Έτσι κάθε φοιτητής που έρχεται σε επαφή με την επιχειρησιακή έρευνα γρήγορα αντιλαμβάνεται την αντίθεση που υπάρχει μεταξύ ελκυστικότητας από την μία και δυσκολίας από την άλλη που συνοδεύουν την μελέτη και εργασία του.

Αν και δεν φιλοδοξούμε να καταντήσουμε φυλλάδιο διαμαρτυρίας ούτε και πιστεύουμε ότι θα συμβάλλει στο ελάχιστο στο να αλλάξει τίποτε, δεν μπορούμε να μην αναφερθούμε σε τεράστιες δομικές δυσκολίες που αντιμετώπισε η δημιουργία αυτής της εργασίας, από το ίδρυμα. Σχεδόν παντελής έλλειψη βιβλιογραφίας, απουσία οργάνωσης, ετοιμότητας και συγρονισμού, ανυπαρξία κατάλληλων συνθηκών και "εργαλείων" και σε τελική ανάλυση άγνοια και αδιαφορία. Δεν θα ήταν υπερβολικό να ισχυριστούμε πως με αυτά τα δεδομένα η δημιουργία αυτής της εργασίας αποτελεί "κοινωνικό έργο" η δε ολοκλήρωσή της και κατάθεσή της "δωρεά" προς το ίδρυμα.

Χωρίς προδιάθεση να "ευλογήσουμε τα γένια μας" πιστεύουμε ακράδαντα ότι η εργασία που κρατάτε στα χέρια σας είναι από κάθε άποψη ολοκληρωμένη δουλειά. Το κατά πόσο είναι και επιτυχημένη θα το κρίνετε εσείς. Όμως νομίζουμε ότι η εργασία αυτή είναι "πραγματική", ρεαλιστική και πάνω απ' όλα επιστημονική. Στην δημιουργία της δεν είχαμε στη διάθεσή μας "ως οδηγούς" ούτε έτοιμες ανάλογες πτυχιακές εργασίες ούτε βιβλία με την ανάλογη δομή και μοτίβο. Τα κομμάτια αυτής της εργασίας δημιουργήθηκαν από αυτόνομες για κάθε ενότητα "ωμές" πηγές και αυτό ίσως αποτελεί το ισχυρότερό της "χαρτί" απέναντι στο κριτήριο "επιστημονική".

Προσπαθήσαμε η εργασία να προσεγγίζει τόσο τη θεωρητική όσο και την πρακτική πλευρά του θέματος. Σε κάθε θεωρητική αναφορά κάναμε ότι ήταν δυνατό για να αποκαλύπτονται οι πρακτικές προεκτάσεις της ενώ δεν υπήρξε αναφορά μας σε πραγματικό παράδειγμα που να μην το έχουμε τεκμηριώσει επιστημονικά. Έτσι η εργασία αυτή μπορεί να αποδειχθεί χρήσιμο εγχειρίδιο σε κάθε ενδιαφερόμενο ασχολούμενο με τον επιχειρησιακο-οικονομικό τομέα, φθάνει και ο ίδιος να το επιθυμεί. Ασφαλώς θεωρούμε ότι ο αναγνώστης ήδη διαθέτει ένα ελάχιστο θεωρητικό υπόβαθρο στον τομέα που ασχολούμαστε. Αυτό όμως σε καμία περίπτωση δεν μας εμπόδισε οι αναφορές μας να είναι όσο το δυνατό απλά διατυπωμένες και πάντα επιστημονικά τεκμηριωμένες.

Το πρόβλημα των αποθεμάτων είναι μείζονος σημασίας επιχειρησιακό πρόβλημα και σαν τέτοιο επιβάλλεται να αντιμετωπίζεται από κάθε επιχείρηση προκειμένου η δραστηριότητά της να βαδίζει προς την σωστή κατεύθυνση. Πιστεύουμε ότι το πρόβλημα των αποθεμάτων επιβάλλεται να είναι τομέας γνωστός από κάθε στέλεχος επιχειρήσεων και ιδιαίτερα από πτυχιούχους λογιστές αφού τα αποθέματα αποτελούν για τις περισσότερες επιχειρήσεις το σημαντικότερο περιουσιακό στοιχείο. Η σωστή διαχείρηση των αποθεμάτων αποτελεί απαραίτητο συστατικό για την κερδοφορία κάθε επιχείρησης.

Στο 1ο κεφάλαιο των Αποθεμάτων αναφερόμαστε αναλυτικά στη σημασία των αποθεμάτων και στο ρόλο που παίζουν μέσα στην επιχείρηση. Επιπλέον, σε αυτό το κεφάλαιο ο αναγνώστης μπορεί να κατανοήσει πως λειτουργεί το μάναντζμεντ της επιχείρησης για το συντονισμό του επιχειρησιακού προγραμματισμού με τη διαχείρηση των αποθεμάτων. Στα κεφάλαια που ακολουθούν γίνεται η επιστημονική προσέγγιση σε κάθε συστατικό που συνιστά τον επιχειρησιακό προγραμματισμό της επιχείρησης ο οποίος βελτιστοποιεί την αποδοτικότητά της. Τέλος, παρουσιάζουμε μια σειρά πρακτικών προβλημάτων εφαρμογής γραμμικού προγραμματισμού, προϋπολογισμών και προβλέψεων για την καλύτερη κατανόησή τους από τον αναγνώστη και την καλύτερη εκμετάλλευση του Η/Υ.

Στο τέλος της εργασίας ακολουθεί παράρτημα με τα σχετικά διαγράμματα για κάθε κεφάλαιο. Αυτός ο τρόπος παρουσίασης των διαγραμμάτων οφείλεται στις τεχνικές δυσκολίες που έτσι κι αλλιώς αντιμετώπισε αυτή η πτυχιακή εργασία από την στιγμή ανάληψής της. Παρεπιπτόντος θέλουμε να παρακαλέσουμε τον κάθε αναγνώστη να μην κρίνει την εργασία αυτή σύμφωνα με την οπτική εικόνα που αναδύεται. Η ολοκλήρωση αυτής της πτυχιακής με τις τεχνικές δυσκολίες που αντιμετώπισε αποτελεί μεγάλο κατόρθωμα. Η δε αξία της θα ήταν σωστό να μετρηθεί από το έργο που πρόκυψε και όχι από την βιτρίνα στην οποία ένας "εύκολος" αναγνώστης αποδίδει μεγάλη σημασία. Εναποθέτουμε τους κόπους δημιουργίας αυτής της εργασίας στην κρίση σας.

Θέλω να ευχαριστήσω προσωπικά με όλη μου την καρδιά τον καθηγητή Κώστα Δ. Τσεκούρα για την ανεκτίμητη συμβολή του στη δημιουργία αυτής της εργασίας. Χωρίς αυτόν δεν θα ήταν δυνατή η ολοκλήρωσή της με όλες τις συνέπειες που μπορεί αυτό να σημαίνει. Ευχόμαστε η εργασία αυτή να αποτελέσει χρήσιμο εγχειρίδιο για κάθε οικονομικά σκεπτόμενο άνθρωπο που θα το χρησιμοποιήσει.

Νικόλαος-Ελευθέριος Σ. Βαρότσης

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο
ΑΠΟΘΕΜΑΤΑ

Το μεγαλύτερο συνήθως μέρος του κυκλοφοριακού ενεργητικού είτε βιομηχανικής είτε εμπορικής επιχείρησης είναι τα αποθέματα. Στις περισσότερες επιχειρήσεις τα αποθέματα κατέχουν το 20 με 30 % της συνολικής τους περιουσίας. Σε εμπορικές επιχειρήσεις λιανικού εμπορίου το ποσοστό αυτό μπορεί να φθάσει μέχρι και το 60% της συνολικής περιουσίας τους. Η πώληση αυτού του αποθέματος είναι η κύρια πηγή εσόδων για κάθε επιχείρηση. Αυτό που έχει επίσης μεγάλη σημασία είναι ότι τα αποθέματα είναι το μεγαλύτερο σε κόστος περιουσιακό στοιχείο που πολλές επιχειρήσεις διατηρούν. Αποτελεσματική διαχείρηση των αποθεμάτων μπορεί να επιφέρει μείζονος σημασίας χρηματοοικονομικά κέρδη και γενικά βελτιώσεις στη λειτουργικότητα της επιχείρησης.

Αποθέματα είναι οποιοσδήποτε αναπασχόλητος πόρος μιας οικονομικής αξίας. Αυτή είναι μια ευρεία έννοια των αποθεμάτων που στην επιχειρηματική πρακτική αποφεύγεται επειδή περιπλέκει στον γενικότερο όρο του από πρώτες ύλες και εμπορεύματα μέχρι αδρανή μηχανολογικό εξοπλισμό. Έτσι τα αποθέματα οριοθετούνται μέσω της ταξινόμησής τους σε τρεις σημαντικές κατηγορίες ανάλογα τη φάση της παραγωγικής διαδικασίας στην οποία βρίσκονται. Για μία βιομηχανική επιχείρηση τα αποθέματα διακρίνονται σε τελικά προϊόντα τα οποία είναι έτοιμα για πώληση, σε παραγωγή σε εξέλιξη που είναι προϊόντα στη διαδικασία κατεργασίας και σε πρώτες και βοηθητικές ύλες (υλικά) που αποτελούν τα συστατικά του παραγόμενου προϊόντος. Πολλές φορές στις βιομηχανικές επιχειρήσεις ανάλογα με τη φύση της παραγωγικής διαδικασίας συνηθίζεται η ταξινόμηση των αποθεμάτων σε τέσσερις ακόμη κατηγορίες τα υπο-προϊόντα - υπολείματα, τα αναλώσιμα υλικά, τα ανταλλακτικά παγίων στοιχείων και τα είδη συσκευασίας.

Γενικά πάντως οποιοσδήποτε αργός περισταστιακά πόρος μπορεί να θεωρηθεί σαν απόθεμα. Τα αποθέματα συνηθίζεται να χαρακτηρίζονται και σαν "καμουφλαρισμένα μετρητά" - μάλιστα ακόμη και το ίδιο χρήμα σε μορφή αδράνειας θεωρείται απόθεμα. Τα αποθέματα μέσα στην επιχείρηση μετατρέπονται σε μετρητά μέσω του λειτουργικού κύκλου και επομένως σωστά θεωρούνται ως κυκλοφοριακό ενεργητικό. Τα αποθέματα είναι μια επένδυση της επιχείρησης και όπως κάθε επένδυση επιδιώκεται η μεγαλύτερη δυνατή πρόσοδος (αποδοτικότητα).

Κύριος σκοπός των αποθεμάτων είναι να επιτρέψει σε κάθε στάδιο της παραγωγικής διαδικασίας και της διαδικασίας πωλήσεων να λειτουργούν με τον αρμονικότερο και ταυτόχρονα οικονομικότερο τρόπο, αποτρέποντας διαφορετικούς ρυθμούς δραστηριότητας. Τα τελικά προϊόντα σε μορφή αποθέματος για παράδειγμα λειτουργούν σαν ένας ενδιάμεσος θάλαμος ασφαλείας της παραγωγής και των πωλήσεων. Ακόμη και όταν η επιχείρηση έχει να αντιμετωπίσει μια σταθερή ζήτηση σπάνια είναι συμφέρουσα η λειτουργία της παραγωγής σε αυτό το ρυθμό. Αυτό γίνεται ακόμη πιο φανερό όταν η επιχείρηση εμπορεύεται μεγάλη ποικιλία προϊόντων. Όταν δε οι πωλήσεις είναι ασταθείς ή περιοδικές έχει φοβερά υψηλό κόστος η διατήρηση της παραγωγής σε ανάλογους ρυθμούς λειτουργίας. Τα αποθέματα είναι συνεπώς η προστατευτική "ασπίδα" έναντι της αδυναμίας ικανοποίησης της ζήτησης απ' ευθείας από την παραγωγή.

Ανάλογοι παράγοντες εμπίπτουν στη λειτουργικότητα της παραγωγικής διαδικασίας. Αν ένα προϊόν πρέπει να κατεργασθεί από διαφορετικές μηχανές οι οποίες λειτουργούν σε διαφορετικούς ρυθμούς και χρόνους τότε η ύπαρξη ενδιάμεσων αποθεμάτων ανάμεσα από φάσεις κατεργασίας είναι απαραίτητη. Ακόμη και όταν τα διαφορετικά στάδια παραγωγής λειτουργούν με ταυτόχρονους ρυθμούς και χρόνους παραγωγής, διακοπές λειτουργίας δεν μπορούν είναι αδύνατον να συμβαίνουν ταυτόχρονα για όλες τις μηχανές και άρα υπάρχει χρησιμότητα από την ύπαρξη ενδιάμεσων αποθεμάτων.

Ολόκληρη η παραγωγική διαδικασία ίσως να προσβληθεί από ανωμαλίες στην παραλαβή των προμηθειών. Το τίμημα αποφυγής ενός τέτοιου καταστροφικού γεγονότος για την ομαλή λειτουργία μιας επιχείρησης είναι το κόστος διατήρησης πρώτων υλών με τη μορφή αποθέματος. Εκεί που η ασφάλεια προμήθειας αποθεμάτων δεν φαίνεται να εγκυμονεί κινδύνους (όταν τα συστατικά μέρη της διαδικασίας προέρχονται από διαφορετικές αφετηρίες του ίδιου οργανισμού-επιχείρηση), τότε μια προσέγγιση Just-In-Time (που εξετάζεται στον έλεγχο αποθεμάτων) είναι πολύ χρήσιμη. Τα υλικά (πρώτες ύλες) μπορεί να αποθεματοποιούνται για κερδοσκοπικούς σκοπούς όταν υπάρχουν βάσιμες προσδοκίες αύξησης των τιμών. Το ρόλο των αποθεμάτων ως προστατευτική "ασπίδα" στην λειτουργικότητα της επιχείρησης τον βλέπουμε στο παρακάτω σχεδιάγραμμα (όπου θεωρούμε ότι στην παραγωγική διαδικασία υπάρχουν δύο μηχανές):

Υπάρχουν λοιπόν βάσιμοι λόγοι για τη διατήρηση οποιασδήποτε μορφής αποθεμάτων. Έχει εύστοχα διατυπωθεί ότι "τα αποθέματα αποζημιώνουν το κακό Management επιχειρήσεων" με τη λογική ότι αναποτελεσματική παραγωγή και διανομή προϊόντων μπορεί να αποκρυφθεί και να στηριχθεί από υπέρμετρα επίπεδα αποθεμάτων.

Επειδή τα αποθέματα αποτελούν αποθηκευμένη παραγωγική ικανότητα αποτελεί μείζωνος σημασίας πρόβλημα για κάθε Management μιας επιχείρησης. Αντικειμενικός σκοπός κάθε Management είναι η ομαλή λειτουργία του συστήματος παραγωγής και διάθεσης. Μια επιχείρηση απεικονίζει στον ισολογισμό της σαν κυκλοφοριακό τα αποθέματα στην τιμή κτήσης ή/και κόστους παραγωγής. Σε κάθε πώληση που πραγματοποιείται, τα αποθέματα μετατρέπονται από κυκλοφοριακό σε κόστος πωληθέντων (όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα):

Η αποτίμηση και ο έλεγχος των αποθεμάτων και των πωληθέντων προϊόντων είναι κρίσιμης σημασίας για τα ηγετικά στελέχη μιας επιχείρησης. Όπως αναφέραμε σε πολλές περιπτώσεις τα αποθέματα είναι το μεγαλύτερο περιουσιακό στοιχείο της επιχείρησης και το κόστος πωληθέντων εμπορευμάτων αποτελεί το μεγαλύτερο έξοδο γι' αυτήν. Γι' αυτό και η ανάθεση της διαχείρησής τους στα τμήματα παραγωγής και πωλήσεων και σε υποτμήματα αυτών των δύο (εφοδιασμού, διανομής κ.λ.π.) είναι μια κρίσιμη διαδικασία με πολλά ευαίσθητα σημεία. Η μεγάλη σημασία για την αποδοτικότητα (επιβίωση) της επιχείρησης συνιστά τη διοίκηση των αποθεμάτων μεγάλο "πονοκέφαλο" για το Management κάθε επιχείρησης.

Απ' τη μία πλευρά μεγάλη η χρησιμότητα διατήρησης αποθεμάτων από την άλλη πλευρά όμως δύσκολη η "υγιής" διαχείρησής τους. Ας συνοψίσουμε όμως ποιοι είναι οι βασικότεροι λόγοι που επιβάλλουν την ύπαρξη αποθεμάτων στην επιχείρηση:

1) Η ομαλή ικανοποίηση της ζήτησης και η προστασία από τυχαίες διακυμάνσεις.

2) Η προστασία της παραγωγής από κερδοσκοπία στην αγορά πρώτων υλών.

3) Η ανεξαρτητοποίηση των διαφόρων σταδίων της παραγωγικής διαδικασίας.

4) Η αρμονική σύνδεση παραγωγής και διανομής των προϊόντων.

Για μια επιτυχής διαχείρηση των αποθεμάτων χρειάζεται ένα σύστημα ελέγχου. Στόχος ενός συστήματος ελέγχου είναι να ευρεθεί μια ιδανική ισορροπία ανάμεσα στο κόστος και στα οφέλη διατήρησης αποθέματος. Η ανεύρεση του καλύτερου δυνατού συστήματος ελέγχου αποθεμάτων γίνεται μέσω μιας ποικιλίας διαφορετικών καταστάσεων. Ένα σύστημα ελέγχου αποθεμάτων είναι ένας κανονισμός ή μία σειρά κανονισμών που καθορίζουν:

1) Το μέγεθος του αποθέματος που ανανεώνεται.

2) Τις χρονικές στιγμές ανανέωσης.

3) Τις συνέπειες έλλειψης αποθέματος.

Ένα αποτελεσματικό σύστημα ελέγχου είναι αυτό το οποίο μπορεί να συνεισφέρει αποτελεσματικά στην κερδοφορία μιας επιχείρησης τόσο καλό όσο και στην επιστροφή της επένδυσης σε περιουσιακά στοιχεία. Για να επιτευχθεί αυτό, το σύστημα λειτουργίας των αποθεμάτων πρέπει να ικανοποιεί την αποστολή του μέσα σε μια επιχείρηση της αρμονικής σύνδεσης της παραγωγικής και επιμεριστικής διαδικασίας. Αυτό μεταφράζεται στην εξυπηρέτηση τεσσάρων θεμελιωδών λειτουργιών. Πρώτον, στην χρονική σύνδεση παραγωγής, μεταφοράς και ζήτησης του προϊόντος. Δεύτερον, στην ομαλή απορόφηση του παραγόμενου προϊόντος από την αγοριαία ζήτηση. Τρίτον, στην προστασία καταπόνησης της παραγωγικής διαδικασίας από απότομες διακυμάνσεις της αγοριαίας ζήτησης. Τέταρτον, στην αποφυγή απώλειας κερδοφόρου ζήτησης από αδυναμία ικανοποίησής της.

Για την πλήρη ικανοποίηση των τεσσάρων λειτουργιών χρειάζεται ο εύστοχος καθορισμός των τριών κανόνων (μεταβλητών) που συνθέτουν ένα σύστημα ελέγχου αποθεμάτων. Η διαδικασία αυτή δεν είναι καθόλου εύκολη και χρειάζεται να είναι επίμονη προκειμένου να έρθει σε ισορροπία το σύστημα. Ο βαθμός δυσκολίας εγκατάστασης ενός αποτελεσματικού συστήματος ελέγχου αποθεμάτων εξαρτάται από το μέγεθος και τη φύση της ίδιας της επιχείρησης, το μέγεθος, το είδος και την ποικιλία του αποθέματος ή ακόμη το εξωτερικό περιβάλλον μέσα στο οποίο δρα μια επιχείρηση. Λογικά πάντως μια επιχείρηση που διαθέτει αποτελεσματικό επιχειρησιακό προγραμματισμό και σωστή οργάνωση των τμημάτων της είναι σχετικά πολύ εύκολο να διαχειρίζεται επιτυχώς τα αποθέματά της.

Η αφετηρία κάθε σωστής προγραμματιζόμενης επιχείρησης που θα την οδηγήσει σε οποιαδήποτε απόφαση χρειάζεται να ακολουθήσει είναι οι προβλέψεις των πωλήσεων. Στις προβλέψεις των πωλήσεων στηρίζεται ο επιχειρησιακός προγραμματισμός.

Ας δούμε πως λειτουργεί ο υγιής μηχανισμός μιας επιχείρησης. Επιλέγεται μια μέθοδος πρόβλεψης που θα δώσει το χαμηλότερο δυνατό σφάλμα πρόβλεψης. Στη συνέχεια το σύστημα ελέγχου αποθεμάτων βάσει των προβλέψεων "τσεκάρει" τα υπάρχοντα αποθέματα και καθορίζει τα αποθέματα που θα χρειαστεί η επιχείρηση για να ικανοποιήσει τη ζήτηση. Το τμήμα παραγωγής βάσει των προβλέψεων και τις ενδείξεις που έχει από το σύστημα ελέγχου αποθεμάτων σχηματίζει τον προγραμματισμό παραγωγής. Το τμήμα πωλήσεων σε συνεργασία με το τμήμα παραγωγής και το Marketing Management της επιχείρησης - χωρίς να ξεχνέι τις ενδείξεις που διαθέτει από το σύστημα ελέγχου αποθέματων - σχηματίζει τον προγραμματισμό παραγωγής. Το Marketing Management σε συνεργασία με τα άλλα τμήματα της επιχείρησης (χρηματοοικονομικής, προσωπικού κ.λ.π.) καταρτίζει τους αναγκαίους προϋπολογισμούς και κατασκευάζει σταδιακά τον βραχυπρόθεσμο, μεσοπρόθεσμο και μακροπρόθεσμο προγραμματισμό των πωλήσεων. Είναι επίσης αρμοδιότητά του να ελέγξει τη δραστηριότητα των ανταγωνιστών της αγοράς, να προβληματιστεί από τα αποτελέσματα των προβλέψεων και του ελέγχου αποθεμάτων, να πάρει τις κρίσιμες αποφάσεις που θα καθορίσουν την μελλοντική πορεία της επιχείρησης και να εντοπίσει της προβληματικές περιοχείς καθώς και τα μέτρα διόρθωσης.

Είναι αλήθεια ότι συχνά πυκνά στην καθημερινή πρακτική παρατηρείται ότι δεν δίνεται ο απαιτούμενος σεβασμός στα αποθέματα μιας επιχείρησης. Κι όμως αυτός ο σεβασμός είναι αναγκαίος προκειμένου μια επιχείρηση να εκμεταλευτεί όλα τα περιθώρια κέρδους που τις δίνονται με το χαμηλότερο δυνατό κόστος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο

ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ

Ο άνθρωπος ανέκαθεν, από τη στιγμή της ύπαρξής του, είχε την ανάγκη πρόβλεψης του μέλλοντος. Από τη Ιστορία, χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα της Αρχαίας Ελλάδας, όπου τα Μαντεία (Δελφοί, Δωδώνη κ.λ.π.) κατήχαν εξέχουσα θέση στην υπόληψη των Αρχαίων Ελλήνων. Οι προβλέψεις λοιπόν έπαιξαν πρωτεύοντα ρόλο στην εξέλιξη του ανθρώπου, όταν αυτός αναγκάστηκε να πάρει κρίσιμες αποφάσεις σχετιζόμενες με βιοποριστικά, υπαρξιακά, πολιτικά, κοινωνικά και οικονομικά προβλήματα.

Τα τελευταία 30 χρόνια η διεθνής οικονομία βρίσκεται σε ένα συνεχώς αναπτυσσόμενο έντονα ανταγωγιστικό κλίμα. Μερικοί λόγοι που συνέβαλαν σ' αυτό είναι, η ανάρρωση του κόσμου μετά τον β' παγκόσμιο πόλεμο, η πολιτική σταθερότητα - τουλάχιστον στον δυτικό κόσμο -, η εγκαθίδρυση σταθερών δημοκρατικών καθεστώτων με σταθερά νομικά πλαίσια στις χώρες του δυτικού κόσμου και όχι μόνο.

Το έντονο ανταγωνιστικό επιχειρηματικό περιβάλλον ώθησε τις επιχειρήσεις να αναδιαρθρώσουν τη λειτουργία τους προσαρμοζόμενες στις σύγχρονες ανταγωνιστικές προκλήσεις. Η ανάγκη μακρόχρονης επιβίωσης της επιχειρήσης μέσα στο ανταγωνιστικό περιβάλλον επέβαλλε τον μελλοντικό σχεδιασμό και προγραμματισμό. Για να επιτευχθεί ο προγραμματισμός (στο μέλλον) επιβάλλεται να σχηματισθούν προβλέψεις στο παρόν.

Η χρησιμότητα των προβλέψεων στη σύγχρονη επιχειρηματική φιλοσοφία είναι αναμφισβήτη. Το μόνο αδύνατο σημείο τους είναι η αναξιοπιστία και η αναποτελεσματικότητα που επιφέρουν σε μερικές περιπτώσεις, όταν δεν είναι έγκυρες ή από κάκιστη χρήση. Τα τελευταία 20 χρόνια έχουν αναπτυχθεί πολλές ακριβείς μέθοδοι προβλέψεων. Η κάθε μία από αυτές είναι αποτελεσματική σε συγκεκριμένες περιπτώσεις, ενώ όταν χρησιμοποιηθεί σε λάθος περιπτώσεις καταλήγει σε αποτελέσματα με φοβερά σφάλματα πρόβλεψης παραπλανώντας τον χειριστή. Γι' αυτό οι χειριστές προβλέψεων απαιτείται να διαθέτουν υψηλού επιπέδου οικονομικο-στατιστικό θεωρητικό υπάβαθρο, πείρα, "ισσοροπία" και οξυδέρκεια. Αν είναι δε και ευφυείς τότε ακόμη καλύτερα.

Αν και πολλοί οργανισμοί δεν διενεργούν προβλέψεις, εντούτις είναι αναγκαία η χρησιμοποίησή τους σε ειδικά προβλήματα επιχειρηματικής πρακτικής, εφόσον επιδιώκεται η επιστημονική τεκμηρίωση της λύσης τους. Ο τομέας των αποθεμάτων απαιτεί τη χρησιμοποίηση προβλέψεων προκειμένου να εκτιμηθούν όσο το δυνατόν πιο εύστοχα η μελλοντική ζήτηση του προϊόντος και κατ' επέκταση οι μελλοντικές πωλήσεις του. Σκοπός της χρησιμοποίησης των προβλέψεων είναι με τη διενέργεια σωστών αριθμητικών υπολογισμών επιπέδου μεγεθών που μας ενδιαφέρουν (πωλήσεων, ζήτησης, κόστους, εξαγωγών κ.λ.π.) να κατευθύνει το Marketing Management (Διοίκηση) της επιχείρησης σε εύστοχες παρούσες αποφάσεις για τις μελλοντικές απαιτήσεις κεφαλαίου σε δαπάνες marketing, πρώτες ύλες, προσωπικό, επενδύσεις(αποσβέσεις) κ.λ.π. Η εύστοχη πρόβλεψη συμβάλλει στον ορθό προγραμματισμό και έλεγχο μέσα στην επίχειρηση με αποτέλεσμα να μην δημιουργείται υψηλό κόστος από συσσώρευση μη ρευστοποιήσημων υπέρογκων αποθεμάτων ή πρώτων υλών και από έλλειψη ικανών όγκων αποθεμάτων και πρώτων υλών που οδηγούν σε απώλεια πελατών.

Περιττό να αναλύσουμε ότι κατ' επέκταση των παραπάνω, η εύστοχη πρόβλεψη οδηγεί σε αριστοποίηση (ελαχιστοποίηση) του κόστους αποθεμάτων, σε χρησιμοποίηση κεφαλαιουχικών πόρων σε παραγωγικού τομείς, σε ικανοποιητική διατήρηση Καθαρού Κεφαλαίου Κίνησης και συνεπώς συμβάλλει άμεσα στην κατάλληλη ρευστότητα, ευστάθεια και κατ' επέκταση αποδοτικότητα της επιχείρησης. Τα ανώτατα διοικητικά στελέχη επιβάλλεται, σε μια σύγχρονη λειτουργικά επιχείρηση, στη διενέργεια προβλέψεων.

Οι προβλέψεις μπορούν να ταξινομηθούν σε τεχνολογικές, οικονομικές και ζήτησης. Από την οπτική γωνία του χρόνου μπορούν να χωριστούν σε βραχυπρόθεσμες, μεσοπρόθεσμες και μακροπρόθεσμες. Ο καθορισμός του χρονικού ορίου για κάθε κατηγορία εξαρτάται από το αντικείμενο της επιχείρησης που γίνεται η πρόβλεψη. Στις περισσότερες αγορές που δρουν οι επιχειρήσεις η ολική και επιχειρησιακή ζήτηση δεν είναι σταθερές. Η εύστοχη πρόβλεψη είναι το "κλειδί της επιτυχίας" για την εξυπηρέτηση των σκοπών της επιχείρησης. Λανθασμένη πρόβλεψη μπορεί να οδηγήσει σε υπέρογκες επενδύσεις, αστάθεια των τιμών ή απώλεια πωλήσεων. Όσο πιο ασταθής είναι η ζήτηση του προϊόντος, τόσο πιο κρίσιμη είναι η επιλογή της ακριβής εύστοχης πρόβλεψης και τόσο πιο πολύπλοκη η διαδικασία εξαγωγής της.

Γενικά οι επιχειρήσεις ακολουθούν μια διαδικασία τριών σταδίων για να προβλέψουν τις πωλήσεις του. Ξεκινούν από την προετοιμασία μακροοικονομικής πρόβλεψης, συνεχίζουν στον υπολογισμό πρόβλεψης της ζήτησης του κλάδου και τέλος υπολογίζουν τις πωλήσεις τους. Στο πρόβλημα των αποθεμάτων οι προβλέψεις χρησιμοποιούνται για την παραγωγή αριθμητικών εκτιμήσεων που θα καθορίσουν την προσαρμογή του συστήματος αποθεμάτων της επιχείρησης στο μέλλον. Η πρόβλεψη ως η διαδικασία πρόβλεψης του τρόπου συμπεριφοράς των αγοραστών κάτω από ορισμένες συνθήκες είναι η αρχή του επιχειρησιακού προγραμματισμού.

Πριν αναφερθούμε εκτενώς στις μεθόδους πρόβλεψης για επιχειρηματικο-οικονομικές αποφάσεις, χρειάζεται να τονίσουμε μερικά χρήσιμα και κρίσημα ρευστά σημεία, προκειμένου να χρησιμοποιηθούν σωστά στο σκοπό τους. Σε οποιοδήποτε πρόβλημα διαφορετικές μέθοδοι προβλέψεων δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα, γι' αυτό επιβάλλεται προσεχτική επιλογή της κατάλληλης μεθόδου πρόβλεψης. Κάθε πρόβλημα έχει ένα σφάλμα, το δε μέγεθος του σφάλματος οριοθετείται και διαφέρει σε κάθε περίπτωση. Τα αποτελέσματα των προβλέψεων στηρίζονται στα στοιχεία και δεδομένα που οι ίδιες επεξεργάζονται τροφοδοτούμενες από τον χρήστη και συνεπώς η ποιότητα των αποτελεσμάτων της πρόβλεψης εξαρτάται από την ποιότητα των δεδομένων. Η χρήση προβλέψεων απαιτεί από το χρήστη υψηλό στατιστικό-οικονομικομαθηματικό θεωρητικό προσανατολισμό. Τα συμπεράσματα εξαρτώνται άμεσα από την κριτική (υποκειμενική) ικανότητα του χρήστη που αυτή είναι συνάρτηση γνώσεων, εμπειρίας και διορατικότητας. Τέλος να σημειώσουμε ότι στη σημερινή εποχή είναι αδύνατον να επιτευχθούν ακριβείς προβλέψεις χωρίς χρήση Η/Υ.

Η φιλοσοφία που διαχέει τις μεθόδους προβλέψεων θα μπορούσε να παραλληλιστεί με την έννοια του μαθήματος της Ιστορίας που από πολύ μικρή ηλικία διδάσκεται μέσα σε φυσιολογικά πλαίσια ο άνθρωπος. Η φιλοσοφία αυτή υποστηρίζει πως μπορούμε να προβλέψουμε πως θα εξελιχθεί ένα γεγονός στο μέλλον, αν το παραλληλίσουμε με την εξέλιξη παρόμοιου γεγονότος στο παρελθόν. Όσο μακρύτερα στο παρελθόν είναι το γεγονός σύγκρισης τόσο πιο μεγαλύτερο πιθανά θα είναι και το σφάλμα πρόβλεψης ενώ αντίθετα όσο πιο πρόσφατο είναι τόσο πιο έγκυρη είναι η πρόβλεψη. Επίσης όσα περισσότερα υποθετικά γεγονότα (πραγματικά στο παρελθόν) αναμιγνύουμε, τόσο πιο πολύπλοκη είναι η διαδικασία της πρόβλεψης όμως ακόμη περισσότερο ακριβής είναι η πρόβλεψη. Έτσι, οι μέθοδοι πρόβλεψης ποικίλλουν από σχετικά πολύ απλές έως πολύ σύνθετες, πολύπλοκες και απαιτητικές τεχνικές. Οι περισσότερες μεθόδοι προβλέψεων είναι ποσοτικές - ασχολούνται με την παραγωγή αριθμητικών εκτιμήσεων - δεν λοίπουν όμως και ποιοτικές προσεγγίσεις οι οποίες μάλιστα είναι πολύ σημαντικές (last but not least).

Οι μέθοδοι προβλέψεων χωρίζονται σε τέσσερις κατηγορίες :

α) Τεχνικές χρονολογικών σειρών

β) Αιτιοκρατικές μέθοδοι πρόβλεψης

γ) Μέθοδοι ARMA

δ) Ποιοτικές προβλέψεις

Κάθε μία από αυτές τις κατηγορίες περιλαμβάνουν μέθοδους πρόβλεψης οι οποίες αναπτύσσονται σε παρόμοιες παραλλαγές και συνθήκες. Αυτές τις μεθόδους των παραπάνω κατηγοριών θα εξετάσουμε ευθής αμέσως.

Α) ΜΕΘΟΔΟΙ -ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ

Οι Τεχνικές χρονολογικών σειρών είναι οι πιο απλές στην εφαρμογή τους και στηρίζονται στην χρησιμοποίηση απλών στοιχείων της Στατιστικής επιστήμης (αριθμητικός μέσος, μέσος όρος) για την εξαγωγή των συμπερασμάτων, καθώς και σε στατιστικά πρότυπα (τάση, εποχικότητα) γνωστά ευρέως από τη Στατιστική. Οι μέθοδοι αυτοί είναι παρακάτω.

1) ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΟΥ ΚΙΝΗΤΟΥ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ

Η μέθοδος του κινητού μέσου όρου ακολουθεί την εξής διαδικασία: Υπολογίζει το μέσο όρο ενός δείγματος παρατηρήσεων, το οποίο έχει καθοριστεί πριν ξεκινήσει η διαδικασία, και χρησιμοποιεί αυτό το μέσο όρο σαν πρόβλεψη της επόμενης καθοριζόμενης περίοδου. Κάθε φορά που επαναλαμβάνεται η διαδικασία μια νέα παρατήρηση προσθέτεται στο δείγμα ενώ μια άλλη - η παλιότερη - απορρίπτεται, προκειμένου να υπολογιστεί ο καινούργιος μέσος όρος. Σε κάθε επανάληψη της διαδικασίας ο αριθμός των παρατηρήσεων είναι ο ίδιος και απλά με τη αλλαγή των παρατηρήσεων που γίνεται, επιτυγχάνεται πιο πρόσφατη (επικαιροποίηση) των δεδομένων.

Η μέθοδος του κινητού μέσου όρου, σε αλγεβρική μορφή, είναι η εξής:

$$F_{t+1}=\frac{x_t+x_{t+1}+\ldots+x_{t-n+1}}{n}=\frac{1}{n}\left(\sum_{i=t-n+1}^{t}x_i\right)$$

Όπου:

F_{t+1}= Πρόβλεψη νέας περιόδου

t = Παρούσα κάθε φορά περίοδος

$t+$ = Επόμενη περίοδος

Ο παραπάνω τύπος μπορεί επίσης να γραφτεί ως: $F_{t+1}=F_t+\frac{x_t}{n}-\frac{x_{t-n}}{n}$

Η μέθοδος αυτή δίνει έγκυρα αποτελέσματα όταν το δείγμα είναι τυχαίο και όταν τα δεδομένα (παρατηρήσεις) είναι στάσιμα και σταθερά δηλαδή όταν δεν είναι άστατα. Επίσης είναι χαρακτηριστικό ότι δίνει την ίδια σημασία σε παλιότερες και πιο πρόσφατες τιμές υπολογίζοντας την πρόβλεψη οριζόντια. Αυτό δεν είναι επιθυμητό όταν οι πρόσφατες παρατηρήσεις περιέχουν περισσότερες πληροφορίες που μας ενδιαφέρουν.

Όταν στα δεδομένα μας υπάρχει τάση, ο κινητός (απλός) μέσος όρος υποεκτιμά ή υπερεκτιμή τα δεδομένα, διότι υπολογίζει όπως αναφέραμε τα δεδομένα για την πρόβλεψη οριζόντια. Προκειμένου να αποφευχθεί ένα μεγάλο σφάλμα, είναι δυνατόν να εφαρμόσουμε μια παραλλαγή του απλού κινητού μέσου όρου, ο γραμμικός κινητός μέσος όρος (Linear Moving Average) ο οποίος οριοθετείται από τους παρακάτω τύπους και απαιτεί ύπαρξη προτύπου:

$$S_t = \sum_{i=t}^{t-n+1} \frac{x_i}{n} \qquad \text{(SMA)}$$

$$S'_t = \sum_{i=t}^{t-n+1} \frac{S_t}{n} \qquad \text{(DMA)}$$

$$a_t = S_t + (S_t - S'_t) = 2S_t - S'_t \qquad \text{(Συνολική πρόβλεψη)}$$

$$b_t = \frac{2}{n-1}(S_t - S'_t) \qquad \text{(Τάση)}$$

Η μέθοδος του γραμμικού κινητού μέσου υπολογίζει μετά τον πρώτο (SMA) έναν δεύτερο κινητό μέσο (DMA). Ο κινητός αυτός μέσος όρος DMA (Double Moving Average) είναι κινητός μέσος του κινητού μέσου όρου των παρατηρήσεων του δείγματος που κάναμε την πρώτη πρόβλεψη SMA (Simple Moving Average). Οι διαφορές παρατηρηθησών και απλών κινητών μέσων είναι ίσες με αυτές απλών και γραμμικών κινητών μέσων αφού το σφάλμα (απόκλιση) είναι το ίδιο (απόκλιση από τον αριθμητικό μέσο) και για τις δύο περιπτώσεις. Μπορούμε να υπολογίζουμε τη νέα πρόβλεψη a_t προσθέτοντας στην πρόβλεψη του απλού κινητού μέσου τη διαφορά απλού και γραμμικού κινητού μέσου - όπως άλλοστε δείχνει ο παραπάνω τύπος. Αν θέλουμε να υπολογίσουμε και την τάση τότε βρίσκουμε το b_t. Συνεπώς η εξίσωση πρόβλεψης οποιασδήποτε περιόδου είναι: $F_{t+m} = a_t + b + m$ όπου: m = αριθμός επόμενων προβλεπόμενων περιόδων

Σ' αυτό το σημείο επιβάλλεται να αναφερθούμε σε δύο σε δύο στατιστικά μέτρα που αναφέρθηκαν και τα οποία θα μας είνα χρήσιμα για κάθε μέθοδο πρόβλεψης που ακολουθεί. Το μέσο σφάλμα τετραγώνου (MSE) και η απόλυτη μέση απόκλιση (MAD). Και τα δύο είναι μέτρα αξιολόγησης και αξιοπιστίας μιας πρόβλεψης και θα πρέπει συγκρινόμενα μ' ένα πρότυπο να έχουν ευνοϊκή τιμή προκειμένου η πρόβλεψη να γίνει αποδεκτή.

Ως σφάλμα ορίζεται η διαφορά μεταξύ πραγματικής και προβλεφθείσας παρατήρησης. Εάν αυτήν τη διαφορά τη υψώσουμε στο τετράγωνο έχουμε το σφάλμα τετραγώνου. Και επειδή θέλουμε το μέσο σφάλμα για το σύνολο των παρατηρήσεων, προσθέτουμε τις διαφορές και το άθροισμα το διαιρούμε δια τον αριθμό των παρατηρήσεων. Ο σχετικός τύπος είναι:

$$SE = \frac{\sum(e_t)^2}{n} = \frac{\sum(x_t - f_t)}{n}$$

Όπου:

e_t = σφάλμα πρόβλεψης

n = αριθμός παρατηρήσεων

x_t = πραγματικές τιμές

f_t = προβλεφθήσες τιμές

Το MSE (Main Square Error) είναι σαφώς ένα αξιόλογο και φερέγγυο μέτρο και γι' αυτό χρησιμοποιείται ευρέως. Εντούτις, μια άλλη τεχνική αξιολόγησης της αξιοπιστίας της πρόβλεψης είναι η απόλυτη μέση απόκλιση. Αντί για διαφορά των παρατηρήσεων και ύψωσή τους στο τετράγωνο, απλά υπολογίζουμε το σύνολο των απόλυτων διαφορών. Αλγεβρικά αυτό εκφράζεται ως:

$$AD = \frac{\sum|x_t - f_t|}{n} = \frac{\sum|e|}{n}$$

Αν και το MAD (Main Absolute Deviation) θεωρείται πιο αναξιόπιστο μέτρο αξιολόγησης από το MSE ωστόσο, πολλές φορές υπολογίζεται. Πάντως πιο επιστημονικά θεμελιωμένο στατιστικά είναι το MSE.

Η μέθοδος του κινητού μέσου όρου είναι χρήσιμη για μικρού εύρους δραστηριότητες με μεγάλο αριθμό μεγεθών και εξαιρετικά στις περιπτώσεις όπου παρατηρείται σταθερότητα στη διακύμανση των παρατηρήσεων. Μία από αυτές τις δραστηριότητες είναι και ο έλεγχος των αποθεμάτων όπου συγκεντρώνονται οι προϋπόθεσεις που θέσαμε. Μεγάλο πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου ο εύκολος υπολογισμός των προβλεφθησών τιμών.

2) ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ ΕΞΟΜΑΛΥΝΣΗΣ

Επειδή ο κινητός μέσος όρος απαιτεί μεγάλο αριθμό παρατηρήσεων - άρα πιθανά μεγάλο κόστος αποθήκευσης πληροφοριών - και επειδή παρέχει ίση στάθμιση για όλες τις πραγματικές παρατηρήσεις του παρελθόντος, ενώ πιθανά οι πιο πρόσφατες παρατηρήσεις να περιέχουν περισσότερες πληροφορίες άρα ανόλογο αντιστάθμισμα, χρησιμοποιείται ευρέως η πολύ απλή μέθοδος της εκθετικής εξομάλυνσης που δίνει κάποια λύση σε αυτά τα προβλήματα. Η μέθοδος της εκθετική εξομάλυνσης εκτός του ότι είναι απλή στους υπολογισμούς της και έχει μικρές απαιτήσεις (δεν απαιτεί πολύ μεγάλο αριθμό παρατηρήσεων), έχει την ικανότητα με τον ενσωματομένο μηχανισμό της εφαρμογών να ρυθμίζει τα λάθη του παρελθόντος. Οι ενσωματωμένοι προσαρμοστές μεταβάλλουν τις τιμές της πρόβλεψης σε αντίθετη φορά από τα προηγούμενα σφάλματα.Σε τελική ανάλυση τα αποτελέσματα τη εκθετικής εξομάλυνσης είναι σταθμισμένοι συνδιασμοί πραγματικών και προβλεφθησών τιμών στο παρελθόν. Επιπλέον δίνεται μεγαλύτερο βάρος στα πιο πρόσφατα δεδομένα.

Η διαδικασία αυτής της μεθόδου είναι ως εξής: Για την πρόβλεψη της επόμενης περιόδου αφαιρούμε από τις πραγματικές τιμές της προηγούμενης περιόδου (μέσο όρος) τις προβλεφθήσες τιμές της προηγούμενης περιόδου (μέσος όρος) προσθέτοντας στο τέλος την πρόβλεψη του προηγούμενου χρονικού διαστήματος από αυτό του προβλεφθέντος. Αλγεβρικά αυτό εκφράζεται ως: $F_{t+1} = \frac{x_t}{n} - \frac{F_t}{n} + F_t$

Όπως είναι εύκολα κατανοητό, δεν μπορούμε να έχουμε πρόβλεψη για το πρώτο χρονικό διάστημα αφού απαιτείται η πρόβλεψη του προηγούμενου. Το $\frac{1}{n}$ που προκύπτει αλγεβρικά από την παραπάνω εξίσωση, λέγεται σταθερή εξομάλυνση, συμβολίζεται με μία σταθερά και παίρνει τιμές από 0 έως και 1. Θεωρώντας ότι ο αριθμός των περιόδων n είναι σταθερός και κάνοντας την αντικατάσταση, η εξίσωση διαμορφώνεται ως:

$F_{t+1} = \alpha X_t + (1-\alpha) f_t$

$[\alpha \in 0,1]$

Η εκθετική εξομάλυνση είναι χρήσιμη για βραχυχρόνιες προβλέψεις και στην απλή της μορφή (exponential smoothing) είναι οικονομική αφού απαιτεί μόνο τρία είδη πληροφοριών (πραγματικές πωλήσεις περιόδου, εξομαλυνθήσες πωλήσεις περιόδου και σταθερά παράμετρος που ανάλογα καθορίζεται) και παράλληλα είναι εύκολη στον υπολογισμό της. Έτσι με αυτή τη μέθοδο, οι προβλεφθήσες τιμές είναι μεταξύ των πραγματικών και εξομαλυνθησών τιμών. Η σταθερά ορίζει ανάλογα το αποτέλεσμα.

Στην παραπάνω εξίσωση το F_t είναι η πρόβλεψη της προηγούμενης περιόδου. Ισοδυναμώντας την F_t με τιμές εκφρασμένες των προηγούμενων παρατηρήσεων θέτουμε $F_{t+1} = \alpha X_t + \alpha \cdot (1-\alpha) X_{t-1} + (1-\alpha)^2 F_{t-1}$

Όπου: όταν $\rightarrow 1$ υπάρχει έντονη προσαρμογή στο σφάλμα της προηγούμενης περιόδου.

όταν $\rightarrow 1$ η προσαρμογή είναι μικρή.

Τα αποτελέσματα της απλής εκθετικής εξομάλυνσης εξαρτώνται άμεσα από τον καθορισμό του . Ο ακριβής καθορισμός του είναι επικίνδυνο να γίνεται εμπειρικά ακόμη και όταν ο χρήστης της πρόβλεψης διαθέτει αρκετή εμπειρία. Μία ανάλογη μέθοδος που δεν θα απαιτούσε καθορισμό της παραμέτρου θα ήταν πολύ χρήσιμη.

Η μέθοδος ARRSES (απλή εκθετική εξομάλυνση με αναπροσαρμοζόμενο ρυθμό ανταπόκρισης) δίνει μια λύση στο παραπάνω πρόβλημα, επιτρέποντας τη μεταβολή της σταθεράς . Ο αλγεβρικός τύπος της ARRSES είναι: $F_{t+1} = \alpha_t X_t + (1-\alpha_t) F_t$

Όπου: = σταθερά εξομάλυνσης = $\left|\frac{E_t}{M_t}\right|$

E_t = σφάλμα εξομάλυνσης = $\beta \left|e_t\right| + (1-\beta) E_t - 1$

M_t = απόλυτο σφάλμα εξομάλυνσης = $\beta \left|e_t\right| + (1-\beta) M_t - 1$

e_t = σφάλμα πρόβλεψης = $X_t F_t$

β = σταθερή παράμετρος = 0,2

Η μέθοδος ARRSES προτιμάται από της απλή εκθετική εξομάλυνση όταν δίνει καλύτερο MSE. Εμπειρικά έχει παρατηρηθεί ότι είναι χρήσιμη όταν γίνεται πρόβλεψη για μεγάλο αριθμό μεγεθών, εκμεταλλευόμενη το μεγάλο πλεονέκτημά της ότι η μη καθοριζόμενη σταθερά αλλάζει τιμές σε κάθε επανάληψη.

Όταν στα δεδομένα υπάρχει τάση ή εποχικότητα τότε η απλή εκθετική εξομάλυνση είναι αδύνατον να εξαγάγει χρήσιμα αποτελέσματα. Υπάρχουν διάφορες τεχνικές για να αποφευχθούν ως επι το πλείστον τέτοια αποτελέσματα.

Η γραμμική εκθετική εξομάλυνση μιας παραμέτρου του Brown ή διπλή εκθετική εξομάλυνση είναι σε θέση να απαλοίψει την τάση. Βρίσκοντας τη διαφορά μεταξύ απλών και εξομαλυνθησών τιμών, προσθέτοντας αυτή τη διαφορά στην προβλεφθήσα απλή εξομαλυνθήσα τιμή και προσαρμόζοντας ανάλογα με το πρότυπο των δεδομένων (όταν υπάρχει πρότυπο) επιτυγχάνεται μερικές φορές ο παραμερισμός της τάσης. Ο αλγεβρικός τύπος της διπλής εκθετικής εξομάλυνσης είναι: $S'_{t+1}=\alpha\ S_{t+1}+(1-\alpha)S'_t$

Όπου: S_{t+1} = απλή εκθετική εξομάλυνση

S'_t = διπλή εκθετική εξομάλυνση προηγούμενης περιόδου

Οι προσαρμογές καθορίζονται ανάλογα αλγεβρικά.

Ανάλογο σκοπό έχει και η εκθετική εξομάλυνση διπλής παραμέτρου του Holt. Στην απλή εκθετική εξομάλυνση προσθέτουμε ένα συντελεστή ανάπτυξης b προσαρμόζοντας έτσι την εξομαλυνθήσα τιμή κάνοντας επικαιροποίηση στην τάση. Η τάση εκφράζεται ως η διαφορά ανάμεσα στις δύο τελευταίες εξομαλυνθήσες τιμές και οι σχετικοί τύποι είναι:

$S_t=\alpha\ X_t+(1-\alpha)\left(S_t-1+b_t-1\right)$ (Εξομάλυνση)

$b_t=\beta\left(S_t-S_{t-1}\right)+(1-\beta)\ b_{t-1}$ (Τάση)

$F_{t+m}=S_t+b_t\ m$ (Πρόβλεψη)

Η εκθετική εξομάλυνση δευτέρου βαθμού (ανώτερη μορφή εξομάλυνσης), χρησιμοποιεί ακόμη πιο πολύπλοκες εξισώσεις για να ομαλοποιήσει τα δεδομένα. Η διαδικασία είναι η εισαγωγή ενός τρίτου επιπέδου εξομάλυνσης (τριπλή εξομάλυνση) στη διαδικασία της εκτίμησης προκειμένου να ενσωματωθεί ο δευτεροβάθμιος όρος στην εξίσωση πρόβλεψης. Οι αλγεβρικές εξισώσεις είναι:

$S_t=\alpha\ X_t+(1-\alpha)S_{t-1}$

$S'_t=\alpha\ S_t+(1-\alpha)S'_{t-1}$

$S''_t=\alpha\ S'_t+(1-\alpha)S''_{t-1}$

Η S''_t επιτρέπει την εκτίμηση του δευτεροβάθμιου όρου της εξίσωσης πρόβλεψης. Αυτή η μέθοδος είναι κατάλληλη όταν οι χρονοσειρές των παρατηρήσεων ακολουθούν πρότυπο δευτέρου ή ακόμη υψηλότερου βαθμού. Αν και πιο πολύπλοκη δεν είναι πάντοτε πιο αξιόπιστη, γι' αυτό απαιτείται ο υπολογισμός του MSE για την τελική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων.

Όταν τα δεδομένα χρονοσειρών εμφανίζονται με κανονικά επαναλαμβανόμενα πρότυπα κατά τη διάρκεια ενός ημερολογιακού έτους, τότε η χρονοσειρά εμφανίζει εποχικότητα. Η τριπλή εκθετική εξομάλυνση είναι μια μέθοδος που διορθώνει την πρόβλεψη από την εποχική απόκλιση. Το μοντέλο αυτό που ανέπτυξε ο Winters, δεν είναι τίποτε άλλο από επέκταση του μοντέλου του Holt. Στο μοντέλο του Holt προσθέτεται μια επιπλέον εξίσωση για την απαλοιφή της εποχικότητας. Αν L = εύρος εποχικότητας (φαινομένου) και I = παράγοντας προσαρμογής της επικαιρότητας τότε:

$$S_t=\alpha\ \frac{X_t}{I_t-L}+(1-\alpha)\left(S_{t-1}+b_{t-1}\right)$$

$$I_t=\beta\ \frac{X_t}{S_t}+(1-\beta)I-L$$

Καταφέρνουμε έτσι να προσαρμόσουμε στην επικαιρότητα την εξομάλυνση και στη συνέχεια να επικαιροποιήσουμε την εποχικότητα. Τελικά με τον υπολογισμό του εκτιμητή της τάσης $b_t = v(S_t - S_{t-1}) + (1-v)b_{t-1}$ υπολογίζουμε την πρόβλεψη $F_{t+m} = (S_t + b_{t+m})I_t - L_{t+m}$. Η πρόβλεψη του Winters είναι περίοπου ίδια με το μοντέλο του Holt επιπλέον του συντελεστή εποχικότητας I_t . Παρόλη την πολυπλοκότητα της μεθόδου εμφανίζει το μειονέκτημα επιλογής τριών σταθερών (!) εξομάλυνσης (, b, v) που ανεβάζει κατακόρυφα το κόστος συν το ότι αγνοεί, παρά την πολυπλοκότητά της, πιθανή κυκλικότητα στα δεδομένα.

Η εκθετική εξομάλυνση είτε ως απλή μορφή είτε με διορθωτικές παραμβάσεις μπορεί να δώσει έγκυρα αποτελέσματα πρόβλεψης, με χαμηλό κόστος κατασκευής και απλούς υπολογισμούς. Αν και το MSE είναι αυτό που σε κάθε περίπτωση κρίνει την αξιοπιστία κάθε πρόβλεψης σε κάθε περίπτωση, μπορούμε να πούμε ότι η εκθετική εξομάλυνση συνιστάται για βραχυχρόνιες προβλέψεις. Συνεπώς και για τον έλεγχο αποθεμάτων. Οι σταθμισμένοι συνδιασμοί παρατηρηθησών προβλεφθησών τιμών του παρελθόντος, προβάλουν την ικανότητα της μεθόδου να προσαρμόζεται στη επικαιρότητα.

3) ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΟΥ ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΥ

Όταν η χρονική περίοδος που επιθυμούμε να κάνουμε την πρόβλεψη είναι μεγάλη τόσο μεγαλύτερο είναι και το σφάλμα της πρόβλεψης. Το σφάλμα πρόβλεψης μπορεί να μειωθεί σημαντικά μέσω της ανάλυσης και του διαχωρισμού των χρονοσειρών. Για να γίνει αυτός ο διαχωρισμός προϋποθέτει ένα πρότυπο το οποίο είναι συνάρτηση του χρόνου. Αυτό το πρότυπο είναι δυνατόν να εμπεριέχει τέσσερις συστηματικές συνιστώσες. Μελετώντας αυτά τα συστατικά στοιχεία της χρονοσειράς (συνιστώσες), μπορούμε ως ένα βαθμό να πραγματοποιήσουμε ικανοποιητικές προβλέψεις για το μέλλον. Οι τρεις από αυτές τις συνιστώσες αποκαλούνται συστηματικές ή επαναλαμβανόμενες επειδή έχουν παρόμοιες περιοδικές επαναλήψεις σε τακτά χρονικά διαστήματα ενώ η τέταρτη ονομάζεται μη-επαναλαμβανόμενη γιατί είναι τυχαία. Αυτές είναι:

Η τάση. Είναι το αποτέλεσμα βασικής ανάπτυξης ενός μεγέθους και εμφανίζεται με μία ευθεία ή καμπύλη γραμμή. Η τάση συνήθως δημιουργείται από έντονες μεταβολές στον πληθυσμό, στην συσσώρευση κεφαλαίου, στην τεχνολογία, στην παραγωγικότητα κ.α.

Η κυκλικότητα. Σκιαγραφεί την κυματοειδής συμπεριφορά ενός μεγέθους μέσα στο χρόνο. Συνήθως αυτές οι κυματοειδής διακυμάνσεις αφορούν χρονικό διάστημα μεγαλύτερο του χρόνου. Επηρεάζεται από τις μακρο-οικονομικές διακυμάνσεις της οικονομίας και ουσιαστικά πρόκειται για αιωρήσεις γύρω από την τάση. Η ανάλυσή της χρήσιμη για μεσοπρόθεσμες πρβλέψεις.

Η εποχικότητα. Αναφέρεται σ' ένα σταθερό υπόδειγμα διακυμάνσεων ενός μεγέθους μέσα στο χρόνο ανά χρονικά διαστήματα (εποχικά). Το υπόδειγμα αυτό εκφράζει οποιαδήποτε ωριαία, εβδομαδιαία, μηνιαία, τρημηνιαία διακύμανση. Η εποχικότητα μπορεί να επηρεάζεται από φυσικά ή ανθρώπινα γεγονότα και παρεμβάσεις (έθιμα, γιορτές, μόδα, διακοπές, κακοκαιρίες κ.λ.π. Συνήθως βέβαια μη προβλέψιμες κακοκαιρίες θεωρούνται τυχαία γεγονότα. Πάντως οποιαδήποτε γεγονότα συμβαίνουν με μαθηματική περιοδικότητα είναι δυνατόν να δημιουργούν εποχικότητα. Η εποχικότητα θεωρητικά αναφέρεται σε περίοδο μικρότερη του ενός έτους.

Μη-κανονικότητα. Τα ασταθή γεγονότα ή αλλιώς μη περιοδικά ή απρόβλεπτα γεγονότα δημιουργούν τη μη-κανονικότητα. Τέτοια γεγονότα είναι οι απεργείες, οι θεομηνίες, η μαζική υστερία, κοινωνικές ταραχές, φωτιές, οι πόλεμοι και ο πανικός που μπορούν να προκαλέσουν, σεισμοί ή ακόμη απότομες αλλαγές στη νομοθεσία και γενικότερα στην πολιτικο-οικονομική ζωή. Όλα αυτά είναι γεγονότα μη προβλέψιμα και μη επαναλαμβανόμενα τουλάχιστον σε τακτά χρονικά διαστήματα.

Σκοπός μας είναι η διάσπαση και διαίρεση των χρονοσειρών στις τέσσερις αυτές καταστάσεις και στη συνέχεια η απαλοιφή των μη επιθημητών συνιστωσών προκειμένου να φθάσουμε στα επιθυμητά αποτελέσματα (προβλέψεις). Έχουμε αυτή τη δυνατότητα θεωρώντας ότι οι τέσσερις αυτές συνιστώσες προκαλούνται από διαφορετικούς παράγοντες μεταξύ τους.

Υπάρχουν δύο τρόποι διαχωρισμού. Στη μία θεωρούμε ότι οι τέσσερις συνιστώσες αλληλοσχετίζονται:

$Y_t = S_t \times T_t \times C_t \times I_t$ (περίοδος t)

Στην άλλη ότι δεν υπάρχει καμία σχέση μεταξύ των τεσσάρων όρων άρα δεν αλληλοσχετίζονται:

$Y_t = S_t + T_t + C_t + I_t$ (περίοδος t)

Όπου: S_t = Εποχικότητα

T_t = Τάση

C_t = Κυκλικότητα

I_t = Μη-κανονικότητα

Το προσθετικό υπόδειγμα και πιο πολύπλοκο είναι και αναληθές αφού δεν είναι δυνατόν οι τέσσερις συνιστώσες να μην επηρεάζονται καθόλου μεταξύ τους. Σκοπός μας είναι ο διαχωρισμός αυτών των συνιστωσών με τέτοια διαδικασία που θα μας δώσει έγκυρα αποτελέσματα. Γι' αυτό και περισσότερο αναλύεται το πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα σαν λιγότερο πολύπλοκο και ρεαλιστικότερο.

Ένας πρώτος στόχος θα μπορούσε να είναι η απομόνωση της εποχικότητας. Για να γίνει αυτό πρέπει να απαλείψουμε την τάση, την κυκλικότητα και την μη-κανονικότητα. Η μέθοδος ratio-to-moving-average επιτυγχάνει ελαχιστοποιώντας την επίδραση των τριών άλλων μη-επιθυμητών παραμέτρων να αφήσει μόνο την επίδραση του εποχικού παράγοντα. Η διαδικασία είναι η εξής: Με τρημηνιαία βάση υπολογίζουμε ένα κινητό μέσο όρο των τεσσάρων τριμήνων του χρόνου, σκοπεύοντας στην εκτίμηση των εποχικών παραγόντων που επηρεάζουν τις παρατηρήσεις της χρονοσειράς (για μηνιαία βάση υπολογίζουμε κινητό μέσο 12 μηνών). Στηριζόμαστε στην παραδοχή ότι ένα εποχικό πρότυπο επανεμφανίζεται κάθε ημερολογιακό έτος, αν και όχι σε ακριβή διαστήματα, έστω προσεγγιστικά μέσα σε κάποιες χρονικές περιόδους. Έτσι επιτυγχάνεται να είναι αρκετά ορατή η εποχικότητα - συγκρίνοντας τα αποτελέσματα διάφορων ημερολογιακών ετών - και να μην μας παρασύρουν οι άλλες παράμετροι. Αλγεβρικά η μέθοδος αυτή εκφράζεται ως:

$$\frac{Y_t}{\mathrm{MA}} = \frac{S_t \times T_t \times C_t \times I_t}{T_t \times C_t \times I_t} = S_t$$

Όπου: ΜΑ = κινητός μέσος. Έτσι επιτυγχάνεται απαλοιφή των άλλων παραμέτρων μέσω του κινητού μέσου όρου και το πηλίκο των πραγματικών παρατηρήσεων με τον κινητό μέσο όρο θα δώσει τη μέγιστη δυνατή μέτρηση S_t της εποχικότητας. Με κατάλληλες προσαρμογές κινητού μέσου και κεντραρισμένου μέσου απαλοίφεται αφενός η τάση και κυκλικότητα και στη συνέχεια η μη-κανονικότητα με την απλή μέθοδο των τριών.

Επίσης αν θελήσουμε να απαλοίψουμε τον εποχικό συντελεστή από τα δεδομένα της χρονοσειράς, προκειμένου να υπολογίσουμε μια υποθετική μέση τιμή που θα λάβαινε χώρα για όλο το χρόνο, διαιρούμε τις αρχικές τιμές με τον εκάστοτε εποχικό συντελεστή.

Συνοψίζοντας ένα γενικό πλάνο που ακολουθείται για την απαλοιφή των τριών ανεπιθύμητων παραμέτρων και την καθαρή προβολή της εποχικότητας περιγράφεται από τα παρακάτω στάδια:

1ο Στάδιο: Καθορισμός ενός δωδεκάμηνου κινητού συνόλου

2ο Στάδιο: Επιμερισμός του κινητού συνόλου ισόποσα για κάθε μήνα

3ο Στάδιο: Υπολογισμός του κεντραρισμένου κινητού μέσου
(Κεντραρισμένο κινητό σύνολο δια μήκος εποχικότητας επί δύο)

4ο Στάδιο: Έκφραση της πραγματική τιμής κάθε μήνα σε εκατοστιαία αναλογία του κινητού μέσου

5ο Στάδιο: Ποσοστιαία τιμή μέσου (εύρεση) για κάθε έτος

6ο Στάδιο: Προσαρμογή ποσοστιαίων τιμών μέσου

Όλοι αυτοί οι υπολογισμοί ξεπερνιούνται στη δυσκολία με κατάλληλη χρήση ενός κατάλληλου software για Η/Υ.

Η απομόνωση της τάσης είναι ένα άλλο πρόβλημα που συναντάμε. Αυτό επιτυγχάνεται με την έκφραση της τάσης σε γραμμική ή ημιλογαριθμική μορφή. Ο υπολογισμός της τάσης είναι συνήθως πιο εύκολο να σκιαγραφηθεί αφού συνήθως είναι συνάρτηση το μέγεθος που μελετάμε μιας ή έστω περισσοτέρων μεταβλητών. Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων μπορεί να αποβεί πολύ χρήσιμη για τον υπολογισμό της τάσης. Πρέπει λοιπόν πρώτα να ελέγξουμε το γεγονός που προτρέπει να αναλύσουμε την τάση και στη συνέχεια να επιλέξουμε τα ανεξάρτητα γεγονότα που την επηρεάζουν.

Πολλές φορές η τάση επιλέγεται από τους χειριστές της πρόβλεψης, να χαράσσεται εμπειρικά με το "χέρι". Επειδή όμως αυτός ο τρόπος, όσο έμπειρος κι αν είναι ο εκτελεστής, εγκυμονεί μεγάλους κινδύνους στα συμπεράσματα που θα εξαχθούν, πιο σωστά είναι να υπολογίζεται με την εξίσωση ελαχίστων τετραγώνων: $\hat{Y}_t = a + bX_t$

Όπου: $\hat{Y}_t$ = προβλεφθήσα τιμή περιόδου
X_t = τιμή ανεξάρτητης μεταβλητής

Τα δε a και b εκφράζονται ως:

$$b = \frac{n\sum XY}{n\sum X^2} \qquad \& \qquad a = \frac{\sum Y}{n}$$

Όπου: a = σημείο εκκίνησης τάσης
b = κλίση τάσης

Η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων θα αναλυθεί ακόμη περισσότερο παρακάτω, όταν θα παρουσιάζουμε τη μέθοδο της παλινδρόμησης.

Να συμπληρώσουμε για την τάση ότι, όταν απαιτείται πάρα πολύ ακριβής υπολογισμός της τάσης προτείνεται η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων να εκφράζεται σε λογαρίθμους, ιδιαίτερα στην περίπτωση που μία χρονοσειρά δεν εκφράζεται σε γραμμική μορφή αλλά σε εκθετική. Το μοντέλο διαμορφώνεται ως: $\log \hat{Y}_t = \log a + X_t \log b$ (για $X_t = \left(AB^{X_t}\right)$) Στην περίπτωση αυτή η εκθετική τάση υπολογίζεται μέσω $\log a$ & $\log b$ από τους τύπους:

$$\log a = \frac{\sum \log Y}{n} \qquad \log b = \frac{\sum (X \log Y)}{\sum X^2}$$

Σε κάθε περίπτωση είναι δυνατός ο μετασχηματισμός ετήσιας τάσης σε τριμηνιαία ή μηνιαία κ.λ.π.

Η κυκλική διακύμανση είναι συνήθως εύκολη να προβλεφθεί, αν έχουμε ικανοποιητική γνώση της τρέχουσας κατάστασης της οικονομίας. Οι επιχειρηματικοί κύκλοι (business cycles) είναι αποτέλεσμα ποικίλων επιρροών από οικονομικούς, κοινωνικούς, τεχνολογικούς, ψυχολογικούς ή άλλους παράγοντες. Χαρακτηριστικό των οικονομικών κύκλων είναι ότι δεν επανέρχονται ούτε επαναλαμβάνονται με την ίδια συχνότητα, όταν δε πραγματοποιούνται έχουν διαφορετική κάθε φορά μορφή. Αν και γνωρίζουμε ότι σίγουρα θα υπάρξουν οικονομικοί κύκλοι (διακυμάνσεις) είναι αδύνατον να προβλέψουμε ακριβέστατα το χρόνο πραγματοποίησης, την ένταση, τη διάρκεια και τη σοβαρότητα. Αυτό που μπορούμε να προβλέψουμε είναι, στηριζόμενοι σε δεδομένα του παρελθόντος, όρια που διαχέουν και καθορίζουν τα παραπάνω χαρακτηριστικά. Σίγουρα είναι πολύ χρήσιμο σε κάθε στιγμή να γνωρίζουμε το σημείο της οικονομικής καμπής που βρισκόμαστε.

Εντούτις, είναι δυνατόν σε παρατηρηθέντα δεδομένα να απομονώσουμε την κυκλική συνιστώσα. Αυτό επιτυγχάνεται με την απάλοιψη της εποχικότητας από τα αρχικά δεδομένα. Αλγεβρικά αυτό εκφράζεται ως:

$$\frac{Y_t}{\text{Εποχικός Δείκτης}} = T_t \times C_t \times S_t \times I_t = T_t \times C_t \times I_t$$

Στη συνέχεια απλοποιώντας και αφού έχουμε απαλοίψει την εποχικότητα, μπορούμε να απαλοίψουμε και την τάση διαρώντας δια T_t : $\dfrac{T_t \times C_t \times I_t}{T_t} = C_t \times I_t$

Η μη-κανονική συνιστώσα I_t απαλοίφεται με τη χρήση κινητού μέσου όρου, ακριβώς όπως εξηγήσαμε παραπάνω στην εποχικότητα. Αλγεβρικά αυτό εκφράζεται ως: $M_t = M_{t-1} \dfrac{W_t Z_t - W_{t-n} Z_{t-n}}{n}$

Όπου: M_t = κινητός μέσος όρος περιόδου

Z_t = τιμή παρατήρησης απαλλαγμένη από εποχικότη και τάση

$_t$ = συντελεστής στάθμισης παρατήρησης Y_t σε χρόνο t

n = αριθμός παρατηρήσεων

Εάν θέλουμε να προβλέψουμε για περιόδους πριν την τρέχουσα περίοδο t, απλά εφαρμόζουμε τον τύπο:

$$\hat{Z}_{t+1} = M_t = \frac{W_t Z_t + W_{t-1} Z_{t-1} + \ldots + W_{t-n} Z_{t-n+1}}{W_t + W_{t-1} + W_{t-2} + \ldots + W_{t-n+1}}$$

με $\hat{Z}$ = πρόβλεψη επιθυμητής περιόδου

Τελικά ο χρήστης της μεθόδου καταφέρνει με αυτόν τον τρόπο να εξηγήσει τη διακύμανση στα δεδομένα των παρατηρήσεων διαχρονικά. Απομονώνοντας χωριστά την κάθε συνιστώσαμ προκύπτει το μοντέλο που του προβάλλει την επιθυμητή παράμετρο που θα στηριχθεί για να κάνει την πρόβλεψη. Είναι δε επιθυμητή η ταυτόχρονη συνύπαρξη δύο συνιστωσών σ' ένα υποτιθέμενο μοντέλο, όταν αυτό συμβάλει σε καλύτερη πρόβλεψη και συνεπώς σε χαμηλότερο MSE.

Να σημειώσουμε επίσης πως αξιόλογα software είναι απαραίτητα για την ακριβή τήρηση των διαδικασίων. Μία από αυτές είναι η μέθοδος software Lensus II (Seasonal adjustment) έκδοσης X-11 εποχικής προσαρμογής. Η μέθοδος αυτή επιτρέπει στο χειριστή προσρμογές διακυμάνσεων σε ημέρες συναλλαγών ακραίων τιμών. Η χρησιμότητα της μεθόδου και πάλι θα δωθεί από το σφάλμα πρόβλεψης.

Η μέθοδος διαχωρισμού επιτυγχάνει βραχυχρόνιες και μακροχρόνιες προβλέψεις είτε με ποσοτική ανάλυση είτε με ποιοτική ανάλυση από εμπειρογνώμονες. Σε κάθε περίπτωση όσο πιο μελλοντική είναι η πρόβλεψη, τόσο μεγαλύτερο το σφάλμα πρόβλεψης. Εντούτις, είναι χρήσιμη για μακροχρόνιους προγραμματισμούς επενδύσεων αρκεί να χρησιμοποιηθεί σωστά από τον χειριστή. Δίνει επίσης πολύ καλά αποτελέσματα και για μεσο-βραχυπρόθεσμες προβλέψεις. Με ικανοποιητικά σφάλματα πρόβλεψης, η μέθοδος αυτή προτείνεται για τον έλεγχο των αποθεμάτων. Γενικά πάντως οι μέθοδοι που βασίζονται σε ανάλυση χρονοσειρών στηρίζονται πολύ στον υποκειμενικό παράγοντα. Επομένως, το σφάλμα πρόβλεψης σε μια τέτοια μέθοδο δεν καθορίζεται μόνο στατιστικά αλλά και από το ρίσκο που αναλαμβάνει ο χειριστής.

Β) ΑΙΤΙΟΚΡΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ

Όταν οι συνθήκες της αγοράς το ευνοούν, αλλά και όταν η επιχείρηση μπορεί να αντεπεξέλθει σε ένα υψηλότερο κόστος πρόβλεψης, τότε είναι χρήσιμο να κατασκευασθεί ένα κατάλληλο μαθηματικό πρότυπο πρόβλεψης. Το μαθηματικό αυτό μοντέλο που "αιτιολογείται" από ανεξάρτητες μεταβλητές μπορεί να πάρει τη μορφή απλή παλινδρόμησης και να συνεχίσει σε πιο πολύπλοκα συστήματα πολλαπλής παλινδρόμησης και οικονομετρικών μοντέλων. Σε κάθε περίπτωση επιβάλλεται η επιλογή των κατάλληλων(-λης) ανεξάρτητων μεταβλητών(-ής) από το περιβάλλον της επιχείρησης, επιλογή της μορφής (μοντέλου) εξίσωσης που συσχετίζει τις ανεξάρτητες μεταβλητές με την εξαρτημένη και την στατιστική επαλήθευση και έλεγχο του μοντέλου ώστε να ικανοποιεί την επιθυμητή σχέση. Οι μέθοδοι αυτές είναι:

4) ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ ΚΑΙ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ

Όταν επιζητάμε τα αποτελέσματα της σχέσης μεταξύ δύο ή περισσότερων μεταβλητών, τότε για να ερευνήσουμε τη σχέση χρησιμοποιούμε τις στατιστικές διαδικασίες της παλινδρόμησης και της συσχέτισης. Η βασική διαφορά των δύο διαδικασίων είναι ότι στην παλινδρόμηση η σχέση μεταξύ των μεταβλητών δεν είναι συμμετρική δηλαδή, υπάρχει καθαρή διάκριση σε εξαρτημένη και ανεξάρτητη(-τες) μεταβλητή(-τές). Στην συσχέτιση δεν υπάρχει αυτή η διάκριση. Όλες οι μεταβλητές θεωρούνται ανεξάρτητες τουλάχιστον ως προς τον τρόπο επιλογής των δεδομένων και στη μεταξύ τους σχέση. Η παλινδρόμηση χρησιμεύει όταν γίνεται η επιλογή της ανεξάρτητης, ενώ η συσχέτιση όταν είναι δύσκολη η εξ' αρχής επιλογή ανεξάρτητων μεταβλητών.

Η απλή παλινδρόμηση είναι ένα μαθηματικό μοντέλο που εκφράζει τη σχέση ανάμεσα σε μια εξαρτημένη μεταβλητή Y και μια ανεξάρτητη μεταβλητή X, σε μορφή ευθείας γραμμής (γραμμικό μοντέλο). Η ευθεία γραμμή που σχηματίζεται αποτελέι τη συσχέτιση των δύο μεταβλητών. Αλγεβρικά αυτό εκφράζεται ως: $Y = \beta_0 + \beta_1 X + e$

όπου: e = τυχαίο σφάλμα πρόβλεψης

Η συνθήκη αποδοχής, ότι η παλινδρόμηση είναι γραμμικού τύπου μοντέλο, μας οδηγεί στους λόγους που εμφανίζεται το σφάλμα e. Έτσι το e μπορεί να εμφανίζεται, επειδή η θεωρία είναι ατελής - δηλαδή έχουν παραληφθεί ανεξάρτητες μεταβλητές έντονα σχετιζόμενες με την ανεξάρτητη -, όταν ο προσδιορισμός είναι ατελής και προσπαθούμε να απεικονίσουμε σε ευθεία γραμμή μία σχέση που εκφράζεται σωστότερα με εξίσωση παραβολής ή τέλος όταν υπάρχει μεγάλο σφάλμα στη μέτρηση των μεταβλητών που σημαίνει ότι το δείγμα είναι ακατάλληλο.

Η δεύτερη υπόθεση του παλινδρομικού μοντέλου είναι ότι σε κάθε επανάληψη λήψης δείγματος, η κατανομή της εξαρτημένης μεταβλητής είναι η ίδια. Η συνθήκη αυτή εισάγεται για να μπορέσουμε να θεωρήσουμε τα αποτελέσματα φερέγγυα. Η τρίτη συνθήκη που εισάγεται, διορθώνει ακόμη το κλίμα αμφιβολίας, θεωρώντας την κατά μέσο όρο τιμή του σφάλματος ίση με μηδέν ($E_{(e)} = 0$). Η τέταρτη υπόθεση ορίζει ότι η διακύμανση του όρου του τυχαίου σφάλματος είναι ίδια σε κάθε τιμή του X (ομοσκεδαστικότητα). Η πέμπτη υπόθεση είναι ότι το σφάλμα έχει τιμή που δεν σχετίζεται με οποιαδήποτε άλλο σφάλμα για διαφορετική τιμή του X από αυτή που υπάρχει στο παλινδρομικό μοντέλο. Δεν υπάρχει δηλαδή αυτοσυσχέτιση. Τέλος υπάρχει μια έκτη υπόθεση που θεωρεί τον όρο του σφάλματος για κάθε τιμή της X να κατανέμεται κανονικά.

Αλγεβρικά οι σταθερές $\hat{\beta}_0$ και $\hat{\beta}_1$ υπολογίζονται με τους παρακάτω τύπους:

$$b_1 = \frac{n\sum XY - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2} \qquad \& \qquad b_0 = \frac{\sum Y - b_1 \sum X}{n}$$

Υπολογίζοντας τα b_1 & b_2 κατασκευάζουμε παλινδρομική ευθεία.

Όπως εύκολα είναι κατανοητό, οι υπολογισμοί της παλινδρόμησης είναι πολύ εύκολοι και η πρόβλεψη ακόμη πιο εύκολη εφόσον η δειγματοληπτική διαδικασία είναι έγκυρη. Αυτό που μας απασχολεί περισσότερο όμως είναι ο βαθμός εγκυρότητας του πειράματος. Το κατά πόσο είναι έγκυρη η εξίσωση που εκτιμάται μας το λέει το τυπικό σφάλμα παλινδρόμησης. Αυτό ορίζεται ως η διαφορά ανάμεσα στην πραγματική τιμή της Y και του υπό συνθήκη μέσου $\overline{Y}$, αθροίζοντας τα τετράγωνα κάθε διαφοράς, διαιρώντας δια τον αριθμό των παρατηρήσεων μείον K και υπολογίζοντας τη τετραγωνική ρίζα του πηλίκου. Αυτό αλγεβρικά εκφράζεται ως: $S_e = \left(\frac{\sum e^2}{n-K}\right)^{\frac{1}{2}} \rightarrow S_e = \sqrt{\left(\frac{\sum e^2}{n-K}\right)}$

όπου: K = αριθμός των προς εκτίμηση συντελεστών

Γενικά το $n-K = n-2$ διότι αυτός ο διαιρέτης ορίζει το τυπικό σφάλμα αμερόληπτο εκτιμητή της τυπικής απόκλισης. Η τετραγωνική ρίζα των αθροισμάτων των τετραγώνων των αποκλίσεων πραγματικών τιμών από το μέσο, διαιρεμένο δια $n-2$, είναι ο αριθμός που θα μας ορίσει την εγκυρότητα της πρόβλεψης. Αν το τυπικό σφάλμα είναι ικανοποιητικό το παλινδρομικό μοντέλο εγκρίνεται και η πρόβλεψη γίνεται δεκτή. Αν είναι μεγάλο, το παλινδρομικό μοντέλο απορρίπτεται και καταφεύγουμε σε νέο δείγμα.

Για να ελέγξουμε την αξία ενός παλινδρομικού μοντέλου ελέγχουμε την τιμή του συντελεστή κλίσης b_1. Οι πιθανότητες είναι δύο: Για $\rightarrow t = \dfrac{b_1 - B_1}{S\,b_1}$

α) $H_0 : b_1 = 0$
$H_0 : b_1 \neq 0$

Όπου: $S_b = \dfrac{S_e}{\left\{\sum X^2 - \left[\dfrac{(\sum X)^2}{n}\right]\right\}^{\frac{1}{2}}}$

Εάν ο συντελεστής κλίσης ισούτε με μηδέν (α), τότε δεν υπάρχει ένδειξη γραμμικής σχέσης των δύο μεταβλητών. Εάν ο συντελεστής κλίσης είναι διάφορος του μηδενός (β), υπάρχει ένδειξη σημαντική γραμμική σχέσης και το παλινδρομικό μοντέλο εγκρίνεται. Χρησιμοποιώντας το F-test (ανάλυση της διακύμανσης της παλινδρόμησης) μπορούμε να ελέγξουμε κατό πόσο ισχύει η μία από τις δύο υποθέσεις. Η F υπολογίζεται από την αλγεβρική σχέση:

$$F = \dfrac{\dfrac{\sum(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{m-1}}{\dfrac{\sum(Y_i - \bar{Y})^2}{n-m}}$$ όπου m = αριθμός παραμέτρων

Η παραπάνω εξίσωση εκφράζει το πηλίκο του πηλίκου του αθροίσματος των τετραγώνων που σχετίζονται με την παλινδρόμηση προς του βαθμούς ελευθερίας, προς, τα αθροίσματα τετραγώνου που δεν σχετίζονται με την παλινδρόμηση προς τους βαθμούς ελευθερίας. Η F μπορεί να υπολογιστεί και από το επόμενο τύπο: $F = \dfrac{b_1^2\left(\sum X_i^2 - n\bar{X}^2\right)}{S_e^2}$. Μια υψηλή τιμή της F δείχνει ότι η διακύμανση που οφείλεται στην παλινδρόμηση είναι μεγαλύτερη από τη διακύμανση που δεν οφείλεται στην παλινδρόμηση.

Ενώ η b_1 μας δίνει την κλίση της ευθείας γραμμής η b_0 μας δείχνει στο παλινδρομικό μοντέλο την τιμή που παίρνει η Y όταν η τιμή της $X = 0$. Σχεδόν πάντα η τιμή της b_0 είναι θετική.

Έχοντας διερευνήσει σ' ένα απλό παλινδρομικό μοντέλο τις σταθερές b_0 & b_1, το μόνο που μας προβληματίζει είναι ο βαθμός συσχέτισης και αν υπάρχει ο κίνδυνος αυτοσυσχέτισης. Για να μετρήσουμε το βαθμό συσχέτισης χρησιμοποιούμε το συντελεστή προσδιορισμού που εκφράζεται από το πηλίκο του αθροίσματος των τετραγώνων των διαφορών (αποκλίσεων) των εκτιμηθησών τιμών από τον μέσο $\bar{Y}$ προς το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών (αποκλίσεων) των πραγματικών τιμών από το μέσο $\bar{Y}$. Αλγεβρικά αυτό διατυπώνεται ως:

$$r^2 = \frac{\sum(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum(Y_i - \bar{Y})^2} \quad \text{ή} \quad r^2 = \frac{n\sum XY - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{\left[n\sum X^2 - (\sum X)^2\right]\left[n\sum Y^2 - (\sum Y)^2\right]}$$

Το r^2 παίρνει τιμές μεταξύ μηδέν και ένα, δείχνοντας την αναλογία διακύμανσης στην εξαρτημένη μεταβλητή της Y πάνω στη X. Αν $r^2=0$ σημαίνει ότι δεν υπάρχει γραμμική εξάρτηση της Y από τη X. Μπορούμε ακόμη να ελέγξουμε τη συσχέτιση μέσω του συντελεστή συσχέτισης ρ, που δεν είναι τίποτε άλλο από την τετραγωνική ρίζα του συντελεστή προσδιορισμού: $\rho=\pm\sqrt{r^2}$. Ισχύουν οι ίδιες υποθέσεις με το r^2.

Τελικά ο σκοπός μας είναι να καταλήξουμε σε ένα από τα δύο επόμενα συμπεράσματα. Αν οι μεταβλητές X και Y μεταβάλλονται ομόσημα η συσχέτιση είναι θετική. Αν μεταβάλλονται ετερόσημα η συσχέτιση είναι αρνητική. Για $r^2=0$ δεν υπάρχει συσχέτιση των μεταβλητών.

Φθάνοντας έως εδώ, το μόνο που δεν έχουμε ελέγξει στη διαδικασία είναι την πιθανότητα ύπαρξης αυτοσυσχέτισης. Όταν υπάρχει αυτοσυσχέτιση αν και η παλινδρόμηση εξακολουθεί να παρέχει αξιόπιστα αποτελέσματα εντούτις, υπερεκτιμά την αξιοπιστία της παλινδρόμησης, δίνοντας υψηλότερο συντελεστή προσδιορισμού από την πραγματικότητα, λόγω υπερπροσαρμογής της εκτιμημένης γραμμής παλινδρόμησης στα γεγονότα. Το τεστ Durbin-Watson δείχνει το αν διαδοχικές τιμές σφάλματος αυτοσυσχετίζονται. Το στατιστικό Durbin-Watson υπολογίζεται από τον τύπο: $\mathrm{DW}=\dfrac{\sum(e_t-e_{t-1})^2}{\sum et^2}$ με πιθανότητα α) H_0: $\rho=0$ β) H_A: $\rho>0$

Χρησιμοποιώντας κριτικές τιμές L και που καθορίζονται ανάλογα κατά τη δειγματοληψία οι υποθέσεις είναι:

α) Για $\mathrm{DW}>U \rightarrow H_0$: $\rho=0 \rightarrow$ Μη ύπαρξη αυτοσυσχέτισης

β) Για $\mathrm{DW}<L \rightarrow H_A$: $\rho>0 \rightarrow$ Ύπαρξη αυτοσυσχέτισης

γ) Για $L<\mathrm{DW}<\mathrm{U} \rightarrow$ Δεν υπάρχει συμπέρασμα

Κατά την ύπαρξη αυτοσυσχέτισης το παλινδρομικό μοντέλο είναι άχρηστο αφού δίνει διαστρεβλωμένες προβλέψεις. Όμως δεν είναι εύκολο να "πετάξουμε στα σκουπίδια" ένα οποιοδήποτε παλινδρομικό μοντέλο, τη στιγμή μάλιστα που υπάρχει πάντα και ο περιορισμός του κόστους. Όταν είναι δύσκολη η ανεύρεση πρόσθετων ανεξρτητων μεταβλητών που να μειώσουν την αυτοσυσχέτιση (τουλάχιστον σε ένα χαμηλό ανεκτό ασήμαντο επίπεδο), υπάρχουν μαθηματικές διαδικασίες που μπορούν να μειώσουν ικανοποιητικά την αυτοσυσχέτιση. Δύο τέτοιες διαδικασίες είναι η *rho* και η Cochrane-Orcutt. Ο *rho* είναι ένας παράγοντας ίσος με το μισό της διαφοράς του στατιστικού Durbin-Watson και του 2.0 , ο οποίος πολλαπλασιαζόμενος με το κατάλοιπο της περιόδου t- διορθώνει το παλινδρομικό μοντέλο. Συνεπώς:

$$rho=\frac{2-\mathrm{DW}}{2} \rightarrow rho\times(t-1=\alpha) \rightarrow \alpha\times F_t = \text{Διορθωμένη πρόβλεψη}$$

Επέκταση της *rho* είναι η Cochrane-Orcutt η οποία στηριζόμενη στην παραδοχή ότι ο παράγοντας *rho* είναι ένας συντελεστής συσχέτισης που σχετίζεται με σφάλματα διαδοχικών χρονικών περιόδων και μέσω μιας σειράς επαναλήψεων (εκτιμήσεων) επιτυγχάνεται ένας καλύτερος εκτιμητής *rho* από τον προηγούμενο. Η χρήση Η/Υ σε κάθε περίπτωση κρίνεται επιβεβλημένη.

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων για αρχικές προβλέψεις, ελέγχονται με το στατιστικό Durbin-Watson περίπτωση αυτοσυσχέτισης, με επαναλήψεις επανεκτιμημένων μοντέλων, μετά από τεστ διάγνωσης φθάνουμε σε επιθυμητό παλινδρομικό μοντέλο. Είναι επίσης απαραίτητο να ελέγχουμε το πρότυπο της διασποράς των εκτιμηθέντων συντελεστών παλινδρόμησης να βρίσκεται μέσα στα διαστήματα εμπιστοσύνης. Τα διαστήματα εμπιστοσύνης είναι εξάλλου οι οιωνοί που επιτρέπουν στον χειριστή να εξηγήσει τη διασπορά στις εκτιμήσεις.

Συνοψίζοντας πρέπει να αναφέρουμε ότι η απλή παλινδρομική ανάλυση είναι μια πολύ καλή ερμηνευτική πρόβλεψη, αρκεί ο προβλέπων να είναι σε θέση να ξεπερνάει το κόστος σχηματισμού της και εφόσον βέβαια έχει την ικανότητα και εμπειρία να παραβλέψει τα εμπόδια συστήματος εφαρμόζοντας εύστοχες μαθηματικές λύσεις. Η μέθοδος αυτή δίνει χαμηλό σφάλμα πρόβλεψης, όταν υπάρχει έντονη εξάρτηση των δύο μεταβλητών. Η μέθοδος φαίνεται να είναι πολύ χρήσιμη σε βραχυ-μεσοπρόθεσμες αλλά γενικά μικρού εύρους προβλέψεις. Η παλλινδρομική ανάλυση ισχυροποιείται μερικές φορές αρκετά με την προσθήκη νέων μεταβλητών όπως εξατάζουμε αμέσως τώρα.

5) ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ

Όταν είναι απαραίτητη η χρησιμοποίηση στο παλινδρομικό μοντέλο περισσότερων της μίας ανεξάρτητων μεταβλητών προκειμένου να προβλεφθεί η τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής με ικανοποιητική ακρίβεια, χρησιμοποιούμε τη μέθοδο της πολλαπλής παλινδρόμησης. Το μόνο νέο στοιχείο που εισάγεται στο γνωστό παλινδρομικό μοντέλο είναι η πολυπλήθεια των ανεξάρτητων μεταβλητών, που σίγουρα είναι περισσότερες από μία.

Για την πολλαπλή παλινδρόμηση ισχύουν οι ίδιες συνθήκες που αναφέραμε παραπάνω για την απλή παλινδρόμηση. Δηλαδή ότι η εξίσωση είναι γραμμικής μορφής, ύπαρξη ίδιας κατανομής τιμών ανεξάρτητης μεταβλητής σε κάθε πείραμα, τυχαίο σφάλμα ίσο με μηδέν, διακύμανση του τυχαίου σφάλματος σταθερή, ανεξάρτητες τιμές του όρου σφάλματος, κανονική και ανεξάρτητη κατανομή του σφάλματος e. Εφόσον τεθούν αυτές οι υποθέσεις, είναι δυνατή η ερμηνεία των αποτελεσμάτων του πολυ-παλινδρομικού μοντέλου. Αλγεβρικά η πολλαπλή παλινδρόμηση έχει τη μορφή: $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \ldots + \beta_m X_m + e$

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων είναι η διαδικασία που θα μας αποφέρει μαθηματική λύση του μοντέλου, αφού είναι δεδομένο οτι οι ανεξάρτητες μεταβλητές λαμβάνουν προκαθορισμένες τιμές (από τη δειγματοληψία) προκειμένου να διαμορφώσουν την τυχαία εξαρτημένη μεταβλητή Y. Στόχος μας είναι η λύση της εξίσωσης: $\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2$ για ένα παλινδρομικό μοντέλο δύο ανεξάρτητων μεταβλητών, όπου $\hat{Y}$= πρόβλεψη ανεξάρτητης μεταβλητής, γνωρίζοντας ότι:

$$\sum Y = nb_0 + b_1 \sum X_1 + b_2 \sum X_2$$

$$\sum X_1 Y = b_0 \sum X_1 + b_1 \sum X_1^2 + b_2 \sum X_1 X_2$$

$$\sum X_2 Y = b_0 \sum X_2 + b_1 \sum X_1 X_2 + b_2 \sum X_2^2$$

Αντικαθιστώντας τα δεδομένα μπορούμε να λύσουμε το σύστημα τριών αγνώστων b_0, b_1 και b_2 με οποιαδήποτε παραδεκτή μαθηματική μέθοδο (μέθοδος των πινάκων, μέθοδος Grammer, μέθοδος αντικατάστασης κ.λ.π.). Η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων, ελαχιστοποιώντας τα αθροίσματα των κάθετων αποκλίσεων ανάμεσα στις πραγματικές τιμές της Y και τις προβλεπόμενες τιμές, θεωρείται ότι παρέχει την καλύτερη προσαρμογή για το πολυ-παλινδρομικό μοντέλο.

Ένα μέτρο αξιοπιστίας και βαθμού προσαρμοστικότητας του υποδείγματος, είναι ο συντελεστής προσδιορισμούν $R^2{}_{Y\hat{Y}}$. Εκφράζεται ως το πηλίκο του αθροίσματος των τετραγώνων των αποκλίσεων οφειλόμενες στην παλινδρόμηση (προβλεφθησών από τον μέσο) προς το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων των πραγματικών από το μέσο. Αλγεβρικά αυτό εκφράζεται ως: $R^2_{Y\hat{Y}} = \dfrac{\sum(\hat{Y}-\overline{Y})^2}{\sum(Y_i-\overline{Y})^2}$

Παρόμοια με τη μέθοδο της απλής παλινδρόμησης, χρησιμοποιούμε το F-test για να εκτιμήσουμε το βαθμό αξιοπιστίας του μοντέλου. Το F-test υπολογίζεται από τον τύπο: $F = \dfrac{\dfrac{R^2}{m}}{\dfrac{(1-R^2)}{(n-m-1)}}$

Η διαδικασία που παρέχει έλεγχο της συνολικής πολλαπλής παλινδρόμησης, ονομάζεται ANOVA , και πρόκειται για ανάλυση της διακύμανσης με σκοπό να εξεταστεί αν και κατά πόσο μεγαλύτερο ή μικρότερο είναι το άθροισμα τετραγώνου του μοντέλου από το άθροισμα τετραγώνων του σφάλματος.

Αυτό που μας προβληματίζει περισσότερο σε ένα μοντέλο πολλαπλής παλινδρόμησης είναι τρία καυτά ερωτηματικά: α) Αν και σε πιο βαθμό μια ανεξάρτητη μεταβλητή μόνη της ξεχωριστά μπορεί να εξηγήσει ένα σημαντικά μεγάλο ποσοστό της μεταβλητότητας της Y, β) αν η προσθήκη ενός ή περισσοτέρων ανεξάρτητων μεταβλητών συνεισφέρει αισθητά στην πρόβλεψη έτσι ώστε να παραβλέπεται (υπερκαλύπτεται) το αυξανόμενο κόστος, γ) αν και κατά πόσο είναι φερέγγυο το υπόδειγμα προκειμένου να εξηγηθεί σωστά η συμπεριφορά της Y . Τα ερωτηματικά αυτά μπορούν να εξευρευνηθούν μέσω μιας σειράς από πλήθος στατιστικών υπολογισμών, οι οποίοι πρακτικά μπορούν να πραγματοποιηθούν με τη χρήση Η/Υ. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι ένας πολύ κρίσιμος στατιστικός δείκτης που μας πληροφορεί γαι τη χρησιμότητα προσθήκης μιας νέας ανεξάρτητης μεταβλητής είναι ο προσαρμοσμένος συντελεστής πολλαπλού προσδιορισμού ($\overline{R}^2$). Ο $\overline{R}^2$ μας δίνει το ποσοστό της συνολικής διακύμανσης που σχετίζεται με το εκάστοτε παλινδρομικό μοντέλο, όσο δε μεγαλύτερη είναι η αύξησή του σε κάθε προσθήκη ανεξάρτητης μεταβλητής, τόσο πιο συμφέρουσα είναι η νέα μορφή του πολλαπλού παλονδρομικού μοντέλου. Αλγεβρικά υπολογίζεται:

$$\overline{R}^2 = 1 - \left(\frac{n-1}{n-m}\right)(1-R^2)$$

όπου: m = αριθμός ανεξάρτητων μεταβλητών

R^2 = συντελεστής προσδιορισμού

Όπως και στην απλή παλινδρόμηση, το F-test και ο συντελεστής προσδιορισμού μπορούν να δώσουν ενδείξεις της αξιοπιστίας του πολυ-πλυνδρομικού μοντέλου.

Ένα αναγνωριστικό σημείο της αναξιοπιστίας του πολυ-παλινδρομικού μοντέλου είναι η πολυσυγγραμμικότητα. Πολυσυγγραμικότητα έχουμε όταν οι ανεξάρτητες μεταβλητές του μοντέλου συσχετίζονται μεταξύ τους συμβάλλοντας στην εξαγωγή πλασματικών πληροφοριών από το μοντέλο. Αυτή μπορεί να οφείλεται σε λανθασμένη εισαγωγή της ανεξάρτητης μεταβλητής στο σύστημα, σε λανθασμένη δειγματοληψία για το συγκεκριμένο μοντέλο ή στη δυσκολία απόσχισης της αυτοσυσχέτισης δύο ανεξάρτητων μεταβλητών λόγω της φύσης τους. Μέσω χρήση Η/Υ εντοπίζεται η προβληματική περιοχή που "εκτροχιάζει" το υπόδειγμα. Γενικά πάντως η ύπαρξη πολυσυγγραμμικότητας σημαίνει ότι το συγκεκριμένο μοντέλο αδυνατεί να διαχωρίσει την ακριβή συμβολή κάθε ανεξάρτητης μεταβλητής στην ερμηνεία της εξαρτημένης συμπεριφοράς της Y.

Όταν θέλουμε να ταξινομήσουμε τη σχέση μιας ομάδας ή μιας μή μετρήσιμης μεταβλητής σε μια ανεξάρτητη μεταβλητή του μοντέλου χρησιμοποιούμε ψευδομεταβλητές. Αυτές οι μεταβλητές είναι μεταβλητές κατηγοριοποίησης σε ονομαστική κλίμακα, όπου οι τάξεις κωδικοποιούνται με αριθμητικές τιμές (π.χ. 0 & 1 ή -1 & 1 κ.λ.π.).

Η εξίσωση πολλαπλής παλινδρόμησης έρχεται να βελτιώσει την απλή παλινδρόμηση σε ένα μοντέλο που χαρακτηρίζεται από μεγάλες τιμές τυπικής απόκλισης S_Y ή μικρές τιμές του συντελεστή συσχέτισης r ή ανεπιθύμητο συνδιασμό και των δύο. Η πρόκληση του προβλέποντα είναι να σχηματίσει το optimum μαθηματικό μοντέλο παλινδρόμησης. Άραγε είναι δυνατή η εύρεση της "άριστης" μαθηματικής εξίσωσης παλινδρόμησης; Ο προβλέπων θα πρέπει να εύρει μια "χρυσή" ισορροπία μεταξύ απόδοσης και κόστους της πρόβλεψης. Πρακτικά αυτό για να γίνει χρειάζονται να ικανοποιηθούν πλήρως δύο αιτήματα. Πρώτον, η χρησιμοποίηση Η/Υ με σωστό χειρισμό, που μέσα από στατιστικούς υπολογισμούς θα μας δώσει ποσοτικά συμπεράσματα για κάθε δυνατό μοντέλο. Δεύτερον ο βαθμός αντίληψης του χώρου από μέρους του προβλέποντα. Ο ανθρώπινος παράγοντας είναι πάρα πολύ σημαντικός κατα την επιλογή του κατάλληλου υποδείγματος. Πράγματι, ένα υπόδειγμα με πολλές ανεξάρτητες μεταβλητές έχει υψηλό βαθμό προβλεπτικότητας και συντελεστή προσδιορισμού κοντά στη μονάδα. Το κόστος όμως συλλογής πληροφοριών και στοιχείων σε ένα τέτοιο υπόδειγμα κατά πάσα πιθανότητα είναι οικονομικά ασύμφορο. Απ' την άλλη, ένα "οικονομικό" υπόδειγμα που θεωρητικά έχει δώσει τα καλύτερα στατιστικά αποτελέσματα ελέγχου, μπορεί να έχει αγνοήσει από την εξέταση πολύ σημαντικές μεταβλητές. Η λογική πάντως είναι να συμπεριλαμβάνουμε μόνο μεταβλητές που μπορούν να συμβάλλουν "ικανοποιητικά" στη βελτίωση της προβλεπτικής ικανότητάς του. Η εμπειρία έχει δείξει ότι η πολλαπλή παλινδρόμηση παρέχει καλούς και "οικονομικούς" συντελεστές προσδιορισμού με χρησιμοποίηση μέχρι δύο ή τριών ανεξάρτητων μεταβλητών.

Μια από τις μεθόδους επιλογής του "άριστου" μοντέλου παλινδρόμησης είναι η μέθοδος stepwise . Η stepwise εξετάζει όλες τις μεταβλητές και απορρίπτει όποια μεταβλητή δεν δίνει ικανοποιητικό F-test. Σκοπεύει σε μία "χρυσή" ισορροπία, επίτευξης υψηλού συντελεστή προσδιορισμού με παράλληλα επιλογή ενός ελάχιστου αριθμού μεταβλητών. Με όποιο τρόπο ή μέθοδο φθάσουμε στην "άριστη" εξίσωση παλινδρόμησης, η εξίσωση αυτή θεωρείται η καλύτερη ουσιαστικά όμως υπό σημαντικούς περιοσμούς. Η τελική εξίσωση είναι καλή όσο καλά είναι τα συστατικά απ' τα οποία έγινε δηλαδή, οι πληροφορίες, οι ανεξάρτητες μεταβλητές, η δειγματοληψία και οι διαδικασίες με τον τρόπο που επιλέχτηκαν. Μια εναλλακτική τεχνική επιλογής είναι πολύ πιθανό να αποφέρει ένα διαφορετικό μοντέλο πρόβλεψης. Η πολλαπλή παλινδρόμηση χρησιμοποιούμενη σωστά από το χρήστη, μπορεί να φέρει εξαιρετικής ποιότητας προβλέψεις. Όταν κρίνεται απαραίτητο μπορούν να χρησιμοποιηθούν εξισώσεις πολυωνυμικής παλινδρόμησης δευτέρου και τρίτου βαθμού.

6) ΜΕΘΟΔΟΣ ΟΙΚΟΝΕΜΕΤΡΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

Η μέθοδος των οικονομετρικών μοντέλων είναι η πιο εξελιγμένη μορφή προβλέψεων μέσω υποδειγμάτων μαθηματικών εξισώσεων. Η μέθοδος αυτή στηρίζεται στην επιστήμη της Οικονομετρίας. Οικονομετρία είναι η επιστήμη όπου με τη βοήθεια της στατιστική θεωρίας επιδιώκει την θεμελίωση ποσοτικών σχέσεων μεταξύ οικονομικών μεταβλητών.

Τα Οικονομετρικά μοντέλα αποτελούν εξέλιξη της πολλαπλής παλινδρόμησης. Καταφέρνουν να προσπεράσουν τα προβλήματα της παλινδρόμησης σε περίπτωση χρησομοποίησης πολλών ανεξάρτητων μεταβλητών. Τα οικονομετρικά μοντέλα περιλαμβάνουν αρκετές σχέσεις για μία ή περισσότερες μεταβλητές, οι οποίες εμφανίζονται σε περισσότερες από μία εξισώσεις του υποδείγματος. Η μεθοδολογία επίλυσης των οικονομετρικών εξισώσεων διαφέρει ριζικά από αυτή των παλινδρομούντων, στο ότι η εύρεση των ανεξάρτητων μεταβλητών δεν υπολογίζονται μηχανικά, κι' αυτό γιατί οι "ανεξάρτητες" μεταβλητές εμφανίζονται σε περισσότερες από μία εξισώσεις.

Τα οικονομετρικά μοντέλα συνδέουν τις οικονομικές μεταβλητές μέσω συστημάτων ταυτόχρονα προσδιοριζόμεων εξισώσεων, με σκοπό των πρόβλεψη της οικονομικής συμπεριφοράς. Στις εξισώσεις ενός οικονομετρικού υποδείγματος επανεμφανίζονται ένα σύνολο ανεξάρτητων ερμηνευτικών μεταβλητών. Στα οικονομετρικά υποδείγματα η διάκριση εξαρτημένων και ανεξάρτητων μεταβλητών δεν ισχύει, και αυτό που κάνει τις μεταβλητές να διαφέρουν είναι η ιδιότητά τους. σε ταυτόχρονα εξαρτημένες και προκαθορισμένες μεταβλητές. Οι προκαθορισμένες μεταβλητές επηρεάζουν (επιδρούν) τις ταυτόχρονα εξαρτημένες μεταβλητές χωρίς να επηρεάζονται από αυτές. Οι προκαθορισμένες μεταβλητές των οποίων οι τιμές καθορίζονται έξω από το σύστημα εξισώσεων λέγονται εξωγενείς ενώ οι μεταβλητές που οι τιμές τους καθορίζονται μέσα στο σύστημα λέγονται ενδογενείς.

Σε κάθε θεωρητικό οικονομετρικό μοντέλο καλούμαστε να επιλέξουμε τις μεταβλητές που θα τοποθετήσουμε σε ενδογενείς ή εξωγενείς. Οι μη-οικονομικές μεταβλητές θεωρούνται εξωγενείς όμως και οικονομικές μεταβλητές μπορούν να θεωρηθούν εξωγενείς, αναλόγως το σύστημα που αναπτύσουμε. Η εύστοχη ταξινόμηση των μεταβλητών εξαρτάται από τον κατασκευαστή του μοντέλου. Πάντως ένα πλήρες οικονομετρικό υπόδειγμα επιβάλλεται να περιέχει τόσες εξισώσεις όσες και ενδογενείς μεταβλητές. Το πόσες εξωγενείς μεταβλητές θα περιέχει εξαρτάται από διάφορους παράγοντες όπως η φύση του υποδείγματος, το κόστος συλλογής τους, την κρίση του κατασκευαστή κ.λ.π. Ένα οικονομετρικό υπόδειγμα μπορεί να είναι το εξής:

$q_a = b_{01} + b_1 p + c_1 I + e$

$q_s = b_{02} + b_2 p + c_2 R + u$

$q_a = q_s$

Το παραπάνω τυχαίο υπόδειγμα μας είναι χρήσιμο για να κάνουμε μερικές σημαντικές παρατηρήσεις. Τα e και u είναι όροι σφάλματος των εξισώσεων. Τα q_a και q_s εκφράζουν δεδομένη προσφορά και ζήτηση αντίστοιχα δηλαδή οικονομικά μεγέθη, των οποίων οι ποσότητες είναι τυχαίες και εξαρτώμενες από το σύστημα. Τα b_{01}, b_{02} είναι σταθερές ενώ τα b_1, b_2 συντελεστές παλινδρόμησης. Το παραπάνω είναι ένα απλό οικονομετρικό υπόδειγμα. Πιο δύσκολη είναι η διαδικασία όταν ενδογενές μεταβλητές σε ένα οικονομετρικό υπόδειγμα βρίσκονται και δεξιά των σχηματιζόμενων εξισώσεων.

Σε κάθε περίπτωση πρακτικά η εφαρμογή οικονομετρικών μοντέλων για σχηματισμό προβλέψεων είναι πολύ δύσκολη και σε πολλές περιπτώσεις αδύνατη, από έναν ιδιώτη ή μια τυπική επιχείρηση. Ο λόγος είναι το υψηλό κόστος κατασκευής αλλά και η μεγάλη δυσκολία σχηματισμού του μοντέλου. Η οικονομετρία στα χέρια μη κατόχων επαρκούς γνώσεως, καταντάει άχρηστη αν όχι καταστροφική. Πρακτικά χρειάζονται πολλές οικονομικο-μαθηματικές γνώσεις και μεγάλη εμπειρία στην κατασκευή ενός εύστοχα σχηματιζόμενου οικονομετρικού μοντέλου. Πάντως γενικά για την κατασκευή ενός οικονομετρικού μοντέλου ο χειρηστής επιβάλλεται να ακολουθήσει τα ακόλουθα βήματα:

α) Καθορισμός των μεταβλητών που ενσωματώνονται σε κάθε εξίσωση.

β) Προσδιορισμός συναρτησιακής μορφής των εκτιμιθησών εξισώσεων.

γ) Ταυτόχρονα, εφαρμογή διαδικασίας εκτίμησης για τη μέτρηση των συντελεστών παλινδρόμησης (σ.σ. b_1, b_2 κ.λ.π.).

δ) Προσεχτική εξέταση της ισχύς της κάθε υπόθεσης σε σχέση με τους όρους του σφάλματος και επανεκτίμηση όπου αυτό κρίνεται απαραίτητο.

ε) Πλήρης διαγνωστικός διευκρινιστικός έλεγχος των αποτελεσμάτων του υποδείγματος με στατιστικές τεχνικές.

Τα οικονομετρικά μοντέλα έχουν την ικανότητα να παρέχουν στον χειριστή ενός πλήρους και ρητά εκφρασμένου συστήματος με το οποίο μπορεί να συγκεντρώσει και να συγκρίνει οικονομικές πληροφορίες με ένα μεθοδικό, κατανοητό και αξιόπιστο τρόπο. Είναι μεγάλη η ελαστικότητα διαφοροποίησης του μοντέλου που σημαίνει ότι αλλάζοντας κατά βούληση τους συντελεστές, ο χειριστής μπορεί να εξετάσει διάφορα πιθανά σενάρια. Οι διενεργώντες της πρόβλεψης είναι σίγουροι ότι οι οικονομικές σχέσεις του μοντέλου είναι ρητά εκφρασμένες και αντικειμενικές που εγγυόνται με εφοδιασμό ποσότητας λεπτομερών και αξιόπιστων προβλέψεων. Επιπλέον, τα μοντέλα αυτά επιτρέπουν στον χειριστή την αξιολόγηση και τη βελτίωση, στο βαθμό που αυτές είναι δυνατό να ελεγθούν, υποθέσεων που αφορούν τη θεωρία της επιχειρηματικής συμπεριφοράς.

Παρόλη τη μεγάλη ακρίβεια προβλέψεων που παρέχουν τα οικονομετρικά μοντέλα, απαιτείται να μεταχειρίζονται προσεχτικά διότι υπάρχουν περιορισμοί που μπορούν να δημιουργήσουν μεγάλα προβλήματα. Είναι δυνατόν να δημιουργηθεί μεγάλο σφάλμα που σχετίζεται με την ταυτόχρονη εκτίμηση των εξισώσεων του μοντέλου. Η παλινδρομική ανάλυση των δεδομένων μπορεί να προκαλέσει μερολητπικό σφάλμα όταν μια χρησιμοποιούμενη ως εξαρτημένη μεταβλητή σε μια εξίσωση χρησιμοποιείται ως ανεξάρτητη σε μια άλλη εξίσωση. Αυτό θα επηρεάσει δυσμενώς τη δεύτερη εξίσωση παλινδρόμησης. Η πολυσυγγραμικότητα επίσης, ένα πρόβλημα που αναλύσαμε στην μέθοδο πολλαπλής παλινδρόμησης, είναι φυσικό να εμφανιστεί στα οικονομετρικά μοντέλα που χρησιμοποιούν πολλούς διαρθρωτικούς συντελεστές μεταξύ των συμπεριληφθησών μεταβλητών. Είναι πολύ πιθανό ένα "άριστο" οικονομετρικό μοντέλο σήμερα, να είναι άχρηστο μετα από ορισμένο χρονικό διάστημα διότι, οι οικονομικές συνθήκες έχουν αλλάξει, ενώ οι εξισώσεις του "άριστου" υποδείγματος αναπαριστούν ξεπερασμένες συνθήκες. Είναι συνεπώς αναχρονιστικό μοντέλο.

Τα μεροληπτικά σφάλματα μπορούν να αποφευχθούν χρησιμοποιώντας κατάλληλες τεχνικές (FIML, LIML, 2SLS, 3SLS, ILS). Με παράλληλη χρήση Η/Υ αυτές οι τεχνικές εντοπίζουν μέσω κατάλληλων ελέγχων τις προβληματικές περιοχές του μοντέλου, δίνοντας τη δυνατότητα στον χρήστη να διορθώσει ότι υπολογίζει ότι θα βελτιώσει τη δυναμική του μοντέλου. Κάτι βασικό όμως που χρειάζεται να τονισθεί είναι ότι εάν δεν έχουν επιτευχθεί αμερόληπτες εκτιμήσεις οι οποίες να είναι και ακριβείς, η διόρθωση του μοντέλου αντί προς τη βελτίωση μπορεί να οδηγήσει σε αντίθετη πορεία. Για να μπορέσουμε να επιτύχουμε ασφαλείς προβλέψεις μέσω της οικονομετρίας είναι απαραίτητη η εξ' αρχής προσεχτική κατασκευή του εκάστοτε υποδείγματος.

Το μεγαλύτερο πρόβλημα που συναντάται πολλές φορές στην κατασκευή ενός οικονομετρικού μοντέλου είναι το πρόβλημα της εξειδίκευσης. Αυτό συνίσταται στην δημιουργία μεγαλύτερου σφάλματος πρόβλεψης όταν συμβεί παράλειψη μιας σημαντικής ερμηνευτικής μεταβλητής. Είναι εξάλλου ένα πρόβλημα που συνοδεύει όλα τα μαθηματικά μοντέλα. Τα σφάλμα αυτό μπορεί να γιγαντοποιηθεί στα οικονομετρικά υποδείγματα που υπάρχουν πολλές αλληλοεξαρτώμενες εξισώσεις. Δεν υπάρχει κάποιος κανόνας για να αποφευχθεί αυτό το πρόβλημα. Εμπειρικά έχει γίνει κατανοητό πως όσο περισσότερες εξισώσεις περιλαμβάνει ένα οικονομετρικό υπόδειγμα τόσο περισσότερες πιθανότητες υπάρχουν για εμφάνιση προβλήματος εσφαλμένης εξειδίκευσης. Η αυτοσυσχέτιση των όρων του σφάλματος αδυνατεί στην εύρεση στης πηγής του λάθους και συνεπώς η πιθανότητα διόρθωσης σχεδόν αποκλείεται. Πολλές φορές ο προβλέπων επιλέγει τις εξωγενείς μεταβλητές αυθαίρετα λόγω πολυπλοκότητας των αλληλοσυσχετίσεων. Σε τέτοιες περιπτώσεις η εγκυρότητα του υποδείγματος αφήνεται στην κριτική ικανότητα του προβλέποντα-κατασκευαστή. Είναι επίσης πολύ σημαντικό κατά τη συλλογή πληροφοριών, τα δεδομένα των ανεξάρτητων μεταβλητών να εκτιμώνται της ανεξάρτητα της μίας από της άλλης. Σε διαφορετική περίπτωση θα υπάρξει πλασματικός ορισμός τουλάχιστον μιας ενδογενούς μεταβλητής. Το πρόβλημα της ταυτοποίησης μπορεί εκτός από την προσεχτική συλλογή των στοιχείων να λυθεί και με εξισώσεις ανηγμένης μορφής.

Αν και ακριβέστατα, τα σοβαρά προβλήματα που μπορεί να δημιουργηθούν κατά τη διάρκεια σχηματισμού τους, καθιστά τα οικονομετρικά υποδείγματα οικονομικά ασύμφορα για την πλειοψηφία επιχειρήσεων και οργανισμών. Όταν ξεπεραστούν όμως τα προβλήματα κατασκευής, εύστοχα οικονομετρικά μοντέλα δίνουν προβλέψεις πολύ μεγάλης ακρίβειας. Γι' αυτό στην πράξη παρατηρείται ιδιωτικές επιχειρήσεις να ασχολούνται ειδικά με την κατασκευή οικονομετρικών μοντέλων. Απασχολούν ειδικούς εμπειρογνώμονες που εγγυώνται την εγκυρότητα των υποδειγμάτων. Έτσι μπορεί κάθε οργανισμός, βάσει αμοιβής του κατασκευαστή, να αποκτήσει τα προτεινόμενα μοντέλα και στη συνέχεια να προσαρμόσει τα συστήματα για τις δικές του ανάγκες. Αν π.χ. θέλει μια επιχείρηση να προβλέψει τις πωλήσεις της μπορείν να στηριχθεί σε ένα τέτοιο οικονομετρικό μοντέλο που προβλέπει τη ζήτηση του κλάδου για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα. Επιχειρήσεις που ασχολούνται με την κατασκευή οικονομετρικών υποδειγμάτων στις Ηνωμένες Πολιτείες είναι οι DRI, CE, WE, KEDI κ.α. Η σύνδεση των προγραμμάτων απλών επιχειρήσεων με οικονομικούς δείκτες των παραπάνω εταιρειών τους επιτρέπει στην εφαρμογή υποδειγμάτων μεγάλης κλίμακας χωρίς την κατασκεή ειδικού μοντέλου για τον εαυτό τους που θα δημιουργούσε κόστος που δεν θα μπορούσαν να χρηματοδοτήσουν.

Όπως είδαμε είναι εύκολο κάποιος να μιλήσει για την επιστημονική τεκμηρίωση, τα προβλήματα, τα εμπόδια και το κόστος κατασκευής οικονομετρικών υποδειγμάτων. Αυτό που δεν μπορεί να πει με σιγουριά κάποιος είναι για την απόδοση και αξιοπιστίας τους (σε σχέση με τον κατασκευαστή). Δεν υπάρχει κανένας απλός τρόπος ή απλοί υπολογισμοί που να μπορούν να μας απαντήσουν σε ένα τέτοιο ερώτημα. Οι στατιστικοί υπολογισμοί δεν μπορούν να μας βοηθήσουν εδώ. Απλά εναποθέτουμε τις τύχες μας στο δημιουργό του προτεινόμενου μοντέλου. Αυτή η αβεβαιότητα εξάλλου είναι που προτρέπει πολλούς ειδικούς να κατατάσσουν τα οικονομετρικά μοντέλα στις υποκειμενικές (ποιοτικές) προβλέψεις. Εντούτις, η επιστημονική τεκμηρωμένη κατασκευή τους, η θεωρητική θεμελίωση, τα ακριβή αποτελέσματα που μπορούν και φέρνουν στην πράξη και η ορθολογική χρησιμοποίηση οικονομικής και μαθηματικής επιστήμης για τη θεωρητική τους θεμελίωση, μας προτρέπει να τη θεωρήσουμε όχι απλά μια ποσοτική πρόβλεψη αλλά τη σημαντικότερη και ακριβέστερη από όλες τις άλλες τηρούμενων των αναλογιών και υπό φυσιολογικές συνθήκες. Συνιστάται για βραχυ-μεσοπρόθεσμες προβλέψεις όλων των προγραμμάτων μιας επιχείρησης (που μπορεί να σχετίζονται με τη ζήτηση, το κόστος, τις τιμές, την κατανάλωση κ.λ.π.). Πρέπει πάντως να παραδεχτούμε ότι είναι η ακριβότερη σε κόστος και η πολυπλοκότερη σε κατασκευή μέθοδος από όσες έχουμε εξετάσει έως τώρα. Έτσι ή αλλιώς η επιλογή ανήκει σε αυτόν που θα διενεργήσει την πρόβλεψη.

Γ) ΜΕΘΟΔΟΙ ARMA (ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ ΚΙΝΗΤΟΥ ΜΕΣΟΥ)

Οι μέθοδοι ARMA χρησιμοποιούν υποδείγματα εξισώσεων για την πραγματοποίηση προβλέψεων, βασισμένα σε ανάλυση δεδομένων χρονοσειράς. Οι μέθοδοι αυτοί αποτελούν καρπούς προχωρημένων θεμάτων ανάλυσης χρονολογικών σειρών. Ανήκουν στον κλάδο της επιχειρησιακής έρευνας και ειδικότερα των προβλέψεων που συνεχώς εξελίσσεται. Το κόστος αυτών των μεθόδων είναι υπέρογκο και πολλές φορές μεγαλύτερο από κάθε άλλη μέθοδο, λόγω της πολυπλοκότητας των υπολογισμών και το κόστος χώρου αποθήκευσης στους Η/Υ, αν και ομολογουμένως είναι δυνατόν να παρέχουν μεγάλης ακρίβειας προβλέψεις. Ουσιαστικά είναι αστείο εμείς να μιλάμε για μεθόδους προβλέψεων σε ένα εξελισσόμενο κλάδο όπου οι μελέτες διακεκριμένων συγγραφέων συνδέονται με ένα "ομφάλιο λώρο". Στην πραγματικότητα, πρόκειται για χημεία τεχνικών χρονολογικών σειρών και μαθηματικών εξισώσεων. Στην πράξη χρησιμοποιούνται κάποια υποδείγματα στηριζόμενα στη φιλοσοφία ARMA . Παρακάτω παρουσιάζουμε αυτά τα υποδείγματα-μεθόδους που η κάθε μία τη χαρακτηρίζει διαφορετική μεθοδολογία. Πάντως το σύνολο των υποδειγμάτων στηρίζονται σε μοντέλα αυτοσυσχέτισης (AR), κινητού μέσου (MA) ή συνδιασμό και των δύο.

Είναι απαραίτητο, να παρουσιάσουμε συνοπτικά, διευκρινιστικά χαρακτηριστικά των υποδειγμάτων ARMA , προκειμένου να κατανοηθούν οι μεθόδοι προβλέψεων που παρουσιάζονται παρακάτω. Τα υποδείγματα ARMA χρησιμοποιούν τις αρχές και τις μεθόδους παλινδρόμησης, εφαρμόζοντάς τες στην ανάλυση χρονοσειρών. Αυτοσυσχέτιση (AR) υπάρχει όταν η μεταβλητές του δεξιού μέρους της εξίσωσης αντιπροσωπεύουν τιμές εξαρτημένων μεταβλητών προηγούμενων περιόδων δηλαδή, είναι χρονικά υστερημένες παρατηρήσεις ενώ κινητός μέσος εφαρμόζεται όταν, το υπόδειγμα που βασίζονται σε γραμμικό συνδιασμό παρελθόντων σφαλμάτων πρόβλεψης. Άλλα χαρακτηριστικά των υποδειγμάτων ARMA: Τυχαία χρονοσειρά (white noise) είναι όταν δεν υπάρχει κανένα πρότυπο σ' αυτή. Το χαρακτηριστικό white noise εντοπίζεται με τη μέτρηση διαδοχικών αυτοσυσχετίσεων για χρονικές υστερήσεις περισσότερες της μίας περιόδου. Καλούμαστε λοιπόν όταν εξατάζουμε μια χρονοσειρά να αναγνωρίσουμε αν τα δεδομένα είναι τυχαία, εποχικά ή μη-σταθερά. Έτσι διευκολύνεται αισθητά το προβλεπτικό μας έργο.

Ένα απλό τυχαίο υπόδειγμα ARMA είναι αυτό που η παρατήρηση Y_t αποτελείται από το συνολικό αριθμητικό μέσο μ και το τυχαίο σφάλμα e_t - υπό την συνθήκη ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση. Γράφεται ως:

$$Y_t = \mu + e_t$$

$[ARIMA(0,0,0)]$

Το υπόδειγμα ονομάζεται ARIMA και σημαίνει ότι δεν υπάρχει εξάρτηση του Y_t από το Y_{t-1} (AR) και δεν υπάρχει εξάρτηση του Y_t από το e_{t-1} (MA). Συνεπώς πρόκειται για μια απόλυτα τυχαία σταθερή χρονοσειρά. Μια τέτοια χρονοσειρά μπορούμε εύκολα να την τυποποιήσουμε μέσω μιας εξίσωσης με σταθερούς συντελεστές, υπολογιζόμενοι από ιστορικές παρατηρήσεις.

Οι περισσότερες χρονοσειρές δεν είναι σταθερές αλλά μη-σταθερές και για να μετατραπούν σε σταθερές πρέπει να διαφοριστεί δηλαδή να μετατραπεί από AR(I)MA μέσω διαφοροποίησης (integration) σε ARMA. Εφόσον μετατραπεί σε σταθερή με d διαφοροποιήσεις η προκύπτουσα χαρακτηρίζεται ομογενής. Προκειμένου να έχουμε περιγραφή της διαδικασίας ανάπτυξης ενός μοντέλου πρόβλεψης, υπολογίζουμε τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης από τον τύπο:

$$\rho_K = \frac{COV(Y_t, Y_{t+K})}{\sigma_Y, \sigma_{Y+K}} \quad \text{(με υστέρηση K)}$$

όπου: $COV(Y_t, Y_{t+K})$ = Συνδιακύμανση των ποσοτικών μεταβλητών Y_t, Y_{t+K} (δύο περιόδων)

Για σταθερή χρονοσειρά ο $\rho_{\underline{k}}$ = .

Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης αποδεικνύεται πολύ χρήσιμη για περιγραφή της διαδικασίας θεμελιώδους ανάπτυξης ενός προβλεπτικού μοντέλου. Η αυτοσυσχέτιση κάθε τάξης ισούται με τη συσχέτιση της περιόδου t - K (όπου K= περίοδος πρόβλεψης). Για περίοδο t η αυτοσυσχέτιση ισούτε με την συσχέτιση t - (υπό τον περιορισμό ότι η επίδραση των άλλων χρονικών υστερήσεων είναι σταθερή). Η αυτοσυσχέτιση έρχεται να μας βοηθήσει όταν είναι άγνωστη η κατάλληλα τάξη της διαδικασίας αυτοπαλινδρόμησης. Ο συντελεστής μερικής αυτοσυσχέτισης εκφράζεται σε όρους του τελευταίου όρου αυτοπαλινδρόμησης ενός υποδείγματος AR με m υστερήσεις, όπου φ = μερική αυτοσυσχέτιση & $\hat{\varphi}$ = εκτιμηθήσα μερική αυτοσυσχέτιση. Αλγεβρικά αυτό απεικονίζεται ως:

$Y_t=\varphi Y_{t-1}+\varphi Y_{t-2}+...+\varphi_{m-1}Y_{t-m-1}+\varphi_m Y_{t-m}+e_t$

Μπορούμε να λύσουμε με οποιαδήποτε παραδεκτό σύστημα m αγνώστων, για να πάρουμε τις λύσεις. Σε κάθε περίπτωση οι υπολογισμοί είναι χρονοβόροι και στοιχίζουν πολύ.

7) ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

Τα αυτοπαλίνδρομα μοντέλα είναι παρόμοια με τα παλινδρομικά μοντέλα. Πρόκειται ουσιαστικά για μια έκφραση εξάρτησης μιας εξαρτημένης μεταβλητής Y από μία ανεξάρτητη ή περισσότερες μεταβλητές. Η βασική διαφορά του αυτοπαλίνδρομου υποδείγματος είναι ότι οι ανεξάρτητες μεταβλητές της εξίσωσης είναι ιστορικές τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής. Επίσης, δεν υπάρχει σταθερά στην εξίσωση και αντί γι' αυτήν τοποθετείται η μερική αυτοσυσχέτιση φ της αμέσως επόμενης χρονιάς της ιστορικής τιμής που συνοδεύει. Αλγεβρικά ένα αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα εκφράζεται ως:

$Y_t=\varphi_1 Y_{t-1}+\varphi_2 Y_{t-2}+...+\varphi_p Y_{t-p}+e_t$

Φαίνεται καθαρά ότι τα αυτοπαλίνδρομα μοντέλα αποτελούν εξέλιξη της απλής εκθετική εξομάλυνσης, χρησιμοποιούμενη μέσω ενός μαθηματικού παλινδρομικού μοντέλου. Η τάξη p του υποδείγματος, καθορίζει τον αριθμό των παραμέτρων του μοντέλου, εφόσον έχει καθοριστεί ως μοντέλο AR. Το υπόδειγμα AR έχει τάξη ίδια με την τάξη p του υποδείγματος. Έτσι ένα αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα για κάθε περίοδο εκφράζεται αλγεβρικά ως:

$Y_t=\varphi_1{}^{n-1}Y_{t-n+1}+\varphi^{n-2}e_{t-n+2}+...+\varphi_1{}^2 e_{t-2}+\varphi_1 e_{t-1}+e_t$

Το e εκφράζει τα γινόμενα σφαλμάτων διαδοχικών περιόδων, για κάθε περίοδο που εκφράζεται στο σύστημα.

Το αυτοπαλίνδρομο γενικό υπόδειγμα $AR_{(p)}$ παρέχει μια γρήγορη και έξυπνη μέθοδο πρόβλεψης χρονοσειρών, για το χειρισμό όλων σχεδόν των ειδών των δεδομένων, έχοντας απλά προσδιορίσει την τάξη p του υποδείγματος. Έτσι το αυτοπαλίνδρομο υπόδειγμα $AR_{(p)}$ σταθμίζει σφάλματα του παρελθόντος, με έναν εκθετικά φθίνοντα ρυθμό, προσφέροντας στον χρήστη ένα εξελιγμένο και πολύ ακριβές πρότυπο πρόβλεψης εκθετικής εξομάλυνσης.

Για να δημιούργησουμε το πρότυπο υπόδειγμα αυτοπαλινδρόμησης $AR_{(p)}$ πρέπει η χρονοσειρά να είναι σταθερή (white noise). Γι' αυτό ελέγχουμε εάν τείνει στο μηδέν μετά τη δεύτερη ή τρίτη υστέρηση. Σε περίπτωση που οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης τείνουν στο μηδέν προχωρούσε στην επιλογή ενός προτύπου που ταιριάζει. Εάν παραμένει μη-σταθερή, παίρνουμε τις πρώτες διαφορές και υπολογίζουμε τους συντελεστές αυτοσυσχέτισης. Επαναλαμβάνουμε μέχρι η χρονοσειρά να γίνει σταθερή. Αφού γίνει σταθερή, ελέγχουμε την αυτοσυσχέτησή της. Εάν διαφένεται κάποιο εποχικό πρότυπο, η χρονοσειρά στηρίζεται σε δεδομένα που είναι τυχαία. Για τη μέτρηση των αυτοσυσχετίσεων και τη προσαρμογή των χρονοσειρών (adjust) σε πρότυπο, πρακτικά είναι αναγκαία η χρήση Η/Υ. Αυτός επίσης είναι δυνατόν να μας δώσει προσέγγιση κατάλληλη για τη δημιουργία ενός ακόμη καλύτερου υποδείγματος $ARIMA_{(p,d,q)}$ δηλαδή, ταυτόχρονη χρησιμότητα αυτοπαλινδρόμησης και κινητού μέσου όρου μέσω ολοκλήρωσης (I), σε ένα ενοποιημένο μοντέλο.

Η μέθοδος των αυτοπαλίνδρομων υποδειγμάτων μπορεί να τροφοδοτήσει τον προβλέποντα με αρκετά ακριβείς βραχυπρόθεσμες και μεσοπρόθεσμες προβλέψεις ιδιαίτερα όταν τα δεδομένα προηγούμενων ετών είναι ως επί το πλείστον αντιπροσωπευτικά. Εφαρμόσιμη σε έλεγχο παραγωγής και αποθεμάτων.

8) ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΟΥ ΑΝΑΠΡΟΣΑΡΜΟΖΟΜΕΝΟΥ ΦΙΛΤΡΑΡΙΣΜΑΤΟΣ

Ουσιαστικά η μέθοδος του αναπροσαρμοζόμενου φιλταρίσματος αποτελεί επέκταση των αυτοπαλίνδρομων μοντέλων και συνεπώς της εκθετική εξομάλυνσης. Καρπός της έρευνας που έχει αναπτυχθεί στη χρήση χρονολογικών σειρών, στηρίζεται και αυτή η μέθοδος σε δεδομένα παρελθουσών περιόδων.

Εφαρμόζεται σε ένα υπόδειγμα αυτοπαλινδρόμησης $AR_{(p)}$, με τη μορφή που παρουσιάσαμε παραπάνω, χρησιμοποιώντας μια επαναληπτική προσέγγιση για τον προσδιορισμό των καλύτερων συντελεστών στάθμισης. Δεν παραμένουμε δηλαδή στου συντελεστές στάθμισης μιας, αναπροσαρμοθήσας σε σταθερή, χρονοσειράς, αλλά συνεχίζουμε ψάχνοντας για τους "βέλτιστους". Οι άριστοι αυτοί σταθμιστές επιτυγχάνονται μέσω της επαναληπτικής μεθόδου "δοκιμή και σφάλμα". Χρησιμοποιώντας ένα εκάστοτε δεδομένο σύνολο συντελεστών στάθμισης, καθορίζουμε τα σφάλματα ή τα κατάλοιπα της πρόβλεψης από τις πραγματικές τιμές. Τα υπολογισθέντα αυτά σφάλματα, χρησιμοποιούνται προκειμένου να προσαρμοσθούν οι συντελεστές στάθμισης, έτσι ώστε το σφάλμα πρόβλεψης να ελαχιστοποιηθεί. Σε ένα αγώνα εύρεσης του καλύτερου συνόλου συντελεστών στάθμισης της χρονοσειράς, αφού έχουν επικαιροποιηθεί αυτές οι σταθμίσεις, έχουμε διαχωρίσει τις τυχαίες διακυμάνσεις (white noise) από το πραγματικό πρότυπο των τιμών της χρονοσειράς. Έχουμε καταφέρει σε αυτό το σημείο να "φιλτράρουμε" όλους τους ανεπιθύμητους παράγοντες που επηρεάζουν τη χρονοσειρά και συνεπώς μπορούμε να στηριχθούμε στα "επεξεργασμένα" δεδομένα για πραγματοποιήσουμε ασφαλείς προβλέψεις.

Για να επιτύχουμε αναπροσαρμοζόμενο φιλτράρισμα στα δεδομένα χρονοσειράς, παίρνουμε ένα σχηματισμένο αυτοπαλίνδρομο μοντέλο και καθορίζουμε τον αριθμό των σταθμίσεων μέσω της εύρεσης του βαθμού της διαδικασίας AR. Αφού υπολογίσουμε τις αρχικές σταθμίσεις, ακολούθουμε την εξής διαδικασία: Καθορίζουμε τη σταθερά αρχικής φάσης (μάθησης) σταθεροποιώντας τη χρονοσειρά και το σφάλμα πρόβλεψης, χρησιμοποιώντας τη σταθερά μάθησης για τον υπολογισμό των νέων σταθμίσεων. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι να μην είναι δυνατή περισσότερη συμπίεση του μέσου σφάλματος τετραγώνου MSE . Ο αριθμός επαναλήψεων βέβαια θα εξαρτηθεί και από την επιθυμία επιβάρυνσης του ανάλογου κόστους που προκύπτει αυτόματα από μια τέτοια διαδικασία.

Η ικανότητα του αναπροσαρμοζόμενου φιλτραρίσματος να επικαιροποιεί τακτικά και μεθοδικά παρελθούσες παρατηρήσεις προσαρμόζοντάς τες στο πρότυπο της χρονοσειράς την καθιστούν μια πολύ ακριβή μέθοδο πρόβλεψης. Οι τιμές των συντελεστών στάθμισης προσαρμόζονται μέσω του τύπου: $\varphi'_i = \varphi_i + 2\,k\,e_t * Y_{t-1}$

Όπου: φ'_i = αναπροσαρμοζόμενη στάθμιση

φ_i = αρχική στάθμιση

k = σταθερά μάθισης

e_t* = σφάλμα πρόβλεψης

Όταν τα υποδείγματα AR είναι αδύνατον να απομονώσουν ορισμένα πρότυπα δεδομένων (όταν το p είναι πολύ μικρό), το μοντέλο κινητών μέσων (MA) μπορεί να απομονώσει το πρότυπο. Το γενικό πρότυπο MA είναι: $Y_t=e_t-\theta_1 e_{t-1}-\theta_2 e_{t-2}-...-\theta_q e_{t-q}$ (για μ - 0)

Το υπόδειγμα αυτό γράφεται ως υπόδειγμα ARIMA (0,0,q). το παραπάνω υπόδειγμα μέσω αναπροσαρμοζόμενου φιλτραρίσματος, θα μας δώσει προβλέψεις που βασίζονται σε ένα γραμμικό συνδιασμό παρελθόντων σφαλμάτων πρόβλεψης (δηλαδή εξελιγμένο μοντέλο εκθετική εξομάλυνσης). Όταν αυτό απαιτείται είναι δυνατή η κατασκευή σύνθετου υποδείγματος ARMA(p,q) αντιστόφων ανάλογης συμπεριφοράς των αυτοσυσχετίσεων και της απόστασης των υπολοίπων.

Αυτό που έχει σημασία να γίνει πλήρως κατανοητό είναι ότι η μέθοδος του αναπροσαρμοζόμενου φιλτραρίσματος θα αποφέρει πολύ καλά αποτελέσματα, όταν το υπόδειγμα έχει μεταλλαχθεί (προσαρμοσθεί) στην καταλληλη μορφή. Τα μεγάλα προτερήματα αυτής της μεθόδου οφείλονται στην ιδιότητα της αναπροσαρμογής που τη χαρακτηρίζει, στην απλότητα (σχετική) των διαδικασιών και την έλλειψη πρακτικών προβλημάτων κατά την εφαρμογή της μεθόδου σε υποδείγματα ARMA. Η αριστοποίηση των παραμέτρων των εκτιμήσεων ενός υποδείγματος ARMA υπολογίζεται από τους τύπους:

$$\varphi_i' = \varphi_i + 2ke^* + Y_{t-i} \qquad \& \qquad \theta_i' = \theta_i + 2ke_t^* e_{t-i}^*$$

Εντούτις, η σωστή εξειδίκευση αποτελεί κρίσιμο σημείο απόφασης για τη σωστή εφαρμογή της μεθόδου και οι παραπάνω εξισώσεις θα μας δώσουν τα επιθυμητά αποτελέσματα αφού έχει γίνει σωστή επιλογή της σταθεράς μάθησης k.

Η μέθοδος του αναπροσαρμοζόμενου φιλτραρίσματος αναμφισβήτητα έχει υψηλό κόστος εφαρμογής. Όταν η εφαρμογής της μας αποφέρει σημαντική και συμφέρουσα βελτίωση του MSE τότε κρίνεται χρήσιμη η εφαρμογή της. Στην πραγματικότητα οδηγεί σε ακριβείς προβλέψεις όταν συντρέχουν ειδικές συνθήκες. Η μέθοδος Box-Jenkins προσπαθεί να βελτιώσει σφάλματα της μεθόδου του αναπροσαρμοζόμενου φιλτραρίσματοτος, όταν υπάρχει σημαντική μεταβλητότητα της παραμέτρου. Πάντως υπό ειδικές συνθήκες είναι κατάλληλη για βραχυπρόθεσμες και μεσοπρόθεσμες προβλέψεις και συνεπώς και για τον έλεγχο αποθεμάτων. Αν και λιγότερο ακριβής από τη μέθοδο Box-Jenkins - που παρουσιάζουμε ευθής αμέσως - με χαμηλότερο κόστος και ορισμένες συνθήκες, παρέχει ίδιας ποιότητας και ακρίβειας ποσοτικές προβλέψεις.

9) ΜΕΘΟΔΟΣ BOX-JENKINS

Η μέθοδος προβλέψεων Box-Jenkins είναι μια στατιστικά θεμελιωμένη εξειδικευμένη μέθοδος που αποσκοπεί στην ανάλυση και κατασκευή υποδειγμάτων πρόβλεψης, με στόχο την κατά το καλύτερο δυνατόν αναπαράσταση(προσομοίωση) μιας χρονοσειράς. Η μεγάλη υπόληψη που έχει αυτή η μέθοδος οφείλεται στους εξής λόγους:

α) Η μέθοδος αυτή είναι λογική, στατιστικά ακριβής και επιστημονικά πλήρως μαθηματικά τεκμηριωμένη.

β) Αποσπά το μεγαλύτερο αριθμό πληροφοριών της από τα ιστορικά δεδομένα της χρονοσειράς

γ) Επιδρά άμεσα στην αύξηση της ακρίβειας της πρόβλεψης.

δ) Διατηρεί τον αριθμό των παραμέτρων σε ένα ελάχιστο επίπεδο, σε σχέση με άλλες παρόμοιες μεθόδους κατασκευής υποδειγμάτων.

Οι ιδιότητες μιας χρονοσειράς προσδιορίζονται από τη επιξεργασία και μελέτη των αρχικών δεδομένων και των γραφημάτων των απλών και μερικών αυτοσυσχετίσεων με απότερο σκοπό τη διάσπαση της χρονοσειράς σε αρκετές συνιστώσες. Η μέλετη των δεδομένων και των αυτοσυσχετίσεων επιδεικνύει στον προβλέποντα την εποχικότητα, την τάση, το εποχικό πρότυπο, τη μη-σταθερότητα ή την τυχαιότητα και αναλόγως τον καθοδηγεί να ενεργήσει για να αντιμετωπίσει το εκάστοτε φαινόμενο. Οι Box και Jenkins ενοποίησαν με επιτυχία τη διαδικασία που εκφράζει τις ανάγκες γνώσεων για την πλήρη αντίληψη, κατανόηση και χρησιμοποίηση απλών υποδειγμάτων ARMA μέσω μίας μεταβλητής. Για την απλή απεικόνιση της διαδικασίας Box-Jenkins θεωρούμε χρήσιμο και παραθέτουμε το παρακάτω σχεδιάγραμμα(Σχ. 1).

Το παραπάνω λογικό διάγραμμα πρώτ' απ' όλα μας εμφανίζει απλά και λιτά τα τρία κρίσιμα στάδια της διαδικασίας: το πρόβλημα της ταυτοποίησης, η εκτίμηση και ο διαγνωστικός έλεγχος. Η μέθοδος Box-Jenkins ξεκινώντας την επεξεργασία των δεδομένων, υποθέτει (συνθήκη) ότι δεν υπάρχει κάποιο ιδιαίτερο πρότυπο στα ιστορικά δεδομένα της χρονοσειράς, προκειμένου να προβλεφθεί. Με μία συνεχώς επαναλαμβανόμενη διαδικασία η μέθοδος ταυτοποιεί ένα πιθανά χρήσιμο υπόδειγμα από μία γενική τάξη μοντέλων ARMA. Μετά από υπολογισμό, το επιλεχθέν "κατάλληλο" υπόδειγμα ελέγχεται διαγνωστικά σε αντιπαράθεση της ιστορικής χρονοσειράς, ώστε να αποδειχθεί αν την περιγράφει με ακρίβεια. Σε αντίθετη περίπτωση επιστρέφουμε στο στάδιο της ταυτοποίησης και μέσω επικαιροποίησης των δεδομένων επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία. Στην περίπτωση λοιπόν που τα υπόλοιπα διαφορών μεταξύ της πρόβλεψης και της πραγματικής χρονοσειράς είναι μικρά, τυχαία κατανεμημένα και ανεξάρτητα, το επιλεγμένο υπόδειγμα ARMA θεωρέιται ότι εμφανίζει καλή προσαρμογή. Αν όμως το επιλεγμένο υπόδειγμα δεν είναι ικανοποιητικό, η διαδικασία επαναλαμβάνεται, χρησιμοποιώντας ένα εναλλακτικό υπόδειγμα που θα βελτιώσει τον αρχικό, μέχρις ότου ευρεθεί ένα ικανοποιητικό υπόδειγμα.

Η πρώτη φάση της διαδικασίας Box-Jenkins είναι η ταυτοποίηση ενός "χρησίμου" υποδείγματος. Στόχος της ταυτοποίησης είναι η επιλογή ενός συγκεκριμένου υποδείγματος ARMA, από πην γενική τάξη των υποδειγμάτων $ARMA_{(p,q)}$ που έχει διαμορφώσει την παρατηρηθείσα χρονοσειρά. Ένα τέτοιο υπόδειγμα έχει τη γενική μορφή:

$$Y_t=\varphi_1 y_{t-1}+\varphi_2 y_{t-2}+\ldots+\varphi_p y_{t-p}+e_t-\theta_1 e_{t-1}-\theta_2 e_{t-2}-\ldots-\theta_q e_{t-q}$$

Όπου θ,φ = παράμετροι υποδείγματος

Με την εξέταση των συντελεστών απλών κα μερικών αυτοσυσχετίσεων, θα καθοριστούν οι κατάλληλες τιμές p και q. Αυτό που πρέπει να ελεγθεί είναι η ύπαρξη ή όχι σταθερότητας της χρονοσειράς. Υπενθυνμίζουμε ότι σε περίπτωση που είναι μη-σταθερή, μετατρέπεται σε σταθερή μέσω διαφορισμού. Για να έχουμε μια σταθερή χρονοσειρά, τακτοποιούμε τη μορφή του υποδείγματος που θα χρησιμοποιήσουμε στη διαδικασία. Αυτό επιτυγχάνεται συγκρίνοντας τους συντελεστές απλής και μερικής αυτοσυσχέτιησης, προκειμένου να γίνει προσαρμογή με τις αντίστοιχες κατανομές των διαφόρων υποδειγμάτων ARMA. Εάν το αρχικό υπόδειγμα δεν είναι επαρκές, μπορούμε να εξειδικεύσουμε ένα εναλλακτικό μοντέλο. Όταν οι απλές αυτοσυσχετίσεις φθίνουν εκθετικά προς το μηδέν επιβάλλεται ένα υπόδειγμα AR , όταν οι μερικές αυτοσυσχετιίσεις φθίνουν προς το μηδέν αρμόζει ένα υπόδειγμα MA ενώ όταν απλές και μερικές αυτοσυσχετίσεις φθίνουν προς ο μηδέν κατάλληλο είναι ένα υπόδειγμα ARMA.

Μετά την κατασκευή του υποδείγματος τα υποδείγματα ARMA πρέπει να εκτιμηθούν και να προσαρμοσθούν στις ανάγκες της διαδικασίας. Τα υποδείγματα αυτά εκτιμώνται με την μη-γραμμική μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Οι εκτιμήσεις ελαχιστοποιούν το άθροισμα τετραγώνων των σφαλμάτων ($\sum e_t^2$) - με δεδομένη τη μορφή του υποδείγματος και των στατιστικών στοιχείων. Για την επίτευξη ακρίβειας των εκτιμήσεων των παραμέτρων υπάρχουν κατάλληλα προγράμματα software σε Η/Υ.

Πριν το υπόδειγμα είναι έτοιμο για την πολυπόθητη πρόβλεψη, πρέπει να ελεγθεί η ικανότητα του. Ο διαγνωστικός αυτός έλεγχος γίνεται μέσω εξέτασης των όρων του σφάλματος e_t , προκειμένου να βεβαιωθούμε ότι είναι τυχαίοι (white noise). Όταν οι όροι του σφάλματος είναι στατιστικά διάφοροι του μηδενός, το υπόδειγμα θεωρείται ανεπαρκές, ενώ στην περίπτωση που αρκετές από τις αυτοσυσχετίσεις είναι μεγάλες, τότε η επιλογή ενός εναλλακτικού υποδείγματος είναι επιβεβλημένη. Επίσης, για τον έλεγχο των όρων του σφάλματος ότι είναι τυχαίοι (white noise), συνιστάτε το κριτήριο X_i-τετράγωνο (Ljung-Box set) που υπολογίζεται από τον τύπο: $Q = n\,(\mathrm{n}+2)\sum_{\mathrm{i}}^{\mathrm{k}}\left(\frac{r_{\mathrm{i}}^2}{n-k}\right)$ το οποίο κατανέμεται κατά προσέγγιση σε συμφωνία με την κατανομή x^2 με $k-\mathrm{p}-\mathrm{q}$ βαθμού ελευθερίας. Στην περίπτωση που δύο ή περισσότερα υποδείγματα, μετά τον έλεγχο, θεωρούνται ότι παρέχουν τα ίδια αποτελέσματα, τότε προτιμάται το υπόδειγμα που έχει τις λιγότερες παραμέτρους.

Θεωρητικά αφού έχουμε πραγματοποιήσει με επιτυχία τα παραπάνω στάδια, είμαστε έτοιμοι να πραγματοποιήσουμε την προσδοκούμενη πρόβλεψη μίας ή και περισσότερων περιόδων στο μέλλον. Ασφαλώς όσο πιο μακρινή στο μέλλον είναι η περίοδος πρόβλεψης, τόσο μεγαλύτερες θα είναι οι πιθανότητες σφάλματος πρόβλεψης. Σε αυτό το σημείο είναι αναγκαίο να αναφέρουμε το εξής: Θα ήταν πράγματι παράδοξο να επιχειρήσει κανείς πρόβλεψη Box-Jenkins χωρίς τη χρήση Η/Υ. Για να είμαστε και πρακτικά επίκαιροι, η χρήση Η/Υ επιβάλλεται απ'την πρώτη στιγμή που θα ξεκινήσουμε την προσέγγιση Box-Jenkins, προκειμένου να έχουμε ακριβή αποτελέσματα. Επίσης, αξίζει να σημειωθεί ότι, για κάθε επεξεργασία της μεθοδολογίας Box-Jenkins υπάρχουν έτουμα πακέτα προγραμμάτων software.

Με την εμπλούτηση του υποδείγματος με νέες παρατηρήσεις, το υπόδειγμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αναθεώρηση της πρόβλεψης, επιλέγοντας άλλη χρονική στιγμή ως χρόνο έναρξης. Πρέπει να σημειωθεί ότι κατά την διαδικασία Box-Jenkins όπου ελέγχουμε για την φθίνουσα πορεία των αυτοσυσχετίσεων προς το μηδέν, υπολογίζουμε ως όρια, που μέσα σε αυτά οι αυτοσυσχετίσεις συμπεριφέρονται φυσιολογικά, τα δύο τυπικά σφάλματα (αρνητικό και θετικό). Υπολογίζονται από τον τύπο: $\pm\frac{2}{\sqrt{n}}$. Ισχύει δε η εξής μαθηματική οριοθέτηση: $-\frac{2}{\sqrt{n}} \langle r \langle +\frac{2}{\sqrt{\mathrm{n}}}$ που πολύ απλά καθορίζει τα δύο όρια των σίγμα τυπικών σφαλμάτων με μέτρο τον συντελεστή συσχέτισης r, που όπως παρουσιάσαμε στη μέθοδο της απλής παλινδρόμησης είναι η τετραγωνική ρίζα του συντελεστή προσδιορισμού. Μια χρονοσειρά θεωρείται ότι έχει σταθεροποιηθεί (white noise), όταν όλοι οι συντελεστές συμπεριφέρονται μέσα στα καθορισμένα όρια των τυπικών σφαλμάτων. Αν μια χρονοσειρά παραμένει μη-σταθερή ως προς τον μέσο, μπορεί να μετασχηματισθεί σε σταθερή μέσω d διαφορίσεων, παίρνοντας ένα υπόδειγμα ARMA από τη διαφορισμένη χρονοσειρά. Αξίζει να αναφέρουμε ότι η κανονική χρονοσειρά θεωρείται ότι αναφέρεται σε ένα υπόδειγμα ARIMA , δηλώνοντας μέσω του I τη μη ύπαρξη διαφόρισης (integrated = ολοκλήρωση). Ταυτοποιώντας από την αρχική χρονοσειρά ένα ενδεικτικά κατάλληλο υπόδειγμα ARIMA και διαφορίζοντας τα αρχικά δεδομένα για να επιτευχθεί σταθερότητα, το υπόδειγμα μετατρέπεται σε υπόδειγμα ARMA .

Πολλά δεδομένα οικονομικών χρονοσειρών, που διαθέτονται στη δημοσιότητα, είναι εποχικά προσαρμοσμένα. Η εποχικότα ποικίλλει από έτος σε έτος. Τα υποδείγματα που βασίζονται σε μη-προσαρμοσμένα δεδομένα, κατά πάσα πιθανότητα είναι περισσότερο ευέλικτα. Σε εποχικά προσαρμοσμένα δεδομένα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα βοηθητικό υπόδειγμα, στο μη-εποχικό υπόδειγμα ARIMA. Μέσω διαφόρισης, ταυτοποιούμε τα δεδομένα σε ένα υπόδειγμα ARMA . Όταν έχουμε ένα πολλαπλαστιαστικό υπόδειγμα ARIMA: $(\mathrm{p}, \mathrm{d}, \mathrm{q}) \times (\mathrm{P}, \mathrm{D}, \mathrm{Q})^{\mathrm{s}}$ όπου:S = περίοδος παρατηρήσεων, οι συνθήκες και οι εποχικές συνιστώσες αυτοπαλινδρόμησης, οι συνιστώσες διαφόρισης και κινητού μέσου όρου, παλλαπλασιάζονται μαζί ταυτόχρονα με το γενικό υπόδειγμα. Όταν ταυτοποιούμε ένα εποχικό πρότυπο δεδομένων προκειμένου να προκύψει το κατάλληλο υπόδειγμα ARMA , αγνοούμε τη μη-εποχική διαδικασία και προσδιορίζουμε εάν η εποχικότητα εκφράζεται με διαδικασία AR ή MA .

Η μέθοδος Box-Jenkins θεωρείται μία έξοχη μέθοδος πρόβλεψης χρονοσειρών, με αναπάντεχα εξαιρετικά ακριβή αποτελέσματα. Όμως υπάρχουν σοβαροί λόγου που την κάνουν μη-εφαρμόσιμη σε πολλές περιπτώσεις. Συχνά, αν και πολύπλοκη όπως και με υψηλό κόστος εφαρμογής, παρέχει ίσης αξίας προβλέψεις με πιο απλές και φθηνότερες μεθόδους προβλέψεων. Το υψηλό κόστος κατασκευής της αποτελεί πολλές φορές τροχοπέδη στην εφαρμογή στην πράξη(ακόμη και με χρήση Η/Υ). Λανθασμένη κατασκευή του υποδείγματος, θα επιφέρει καταστροφικά αποτέλεσματα στην αξιοπιστία των παρεχόμενων προβλέψεων και γενικότερα στο κόστος κατασκευής. Όσο πιο έγκυρες είναι οι πληροφορές που στηρίζοναι τα υποδείγματα, τόσο ανεβαίνει το κόστος εφαρμογής της πρόβλεψης.

Αν και αποτελεί μια πολύ ακριβής μέθοδος βραχυπρόθεσμων και μεσοπρόθεσμων προβλέψεων για τα κέρδη, τις τιμές, τον έλεγχο των αποθεμάτων και της παραγωγής δίνοντας ένα πολύ ισχυρό και ευέλικτο εργαλείο για την κατασκευή υποδειγμάτων πρόβλεψης, επιβάλλεται μεγάλη προσοχή στην εφαρμογή της από τον προβλέποντα που ενισχύεται σημαντικά από την προσωπική του πείρα και γνώση. Και σε κάθε περίπτωση θα αντιμετωπίζει το δίλλημα κόστους ευκαιρίας άλλων μεθόδων και ακρίβειας αποτελεσμάτων της εκάστοτε πρόβλεψης. Για άλλη μια φορά θα χρειαστεί ο υποκειμενικό παράγοντας για την εύστοχη επιλογή της σε κάθε περίπτωση κατάλληλης μεθόδου πρόβλεψης.

Δ) ΠΟΙΟΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΒΛΕΨΕΩΝ

Η διεθνής βιομηχανία προβλέψεων πρεσβεύει ότι από το σύνολο της ανάλυσης της εκάστοτε πρόβλεψης το 55 με 70 περίπου τις εκατό διαμορφώνουν τα οικονομετρικά μοντέλα, το 20 με 30 τοις εκτατό η υποκειμενική κρίση (judgement), το 5 με 10 τοις εκατό η ανάλυση χρονοσειρών μέσω χρησιμοποίησης υποδειγμάτων ARMA, η ανάλυση τρεχόντων δεδομένων το 5 με 10 τοις εκατό και τέλο, σε ένα υπόδειγμα πρόβλεψης το 10 τοις εκατό ερμηνεύεται από την αλληλεπίδραση μεταξύ των μεταβλητών. Για ένα λάτρη των αριθμών και της αντικειμενικής εκτίμησης της πρόβλεψης αποτελεί μάλλον απογοήτευση η παραπάνω αναλογία, αφού θεωρείται ότι η υποκειμενική κρίση πρέπει να καλύπτει το 20 με 30 τοις εκατό της ανάλυσης προβλέψεων. Αν και βέβαια για αρκετές περιπτώσεις το κάθε είδος πρόβλεψης μπορεί να είναί το κατάλληλο, δεν μπορεί να παραβλεφθεί. το γεγονός ότι τα υποδείγματα ARMA συμβάλλουν μόνο στο 5-10% στην ανάλυση προβλέψεων.

Από τα παραπάνω εξάγονται δύο συμπεράσματα: Πρώτον ότι και οι αριθμοί κάνουν λάθη τα οποία οι οπαδοί της μεθοδολογίας ονομάζουν σφάλματα και Δεύτερον ότι μια έγκυρη υποκειμενική κρίση μπορεί να έχει μεγαλύτερη αξία από οποιαδήποτε άλλο εξελιγμένο και σύγχρονο μαθηματικό αριθμητικό μοντέλο.

Μια ποιοτική πρόβλεψη συνίσταται στη χρησιμοποίηση τεχνικών που δεν εξαρτώνται ολοκληρωτικά από ανάλυση αριθμητικών δεδομένων. Οι ποιοτικές προβλέψεις είναι πολύ χρήσιμες όταν δεν υπάρχουν κατάλληλα αριθμητικά δεδομένα, όταν οι προβλέψεις που θα πραγματοποιηθούν αφορούν το μακρινό μέλλον (μακροπρόθεσμες προβλέψεις) ή ακόμη για την πρόβλεψη των σημείων καμπής οικονομικο-επιχειρηματικών συνθηκών. Η ποιοτική πρόβλεψη ως βασικό μοχλό λειτουργίας χρησιμοποιεί την ανθρώπινη κρίση και αποσκοπεί στην αξιοποίηση της άποψης ειδικών και εμπειρογνωμόνων που ξέρουν καλά τον συγκεκριμένο τομές. Συνήθως οι ποιοτικές προβλέψεις πραγματοποιούνται παράλληλα με τις ποσοτικές προβλέψεις, με σκοπό την επιλογή των κατάλληλων στατιστικών υποδειγμάτων που θα αποφέρουν τις πιο ακριβείς προβλέψεις. Η ζήτηση για ένα προϊόν αν και μπορεί να προβλεφθεί βασιζόμενη σε ένα παλινδρομικό υπόδειγμα ή μια χρονοσειρά, απαιτείται η προσαρμογή των δεδομένων στις πραγματικές συνθήκες μέσω ποιοτικών "υποδείξεων". Κι' αυτό γιατί τα αριθμητικά μοντέλα από φύση τους παράγουν "εμπόδια" (limitations) που δεν μπορούν να προβλέψουν με ακρίβεια απότομες διακυμάνσεις των μακροοικονομικών μεγεθών στο εγγύς μέλλον. Γι' αυτό από πολλούς οι ποιοτικές πρόβλεψεις αποκαλούνται "μακροοικονομικές προβλέψεις".

Οι μεγάλες επιχειρήσεις διατηρούν ειδικό επιτελείο εμπειρογνωμόνων για την πραγματοποίηση των αναγκαίων ποιοτικών προβλέψεων. Αντίθετα η πλειοψηφία των επιχειρήσεων μικρού και μεσαίου μεγέθους, καταφεύγουν σε επιχειρήσεις ιδιωτικές, ειδικευμένα γραφεία και φημισμένα ονόματα για να αντλήσουν τις αναγκαίες γι' αυτές ποιοτικές προβλέψεις. Άλλη "τρίτη" αντικειμενική πηγή ποιοτικής πρόβλεψης είναι το Οικονομικό Εθνικό Γραφείο Έρευνας (NBER)- τουλάχιστον για της ΗΠΑ. Εδώ πρέπει να αναφέρουμε ότι το NBER στηρίζει τις ποιοτικές προβλέψεις στους επιχειρηματικούς κύκλους και συνδέει την προσωπική κρίση με μια σαφή αναγνώριση ότι οι οικονομολόγοι-στατιστικολόγοι έχουν την ικανότητα να δώσουν βιώσιμους δείκτες επιχειρηματικής δραστηριότητας. Ως γνωστόν οι επιχειρηματικοί κύκλοι είναι συγγενείς με τους οικονομικούς κύκλους και συνεπώς διατηρούν όλες τις ιδιομορφίες κα χαρακτηριστικά. Ο επιχειρηματικός κύκλος δηλαδη συνίσταται από διαστολή πολλών οικονομικών δραστηριοτήτων που επιδρούν σε παρόμοιες υφέσεις, κάμψεις, συρρικνώσεις, και ανακάμψεις που συγχωνεύονται στην επέκταση κάθε νέου κύκλου. Συνεπώς αν και ξέρουμε την συμπεριφορά των επιχειρηματικών κύκλων αυτά που μας είναι παντελώς άγμωστα είναι η χρονική στιγμή του κάθρε σταδίου καθών επίσης την ένταση και το μέγεθος. Έτσι και αλλιώς, οι επιχειρηματικοί κύκλοι επιδρούν στις τιμές, στο κόστος, στα κέρδη, στην κατανάλωση, στα επιτόκια και συνεπώς έχουν μεγάλη σημασία.

Εκτός του εμπειρικού μεγέθους των επιχειρηματικών κύκλων, για την πραγματοποίηση ποιοτικών προβλέψεων υπάρχουν συγκεκριμένες μέθοδοι ποιοτικής πρόβλεψης. Λόγω του υποκειμενικού στοιχείου, μπορεί να συνυπάρχουν αμέτρητες "μέθοδοι" υποκειμενικής πρόβλεψης. Παρουσιάζουμε μερικές αποδεκτές και δημοφιλείς στον χώρο των μεθόδων ποιοτικών προβλέψεων.

10) ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ

Η μέθοδος αυτή βασιζόμενη στην προσωπική κρίση, ασχολείται με την πρόβλεψη των διακυμάνσεων στην οικονομία και στο πως αυτές επιδρούν στους επιμέρους κλάδους και επιχειρήσεις. Η φιλοσοφία αυτής της μεθόδου υποστηρίζει πως εξετάζοντας τη συμπεριφορά των επιχειρησιακών κύκλων του παρελθόντος διαφόρων μεγεθών (π.χ. πωλήσεων, αποθεμάτων) είναι δυνατόν να προβλεφθούν κυκλικά σημεία στροφής στο μέλλον.

Η συμπεριφορά της οικονομικής δραστηριότητας στο μέλλον συνήθως προβλέπεται μέσω της προσωπικής ευθυκρισίας. Εμπλουτιζόμενη με διάφορους τύπους οικονομικών δεδομένων, η πρόβλεψη γίνεται ακόμη περισσότερο ακριβής. Οι οικονομικοί δείκτες, στηριζόμενοι σε μακροοικονομικά μεγέθη, μπορούν να βοηθήσουν στη καλύτερη πληροφόρηση του προβλέποντα. Η συμπεριφορά τους είναι αυτή που προδίδει τη συμπεριφορά της γενικότερης οικονομικής δραστηριότητας. Οι δείκτες σύμφωνα με τη συμπεριφορά τους συναρτήσεις του χρόνου έναρξης αλλαγής των οικονομικών συνθηκών, χωρίζονται σε προπορευόμενου(όταν προηγούνται καμπών των μετρήσεων της οικονομικής δραστηριότητας), σχετικής σύμπτωσης (όταν συμβαδίζουν με την οικονομική συμπεριφορά) και υστέρησης (όταν επηρεάζονται καθυστερημένα από το νέο οικονομικό κλίμα). Όλοι αυτοί οι δείκτες που περιγράψαμε, είναι οι γνωστοί σε όλους μας δείκτες που ακούμε καθημερινά του ΑΕΠ, του Πληθωρισμού (ΔΤΚ), της Ανεργείας, των Επενδύσεων Π.Κ. κ.λ.π.

Μερικοί οικονομικοί δείκτες είναι καλύτεροι από τους άλλους, όσον αφορά την πρόβλεψη της οικονομικής μεταβολής. Όλοι τους όμως έχουν μειονεκτήματα, ιδιαιτερότητες και προβλήματα προσαρμογής - γι΄αυτό κατά καιρούς δέχονται έντονη κριτική ως προς την αξιοπιστίας τους - συνεπώς πρέπει ο προβλέπων να είναι πολύ προσεχτικός στην ερμηνεία τους. Είναι πάντως ευρέως αποδεκτό πως οι οικονομικοί δείκτες αποτελούν σημείο αναφοράς σε κάθε απόφαση οικονομικής πολιτικής σε επίπεδο εθνικό η επιχειρησιακό. Ανεξαιρέτως όλοι οι ενδιαφερόμενοι φορείς, με τον ένα ή με τον άλλο τρόπο (άμμεσα ή έμμεσα) χρησιμοποιούν τους οικονομικούς δείκτες για να πάρουν ενδείξεις για το εάν ή όχι η τρέχουσα οικονομική και επιχειρηματική πολιτική λειτουργούν σωστά. Συνεπώς αποτελούν ένδειξη σε κάθε πρόβλεψη για τη μελλοντική οικονομική και επιχειρηματική δραστηριότητα. Με αυτά τα δεδομένα οι οικονομικοί δείκτες μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τον προβλέποντα, για την πρόβλεψη κυκλικών σημείων στην επιχειρηματική δραστηριότητα (πωλήσεις, ζήτηση, κέρδη κ.λ.π.), σε μεσο-βραχυπρόθεσμα χρονικά διαστήματα.

11) ΜΕΘΟΔΟΣ ΔΕΛΦΟΙ (Delphi)

Η ιδιόρυθμη όπως και φημισμένη αυτή μέθοδος - που το όνομά της το χρωστάει στο ξακουστό μαντείο της Αρχαίας Ελλάδας - αποτελεί για πολλούς την καλύτερη μέθοδο μακροπρόθεσμης πρόβλεψης. Η μέθοδος Delphi συνίσταται στην οργάνωση μιας ομάδας εμπειρογνωμόνων "ειδικών", προκειμένου να δώσουν τις δικές τους απόψεις και εκτιμήσεις ως προς τη μελλοντική κατεύθυνση ενδιαφερόντων στοιχείων όπως η επιχειρηματική δραστηριότητα, οι επιχειρηματικές συνθήκες, η συμπεριφορά της αγοράς κ.λ.π. Έχοντας επιλέξει εμπειρογνώμονες προκειμένου να αποφανθούν τις ετοιμυγορίες και πιθανότητες συμπεριφοράς μελλοντικών εξελίξεων, τοποθετούνται σε διαδοχικούς γύρους εκτίμησης περιπτώσεων, ραφινάροντας τις θεωρίες και κρίσεις τους.

Για την εγκυρότητα των απόψεων των ειδικών και για τον αποκλεισμό περίπτωσης να επηρεαστεί ή να διαρρεύσει κάποια γνώμη, οι ειδικοί εργάζονται ξεχωριστά. Περιοδικά ενημερώνονται γύρω από τη μέση, τυπική, επικρατούσα άποψη. Παράλληλα ζητείται από τους ειδικούς αν μπορούν να δικαιολογήσουν πιθανές αποκλίσεις από τη "μέση" πρόβλεψη, απαιτώντας μεγαλύτερη ακρίβεια. Η ενημέρωση των εμπειρογνωμόνων για τη "μέση" πρόβλεψη και η συνεχής διόρθωση πιθανών αποκλίσεων δεν πρέπει να γίνεται απότομα αλλά σταδιακά και μεθοδικά.

Κρίσιμο σημείο στη μέθοδο αυτή είναι η επιλογή της ομάδας των ειδικών που θα συμμετέχουν στη διαδικασία. Όσο πιο σύνθετο και ακριβές υπόδειγμα πρόβλεψης επιδιώκεται τόσο υψηλότερης στάθμης και επιστημονικής κατάρτισης εμπειρογνώμονες ζητούνται. Είναι δυνατόν να χωρίζονται σε υπο-ομάδες που τους έχουν ανατεθεί κομμάτι της πρόβλεψης, όταν το θέμα απαιτεί πολλές εξειδικευμένες γνώσεις από διαφορετικούς επιστημονικούς κλάδους. Απ' ευθείας συζητήσεις δεν γίνονται, για να μην υπάρχει επηρεασμός μεταξύ των ειδικών. Σε κάθε διαδικασία ο συντονιστής καθορίζει τα πλαίσια, τις προϋποθέσεις και τους ελέγχους μέσα από τα οποία θα προκύψει η επιθυμητή πρόβλεψη. Έτσι, το κατά πόσο θα διαρκέσει η διαδικασία αναθεώρησης των αρχικών προβλέψεων ή για το πως πρέπει να συμπεριφέρονται οι ειδικοί κατά τη διάρκεια της διαδικασία, καθορίζονται από το συντονιστή στην αφετηρία της διαδικασίας.

Όπως μπορεί εύκολα να διακρίνει κάποιος, η μέθοδος των Δελφών έχει πολύ μεγάλο κόστος κατασκευής. Στην αρχή η επιλογή των εμπειρογνωμόνων είναι συνήθως μια εξαντλητική και πολύ δαπανηρή διαδικασία. Όλοι αυτοί οι εμπειρογνώμονες συνήθως ζητάνε υπέρογκα ποσά προκειμένου να εκμυστηρευτούν τις απόψεις τους. Χρειάζεται επίσης πολύ μεγάλη προσοχή κατά την εξήγηση του προβλήματος στους ειδικούς. Διότι σίγουρα σε ένα μεγάλο αριθμό ανθρώπων είναι δύσκολη η πλήρης κατανόηση με μια γενική πληροφόρηση. Κακή πληροφόρηση μπορεί να οδηγήσει σε προβλέψεις με τεράστιες αποκλίσεις.

Αν και η χρησιμοποίηση πολλών ανεξάρτητων απόψεων εγκυμονεί μεγάλους κινδύνους, ωστόσο η μέθοδος των Δελφών είναι πολύ αξιόπιστη όταν ο διενεργών την πρόβλεψη μπορεί να ξεπεράσει τα εμπόδια κόστους και συντονισμού ενός ικανοποιητικού αριθμού ικανών επιστημόνων. Θεωρείται μια πολύ καλη μέθοδος μακροπρόθεσμων προβλέψεων - όταν ισχύουν τα παραπάνω - και χρησιμοποιείται ευρέως για προβλέψεις τεχνολογικών μεταβολών, ζήτησης προϊόντος, επιχειρηματικών μεταβολών κ.λ.π.

Εκτός από τις παραπάνω δύο μεθόδους, υπάρχουν και κάποιες άλλες ποιτικές μέθοδοι προβλέψεων που αξίζει να αναφέρουμε. Αυτές είναι:

* Μέθοδος των πολλαπλών σεναρίων. Ερευνητές κατασκευάζουν "σκελετούς" εναλλακτικών μελλοντικών υποθέσεων (γεγονότων), ο καθένας τεκμηριομένος κατά τον εισηγητή του προτείνοντας το χρόνο που αυτό θα πραγματοποιηθεί. Κύριος σκοπός της μεθόδου είναι να παρακινήσει τη διοίκηση της επιχείρησης να προετοιμασθεί για κάθε απρόοπτο.
* Μέθοδος ανάλυσης αλληλεπίδρασης. Ερευνητές προσδιορίζουν την κατεύθυνση στο μέλλον σημαντικών γεγονότων. Τότε θέτουν την εξής ερώτηση: "Αν συμβεί το γεγονός Α, τί επίδραση θα ασκήσει στα άλλα γεγονότα;". Τα αποτελέσματα χρησιμοποιούνται για να κατασκευασθούν έτοιμα σενάρια, σε κάθε περίπτωση.
* Μέθοδος τυχαίας πρόβλεψης της ζήτησης. Εδώ ερευνητές καθορίζουν σημαντικά γεγονότα που θα επηρεάσουν σημαντικά την επιχείρηση. Το κάθε γεγονός παραλληλίζεται με άλλα σημαντικά εξελισσόμενα οικονομικά γεγονότα. Το γεγονός μετριέται για την επίδρασή του στο καταναλωτικό κοινό. Όσο μεγαλύτερη πιθανότητα επίδρασης υπάρχει από τα άλλα οικονομικά γεγονότα και το καταναλωτικό κοινό, τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα εμφάνισης του γεγονότος. Τα γεγονότα που "φαίνεται" να είναι πιο πιθανά να συμβούν, ερευνώνται περισσότερο.
* Συσχετισμός τάσεων. Εδώ οι ερευνητές-προβλέποντες, συσχετίζουν διάφορες χρονοσειρές, ελπίζοντας να απομονώσουν δείκτες που να χρησιμοποιηθούν για πρόβλεψη. Το NBER δημοσιεύει μηνιαίως στο Survey of Current Business , 12 κύριους τέτοιους δείκτες.
* Πρόσθεση τάσεων. Εδώ οι ερευνητές ταιριάζουν και συνδιάζουν σχεδιαγράμματα γραμμικά, καμπυλόγραμμα ή "καλούπια" καμπυλών μέσω χρονοσειρών, για να φτιάξουν μια ειδική προσθετική τάση από τα παραπάνω συστατικά. Η μέθοδος αυτή είναι αρκετά αναξιόπιστη, γιατί πιθανές νέες εξελίξεις αλλάζουν εντελώς την κατεύθυνση της τάσης.

* Θεωρία των παιγνιδιών. Στηρίζεται σε μαθηματικά πρότυπα. Όμως τα προχωρημένα πρότυπα παιγνιδιών λόγω της πολυπλοκότητας και της αδυναμίας κατανόησης της διαδικασίας από το μεγαλύτερο επιστημονικό μέρος, θεωρείται υποκειμενική πρόβλεψη. Πάντως σε γενικό επίπεδο, σε αυτή τη μέθοδο εξετάζονται γεγονότα σε περισσότερα από δύο σημεία αναφοράς δηλαδή, αλληλοεπιδρόμενα γεγονότα στην ίδια ταυτόχρονα σημιαία χρονική στιγμή.

* Αναθεωρημένη πρόβλεψη. Τέλος υπάρχει η πρόβλεψη που αναθεωρεί όλες τις μεθόδους προβλέψεων που παρουσιάσαμε ως τώρα. Την κατάσουμε ως ποιοτική διότι, δεν χρησιμοποιεί τυποποιημένη μεθοδολογία. Χρησιμοποιεί γραμμική διορθωτική διαδικασία για την αναθεώρηση προβλέψεων και τη βελτίωση της ακρίβειας των σχετικών υποδειγμάτων και προεκβολών.

Απ' όλα τα παραπάνω που αναφέρθηκαν και από την περιγραφή των μεθόδων προβλέψεων, πιστεύουμε έχει γίνει πλήρως αντιληπτό ότι, η πρόβλεψη ούτε εύκολη διαδικασία είναι ούτε απολύτως κατανοητή. Δεν έχει βρεθεί μέχρι σήμερα η απόλυτα ακριβής πρόβλεψη δηλαδή, η τέλεια πρόβλεψη. Ουσιαστικά όσο περισσότερο κόστος έχει μία πρόβλεψη τόσο περισσότερο θα πλησιάζει την τέλεια. Γενικά πάντως η κάθε μέθοδος έχει τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά της. Πιστεύουμε όμως πως επιλέγοντας τη κατάλληλη σε κάθε πρόβλεψη μέθοδο πρόβλεψης, εξασφαλίζεται μια πρόβλεψη με το ελάχιστο δυνατό σφάλμα.

Η επιλογή βέβαια δεν είναι εύκολη υπόθεση. Εξαρτάται από το θεωρητικό υπόβαθρο και την εμπειρία από την πράξη του προβλέποντα. Σίγουρα οι προβλέψεις δεν είναι κάτι "βάτό", που παρέχει εύκολη "διαδρομή" για την παροχή σταθερά επιτυχόντων αποτελεσμάτων. Σε κάθε πρόβλημα διαφορετική μέθοδοι προβλέψεων μπορεί να δώσουν διαφορετικά αποτελέσματα. Πάντως όσο καλύτερα είναι τα δεδομένα πάνω στα οποία στηρίζονται οι προβλέψεις και όσο "ικανότερος" ο διενεργών την πρόβλεψη, τόσο αποδοτικότερη θα είναι η εξαγώμενη πρόβλεψη.

Η χρησιμότητα των προβλέψεων δεν αμφισβητείται από κανέναν στη σύγχρονη επιχειρηματική πρακτική. Η απουσία τους οδηγεί σε "τυφλά" βήματα με μεγάλους κινδύνους να καραδωκούν σε κάθε απόφαση. Με σωστό χειρισμό των προβλέψεων μπορούμε να έχουμε άριστο χειρισμό στα απασχολούμενα προβλήματα μιας επιχείρησης της ζήτησης, των πωλήσεων, τον έλεγχο των αποθεμάτων κ.λ.π.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο
ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ

Μια επιχείρηση διατηρεί το μεγαλύτερο μέρος της περιουσίας της με τη μορφή παγίων και αποθεμάτων . Και τα δύο είναι απολύτως απαραίτητα για την ομαλή λειτουργία οποιασδήποτε επιχείρησης .

Ενώ τα πάγια ανακυκλώνονται φυσιολογικά σε περισσότερες της μιας διαχειριστικής χρήσης , τα αποθέματα ανανεώνονται συνεχώς , υπό υγιείς συνθήκες , μέσα στη χρήση , σε μια διαδικασία επαναλαμβανόμενη (εισροή - εκροή) που εξυπηρετεί σε τελική ανάλυση τον αντικειμενικό σκοπό της επιχείρησης , το κέρδος . Συνεπώς τα αποθέματα αποτελούν το μέσο , σε μια επαναλαμβανόμενη διαδικασία εισαγωγής - αναμονής - εξαγωγής . Γι' αυτό τα αποθέματα χαρακτηρίζονται ως κάθε οικονομική δαπάνη σε περιουσιακά στοιχεία , που παραμένουν αδρανοποιήτα για κάποιο χρονικό διάστημα προκειμένου να ικανοποιηθεί μελλοντική ζήτηση από αυτά .

Η λογιστική ορίζει ως αποθέματα τις επενδύσεις σε στοιχεία που θα πωληθούν από την επιχείρηση σε χρονικό διάστημα λιγότερο της μίας χρήσης. Βέβαια η λογιστική θεωρεί τις επενδύσεις σε ανθρώπινο δυναμικό δαπάνη και όχι απόθεμα . Έτσι ή αλλιώς το πρόβλημα των αποθεμάτων σε κάθε επιχείρηση είναι πώς σε κάθε χρονική στιγμή να διατηρείται μία ποσότητα αποθέματος "άριστη" που να ελαχιστοποιεί το κόστος παραγωγής ή παραγγελίας και αποθήκευσης και παράλληλα να μεγιστοποιεί τις πωλήσεις .

Κατά διάρκεια μιας διαχειριστική χρήσης τα αποθέματα πρέπει να ανανεώνονται μεθοδικά , με τρόπο που διαλέγει η πολιτική της διοίκησης της επιχείρησης , προκειμένου να ικανοποιείται η ζήτησή τους . Αυτή η συνεχόμενη ροή εισαγωγής - αναμονής - εξαγωγής είναι ζωτικής σημασίας για μια επιχείρηση είτε είναι βιομηχανική είτε εμπορική , σε βαθμό που ανατροπή αυτής της ισορροπίας απειλεί την επιβίωση της επιχείρησης . Αυτός είναι ο λόγος που τα αποθέματα σε μια επιχείρηση παρομοιάζονται με το "αίμα" στον ανθρώπινο οργανισμό .

Αφού τα αποθέματα είναι τόσο σημαντικά για την επιβίωση και την ομαλή λειτουργεία της επιχείρησης , απαιτείται σωστή και επιτυχής διαχείρησής τους . Μια επιχείρηση δε , που θέλει να μεγιστοποιήσει τα κέρδη της απαιτείται να διαχειρίζεται άριστα (optimum) τα αποθέματά της. Υπερβολικές ποσότητες διατήρησης αποθέματος δεσμεύει κεφάλαια της επιχείρησης , με δυσμενείς συνέπειες στην αποδοτικότητά της . Ανεπαρκείς ποσότητες διατήρησης αποθέματος , δημιουργούν έλλειψη αποθέματος και μη ικανοποίηση της ζήτησης, με αποτέλεσμα η επιχείρηση να χάνει πελάτες συνεπώς και αποδοτικότητα . Το ίδιο ισχύει και για βιομηχανικές επιχειρήσεις που η έλλειψη πρώτων υλών αποσυντονίζει την παραγωγή ανεβάζοντας απειλητικά το κόστος παραγωγής.

Όταν μια επιχείρηση διαχειρίζεται σωστά τα αποθέματά της ελέγχει απόλυτα της διαδικασία ροής κεφαλαίων στην επιχείρηση και μπορεί άνετα να καταστρώσει προγράμματα παραγωγής, πωλήσεων , χρηματοοικονομικά κ.λ.π. Γίνεται συνεπώς πλήρως αντιληπτό, ότι χρειάζεται ένα σύστημα που θα ελέγχει την ροή των αποθεμάτων μέσα στην επιχείρηση. Ένα σύστημα ελέγχου αποθεμάτων επιδιώκει μία χρυσή τομή στη διατηρούμενη ποσότητά τους , έτσι ώστε το κύκλωμα να λειτουργεί όσο το δυνατό πιο ευέλικτα .

Επιδιώκεται συνεπώς μια αριστοποίηση του συστήματος δηλαδή, ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους των αποθεμάτων . Με άλλα λόγια μεγιστοποίηση των κερδών της επιχείρησης .

Έτσι ή αλλιώς το σύστημα ελέγχου σκοπεύει στην ομαλή μεθοδική ανανέωση του αποθέματος που ικανοποιεί τις δύο παραπάνω συνθήκες αριστοποίησης (ελαχιστοποίηση κόστους & μεγιστοποίση κερδών) . Ασφαλώς για να είναι λειτουργικό το σύστημα , θα πρέπει ήδη να υπάρχει μια πρόβλεψη της ζήτησης του προϊόντος . Ενώ όμως η ζήτηση του προϊόντος είναι πολύ ευμετάβλητη και απαιτητική βραχυχρόνια , η ανανέωση των αποθεμάτων είναι δυσχερέστατη και η παραμονή τους υπομονετική ως προς τη ζήτηση .

Υπάρχουν όμως πολλοί και σημαντικοί λόγοι που απαιτούν την διατήρηση και ανανέωση έγκαιρα των αποθεμάτων. Πρώτ' απ' όλα οι προμηθευτές των αποθεμάτων βρίσκονται συνήθως αρκετή απόσταση από την επιχείρηση , γεγονός που εκτός των άλλων επιβάλλει την επίσπευση της παραγγελίας για την ανανέωση των αποθεμάτων . Επιπλέον είναι συνήθως οικονομικά ασύμφορη η ανανέωση του αποθέματος σε μικρές ποσότητες , διότι διογκώνει το κόστος ανανέωσης αποθέματος . Ο σημαντικότερος ίσως λόγος για τη διατήρηση αποθέματος είναι η μεγάλη ζημιά που δημιουργείται στην επιχείρηση από πιθανή έλλειψή του . Είτε πρόκειται για εμπορική επιχείρηση και πιθανή απώλεια πελατών είτε για βιομηχανική και αποσυντονισμό της παραγωγής , επιβάλλεται η διατήρηση αποθεμάτων ασφαλείας που θα διασφαλίσουν την εξυπηρέτηση διακυμασμένης ζήτησης . Εξάλλου για ορισμένα προϊόντα η ζήτηση είναι μεγάλη για συγκεκριμένες περιόδους ενώ τον υπόλοιπο χρόνο είναι πολύ χαμηλή. Αυτό επιβάλει την αποθεματοποίηση της παραγωγής όταν δεν υπάρχει ομαλή απορόφηση από τη ζήτηση. Ακόμη, πολλές φορές είναι δυνατόν να επιβάλλεται αποθεματοποίηση προϊόντων , όταν προβλέπεται αύξηση της τιμής αγοράς του στο εγγύς μέλλον ή κρίνεται αναγκαία για την ασφάλεια από την απότομη μεταβολή πολιτικοοικονομικών συνθηκών.

Ο προγραμματισμός και έλεγχος των αποθεμάτων συνίσταται στη επεξεργασία μεγάλου αριθμού στατιστικών στοιχείων , και στην εφαρμογή μιας ακριβούς αλλά παράλληλα και πολύπλοκης μαθηματικής μεθόδου . Ο μεγάλος αριθμός υπολογισμών κάνει επιβεβλημένη τη χρήση Η / Υ, για ένα αξιόπιστο στη σημερινή εποχή σύστημα ελέγχου αποθεμάτων . Όμως το κόστος εφαρμογής του είναι συνήθως υψηλό , γι' αυτό και αποτρέπει την ενσωμάτωσή του από επιχειρήσεις που το βρίσκουν σαν πολυτέλεια . Αν κοιτάξει κανείς γύρω του , μπορεί να δει καθαρά πια , την έντονη ανταγωνιστική αγορά , το υψηλό "κόστος" του χρήματος και την ανάγκη για όσο το δυνατόν εξοικονόμηση οικονομικών πόρων από μια επένδυση . Οπότε αναλογιζόμενοι το υψηλό κόστος από μια κακό-διαχείρηση των αποθεμάτων, που δεν συνίσταται μόνο στο κόστος αγοράς, παραγγελίας, αποθήκευσης αλλά ακόμη από το κόστος κεφαλαίου που κρατάνε δεσμευμένο κατά την παραμονή τους στην αποθήκη ή ανάλογα το κόστος έλλειψης , εύκολα αντιλαμβάνεται πόσο χρήσιμη είναι η συνεισφορά ενός συστήματος ελέγχου στην επιχείρηση με σύγχρονο Management .Δεν παύει ένα σύστημα ελέγχου αποθεμάτων να αποτελεί κομμάτι της επιχειρηματικής στρατηγικής της σύγχρονης επιχείρησης.

Τα αποθέματα μέσα στην επιχείρηση ακολουθούν μια επαναλαμβανόμενη διαδικασία εισαγωγής και εξαγωγής . Εισαγωγή ή εισροή αποθεμάτων έχουμε όταν πραγματοποιείται μια παραγγελία και ανανεώνεται το απόθεμα ενώ εξαγωγή ή εκροή όταν το απόθεμα "εγκαταλείπει" τη επιχείρηση προκειμένου να ικανοποιήσει την ζήτηση . Ένα σύστημα ελέγχου αποθεμάτων οριοθετείται από τη ζήτηση του προϊόντος , τον τρόπο - τόπο - χρόνο & ποσότητα του αποθέματος , την ακολουθούμενη πολιτική διατήρησης-ανανέωσης από τη Διοίκηση , τους λειτουργικούς περιορισμούς από τη φύση της επιχείρησης και τέλος τη συνάρτηση κόστους αποθέματος .

Η ζήτηση είναι το σημαντικότερο "κομματι του παζλ" ενός συστήματος αποθέματος. Ένα σύστημα ελέγχου αποθέματος είναι "υποχρεωμένο" να προσαρμοστεί στην εκάστοτε ζήτηση . Η δε ζήτηση είναι ανεξάρτητη μεταβλητή και μπορεί να εξιχνιαστεί εκφραζόμενη σε στατιστικές κατανομές , έχοντας εφαρμόσει οποιαδήποτε παραδεκτή και κατάλληλη για το σύστημα μέθοδο πρόβλεψης .

Όταν ανανεώνουμε το απόθεμα , καλούμαστε να αποφασίσουμε στην περίοδο που μεσολαβεί, μεταξύ των αποφάσεων για την ανανέωση (λειτουργική περίοδος) , στην ποσότητα που θα παραγγείλουμε , στο χρόνο που μεσολαβεί από την παραγγελία του είδους μέχρι να φθάσει στην επιχείρηση , στο χρόνο παραγωγής ή συσκευασίας του είδους από τη στιγμή παραγγελίας και στο ρυθμό με τον οποίο πραγματοποιείται αυτή η ανανέωση . Επίσης πρέπει να αποφασισθεί ο μηχανισμός που θα τεθεί σε εφαρμογή για την ανανέωση του αποθέματος δηλαδή , τη συχνότητα χρόνου και ποσότητας παραγγελίας . Στις συναρτήσεις συστημάτων ελέγχου αποθεμάτων όλα τα παραπάνω συμβολίζονται ως εξής:

t = λειτουργική περίοδος (χρονικό διάστημα μεσολάβησης μεταξύ δύο παραγγελιών)

Q = ποσότητα που παραγγέλεται κάθε φορά

L= χρόνος που μεσολαβεί από την τοποθέτηση μέχρι την πραγματοποιήση της παραγγελίας

t_P= χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ παραγγελιών σε βιομηχανικές επιχειρήσεις (χρόνος παραγωγής)

p= ο ρυθμός ανανέωσης ή παραγωγής

Για να αποφασίσουμε για τα παραπάνω θα πρέπει να έχουμε λάβει υπόψιν τους λειτουργικούς περιορισμούς δηλαδή , σε τι επιχείρηση βρησκόμαστε . Η χωρητικότητα των αποθηκών της επιχείρησης , η ταυτότητα των προμηθευτών ή το ύψος του εκάστοτε διαθέσιμου προϋπολογισμού επηρεάζουν άμεσα τη συμπεριφορά ενός συστήματος αποθεμάτων .

Εκεί που τελικά θέλουμε να καταλήξουμε σε ένα σύστημα αποθεμάτων είναι στο κόστος των αποθεμάτων . Κι όχι απλά να το ορίσουμε αλλά βέβαια να το ελαχιστοποίησουμε δηλαδή , να εντοπίσουμε το συνδιασμό όλων των παραπάνω συνθηκών που αναφέραμε (ποσότητα παραγγελίας , ρυθμός , περιορισμοί κ.λ.π.) όπου ελαχιστοποιούν το συνολικό κόστος απόθεματος . Και βέβαια το συνολικό κόστος TC (Total Cost) συνίσταται από επί μέρους κόστη , από το κόστος διατήρησης αποθέματος C_H,το κόστος έλλειψης C_S,το κόστος ανανέωσης C_Rκαι το κόστος αγοράς C_B. Έτσι διαμορφώνεται η παρακάτω συνάρτηση κόστους:

$TC = C_H + C_S + C_R + C_B$

Συνολικό κόστος αποθέματος = Κόστος διατήρησης αποθέματος + Κόστος έλλειψης αποθέματος + Κόστος ανανέωσης αποθέματος + Κόστος αγοράς αποθέματος

Το κόστος διατήρησης είναι το κόστος που στοιχίζει στην επιχείρηση από την επένδυση κεφαλαίου συναρτήσει του χρόνου παραμονής του και προσδιορίζεται μαθηματικά από το γινόμενο του κόστους διατήρησης μονάδας αποθέματος ανά μονάδα χρόνου επί το μέσο διατηρούμενο απόθεμα ανά μονάδα χρόνου . Εκφράζεται αλγεβρικά ως:

$C_H = c_H \cdot I_H$

$I_H = \frac{I_{max} + I_{min}}{2} \cdot l_1$

$c_H = f \cdot b$

'Οπου:

C_H = Συνολικό κόστος διατήρησης αποθέματος

c_H = Κόστος διατήρησης μιας μονάδος ανά μονάδα χρόνου

I_H = Μέσο διατηρούμενο απόθεμα ανά μονάδα χρόνου

Το κόστος διατήρησης μονάδος εβρίσκεται πολλαπλασιάζοντας την τιμή μονάδος b επί ένα ποσοστό f. Το ποσοστό αυτό αντιπροσωπεύει ποσοστό επένδυσης σε απόθεμα που αντιστοιχεί στο κόστος διατήρησης .

Το δε μέσο μέσο απόθεμα ευρίσκεται προσθέτοντας το μέγιστο I_{max} και ελάχιστο I_{min} απόθεμα της περιόδου και διαιρώντας δια του δύο . Το l_1 είναι ίσο με τη μονάδα όταν δεν έχουμε έλλειμα , και αντιπροσωπεύει το ποσοστό χρόνου της περιόδου με απόθεμα . Αν το απόθεμα εξαντλείται μέσα στην περίοδο τότε το l_1 είναι μικρότερο της μονάδας και το I_{min} ασφαλώς μηδέν , αφού το απόθεμα εξαντλήθηκε .

Το κόστος έλλειψης αποθέματος είναι η "ποινή" που δέχεται η επιχείρηση από την αδυναμία της να καλύψει τρεχούμενη ζήτηση λόγω έλλειψης αποθέματος . Και βέβαια υπάρχουν δύο "σενάρια"που απορέουν από την μή ικανοποίηση ζήτησης . Το πρώτο ότι η ζήτηση αυτή θα καλυφθεί μετά από κάποιο χρονικό διάστημα , όταν θα έχει ανανεωθεί το απόθεμα , ενώ το δεύτερο ότι οι παραγγελίες των πελατών δεν ικανοποιούνται καθόλου και χάνονται οριστικά . Το κόστος έλλειψης αναλύεται σε επί μέρους κόστη που το δημιουργούν το κόστος από τη ζημία που επιδέχεται η επιχείρηση στη φήμη της από τη μη ικανοποίηση της ζήτησης από το κέρδος που διαφεύγει από πελάτες που τελικά αγοράζουν από ανταγωνιστές , τα επιπρόσθετα έξοδα για να πραγματοποιηθεί η επίσπευση της παραγγελίας και από άλλα διάφορα έξοδα . Γενικά πάντως το κόστος έλλειψης ορίζεται μαθηματικά ως:

$C_s = c_S \cdot I_S$

$I_S = \frac{I_{min}^{-} + I_{max}^{+}}{2} \cdot l_2$

'Οπου:

C_S= Κόστος έλλειψης

c_S = Κόστος έλλειψης μονάδας ανά μονάδα χρόνου

I_S = Μέσο έλλειμα για κάθε μονάδα χρόνου

Το κόστος έλλειψης μονάδας προσδιορίζεται από τους λόγους που αναφέραμε παραπάνω ενώ το Μέσο 'Ελλειμα εξάγεται ως ο μέσος όρος του ελάχιστου I^-_{min} και μέγιστου I^-_{max} ελλείματος στην περίοδο . Το l_1 αντιπροσωπεύει το χρονικό διάστημα σε υποδιαίρεση της μονάδας , που υπάρχει το έλλειμα .

Το κόστος ανανέωσης αποθέματος περιλαμβάνει όλα τα έξοδα για να πραγματοποιηθεί η παραγγελία ή για να ξεκινήσει η παραγωγική διαδικασία . Για εμπορική επιχείρηση το κόστος αυτό περιλαμβάνει το κόστος παραλαβής και αποθήκευσης του εμπορεύματος , το κόστος παρακολούθησης της παραγγελίας από ειδικευμένα στελέχη , το κόστος προετοιμασίας και πραγματοποίησής της (έντυπα , επιστολές , τηλεφωνικά , fax κ.λ.π.) . Για βιομηχανική επιχείρηση το κόστος αυτό περιλαμβάνει το κόστος συντήρησης - ρύθμισης του εξοπλισμού , το κόστος κάθε λυπαντικού ή άλλου καθαριστικού για την προετοιμασία της παραγωγικής διαδικασίας καθώς και το κόστος ελέγχου του εξοπλισμού . Αλγεβρικά αυτό εκφράζεται ως :

$C_R = c_R \cdot I_R$

' Οπου :

C_R = Κόστος ανανέωσης

c_R = Κόστος ανά παραγγελία ή παραγωγή

I_R = Μέσος αριθμός παραγγελιών ή ενάρξεων παραγωγής ανά μονάδα

Ο αριθμός των παραγγελιών I_R εβρίσκεται διαιρώντας την ποσότητα της ζήτησης δια την ποσότητα παραγγελίας ($I_R = \frac{D}{Q}$) .

Το κόστος αγοράς αποθέματος είναι το γινόμενο της τιμής β ανά μονάδα εμπορεύματος επί το ρυθμό ζήτησης D $(C_B = b \cdot D)$. Στην πράξη όμως ως γνωστόν για όσο το δυνατότερον μεγαλύτερες σε όγκο παραγγελίες , οι προμηθευτές παρέχουν ανάλογες εκπτώσεις . 'Αρα η τιμή είναι συνάρτηση της ποσότητας παραγγελίας $(b = b(Q) \cdot D)$ και συνεπώς το κόστος αγοράς διαμορφώνεται σε: $C_B = b(Q) \cdot D$.

Τώρα μπορούμε να αντικαταστήσουμε στη συνάρτηση κόστους που καθορίσαμε παραπάνω , τα επιμέρους κόστη:

$$TC = C_H + C_S + C_R + C_B \Rightarrow$$

$$TC = c_H \cdot I_H + c_s \cdot I_s + c_R \cdot I_R + b(Q) \Rightarrow$$

$$TC = c_H \cdot \frac{I_{max} + I_{min}}{2} \cdot l_1 + c_S \cdot \frac{I^-_{min} + I^+_{max}}{2} \cdot l_2 + c_R \cdot \frac{D}{Q} + b(Q) \cdot D$$

'Οταν οι προμηθευτές δεν παρέχουν εκπτώσεις στις παραγγελίες μας , το κόστος αγοράς C_B ως σταθερό παραλείπεται .

Η "δουλειά" ενός συστήματος ελέγχου αποθεμάτων είναι να ελαχιστοποιήσει αυτή τη συνάρτηση κόστους . Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι που ελέγχουν την ροή των αποθεμάτων στην επιχείρηση . Σε κάθε μέθοδο υπάρχει κάποιο κριτήριο πάνω στο οποίο στηρίζεται η φιλοσοφία του συστήματος (ζήτηση,ποσότητα παραγγελίας , τρόπος ανανέωσης κ.λ.π.) . Μπορούμε να κατατάξουμε τα υποδείγματα αυτά ελέγχου αποθεμάτων σε τρεις ομάδες . Στα υποδείγματα αποθεμάτων που προσαρμόζονται στο είδος

της ζήτησης , στα λειτουργικά υποδείγματα αποθεμάτων και στη προσομείωση
(simulation) . Αν και η προσομοίωση πρόκειται για εξελιγμένη μέθοδο πιθανολογικής ζήτησης , η πολυπλοκότητα του μαθηματικού μοντέλου αυτής , κατάλληλη για πολύπλοκα λειτουργικά συστήματα αποθεμάτων , "παρακινεί" για διακρισή της από τα άλλα υποδείγματα .

Σκοπός μας σε κάθε υπόδειγμα είναι ο καθορισμός της συνάρτησης κόστους . Στη συνέχεια σκοπεύουμε στην ελαχιστοποίηση αυτής της συνάρτησης και στην εύρεση των άριστων τιμών που αριστοποιούν τη λειτουργία του συστήματος .

<u>Α) ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ ΖΗΤΗΣΗΣ</u>

Σε αυτά τα συστήματα η ανανέωση των αποθεμάτων γίνεται με παραγγελίες σε προμηθευτές που βρίσκονται μακριά από την επιχείρηση . Η ζήτηση καθορίζεται μέσα στην αγορά , είναι συνεπώς ανεξάρτητη . Ο ρυθμός της ζήτησης είναι σταθερός πράγμα που σημαίνει πως η εξάντληση των αποθεμάτων γίνεται αρμονικά . Αν και μακριά από την πραγματικότητα , αυτά τα συστήματα μας δείχνουν με σαφήνεια τα κυριότερα χαρακτηριστικά ενός συστήματος αποθεμάτων .

1) ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ

Το σύστημα αυτό αφορά απόθεμα ενός είδους με τα εξής χαρακτηριστικά : Ζήτηση D γνωστή και σταθερή . p ρυθμός ανανέωσης χωρίς περιορισμούς , άρα t_p χρόνος που μεσολαβεί ίσο με μηδέν . Ο χρόνος L που χρειάζεται να περάσει από την τοποθέτηση μέχρι την πραγματοποίηση της παραγγελίας είναι γνωστός και σταθερός ενώ δεν χορηγούνται εκπτώσεις (τιμή μονάδας b = σταθερή) . Τα κόστη διατήρησης και ανανέωσης είναι γνωστά και σταθερά , το σύστημα δεν επιτρέπει κόστος έλλειψης C_s , δηλαδή καλύπτει όλη τη ζήτηση D.
Διαγραμματικά το σύστημα αυτό απεικονίζεται ως εξής (Σχ. 3):

Όπως βλέπουμε , στην αρχή της περιόδου t , το απόθεμα βρίσκεται στην υψηλότερη τιμή του Q . Σταδιακά και ομαλά το απόθεμα εξαντλείται με σταθερό ρυθμό από τη ζήτηση D . Γνωρίζοντας το χρόνο διαδικασίας πραγματοποιήσης της παραγγελίας L , όταν η στάθμη του αποθέματος φθάσει στο σημείο παραγγελίας R , τοποθετείται η παραγγελία . Με την διεκπαιρέωση του χρόνου L , το απόθεμα έχει μηδενιστεί . Στο σημείο Α γίνεται η άφιξη της παραγγελίας ίση σε ποσότητα με την αρχή της προηγούμενης περιόδου . Τα σημεία A_1P_1 , A_2P_2σηματοδοτούν την άφιξη της παραγγελίας . Η διαδικασία επαναλαμβάνεται .

Είναι λοιπόν φανερό ότι πάντα η ποσότητα παραγγελίας Q επαρκεί να καλύψει τη ζήτηση D στη λειτουργική περίοδο D. Ισχύει δηλαδή $Q = D \cdot t$ (1).
Όπως εύκολα αντιλαμβάνεται κανείς κόστος έλλειψης δεν υπάρχει αφού δεν επιτρέπονται ελλείψεις από το σύστημα . Συνεπώς τη συνάρτηση κόστους αλγεβρικά εκφράζεται ως

$$TIC = C_H + C_R \Rightarrow$$

$$TIC = c_H \cdot I_H + c_R I_R \Rightarrow$$

$$TIC = c_H \frac{I_{\max} + I_{\min}}{2} I_1 \cdot c_R \cdot \frac{D}{Q}$$

Το ελάχιστο απόθεμα (Imin) που επιτρέπεται είναι μηδέν (δεν επιτρέπονται ελλείψεις) . Άρα η συνάρτηση διαμορφώνεται ως

$$TIC = C_H \cdot \frac{Q+0}{2} + C_R \cdot \frac{D}{Q} \Rightarrow$$

$$TIC = C_H \cdot \frac{Q}{2} + C_R \cdot \frac{D}{Q}$$

(το TIC αντιπροσωπεύει το καθαρό κόστος που αυξάνει (integrated) αφού το κόστος αγοράς είναι σταθερό) .

Η συνάρτηση (2) πρέπει να ελαχιστοποιηθεί . Δηλαδή να εβρεθεί η άριστη ποσότητα παραγγελίας Q* που ελαχιστοποιεί το κόστος TIC . Η άριστη ποσότητα παραγγελίας Q* μπορεί να καθοριστεί παρατηρώντας την τιμή του TIC για διαφοριτικές τιμές του Q . Μια τέτοια διαδικασία όμως είναι χρονοβόρα όπως πολύ εύκολα μπορεί να αντιληφθεί κανείς .

Από τη Μικροοικονομική ξέρουμε ότι η καμπύλη συνολικού κόστους μοιάζει με το γράμμα U ή ένα "πιάτο" . Το κόστος ελλατώνεται μέχρι ενός σημείου που αυξάνει . Ξροντας ότι το κόστος επένδυσης ή διατήρησης αποθεμάτων έχει συμμετρική αύξηση ως προ την ποσότητα που παραγγέλεται και ότι το κόστος παραγγελίας ή ανανέωσης έχει ανάλογα πτωτική πορεία , διαμορφώνεται το παρακάτω διάγραμμα (Σχ. 2):

'Οπως φαίνεται από το διάγραμμα η συνάρτηση κόστους ελαχιστοποιείται στο άριστο σημείο D* . Στο σημείο αυτό έχουμε τις χαμηλότερες δυνατές τιμές κόστους TIC*. Η συνάρτηση έχει τοπικό ελάχιστο για παραγγελόμενη ποσότητα ιση με Q* .

Παρόλο που η διαγραμματική επίλυση του προβλήματος είναι σχετικά εύκολη , δεν είναι καθόλου ακριβής . 'Ετσι δεν είναι δυνατόν να καθοριστούν με ακρίβεια οι άριστες τιμές κόστους TIC* και ποσότητας Q* . Χρησιμοποιώντας τη μαθηματική ανάλυση είναι δυνατόν σχετικά γρήγορα να φθάσουμε σε πολύ ακριβείς τιμές των Q* & TIC* . Είναι η γνωστή μέθοδος του απειροστικού λογισμού . Χρησιμοποιώντας του αλγόριθμους αριστοποιήσης με τη χρήση παραγώγων καταλήγουμε στο παρακάτω υπόδειγμα επίλυσης

$$TIC = c_H \cdot \frac{Q}{2} + c_R \frac{D}{Q}$$

Α' συνθήκη Η συνάρτηση ίση με μηδέν

$$\frac{\partial TIC}{\partial Q}=\frac{c_H}{2}-c_R\cdot\frac{D}{Q^2}=0$$

$$Q^*=\sqrt{\frac{2\cdot c_R\cdot D}{c_H}}$$

B' συνθήκη Η δεύτερη παράγωγος είναι θετική

$$\frac{\partial^2 TIC}{\partial^2 Q}>0$$

Εφόσον ισχύουν οι δύο συνθήκες η Q* είναι η άριστη τιμή που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση . Αντικαθιστώντας τώρα την Q* στις συναρτήσεις (1) & (2) παίρνουμε τις επιθυμητές τιμές

$$TIC^*=\sqrt{2c_H c_R D} \qquad \& \qquad t^*=\frac{Q^*}{D}$$

'Ετσι το σύστημα έχει καθορίσει την άριστη ποσότητα Q* παραγγελίας και τον κατάλληλο χρόνο t* για να γίνει αυτή η παραγγελία , που ελαχιστοποιούν το κόστος TIC* .

2) ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ ΜΕ ΕΛΛΕΙΨΕΙΣ

Το φαινόμενο να ικανοποιείται η ζήτηση στο έπακρον είναι πρακτικά ασυνήθειστο , λόγω του μεγάλου αριθμού δέσμευσης κεφαλαίων που απαιτεί και στην αδυναμία άπειρης (αστείρευτης) διάθεσής τους . 'Ετσι παρατηρείται συχνά το φαινόμενο μη ικανοποίησης της ζήτησης τη στιγμή εμφάνισής της . Μάλιστα , όταν το κόστος διατήρησης (δέσμευσης κεφαλαίων) είναι πολύ μεγάλο η επιχείρηση είναι δυνατόν να μην διατηρεί καθόλου απόθεμα και να εξυπηρετεί τη ζήτηση αφού αυτή έχει γίνει γνωστή δηλαδή , με ειδικές παραγγελίες . Ουσιαστικά το πρόβλημα που προκύπτει είναι η έβρεση της ελαχιστοποίησης του κόστους με δεδομένη την ύπαρξη κόστους έλλειψης , άρα η ζήτηση ικανοποιείται καθυστερημένα .

Στο υπόδειγμα αυτό η ζήτηση θεωρείται γνωστή και σταθερή , η προσθήκη της παραγγελίας p γίνεται στιγμιαία ολόκληρη . Ο χρόνος μεσολάβησης L είναι γνωστός και σταθερός ενώ δεν υπάρχουν εκπτώσεις από τους προμηθευτές (b (Q) = b) . Και βέβαια στη συνάρτηση κόστους εκτός από το κόστος διατήρησης C_H και ανανέωσης C_R υπάρχει και το κόστος έλλειψης C_S . Διαγραμματικά αυτό απεικονίζεται ως εξής (Σχ. 4):

Το σύστημα ας υποθέσουμε ότι ξεκινάει από ένα μέγιστο απόθεμα που καθορίζεται από την ευθεία M . Θεωρούμε ότι όταν φθάνει το απόθεμα στο σημείο O (μηδέν απόθεμα) γίνεται η τοποθέτηση της παραγγελίας . Μεσολαβεί ένας χρόνος L μέχρι να φθάσουμε στην ευθεία A . Η ποσότητα

Α1γ της παραγγελίας χρησιμοποιείται για την εξυπηρέτηση της ζήτησης που δεν ικανοποιήθηκε ενώ η υπόλοιπη ποσότητα ΓΡ1 (Μ) είναι το απόθεμα της επόμενης περιόδου . Η λειτουργική περίοδος υποδιαιρείται σε δύο υποπεριόδους , την t_1 όπου η περίοδος ικανοποιείται κανονικά , και μετά την t_1 , στην t_2 όπου δεν ικανοποιείται η ζήτηση , υπάρχει δηλαδή έλλειμα . Την περίοδο t_2 δεχόμαστε κανονικά παραγγελίες αναβάλοντας την ικανοποίησή τους μέχρι την άφιξη της παραγγελίας . Στο τέλος ικανοποιείται όλη η ζήτηση . Άρα και εδώ ισχύει η εξίσωση $Q = D \cdot t$ (1) . Το δε μέγιστο απόθεμα Μ υπολογίζεται αφαιρώντας από την ποσότητα παραγγελίας Q το έλλειμα που ικανοποιείται τη στιγμή άφιξης , το $A_1\Gamma$(ή R) . Άρα ισχύει η σχέση

$R = M - Q = D \cdot t_2$ = (η ζήτηση τη χρονική περίοδο που υπάρχει έλλειμα) .

Είναι φανερό από τι συνίσταται η συνάρτηση κόστους . Το TIC διαμορφώνεται αλγεβρικά σε $TIC = C_H + C_S + C_R$. Σταδιακά θα αναλύσουμε το κάθε ένα επι μέρους κόστος προκειμένου να φθάσουμε στην οριστική επιθυμητή μορφή της συνάρτησης .

Το κόστος διατήρησης C_H ισούτε ως γνωστόν με $c_H \cdot I_H$ όπου $I_H = \frac{I_{max} + I_{min}}{2} \cdot l_1$(2) . Το Imax θα ισούτε με το μέγιστο απόθεμα που επιτρέπει το σύστημα δηλαδή , με Μ . Το ελάχιστο απόθεμα είναι βέβαια μηδέν (Imin = 0) . Το l1 τώρα εκφράζεται ως το πηλίκο της περιόδου που υπάρχει έλλειψη αποθέματος προς τη συνολική περίοδο t . Για να εκφραστεί αυτό όμως προς τις επιθυμητές μεταβλητές Q και Μ χρειάζεται να χρησιμοποιήσουμε λίγο απο τις γνώσεις μας από την αναλυτική γεωμετρία . Στο παραπάνω διάγραμμα τα τρίγωνα Ρ1ΓΔ & Ρ1Α1Α2 είναι όμοια διότι έχουν τις γωνίες τους ίσες και μία τουλάχιστον πλευρά παράλληλες .

Άρα ισχύει η σχέση $\frac{\Gamma\Delta}{A_1A_2} = \frac{\Gamma P_1}{A_1P_1}$

Το ΓΔ όμως είναι ο χρόνος t1 όπου το σύστημα λειτουργεί χωρίς ελλείψεις και το Α1Α2 η συνολική λειτουργική περίοδος t . Το δε ΓΡ1 δεν είναι τίποτε άλλο από το απόθεμα Μ στην αρχή της περιόδου ενώ το Α1Ρ1 είναι η συνολική ποσότητα παραγγελίας . Άρα ισχύει ότι

$$\frac{\Gamma\Delta}{A_1A_2} = \frac{\Gamma P_1}{A_1P_1} \Leftrightarrow \frac{t_1}{t} = \frac{M}{Q}$$

Κάνοντας αντικατάσταση στην (2) , η I_H διαμορφώνεται

$$I_H = \left(\frac{M+0}{2}\right) \cdot \left(\frac{M}{Q}\right) \Rightarrow I_H = \frac{1}{2}\frac{M^2}{Q} = \frac{M^2}{2Q}$$

Άρα $C_H = c_H \cdot \frac{M^2}{2Q}$ (3)

Το κόστος έλλειψης C_S είναι ίσο με $c_S \cdot I_S$. Το δε I_S ισούτε με $I_S = \frac{I_{max}^- + I_{min}^-}{2} \cdot l_2$(4) .

Το μέγιστο έλλειμα είναι το ΓA_1 δηλαδή , το μέγιστο απόθεμα μείον την ποσότητα παραγγελία $I_{max}^- = \Gamma A_1 = M - Q$. Το ελάχιστο έλλειμα που το σύστημα αποδέχεται είναι φυσικά το μηδέν ($I_{min}^- = 0$)Το χρονικό διάστημα δε

(l_2) που το σύστημα βρίσκεται με έλλειμα είναι το $\frac{t_2}{t}$. Χρησιμοποιώντας και πάλι τα ανάλογα θεωρήματα από τη γεωμετρία για τα όμοια τρίγωνα $\mathrm{B\Gamma A_1}$ & $\mathrm{P_1 \Gamma \Delta}$ ισχύουν οι παρακάτω συνθήκες

$$\frac{\mathrm{B\Gamma}}{\mathrm{A_1A_2}}=\frac{\mathrm{\Gamma A_1}}{\mathrm{P_1A_1}} \Leftrightarrow \qquad \left.\begin{matrix} \mathrm{B\Gamma}=t_2 \quad \& \quad \mathrm{A_1A_2}=t_1 \\ \text{και} \quad \mathrm{\Gamma A_1}=R \quad \& \quad \mathrm{P_1A_1}=Q \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{t_2}{t}=\frac{R}{Q} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{t_2}{t}=\frac{M-Q}{Q}$$

Κάνοντας αντικατάσταση στην (4) έχουμε

$$I_S=\frac{\bar{I}_{\max}+\bar{I}_{\min}}{2}\cdot l_2 \Rightarrow I_S=\left(\frac{M-Q+0}{2}\right)\left(\frac{M-Q}{Q}\right) \Rightarrow I_S=\frac{(M-Q)^2}{2Q}$$

Συνεπώς το κόστος έλλειψης ισούτε με $C_s=c_S\cdot\frac{(M-Q)^2}{2Q}$ (5)

Ξέρουμε επίσης ότι το κόστος ανανέωσης ορίζεται από την ισότητα

$C_R=c_R\cdot I_R=c_R\cdot\frac{D}{Q}$ (6)

Από τις (3) , (5) , & (6) είμαστε τώρα σε θέση να εκφράσουμε το συνολικό κόστος προς τις απιθυμητές μεταβλητές . Έτσι έχουμε

$TIC=C_H+C_S+C_R \Rightarrow$

$$\Rightarrow TIC=c_H\cdot\frac{I_{\max}+I_{\min}}{2}\cdot l_1+c_S\cdot\frac{\bar{I}_{\max}+\bar{I}_{\min}}{2}\cdot l_2+c_R\cdot\frac{D}{Q} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow TIC=c_H\cdot\frac{M^2}{2Q}+c_S\cdot\frac{(M-Q)^2}{2Q}+c_R\cdot\frac{D}{Q}$$

Αυτήν την εξίσωση πρέπει να αριστοποιήσουμε . Διαγραμματικά αυτή η ελαχιστοποιήση του κόστους μπορεί να γίνει ως εξής (Σχ. 5):

Βλέπουμε από το παραπάνω διάγραμμα ότι στο σημείο D ελαχιστοποιείται το αυξητικό συνολικό κόστος TIC . Η δε TIC εκφράζεται ως συνάρτηση β΄βαθμού με ανεξάρτητες μεταβλητές την ποσότητα και το Μέγιστο απόθεμα M . Δυστηχώς , η διαγραμματική μέθοδος αριστοποίησης αν και σχετικά εύκολη και κατανοητή , δεν είναι ακριβής . Και επειδή η μέθοδος του πειραματικού παιξίματος τιμών είναι "ασύμφορη" ,καταλήγουμε ξανά στη μέθοδο του απειροστικού λογισμού για να έβρουμε τις άριστες τιμές M* & Q* .

$$TIC = c_H \cdot \frac{M^2}{2Q} + c_S \cdot \frac{(M-Q)^2}{2Q} + c_R \cdot \frac{D}{Q}$$

Παίρνουμε τις μερικές παραγώγους τις μερικές παραγώγους ως προς τις δύο μεταβλητές

α)

$$\frac{\partial \cdot TIC}{\partial \cdot Q} = -c_H \cdot \left(\frac{M^2}{2Q^2}\right) - c_S \cdot \left(\frac{M^2 - Q^2}{2Q^2}\right) - c_R \cdot \frac{D}{Q^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{Q^2} \cdot \left(-c_H \cdot \frac{M^2}{2} - c_S \cdot \frac{M^2}{2} - c_R \cdot D\right) + \frac{c_S}{2} = 0$$

Λύνοντας ως προς Q

$$Q^2 = \frac{2c_R}{c_S} \cdot D + \frac{c_H}{c_S} \cdot M^2 + M^2 \qquad (7)$$

β)

$$\frac{\partial \cdot TIC}{\partial M} = c_H \cdot \left(\frac{M}{Q}\right) + c_S \cdot \left(\frac{M}{Q} - 1\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{Q} \cdot \left(c_H \cdot M + c_S \cdot M\right) - c_S = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{M(c_H + c_S)}{Q} = c_S$$

Συνεπώς $Q^* = \frac{c_H}{c_S} \cdot M + M$ & $M^* = \frac{c_S}{c_H + c_S} \cdot Q$ (8)

Αντικαθιστώντας στην (7)

$$Q^2 = \frac{2c_R D}{c_S} + \frac{c_H M^2}{c_S} + M^2 = \left(\frac{c_H}{c_S} \cdot M + M\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2c_R D}{c_S} + \frac{c_H M^2}{c_S} + M^2 = \frac{c_H{}^2 M^2}{c_S{}^2} + \frac{2c_H M^2}{c_S} + M^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2c_R D}{c_S} = \frac{c_H{}^2 M^2}{c_S{}^2} + \frac{c_H M^2}{c_S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2c_R D}{c_S} = \frac{c_H M^2}{c_S}\left(\frac{c_H}{c_S} + 1\right) = \frac{c_H M^2}{c_S}\left(\frac{c_H + c_S}{c_S}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M^2 = \frac{2c_R D}{c_H}\left(\frac{c_S}{c_H + c_S}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M^* = \sqrt{\frac{2c_R D}{c_H}} \cdot \sqrt{\frac{c_S}{c_H + c_S}} \qquad (9)$$

Από τις (8) & (9) έχουμε

$$M^* = \frac{c_S}{c_H + c_S} \cdot Q^* = \sqrt{\frac{2c_R D}{c_H}} \cdot \sqrt{\frac{c_S}{c_H + c_S}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q^* = \left[\frac{(c_H + c_S)}{c_S}\right] \cdot \sqrt{\frac{2c_R \cdot D}{c_H}} \cdot \sqrt{\frac{c_S}{c_H + c_S}} \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2c_R \cdot D}{c_H}} \cdot \sqrt{\frac{(c_H + c_S)^2 c_S}{c_S^2 (c_H + c_S)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2c_R \cdot D}{c_H}} \cdot \sqrt{\frac{c_H + c_S}{c_S}} \qquad (10)$$

Από τις (9) & (10) μπορούμε να υπολογίσουμε τις τιμές του ελάχιστου συνολικού κόστους TIC , του χρόνου που πρέπει να πραγματοποιείται η παραγγελία t* και τέλος η ελλειματική ζήτηση που καλύπτεται καθυστερημένα R* . Έτσι

$$TIC^* = \sqrt{2c_H c_R D} \cdot \sqrt{\frac{c_S}{c_H + c_S}}$$

Με $t^* = \frac{Q^*}{D}$ & $R^* = M^* - Q^*$

Από την παραπάνω εξίσωση φαίνεται ότι το συνολικό κόστος αυτού του υποδείγματος είναι αναλογικά μικρότερο από το κλασσικό υπόδειγμα της οικονομικής ποσότητας παραγγελίας . Ισχύει δε η σχέση

$$\underset{\lim \to \infty}{c_S} \to \underset{\lim \to 1}{\sqrt{\frac{c_S}{c_H + c_S}}}$$

που σημαίνει ότι ακόμη και για μεγάλες τιμές έλλειψης το συνολικό κόστος είναι αναλογικά μικρότερο . Θα πρέπει το έλλειμα να φθάσει σε υπερβολικά υπέρογκες τιμές για να πλησιάσει ο δεύτερος παράγοντας την μονάδα και να έχουμε ένα αναλογικά ισοδύναμο συνολικό κόστος . Άρα αποδυκνείεται ότι συμφέρει να δουλεύει ένα σύστημα με ελλείψεις.

3) ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ ΜΕ ΕΚΠΤΩΣΕΙΣ

Στα δύο προηγούμενα εξετασθέντα υποδείγματα υπήρχε η σιωπηρή παραδοχή ότι η ποσότητα παραγγελίας Q δεν επηρεάζει την τιμή μονάδας του αγορασθέντος είδους .Αυτό πρακτικά σπάνια συμβαίνει . Πόσο μάλλον στη σημερινή εποχή όπου ο ανταγωνισμός είναι πολύ μεγάλος και τα μονοπώλια προμηθευτών λιγοστεύουν , είναι πάγια η πολιτική που ακολουθείται από τους προμηθευτές για μεγάλες ποσότητες παραγγελίας να χορηγούνται ανάλογες εκπτώσεις . Αυτό εξάλλου συμφέρει και τους προμηθευτές αφού με αυτόν τον τρόπο μπορούν να επωφεληθούν των δυνατοτήτων οικονομιών κλίμακας παραγωγής , μεγιστοποιώντας τα κέρδη τους με μεγαλύτερους ρυθμούς παραγωγής . Στο σύστημα που παρουσιάζουμε για λόγους ευκολίας δεν επιτρέπεται έλλειμα .

Το υπόδειγμα αυτό έχει συνάρτηση κόστους περίπου ίδια με αυτή του υποδείγματος οικονομικής ποσότητας παραγγελίας . Το μόνο που προσθέτουμε είναι το το νέο κόστος αγοράς . Το γεγονός αυτό μας κάνει να μιλάμε πια για συνολικό κόστος TC . Ασφαλώς, το κόστος διατήρησης (δέσμευσης κεφαλαίου) είναι συνάρτηση όχι απλά της συνολικής παραγγελόμενης ποσότητας αλλά της ποσότητας που παραγγέλεται Q επί της εκάστοτε τιμής μονάδος b . Γι' αυτό το κόστος διατήρησης Ch εκφράζεται σαν ποσοστό f της τιμής μονάδας b(Q) . Αυτό αλγεβρικά εκφράζεται ως $C_H = f(b(Q))$.

Ο ρυθμός της ζήτησης D είναι γνωστός και σταθερός , ο ρυθμός ανανέωσης p με τον οποίο προστίθεται το απόθεμα είναι στιγμιαίος (άπειρος) . Ο χρόνος μεσολάβησης-πραγματοποιήσης της παραγγελίας L επίσης γνωστός και σταθερός . Άρα η συνάρτηση κόστους διαμορφώνεται πολύ απλά σε

$TC = C_H + C_R + C_B$ Όμως $C_H = f(b(Q))$ & $C_R = b(Q)D$

Αντικαθιστώντας

$$TC = f(b(Q))\frac{Q}{2} + c_R \cdot \frac{D}{Q} + b(Q)D \quad (1)$$

Όλη η διαδικασία είναι να έβρουμε την τιμή b που μας δίνουν οι προμηθευτές , η οποία μεγιστοποιεί τα κέρδη μας . Η τιμή αυτή όμως b , δεν καθορίζεται από εμάς. Οι προμηθευτές συνήθως καθορίζουν τιμές για συγκεκριμένες ποσότητες παραγγελίας . Έτσι υπάρχει συνήθως ένα όριο ή όρια , τα οποία καθορίζουν χαμηλότερες τιμές αγοράς. Εμείς για να απλουστεύσουμε τους υπολογισμούς θα θεωρήσουμε ότι ο προμηθευτής μας δίνει δύο τιμές b1 & b2 . Την b1 για οποιαδήποτε παραγγελία χαμηλότερη από μια καθοριζόμενη ποσότητα K και την b2 για οποιαδήποτε παραγγελόμενη ποσότητα μεγαλύτερη τη K. Έτσι για $b_2 \langle b_1$ ισχύει b(Q)= α)b1 τιμή μονάδας για $Q \langle k$ β)b2 τιμή μονάδας για $Q \geq k$

Για κάθε τιμή b1,b2 διαμορφώνεται και από μία διαφορετική συνάρτηση κόστους TC . Έτσι κάνοντας αντικατάσταση των τιμών , προκύπτουν οι δύο συναρτήσεις κόστους

α) $TC(b_1) = fb_1 \cdot \frac{Q}{2} + c_R \cdot \frac{D}{Q} + b_1 \cdot D$ με $Q \langle k$

β) $TC(b_2) = fb_2 \cdot \frac{Q}{2} + c_R \cdot \frac{D}{Q} + b_2 D$ με $Q \geq k$

Εμείς θα πρέπει να ελέγξουμε εάν παραγγέλλοντας στην παραπάνω ποσότητα-όριο K , επικαρπώμενοι την μειωμένη τιμή b2 , μειώνουμε το συνολικό κόστος TC σε σχέση με το αγοράζαμε σε τιμή b1. Πολύ απλά δηλαδή , ελέγχουμε εάν η έκπτωση είναι συμφέρουσα ή αν παραγγείλουμε περισσότερο , θα σπαταλήσουμε χωρίς λόγο περισσότερη επένδυση κεφαλαίου .

Διαγραμματικά αυτό απεικονίζεται ως εξής (Σχ. 6):

Όπως βλέπουμε παραστατικά από το διάγραμμα η καμπύλη κόστους στην τιμή b1 TC(b1) αριστοποιείται στο σημείο TC* (b1) από την άριστη ποσότητα Q*(b1) . Η καμπύλη TC(b2) αντιπροσωπεύει την καμπύλη συνολικού κόστους στην τιμή b2. Υποθέτουμε δύο περιπτώσεις εκπτώσεων από τον προμηθευτή και οι δύο στην τιμή b2. Η μία απαιτεί παραγγελία τουλάχιστον ποσότητας k1 ενώ η δεύτερη απαιτεί παραγγελία ποσότητας τουλάχιστον k2 . Όπως φαίνεται πολύ καθαρά η περίπτωση έκπτωσης (1) συμφέρει διότι έχει ως αποτέλεσμα συνολικό κόστος μικρότερο απ' ότι στην τιμή b1 ($TC\left(\frac{k}{b_1}\right) \langle TC^*(b_1)$). Αντίθετα , στην περίπτωση της έκπτωσης (2) αγοράζοντας ποσότητα ίση ή μεγαλύτερη από k2 έχει ως αποτέλεσμα μεγαλύτερο συνολικό κόστος απ' ότι στην τιμή b1 ($TC\left(\frac{k}{b_2}\right) \rangle TC^*(b_2)$) .

Άρα στην έκπτωση (2) δεν συμφέρει να παραγγέλνουμε και προτιμάται η τιμή b1 . Ασφαλώς αν δεν υπήρχε όριο παραγγελίας από τους προμηθευτές , το κόστος με τιμή b2 θα ελαχιστοποιούνταν με την ποσότητα Q*(b2). Αυτό συμβαίνει διότι τα κόστη διατήρησης και αγοράς είναι μικρότερα όπως είναι φυσικό στην τιμή (b2) από ότι στην τιμή (b1). ($C_H(b_2) \langle C_H(b_1)$ & $C_B(b_2) \langle C_B(b_1)$) . Το κόστος ανανέωσης ασφαλώς είναι το ίδιο ($C_R(b_2) = C_R(b_1)$).

Όπως ήδη έχουμε αναφέρει η διαγραμματική μέθοδος δεν είναι ακριβής. Για να βρούμε μαθηματικά εάν συμφέρει η τιμή b2 σε ένα ορισμένο επίπεδο k υπολογίζουμε την άριστη τιμή Q* για τιμή (b2). Η άριστη αυτή τιμή υπολογίζεται από τον τύπο που είχαμε ορίσει στο υπόδειγμα Οικονομικής Ποσότητας Παραγγελίας $Q^*(b_2) = \sqrt{\frac{2c_R \cdot D}{fb_2}}$. Εφόσον η τιμή της Q* (b_2) είναι ίση ή μεγαλύτερη του ορίου k, αυτή είναι η άριστη τιμή , και το σύστημα ελαχιστοποιεί το κόστος σε αυτό το σημείο . Όταν όμως η τιμή της Q*(b_2) είναι μικρότερη του ορίου k, τότε δεν συμφέρει η παραγγελία στην τιμή (b_2). Αυτό που κάνουμε τότε, είναι να συγκρίνουμε το συνολικό κόστος για την κάθε περίπτωση τιμών b_1 και b_2 που παρέχεται για το όριο της ποσότητας k.

Συνεπώς για $Q^* = \sqrt{\frac{2c_R \cdot D}{fb_1}}$

$Q = Q^* \cdot b_1 \quad \rightarrow \quad TC^*(b_1) = \sqrt{2fb_1 c_R D} + b_1 D$

Ενώ για $Q^* = \sqrt{\frac{2c_R \cdot D}{fb_2}}$

$Q = k \quad \rightarrow \quad TC\ \frac{k}{b} \quad fb\ \frac{k}{\ } \ c\ \frac{D}{k}\ b\ D$

$TC\left(\frac{k}{b_2}\right)$, θα επιλέξουμε εκείνο που έχει τη μικρότερη τιμή . Στην τιμή που υπολογίζεται το χαμηλότερο συνολικό κόστος , εκεί αυτό ελαχιστοποιείται και το σύστημα αριστοποιείται.

Η διαδικασία αυτή μπορεί να λειτουργήσει θαυμάσια σε Η/Υ βάσει ενός λογικού διαγράμματος και είναι ιδιαίτερα χρήσιμο όταν υπάρχουν περισσότερες περιπτώσεις εκπτώσεων . Πράγματι , πρακτικά αυτό που συμβαίνει είναι οι προμηθευτές να δίνουν διαφορετικές τιμές και παράλληλα διαφορετικά όρια παραγγελίας k.Αυτό που συμβαίνει σε αυτή την περίπτωση , είναι μια επαναληπτική διαδικασία πανομοιότυπη με αυτήν που περιγράψαμε αλλά όχι τώρα για δύο τιμές αλλά για περισσότερες τιμές. Στην τιμή που δίνει το χαμηλότερο κόστος, η διαδικασία σταματάει και το σύστημα θεωρείται ότι ισορροπεί σε αυτήν την τιμή.

II) ΑΠΛΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΖΗΤΗΣΗΣ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Στον πλατύ γνωστό οικονομικό "κόσμο υπάρχει η εντύπωση ότι μια επιχείρηση ειναι βιομηχανική επειδή έται το δημιουργησε η "παράδοση" από την στιγμή της ίδρυσής της. θεωρείται δε , ότι όταν δεν συμφέρει η παραγωγή του προϊόντος από τη βιομηχανική επιχείρηση , αυτή πρέπει να "κλείσει". Αυτό βέβαια είναι μεγάλο λάθος. Μια επιχείρηση θα πρέπει να αποφασίζει αν θα προμηθεύεται αυτούσιο απο τρίτους το προϊόν ή αν θα το παράγει η ίδια ,με αποκλειστικό κριτήριο το κόστος ευκαιρίας. Τα στερεότυπα διάκρισης ριζικά της "ταυτότητας" μιας βιομηχανικής και μια εμπορικής επιχείρησης , έχουν καταριφθεί στον "βωμό" του έντονου ανταγωνισμού που υπάρχει σήμερα , και νομίζουμε "ορθώς". Είναι λοιπόν θέμα στρατηγικής που χαράζει η Διοίήκηση Marketing μιας επιχείρησης για να επιλέξει αν θα το παράγει ή αν θα το προμηθεύται αυτούσιο από τρίτους. Εντούτις , υπάρχουν πολλοί λόγοι για να προτιμά μια επιχείρηση την παραγωγή ενός είδους εκτός του χαμηλότερου κόστους. Χαρακτηριστικά αναφέρουμε την ωφέλεια από το συγκριτικό οικονομικό πλεονέκτημα , η πλήρης εκμετάλλευση εργατικού δυναμικού και κεφαλαιοχικού εξοπλισμού καθώς και η δυνατότητα παραγωγής πιο αξιόπιστων και ποιοτικών προϊόντων. Σε κάθε περίπτωση χρειάζεται ένα σύστημα ελέγχου που θα προσαρμόζεται ακριβώς στην παραγωγική διαδικασία. Τα υποδείγματα που ακολουθούν είναι ενδεικτικά της δυνατότητας ελέγχου της παραγωγής.

4) ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΕΝΟΣ ΕΙΔΟΥΣ

Η μεγαλύτερη διαφορά αυτού του υποδείγματος από το υπόδειγμα Οικονομικής Ποσότητας Παραγγελίας , είναι ο ρυθμός ανανέωσης του αποθέματος . Είναι εσφαλμένη η εντύπωση να θεωρείται η προσθήκη του αποθέματος στιγμιαία ταυτόχρονα για όλη την παραγγελόμενη ποσότητα . Ιδιαίτερα όταν πρόκειται για την παραγωγή του αποθέματος. Η ενσωμάτωση λοιπόν του αποθέματος στιγμιαία , είναι πρακτικά αδύνατη, όταν αυτό παραγγέλεται στην παραγωγική διαδικασία.

Κατά τα άλλα οι υπόλοιπες συνθήκες είναι πανομοιότυπες . Ο ρυθμός της ζήτησης D είναι γνωστός και σταθερός ενώ ο ρυθμός p ανανέωσης περιορισμένος , γνωστός και σταθερός. Ο χρόνος L εδώ αντιπροσωπεύει το χρόνο προετοιμασίας του εξοπολισμού από τη στιγμή που δίνεται η εντολή παραγωγής. b είναι η σταθερή τιμή της μονάδας του είδους που παράγεται ενώ με t_p συμβολίζεται ο χρόνος που χρειάζεται για να ανανεωθεί το απόθεμα (χρόνος παραγωγής). Στο σύστημα δεν επιτρέπεται έλλειμα . Άρα το συνολικό κόστος διαμορφώνεται από τα κόστη διατήρησης και ανανέωσης $TIC = C_H + C_R$.

Το ζητούμενο είναι η ποσότητα που θα πρέπει κάθε φορά να δίνεται σαν εντολή παραγωγής (Q) και ο χρόνος που λαβαίνει χώρα κάθε φορά η εντολή αφού έχει εβρεθεί η λειτουργική περίοδος t . Αφού δεν επιτρέπονται ελλείψεις η ποσότητα παραγγελίας θα ισούτε με το γινόμενο της ζήτησης επί την περίοδο που πραγματοποιείται . Αν η παραγωγική διαδικασία γίνεται με ρυθμό p μέσα στην περίοδο που πραγματοποιείται t_p, ισχύει

$$Q = D \cdot t \Rightarrow Q = p \cdot t_p$$

Διαγραμματικά το υπόδειγμα αυτό απεικονίζεται ως (Σχ. 7).

Με I_{max} συμβολίζεται το μέγιστο απόθεμα . Το σημείο A αποτελεί το σημείο αφετηρίας της περιόδου t και εκφράζει την εκκίνηση της παραγωγής. Το σημείο T σηματοδοτεί το τέλος της παραγωγής . Κατά το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ της αρχής και του τέλους της παραγωγής t_p, το απόθεμα παραγεται με ρυθμό p και ζητείται με ρυθμό D. Αρα ο ρυθμός ανόδου της στάθμης του αποθέματος γίνεται με p-D και το μέγιστο απόθεμα που σχηματίζεται ισούτε με $I_{max} = (p - D) \cdot t_p$ δηλαδή με τον καθαρό ρυθμό αύξησης επί το χρόνο παραγωγής . Στη συνέχεια το απόθεμα απορoφάται από τη ζήτηση με ρυθμό D , μέχρι να φθάσει το όριο ποσότητας R και να δοθεί σήμα προετοιμασίας του εξοπλισμού για νέα περίοδο παραγωγής. Μόλις ο χρόνος πρετοιμασίας L τερματισθεί , το απόθεμα που απομένει είναι μηδέν και ξεκινά πάλι η παραγωγική διαδικασία. Η συνολική ποσότητα που παράγεται είναι ίση με Q.

Ερχόμαστε τώρα στην συνάρτηση κόστους , προκειμένου να την αναλύσουμε σε επιθυμητές μεταβλητές δηλαδή συναρτήσει της ποσότητας παραγωγής Q. Το συνολικό κόστος ισούτε με $TIC = C_H + C_R$

Το κόστος διατήρησης ισούτε με $C_H = c_H \cdot I_H = c_H \cdot \frac{I_{max} + I_{min}}{2}$

Όμως το μέγιστο απόθεμα ισούτε $I_{max} = (p - D) \cdot t_p$

$$\succ \Rightarrow$$

Η δε ποσότητα Q $Q = p \cdot t_p \Rightarrow t_p = \frac{Q}{p}$

$$\Rightarrow I_{max} = (p - D) \cdot \frac{Q}{p} = \left(1 - \frac{D}{p}\right) \cdot \frac{Q}{2}$$

Το ελάχιστο απόθεμα που επιτρέπεται είναι μηδέν ($I_{min} = 0$) .

Άρα $\quad I_H = \dfrac{\left(1-\dfrac{D}{p}\right)\cdot Q+0}{2} \Rightarrow I_H = \left(1-\dfrac{D}{p}\right)\cdot\dfrac{Q}{2}$

Συνεπώς $\quad C_H = c_H\left(1-\dfrac{D}{p}\right)\cdot\dfrac{Q}{2}$

Ξέρουμε επίσης ότι το κόστος ανανέωσης ισούτε $C_R = c_R\cdot I_R = c_R\cdot\dfrac{D}{Q}$

Οποτε το συνολικό κόστος διαμορφώνεται σε

$$TIC = C_H + C_R \Rightarrow TIC = c_H\left(1-\frac{D}{p}\right)\cdot\frac{Q}{2} + c_R\cdot\frac{D}{Q}$$

Ακολουθώντας από εδώ και πέρα τους αλγόριθμους αριστοποιήσης που εφαρμόσαμε στα προηγούμενα υποδείγματα , προκύπτουν οι άριστες τιμές που θέτουν σε ισορροπία το σύστημα ελέγχου παραγωγής. Η άριστη παραγώμενη ποσότητα Q* ισούτε με

$$Q^* = \sqrt{\frac{2c_R\cdot Q}{c_H\left(1-\dfrac{D}{p}\right)}} \qquad (1)$$

Από την (1) προκύπτει με αντικατάσταση $t^* = \dfrac{Q^*}{D}$

Οι τιμές αυτές ελαχιστοποιούν το κόστος TIC στην τιμή

$$TIC^* = \sqrt{2c_H\left(1-\frac{D}{p}\right)\cdot c_R\cdot D}$$

Που σημαίνει ότι το συνολικό κόστος του υποδείγματος αυτού , είναι ακριβώς ίδιο με του κλασσικού υποδείγματος με τη διαφορά ότι αντί για ρυθμό ενσωμάτωσης του αποθέματος στιγμιαίο (άπειρο) ,ο ρυθμός εδώ είναι ($-\dfrac{D}{p}$).

Όσο το p τείνει στο άπειρο ($p \to \infty$) το κλάσμα τείνει στο μηδέν και ο συντελεστής (ρυθμός) τείνει στην μονάδα .

5) ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΟΙΚ/ΚΗΣ ΠΟΣ/ΤΑΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ ΠΟΛΛΩΝ ΠΡΟΙΟΝΤΩΝ

Πολλές φορές μια επιχείρηση βρίσκεται στη θέση να παράγει όχι ένα αλλά περισσότερα προϊόντα. Αυτό ασφαλώς χρειάζεται να παρακολουθηθεί ειδικά από ένα σύστημα ελέγχου αποθεμάτων. Και βέβαια όταν τα προϊόντα παράγονται σε ξεχωριστούς εξοπλισμούς παραγωγής, το προηγούμενο εξετασθέν υπόδειγμα καλύπτει πλήρως τον έλεγχο. Όμως συνήθως μια σειρά από προϊόντα προγραμματίζονται να παραχθεύν από τον ίδιο μηχανολογικό εξοπλισμό, μέσα σε μια περίοδο χρόνου. Και όπως είναι φυσικό η δυναμικότητα και διαθεσιμότητα του μηχανολογικού εξοπλισμού στη συγκεκριμένη περίοδο είναι περιορισμένη. Επιβάλλεται οι παραγωγές των διαφορετικών προϊόντων να προγραμματιστούν χρονικά με τέτοιο τρόπο, ώστε ο διαφορετικός χρόνος παραγωγής κάθε προϊόντος να καρανεμηθεί με τέτοιο συνδιασμό που να ελαχιστοποιεί το κόστος παραγωγής. Το πρόβλημα εδώ είναι ο προσδιορισμός της άριστης ποσότητας και του χρόνου παραγωγής όλων των προϊόντων έτσι ώστε και η ζήτηση να ικανοποιείται για κάθε προϊόν και το κόστος παραγωγής και αποθεμάτων να είναι το χαμηλότερο δυνατό. Με λίγα λόγια ο άριστος αυτός ιδεώδης συνδιασμός δεν είναι τίποτε άλλο παρά ο άριστος αριθμός των κύκλων παραγωγής των παραγόμενων προϊόντων με το χαμηλότερο δυνατό κόστος.

Στο υπόδειγμα αυτό η D_i αποτελεί τον ετήσιο ρυθμό ζήτησης των προϊόντων ενώ το d_i τον ημερήσιο ρυθμό ζήτησης των προϊόντων. P_i είναι ο ημερήσιος ρυθμός παραγωγής ενώ $t_{P\cdot i}$ ο χρόνος παραγωγής σε κάθε κύκλο. Το σύστημα δεν αναγνωρίζει έλλειμα. Άρα το συνολικό κόστος παραγωγής ισούτε με το αλγεβρικό άθροισμα του κόστους παραγωγής $C_{P\cdot i}$,του κόστους διατήρησης $C_{H\cdot i}$ και βέβαια του κόστους προετοιμασίας του μηχανολογικού εξοπλισμού $C_{R\cdot i}$. Άρα το συνολικό κόστος διαμορφώνεται σε $TC=C_P+C_H+C_R$.

Τα ζητούμενα είναι ο αριθμός των κύκλων παραγωγής σε ένα χρόνο (n) και η ποσότητα παραγωγής Q_i σε κάθε κύκλο.
Το ετήσιο κόστος παραγωγής C_P αναλύεται σε :

$$C_P=C_{P\cdot 1}\cdot D_1+C_{P\cdot 2}\cdot D_2+\ldots+C_{P\cdot m}\cdot D_m \Rightarrow C_P=\sum_{i=1}^{m} C_{P\cdot i}\cdot D_i \qquad (1)$$

Εφόσον σε ένα έτος παραγωγής έχουμε n κύκλους παραγωγής, το ετήσιο κόστος ανανέωσης θα είναι :

$$C_R=n\cdot\left(C_{R\cdot 1}+C_{R\cdot 2}+\ldots+C_{R\cdot m}\right) \Rightarrow C_R=n\cdot\sum_{i=1}^{m} C_{R\cdot i} \qquad (2)$$

δηλαδή n φορές το κόστος ανανέωσης προϊόντων.
Το κόστος διατήρησης των αποθεμάτων είναι : $C_H=c_H\cdot I_H$
Το μέσο απόθεμα ορίζεται - όπως είδαμε και στο προηγούμενο υπόδειγμα - σε : $I_{H\cdot i}=\left(1-\frac{d_i}{p_i}\right)\cdot\frac{Q_i}{2}$

Άρα : $C_H=C_{H\cdot i}\left(1-\frac{d_i}{p_i}\right)\cdot\frac{Q_i}{2}$

Επειδή όμως για ετήσια ζήτηση $D_i=n\cdot Q_i$ (n φορές την ποσότητα Q_i) :

$$C_H=c_{H\cdot i}\left(1-\frac{d_i}{p_i}\right)\cdot\frac{D_i}{2\cdot n} \qquad \rightarrow \qquad \text{Μέσο Ετήσιο Κόστος Διατήρησης}$$

Για m προϊόντα μέσα σε ένα χρόνο n φορές κύκλων το ετήσιο κόστος διατήρησης θα είναι :

$$C_H=\sum_{i=1}^{m} C_{H\cdot i} \Leftrightarrow C_H=\frac{1}{2\cdot n}\sum_{i=1}^{m} C_{H\cdot i}\left(1-\frac{d_i}{p_i}\right)\cdot D_i \qquad (3)$$

Από τις (1),(2) & (3) προκύπτει η συνάρτηση συνολικού κόστους :

$$TC=\sum_{i=1}^{m} C_{P\cdot i}\cdot D_i+n\sum_{i=1}^{m} C_{R\cdot i}+\frac{1}{2\cdot n}\sum_{i=1}^{m} C_{H\cdot i}\left(1-\frac{d_i}{p_i}\right)\cdot D_i$$

Ακολουθώντας τους αλγόριθμους αριστοποίησης και εφόσον ισχύουν οι συνθήκες α΄ και β΄ τάξης, ευρίσκουμε τον αριθμό των κύκλων παραγωγής που ελαχιστοποιεί την συνάρτηση συνολικού κόστους από τον τύπο :

$$n^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} C_{H \cdot i} \cdot \left(1 - \frac{d_i}{p_i}\right) \cdot D_i}{2 \sum_{i=1}^{m} C_{R \cdot i}}} \qquad (4)$$

Την δε άριστη ποσότητα παραγωγής από τον τύπο :

$$Q_i^* = \frac{D_i}{n^*} \qquad (5)$$

Από τις (4) και (5) προκύπτει η συνάρτηση του ελάχιστου (άριστου) συνολικού κόστους :

$$TC^* = \sum_{i=1}^{m} C_{P \cdot i} \cdot D_i + \frac{1}{n^*} \sum_{i=1}^{m} \left[C_{H \cdot i} \left(1 - \frac{d_i}{p_i}\right) \cdot D_i \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow TC^* = \sum_{i=1}^{m} C_{p \cdot i} \cdot D_i + 2 \cdot n^* \sum_{i=1}^{m} C_{R \cdot i}$$

Τέλος, να συμπληρώσουμε ότι για να λειτουργήσει το παραπάνω σύστημα θα πρέπει πρώτινος να έχει σχεδιασθεί ο χρονικός προγραμματισμός των παραγόμενων προϊόντων. Ο χρονικός προγραμματισμός επίσης θα προβλέπει την αντίδραση (συμπεριφορά) της παραγωγικής διαδικασίας για τυχόν βλάβες, παραγωγή σκάρτων προϊόντων (scrap), ποιοτικό έλεγχο (quality control) κ.λ.π. Αναλόγως προσαρμόζεται και τό σύστημα ελέγχου αποθεμάτων .

Διαγραμματικά το υπόδειγμα μπορεί να πάρει την παρακάτω μορφή - ενδεικτικά στο σχεδιάγραμμα για δύο προϊόντα (Σχ. 8) :

Σε περίπτωση που ο χρονικός προγραμματισμός προβλέπει και αδράνει για ένα διάστημα, αυτή παραμβάλεται εκεί που αυτή προβλέπεται (π.χ. μετά από δύο κύκλους).

6) ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΕΝΟΣ ΠΡΟΙΟΝΤΟΣ ΜΕ ΕΛΛΕΙΨΕΙΣ

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει τις περισσότερες φορές συμφέρει ένα σύστημα να λειτουργεί με ελλείψεις επειδή αυτό μειώνει το συνολικό κόστος αποθεμάτων. Έτσι, αυτό το υπόδειγμα σε σχέση με το παραπάνω υπόδειγμα (4) που παρουσιάσαμε χωρίς ελλείψεις, έχει τη διαφορά ότι η ανανέωσή του αποθέματος γίνεται αφού δημιουργηθούν ελλείψεις. Κατά τα άλλα ο ρυθμός ζήτησης D είναι γνωστός και σταθερός, ο χρόνος προετοιμασίας L γνωστός και σταθερός, η τιμή μονάδας του είδους επίσης σταθερή. Με t_p συμβολίζουμε το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί για την προετοιμασία του εξοπλισμού. Το υπόδειγμα διαγραμματικά εμφανίζει την παρακάτω μορφή (Σχ. 9) :

Η περίοδος ξεκινάει από το σημείο Α. Στο σημείο Α ξεκινάει η παραγωγική διαδικασία. Στην περίοδο t_p η παραγόμενη ποσότητα παράγεται με ρυθμό $Q = p \cdot t_p$ και αποροφάται με ρυθμό $p - D$. Στο σημείο Τ σταματάει η παραγωγική διαδικασία, μέχρι να φθάσει στο σημείο παραγγελίας R - που υποθετικά για λόγους ευκολίας ορίζουμε το μηδέν. Στο σημείο Σ δίνεται σήμα για προετοιμασία του εξοπλισμού. Στο σημείο Κ το έλλειμα έχει φθάσει στο κατώτατο σημείο του όταν ξεκινάει η παραγωγική διαδικασία. Καθ' όλη την περίοδο t, η ζήτηση έχει ρυθμό D. Άρα η παραγόμενη ποσότητα ισούτε με $Q = D \cdot t$.

Το συνολικό κόστος αποτελείται από το κόστος διατήρησης, το κόστος έλλειψης και το κόστος ανανέωσης. Άρα : $ΠC = C_H + C_S + C_R$.

Το κόστος διατήρησης ισούτε ως γνωστόν : $C_H = c_H \cdot I_H$ με $I_H = \dfrac{I_{\max} + I_{\min}}{2} \cdot l_1$.

Ο χρόνος που το σύστημα διατηρεί είναι t_1, ενώ το ελάχιστο απόθεμα της περιόδου είναι μηδέν ($I_{\min} = 0$), και το μέγιστο απόθεμα που διατηρεί το σύστημα είναι : $I_{\max} = TE \Rightarrow I_{\max} = T\Delta - E\Delta$. Αλλά το ΤΔ αντιπροσωπεύει το ρυθμό με τον οποίο ανανεώνεται το απόθεμα :

$$T\Delta = (p - D) \cdot t_P \cdot \Rightarrow T\Delta = (p - D) \cdot \frac{Q}{p} \Rightarrow \quad T\Delta = \left(1 - \frac{D}{p}\right) \cdot Q \qquad (1)$$

Το ΕΔ είναι η διαφορά της παραγόμενης ποσότητας και του μέγιστου αποθέματος : $E\Delta = Q - M$ (2)

Από τις (1) & (2) έχουμε :

$$I_{\max} = T\Delta - E\Delta \Rightarrow I_{\max} = \left(1 - \frac{D}{p}\right) \cdot Q - (Q - M) \Rightarrow I_{\max} = M - Q \cdot \frac{D}{p} \qquad (3)$$

Το ποσοστό του χρόνου l_1 ισούτε με : $l_1 = \dfrac{t_1}{t} = \dfrac{TE}{E\Delta}$ (4)

Από τις (1),(2),(3) & (4) προκύπτει ότι :

$$l_1 = \frac{t_1}{t} \Rightarrow l_1 = \frac{M - Q \cdot \dfrac{D}{p}}{Q \cdot \left(1 - \dfrac{D}{p}\right)} \qquad (5)$$

Από τις (3) & (5) το Μέσο Απόθεμα διαμορφώνεται σε :

$$I_H = \frac{I_{\max} + I_{\min} \cdot l_1}{2} \Rightarrow I_{\max} = \left[\frac{\left(M - Q \cdot \dfrac{D}{p}\right) + 0}{2}\right] \cdot \left[\frac{\left(M - Q \cdot \dfrac{D}{p}\right)}{Q \cdot \left(1 - \dfrac{D}{p}\right)}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{\max} = \frac{\left(M - Q \cdot \dfrac{D}{p}\right)^2}{2 \cdot Q \cdot \left(1 - \dfrac{D}{p}\right)}$$

Τώρα μπορούμε να ορίσουμμε το κόστος διατήρησης :

$$C_H = c_H \cdot \frac{\left(M - Q \cdot \dfrac{D}{p}\right)^2}{2 \cdot Q \cdot \left(1 - \dfrac{D}{p}\right)}$$

Το κόστος έλλειψης ισούτε ως γνωστόν με :

$C_S = c_S \cdot I_S$ με $I_S = \dfrac{I^-_{\min} + I^-_{\max}}{2} \cdot l_2$

Το ελάχιστο έλλειμα που επιτρέπει το σύστημα είναι μηδέν ($I^-_{\min} = 0$) ενώ το μέγιστο έλλειμα ισούτε όπως βλέπουμε από το σχεδιάγραμμα, με ΕΔ ή τη διαφορά παραγώμενης ποσότητας Q και του μεγίστου αποθέματος μέσα στην περιόδο (M) : $I^-_{\max} = Q - M$ (6)

Το l_2 που είναι το ποσοστό του χρόνου με ελλείψεις στην περίοδο t ισούτε

με : $l_2 = \dfrac{t_2}{t_1} \Rightarrow l_2 = \dfrac{\mathrm{E\Delta}}{\mathrm{T\Delta}} \Rightarrow l_2 = \dfrac{Q - M}{Q \cdot \left(1 - \dfrac{D}{p}\right)}$ (7) αφού $\mathrm{T\Delta} = t = Q \cdot \left(1 - \dfrac{D}{p}\right)$

Από τις (6) & (7) προκύπτει :

$$I_S = \frac{I^-_{\min} + I^-_{\max}}{2} \Rightarrow I_S = \left[\frac{0 + (Q - M)}{2}\right] \cdot \left(\frac{Q - M}{\left(1 - \dfrac{D}{p}\right) \cdot Q}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_S = \frac{(Q - M)^2}{2 \cdot Q \cdot \left(1 - \dfrac{D}{p}\right)}$$

Άρα το κόστος έλλειψης διαμορφώνεται σε :

$$C_S = c_S \cdot I_S \Rightarrow C_S = c_S \cdot \frac{(Q - M)^2}{2 \cdot Q \cdot \left(1 - \dfrac{D}{p}\right)}$$

Το κόστος ανανέωσης ισούτε ως γνωστόν με :

$$C_R = c_R \cdot I_R \Rightarrow C_R = c_R \cdot \frac{D}{Q}$$

Άρα η συνάρτηση συνολικού κόστους διαμορφώνεται :

$$TIC = c_H \cdot \frac{\left(M - Q \cdot \dfrac{D}{p}\right)^2}{2 \cdot Q \cdot \left(1 - \dfrac{D}{p}\right)} + c_S \cdot \frac{(Q - M)^2}{2 \cdot Q \cdot \left(1 - \dfrac{D}{p}\right)} + c_R \cdot \frac{D}{Q}$$

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του απειροστικού λογισμού και τους αλγόριθμους αριστοποίηση καθώς και τη βοηθητική συνάρτηση $\bar{c} = \dfrac{1 - \dfrac{D}{p}}{\dfrac{1}{c_H} + \dfrac{1}{c_S}}$ που προκύπτει από την παραπάνω συνάρτηση συνολικού κόστους, για απλοποίηση των τύπων, παίρνουμε τις άριστες τιμές :

Συνολικού Κόστους : $TIC^* = \sqrt{2 \cdot c_R \cdot D \cdot \bar{c}}$

Άριστη Ποσότητα Παραγωγής : $Q^* = \dfrac{TIC^*}{\bar{c}}$

Ενώ το Άριστο Μέγιστο Απόθεμα ισούτε με : $M^* = \dfrac{TIC^*}{c_H}$

Από τα παραπάνω γίνεται κατανοητό ότι η διαφορά αυτού του Υποδείγματος από το Υπόδειγμα (4) συνίσταται στην ύπαρξη κόστους έλλειψης. Επιπλέον, στην περίπτωση που η ανανέωση γινόταν στιγμιαία, τότε το Υπόδειγμα θα προσέγγιζε το κλασσικό σύστημα οικονομικής ποσότητας παραγγελίας , ουσιαστικά δηλαδή το Υπόδειγμα (1).

III) ΠΙΘΑΝΟΛΟΓΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΖΗΤΗΣΗΣ

Η εμφάνιση σταθερής και ομοιόμορφης ζήτησης για όλη τη λειτουργική περίοδο, είναι πολύ σπάνια στην καθημερινή επιχερηματική πρακτική. Και είνα φύση αδύνατον να εκφράσουμε μια τέτοια ζήτηση με απλή αριθμητική. Μια τέτοια αβέβαιη ζήτηση, δήναται να εκφραστεί μόνο με στατιστική κατανομή. Επιπλέον, η ανανέωση των αποθεμάτων για πολλά είδη είναι δυνατόν να γίνει μόνο μια φορά κάθε προγραμματισμένη περίοδο. Η συνεχής διαφοροποίηση προϊόντων στην σημερινή εποχή, ενισχύει τα "σενάρια" για μοναδική ανανέωση πολλών ειδών.

Τα συστήματα ελέγχου που προσπαθούν να "χαλιναγωγήσουν" τα αποθέματα με τις παραπάνω επιχειρηματοοικονομικές συνθήκες λέγονται μονοσταδιακά συστήματα. Σ' ένα μονοσταδιακό υπόδειγμα εκτός από την πιθανολογική ζήτηση υπάρχουν και τα εξής χαρακτηριστικά :

Το κόστος παραγωγής C και η τιμή Πώλησης B είναι γνωστά για κάθε μονάδα προϊόντος.

Κάθε πλεόνασμα λόγω υπερεκτίμησης της ζήτησης, θεωρείται ότι πωλείται αργότερα σε μειωμένη τιμή, η οποία είναι μικρότερη από το κόστος παραγωγής .

Σε περίπτωση υποεκτίμησης της ζήτησης και εμφάνιση ελλείψεως αποθεμάτων, δημιουργείται ένα κόστος που ισούτε με το διαφυγόν κέρδος από την τιμή πώλησης και το κόστος (B-C).

Σκοπός ενός μονοσταδιακού προβλήματος είναι, μετά από όσο το δυνατόν επιτυχής εκτίμηση της πιθανολογικής ζήτησης από τις δεδομένες στατιστικές κατανομές, η ελαχιστοποίηση του κόστους σε κάθε περίοδο. Η επιτυχία του συστήματος θα εξαρτηθεί από την σωστή εκτίμηση της ζήτησης, που είναι συνάρτηση της εγκυρότητας των δεδομένων πάνω στα οποία στηρίχθηκαν οι στατιστικές κατανομές.

7) ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ BAYES

Όπως αναφέραμε παραπάνω, στα πιθανολογικά συστήματα η ζήτηση δίδεται μέσω στατιστικής κατανομής δηλαδή, ενός πίνακα τιμών και συχνοτήτων που εκφράχουν τον αριθμό εμφάνισης των τιμών. Έτσι αν Q είναι η ποσότητα και D η ζήτηση, για ποσότητα παραγγελίας :

$Q = \{0,1,2,\ldots,m\}$ η ζήτηση μπορεί να πάρει τις τιμές :

$D = \{0,1,2,\ldots,m\}$ με πιθανότητα εμφάνισης :

$P_{t(D)} = \left\{P_{t(0)}, P_{t(1)}, P_{t(2)}, \ldots, P_{t(m)}\right\}$

Για λόγους ευκολίας θεωρούμε ότι για οποιαδήποτε τιμή της ζήτησης, αυτή κατανέμεται ομοιόμορφα μέσα στη χρονική περίοδο. Υπάρχουν δύο περιπτώσεις που μπορούν να συμβούν :

α) Η ζήτηση να είναι μικρότερη του αποθέματος και λόγω αυτής της υπερεκτίμησής της υπάρχει ένα κόστος υπερεκτίμησης C_1 που θα ισούτε με την τιμή Αγοράς C μείον την τιμή "προσφοράς" (για το "ξεφόρτωμα" του πλεονάσματος) S : $C_1 = C - S$

β) Η ζήτηση να είναι μεγαλύτερη της ποσότητας παραγγελίας άρα δημιουργείται ένα κόστος υποεκτίμησης C_2 ίσο με τη διαφορά της τιμής πώλησης B μείον την τιμή αγοράς C : $C_2 = B - C$

Για κάθε πιθανότητα εμφάνισης μιας τιμής ζήτησης αντιστοιχεί διαφορετικός συνδιασμός κόστους και κέρδους. Η ζήτηση δηλαδή, είναι η ανεξάρτητη μεταβλητή από την οποία εξαρτάται όλο το σύστημα. Σε κάθε περίπτωση θα υπάρχει ένα κόστος είτε υποεκτίμησης είτε υπερεκτίμησης εκτός από το απόλυτο σημείο της ισοποπίας. Το αποτέλεσμα από την επιλογή μιας ορισμένης ποσότητας Q για παραγγελίας είναι η αλληλοσυσχέτηση των ενδεικτικών αποτελεσμάτων από κάθε τιμή που έλαβε η ζήτηση D υπό τις πιθανότητες $p_{(D)}$. Από τα διαφορετικά κόστη που δημιουργούνται σε κάθε περίπτωση, διαμορφώνεται το συνολικό κόστος παραγγελίας που αναμένεται. Το συνολικό αναμενόμενο κόστος για παραγγελόμενη ποσότητα Q ισούτε με το αλγεβρικό άθροισμα του αναμενόμενου κόστους πλεονάσματος και έλλειψης :

$TEC_{(Q)} = EC_1(Q) + EC_2(Q)$

Το κάθε κόστος δίνεται και από ένα διαφορετικό τύπο. Το κόστος πλεονάσματος ορίζεται ως : $EC_{1(Q)} = \sum_{D < Q} C_1 \cdot (Q - D) \cdot p_{(D)}$ (1)

Ενώ το κόστος έλλειψης ισούτε με : $EC_{2(Q)} = \sum_{D \geq Q} C_2 \cdot (D - Q) \cdot p_{(D)}$ (2)

Συνεπώς το Αναμενόμενο Συνολικό Κόστος - (1)&(2)- ανέρχεται σε :

$$TEC_{(Q)} = \sum_{D < Q} C_1 \cdot (Q - D) \cdot p_{(D)} + \sum_{D \geq Q} C_2 \cdot (D - Q) \cdot p_{(D)}$$

Να σημειώσουμε ότι όπως φαίνεται καθαρά από τον ορισμό του Συνολικού Κόστους, οι πιθανότητες είναι αυτές που καθορίζουν ουσιαστικά το τελικό αποτέλεσμα.

Η μέθοδος Bayes προτείνει ως λύση την πειραμματική επίλυση της συνάρτησης κόστους με διάφορες ποσότητες παραγγελίας με σκοπό την εύρεση αυτής που ελαχιστοποιεί το Συνολικό Κόστος. Μόλις βρεθεί αυτή η ποσότητα, το σύστημα ισορροπεί, και έχουμε καταλήξει στις άριστες τιμές ποσότητας Q* και Συνολικού Κόστους TEC*. Αν υποθέσουμε ότι η τιμή α (Q=α) ελαχιστοποιεί την συνάρτηση κόστους, τότε λέμε ότι :

$TEC_{(a)} \rightarrow TEC^* \ \& \ Q^*$ για Q=α

8) ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ

Η μέθοδος του Bayes μπορεί να φανεί χρήσιμη μόνο όταν έχουμε να κάνουμε με μικρές ποσότητες παραγγελίας. Αντίθετα όταν οι ποσότητες παραγγελίας είναι πολλές, οι συνδιασμοί είναι πολλαπλάσιοι και δυσχερένεται το έργο "εντόπισης" της βέλτιστης λύσης με αυτή τη μέθοδο.

Αυτό το πρόβλημα έρχεται να λύσει η μέθοδος της ανάλυσης μεταβολών. η μέθοδος αυτή στηρίζεται στις αρχές τις μικροοικονομικής και συγκεκριμένα στην καμπύλη αυξητικού κόστους, η γνωστή με το σχήμα "Βε" (U). Σύμφωνα με αυτή τη θεωρία, υπάρχει ένα σημείο της καμπύλης έστω D*, στο οποίο αριστοποιούνται οι δύο μεταβλητές Q* & TEC*. Στο σημείο αυτό D* ελαχιστοποιείται το κόστος. Για κάθε σημείο αριστερά ή δεξιά του D* το κόστος είναι υψηλότερο. Με τη διαφορά πως όταν ένα σημείο είναι αριστερά του άριστου σημείου D*, υπάρχουν περιθώρια συμπίεσης του κόστους ενώ αντίθετα για κάθε σημείο δεξιά του D* το κόστος αυξάνει σε πολλαπλάσια κλίμακα. Αυτό πολύ απλά σημαίνει ότι, την παραγγελόμενη ποσότητα όσο την αυξάνουμε ρίχνουμε το κόστος μέχρι η παραγγελόμενη να είναι Q* όπου συναντάει την καμπύλη Αναμενόμνου Κόστους στο D* . Για περεταίρω αύξηση της παραγγελόμενης ποσότητας έχουμε αύξηση του Αναμενόμενου Κόστους TEC. Διαγραμματικά αυτό απεικονίζεται ως εξής (Σχ. 10):

Από το διάγραμμα φαίνεται καθαρά ότι αριστερά του D* το κόστος μειώνεται ($\Delta C_{(Q)}$ $\downarrow$) ενώ δεξιά του D* αυξάνεται ($\Delta C_{(Q)}$ $\uparrow$).

Από μαθηματικής πλευράς, για να ορίσουμε αλγεβρικά την άριστη ποσότητα παραγγελίας, υπολογίζουμε τα επιμέρους κόστη για κάθε τιμή ποσότητας Q.Αρκεί να εντοπίσουμε τις δύο τιμές (πλευρικά όρια της συνάρτησης) που βρίσκονται αριστερά και δεξιά του άριστου σημείου D*. Τα επιμέρους διαφορικά κόστη υπολογίζονται από τον τύπο : $DC_{(Q)} = TEC_{(Q)} - TEC_{(Q-1)}$

Το σύστημα έχει επιλυθεί, υπολογίζοντας την εξίσωση :
$DC_{(Q-1)} < 0 < DC_{(Q)}$

Ασφαλώς επειδή η ζήτηση ορίζεται πιθανολογικά, θα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε την δοθήση τιμή επί την πιθανότητα αυ΄τη να συμβεί. Υπολογίζοντας τις επιμέρους πιθανότητες για κάθε τιμή της Q , στον πρώτο θετικό αριθμό που ευρεθεί, εκεί αριστοποιείται το σύστημα και η διαδικασία σταματάει. Έτσι η μέθοδος καθορίζει την άριστη λύση, στο σημείο που οι d μεταβολές στο κόστος TEC , αλλάζουν από αρνητικές σε θετικές. Για να ελεγθεί η ευρισκόμενη άριστη λύση, χρησιμοποιούμε την αποδεδειγμένη σχέση : $p(D < Q) \leq \frac{c_2}{c_2 + c_1}$

Όπου : $p(D < Q)$ = Η προσαρμοσμένη αθροιστική πιθανότητα για ζήτηση D μικρότερη της ποσότητας παραγγελίας Q .

C_2 = Κόστος υποεκτίμησης D.

C_1 = Κόστος υπερεκτίμησης D.

Όπως είναι φανερό, το μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου ανάλυσης μεταβολών είναι ότι δεν χρειάζεται να υπολογίσουμε όλες τις πιθανές τιμές για να συγκρίνουμε στο τέλος των υπολογισμών το κόστος. Αρκεί η εύρεση των τιμών (πλευρικών ορίων lim - και lim+) που εσωκλείουν την άριστη τιμή D* για Q* και TEC*.

9) ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΠΙΘΑΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΖΗΤΗΣΗΣ

Το "κλασσικό" πρότυπο πιθανολογικής ζήτησης καλείται να δώσει λύσεις εκεί που η ζήτηση ενός προϊόντος δεν είναι γνωστή ούτε και μπορεί να προβλεφθεί κατά προσέγγιση σε συγκεκριμένο αριθμό. Η βασική διαφορά αυτού του πιθανολογικού υποδείγματος από τα άλλα είναι η πολυπλοκότητα στον υπολογισμό του "βέλτιστου" αποθέματος. Γι' αυτό και όπου μπορεί να εφαρμοσθεί το υπόδειγμα ανάλυσης μεταβολών πρέπει να προτιμάται.

Στο πρότυπο πιθανολογικής ζήτησης η μόνη ουσιαστική πληροφόρηση που υπάρχει είναι μια εκτίμηση της κατανομής πιθανότητας της ζήτησης. Αν D είναι η τυχαία μεταβλητή της ζήτησης τότε $P_D(d)$ είναι η πιθανότητα η ζήτηση να είναι ίση με d. Δηλαδή: $P_D(d) = P\{D = d\}$. Εννοείται πως αν δεν γνωρίζουμε ούτε την κατανομή της ζήτηση τότε καμιά παραδεκτή μαθηματική μέθοδος δεν μπορεί να προβλέψει την ποσότητα διατήρησης αποθέματος. Υπόθετουμε ότι έχουμε κόστος διατήρησης h ανά μονάδα προϊόντος και κόστος έλλειψης p ανά μονάδα προϊόντος. Ας υποθέσουμε αρχικά ότι δεν υπάρχει αρχικό απόθεμα. Τότε y είναι η παραγόμενη ή αγοραζόμενη ποσότητα προϊόντος. Επιδιώκουμε ένα "άριστο" απόθεμα που ελαχιστοποιεί κόστος διατήρησης και έλλειψης, άρα διερευνούμε για εκείνη τη στάθμη του αποθέματος που ελαχιστοποιεί το άθροισμα των παραπάνω στοιχείων κόστους.

Υποθέτουμε ότι η πωλούμενη ποσότητα είναι D (αν $D < y$) και y (αν $D \geq y$) και προσδοκούμε $\min D, y$. Το κόστος που συνεπάγεται είναι: $C(D, y) = cy + p\max + (0, D-y) + h\max(0, y-D)$

Αφού η ζήτηση είναι πιθανολογική ευνότητο είναι ότι και το κόστος είναι πιθανολογικό, άρα:

$$C(y) = E[C(D, y)] = \sum_{d=0}^{\infty} [cy + p\max(0, d-y) + h\max(0, y-d)] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_d(d) = cy + \sum_{d=y}^{\infty} p(d-y) P_D(d) + \sum_{d=0}^{y-1} h(y-d) P_D(d)$$

Όταν η ζήτηση παίρνει μεγάλο αριθμό δυνατών τιμών, είναι σχεδόν αδύνατο να βρεθεί ένα μοντέλο που απεικονίζει άριστα την συγκεκριμένη κατανομή πιθανότητας. Γι' αυτό θεωρούμε ότι η ζήτηση είναι συνεχής διότι, ασυνεχής ζήτηση σημαίνει πολύπλοκες δυσεπίλυτες εξισώσεις. Αν $\varphi_{(D)}(\xi)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της συνεχής ζήτησης και $c(y)$ το προκύπτον κόστος επειδή $E[g(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(y) fx(y)\, dy$, προκύπτει ότι:

$$C(y) = E[c(D, y)] = \int_0^{\infty} [cy + p\max(0, \xi - y)\ h\max(0, y - \xi)]$$

$$\varphi_D(\xi)\, d\xi = cy + \int_y^{\infty} p(\xi - y)\, \varphi_D(\xi)\, d\xi + \int_0^{y} h(y - \xi)\, \varphi_D(\xi)\, d\xi^* =$$

$$= cy + L(y)$$

όπου: $L(y)$ = Κόστος διατήρησης + Κόστος έλλειψης

Ποιά όμως είναι η τιμή y που ελαχιστοποιεί το κόστος $C(y)$; Υποθέτουμε ότι y^* είναι η ποσότητα που ελαχιστοποιεί το $C(y)$. Τότε: $\varphi_{(y^*)} = \frac{p-c}{p+h}$

όπου: $\varphi_{(a)}$ = συνάρτηση αθροιστικής κατανομής της τυχαίας μεταβλητής της ζήτησης ($\varphi_{(a)} = \int_0^a \varphi_D(\xi)\, d\xi$).

Αν η ζήτηση D είναι μια ασυνεχής τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση αθροιστικής κατανομής: $F_D(b) = \sum_{d=0}^{b} P_D(d)$ τότε η άριστη ποσότητα παραγγελίας είναι ο μικρότερος (ακέραιος) αριθμός που ικανοποιεί τη θεμελιώδη συνθήκη: $F_D(y^*) \geq \frac{p-c}{p+h}$.

Αυτά ισχύουν όταν η επιχείρηση ανανεώνει τα αποθέματά της χωρίς να διατηρεί αρχικό απόθεμα (stock). Στην πράξη όμως ως γνωστόν πάντα οι επιχειρήσεις πριν κάνουν παραγγελίες ήδη έχουν κάποια ποσότητα του εμπορεύματος στις αποθήκες τους. Αυτό αλλάζει ελαφρά την άριστη πολιτική αποθεμάτων αφού το πρόβλημα μετατίθεται στον προσδιορισμό της y, έχοντας υπόψιν την διατήρηση αρχικού αποθέματος x. Άρα η παραγγελόμενη κάθε φορά ποσότητα διαμορφώνεται σε:

Διαθέσιμη ποσότητα (y) = Αρχικό Απόθεμα (x) + Παραγγελόμενη Ποσότητα (y - x). Με τη σειρά του το κόστος από $C(y)$ διαμορφώνεται σε:

$$\min_{y \geq x}\left[c(y-x) + \int_y^{\infty} p(\xi - y)\, \varphi_D(\xi) d\xi + \int_0^{y} h(y-\xi)\, \varphi_D(\xi) d\xi \right]$$

Υποθέτουμε ότι το σύστημα διαμορφώνεται χωρίς ελλείψεις $(y \geq x)$ άρα το σύστημα διαμορφώνεται σε:

$$\min_{y \geq x}\left[-cx + \left(\int_y^{\infty} p(\xi - y)\, \varphi_D(\xi) d\xi + \int_0^{y} h(y-\xi)\, \varphi_D(\xi) d\xi + cy \right)\right]$$

όπου: $y = \begin{cases} y^* \\ x \end{cases}$

οπότε: Για $x \geq y^*$ δεν πραγματοποιείται παραγγελία

Για $x < y^*$ γίνεται παραγγελία μέχρι y^* $(y^* - x)$

όπου: $y^* \rightarrow \varphi(y^*) = \frac{p-c}{p+h}$.

Από το υπόδειγμα οικονομικής ποσότητας παραγγελίας είχαμε αναφερθεί στην ύπαρξη κόστους ανανέωσης σε κάθε παραγγελία. Μάλιστα μπορεί να πάρει πολύ υψηλές τιμές αν ο τόπος προμήθευσης είναι μακριά από την επιχείρηση. Ας υποθέσουμε ότι το κόστος ανανέωσης είναι k. Τότε το συνολικό κόστος $L(y)$ διαμορφώνεται σε:

$$L(y) = p\int_y^{\infty} (\xi - y)\, p_D(\xi) d\xi + h\int_0^{y} (y-\xi)\, \varphi_D(\xi) d\xi$$

προσθέτοντας το κόστος ανανέωσης k

α) $\begin{cases} k + c(y - x) + L(y) & \text{για } y > x \quad (1) \\ L(x) & \text{για } y = x \quad (2) \end{cases}$

Από την (1) προκύπτει ότι για $S \le x \le S$:

$k + cy + L(y) \ge cx + L(x) \Rightarrow k + c(y^*) + L(y) \ge L(x)$

Επιδιώκουμε ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους, άρα για $x < S$

$$\min_{y \ge x} \left[k + cy + L(y) \right] = k + cS + L(s) < cx + L(x) \Rightarrow$$

$$\min_{y \ge x} \left[k + c(y - x) + L(y) \right] = k + c(S - x) + L(s) < L(x)$$

Για να ευρεθεί το ελάχιστο πρέπει να παραγγείλουμε ποσότητα αποθέματος μέχρι S και έτσι:

Για $x < S$, γίνεται παραγγελία μέχρι S

Για $x \ge S$, δεν γίνεται παραγγελία

Όπου: S = τιμή της y που ελαχιστοποιεί την $cy + L(y)$

s = μικρότερη δυνατή τιμή της y όπου για:

$y > x > S \to k + cy + L(y) > cx + L(x)$

Το S υπολογίζεται από τον τύπο $\varphi(S) = \dfrac{p - c}{p + h}$ ενώ το s είναι η μικρότερη τιμή που ικανοποιεί την: $cs + L(s) = k + cS + L(s)$. Η πολιτική αυτή αποθεμάτων των (s, S) έχει αποδειχθεί πολύ χρήσιμη στην καθημερινή πρακτική του ελέγχου αποθεμάτων.

Μία άλλη πολλή χρήσιμη περίπτωση εξέτασης του υποδείγματος πιθανολογικής ζήτησης, που συναντάται συχνά στην πράξη, είναι όταν η κατανομή της ζήτησης D είναι εκθετική. Ισχύει δηλαδή:

$$\varphi_D(\xi) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{\xi}{\lambda}} \qquad \text{για } \xi > 0$$

Ορίζοντας με Δ τη διαφορά των $S - s$ τότε:

$$e^{\frac{\Delta}{\lambda}} = \frac{k}{\lambda(c + h)} + \frac{\Delta}{\lambda} + 1 \Rightarrow \Delta \approx \sqrt{\frac{2\lambda k}{c + h}}$$

Γνωρίζουμε ότι: $\Delta = S - s \Rightarrow s = S - \Delta$

Οπότε: $-e^{-\frac{S}{\lambda}} = \dfrac{p - c}{p + h} \Rightarrow S = \lambda \ln\left(\dfrac{h + p}{h + c}\right)$

Για κάθε παραγγελόμενη ποσότητα y έχουμε:

$$cy + L(y) = cy + h\int_0^y (y - \xi)\frac{1}{\lambda} e^{-\frac{\xi}{\lambda}} d\xi + p\int_y^\infty (\xi - y)\frac{1}{\lambda} e^{-\frac{\xi}{\lambda}} d\xi =$$

$$= (c + h)y + \lambda(h + p) e^{-\frac{y}{\lambda}} - \lambda h$$

Προσεγγίζοντας ότι $cy + L(y)$ εκτιμάται στο $y = s$ & $y = S$:

$$(c + h)\, s + \lambda \left(h + p\right) e^{-\frac{s}{\lambda}} + \lambda\, h =$$

$$= k + (c + h)\, S + \lambda \left(h + p\right) e^{-\frac{s}{\lambda}} - \lambda\, h =$$

$$= (c + h)\, S + \lambda \left(h + p\right) e^{-\frac{s}{\lambda}} =$$

$$= k + (c + h)\, S + \lambda\, (c + h)$$

Αφού $\Delta = S - s \quad \Rightarrow \quad e^{\frac{\Delta}{\lambda}} = \dfrac{k}{\lambda\,(c + h)} + \dfrac{\Delta}{\lambda} +$

που είναι η λύση της εξίσωσης που υπολογίσαμε παραπάνω. Συνδιάζοντας το θεώρημα του Taylor από το διαφορικό λογισμό, για $\dfrac{\Delta}{\lambda} \to 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow e^{\frac{\Delta}{\lambda}} = 1 + \frac{\Delta}{\lambda} + \frac{\Delta^2}{2\,\lambda^2} \approx \frac{k}{\lambda\,(c + h)} + \frac{\Delta}{\lambda} + 1 \Rightarrow \Delta \approx \sqrt{\frac{2\,\lambda\, k}{c + h}}$$

που είναι βέβαια ο τύπος που παρουσιάσαμε παραπάνω.

Τέλος μια πολύ χρήσιμη εφαρμογή του υποδείγματος πιθανολογικής ζήτησης είναι όταν καλείται να ελέγξει τα αποθέματα όχι για μία αλλά για μια σειρά (δύο ή περισσότερες) περιόδους. Υποθέτουμε ότι το υπόδειγμα θέλουμε να εφαρμόσει έλεγχο για n περιόδους. Υποθέτουμε ότι το προϊόν παράγεται και ενσωματώνεται ως απόθεμα αμέσως όπως επίσης ότι δεν έχουμε ελλείψεις (εκτός την τελευταία περίοδο). Οι ζητήσεις των n περιόδων έχουν ίδια κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $\varphi_D(\xi)$. Έχουμε κόστος αγοράς c_z, όπου z = παραγγελόμενη ποσότητα και $L(y)$ το κόστος διατήρησης και έλλειψης - δεν υπάρχει κόστος ανανέωσης. Το ζητούμενο είναι οι άριστες ποσότητες $y_1^*, y_2^*, y_3^*, \ldots, y_n^*$ των αντίστοιχων περιόδων που αριστοποιούν το σύστημα.

Το σύστημα λειτουργεί ως εξής. Στην αρχή της περιόδου $i\,(i = 1, 2, \ldots, n)$ γίνεται παραγγελία μέχρι y_i^* $\left(y_i^* - x_i\right)$ αν $x_i < y_i^*$ ενώ δεν γίνεται καθόλου παραγγελία αν $x_i \geq y_i^*$, όπου $y_n^* \leq y_{n-1}^* \leq \ldots \leq y_2^* \leq y_1^*$. Όταν το σύστημα καλείται να λειτουργεί για άπειρο αριθμό περιόδων (δηλαδή οι παραγγελίες αποφασίζονται απεριόριστα), υπάρχει μια βέλτιστη τιμή περιόδου y^* έτσι ώστε στην αρχή της περιόδου $i\,\left(i = 1, 2, \ldots, h\right)$ γίνεται παραγγελία μέχρι y^* $\left(y^* - x_i\right)$ αν $x_i < y^*$ ενώ δεν γίνεται παραγγελία αν $x_i \geq y^*$. Το y^* υπολογίζεται από την τιμή y που ικανοποιεί τη σχέση: $\dfrac{d\,L(y)}{d\,y} + c\,(1 - a) = 0$ ή πιο απλά:

$$\varphi\left(y^*\right) = \frac{p - c\,(1 - a)}{p + h}\,.$$

B) ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ

Όλα τα υποδείγματα συστήματος ελέγχου αποθεμάτων που εξετάσαμε ως τώρα, απαιτούσαν ιδανικές συνθήκες για να μπορέσουν να λειτουργήσουν. Βασικά ήταν προσαρμοσμένα στη ζήτηση ουσιαστικά ενός είδους και "έθεταν" απαιτητικούς όρους, για να μπορέσουν να θεμελιωθούν θεωρητικά.

Στην πραγματικότητα τα πράγματα είναι πιο μπερδεμένα. Υπάρχουν μια σειρά από σημαντικές καταστάσεις, που "απαιτούν" ένα πιο πολοσύνθετο σύστημα ελέγχου αποθεμάτων. Έτσι, συνήθως μια επιχείρηση πρέπει να διακινεί όχι ένα αλλά περισσότερα είδη, τα οποία μάλιστα είναι εντελώς διαφορετικά μεταξύ τους, απαιτούν διαφορετικούς τρόπους μεταφοράς και αποθήκευσης, προμηθεύονται από διαφορετικούς προμηθευτές και "επιβάλουν" διαφορετικό χειρσμό για την προώθησή τους. Αυτό σημαίνει ότι χρειάζεται διαφορετικός βαθμός ελέγχου για καθένα από τα είδη. Κι όχι μόνο αυτό, αλλά η διαμόρφωση του κόστους διατήρησης, ανανέωσης, έλλειψης και αγοράς όπως επίσης ο ρυθμός της ζήτησης D , ο χρόνος μεσολάβησης εκτέλεσης παραγγελίας L ή ο ρυθμός παραγωγής τους p διαφέρει εντελώς για κάθε είδος. Επίσης, ενώ για τα τελικά προϊόντα η ζήτηση είναι ανεξάρτητη - αφού διαμορφώνεται από τους νόμους της αγοράς - για πολλά είδη που διατηρούνται σε απόθεμα με τη μορφή πρώτων υλών, ανταλλακτικων κ.λ.π., η ζήτησή τους εξαρτάται από την παραγωγική διαδικασία.

Όλες αυτές οι ιδιομορφίες δεν μπορούν να αντιμετωπισθούν από τα υποδείγματα που έχουμε παρουσιάσει έως εδώ. Απαιτούνται νέα υποδείγματα, πιο προσαρμόσιμα στις νέες καταστάσεις και πιο περίπλοκα για να αντεπεξέλθουν με επιτυχία στους ήδη αναφερόμενους παράγοντες. Τα νέα αυτά μοντέλα έχουν τις βάσεις τους στα κλασσικά που παρουσιάσαμε μέχρι τώρα, προχωρώντας στην ανάλυση των εξελιγμένων πολυσύνθετων παραγόντων.

10) ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ABC

Σε περιπτώσεις όπου κρατούνται σαν απόθεμα περισσότερα από ένα είδη - για εμπορικούς λόγους και όχι κερδοσκοπικούς - είναι αδύνατον να ελέγχονται και αριστοποιούνται χώρια. Σε ποικιλία ειδών αποθέματος χρειάζεται ειδική προσέγγιση ελέγχου. Ας αναλογιστεί κανείς ότι πολλές βιομηχανίες χημικών προϊόντων διαχειρίζονται περισσότερα από 20.000 είδη σε "στοκ". Η λεπτομερής ανάλυση και έλεγχος αυτών των προϊόντων είναι πρακτικά αδύνατη. Μία δημοφιλής μέθοδος που κρίνεται εξαιρετικά αποτελεσματική και διαδεδομένη για τον προσδιορισμό ικανοποιητικού βαθμού ελέγχου είναι η μέθοδος ταξινόμησης ABC. Η μέθοδος ABC για να επιτύχει ικανοποιητικό βαθμό ελέγχου σε ένα μεγάλο όγκο ειδών αποθέματος, τα κατατάσει σε τρεις κατηγορίες. Στην κατηγορία A , στην κατηγορία B και στην κατηγορία C .

Κατηγορία A : Εκείνα τα είδη που απασχολούν το 70% του συνολικού αποθέματος - του περισσότερου δηλαδή - κατατάσσονται εδώ. Έχει μάλιστα παρατηρηθεί ότι μόλις το 10% των ειδών που εμπορεύεται μια επιχείρηση καταλαμβάνουν το 70 % του συνολικού αποθέματος.

Κατηγορία B : Αυτή είναι η μεσαία κατηγορίατων ειδών αποθέματος. Μέτριο ποσοστό των ειδών αποθεμάτων που αντιστοιχεί σε μικρό ποσοστό των συνολικών αποθεμάτων. Υπολογίζεται ως το 30% όλων των ειδών πως απασχολούν το 20% της ανανέωσης αποθεμάτων.

Κατηγορία C : Ένα μεγάλο μέρος των ειδών αποθέματος, ίσως το 60% όπως έχει παρατηρηθεί, πιθανά αποσχολούν μόνο ένα μικρό μέρος της ανανέωσης αποθεμάτων. Αυτά κατατάσσονται στην κατηγορία C . Η παραπάνω διάκριση, παρουσιάζεται παραστατικά στο παρακάτω διάγραμμα (Σχ. 11) :

Αν και το ακριβές μέγεθος της καμπύλης πιθανά να διαφέρει από επιχείρηση σε επιχείρηση, σε γενικές γραμμές τα όρια (σημεία) για κάθε είδος δείχνουν ότι ένα μικρό ποσοστό των ειδών καταλαμβάνουν την μεγαλύτερη αξία του συνολικού αποθέματος.

Σκοπός αυτής της μεθόδου είναι να κατευθύνει την προσπάθει ελέγχου εκεί που είναι πιο αναγκαία. Έτσι η κατηγορία A είναι λογικό να έχει το προσεκτικότερο έλεγχο, με προσεκτικά εφαρμοζόμενες μεθόδους πρόβλεψης και λεπτομερής ανάλυσης της ποσότητας του αποθέματος και αποθεμάτων ασφαλείας. Η κατηγορία B θά λάβει λιγότερο προσεκτικό έλεγχο με απλές μεθόδους πρόβλεψης και χαλαρότερες εκτιμήσεις της οικονομικής ποσότητας αποθέματος. Η κατηγορία C θα έχει απλή μεταχείρηση. Και όπως γίνεται αντιληπτό, οι επιχειρήσεις που εφαρμόζουν συστήματα ελέγχου μέσω χρήσης Η/Υ, την κατηγορία A και πιθανά τη κατηγορία B θα τις συμπεριλάβει στο πρόγραμμα ελέγχου. Όχι όμως και τα αργώς ανανεούμενα αποθέματα όπως και τα είδη με μεγάλο αριθμό τεμαχίων (κατηγορία C) όπως π.χ. βίδες παξιμάδια κ.λ.π. Έτσι ουσιαστικά ο βαθμός ελέγχου των αποθεμάτων αυξάνει ανάλογα με το μέγεθος των παραγγελιών, το ρυθμό ζήτησης, τη συχνότητα ανανέωσης, τηνλειτουργικά περίοδο για κάθε ομάδα. Τέλος να αναφέρουμε ότι η πολύ πρακτική μέθοδος ελέγχου αποθεμάτων ABC ταιριάζει στην ανάλυση Pareto (ομαδικές μεθόδοι), γι' αυτό και η καμπύλη του διαγράμματος που παρουσιάσαμε παραπάνω αποκαλείται καμπύλη Pareto από του όνομα του μεγάλου κλασσικου οικονομολόγου.

11) ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ

Όπως ήδη αναφέραμε, οι παραδοχές που θέσαμε στα απλά συστήματα αποθεμάτων στην πραγματικότητα δεν συμβαίνουν σχεδόν ποτέ. Αυτό σημαίνει ότι οι συνθήκες που και η κατάρτηση της συνάρτησης κόστους έγιναν με σχετική απλότητα. Τα δε αναλυόμενα κόστη αποτελούνται από επιμέρους κόστη που τα κάνου περισσότερο περίπλοκα. Το κόστος διατήρησης C_H περιλαμβάνει κόστος αποθήκευσης, απόσβεσης (απόσυρσης), ασφάλειας, διακίνησης καθώς και το κόστος κεφαλαίου που είναι πολύ δύσκολο να υπολογιστεί. Το κόστος παραγγελίας C_R δεν διογκώνεται βέβαια από τα τηλεφωνήματα (!) που χρειάζονται για την παραγγελία μιας ποσότητας αποθεμάτων αλλά εσωκλείει αμοιβές, έξοδα και λοιπές δαπάνες του τμήματος παρομηθειών που ως επί το πλείστον είναι σταθερά. Ακόμα περιπλοκότερα είναι τα πράγματα στο κόστος ελλείψεως C_s και στη δυσκολία ακριβούς προσδιορισμού του αφού ενώ συχνά συμφέρει, εάν μας παρασύρει,υπάρχει κίνδυνος η έλλειψη αποθέματος με συνέπεια τη μη ικανοποιήση της ζήτησης να βλάψει ανεπανόρθωτα την εικόνα της επιχείρησης στο καταναλωτικό κοινό, χώρια το κόστος απώλειας πελατών.

Εκτός από την εικόνα της επιχείρησης που σαν κόστος τουλάχιστον μπορεί να υπολογισθεί μόνο θεωρητικά και γενικά το κόστος απώλειας πελατείας, υπάρχουν πολοί άλοι βασικοί λόγοι που αναγκάζουν μια σύγχρονη να οδηγηθεί στη διατήρηση αποθεμάτων ασφαλείας. Ειναι γεγονός ότι ο ρυθμός της ζήτησης D , ο χρόνος πραγματοποίηση της παραγγελίας L , ο ρυθμός παραγωγής p , όχι απλώς δεν είναι σταθερά μεγέθη αλλά στην πραγματικότητα μπορούν να εκφρασθούν μόνο με στατιστική κατανομή. Στην πραγματικότητα ένα σωστό λειτουργικό σύστημα ελέγχου αναγνωρίζει τη τυχαία διακύμανση της ζήτησης ενός είδους που την κάνει ανεξέλεγκτη και την αντιμετώπισή της όχι σαν σταθερή αλλά σαν αναμενόμενη ζήτηση. Εξάλλου είναι γεγονός ότι σε εντελώς αμφίροπες καταστάσεις όπου παράγοντες όπως η ζήτηση D , ο χρόνος παραγγελίας L ή ο ρυθμός παραγωγής p είναι εντελώς απρόβλεπτοι, μόνο η προσομοίωση του συστήματος - που θα εξετάσουμε παρακάτω - μπορεί να δώσει ρεαλιστική λύση. Άρα ένα λειτουργικό σύστημα που φιλοδοξεί κατά το δυνατό να μη δημιουργήσει "λειτουργικά" προβλήματα ελέγχου στην επιχείρησημ επιβάλλεται να προβλέπει αποθέματα ασφαλείας. Από όλα τα παραπάνω ένας εξοικειωμένος με το μαθηματικο-οικονομικό θεωρητικό περιβάλλον αντιλαμβάνεται ότι αυτά τα προβλήματα ελέγχου αποθεμάτων μπορούν να "καλυφθούν" όχι από στατικά (γραμμικά) μοντέλα, παρά μόνο από δυναμικά. Τα δυναμικά μοντέλα στηριζόμενα στο Δυναμικό προγραμματισμό έχουν την ικανότητα να είναι πιο προσαρμόσιμα στο πραγματικό σύγχρονο επιχειρηαμτικό περιβάλλον.

Το απόθεμα ασφαλείας $\left(A_{\Sigma\Pi\Pi}\right)$ έχει ένα κόστος που μοιάζει με "τεντωμένο σκοινί", πάνω στο οποίο πρέπει να ισορροπήσει από τη μία το κόστος διατήρησης ($Q+A \rangle D$) και από την άλλη το κόστος έλλειψης ($Q+A \langle D$). Το υπόδειγμα της σταθερής ποσότητας παραγγελίας μπορεί να αντιμετωπίσει αποτελεσματικά μια ζήτηση με μεγάλη διακύμανση, ιδιαίτερα όταν υποστηρίζεται από ένα απόθεμα ασφαλείας.

Στη διατήρηση αποθέματος ασφαλείας ($A_{\Sigma\Pi\Pi}$) δεν αρκεί να ευρεθεί με απλή μέθοδο η άριστη λύση δηλαδή, η εξισορρόπηση μεταξύ κόστους έλλειψης και κόστους διατήρησης που υπάρχει στο σύστημα. Ο βαθμός εξυπηρέτησης ή πληρότητας κάλυψης ζήτησης δηλαδή, ο βαθμός που η επιχείρηση επιθυμεί να καλύψει μια αυξανόμενη μη ομαλή ζήτηση σε κάποια περίοδο, διαμορφώνει ουσιαστικά την ίδια την ποσότητα του κόστους ασφαλείας. Και βέβαια ένα απόθεμα ασφαλείας διαφορετική ποσότητα συντηρεί όταν η ανανέωση γίνεται με σταθερές παραγγελίες (το υπόδειγμα που εξετάζουμε ευθής αμέσως) ή όταν η ανανέωση γίνεται σε σταθερά χρονικά διαστήματα (το επόμενο εξεταζόμενο υπόδειγμα).

Κύριος σκοπός του βασικού αποθέματος είναι να καλύψει την αβιβαιότητα ή αλλιώς την πιθανότητα για μεγάλη μη ικανοποίση της ζήτησης. Βέβαι η πλήρης κάλυψη της αβεβαιότητας της ζήτησης είναι άπειρη. Μπορεί όμως ένα σύστημα ελέγχου να ικανοποιεί σε μεγάλο βαθμό αυτήν την αβεβαιότητα. Σε ένα σύστημα ελέγχου όπου η ποσότητα παραγγελίας είναι σταθερή, μοναδική απειλή για την έλλειψη αποθέματος είναι η μεγάλη μεταβολή του χρόνου παραγγελίας L .Άρα το απόθεμα ασφαλείας δηλαδή, η πρόσθετη ποσότητα αποθέματος που φιλοδοξεί να καλύψει τη μέγιστη δυνατή "λογική" ζήτηση κατά το χρόνο παραγγελίας L της παράδοσης της παραγγελίας, εκφράζεται από τον τύπο :

$$A_{ΣΠΠ}=X_{max}-\bar{X} \Rightarrow A_{ΣΠΠ}=D_{max}\cdot L-\bar{D}\cdot L \Rightarrow A_{ΣΠΠ}=\left(D_{max}-\bar{D}\right)\cdot(L)$$

Όπου : $\bar{x}=x_1\cdot p(x_1)+x_2\cdot p(x_2)+\ldots+x_n\cdot p(x_n)$

(η μέση ζήτηση ισούτε με την ζήτηση για κάθε περίοδο επί την πιθανότητα αυτή να συμβεί)

$\bar{D}$ = μέσος ρυθμός ζήτησης ανά μονάδα χρόνου

D_{max} = μέγιστος λογικός ρυθμός ζήτησης στη μονάδα χρόνου

L = χρόνος μεσολάβησης παράδοσης της παραγγελίας

Το πρόβλημα που μας απασχολεί είναι ο τρόπος καθορισμού της ζήτησης. Η ζήτηση μπορεί να προσδιοριστεί είτε με εμπειρική στατιστική κατανομή είτε με θεωρητική στατιστική κατανομή. Η εμπειρική κατανομή αν και απόλυτα πιο έγκυρη έχει υψηλό κόστος σχηματισμού και δυσκολίες στους υπολογισμούς. Αντίθετα οι κανονικές στατιστικές κατανομές και οι κατανομές Poisson είναι αρκετά πιο ευέλικτες. Όταν διαθέτουμε μεγάλο όγκο παραλθουσών δεδομένων, μπορούμε να σχηματίσουμε κανονική κατανομή της ζήτησης, σαν το αλγεβρικό άθροισμα των ζητήσεων από αυτά τα δεδομένα, προσαρμόζοντάς τα ανάλογα με τις απαιτήσεις του συστήματος. Σε αυτήν την περίπτωση η μέγιστη δυνατή ζήτηση ορίζεται από τον τύπο :

$$X_{max}=\bar{X}+Z_{á}\cdot S_X$$

Όπου : $\bar{x}$ = μέσος όρος ζητήσεων προηγούμενων περιόδων

Z_α = ο ρυθμός σταθερών αποκλίσεων από τη σταθερή τιμή δηλαδή, ο βαθμός εξυπηρέτησης που επιθυμούμε

S_X = σταθερή απόκλιση ζήτησης

Όταν τα δεδομένα που στηρίζεται η ζήτηση, δείχνουν ότι το άθροισμα παραγγελιών για κάθε είδος έχει μικρή σχετικά πιθανότητα ζήτησης, ενώ οι παραγγελόμενες ποσότητες είναι στατιστικά ανεξάρτητες, η κατανομή Poisson προβάλλει ως καλύτερο εργαλείο για τον υπολογισμό της μέγιστης ζήτησης. Στην κατανομή Poisson η μέγιστη τιμή υπολογίζεται από τον τύπο :

$$X_{max}=\bar{x}+Z_\alpha{}'\cdot S_X$$

Η διαφορά με τον τύπο της κανονικής κατανομής είναι ότι οι σταθερές αποκλίσεις $Z_\alpha{}'$ υπολογίζονται από ειδικό πίνακα όπου για κάθε τιμή της Z_α (βαθμός εξυπηρέτησης) αντιστοιχεί ανάλογος κλειδάριθμος Poisson . Η δε S_X (σταθερή απόκλιση) υπολογίζεται από τον τύπο $S_X=\sqrt{\bar{x}}$. Εννοείται ότι χρειάζεται επαρκής γνώση των νόμων των πιθανοτήτων και της διάκρισης των κατανομών. Συνεπώς το απόθεμα ασφαλείας θα υπολογίζεται από τον τύπο :

$$A_{\Sigma\Pi\Pi}=x_{max}-\bar{x} \Rightarrow A_{\Sigma\Pi\Pi}=\left(\bar{x}+Z_a\cdot S_X\right)-\bar{x} \Rightarrow A_{\Sigma\Pi\Pi}=Z_a\cdot S_X$$

Σ' ένα σύστημα σταθερής ποσότητας παραγγελίας, η τοποθέτηση μιας παραγγελίας σταθερής ποσότητας Q όταν $L \langle t$, γίνεται όταν η στάθμη του αποθέματος φθάσει στο σημείο παραγγελίας R. Το πόσο θα παραγγελθεί η -- - παραγγελόμενη ποσότητα Q - εξαρτάται από τον τρόπο με τον οποίο προτιμά η διοίκηση. Το Q μπορεί να υπολογιστεί από τον "κλασσικό" τύπο του "κλασσικού" υποείγματος, την ποσότητα Q* που ελαχιστοποιεί το κόστος ή με άλλες αποφάσεις ή μεθόδους.

Όταν η ζήτηση έχει σταθερό ρυθμό D , ο χρόνος L μεσολάβησης παραγγελίας είναι γωστός και σταθερός, το υπόδειγμα είναι πανομοιότυπο με το κλασσικό υπόδειγμα ελέγχου αποθεμάτων. Στην πραγματικότητα όμως όπως έχουμε επισημάνει ο ρυθμός της ζήτησης διαφέρει από τη μέση τιμή του στην στην προηγούμενη χρονική περίοδο. Αυτό σημαίνει ότι ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ των παραγγελιών είναι μεταβλητός και εξαρτώμενος από τις διακυμάνσεις της ζήτησης. Θεωρώντας ότι ο χρόνος παραγγελίας είναι σταθερός, το υπόδειγμα μπορεί να εκφραστεί από το παρακάτω διάγραμμα (Σχ. 12) :

Όπως φαίνεται καθαρά από το διάγραμμα για τις τρεις λειτουργικές περιόδους t_1 , t_2 , t_3 αντιστοιχούν διαφορετικοί ρυθμοί ζήτησης από τη μέση τιμή του $\bar{D}$, D_1 , D_2 , D_3 . Αυτό σημαίνει ότι η πραγματική ζήτηση (x) διαφέρει από περίοδο σε περίοδο. Και αφού η παραγγελόμενη ποσότητα είναι σταθερή, το μέγιστο απόθεμα κάθε περίοδο θα είναι διαφορετικό (M_1 , M_2 , M_3) και εξαρτώμενο από το ρυθμό της ζήτησης D για κάθε περίοδο.

Πολύ συχνά συμβαίνει στην πράξη ο χρόνος παραγγελίας L να είναι μεγαλύτερος από τη λειτουργική περίοδο. Για παράδειγμα αν προμηθευόμαστε ένα προϊόν ή υλικό από μακρινή απόσταση, τα ταξίδια π.χ. με πλοία για τη μεταφορά τους μπορεί να διαρκού και μήνες. Στις περιπτώσεις αυτές η επιχείρηση θα πρέπει να διατηρεί τέτοιο απόθεμα ώστε αφού εξαντληθεί μία ποσότητα αποθέματος και δοθεί η παραγγελία, το υπόλοιπο απόθεμα θα πρέπει να ισοδυναμεί με τις ανάγκες κάλυψης της ζήτησης για το χρόνο παραγγελίας και το απόθεμα ασφαλείας $A_{\Sigma\Pi\Pi}$. Συνεπώς η τοποθέτηση μιας παραγγελίας με σταθερή ποσότητα Q πρέπει να πραγματοποιείται όταν το άθροισμα της ποσότητας που παραγγέλθηκε Q και της ποσότητας του αποθέματος που υπάρχει, φθάσει σε ένα καθορισμένο σημείο R . Η περίπτωση αυτή περιγράφεται παραστατικά από το παρακάτω διάγραμμα όπου ισχύουν οι ισότητες :

$$M-R=Q^*+A_{\Sigma\Pi\Pi}-R \quad (1) \qquad \& \qquad \bar{D}\cdot L+A_{\Sigma\Pi\Pi}=R \quad (2)$$

Οι ποσότητες $Q_{\acute{A}}$, $Q_{\acute{A}}$, Q_C , Q_D ευρίσκονται από τη συνάρτηση (2) και αντιπροσωπεύουν το συνολικό απόθεμα στην αποθήκη σαν αυτό που έχει παραγγελθεί και μεταφέρεται προς την επιχείρηση. Οι δε ποσότητες Q_1 , Q_2 , Q_3 είναι ίσες (Q_1=Q_2=Q_3= Q*) και αντιπροσωπεύουν την παραγγελία που πραγματοποιείται όταν τελειώνει ο χρόνος L και το απόθεμα φθάνει στην επιχείρηση.

Από όλα αυτά που διατυπώθηκαν για το υπόδειγμα σταθερής ποσότητας παραγγελίας, μπορεί κανείς να παρατηρήσει τα εξής : Το υπόδειγμα φαίνεται να είναι πολυέξοδο και απαιτητικό για τη συλλογή και επεξεργασία πληροφοριών. Φαίνεται να είναι κατάλληλο για αποθέματα πολυπληθή που καταλαμβάνου μικρή μερίδα του συνολικού αποθέματος (Κατηγορία C - ABC) ενώ για να μπορέσει να εφαρμοσθεί πρέπει να είναι εύκολη η παρακολούθηση της στάθμης του αποθέματος. Επίσης, η ίδια η φύση της σταθερής παραγγελόμενης ποσότητας είναι δυνατόν να επιφέρει απότομες διακυμάνσεις στη στάθμη του αποθέματος λόγω φυσιολογικών χρονικών καθυστερήσεων στην άφιξη της παραγγελίας με δυσμενείς επιπτώσεις για το κόστος αποθήκευσης. Επειδή η χρονική συμφωνία παραγγελίας των διαφόρων ειδών είναι δύσκολο να επιτευχθεί, χάνεται η δυνατότητα μειώσεως του κόστους από μεγάλες παραγγελίες σε ίδιους προμηθευτές, λόγω της τμηματοποιήσης των παραγγελιών σε διαφορετική χρονικά σημεία. Πάντως μόνο και για τη θεωρητική του θεμελίωση, το υπόδειγμα σταθερής ποσότητας παραγγελίας είναι πολύ χρήσιμο. Μπορεί εξάλλου να αποβεί εξαιρετικά χρήσιμο και στην πραγματικότητα όπως δείξαμε παραπάνω.

12) ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΣΤΑΘΕΡΟΥ ΧΡΟΝΟΥ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ

Πολλά από τα μεινοκτήματα του υποδείγματος σταθερής ποσότητας παραγγελίας, κάνουν τη χρήση του δύσκολη σε πραγματικές καταστάσεις. Το υπόδειγμα σταθερού χρόνου παραγγελίας (άλλο ένα "δυναμικό" υπόδειγμα), προσπαθεί να "διορθώσει" και να "καλύψει" κάποια από αυτά τα μειονεκτήματα. Η φιλοσοφία αυτού του υποδείγματος αντιστρέφει τους όρους ανανέωσης του αποθέματος, τοποθετώντας παραγγελίες μεταβλητής κάθε φορά ποσότητας σε σταθερά χρονικά διαστήματα. Η ποσότητα της εκάστοτε παραγγελίας εξαρτάται από το ρυθμό της ζήτησης D , στην προηγούμενη περίοδο, και καθορίζεται έτσι ώστε το απόθεμα να επανέλθει στο επιθυμητό μέγιστο επίπεδο M.

Όπως και στο προηγούμενο υπόδειγμα, το σύστημα ελέγχου αποθεμάτων καλείται να αντιμετωπίσει δύο περιπτώσεις. Η λειτουργική περίοδος να είναι μεγαλύτερη από το χρόνο παραγγελίας ($L \langle t$), όπως συμβαίνει συνήθως, και ο χρόνος παραγγελίας μεγαλύτερος από τη λειτουργική περίοδο ($L \rangle t$). Όταν $L \langle t$, η ποσότητα παραγγελίας καθορίζεται από την εκάστοτε διαφορά του επιθυμητού μέγιστου αποθέματος από το διαθέσιμο απόθεμα που ελέγθηκε τον εκάστοτε χρόνο T_i . Άρα :

$$Q_i = M - Q(T_i)$$

Θα πρέπει λοιπόν η διοίκηση της επιχείρησης να καθορίσει το μέγιστο απόθεμα M καθώς επίσης την λειτουργική περίοδο t , βάσει των οποίων θα λειτουργεί το σύστημα. Η λειτουργική περίοδος μπορεί να υπολογιστεί από τον κλασσικό τύπο ή να καθορίζεται από το Marketing Management της επιχείρησης. Και ανάλογα καταλαμβάνει θέση ο χρόνος ελέγχου (επιθεώρησης) του αποθέματος, T_i . Όταν το μέγιστο απόθεμα M λαμβάνεται ως η βασική "αιτία" ανανέωσης του αποθέματος, τότε θα πρέπει να καθοριστεί και ο βαθμός πληρότητας ικανοποίησής της ζήτησης από το απόθεμα ασφαλείας $A_{ΣΧΠ}$ - όπου πρέπει να σημειωθεί ότι υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο που υπολογίζεται το $A_{ΣΠΠ}$. Το υπόδειγμα σταθερού χρόνου παραγγελίας απεικονίζεται διαγραμματικά ευθύς αμέσως (Σχ. 14):

Το σύστημα ξεκινάει από το σημείο A , όπου δίδεται η πρώτη παραγγελία. Μεσολαβώντας χρόνος παραγγελίας L , γίνεται η παραγγελία στα μέσα περίπου περιόδου t η οποία πάντα έχει σκοπό να προσδώσει ένα τελικό καθαρό απόθεμα Λ . Οι παραγγελόμενες ποσότητες Q_1 , Q_2 , Q_3 , Q_4 οι οποίες βέβαια δεν είναι ίσες μεταξύ τους, εξαρτώνται από τους διαφορετικού επίσης μεταξύ τους ρυθμούς ζήτησης για κάθε μια από τις λειτουργικές περιόδους. Οι ποσότητες K_1 , K_2 , K_3 , K_4 αντιπροσωπεύουν την επιθυμία - τη στιγμή πραγματοποίησης της παραγγελίας - να αγοραστεί απόθεμα που θα φθάσει το μέγιστο απόθεμα M , ενώ τα τμήματα $Π_1$, $Π_2$, $Π_3$,$Π_4$,είναι η ζήτηση προϊόντος στο χρόνο παραγγελίας L που δημιουργεί αυτό το χάσμα από το M . Αν δεν υπήρχε ζήτηση το χρόνο L , το απόθεμα θα έφθανε το M . Όταν ο χρόνος παραγγελίας L είναι μεγαλύτερος από τη λειτουργική περίοδο t , η ποσότητα παραγγελίας Q_i θα ισούτε με :

$$Q_i = M - \left[Q(T_i) + Π(T_i)\right]$$

Όπου : Q_i = ποσότητα παραγγελίας μετά τον έλεγχο
M = μέγιστο επιθυμητό απόθεμα
$Q_i(T_i)$ = διαθέσιμο απόθεμα κατά τον έλεγχο
$Π(T_i)$ = ποσότητα παραγγελιών που δεν έχουν τακτοποιηθεί

Το δε απόθεμα ασφαλείας $A_{ΣΧΠ}$, επιβάλλεται, πέρα από το απόθεμα για τις φυσιολογικές ανάγκες της επιχείρησης, να υπάρχει πρόσθετο απόθεμα ικανό να καλύψει όσο το δυνατόν καλύτερα τη μέγιστη κανονική ζήτηση που μπορεί να συμβεί όχι μόνο κατά τη διάρκεια του χρόνου παραγγελίας L αλλά για το διάστημα του αθροίσματος του χρόνου παραγγελίας και του χρόνου επιθεώρησης. Έτσι αν y η ζήτηση , y_{max} η μέγιστη λογική ζήτηση, στην περίοδο προγραμματισμού t+L ο τύπος που μας δείνει το μέγιστο απόθεμα είναι : $M = y_{max} = \bar{y} + Z_a \cdot S_y$

Όπου : $\bar{y} = \bar{D}(t+L)$ = μέση ζήτηση το διάστημα t+L

S_y = σταθερή απόκλιση της ζήτησης στο t+L

Z_a = αριθμός σταθερών αποκλίσεων από τη μέση τιμή $\bar{y}$, για βαθμό ικανοποίησης της ζήτησης 1- α

Το δε απόθεμα ασφαλείας $A_{ΣΧΠ}$ θα είναι : $A_{ΣΧΠ}=y_{max}-\bar{y}=Z_a \cdot S_y$

Το υπόδειγμα σταθερού χρόνου παραγγελίας μπορεί να χρησιμεύσει εξαιρετικά για τον έλεγχο αποθεμάτων σε πολλές επιχειρήσεις. Όταν οι προμηθευτές είναι λίγοι, τότε συμφέρει οι παραγγελίς πολλών ειδών να γίνονται σε μεγάλες ποσότητες και συνεπώς σε χαμηλότερο κόστος. Το υπόδειγμα αυτό φαίνεται να προσαρμόζεται με τα είδη της ομάδας A (υπόδειγμα ABC). Επειδή αυτά τα προϊόντα εξαντλούνται πιο εύκολα, το υπόδειγμα σταθερού χρόνου παραγγελίας γίνεται πιο αποτελεσματικό, στην αντιμετώπιση χαμηλής στάθμης αποθέματος. Επίσης, η δυσκολία ελέγχου στάθμης αποθέματος, αναγκάζει την επιχείρηση πολλές φορές σε "τυφλή" ανανέωση. Πιθανή δυσμενής εξέλιξη στη στάθμη του αποθέματος μπορεί ευκολότερα να ελεγχθεί με αυτό το υπόδειγμα. Απ' την άλλη πλευρά το υψηλό κόστος εφαρμογής του, κάνει αυτό το υπόδειγμα δύσκολο στην χρήση του από πολλές (μικρο-μεσαίες) επιχειρήσεις. Και εδώ επίσης, παρατηρείται το φαινόμενο υπεραποθεματοποίησης, όταν γίνεται λανθασμένη εκτίμηση της πιθανής τάσης της ζήτησης. Χαρακτηριστικό επίσης είναι η απαίτηση του συστήματος για μεγαλύτερη ποσότητα αποθέματος ασφαλείας. Εξάλλου, δεν μπορεί να αμφισβητηθεί η ανάγκη του συστήματος για συνεχή επιθεώρηση και συντήρηση για τη λειτουργικότητα του συστήματος.

13) ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΠΡΟΑΙΡΕΤΙΚΗΣ ΑΝΑΝΕΩΣΗΣ

Τα μειονεκτήματα των δύο προηγούμενων υποδειγμάτων επιδιώκεται να παραβλεφθούν από ένα άλλο υπόδειγμα το οποίο παράλληλα να μη στερείται τα πλεονεκτήματα που ήδη υπάρχουν. Αυτό επιτυγχάνεται κατά ένα σημαντικό ποσοστό επιτυχίας από το υπόδειγμα προαιρετικής ανανέωσης. Το υπόδειγμα αυτό έχει το προσόν να μην απαιτεί απαραίτητα τη διατήρηση σε σταθερότητα μιας από τις μεταβλητές αποφάσεων δηλαδή, την παραγγελόμενη ποσότητα Q και τη λειτουργική περίοδο t . Τα δύο αυτά μεγέθη διατηρούνται μεταβλητά, ταυτόχρονα.

Η φιλοσοφία αυτού του υποδείγματος έγκειται στην έντονη απιθεώρηση της στάθμης του διαθέσιμου αποθέματος σε τακτά, σταθερά χρονικά διαστήματα. Το σύστηνα οφείλει να καθορίσει ένα όριο ποσότητας αποθέματος το οποίο θεωρεί ως το σημείο παραγγελίας R . Αν κατά την επιθεώρηση η στάθμη του αποθέματος είναι ίση ή μικρότερη του σημείο παραγγελίας R , τότε δίνεται εντολή για παραγγελία σε τέτοια ποσότητα ώστε με την προσθήκη της παραγγελόμενης ποσότητας Q ,στο υπάρχον απόθεμα, το συνολικό απόθεμα να φθάσει το δυνητικό μέγιστο απόθεμα M . Αν κατά την επιθεώρηση το υπάρχον απόθεμα έχει στάθμη υψηλότερη του ορίου R , τότε η απόφαση για παραγγελία αναβάλλεται για την επόμενηγ επιθεώρηση. Ένα διαγραμματικό πρότυπο του υποδείγματος προαιρετικής ανανέωσης είναι το ακόλουθο (Σχ. 15).

Όπως φαίνεται καθαρά από το διάγραμμα, η λειτουργική περίοδος ξεκινάει με την τοποθέτηση της παραγγελίας στο σημείο P_1 . Η δε ποσότητα Q_1 που παραγγέλεται, ισούτε με την απόσταση της στάθμης του αποθέματος την στιγμή του ελέγχου από το δυνητικό μέγιστο απόθεμα Μ (P_1-P_2 ή $Q_1{}'=Q_1$) . Για κάθε περίοδο γίνεται το τσεκάρισμα που περιγράψαμε παραπάνω και μόνο όταν η στάθμη του αποθέματος είναι κάτω από το καθορισμένο επίπεδο παραγγελίας R , τοποθετείται νέα παραγγελία.

Όταν ο χρόνος παραγγελίας L είναι μεγαλύτερος της λειτουργικής περιόδου t , κατά την επιθεώρηση δίνεται εντολή παραγγελίας μόνο αν το άθροισμα του διαθέσινου εκείνη τη στιγμή αποθέματος και των παραγγελιών που έχουν δοθεί και δεν έχουν ακόμη αφιχθεί στη επιχείρηση, βρίσκεται στο επίπεδο παραγγελίας R ή χαμηλότερα από αυτό. Το δε απόθεμα ασφαλείας επιβάλλεται να παρέχει κάλυψη πιθανών ελλειμάτων για χρονικό διάστημα $\frac{t}{2}+L$ που υπολογίζεται από τον τύπο :

$$A_{\Pi A}=\left(D_{max}-\bar{D}\right)\cdot\left(\frac{t}{2}+L\right)=Z_{\acute{a}}\cdot S_D\cdot\sqrt{\frac{t}{2}+L}$$

Το επιθυμητό μέγιστο απόθεμα Μ καθορίζεται συναρτήσει της μέγιστης δυνατής ζήτησης του χρόνου παραγγελίας και της ελάχιστης ποσότητας, που έχει καθοριστεί από το υπόδειγμα, που χρειάζεται να παραγγελθεί για το είδος. Το επιθυμητό μέγιστο απόθεμα Μ συνεπώς, θα πρέπει να προγραμματισθεί έτσι ώστε να καλύπτει τη μέγιστη δυνατή ζήτηση κατό το διάστημα του χρόνου παραγγελίας σε συνάρτηση με την ένταση της ζήτησς εκείνο το διάστημα.

Το υπόδειγμα προαιρετικής ανανέωσης του αποθέματος θεωρείται εξαιρετικά χρήσιμο για εκείνα τα είδη που χρειάζονται στενό έλεγχο λόγω της μεγάλης σημασίας τους για την επιχείρηση. Ο δε μηχανισμός του δημιουργεί την άνεση σωστής αντιμετώπισης μεγάλης διακύμανσης της στάθμης του αποθέματος λόγω ανώμαλης συμπεριφοράς της ζήτησης. Αυτό βασικά οφείλεται στο μεγάλο βαθμό ελέγχου, με επιθεωρήσεις σε τακτά χρονικά διαστήματα, της στάθμης του αποθέματς. Πάντως το μεγάλο κόστος εφαρμογής του και παράλληλσ η πολυπλοκότητα που απαιτεί ο καθορισμός των μεταβλητών τιμών Μ , R, & Q , το κάνουν δύσχρηστο για πολλές επιχειρήσεις.

14) ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ MRP

Μέχρι τώρα όλα τα υποδείγματα που εξετάσαμε αναφέρονταν στον έλεγχο αποθεμάτων τελικών προϊόντων. Ως γνωστόν η ζήτηση τελικών προϊόντων, καθορίζεται από τις δυνάμεις της αγοράς (προσφορά-ζήτηση), ceteris paribus . Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο για πρώτες ύλες ή εξαρτήματα που χρησιμοποιεί μια επιχείρηση για την παραγωγή τελικών προϊόντων. Βέβαια μακροχρόνια η παραγωγή καθορίζεται από τη ζήτηση των προϊόντων που παράγει η επιχείρηση, άρα και αυτή μεταβάλλεται ανάλογα με τις δυνάμεις της αγοράς. Εντούτις, είναι γεγονός ότι τουλάχιστον βραχυπρόθεσμα και μεσοπρόθεσμα η παραγωγή της επιχείρησης είναι σταθερή. Εξάλλου οι παραγγελίες πελατών που καλείται να ικανοποιήσει η επιχείρηση βραχυπρόθεσμα, δημιουργεί σταθερούς όρους παραγωγής.

Η ζήτηση λοιπόν για τις πρώτες ύλες και διάφορα άλλα εξαρτήματα είναι εξαρτημένη από την παραγωγή. Αυτό είναι πολύ σημαντική διαφοροποίσηση διότι, κανένα από τα άλλα υποδείγματα δεν μπορεί να ελέγξει αποτελεσματικά αυτά τα είδη. Χρειάζεται λοιπόν ένα άλλο υπόδειγμα ελέγχου που θα φροντίσει για τον προγραμματισμό και έλεγχο των συγκεκριμένων ειδών. Η πλατιά διαδεδομένη μέθοδος προγραμματισμού για υλικά είναι η MRP (Material Requirements Planning ή Manufacturing Resource Planning).

Λόγω της μεγάλης έμφασης που λογικά δίνει η μέθοδος MRP στο χρόνο ανανέωσης του αποθέματος παρά στην ποσότητα, θεωρείται η κατάλληλη μέθοδος χρονικού προγραμματισμού της παραγωγής. Όπως είναι φυσικό η MRP δεν "πολυνοιάζεται" για τη διατήρηση αποθέματος ασφαλείας αφού η ζήτησή τους είναι σταθερά προγραμματισμένη και χωρίς κίνδυνο διακύμανσης. Στόχος τη MRP είναι, η διάθεση υλικών και εξαρτημάτων τον κατάλληλο χρόνο και στην κατάλληλη τοποθεσία. Η πρόβλεψη ζήτητησης για τα τελικά προϊόντα, η ζήτηση για τα επι μέρους παραγωγικά τμήματα σε πρώτες ύλες και εξαρτήματα, προγραμματίζεται μέσα στο χρόνο. Με αυτές τις "απαιτήσεις", τα αποθέματα αυτά μπορούν πολύ εύκολα να εξαληφθούν αν υπάρχουν ενδείξεις για σταμάτημα της ζήτησης των τελικών προϊόντων που παράγονται.

Αφού έχει πραγματοποιηθεί η πρόβλεψη για τη ζήτηση των τελικών προϊόντων, η οποία θα προσδιορίσει τη εξαρτημένη ζήτηση των υλικών και εξαρτημάτων, η MRP προγραμματίζει τις απαιτούμενες ποσότητες που απαιτούνται και τα είδη που χρειάζονται για την παραγωγή των τελικών προϊόντων. Αυτό επίσης που επιβάλλεται για να μην αποσυντονισθεί η παραγωγική διαδικασία, είναι ο χρονικός προγραμματισμός των παραγγελιών που έχει λάβει η επιχείρηση. Για την επιτυχή εφαρμογή της MRP μεγάλο ρόλο παίζει η εγκυρότητα και το ποσοστό ακρίβειας της πρόβλεψης της ζήτησης των τελικών προϊόντων. Επίσης, η χρήση Η/Υ κρίνεται απαραίτητη προκειμένου να παρακολουθούνται σωστά η μεγάλη ποικιλία των πρώτων υλών και εξαρτημάτων. Για την εφαρμογή της MRP επιβάλλεται η διατήρηση γενικού προγράμματος παραγωγής, κατασταση προδιαγραφών της σύνθεσης του προϊόντος και βέβαια αναλυτικοί λογαριασμοί παρακολούθησης των αποθεμάτων. Τα τρία αυτά στοιχεία είναι πάνω στα οποία θα στηριχθεί η MRP . Αποτελούν κατά μια έννοια τις εισροές του συστήματος. Και αφού η MRP είναι ο "επεξεργαστής"του συστήματος, ως εκροές θα είναι τα στοιχεία που χρειάζεται η επιχείρηση για να ελέγχει την παραγωγική διαδικασία.

Στο γενικό πρόγραμμα, πρέπει να καθορίζεται το είδος, οι παραγόμενες ποσότητες και ο χρόνος.παραγωγής του προϊόντος. Για να καθορισθούν αυτά επιβάλλεται να προσδιορισθεί η συνολική ζήτηση για κάθε ένα από τα τελικά προϊόντα που θα παραχθούν. Ο υπολογισμός της ζήτησης γίνεται αθροίζοντας τις παραγγελόμενες ποσότητες πελατών και της εκτιμόμενης κατά την περίοδο αναμενόμενης ζήτησης. Η εκτίμηση της αβέβαιης (αόριστης - ανεξάρτητης 90 ζήτησης του προϊόντος δεν αφορά την MRP . Τέλος, να αναφέρουμε στο γενικό πρόγραμμα ότι τυχόν περιορισμοί του συστήματος παραγωγής δεν λαμβάνονται υπόψιν κατά την κατασκευή του προγράμματος αλλά αφήνονται για να αντιμετωπισθούν αργότερα.

Εκτός από το γενικό πρόγραμμα, χρειάζεται και αναλυτική περιγραφή του είδους που θα παραχθεί. Αυτή η αναλυτική κατάσταση είναι απαραίτητη για κάθε προϊόν, προκειμένου να είναι γνωστή η μορφή, η ποιότητα και το "κόψιμο" του προϊόντος, στοιχεία τα οποία καθαορίζονται από το τμήμα Marketing της επιχείρησης. Επίσης χρειάζεται η λεπτομερής περιγραφή στα εξαρτήματα, τις πρώτες ύλες, στην διαδικασία κατεργασίας αυτών καθώς και η σειρά εκτέλεσης των εργασιών, προκειμένου να προκύψει το τελικό προϊόν. Αυτό που τελικά προκύπτει, είναι έν δίκτυο ανάλυσης, το οποίο διακλαδώνει τις πηγές προέλευσης του τελικού προϊόντος δηλαδή, τα συστατικά του. Γι' αυτό και λέγεται πως η κατάσταση προδιαγραφών προϊόντος ονομάζεται και συνταγή του προϊόντος.

Ο αναλυτικός λογαριασμός των αποθέματων είναι πολύ χρήσιμος, προκειμένου να είναι γνωστή η διακίνηση και το διαθέσιμο απόθεμα. Οι λογαριασμοί αυτοί τηρούνται από τα Χρηματοοικονομικό τμήμα της επιχείρησης και συγκεκριμένα από το λογιστήριο. Η λογιστική τηρώντας αναλυτικού λογαριασμούς ξεχωριστούς για κάθε είδος αποθέματος, παρέχει πολύ χρήσιμες πληροφορίες για τους προμηθευτές του είδους, τη στάθμη του αποθέματος κάθε χρονικό διάστημα μέσω των υπολοίπων, τους χρόνους παραγγελίας (τοποθέτησης και άφιξης) και πολλές άλλες χρήσιμες πληροφορίες.

Η MRP ξεκινάει τη επεξεργασία των στοιχείων - αντλώντας τα από τι πηγές που αναφέραμε παραπάνω - προσδιορίζοντας τις ανάγκες σε απόθεμα για κάθε είδος (υλικό ή εξάρτημα). Στη συνέχεια προσδιορίζει την ποσότητα αποθέματος που χρειάζεται η επιχείρηση να διατηρεί. Προσδιορίζοντας την αναγκαία ποσότητα για κάθε περίοδο από κάθε είδος και αφαιρώντας από αυτή το διαθέσιμο απόθεμα (υπόλοιπο λογαριασμών κάθε είδους), καθορίζεται η παραγγελόμενη ποσότητα. Επειδή όμως μακροχρόνια - όπως σημειώσαμε παραπάνω - η παραγωγή γίνεται μεταβλητή και εξαρτώμενη από τη διαμορφώμενη στην αγορά ζήτηση των τελικών προϊόντων, επιβάλλεται η εφαρμογή κάποιων μέτρων για αυτή τη διακύμανση τη ζήτησης. Για την αντιμετώπιση αυτής της κατάστασης η MRP είτε διατηρεί αποθέματα ασφαλείας τα οποία καθορίζει η πολιτική τη Διοίκησης της επιχείρησης είτε υπερκετιμά τις ανάγκες για αυτά τα είδη αποθέματος προκειμένου να καλυφθούν κατά το δυνατόν αυξανόμενες ανάγκες.

Μετά την επεξεργασία των δεδομένων η MRP βρίσκεται στη θέση να προσφέρει στην επιχείρηση τις επιθυμητές πληροφορίες για τον έλεγχο των αποθεμάτων. Οι εκθέσεις που παρέχει η MRP στην επιχείρηση, που χωρίζονται σε πρωτογενείς και δευτερογενείς εκθέσεις, κατευθύνουν το Marketing Management στον έλεγχο και το χρονικό προγραμματισμό της παραγωγικής διαδικασίας. Οι μεν πρωτογενείς εκθέσεις περιλαμβάνουν τις προγραμματισμένες παραγγελίες, όπως και κάθε στοιχείο που επιβάλλει την αλλαγή του προγράμματος παραγωγής, οι δε δευτερογενείς εκθέσεις γνωστές και σαν υποβοηθητικές, εντοπίζουν προβληματικές περιοχές της παραγωγικής διαδικασίας, υπολογίζουν ευνοϊκές αποκλίσεις από το πρόγραμμα, εκτιμούν την αποδοτικότητα της παραγωγικής διαδικασίας και πολλές άλλες χρήσιμες πληροφορίες. Η χρήση Η/Υ κανει εφικτή τη δυνατότητα εξαγωγής αυτών των αποτελεσμάτων ανά τακτά χρονικά διαστήματα.

Χρειάζεται να τονίσουμε ότι η MRP για να έχει σωστά αποτελέσματα (εκροές) είναι απαραίτητο η ποιότητα των εισαγώμενων πληροφοριών (εισροές) να είναι όσο το δυνατό υψηλή. Αυτή η μεγάλη ανάγκη απεικονίζεται παραστατικά από το διάγραμμα λειτουργίας της MRP (Σχ. 16) :

'Οσο πιο σωστά δομημένο είναι το πρόγραμμα παραγωγής και όσο πιο έγκυρα είναι τα υπόλοιπα των λογαριασμών ή ακόμη όσο πιο εύστοχες είναι οι προδιαγραφές των παραγώμενων προϊόντων που παραδίδονται από το τμήμα Marketing , τόσο πιο ποιοτικά θα είναι τα προϊόντα που παράγονται και με το χαμηλότερο δυνατό κόστος. Η εφαρμογή ολικής ποιότητας ελέγχου είναι απόλυτα εφικτός στόχος για την MRP , αρκεί τα δεδομένα να είναι ανάλογα σε υψηλό ποσοστό ποιότητας. Περιορίζοντας της ανακρίβειες των πληροφοριών που παρέχουν οι πηγές, περιορίζονται στο ελάχιστο τα πιθανά σφάλματα που μπορούν να δημιουργηθούν. 'Οσο πιο ποιοτικές είναι οι πληροφορίες που στηρίζεται το σύστημα, τόσο πιο ποιοτικά είναι τα αποτελέσματα της MRP .

Τα τελευταία χρόνια ευρεία εφαρμογή έχει παρατηρηθεί σε ένα πιο εξελιγμένο μοντέλο της MRP , πιο εύχρηστου για Η/Υ, της MRP II. Αν και, υπάρχουν αρκετά πορβλήματα στην εφαρμογή της MRP II, σε τέλεια λειτουργικότητα σχεδόν συμπίπτει με την JIT.

15) ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ JIT

Ουσιαστικά δεν πρόκειται για καθαρό υπόδειγμα ελέγχου αποθεμάτων. Η μέθοδος JIT είναι περισσότερο μια φιλοσοφία management παρά ένα σύνολο ειδικών τεχνικών. Το αυξανόμενο ενδιαφέρον για JIT μεθόδους παραγωγής υπόσχεται τη ριζική αλλαγή της προγραμματικο-οικονομικής επενδυτικής πρακτικής. Η JIT παραγωγή αποτελεί συντονισμό των προμηθευτών προκειμένου τα αποθέματα να φθάνουν στην επιχείρηση τη στιγμή της ζήτησής τους (Just In Time).

Πρόκειται για ένα σύστημα καθοδηγούμενο από τον καταναλωτή, όπου παραγωγή και παραγγελία συγκλίνουν προσεγγεστικά τέλεια, που έχει την ικανότητα απορόφησης "αργών" επενδυτικών πηγών · "έξω" από την επιχείρηση. Η επιτυχία της JIT είναι ότι επιτυγχάνει με 0% επένδυση 100% ποιότητα υπηρεσιών. Αυτό σημαίνει ότι τα προϊόντα φθάνουν στην επιχείρηση, που έχει ζητούμενο τα προϊόν της, ακριβώς την ώρα που ζητείται. Απαιτεί συνεπώς συγχρονισμό μεταξύ προμηθευτή και καταναλωτή. Η παραγωγική διαδικασία προγραμματίζεται με τέτοιο τρόπο ώστε "ουδέτερες" επενδύσεις ασφαλείας δεν χρειάζονται. Αυτό έχει γίνει δυνατό σήμερα, με την αυξανόμενη πρόοδο στην δύναμη των Η/Υ και στην απλοποίηση συγχρονισμού του κόστους. Είναι η αντίθετη σε φιλοσοφία κλασσική άποψη της αποθεματοποίησης εμπορευμάτων με στόχο μεταπώλησή τους (Just In Case).

Η άποψη της JIT είναι ότι χαμηλά ή ανύπαρκτα επίπεδα αποθέματος αποφέρουν λειτουργικά προβλήματα τα οποία έχοην καληφθεί από την επιπλέον επένδυση/ Ειναι μαι φιλοσοφία που επεκτείνεται, περισσότερο από μια "παρωπιδική" επιχείρηση, όχι μόνο προς τον πελάτη αλλά και προς τους προμηθευτές, που απαιτείται να είναι πιο αποτελεσματικοί. Δραστική εφαρμογή JIT οδηγεί σε μειωμένη επένδυση από την επιχείρηση και αυξανόμενη ποιότητα υπηρεσιών, παραγωγικότητα και ικανότητα προσαρμογής στις συνεχείς αλλαγές.

Η επένδυση είναι ο πρώτος στόχος του JIT και σε ιδεώδη κατάσταση σε καθόλου επένδυση αποθέματος, και σε άριστη λειτουργία της παραγωγικής διαδικασίας, σε μια ιδεώδη ισορροπία. Στην παραγωγική διαδικασία η JIT εφαρμόζεται μέσω ενός συστήματος καρτών, γνωστές ως "κανμπάνας" (από τη Toyota που πρώτη εφήρμοσε το σύστημα το 1981), χρησιμοποιούνται στην παρακολούθηση όλων των τμημάτων μέσω του συστήματος, και "αποφασίζει" μόνο όταν έχον πραγματοποιηθεί όλες οι προγραμματιζόμενες δραστηριότητες.

Γ) ΠΡΟΣΟΜΕΙΩΣΗ

Όλα τα υποδείγματα που παρουσιάσαμε ως τώρα κάλυπταν ειδικές συνθήκες ελέγχου αποθεμάτων και είχαν όλα τα σε κάθε περίπτωση μειονεκτήματά τους. Υπάρχει άραγε το τέλειο υπόδειγμα ελέγχου; Κατά μια άποψη τουλάχιστον, ναι, η προσομείωση (!). Θα μπορούσαμε να παραλληλίσουμε την μέθοδο της προσομείωσης με τη μέθοδο πρόβλεψης των οικονομετρικών μοντέλων. Ότι σημαίνει οικονομετρία για τις προβλέψεις, σημαίνει προσομείωση για τον έλεγχο συστημάτων - άρα και αποθεμάτων. Και οι δύο μέθοδο αποτελούν τα πιο εξελιγμένα μαθηματικά μοντέλα το καθένα στο χώρο του. Και οι δύο είναι πολύπλοκες, επιβάλλουν τη χρήση Η/Υ για να είναι αποτελεσματικές και απαιτούν μόνο εμπειρογνώμονες του κάθε είδους να τις μεταχειρίζονται. Είναι συνεπώς πολύ "υπεροπτικές" και απαιτητικές μέθοδοι. Γιατί άραγε τότε να είναι τόσο περιζήτητες ειδικά σε δύσκολες και πολύπλοκες καταστάσεις; Διότι είναι πολύ αποτελεσματικές και οι πιο αξιόπιστες τουλάχιστον από κάθε ανταγωνιστή τους.

16) ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΠΡΟΣΟΜΕΙΩΣΗΣ (simulation method)

Είναι παραπλανητικό να μιλάμε για υπόδειγμα προσομείωσης, αφού δεν υπάρχει κάποιος σταθερός μαθηματικός τύπος που να την ορίζει. Πρόκειται για ένα αλγόριθμο ο οποίος μας οδηγεί μετά από μια επαναληπτική διαδικασία στο επιθυμητό αποτέλεσμα. Η μέθοδος ανάλυσης της προσομείωσης είναι μια φυσική και λογική επέκταση των αναλυτικών μαθηματικών μοντέλων, "προϊόν" της επιχειρησιακής έρευνας. Όλα τα υποδείγματα που παρουσιάσαμε έως τώρα ήταν διατυπωμένα μοντέλα κρίσεως απόφασης, τα οποία όχι απλά μόνο κατά προσέγγιση αλλά και από συμφωνία απίθανων συνθηκών, παρέχουν αποτελέσματα μέσω μονότονων "σταθερών" μαθηματικών επαναλήψεων των "αποτελεσματικών" εξισώσεων. Στην πραγματικότητα το μεγάλο μειονέκτημα όλων των υποδειγμάτων που παρουσιάσαμε ήταν η αδυναμία τους από λίγο έως πολύ να προσαρμόζονται στο συνεχώς μεταβαλόμενο επιχειρησιακό περιβάλλον. Είναι γεγονός ότι υπάρχουν πολλές περιπτώσεις καταστάσεων και συνθηκών που δεν μπορούν να απεικονιστούν μαθηματικά λόγω της στοχαστικής φύσης του προβλήματος, την πολυσυνθετικότητα της διατύπωσης του προβλήματος ή τις αλληλεπιδράσεις που χρειάζεται να περιγραφούν λεπτομερώς μετά από ειδική μελέτη της λειτουργίας του πραγματικού συστήματος. Για πολλές τέτοιες καταστάσεις που δεν επιδέχονται απλή μαθηματική διατύπωση, η προσομείωση μοιάζει το μόνο μέσο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη λήψη εύστοχων αποτελεσμάτων.

Η προσομείωση είναι μια αριθμητική τεχνική διεξαγωγής πειραμάτων σε (digital) Η/Υ, που έχει σαν συνέπεια τη σύνθεση λογικών και μαθηματικών σχέσεων που μέσω της αλληλεπίδρασης τείνουν να μιμηθούν (περιγράψουν) την συμπεριφορά και τη διάρθρωση ενός πολύπλοκου πραγματικού συτήματος, πάνω σε εκτεταμένες περιόδους χρόνου. Συχνά περιγράφεται ως η διαδικασία της δημιουργίας της ουσίας της πραγματικότητας, χωρίς αυτό το επίτευγμα τελειότητας να συμβαίνει ποτέ πραγματικά. Αυτό επιτυγχάνεται με τη σύνθεση κατασκευής, πειραματισμού και χειρισμού ενός πολύπλοκου μοντέλου σε Η/Υ.

Επίσης, υποστηρίζεται ότι η προσομείωση μερικές φορές περιγράφεται σαν μια μέθοδος-τελευταίο καταφύγιο, που εφαρμόζεται όταν όλες οι άλλες έχουν αποτύχει να δώσουν έγκυρα αποτελέσματα. Οι τελευταίες εξελίξεις στη μεθοδολογία της προσομείωσης, στη μεγάλη διαθέσιμη ποικιλία software και στην τεχνική ανάπτυξη, έχει κάνει την προσομείωση ένα από τα περισσότερο διαδεδομένα, χρησιμοποιούμενα αποδεκτά εργαλεία στην ανάλυση συστημάτων και στην επιχειρησιακή έρευνα. Τα μοντέλα προσομείωσης έχουν τα τελευταία χρόνια ευρύτατη διάδοση με ανάλογη ανάπτυξη εξειδικευμένων "γλωσσών προσομείωσης" σε Η/Υ, όπως η simscript και η simula για διακριτά συστήματα, η CSSL και CSMP για συνεχή συστήματα και πλήθος άλλων έτοιμων πακέτων, τα οποία παρέχουν τις επιθυμητές λύσεις σε πολύπλοκα συστήματα που είναι αδύνατον να εκφραστούν με αναλυτικές μεθόδους, π.χ. συστήματα επικοινωνιών, συστήματα οδικής κυκλοφορίας, τραπεζικά συστήματα κ.λ.π.

Οι βασικώτεροι λόγοι που η προσομείωση είναι δυνατόν να είναι κατάλληλη για μια περίπτωση, είναι :

1. Η προσομείωση κάνει δυνατή τη μελέτη και το πειραματισμό με τις πολύπλοκες εσωτερικές αλληλεπιδράσεις ενός υποτιθέμενου συστήματος είτε είναι μιας επιχείρησης, ενός εργοστασίου, μιας οικονομίας είτε κάποιου υποσυστήματος από αυτά.
2. Μέσω της προσομείωσης, μπορούν να μελετηθούν οι επιδράσεις ασφαλών πληροφοριών, οργανικών και περιβαντολογικών αλλαγών της λειτουργίας ενός συστήματος, εφαρμόζοντας αλλαγές στο μοντέλο ενός συστήματος και παρατηρώντας τα αποτελέσματα αυτών των αλλαγών στη συμπεριφορά του συστήματος. Μπορεί δηλαδή η προσομείωση να χρησιμοποιηθεί σαν μέσο επικοινωνίας για το πως θα αντιδρούσε ένα σύστημα ελέγχου σε συγκεκριμένες συνθήκες.
3. Μια λεπτομερής παρακαλούθηση του συστήματος, αν "προσομειωθεί",. ίσως οδηγήσει σε μια καλύτερη κατανόηση του συστήματος και στις προτάσεις βελτίωσής του, που διαφορετικά θα ήταν ανέφικτο να αποκομισθεί.

4. Η προσομείωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν ένας παιδαγωγικός "μηχανισμός" εκπαίδευσης μαθητών και επαγγελματιών που βασικά απαιτεί ειδίκευση σε θεωρητική ανάλυση, στατιστική ανάλυση και στην επιχειρηματική λήψη αποφάσεων.

5. Η εμπειρία σχεδίασης ενός μοντέλου προσομείωσης σε Η/Υ είναι πιο πολύτιμη από την ίδια τη οντότητα της προσομείωσης. Η γνώση που λαμβάνεται στη σχεδίαση μιας μελέτης προσομείωσης συχνά υποβάλλει αλλαγές στο σύστημα που προσομειώθηκε. Τα αποτελέσματα αυτών των αλλαγών μπορούν τότε να δοκιμασθούν μέσω προσομείωσης πριν αυτά εφαρμοσθούν στο πραγματικό σύστημα. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί δηλαδή σαν προθάλαμος πειραματισμών πριν εφαρμοσθούν οι αλλαγές πραγματικά.

6. Η προσομείωση πολύπλοκων συστημάτων μπορεί να αποφέρει πολύτιμη διορατικότητα για τον εντοπισμό των πιθανών ασταθειών που είναι περισσότερο σημαντικές από άλλες στο σύστημα και στον τρόπο που αυτές οι αστάθειες επιδρούν.

7. Η προσομείωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο πειραματισμό με νέες καταστάσεις για τις οποίες διαθέτουμε ελάχιστες ή καθόλου πληροφορίες, έτσι ώστε να προετοιμασθούμε γι' αυτό που μπορεί να συμβεί.

8. Η προσομείωση μπορεί να εξυπηρετήσει ένα πείραμα προ κοινοποίησης και δοκιμασίας στη πράξη πολιτικών και κανόνων αποφάσεως για το χειρισμό ενός συστήματος, πριν να διατρέχουμε το ρίσκο πειραματισμού στο πραγματικό σύστημα.

9. Για ασφαλείς τύπου στοχαστικών προβλημάτων η αλληλουχία των γεγονότων ίσως να είναι εξαιρετικά σημαντική. Η πληροφόρηση για προσδοκούμενες αξίες και σημασίες ίσως να μην είναι επαρκείς να περιγράψουν την διαδικασία. Σε αυτές τις περιπτώσεις, οι μέθοδοι προσομείωσης ίσως να είναι ο μόνος ικανοποιητικός "δρόμος" για την περιοχή των ζητούμενων πληροφοριών.

10. Η ανάλυση προσομείωσης μπορεί να εκτελεστεί για την επαλήθευση αναλυτικών λύσεων.

11. Η προσομείωση καθιστά ικανό κάποιον να μελετήσει δυναμικά συστήματα είτε σε κανονικούς είτε σε συμπιεσμένους είτει ακόμη σε επεκταμένους χρόνους.

12. Όταν νέα στοιχεία εισάγονται σε ένα σύστημα, η προσομείωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προλαμβάνει κυκλοφοριακή συμφόρηση και άλλα προβλήματα που εμφανίζονται στη συμπεριφορά ενός συστήματος.

Η ανάλυση προσομείωσης πάντοτε ξεκινάει με ένα μοντέλο του συστήματος που πρέπει να μελέτηθεί. Σε Η/Υ σε αυτό το βήμα η προσομείωση, πραγματοποιείται μέσω της κατασκευής ενός προγράμματος για Η/Υ που "περιγράφει" το σύστημα, κάτω από μελέτη μετά από τη κατάλληλη διαμόρφωση από τον Η/Υ . Η απεικόνιση αυτή μπορεί να γίνει από ένα πρόγραμμα FORTRAN , παραστατικά ψηφιακά ντισπλέις (displays interactive), ή μια πολύπλοκη ειδική "γλώσσα" προσομείωσης όπως η SIMSCRIPT, η SLAM II, ή η GPSS. Αφού ολοκληρωθεί αυτό το βήμα, το μοντέλο του συστήματος λειτουργεί και τα αποτελέσματα αυτών των ενεργειών μελετώνται προσεχτικά σε μακρές προσομειακές περιόδους του χρόνου. Στην ουσία, ο ενεργών το πείραμα ενεργεί στο αναπτυγμένο μοντέλο παρά στο πραγματικό σύστημα. Παρόλο που η ανάλυση προσομείωσης συνήθως εκτελείται σε Η/Υ μία τέτοια απεικόνιση δεν χρειάζεται πάντοτε ακόμη και για πολύπλοκα προβλήματα. Είναι δυνατές και "χειροποίητες" προσομειώσεις. Παραβλέποντας τη μεγάλη σημασία του φορμαρίσματος που χρειάζεται για την εκτέλεση προσομείωσης, η πείρα είναι ποθητή για την επαρκή εκμετάλλευση όλων των δυνατοτήτων της προσομείωσης. Αυτή η πείρα αποκτάται με την εξοικίωση φορμαρίσματος προσομείωσης, το οποίο καθιστά ικανό έναν αναλυτή προσομείωσης να αναπτύξει επιδεξιότητα σε αυτό τον χώρο. Γι' αυτό και η προσομείωση θεωρείται από τους περισσότερους ως "τέχνη" παρά επιστήμη.

Η προσομείωση είναι ένα από τα ευκολότερα εργαλεία της επιστήμης του management για να χρησιμοποιεί, αλλά πιθανά ένα από τα δυσκολότερα να εφαρμοσθούν σωστά και ίσως δυσκολότερο να καταλήξει σε ακριβή συμπεράσματα. Με τη πλατιά εφαρμογή ικανών προσωπικών Η/Υ, η προσομείωση είναι όλο και περισσότερο διαθέσιμη σε στελέχη επιχειρήσεων και μηχανολόγους που ασχολούνται με τεχνικές επιχειρησιακής έρευνας. Και για πολλά πραγματικά προβλήματα δίνει λύσεις με σχετικά χαμηλό κόστος. Εντούτις, η ικανότητα που απαιτείται για την ανάπτυξη και τον χειρισμό ενός αποτελεσματικού προσομειωτικού μοντέλου είναι ουσιώδης και συνεπώς απαραίτητη. Η μεταβλητότητα ή η διασκόρπιση των προσομειακών αποτελεσμάτων είναι ένα πολύ σημαντικό πρόβλημα και ίσως απαιτεί μακρά και πολύπλοκη ανάλυση προσομείωσης προκειμένου να αντληθούν αντηληπτά συμπεράσματα από την προσομείωση.

Ας εξηγήσουμε τη διαδικασία προσομείωσης. Ο σχεδιασμός του προσομειακού μοντέλου είναι μια κρίσιμη κατάσταση οποιοσδήποτε μελέτης, αλλά είναι το μόνο πράγμα με το οποίο ο χρήστης πρέπει να ασχολείται. Η διαδικασία σχεδιασμού προσομειακού μοντέλου αποτελείται από τρία στάδια. Τις προ-προσομειακές δραστηριότητες, τις δραστηριότητες ανάπτυξης-σχεδιασμού και τις δραστηριότητες χειρισμού.

Σε μια γενική άποψη καταστάσεων και συνθηκών, στην οποία τα συστήματα προσομείωσης χρησιμοποιούνται, η πρώτη ενέργεια είναι η αναγνώρηση του προβλήματος. Αυτή η αναγνώριση οδηγεί ευθέως στη μελέτη και ανάλυση του συστήματος από μόνο του και αποκορυφώνεται στην εγκατάσταση ενός αντικειμένου που ευθέως στην μελέτη και ανάλυση του συστήματος από μόνο του και αποκορυφώνεται στην εγκατάσταση ενός αντικειμένου που ευθέως λύνει το πρόβλημα. Τυπικά αντικείμενα (χαρακτηρισμοί εκτέλεσης συστήματος) μπορούν να είναι τα εξής :

1) Επιλογή λειτουργικών παραμέτρων για ένα υπαρκτό σύστημα.
2) Επιλογή λειτουργικών παραμέτρων για ένα σχεδιαζόμενο σύστημα.
3) Εξερεύνηση του συστήματος συμπεριφοράς.
4) Τροποποίηση ενός υπαρκτού συστήματος.
5) Σχεδιασμός ενός νέου συστήματος.

Στη διαδικασία, ο χρήστης πρέπει να εκτιμήσει τα διαφορετικά εργαλεία ή τεχνικές που είναι διαθέσιμες, σχετικές με το αντικειμενικό μοντέλο και το σύστημα με το οποίο συναλάσσεται. Αν το πρόβλημα είναι η εγκαθίδρυση βέλτιστων παραμέτρων και το σύστημα ταιριάζει ή μπορεί να φτιαχθεί να ταιριάζει σε μία από τις διαθέσιμες περιπτώσεις που απαριθμήσαμε παραπάνω, τότε αυτό είναι προφανώς η πιο κατάλληλη τεχνική να χρησιμοποιηθεί. Η εφεύρεση τεχνικών ελέγχων είναι παραδείγματα επαγωγικών μεθοδολογικών λύσεων. Οι τεχνικές αλγορίθμων είναι επαγωγικές, επαναληπτικές τεχνικές ανάπτυξης αριθμητικών λύσεων σε ειδικά προβλήματα. Ο γραμμικός προγραμματισμός είναι ένα παράδειγμα μιας τεχνικής στην οποία ένας αλγόριθμος, συνήθως ο αλγόριθμος simplex, οδηγεί σε μία άριστη λύση. Αν το πρόβλημα είναι "έμφυτα" ένα πρόβλημα αριστοποίησης, και μπορεί να μοιρασθεί σε μία δομή (σκελετός) όπου υπάρχει ένας τέτοιος αλγόριθμος, τότε αυτή η προσέγγιση θα προτιμηθεί. Μία άλλη εναλλακτική λύση είναι ο πειραμματισμός με το λειτουργικό σύστημα από μόνο του. Υπάρχουν τεχνικές, όπως εξελιχτική δεοντολογία (EVOP), που παρέχουν μέσα συστηματικών εκτιμόμενων αλλαγών, των λειτουργικών παραμέτρων του συστήματος. Αυτή η προσέγγιση λογικά είναι κατάλληλη στην συναλλαγή με συστήματα που είναι έντονα ευαίσθητα παραμετρικών αλλαγών.

Η προσομείωση είναι κατάλληλη τεχνική όπου δεν είναι εφικτός ο πειραματισμός με το σύστημα από μόνο του ή όπου οι ευθείς αναλυτικές μέθοδοι δεν είναι διαθέσιμες. Στην πρώτη περίπτωση, ίσως να είναι πολύ ακριβός ο πειραματισμός με το υπαρκτό σύστημα. Τέτοιος πειραματισμός ίσως αλλάξει τα λειτουργικά χαρακτηριστικά του συστήματος, και έτσι το ρίσκο του πειραματισμού ίσως προκαλέσει "θανάσιμη" ζημιά στο σύστημα. Στη δεύτερη περίπτωση, η πολυπλοκότητα πολλών συστημάτων παραγωγής, εμποδίζει την εφαρμογή αναλυτικών τεχνικών, είτε αυτές είναι επαγωγικές είτε αλγοριθμικές. Αν το σύστημα περιέχει πολλά στοχαστικά στοιχεία πολύπλοκης φάσης, το προκύπτον μοντέλο πιθανά αντιστέκεται αναλυτικής μεταχείρησης. Οι δύο περιπτώσεις που αναφέρθηκαν, όπου ο πειραματισμός στο πραγματικό σύστημα δεν είναι δυνατός και που αρμόζοντες αναλυτικές τεχνικές δεν είναι διαθέσιμες, είναι οι γενικές αιτίες πίσω από κάθε μελέτη προσομείωσης. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η προσομείωση είναι μια τεχνική λύσεως προβλημάτων που βασίζονται πάνω στον πειραματισμό που εκτελείται σε ένα μοντέλο πραγματικού συστήματος. Οι προ-προσομειακές δραστηριότητες περιγράφονται παραστατικά στο παρακάτω διάγραμμα (Σχ. 18):

Η πρώτη δραστηριότητα ανάπτυξης είναι ο σχεδιασμός και η εφαρμογή του προσομειακού μοντέλου. Λόγω της απαιτούμενης υψηλού επιπέδου ορολογίας και πολοπλοκότητας εφαρμογής δεν θα αναφερθούμε στις ειδικές εργασίες. Ας υποθέσουμε ότι αυτές οι εργασίες πραγματοποιήθηκαν, η επόμενη ενέργεια είναι η επαλήθευση του μοντέλου. Ένα επαληθευμένο μοντέλο είναι αυτό που έχει αποδείξει ότι συμπεριφέρεται όπως ακριβώς ο σχεδιαστής σκόπευε. Αυτή είναι μια πολύ σημαντική δραστηριότητα, διότι χωρίς ικανοποιητικό και σαφή επαλήθευση, είναι πιθανό να προκύψει ένα μοντέλο το οποίο φαίνεται να δουλεύει ικανοποιητικά αλλά παρέχει απαντήσεις που στην πραγματικότητα είναι λανθασμένες. Γι' αυτό το πρόβλημα προτείνονται είδικές στατιστικές μέθοδοι, που προχωρούν πιο μακρυά από τη συνηθισμένη πρακτική της προσομείωσης, και που είναι δυνατόν να βοηθήσουν στην επαλήθευση του μοντέλου (Fishman & Kiviat). Πρόκειται για όντως μια πολύ δύσκολη και επίμονη διαδικασία επίτευξης ικανοποίησης. Ένα τέτοιο ικανοποιητικό έγκυρο είναι αυτό που αποδυκνύει ότι είναι μια λογική "αφηρημένη" έννοια του πραγματικού μοντέλου που φιλοδοξεί να αναπαραστήσει. Η συνηθισμένη διαδικασία προσέγγισης επικύρωσης είναι να "τρέξει"(run) το μοντέλο με ιστορικά δεδομένα και στη συνέχεια να συγκριθούν τα αποτελέσματα του μοντέλου με τα πραγματικά αποτελέσματα του πραγματικού συστήματος για τη ίδια ιστορική περίοδο. Τέτοιες συγκρίσεις συνήθως δεν είναι βάσιμες λόγω του γεγονότος ότι το μοντέλο ίσως να είναι πειραματικό ή προβλέψιμο από τη φύση του. Είναι επίσης δύσκολη η στατιστική σύγκριση των αποτελεσμάτων σε πολλές περιπτώσεις όπου μία τέτοια σύγκριση απαιτείται, λόγω της απαίτησης ότι η ισσοροπία πραγματοποιείται πριν τα αποτελέσματα μετρηθούν. Ίσως πάρει πάρα πολύ χρόνο για να επιτευχθεί ισσοροπία στο μοντέλο προσομείωσης του Η/Υ ενόσω το πραγματικό σύστημα ίσως ποτέ να μην ευρίσκεται σε κατάσταση ισσοροπίας - ως εκ τούτου περισσότερο περιπλέκεται η σύγκριση.

Ο στρατηγικός σχεδιασμός αναφέρεται στην δραστηριότητα σχεδιασμού και προγραμματισμού του πειραματισμού που πρόκειται να γίνει στη προσομείωση.Τα στάδια πειραματισμού, στην εγκαθίδρυση ενός αντικειμένου, έχουν να κάνουν με την διερεύνηση της συμπεριφοράς του συστήματος και την αριστοποίηση των παραμέτρων του συστήματος. Η διερεύνηση της συμπεριφοράς του συστήματος επιχειρήται με μια απόπειρα να εξηγηθεί η σχέση μεταξύ των αποτελεσμάτων και των παραμέτρων ελέγχου της προσομείωσης. Η αριστοποίηση σκοπεύει στην εύρεση του συνδιασμού των παραμετρικών σταδίων που ελαχιστοποιούν ή μεγιστοποιούν τα αποτελέσματα της προσομείωσης. Τα πειραματικά σχέδια, όπως ακέραιων παραγόντων, κλασματικών παραγόντων ή διαφορετικών, είναι κατάλληλα για τη διερεύνηση πειραματισμού. Για την αριστοποίηση, οι επιδιωκόμενες τεχνικές αριστοποίησης είναι διαθέσιμες, μολονότι σε πολλές περιπτώσεις δεν μπορούν να εγγυηθούν μια ολική αριστοποίηση, είναι σε θέση να δώσουν επιθυμητές πρακτικές λύσεις και αποτελέσματα. Υπάρχουν ικανοποιητικά περιγράμματα πειραματικού σχεδιασμού για τη μελέτη προσομειακού μοντέλου (Hunter & Naylor , Schmidt & Taylor). Σε γενικές γραμμές ο σχεδιασμός των ενεργειών πειραματισμού της προσομείωσης αναπαριστόνται στο παρακάτω διάγραμμα (Σχ. 17):

Απομένουν οι ενέργειες διαχείρησης της προσομείωσης. Σε αυτό το στάδιο μετά την προσομειακή διαδικασία το μοντέλο έχει σχεδιαστεί, εφαρμοσθεί, μελετηθεί και η χρήση του έχει προγραμματισθεί. Οι απομένοντες δραστηριότητες είναι να εκτελεσθεί ο πραγματικό προγραμματισμένος πειραματισμός της προσομείωσης. Αυτό συμπεριλαμβάνει τακτικό σχεδιασμό των πειραμάτων που πρόκειται να εκτελεσθούν, σαν την πρώτη δραστηριότητα. Αυτή η δραστηριότητα "περιγράφεται" σαν τον καθορισμό των εκτελέσεων της προσομειακής διαδικασίας του μοντέλου (run). Αυτό περιλαμβάνει την επιβολή αρχικών συνθηκών για τις μεταβλητές στα μοντέλα και στον υπολογισμό παραμέτρων έτσι ώστε το προσομειακό σύστημα να προσεγγίσει(φθάσει) μία κατάσταση ισσοροπίας όσο το δυνατόν πιο σύντομα. Ο χρήστης θα πρέπει επίσης να καθορίσει πως η ισσοροπία θα αναγνωριστεί έτσι ώστε τα δεδομένα να μπορούν να συγκεντρωθούν χωρίς να έχουν αλλοιωθεί και προκαταληφθεί από παροδικά και εφήμερα γεγονότα τα οποία ανέκυψαν απροσδόκητα από την εκτέλεση της διαδικασίας. Επίσης, πρέπει να ελεγθεί και μελετηθεί το δειγματοληπτικό μέγεθος των πληροφοριών που θα πρέπει να συγκεντρωθεί και οι τεχνικές που θα χρησιμοποιηθούν για τη σύγκριση εναλλακτικών συστημάτων αν αυτό είναι το αντικείμενο μελέτης. Σε αυτήν τη τελευταία περίπτωση, ο χρήστης θα ενδιαφέρεται για τα συγκριτικά αποτελέσματα από την εκτέλεση της προσομείωσης. Ο χρήστης μπορεί να εφαρμόσει μεθόδους τέτοιες όπως η χρήση της ίδιας αλληλουχίας τυχαίων αριθμών σε κάθε εκτέλεση, η οποία θα μειώσει την υπολειμματική απόκλιση μεταξύ σειράς αποτελεσμάτων και έτσι θα επιτραπεί μια μείωση των επαναλήψεων εκτέλεσης της προσομείωσης.

Η διαδικασία εκτέλεσης της προσομείωσης μπορεί να απεικονισθεί σαν "θηλειά", όπως φαίνεται στο διάγραμμα που ακολουθεί (Σχ. 19):

Σε αυτήν τη "θηλειά" παρακαμπτήριων οδών, το μοντέλο εκτελείται για το συγκεκριμένο χρόνο, οι παράμετροι αλλάζουν, και το μοντέλο εκτελείται ξανά, επαναλαμβάνοντας την ίδια διαδικασία. Αυτό επαναλαμβάνεται μέχρι το συγκεκριμένο πείραμα να έχει ολοκλυρωθεί. Αυτό ακολουθείται από μία αναλυτική δραστηριότητα στην οποία τα προσομειακά δεδομένα παρελαύνουν και οι στασιτικές μελέτες αναπτύσσονται. Τεχνικές όπως η παλινδρομική ανάλυση και η ανάλυση παραλαγών, είναι πλατιά χρησιμοποιούμενες μέθοδοι ερμηνείας αυτών των δεδομένων με σεβασμό και κατανόηση στο αρχικό αντικειμενικό μοντέλο.

Αν το αντικείμενο βρέθηκε, η προσομειακή μελέτη ολοκληρώθηκε σε αυτό το σημείο. Εντούτις, λόγω του ότι η προσομείωση είναι μια δοκιμαστική, κριτική διαδικασία, που εύκολα πέφτει στο λάθος, συνήθως το αντικείμενο (μοντέλο) δεν έχει ικανοποιηθεί, αφήνοντας δύο γενικές εναλλακτικές διαθέσιμες ενέργειες. Η πρώτη είναι να τροποποιήσουμε το μοντέλο έτσι ώστε να διευκολύνει τη διάκριση μεταξύ προσομειακών μοντέλων και στη συνέχεια να ξαναεκτελεστεί το πείραμα. Η δεύτερη εναλλακτική είναι να χρησιμοποιηθεί το αρχικό μοντέλο αλλά να γίνει αλλαγή στο σχεδιασμό του πειράματος, χρησιμοποιώντας νέες τεχνικές έρευνας ή περισσότερο δυναμικά πειραματικά σχέδια.

Να αναφέρουμε ότι οι βασικότερες εφαρμογές της προσομείωσης χωρίζονται στις εξής κατηγορίες :

α) Ανάλυση συστημάτων με σκοπό την κατανόηση του τρόπου (ή των προβλημάτων) λειτουργίας ορισμένων υποσυστημάτων τους.

β) Σχεδίαση νέων συστημάτων που πληρούν ένα σύνολο από προκαθορισμένες προδιαγραφές.

γ) Διακρίβωση συστημάτων (πολιτικών, κοινωνικών, βιολογικών κ.λ.π.) των οποίων η συμπεριφορά είναι γνωστή αλλά οι διαδικασίες που την προκαλούν είναι άγνωστες.

δ) Πρόβλεψη της εξέλιξης δυναμικών συστημάτων.
ε) Προβλήματα κυκλοφοριακή συμφόρησης (Traffic Management Problem).

Αν και είναι δύσκολο να εφαρμοστεί λόγω της πολυπλοκότητας και του υψηλού κόστους εφαρμογής, η προσομείωση αποτελεί τη πιο αξιόπιστη λύση σήμερα, από απλά μέχρι εξαιρετικά περύπλοκα προβλήματα ελέγχου. Η εύστοχη εφαρμογή της στο πρόβλημα των αποθεμάτων αποτελεί την ιδεώδη λύση για την άριστη διαχείρησή τους. Δεν μένει παρά να αποπειραθούμε να την εφαρμόσουμε σε πραγματικές καταστάσεις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Μια από τις σπουδαιότερες επιστημονικές ανακαλύψεις του αιώνα που ολοκληρώνεται σε λίγα χρόνια είναι αναμφισβήτητα ο γραμμικός προγραμματισμός. Όχι μόνο για τη διαδικασία θεωρητικής θεμελίωσής του αλλά κύρια για τις λύσεις που έδωσε σε πάρα πολλά πρακτικά προβλήματα από τα μέσα του αιώνα μέχρι και σήμερα.

Επιστημονικά ο γραμμικός προγραμματισμός θεμελιώθηκε το 1947 πό τον George B. Dantzig στο βιβλίο του "Γραμμικός Προγραμματισμός και εφαρμογές" και στο οποίο στηριζόμενος μεταξύ άλλων και σε εργασίες του τότε Σοβιετικού Kantorovich περιγράφει τις αρχές και του αλγόριθμους επίλυσης του Γραμμικού Προγραμμισμού. Όμως ο γραμμικός προγραμματισμός προϋπήρχε από τα μέσα του Β΄ παγκοσμίου πολέμου όπου εξαρμόζονταν από τις ένοπλες δυνάμεις των Η.Π.Α. και της Μ. Βρεττανίας. Η εφαρμογή του γραμμικού προγραμμισμού τότε ήταν στην προσπάθεια επίλυσης προβλημάτων αριστοποίησης του στρατού που περιείχαν ορισμένους περιορισμούς (μετακίνηση, εφοδιασμός & καύσιμα κ.λ.π.). Ο άριστος συνδιασμός δραστηριοτήτων και περιορισμών ήταν ο στόχος που εξυπηρετούσε ο γραμμικός προγραμματισμός τις ένοπλες δυνάμεις.

Η μεγάλη επιτυχία εφαρμογής του γραμμικού προγραμματισμού στην άριστη κατανομή των περιορισμένων πόρων στις διάφορες στρατιωτικές επιχειρήσεις και δραστηριότητες έλκυσε την προοδευτικά αναπτυσσόμενη βιομηχανία που ακολούθησε τον πόλεμο. Η ολοένα αυξανόμενη εξειδίκευση και πολυπλοκότητα στην οργάνωση των μεταπολεμικών επιχειρήσεων προξένησε νέα δυσκολότερα και πιο δυσεπίλυτα προβλήματα. Πολλά από τα στελέχη των μεταπολεμικών επιχειρήσεων - που μάλιστα μερικά είχαν αποτελέσει και μέλη του στρατού - αντιλήφθηκαν ότι πολλά από τα προβλήματα των επιχειρήσεων ήταν ίδια, αλλά σε διαφορετική μορφή, με αυτά που αντιμετώπιζαν οι ένοπλες δυνάμεις μέσω του γραμμικού προγραμματισμού. Η εφαρμογή λοιπόν του γραμμικού προγραμματισμού φάνταζε αναγκαία για την αντιμετώπιση των νέων επιχειρησιακών προβλημάτων.

Α) ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ - ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Ο γραμμικός προγραμματισμός ασχολείται με τον άριστο καταμερισμό περιορισμένων πόρων σε ανταγωνιζόμενες δραστηριότητες. Το πρόβλημα προκύπτει από το δίλλημα επιλογής μείγματος ορισμένω δραστηριοτήτων για πειριορισμένους πόρους που είναι αναγκαίοι για την εκτέλεσή τους. Η σχέση που υπάρχει ανάμεσα στο στόχο και στα μέσα που διαθέτει η επιχείρηση σχηματίζουν την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος. Ο όρος γραμμικός ορίζει ότι όλες οι μαθηματικές σχέσεις στο υπόδειγμα (προβλήματος) είναι γραμμικές, ο δε όρος προγραμματισμός σημαίνει σχεδίαση. Άρα ο γραμμικός προγραμματισμός μέσω γραμμικών συναρτήσεων που συνθέτουν ένα πρότυπο στοχεύει στην άριστη σχεδίαση των δραστηριοτήτων που ικανοποιεί τον προκαθορισμένο σκοπό με τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Η γραμμική σχέση που συνδέει πάρα πολλά από τα επιχειρησιακά, οικονομικά ακόμη και κοινωνικά, ιατρικά προβλήματα συντέλεσε στη μεγάλη διάδοσή του.

Τα παραδείγματα καταμερισμού περιορισμένων πόρων σε δραστηριότητες δηλαδή, προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού είναι πάρα πολλά όπως ο προγραμματισμός γεωργο-κτηνοτροφικής παραγωγής, ο προγραμματισμός παραγωγής, ο καταμερισμός των εθνικών πόρων σε εγχώριες ανάγκες, η κατανομή προσωπικού και κεφαλαίου σε διάφορα τμήματα της επιχείρησης, ο προγραμματισμός επενδύσεων, ο προγραμματισμός πωλήσεων κ.λ.π. Τα περισσότερα από τα επιχειρησιακά παβλήματα έχουν ωρισμένα κοινά χαρακτηριστικά τα οποία μας διευκολύνουν στην μορφοποίηση του γενικού προβλήματος του γραμμικού προγραμματισμού. Το σύστημα που καλείται να επιλύσει ο γραμμικός προγραμματισμός περιγράφεται από μια σειρά υπαρκτών δραστηριοτήτων απ' τις οποίες πρέπει να επιλεγεί το καταλληλότερο (άριστο) επίπεδο. Η εκλογή αυτή όμως περιορίζεται από την περιορισμένη διαθεσιμότητα - που είναι ικανή να χρησιμοποιηθεί - των παραγωγικών συντελεστών. Το μέτρο σύγκρισης είναι η δεδομένη προκαθορισμένη ποσότητα (πρόσοδος, κόστος) των συντελεστών, η οποία συγκρίνεται για κάθε συντελεστή προκειμένου να επιλεγεί το άριστο (optimum) μείγμα.

Μπορούμε τώρα να διατυπώσουμε το πρότυπο του Γραμμικού Προγραμματισμού. Αν υποθέσουμε ότι υπάρχει ένας αριθμός m περιορισμένων πόρων ενός είδους τότε αυτοί πρέπει να καταμερισθούν σε ένα αριθμό n ανταγωνιζόμενων δραστηριοτήτων. Αριθμούμε τους διαθέσιμους πόρους σε $, 2, 3, \ldots, m$ και τις δραστηριότητες που πρέπει να επιτευχθούν σε $, 2, 3, \ldots, n$. Ορίζουμε με x_j το επίπεδο κάθε δραστηριότητας j $(j = 1, 2, 3, \ldots, n)$, Z το συνολικό μέτρο αποδοτικότητας (κόστος, κέρδος). Με c_j συμβολίζουμε το δείκτη κάθε δραστηριότητας x_j δηλαδή, η επιρροή πάνω στο Z από μία αύξηση(μείωση) του x_j . Με b_i συμβολίζουμε τη συνολική διαθέσιμη ποσότητα του πόρου έτοιμη για καταμερισμό $(i = 1, 2, 3, \ldots, m)$ ενώ με a_{ij} την ποσότητα του πόρου που σπαταλάται για κάθε μονάδα δραστηριότητας x_j . Το γενικό πρότυπο του γραμμικού προγραμματισμού διατυπώνεται ως:

$$\max\ (\min) \quad Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \ldots + c_n x_n$$

$$\begin{array}{llllllllll} \text{s.t.} & a_{11} x_1 & + & a_{12} x_2 & + \ldots + & a_{1n} x_n & \leq, =, \geq & b_1 \\ & a_{21} x_1 & + & a_{22} x_2 & + \ldots + & a_{2n} x_n & \leq, =, \geq & b_2 \\ & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & a_{m1} x_1 & + & a_{m2} x_2 & + \ldots + & a_{mn} x_n & \leq, =, \geq & b_2 \end{array}$$

με $\quad x_1 \geq 0 , \quad x_2 \geq 0 , x_3 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0$

Η σχέση που υπάρχει ανάμεσα στους στόχους και στα μέσα της επιχείρησης αποτελεί την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος και συμβολίζεται με Z. Z είναι ο στόχος που επιδιώκεται μέσω της αντικειμενικής συνάρτησης. Οι $x_1, x_2, \ldots, x_n$ είναι οι δραστηριότητες ενώ οι $a_1, a_2, \ldots, a_m$ είναι οι συντελεστές δραστηριοτήτων. Όσο περισσότερο αριστοποιούνται οι δραστηριότητες τόσο πλησιάζουμε σε αριστοποίηση του στόχου. Με s.t. (υπό τον περιορισμό - subject to) απεικονίζονται οι περιορισμοί της αντικειμενικής συνάρτησης. Οι πρώτοι περιορισμοί m που απεικονίζουν τον περιορισμό χρήσης του πόρου i, λέγονται λειτουργικοί περιορισμοί ενώ οι δεύτεροι περιορισμοί $\left(x_j \geq 0\right)$ ονομάζονται περιορισμοί μη αρνητικότητας. Οι σταθερές a_{ij}, c_j, b_i αποτελούν τις σταθερές του προτύπου ενώ οι μεταβλητές x_j είναι οι μεταβλητές αποφάσεων του προτύπου.

Από το παραπάνω πρότυπο παρατηρούμε τη η φορά των ανισοτήτων στους περιορισμούς καθώς και η πρόθεση μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης την συνάρτησης. Το κλασσικό πρότυπο του γραμμικού προγραμματισμού επιθυμεί μεγιστοποίηση μόνο της αντικειμενικής συνάρτησης (max) με περιορισμούς που έχουν ανισότητες φοράς $\leq$. Όποτε μπορούμε να "δουλεύουμε" με το κλασσικό πρότυπο του γραμμικού προγραμματισμού αυτό προτιμάται για υπολογιστικού λόγους στην επίλυση του προβλήματος - όπως θα δούμε παρακάτω. Ακόμη και όταν στη διατύπωση ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού δεν έχει την επιθυμητή "φορά" από το κλασσικό πρότυπο, δύναται αυτό να γίνει πολλαπλασιάζοντας με μείον ένα (- 1) την συνάρτηση ή την ανίσωση που θέλουμε να αλλάξουμε φορά. Πάντως ακόμη και να μην χρησιμοποιήσουμε αυτό το τέχνασμα, είναι δυνατόν να επιλυθεί το πρόβλημα με τους ειδικού αλγόριθμους που έχουν επινοηθεί για την αντιμετώπιση της ειδική περίπτωσης.

Αναφέραμε τον όρο επίλυση ή λύση του προβλήματος χωρίς να κάνουμε τον αναγκαίο διαχωρισμό της ορολογίας που ισχύει στο γραμμικό προγραμματισμό. Με τον όρο λύση θεωρουμε κάθε προσδιορισμό της τιμή των μεταβλητών αποφάσεων $x_1, x_2, \ldots, x_n$ χωρίς να υπολογίζουμε αν αυτή η λύση είναι επιθυμητή ή ακόμη και δυνατή. Μια λύση καλείται εφικτή εφόσον ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς του προβλήματος. Εφικτή λύση είναι αυτή που βρίσκεται μέσα στην εφικτή περιοχή - που θα ορίσουμε παρακάτω. Ασφαλώς υπάρχει πιθανότητα να μην υπάρχουν εφικτές ή εφικτή λύση για ένα προβλημα γραμμικού προγραμματισμού, όμως αν και όποτε υπάρχουν - αυτό συνβαινει συνήθως - απότερος σκοπός είναι η εύρεση της άριστης λύσης. Άριστη λύση είναι η εφικτή λύση που δίνει την πιο επιθυμητή τιμή (μέγιστη ή ελάχιστη - άριστη) στην αντικειμενική συνάρτηση. Ένα πρόβλημα συνήθως έχει μίας άριστη λύση αν και σε πολύ ειδικές περιπτώσεις όμως μπορεί να υπάρχουν πολλαπλές άριστες λύσεις ή ακόμη και να μην υπάρχει άριστη λύση.

Για να μπορέσει να στη να στηριχθεί το "οικοδόμημα" του γραμμικού προγραμματισμού σε ένα πρόβλημα ισχύουν σιωπηρά κάποιες υπόθεσεις. Μπορούμε να τις ονομάσουμε ιδιότητες του γραμμικού προγραμματισμού.

α) Αναλογικότητα

Η υποθεση αυτή ορίζει ότι η αυξομείση των δραστηριοτήτων έχει ανάλογο αποτέλεσμα στην ζήτησ προϋπόθετει δηλαδή ότι η συνεισφορά κάθε μεταβλητής στην αντικειμενική συνάρτηση όπως και ο κάθε αριθμός των χρησιμοποιούμενων πόρων από κάθε μεταβλητή, είναι ευθαίως ανάλογος του επιπέδου της τιμής της μεταβλητής. Αυτό σημαίνει ότι οι ποσότητες Ζ και b_i (δραστηριότητες και πόροι) είναι ευθύς ανάλογες προς το επίπεδο δραστηριότητας. Η ποσότητα κάθε παραγωγικού συντελεστή που απαιτείται για κάθε δραστηριότητα μεταβάλλεται ανάλογα προς το επίπεδο κάθε μιας δραστηριότητα που πραγματοποιείται άρα, για παράδειγμα, αν 5 είναι το κόστος παραγωγής μίας μονάδας για παραγωγή δύο μονάδων το κόστος είναι 10. Ασφαλώς στην πράξη αυτό σπάνι ισχύει αφού διακυμάνσεις ειδίκευσης ή ανειδίκευσης στο εργατικό δυναμικό προκαλούν ευνοϊκές ή μη ευνοϊκές αποκλίσεις.

β) Προσθετικότητα

Αυτή η υπόθεση προϋποιέτει ότι η αντικειμενική συνάρτηση ισούνει με το άθροισμα των συνεισφορών των διαφόρων μεταβλητών και άρα το σύνολο χρησιμοποίησης κάθε πόρου ισούται με το άθροισμα των αντίστοιχων ποσοτήτων κάθε δραστηριότητας. Η ιδιότητα αυτή θεμελιώνει την γραμμικότητα των περιορισμών και της αντικειμενική συνάρτησης στο πρόβλημα του γραμμικού προγραμματισμού, υπό τον περιορισμο ότι οι δραστηριότητες δεν αλληλιεπηρεάζονται μεταξύ τους.

γ) Διαιρετότητα

Με την παραδοχή αυτή κάθε αναλογία παραγωγικού συντελεστή ή δραστηριότητας είναι αποδεκτή για οποιαδήποτε επίπεδο. Συνεπώς, το σύστημα αποδέχεται για λύσεις και οποιουσδήποτε κλασματικούς θετικούς αριθμούς. Αυτό μπορεί να μην "φαίνεται" αποδεκτό σε πολλές πραγματικές περιπτώσεις, υπάρχουν όμως τρόποι να απογεύγεται όπου είναι ανεπιθύμητο.

δ) Προσδιοριστικότητα

Η υπόθεση αυτή ορίζει ότι οι τιμές που παίρνουν οι μεταβλητές στο πρότυπο έχουν υπολογισθεί με απόλυση ακρίβεια και αποτελούν γνωστές αποδεκτές στεθερές. Αυτό όμως όπως γίνεται αντιληπτό σπάνια στην πραγματικότητα συμβαίνει αν αναλογισθεί κανείς ότι τις περισσότερες φορές οι παράμετροι βασίζονται σε προβλέψεις για μελλοντικές χρονικές περιόδους περιέχοντας υψηλό βαθμό αβεβαιότητας. Πάντως και αυτό το μειονέκτημα μπορεί να αντιμετωπισθεί ειδικές τεχνικές όπως θα δούμε παρακάτω.

ε) Μη αρνητικότητα των δραστηριότητων

Στην πλειοψηφία τους τα προβλήματα του γραμμικού προγραμματισμού δεν μπορούν να δεχθούν αρνητικές λύσεις. Δεν μπορούμε συνεπώς να έχουμε αρνητική παραγωγή ή αρνητικό δανεισμό. Η υπόθεση αυτή διασφαλίζει ότι οι τιμές των άριστων ή εφικτών δραστηριοτήτων παίρνουν τιμές μεγαλύτερες ή ίσες από το μηδέν. Στη χειρότερη δηλαδή, περίπτωση αποκλείουμε μία ή περισσότερες δραστηριότητες.

Θα πρέπει επίσης να σημειώσουμε ότι για την απεικόνιση μιας κατάστασης μέσω του γραμμικού προγραμματισμού καθώς και η αντιμετώπιση ειδικών προβλημάτων, θεωρούμε σκόπιμο να τονίσουμε τη σημασία που έχει η προσεχτική διαμόρφωση των προτύπων. Γενικά δίνεται μεγάλη έμφαση στην επίλυση των προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού. Όμως στη σημερινή εποχή, με δεδομένη την υποστήριξη Η/Υ για τη λύση των προβλημάτων, η επίλυση γραμμικού προγραμματισμού πρακτικά είναι πολύ εύκολη. Την καλύτερη μέθοδο επίλυσης και αν εφαρμόσουμε δεν θα μας ρεαλιστικά χρήσιμες λυσεις εάν το πρόβλημα δεν έχει διατυπωθεί σωστά. Ασφαλώς υπάρχουν τεχνικές που επιτρέπουν την ελαχιστοποίηση κακές διατύπωσης προβλημάτων. Πάντως επιβάλλεται ο εντοπισμός και η προσεχτική παράσταση των μεταβλητών δραστηριοτήτων x_j οι οποίες ασφαλώς θα πρέπει να παίρνουν μόνο θετικές τιμές. Ακολουθεί η προσεχτική κατασκευή της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών. Έχοντας εξασφαλίσει την ικανοποιητική απεικόνιση μιας κατάστασης σε γραμμικές συναρτήσεις, απομένει η επίλυση του συστήματος.

Β) ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜ/ΣΜΟΥ

Παρόλο που η εντυπωσιακή ανάπτυξη της πληροφορικής και των Η/Υ τα τελευταία δέκα χρόνια έχουν διευκολύνει αρκετά την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού, η επίλυση αποτελεί μια λεπτή, επίμονη προσπάθει. Αυτό διότι δεν ψάχνουμε για μια οποιαδήποτε - εφικτή - λύση αλλά για την άριστη λύση. Αυτό που έχει σημασία είναι η μέθοδος επίλυσης να μας τροφοδοτεί με ακριβείς λύσεις ενώ παράλληλα να είναι όσο το δυνατόν λιγότερο περίπλοκη.

1) Διαγραμματική μέθοδος

Η διαγραμματική μέθοδος προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού είναι η πιο απλή και η πιο εύκολα κατανοητή μέθοδος επίλυσης. Έχει όμως δύο σημαντικά μειονεκτήματα που την καθιστούν αδύνατη στην εφαρμογή της, στην των προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού που αντιμετωπίζουμε. Πρώτον, δεν δίνει ακρβείς λύχεις και δεύτερον μπορεί να επιλύσει προβλήματα με μόνο δύο ή το πολύ τρεις μεταβλητές. Εντούτις, θεωρείται απαραίτητη και χρήσιμη η κατανόηση της μεθόδου για την καλύτερη εμπέδωση της μεθοδολογίας επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού.

Η φιλοσοφία της διαγραμματικής μεθόδου έγκειται στην ότι οι τιμές x_1 και x_2 που ικανοποιούν μια συνθήκη $a x_1 + b x_2 = c$ απεικονίζονται με μία γραμμή στο επίπεδο, η οποία χωρίζει το επίπεδο σε δύο μέρη. Οι δύο τιμές x_1 και x_2 που ικανοποιούν την συνθήκη $a x_1 + b x_2 \neq c$ αντιστοιχούν στις άκρες του οριοθετημένου ευθυγράμμου τμήματος από του άξονες x, y . Αυτό που πρέπει να διερευνηθεί για την περίπτωση (που δεν είναι άριστη αφού $a x_1 + b x_2 \neq c$) είναι τα σημεία που ικανοποιούν την συνθήκη για τις δύο πιθανές περιπτώσεις $a x_1 + b x_2 \langle c$ και $a x_1 + b x_2 \rangle c$. Το ζητούμενο είναι μια επαναληπτική διαδικασία εντόπισης ενός σημείου που δεν βρίσκεται στο ευθύγραμμο τμήμα και που θέλουμε να ικανοποιεί την ανισότητα. Εάν $c \rangle 0$ τότε η πλευρά που βρίσκεται μεταξύ ευθυγράμμου τμήματος και της αρχής των αξόνων περιλαμβάνει τα σημεία της συνθήκης $a x_1 + b x_2 \langle c$. Εάν $c \langle 0$ τότε η πλευρά αυτή περιλαμβάνει τα σημεία της συνθήκης $a x_1 + b x_2 \rangle c$.

Υπολογίζοντας την κλήση της συνάρτησης από τον τύπο $x_2 = \frac{f_{(x)}}{b} - \frac{a}{b} x_1$ και μεταφέροντας την καμπύλη συνάρτησης, προσεγγίζουμε το ακραίο σημείο που ορίζει τα δύο διαιρούμενα επίπεδα και ικανοποιεί άριστα την συνθήκη.

Ένα παράδειγμα είναι απαραίτητο για την πλήρη κατανόηση της διαδικασίας. Ας υποθέσουμε το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού:

$$\max \quad Z = 6x_1 + 7x_2$$

$$\text{s.t.} \quad 2x_1 + 3x_2 \leq 12$$
$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$\text{με} \quad x_1, x_2 \geq 0$$

Υπόθετουμε ότι το παραπάνω μαθηματικό μοντέλο απεικονίζει ένα πραγματικό πρόβλημα (π.χ. προγραμματισμού παραγωγής).

Η διαδικασία ξεκινάει βρίσκοντας τις ευθείες πο$x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$ τα x_1, x_2υ απεικονίζουν τις δύο συνθήκες, αφού όμως έχουν πρώτα μετατραπεί σε εξισώσεις. Έτσι:

$2x_1 + 3x_2 = 12$ & $2x_1 + x_2 = 8$ $x_1, x_2 \geq 0$.

Κατασκευάζουμε ένα σύστημα αξόνων δύο διαστάσεων (x_1, x_2 - όσες και οι μεταβλητές). Η ευθεία που απεικονίζει την εξίσωση $2x_1 + 3x_2 = 12$ υπολογίζεται:

<u>1 ος περιορισμός</u> $2x_1 + 3x_2 = 12$

Για $x_1 = 0$ $\Rightarrow$ $x_2 = \dfrac{12}{3} = 4$

Για $x_2 = 0$ $\Rightarrow$ $x_1 = \dfrac{12}{2} = 6$

Άρα η ευθεία ορίζεται από τα σημεία x_1, x_2 (0, 4) & (6, 0). Στη συνέχεια βρίσκουμε την ευθεία που απεικονίζει την εξίσωση $2x_1 + x_2 = 8$

<u>2 ος περιορισμός</u> $2x_1 + x_2 = 8$

Για $x_1 = 0$ $\Rightarrow$ $x_2 = 8$

Για $x_2 = 0$ $\Rightarrow$ $x_1 = \dfrac{8}{2} = 4$

Άρα η ευθεία ορίζεται από τα σημεία x_1, x_2 (0, 8) & (4, 0).

Επόμενο στάδιο η εύρεση της περιοχής των εφικτών λύσεων. Οι δύο ευθείες χωρίζουν την περιοχή του πρώτου τεταρτημορίου των αξόνων - λόγω των περιορισμών μη αρνητικότητας $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ τα x_1, x_2 βρίσκονται στους θετικούς ημιάξονες - σε δύο επίπεδα, το προσκείμενο προς την αρχή των αξόνων και το προσκείμενο προς το άπειρο. Ο πιο απλός έλεγχος είναι να συμπεράνουμε αν η αρχή των αξόνων που έχει πάντα τιμή μηδέν (0) ικανοποιεί τον περιορισμό. Αν και τότε η περιοχή των εφικτών λύσεων είναι προς την αρχή των αξόνων, αν όχι προς το άπειρο.

Βλέπουμε ότι για $x_1, x_2 = 0$:

<u>1 ος περιορισμός</u> $2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = 0 \langle 12$

<u>2 ος περιορισμός</u> $2 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = 0 \langle 8$

Συνεπώς η αρχή των αξόνων ικανοποιεί και τις δύο ανισότητες $2x_1 + 3x_2 \leq 12$ & $2x_1 + x_2 \leq 8$. Άρα η περιοχή των εφικτών λύσεων βρίσκεται προς την αρχή των αξόνων και ορίζεται από το επίπεδο που για κάθε μία πλευρά του περιέχει τα ευθύγραμμα τμήματα των δύο περιορισμών και τα ευθύγραμμα τμήματα των αξόνων x_1 και x_2 που οι περιορισμοί ορίζουν. Για την εύρεση αυτού του επιπέδου πρέπει να λύσουμε το σύστημα των περιορισμών.

$2x_1 + 3x_2 = 12 \quad \times\ 1 \quad \Rightarrow \quad 2x_1 + 3x_2 = 12 \Rightarrow$

$2x_1 + x_2 = 8 \quad \times\ (-1) \quad \Rightarrow \quad -2x_1 - x_2 = -8 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ προσθ. $2x_2 = 4 \Rightarrow x_2 = 2$
κατά

$\Rightarrow$ μέλη $x_1 = \dfrac{8-2}{2} = \dfrac{6}{2} = 3 \quad x_1 = 3$

Οι δύο ευθείες A, B & C, D όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα τέμνονται στο σημείο E $(3, 2)$. Το κυρτό πολύγωνο $ABDE$ είναι η περιοχή των εφικτών λύσεων. Απομένει να ερουμε την άριστη λύση.

Το τελευταίο βήμα είναι η εύρεση του σημείου της περιοχής των εφικτών λύσεων που μεγιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση $Z = 6x_1 + 7x_2$. Το σημείο αυτό διαγραμματική ευρίσκεται με τη διαδιακασία δοκιμή και σφάλματος. Πρώτα υπολογίζουμε την κλίση της ευθείας της αντικειμενικής συνάρτησης $x_2 = \dfrac{F_X}{b} - \dfrac{d}{b}x_1$ για $f_{(x)} = 0$ $x_2 = \dfrac{0}{6} - \dfrac{7}{6}x_1$. Συνεπώς η συνάρτηση έχει κλήση x_1, x_2 $\left(0, -\dfrac{7}{6}\right)$. Όλη η δουλεία που έχουμε να κάνουμε τώρα είναι να σύρουμε την ευθεία $6x_1 + 7x_2 = Z$ μέχρις ότου αυτή συναντήσει το σημείο τομής των δύο περιορισμών $(3, 2)$. "Παίζοντας" με διαφορετικές τιμές παίρνουμε μια "δεσμίδα" ευθειών οι οποίες απαιτούμε να έχουν ένα τουλάχιστον σημείο στην εφικτή περιοχή. Αν πειραμματιστούμε θα δούμε πως η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει την μέγιστη τιμή της όταν οι x_1, x_2 παίρνουν ως τιμές, το σημείο τομής των δύο περιορισμών.

$x_1, x_2 = 0$	$Z = 6\cdot 0 + 7\cdot 0 = 0$	
$x_1 = 0, x_2 = 4$	$Z = 6\cdot 0 + 7\cdot 4 = 28$	
$x_1 = 3, x_2 = 2$	$Z = 6\cdot 3 + 7\cdot 2 = 32$	max
$x_1 = 4, x_2 = 0$	$Z = 6\cdot 4 + 7\cdot 0 = 24$	

και συνεπώς Z max για $x_1 = 3$ & $x_2 = 2$ $\quad Z = 32$

Τα παραπάνω απεικονίζονται στο παρακάτω διάγραμμα (Σχ. 20):

Όπως έγινε πλήρως αντιληπτό, η διαγραμματική μέθοδος επίλυσης γραμμικού προγραμματισμού, χωρίς να απαιτεί ιδιαίτερες γνώσεις προχωρημένων μαθηματικών, φθάνει με απλό τρόπο στην επίλυση του συστήματος. Η οποία όμως δεν είναι ακριβής αλλά προσεγγιστική - ιδιαίτερα σε πρακτικά προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού. Η επιπλέον αδυναμία της μεθόδου να δώσει λύση σε προβλήματα με περισσότερες μεταβλητές, οδηγεί αναγκαστικά σε αναζήτηση άλλων μεθόδων επίλυσης.

2) Αλγεβρική μέθοδος

Με τον όρο αλγεβρική μέθοδος δεν εννούμε κάποια εντελώς διαφορετική μέθοδο από τις άλλες. Εξάλλου όπως θα δούμε παρακάτω η αλγεβρική μέθοδος δεν είναι τίποτε άλλο από την "αλγεβρική" πλευρά της μεθόδου simplex. Για να ξεκαθαρίσουμε τα πράγματα, πρέπει να τονίσουμε ότι ουσιαστικά δεν υπάρχουν διαφορετικοί τρόποι επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού. Ο δρόμος (μεθοδολογία) για την επίλυση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού είναι ο ίδιος. Αυτό που ξεχωρίζει είναι η φιλοσοφία βάσει της οποίας θα ξεκινήσουμε την προσέγγιση προς την άριστη λύση.

Η αλγεβρική μέθοδος αποτελεί φυσική εξέλιξη της διαγραμματικής και λογικός πρόδρομος της μεθόδου simplex. Αν και παρέχει τα ίδια ακριβή αποτελέσματα με την μέθοδο simplex διατηρώντας ταυτόχρονα όλες τις συμφέρουσες ιδιότητες, κατέχει ένα μεγάλο μειονέκτημα που την κάνει "απλησίαστη" στους μη κατέχοντες γνώσεις ειδικών ανωτέρων μαθηματικών. Δεν πρόκειται για κάποιο αλγόριθμο που αποστηθίζοντας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση του συστήματος. Η αλγεβρική μέθοδος δίνει το ελεύθερο να ακολουθηθεί οποιαδήποτε αλγεβρική μέθοδος επίλυσης γραμμικών συστημάτων, για την επίλυση του προβλήματος.

Εδώ ασφαλώς βρίσκεται το μεγάλο μειονέκτημα, αφού δεν είναι εύκολη η εύρεση ή η εφαρμογή αλγεβρικών τεχνικών για την λύση κάθε φορά ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού . Πάντως είτε μέσω διαγραμμάτων - που παρουσιάσαμε στη διαγραμματική μέθοδο - είτε μέσω της άλγεβρας ακόμη και μέσω των tableu - όπως θα δούμε στη μέθοδο simplex - η λογική παραμένει η ίδια. Η μετακίνηση από ένα ακρότατο σημείο σε ένα γειτονικό που ικανοποιεί καλύτερα το σύστημα (περιορισμούς) και η επανάληψη της διαδικασίς μέχρι να φθάσουμε στην ποθητή άριστη λύση.

Όπως αναφέραμε, ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού έχει γενικά τη μορφή:

$$\max\ (\min)\quad Z = c_1 x + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \dots + c_n x_n$$

$$\begin{array}{llcl}
\text{s.t.} & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n & \le, =, \ge & b_1 \\
 & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n & \le, =, \ge & b_2 \\
 & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n & \le, =, \ge & b_2 \quad \mapsto \ \Leftrightarrow F \\
 & & & \\
\text{με} & x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, \dots, x_n \ge 0 & &
\end{array}$$

Συμβολίζοντας με R^n τον ευκλίδειο χώρο των n διαστάσεων με $x_1, x_2, \dots, x_n$ και F το πεδίο ορισμού των $x_1, x_2, \dots, x_n$ μπορούμε να εκφράσουμε το πρόβλημα σε αλγεβρική μορφή διανυσμάτων και πινάκων ως:

$$\begin{array}{llrcl}
(\min) & \max & c' x & = & Z \\
 & \text{s.t.} & A\,x & = & b \\
 & & x & \ge & 0
\end{array}$$

Όπου:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad c' = (c_1,\ c_2,\ \ldots,\ c_n),\ b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix},$$

$$0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{ n στοιχεία }) \qquad \text{και} \qquad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

με a_{ij}, b_i, c_i = σταθερές ποσότητες

Επίσης, με I_m συμβολίζεται ο μοναδιαίος πίνακας:

$$I_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \ldots, \vec{e}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

όπου όλα τα στοιχεία του είναι μηδέν εκτός των διαγωνίων στοιχείων του που ισούτε με 1. Τέλος για ορολογιακού λόγους αναφέρουμε ότι με $\vec{x}, \vec{b}, \vec{c}$ συμβολίζουμε διάνυσμα - πίνακα στήλης ενώ με x', b', c' την αντίστροφα του διάνυσμα - πίνακα. Για υπολογιστικούς λόγους οι στήλες του πίνακα A συμβολίζεται με $P(P_1, P_2, \ldots, P_n)$.

Η μεθοδολογία που ακολουθεί παρακάτω είναι η αλγεβρική ερμηνεία της μετάβασης σε ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού από κορυφή σε κορυφή, μέχρι την εύρεση της κορυφής που δίνει βέλτιση λύση στο σύστημα. Έχουμε λοιπόν:

Αν $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \ldots, \vec{P}_n$ είναι οι στήλες του πίνακα A όπου ο βαθμός του $r(A) = m$ και οι στήλες $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \ldots, \vec{P}_m$ είναι γραμμικά ανεξάρτητες ισχύει ότι:

$$\begin{matrix} A\vec{x} = \vec{b} \\ \Rightarrow \\ \vec{x} \rangle 0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} (\vec{P}_1, \vec{P}_2, \ldots, \vec{P}_m, \vec{P}_{m+1}, \ldots, \vec{P}_n) \cdot \vec{x} = \vec{b} \\ \Rightarrow \\ \vec{x} \geq \vec{0} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \left[B\left(\vec{P}_{m+1}, \ldots, \vec{P}_n\right)\right] \vec{x} = \vec{b} \ \Rightarrow \ \text{για} \quad \vec{B} = \left(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \ldots, \vec{P}_m\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B^{-1} = \left[B\left(\vec{P}_{m+1}, \ldots, \vec{P}_n\right)\right] \vec{x} = B^{-1}\vec{b} \ \Rightarrow \ \left[I_m\left(B^{-1}\ \vec{P}_{m+1}, \ldots, B^{-1}\ \vec{P}_n\right)\right] = B^{-1}\ \vec{b}$$

Το πρόβλημα τώρα διαμορφώνεται ως:

$$\left[I_m\left(B^{-1}\quad \vec{P}_{m+1}, \ldots, B^{-1}\ \vec{P}_n\right)\right] \vec{x} = B^{-1}\ b$$

$$\text{με } I_m = (e_1, e_2 \ldots, e_m)$$

$$\vec{x} \geq \vec{0}$$

Τα διανύσματα $B^{-1}\ \vec{P}_{m+1}, \ldots, B^{-1}\ \vec{P}_n$ εκφράζουν γραμμικά τα $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \ldots, \vec{P}_m$ δηλαδή, $\vec{P}_{1y_1} + \ldots + \vec{P}_{my_m} = \vec{P}_j \Rightarrow B_{\vec{y}} = \vec{P}_j \Rightarrow \vec{y}B^{-1}\ \vec{P}_j$

Με $\vec{x} = \left(\vec{x}_1, \vec{x}_2\right)$

$\vec{x}_1 = \left(x_1, x_2, \ldots, x_m\right)'$ & $\vec{x}_2 = \left(x_{m+1}, x_{m+2}, \ldots, x_n\right)' \Rightarrow$

$\Rightarrow I_m \vec{x}_1 + \left(B^{-1}\vec{P}_{m+1}, \ldots, B^{-1}\vec{P}_n\right)\vec{x}_2 = B^{-1}\vec{b} \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{e}_1 x_1 + \ldots + \vec{e}_m x_m + B^{-1}\vec{P}_{m+1} x_{m+1} + \ldots + B^{-1}\vec{P}_n x_n = B^{-1}\vec{b}$

Για να πάρουμε μια βασική λύση θέτουμε $\vec{x}_2 = 0$ και $\vec{x}_1 = B^{-1}\vec{b}$. Αν $B^{-1}\vec{b} \geq \vec{0}$ σημαίνει ότι βρήκαμε μία κορυφή δηλαδή, μία βασική εφικτή λύση. Εισάγωντας το διάνυσμα $B^{-1}P_{m+1}$ στη βάση και εξάγοντας το P_1 έχουμε:

$\left(B^{-1}P_{m+1}x_{m+1} + \vec{e}_2\vec{x}_2 + \ldots + \vec{e}_m\vec{x}_m\right) +$

$+\left(\vec{e}_2 x_1 + B^{-1}P_{m+2}x_{m+2} + \ldots + B^{-1}\vec{P}_n x_n\right) = B^{-1}\vec{b}$

Θεωρούμε ότι:

$$B^{-1}\vec{P}_{m+1} = \begin{bmatrix} x_1, & m+1 \\ \vdots & \vdots \\ x_m & m+1 \end{bmatrix}, \ldots, B^{-1}\vec{P}_n = \begin{bmatrix} x_{1,n} \\ \vdots \\ x_{m,n} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow$$

$$\& \; B^{-1}\vec{b} = \begin{bmatrix} x_{1,0} \\ \vdots \\ x_{m,0} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x_{1,m+1} & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ x_{2,m+2} & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{m,m+1} & 0 & 0 & \ldots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{m+1} \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & x_{1,m+1} & \ldots & x_{1,n} \\ 0 & x_{2,m+2} & \ldots & x_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ldots & \vdots \\ 0 & x_{m,m+1} & \ldots & x_{m,n} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_{m+2} \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1,0} \\ \vdots \\ x_{m,0} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Ορίζοντας ότι:

$$\begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_3 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_m & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{a_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \dfrac{-a_2}{a_1} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dfrac{-a_m}{a_1} & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Συμβολίζουμε ότι: $\begin{bmatrix} a & \vec{0}' \\ \vec{\gamma} & I_{m-1} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{a} & \vec{0}' \\ -\dfrac{1}{a}\vec{\gamma} & I_{m-1} \end{bmatrix}$

Αντικαθιστώντας στην (1) έχουμε:

$$\begin{bmatrix} x_{m+1} \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x'_{1,1} & x'_{1,m+2} & \cdots & x'_{1,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x'_{m1,1} & x'_{1,m+2} & \cdots & x'_{m,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_{m+2} \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_{1,0} \\ x'_{2,0} \\ \vdots \\ x'_{m,0} \end{bmatrix}$$

για $x_1 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0$

$$x'_{1,j} = x_{1,\frac{j}{x_1},m+1} \qquad j = 0, 1, m+2, \ldots, n$$

με $\qquad\qquad\qquad\qquad \Rightarrow \quad (2)$

$$x'_{i,j} = x_{ij} - \frac{x_{i,m+1}}{x_{i,m+1}} x'_{1,j} \quad i = 2,3, \ldots, m \;\; j = 0,1, m+2, \ldots, n$$

Αυτό σημαίνει ότι $B = \left(\vec{P}_1, \ldots, \vec{P}_m\right)$ & $B\left(B^{-1}\vec{P}_j\right) = P_j$

δηλαδή, το πρόβλημα (2) που είναι ισοδύναμο του αρχικού προβήματος, έχει τα $x_{i,j}$ ως νέα στοιχεία της νέας λύσης με βάση τα $\vec{P}_{m+1}, \vec{P}_2, \vec{P}_m$.

$$\left(\vec{P}_1, \ldots, \vec{P}_m\right) \begin{bmatrix} x_{1,j} \\ \vdots \\ x_{m,j} \end{bmatrix} = \vec{P}_j \quad \text{με } B^{-1}\vec{P}_j = \begin{bmatrix} x_{1,j} \\ \vdots \\ x_{m,j} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$x_{1,j}\vec{P}_j + x_{2,j}\vec{P}_2 + \ldots + x_{m,j}\vec{P}_m = \vec{P}_j$$

Αν $\vec{P}_j, \vec{P}_2, \ldots, \vec{P}_m$ γραμμική συνάρτηση του $\vec{P}_1$ έχουμε με αυτή τη νέα βάση:

$$\vec{P}_1 = \frac{1}{x_{1,j}} P_j - \frac{x_{2,1}}{x_{1,j}}\vec{P}_2 + \ldots + \frac{x_{m,1}}{x_{1,j}}\vec{P}_m \qquad x_{1,j} \rangle 0$$

Τότε οποιοδήποτε διάνυσμα $\vec{P}_K$ ισούτε με:

$$\vec{P}_K = B\left(B^{-1}\vec{P}_K\right) = \left(\vec{P}_1, \ldots, \vec{P}_n\right)\begin{bmatrix} x_{1,K} \\ \vdots \\ x_{m,K} \end{bmatrix} = x_{1,K}\vec{P}_1 + x_{2,K}\vec{P}_2 + \ldots + x_{m,K}\vec{P}_m =$$

$$= x_{1,K}\left(\frac{1}{x_{1,j}}\vec{P}_j - \frac{x_{2,j}}{x_{1,j}}\vec{P}_2 - \ldots - \frac{x_{m,j}}{x_{1,j}}\vec{P}_m\right) + x_{2,K}\vec{P}_2 + \ldots + x_{m,K}\vec{P}_m =$$

$$\left. x_{2,K} - \frac{x_{2,j}}{x_{1,j}} x_{1,K}\right)\vec{P}_2 + \ldots + \left(x_{m,K} - \frac{x_{m,j}}{x_{1,j}} x_{1,K}\right)\vec{P}_m$$

Το $\vec{P}_K$ είναι γραμμική συνάρτηση της νέας βάσης $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \ldots, \vec{P}_m$ που προκύπτουν από τη σχέση (2). Κάθε φορά επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία διαλέγοντας το διάνυσμα $\vec{P}_j$ που θα εισαχθεί στη βάση τέτοια ώστε $x_{i,j} \rangle 0$, εξάγοντας ένα άλλο διάνυσμα $\vec{P}_i$. Όταν όλα τα στοιχεία $x_{i,j}$ είναι ≤ 0 , το σύνολο των F εφικτών λύσεων έχει μία μόνο κορυφή, η οποία είναι η άριστη., Το σύστημα αριστοποιείται εκεί και η διαδικασία σταματάει.

Η αλγεβρική μέθοδος επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού είναι η μόνη που εφαρμοζόμενη σωστά, δίνει ακριβείς και απόλυτα έγκυρες λύσεις, αφού είναι μια πλήρως τεκμηριωμένη θεωρητικά μέθοδος, όπως προκύπτει από την αποδεικτική διαδικασία. Έχει όμως το ένα και πολύ μεγάλο μειονέκτημα που νομίζουμε είναι πλήρως αντιληπτό. Είναι πουλύπλοκη και δυσνόητη και επιπλέον δεν μπορούμε να στηριχθούμε σε τυποποιημένες φόρμες για να φθάσουμε στην άριστη λύση. Σε κάθε πρόβλημα μπορεί η μεθοδολογία να χρειάζεται αναδιάρθρωση. Χρειάζεται σηνεπώς και η διαίσθηση ενός πλήρους γνώστη της αλγεβρικής θεωρίας, προκειμένου να επιλέξει το σωστό δρόμο προς τη βέλτιστη λύση.

Λόγω της πολυπλοκότητας που έχει η θεωρητική λύση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού με την αλγεβρική μέθοδο, διάφοροι μαθηματικοί, εφεύρησαν διάφορες τεχνικές - που στηρίζονται πάνω στην αλγεβρική μεθοδολογία - που μετασχηματίζουν σε πιο προσιτή τη λύση γραμμικών συστημάτων. Σκοπός είναι η τυποποίηση συγκεκριμένων τεχνικών που φθάνει πιο εύκολα στο ποθητό αποτέλεσμα. Μια πολύ γνωστή αλγεβρική μέθοδος επίλυσης ενός συστήματος γραμμικών εξισώσεων είναι η μέθοδος Gauss - Jordan. Η μέθοδος αυτή επιδιώκει με την διαδοχική απαλοιφή των μη επιθυμητών συντελεστών των μεταβλητών του συστήματος, να φθάσει σε μία μορφή που αν επιλυθεί δίνει αυτόματα τις βέλτιστες τιμές για κάθε μεταβλητή αριστοποιώντας παράλληλα την αντικειμενική συνάρτηση.

Η μέθοδος Gauss - Jordan περιγραφικά εξελίσσεται ως εξής; Μετά την διατύπωση του αρχικού προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού επιλέγουμε την μεταβλητή που θα αντικαταστήσει μία βασική, στην αντικειμενική συνάρτηση. Ο προσδιορισμός της εξερχόμενης μεταβλητής γίνεται σύμφωνα με τα κριτήρια της αλγεβρικής μεθόδου που περιγράφηκαν παραπάνω. Επόμενο βήμα ο προσδιορισμός των νέων τιμών των μεταβλητών μέσω της μετατροπής του συστήματος των εξισώσεων σε ένα πρότυπο όπου, κάθε εξίσωση να έχει μία μόνο βασική μεταβλητή, όπου έχει συντελεστή + 1 και η βασική αυτή μεταβλητή να μην εμφανίζεται σε καμιά άλλη εξίσωση. Για να έχει συντελεστή + 1 η νέα βασική μεταβλητή, πολλαπλασιάζεται με το αντίστροφο του υπάρχοντος συντελεστή (π.χ. για $2x$ πολλαπλασιάζουμε επί $\frac{1}{2}$). Η νέα εξίσωση που προκύπτει είναι θεμελιώδης για την εύρεση των άλλων εξισώσεων. Οι νέες αυτές εξισώσεις υπολογίζονται από τον θεμελιώδη τύπο: Νέα Εξίσωση (x) = Παλαιά Εξίσωση (x) - (Συντελεστή εισερχόμενης μεταβλητής) × Νέα δημιουργηθέν εξίσωση. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβανόμενη εύστοχα, δίναι τη βέλτιστη λύση.

Η μέθοδος Gauss-Jordan θα μπορούσαμε να πούμε ότι είναι ο προθάλαμος για ότι πρόκειται να ακολουθήσει από εδώ και κάτω. Στην πραγματικότητα οι "κοπιαστικές" έρευνες των μαθηματικών οδήγησαν βήμα-βήμα προς τη δρόμο της μεθόδου simplex, που είναι όπως θα δούμε μία απλή διαδικασία επίλυσης γραμμικών συστημάτων που δίνει ακριβείς - όχι προσεγγιστικές - λύσεις σε οποιοδήποτε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού με οποιοδήποτε αριθμό μεταβλητών.

3) Μέθοδος SIMPLEX

Περισσότερο από απλά μια μέθοδο, η μέθοδος simplex είναι η οριστική λύση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού. Ουσιαστικά πρόκειται για φυσική εξέλιξη της αλγεβρικής μεθόδου. Μάλιστα επειδή καταφέρνει να συγκεντρώσει εκτός από όλα τα πλεονεκτήματα της αλγεβρικής μεθόδου (πληρότητα, ακρίβεια, θεωρητική πληρότητα, επίλυση πού μεγάλου μεταβλητών) και το πλεονέκτημα να είναι απλή. Γι' αυτό και είναι γνωστή και ως η αλγεβρική απλοποιημένη μέθοδος (simple = απλός).

Η μέθοδος simplex σήμερα θεωρείται η γενική διαδικασία επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού. Με την ραγδαία χρήση των Η/Υ τα τελευταία χρόνια δίνει σχετικά γρήγορα ακριβείς λύσεις. Η μέθοδος simplex συνίσταται σε μια επαναληπτική διαδικασία (αλγόριθμος) επίλυσης γραμμικού συστήματος που σκοπό έχει μέσω ενός πεπερασμένου αριθμού επαναλήψεων να φθάσει στο επιθυμητό αποτέλεσμα που αριστοποιεί το σύστημα. Κι όλα αυτά με την δυνατότητα χρησιμοποίησης μεγάλου αριθμού μεταβλητών στο σύστημα.

Όπως εξηγήσαμε αναλυτικά και "χαρακτηριστικά " στη διαγραμματική λύση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού, η άριστη λύση ενός συστήματος βρίσκεται σε ένα ακρότατο σημείο της εφικτής περιοχής των λύσεων. Η μέθοδος simplex είναι ένας αλγόριθμος όπου ξεκινώντας από ένα ακρότατο σημείο της εφικτής αυτής περιοχής, μετακινείται - μέσω των επαναλήψεων - σε άλλα ακρότατα σημεία, μέχρις ότου φθάσει στην λύση που αριστοποιεί το σύστημα (βέλτιστη λύση). Η μέθοδος simplex μπορεί να περιγραφεί από πλευράς σταδίων στο παρακάτω διάγραμμα (Σχ. 21):

Αφού ένα πραγματικό πρόβλημα έχει διατυπωθεί ως πρόβλημα του γραμμικού προγραμματισμού, πρώτη "δουλειά" του αλγόριθμου είναι η μετατροπή των ανισοτήτων που οριοθετούν τους περιορισμούς του συστήματος, σε ισότητες. Γοα να επιτευχθεί αυτό εισάγονται επιπλέον μεταβλητές, γνωστές ως χαλαρές μεταβλητές (slack variables). Επίσης, οι μεταβλητές αυτέ αποκαλούνται ψευδομεταβλητές γιατί ουσιαστικά δεν εκφράζουν μια πραγματική κατάσταση αλλά χρησιμοποιούνται για την διευκόλυνση της επίλυσης του συστήματος. Εδώ θα πρέπει να αναφέρουμε μια λεπτομέρεια πολύ σημαντική στα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού. Στο κλασσικό πρότυπο η φορά των ανισοτήτων που ορίζουν τους περιορισμούς είναι της μορφής $\leq$. Ασφαλώς στην πραγματικότητα αυτό δε συμβαίνει αφού οι περιορισμοί μπορεί να έχουν την αντίθετη μορφή ($\geq$) ή και τις δύο μορφές. Παρακάτω θα εξηγήσουμε πως "ξεπερνιέται" αυτό το πρόβλημα. Αυτό που έχει σημασία να εξηγήσουμε εδώ είναι ότι οι ψευδομεταβλητές S , από οικονομικής πλευράς χαρακτηρίζονται διαφορετικά σε κάθε περίπτωση. Όταν οι περιορισμοί είναι της μορφής $\geq$ οι ψευδομεταβλητές που εισέρχονται ονομάζουνται πλεονάζουσες, και αφαιρούν από τις υπάρχουσες μεταβλητές ότι εκλίπεται (περισσεύει) για να γίνει η ανισότητα ισότητα (π.χ. για $x_1 + x_2 \geq a \rightarrow x_1 + x_2 - S_1 = a$). Ενώ όταν οι περιορισμοί είναι της μορφής $\leq$, οι ψευδομεταβλητές που εισέρχονται λέγονται αδρανείς, και προσθέτουν την ποσότητα που χρειάζεται για να γίνει η ανισότητα ισότητα (π.χ. για $x_3 + x_4 \geq b \rightarrow x_3 + x_4 - S_2 = b$. Η διαφορά μεταξύ παραγόμενης ποσότητας ενός προϊόντος και της απαιτούμενης που το σύστημα ορίζει, αποτελεί το πλεόνασμα της ελάχιστης ποσότητας και εκφράζεται από τις πλεονασματικές, χαλαρές μεταβλητές, ενώ η διαφορά διαθέσιμου συντελεστή και αυτού που ήταν δυνατόν να χρησιμοποιηθεί, αποτελεί την μη χρησιμοποιούμενη ή αναπάσχολητη (αδρανή) ποσότητα του παραγωγικού συντελεστή και "σχηματίζει" τις αδρανείς χαλαρές μεταβλητές. Οι χαλαρές μεταβλητές προσθέτονται με μηδενικό συντελεστή στην αντικειμενική συνάρτηση - αφού δεν επηρεάζουν αριθμητικά το αποτέλεσμα.

Με την εισαγωγή των χαλαρών μεταβλητών S στους περιορισμούς του προβλήματος, το αρχικό υπόδειγμα του γραμμικού προγραμματισμού, που ορίσαμε παραπάνω, διαμορφώνεται στο παρακάτω:

(0) $\max(\min)\ Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n + 0S_1 + 0S_2 + \dots + 0S_n$

(1) s.t. $a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n \pm 0S_1 = b_1$

(2) $a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n \pm 0S_1 = b_2$

$\vdots$

(n) $a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n \pm 0S_n = b_m$

με $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$

και $S_1, S_2, \dots, S_n \geq 0$ (για ανισότητες μορφής $\leq$)

ή $S_1, S_2, \dots, S_n \leq 0$ (για ανισότητες μορφής $\geq$)

Το νέο σύστημα των περιορισμών έχει τόσες μεταβλητές περισσότερες όσες ο αριθμός εξισώσεων των περιορισμών. Το γεγονός αυτό μας δίνει τόσους βαθμούς ελευθερίας όσοι και ο αριθμός των χαλαρών μεταβλητών επειδή μας επιτρέπει να παίρνουν αυθαίρετες τιμές, προκειμένου να λυθούν όλες οι εξισώσεις του συστήματος ως προς τις μεταβλητές. Για την μέθοδο simplex ως αυθαίρετη τιμή χρησιμοποιούμε το μηδέν. Οι μεταβλητές που ισούτε με μηδέν ονομάζονται μη βασικές και η λύση που προκύπτει από την επίλυση του συστήματος, βασική λύση. Η εξίσωση της αντικειμενικής συνάρτησης ονομάζεται και μηδενική επειδή, προηγείται του συνόλου των περιορισμών που την οριοθετούν.

Η φιλοσοφία της μεθόδου simplex αφού έγιναν οι απαιτούμενες διαρυθμίσεις είναι η εφαρμογή του αλγόριθμου simplex. Το σύστημα των εξισώσεων επιλύεται επαναληπτικά, για κάθε εφικτή λύση σε κάθε επανάληψη, κάθε μια από τις οποίες είναι καλύτερη από την προηγούνμενη, μέχρις ότου φθάσουμε στο σημείο που είναι βέλτιστο. Η σε κάθε επανάληψη νέα βασική εφικτή λύση, βρίσκεται από την προκατοχή της με την αμοιβαία αλλαγή μη βασικής σε βασική μεταβλητή (εισερχόμενη βασική μεταβλητή) και βασικής σε μη βασική (εξερχόμενη βασική μεταβλητή). Οι δύο αυτές βασικές εφικτές λύσεις που υπολογίστηκαν διαδοχικά και διαφέρουν ως προς την αμοιβαία αλλαγή βασικής και μη βασικής μεταβλητής, λέγονται γειτονικές λύσεις. Θεωρείται μια εφικτή λύση ως άριστη, εάν καμιά από τις γειτονικές της βασικές εφικτές λύσεις δεν είναι καλύτερα από αυτή.

Για την πλήρη κατανόηση της διαδιακασίας του αλγόριθμου simplex, παράλληλα με τη θεωρία θα επιλύουμε και ένα πραγματικό πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, σύμφωνα με τα διατυπωθέντα στάδια επίλυση. Ας θεωρήσουμε το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού που επιλύσαμε όταν παρουσιάζαμε την διαγραμματική μέθοδος επιλύσης. Έχουμε λοιπόν:

max $Z = 6x_1 + 7x_2$

s.t. $2x_1 + 3x_2 \leq 12$

$2x_1 + x_2 \leq 8$

$x_1, x_2 \geq 0$

Με την προσθήκη των μεταβλητών απόκλισης (χαλαρές) το σύστημα διαμορφώνεται όπως παρακάτω:

$$(0) \qquad \max \qquad Z = 6x_1 + 7x_2 + 0S_1 + 0S_2$$

$$\begin{array}{llrcrcrcrcl} (1) & \text{s.t.} & 2x_1 & + & 3x_2 & + & S_1 & & & = & 12 \\ (2 & & 2x_1 & + & x_2 & & & + & S_2 & = & 8 \end{array}$$

Για να διευκολύνθουμε παρακάτω στο σχηματισμό του πρώτου πίνακα simplex χρειάζεται μια μικρή τροποίηση στην εξίσωση της αντικειμενικής συνάρτησης. Αφού οι μεταβλητές απόκλισης S ισούτε με μηδέν (έχουν συντελεστή = 0) δεν χρειάζεται η απεικόνισή τους. Επιπλέον για την απεικόνιση του αποτελέσματος που δίνει η αντικειμενική συνάρτηση στην παρούσα μορφή (μηδέν οικονομικό απότελεσμα) μεταφέρουμε τις βασικές μεταβλητές στο αριστερό μέρος της εξίσωσης. Έχουμε:

$$(0) \qquad \max \qquad Z - 6x_1 - 7x_2 = 0$$

$$\begin{array}{llrcrcrcrcl} (1) & \text{s.t.} & 2x_1 & + & 3x_2 & + & S_1 & & & = & 12 \\ (2) & & 2x_1 & + & x_2 & & & + & S_2 & = & 8 \end{array}$$

Τα πράγματα είναι απλά γιατί έχουμε ανισότητες της μορφής $\leq$. Όπως έχουμε επισημάνει αυτό συμβαίνει σε κάθε πρόβλημα γραμμικού προγραμματιμού. Όταν λοιπόν έχουμε περιορισμούς που οι εξισώσεις τους έχουν τη μορφή $\geq$ υπάρχουν δύο τρόποι για την μετατροπή τους σε εξίσωση. Ο ένας που εμείς προσωπικά και προτιμούμε ως πιο εύκολος και συμβατός στη μεθοδολογία που παρουσιάζουμε είναι να πολλαπλασιάσουμε αμφότερα τα μέλη της ανίσωσης με μείο ένα (- 1) και έτσι η ανίσωση θα αλλάξει φορά. Ο άλλος τρόπος προσβεύει αντί για την πρόσθεση μεταβλητών απόκλιση S, την αφαίρεση μεταβλητών S. Επιπλέον όμως για υπολογιστικούς λόγους της simplex, επιβάλλεται η πλέον εισαγωγή τεχνητών μεταβλητών με συντελεστή $|M|$, οι οποίες διευκολύνουν στο να οριστεί η αρχή των αξόνων ως αρχική βασική λύση όπως απαιτεί η μέθοδος simplex για να ξεκινήσει. Σημειώνουμε ότι η εισαγωγή των τεχνητών μεταβλητών σε καμία περίπτωση δεν επηρεάζει την λύση του προβλήματος, αντίθετα διευκολύνει του υπολογισμούς. Όπου είναι δυνατόν - π.χ. σε χρήση Η/Υ - καλό είναι να χρησιμοποιούμε το δεύτερο τρόπο ο οποίος από οικονομικής πλευράς είναι πιο αποδεκτός. Πάντως από μαθηματικής πλευράς μας καλύπτει πλήρως ο πρώτος τρόπος. Εξάλλου, το τέχνασμα του πολλαπλασιασμού επί - 1 μας δίνει και τη δυνατότητα να "δουλέψουμε" προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού πάντα σε max (μεγιστοποίηση). Πολύ απλά όπου έχουμε πρόβλημα ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης min, πολλαπλασιάζουμε όλα τα μέλη της εξίσωσης επί - 1 και μετατρέπεται σε max.

Μία εύλογη απορία όμως που προκύπτει πριν καν διατυπωθεί το πρόβλημα σε μορφή πινάκων simplex, είναι ο αριθμός των επαναλήψεων που απαιτούνται για να ευρεθεί η άριστη λύση. Μήπως ο αριθμός των επαναλήψεων είναι πολύ μεγάλος τόσο ώστε να κάνει δυσχερέστατη τη λύση του προβλήματος γραφικά ή ακόμη και με χρήση Η/Υ; Ο μέγιστος αριθμός των βασικών λύσεων άρα και επαναλήψεων υπολογίζεται από τον παρακάτων τύπο: $C_m^n = \frac{n!}{m!\,(n - m)!}$

Όπου: m = αριθμός των γραμμών των εξισώσεων του προβλήματος

n = αριθμός στηλών των εξισώσεων του προβλήματος

Ο αριθμός των ακρότατων σημείων της εφικτής περιοχής (βασικέ εφικτές λύσεις) είναι λογικά μικρότερος. Βέβαια για μεγάλο αριθμό μεταβλητών η πιθανότητα η πιθανότητα επαναλήψεων είναι μεγάλη. Όμως έχει παρατηρηθεί ότι σε κάθε πρόβλημα ανεξαρτήτου πολυπλοκότητας και μεγέθους η μέθοδος simplex δίνει λύσεις με σχετικά μικρό αριθμό επαναλήψεων.

Όπως εξηγήσαμε σε παραπάνω σχεδιάγραμμα, η μέθοδος simplex μπορεί να περιγραφεί σε τρία στάδια, το αρχικό βήμα, το επαναληπτικό βήμα και τον κανόνα περάτωσης (έλεγχος). Στο αρχικό βήμα γίνονται όλες οι προετοιμασίες που περιγράψαμε στο ενδεικτικό παράδειγμα (αρίθμηση εξισώσεων, εισαγωγή μεταβλητών απόκλιση κ.λ.π.). Οι αρχικές μεταβλητές του προβλήματος (στο παράδειγμα οι x_1, x_2) επιλέγονται αρχικά ως μη βασικές και ίσες με μηδέν, παραχωρώντας στην "κατάταξη" ως βασικές μεταβλητές στις εισαχθήσες χαλαρές μεταβλητές (στο παράδειγμα οι S_1, S_2). Η μεγάλη ευχέρια που δίνει η μέθοδος simplex είναι η δυνατότητα χρησιμοποίησης ειδικών πινάκων (tableu), οι οποίοι διευκολύνουν αφάνταστα την επίλυση του συστήματος και αποτρέπουν την γραφή των εξισώσεων στην πλήρη μορφή τους, Οι πίνακες αυτοί είναι σχεδιασμένοι κατάλληλα ώστε να μας παρέχουν όλες τις απαραίτητες ουσίωδεις μόνο πληροφορίες. Ένα πίνακας simplex μας πληροφορεί: Στην 1η γραμμή για τους συντελεστές όλων των μεταβλητών στην αντικειμενική συνάρτηση, οι οποίο ασφαλώς παραμένουν ίδιοι για κάθε επανάληψη. Η 2η στήλη μας πληροφορεί για το ποιές είναι οι βασικές μεταβλητές σε κάθε φάση, χρησιμοποιώντας μάλιστα την 3η στήλη ξέρουμε η κάθε βασική μεταβλητή σε ποιον αριθμό εξίσωσης αντιστοιχεί. Ανάλογα όπως με την 1η γραμμή, η 1η στήλη μας πληροφορεί για τους συντελεστές των βασικών μεταβλητών στην αντικειμενική συνάρτηση, σε κάθε φάση. Το κύριο μέρος του πίνακα περιέχει τους συντελεστές των μεταβλητών, για κάθε εξίσωση του συστήματος. Τονίζουμε, ότι τα στοιχεία των στηλών των βασικών μεταβλητών μας δίνουν πάντοτε την "μοναδιαίαν μήτρα".Τέλος η τελευταία στήλη περιέχει τις τιμές των βασικών μεταβλητών. Στον αρχικό πίνακα αυτές ισούνται με τις διαθέσιμες ποσότητες παραγωγικών συντελεστών, που έχει η επιχείρηση. Για το παράδειγμά μας ο 1ος πίνακας simplex είναι ο παρακάτω:

ΑΡΧΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ SIMPLEX

$\bar{C}_j$				6	7	0	0	
C_B	Βασικές μεταβ-λητές	Αριθμός εξίσωσης	Z	Συντελεστές μεταβλητών x_1	x_2	S_1	S_2	Σταθεροί όροι δεξιού μέλους
	Z	0	1	-6	-7	0		0

				0	
0	S_1	1	0	2 3 1 0	12
0	S_2	2	0	2 1 0 1	8

Κάθε βασική μεταβλητή είναι ίση με τη σταθερά του δεξιού μέλους της εξίσωσής της, αφού για κάθε εξίσωση αντιστοιχεί μία βασική μεταβλητή. Σαν αρχική βασική εφικτή λύση - όπως μας δείχνει ο αρχικός πίνακας - έχουμε την $(x_1, x_2, S_1, S_2) = (0, 0, 12, 8)$. Στον αρχικό πίνακα οι βασικές μεταβλητές είναι όσες και οι μεταβλητές απόκλισης δηλαδή, όσοι και οι περιορισμοί του προβλήματος. Πριν καν εφαρμόσουμε τον αλγόριθμο simplex , ελέγχουμε αν η παρούσα είναι η άριστη, τσεκάρουμε ουσιαστικά το πίνακα με τον κανόνα περάτωσης. Ο κανόνας περάτωσης δηλώνει ότι η τρέχουσα (αρχική) βασική λύση είναι άριστη, αν και μόνο αν, κάθε συντελεστής της εξίσωσης μηδέν (0) είναι μη αρνητικός (≥ 0). Αν όλοι οι συντελεστές της εξίσωσης μηδέν (0) είναι μη αρνητικοί τότε η διαδικασία σταματάει. Αν συμβαίνει αυτό - υπάρχουν δηλαδή αρνητικοί συντελεστής στην εξίσωση (0) - τότε μέσω του αλγόριθμου simplex προχωρούμε στον επόμενο πίνακα simplex από όπου αυτό το επαναληπτικό βήμα βρίσκουμε την επόμενη εφικτή λύση και ξαναεφαρμόζουμε τον κανόνα περάτωσης.

Από τον 1ο πίνακα simplex του παραδείγματος μας βλέπουμε ότι στην εξίσωση μηδέν (0) υπάρχουν δύο αρνητικοί συντελεστές ο 6 για την x_1 και ο 7 για την x_2, άρα θα πρέπει να προχωρήσουμε στο επαναληπτικό βήμα. Το πρώτο πράγμα που πρέπει να κάνουμε είναι να προσδιορίσουμε την μεταβλητή που εισαχθεί ως βασική να αντικαταστήσει μία από τις υπάρχοντες βασικές μεταβλητές. Ως εισερχόμενη βασική μεταβλητή επιλέγεται εκείνη που έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή των αρνητικών συντελεστών της εξίσωσης μηδέν (0). Αυτό στηρίζεται στην λογική εξήγηση ότι αυτή θα είναι και η μη βασική μεταβλητή που αυξάνει το Z με το μεγαλύτερο ρυθμό, από το μηδέν που ήταν. Στο παράδειγμά μας βλέπουμε ο αρνητικός συντελεστής με την μεγαλύτερη απόλυτη είναι ο -7 . Ο συντελεστής -7 ανήκει στην μεταβλητή x_2 άρα αυτή είναι η μεταβλητή που θα εισαχθεί ως βασική. Στη συνέχεια πρέπει να γίνει ο προσδιορισμός της βασικής μεταβλητής του αρχικού πίνακα που θα εισαχθεί για να πάρει τη θέση της η x_2. Για τον υπολογισμό της εξερχόμενης μεταβλητής εκτελούμε τα ακόλουθα βήματα: (α) παίρνουμε κάθε συντελεστή της στήλης, που βρίσκεται κάτω από τον συντελεστή της στήλης, που βρίσκεται κάτω από τον συντελεστή που διαλέξαμε (το - 7) - η οποία στήλη ονομάζεται αξονική στήλη -, που είναι θετικές ($\rangle$ 0), (β) διαιρούμε με τον κάθε συντελεστή της αξονικής στήλης την αντίστοιχη σταθερά του δεξιού μέλους της ίδιας γραμμής, (γ) εντοπίζουμε την εξίσωση που δίνει το μικρότερο πηλίκο και (δ) επιλέγουμε τη βασική μεταβλητή που αντιστοιχεί στην επιλεγόμενη εξίσωση, ως την εξερχόμενη βασική μεταβλητή. Η γραμμή της εξερχόμενης μεταβλητής λέγεται αξονική σειρά. Το στοιχείο που είναι κοινό και για την αξονική γραμμή και για την αξονική στήλη ονομάζεται αξονικό ή οδηγούν στοιχείο. Από τα αναγραφόμενα η εξερχόμενη μεταβλητή στο παράδειγμά μας είναι η S_1.

Για να προσδιορίσουμε τώρα την νέα βασική εφικτή λύση πρέπει να δημιουργήσουμε ένα νέο πίνακα, ο οποίος ασφαλώς ορίζεται από τον προηγούμενο. Ας δούμε όμως πρώτα πως έχει διαμορφωθεί ο 1ος πίνακας simplex μετά τις πρώτες μετατροπές:

ΑΡΧΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ SIMPLEX + ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΣ

$\bar{C}_j$				6	7	0	0	
C_B	Βασικές μεταβ-λητές	Αριθμός εξίσωσης	Z	Συντελεστές μεταβλητών x_1	x_2	S_1	S_2	Σταθεροί όροι δεξιού μέλους
	Z	0	1	- 6 0	- 7	0		0
0	S_1	1	0	2 0	3	1		12
0	S_2	2	0	2 1	1	0		8

Στον νέο πίνακα που θα σχηματίσουμε οι τέσσερις πρώτες στήλες θα μείνουν όπως είναι εκτός βέβαια από την εξερχόμενη μεταβλητή S_1 και το συντελεστή της στην 1η στήλη 0, αφού βασική μεταβλητή τώρα θα είναι η εισερχόμενη x_2. Κάθε στοιχείο της αξονικής σειράς του αρχικού πίνακα - συμπεριλαμβανομένου και της σταθεράς του δεξιού μέλους - διαιρείται με το αξονικό (οδηγούν) στοιχείο, έτσι ώστε ο συντελεστής της βασική μεταβλητής να γίνει + 1 και συνεπώς να ισχύει η συνθήκη (κανόνας) του σχηματισμού την μοναδιαίας μήτρας από τους συντελεστές των βασικών μεταβλητών. Εφαρμόζουμε λοιπόν τον τύπο:

$$\text{Ν έα Αξονική Σειρά} = \frac{\text{Παλαιά Αξονική Σειρά}}{\text{Αξονικό (οδηγούν) Στοιχείο}}$$

Η νέα αυτή αξονική γραμμή (σειρά) είναι το "κλειδί" για την εύρεση των υπόλοιπων γραμμών του νέου πίνακα, οι οποίες υπολογίζονται από τον τύπο:

έα Σειρά = Παλαιά Σειρά - (Στοιχείο Αξονική Στήλης) × (Νέα Αξονική Σειρα)

Εφαρμόζοντας αυτά στο παράδειγμά μας έχουμε τα εξής αποτελέσματα:

Για την σειρά της εξίσωσης (1) (ΝΕΑ ΑΞΟΝΙΚΗ ΣΕΙΡΑ)

ΣΕΙΡΑ (1) $\quad (2\ ,\ 3\ ,\ 1\ ,\ 0\ ,\ 12) \div 3 =$

$$= \frac{2}{3}\ ,\ 1\ ,\ \frac{1}{3}\ ,\ 0\ ,\ 4$$

ΣΕΙΡΑ (0) $\quad (-6\ ,\ -7\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 0)$

$$-(-7) \times \left(\frac{2}{3}\ ,\ 1\ ,\ \frac{1}{3}\ ,\ 0\ ,\ 4\right) =$$

$$= (-6\ ,\ -7\ ,\ 0\ ,\ 0\ ,\ 0)$$

$$- \left(-\frac{14}{3}\ ,\ -7\ ,\ -\frac{7}{3}\ ,\ 0\ ,\ -28\right)$$

$$-\frac{4}{3} \quad 0 \quad \frac{7}{3} \quad 0 \quad 28$$

ΣΕΙΡΑ (2) $\quad (2\ ,\ 1\ ,\ 0\ ,\ 1\ ,\ 8)$

$$-(1)\left(\frac{2}{3}\ ,\ 1\ ,\ \frac{1}{3}\ ,\ 0\ ,\ 4\right) =$$

$$= \quad 2\ ,\ 1\ ,\ 0\ ,\ 1\ ,\ 8$$

$$- \quad \frac{2}{3}\ ,\ 0\ ,\ -\frac{1}{3}\ ,\ \frac{1}{2}\ ,\ 4$$

$$\frac{4}{3}\ ,\ 0\ ,\ -\frac{1}{3}\ ,\ 1\ ,\ 4$$

Με αυτά τα αποτελέσματα μπορούμε ευθύς αμέσως να σχηματίσουμε τον νέο δεύτερο πίνακα simplex:

ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ SIMPLEX

$\bar{C}_j$				6	7	0	0	
C_B	Βασικές μεταβ-λητές	Αριθμός εξίσωσης	Z	Συντελεστές μεταβλητών x_1	x_2	S_1	S_2	Σταθεροί όροι δεξιού μέλους
	Z	0	1	- 4/3	0	7/3		0
				0				
7	x_2	1	0	2/3	1	1/3		12
				0				
0	S_2	2	0	4/3	0	- 1/3		8
				1				

Όπως σημείωσαμε παραπάνω για τον 1ο πίνακα simplex, κάθε βασική μεταβλητή είναι ίση με τη σταθερά στο δεξιό μέλος της εξίσωσης. Άρα η νέα βασική εφικτή λύση που μας δίνεται είναι η $(x_1, x_2, S_1, S_2) = (0, 4, 0, 4)$ αυτή τη φορά όμως με $Z = 32$ και όχι $Z = 0$. Από αυτό καταλαβαίνουμε πως λειτουργεί η μέθοδος simplex . Διότι αποδεικνύεται αυτό που λέγαμε παραπάνω, ότι η simplex μετατοπίστηκε από την αρχή των αξόνων σε ένα σημείο που ικανοποιεί καλύτερα το σύστημα. Η λύση αυτή που είναι εφικτή, άραγε είναι και η άριστη; Εφαρμόζοντας και πάλι κατά γράμμα τον κανόνα περάτωσης, εύκολα διαπιστώνουμε ότι η εξίσωση (0), έχει ακόμη έναν συντελεστή που είναι αρνητικός, άρα η κλύση δεν είναι άριστη, και έτσι ο αλγόριθμος simplex πρέπει να προχωρήσει σε νέο επαναληπτικό βήμα, ποκειμένου να ευρεθεί η νέα βασική εφικτή λύση. Ακολουθώντας ακριβώς τις οδηγίες για το επαναληπτικό βήμα που παρουσιάσαμε παραπάνω, εντοπίζουμε την νέα αξονική στήλη και γραμμή καθώς και το αξονικό (οδηγούν) στοιχείο. Ο 2ος πίνακας simplex που σχηματίζεται τώρα είναι:

ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ SIMPLEX + ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΣ

$\bar{c}_j$				6	7	0	0	
c_B	Βασικές μεταβ-λητές	Αριθμός εξίσωσης	Z	Συντελεστές μεταβλητών x_1	x_2	S_1	S_2	Σταθεροί όροι δεξιού μέλους
	Z	0	1	- 4/3 0	0	7/3		28
7	x_2	1	0	2/3 0	1	1/3		4
0	S_2	2	0	4/3 1	0	- 1/3		4

Όπως φαίνεται καθαρά από τον πίνακα νέα εισερχόμενη μεταβλητή θα είναι η x_1 ενώ εξερχόμενη η S_2. Εφαρμόζοντας τους παραπάνω τύπους και έχοντας ως οδηγούν στοιχείο το $\frac{4}{3}$, εκτελούμε τους παρακάτω υπολογισμούς, για να σχηματιστεί ο νέος πίνακας simplex:

ΣΕΙΡΑ (2) $\left(\frac{4}{3} , 0 , - \frac{1}{3} , 1 , 4 \right) \div \frac{4}{3} =$

$= 1 , 0 , - \frac{1}{4} , \frac{3}{4} , 3$

ΣΕΙΡΑ (0) $\left(- \frac{4}{3} , 0 , \frac{7}{3} , 0 , 28 \right)$

$- (\frac{4}{3}) \times \left(1 , 0 , - \frac{1}{4} , \frac{3}{4} , 3 \right)$

$0 \quad 0 \quad 2 \quad 1 \quad 32$

ΣΕΙΡΑ (1) $\left(\frac{2}{3} , 1 , \frac{1}{3} , 0 , 4 \right)$

$- (\frac{2}{3}) \left(1 , 0 , - \frac{1}{4} , \frac{3}{4} , 3 \right) =$

$= \quad \frac{2}{3} , 1 , \frac{1}{3} , 0 , 4$

$- \quad \frac{2}{3} , 0 , - \frac{1}{6} , \frac{1}{2} , 2$

$0 , 1 , - \frac{1}{2} , - \frac{1}{2} \quad 2$

Ο νέος πίνακας simplex έχει ως εξής:

ΤΡΙΤΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ SIMPLEX

$\bar{C}_j$				6	7	0	0	
C_B	Βασικές μεταβ-λητές	Αριθμός εξίσωσης	Z	Συντελεστές μεταβλητών x_1	x_2	S_1	S_2	Σταθεροί όροι δεξιού μέλους
	Z	0	1	0	0	2		32
				1				
7	x_2	1	0	0	1	1/2	-	2
				1/2				
6	x_1	2	0	1	0	- 1/4		3
				3/4				

Η νέα βασική εφικτή λύση είναι $(x_1, x_2, S_1, S_2) = (3, 2, 0, 0)$ με $Z = 32$. Χρησιμοποιώντας τώρα τον έλεγχο σύμφωνα με τον κανόνα περάτωσης η λύση αυτή είναι η άριστη (optimal) αφού κανένας συντελεστής της εξίσωσης (0) δεν είναι αρνητικός άρα η διαδικασία τελειώνει εδώ. Από μαθηματική άποψη ο αλγόριθμος simplex εδώ ολοκληρώνεται αφού έχει δωθεί λύση στο πρόβλημα του γραμμικού προγραμματισμού.

Είδαμε πως λειτουργεί ο αλγόριθμος simplex, οποίος όπως τονίσαμε μπορεί να δώσει λύση σε οποιδήποτε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Δεν αναφέραμε όμως πως ενεργούμε όταν δημιουργούνται αδυναμίες επιλογής λόγω ισοβαθμίσεων ή αμφιβολιών. Όταν υπάρχει ισοβάθμιση στην εισερχόμενη μεταβλητή, τότε οποιαδήποτε και αν επιλεγεί θα φθάσουμε στην άριστη λύση. Βέβαια καλό είναι να επιλεχθεί η μεταβλητή που θα φθάσει στη λύση με τις λιγότερες επαναλήψεις δηλαδή, γρογορότερα αλλά δεν υπάρχει κάποιος κανόνας γι' αυτό. Επίσης, όταν υπάρχει ισοβάθμιση στην εξερχόμενη μεταβλητή (ίσα πηλίκα στο δεξιό μέλος), η επιλογή γίνεται επίσης αυθαίρετα, αν και υπάρχει κίνδυνος εκφυλισμένης λύσης δηλαδή, λύσης που φαινομενικά μοιάζει με άριστη αποκλείοντας μεταβλητές που βελτιώνουν ακόμα καλύτερα τους στόχους του προβλήματος. Επιπλέον, μπορεί να δημιουργηθεί πρόβλημα όταν δεν είναι δυνατόν να επιλεγεί εξερχόμενη μεταβλητή, λόγω του επειδή αυξάνουν απεριόριστα την συνάρτηση για οποιαδήποτε επιλογή, δεν υπάρχει δηλαδή φραγμός στη συνάρτηση. Χρήσιμο είναι να σημειωθεί ότι τέτοιες περιπτώσει πολύ σπάνια εμφανίζονται στην πραγματικότητα, κι αν ακόμη εμφανίζονται αν είναι δυνατόν προτιμάται η επαναδιατύπωση του προβλήματος, της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών. Αυτό που επιβάλλεται να προσέξουμε είναι η περίπτωση ένα πρόβλημα να έχει περισσότερες από μία άριστες λύσεις. Σε αυτή την περίπτωση, το πρόβλημα ξεπερνιέται με συνεχείς πρόσθετες επαναλήψεις του αλγόριθμου simplex. Το πρόβλημα αυτό θα το συναντήσουμε όταν θα εξετάζουμε το δυϊκό πρόβλημα.

Η simplex είναι η τελειώτερη μέθοδος επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού που γνωρίζουμε. Άραγε υπάρχει μια πιο εξελιγμένη νέα μέθοδος επίλυσης από την simplex; Πιο εξελιγμένη μέθοδος από την simplex δεν υπάρχει βέβαια. Υπάρχουν όμως νέοι πιο εξελεγμένοι αλγόριθμοι simplex οι οποίοι "παραμερίζουν" δυσκολίες που μπορεί να μας προκαλέσει η μέθοδος. Ένας τέτοιος αλγόριθμος είναι η αναθεωρημένη μέθοδος simplex. Η μέθοδος αυτή είναι γνωστή και σαν μέθοδος του περιεκτικού πίνακα (tableau), αφού χρησιμοποιώντας λιγότερα στοιχεία από αυτά του κανονικού πίνακα simplex, φθάνει στην ίδια λύση. Η αναθεωρημένη μέθοδος simplex αποσκοπεί στο να μειώσει το χρόνο που μπορούν να λυθούν ορισμένα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού είτε γραφικά είτε πια στη σημερινή εποχή στον Η/Υ. Η αναθεωρημένη μέθοδος simplex παίρνει μεγάλη πρακτική σημασία όταν συναντάμε σε εφαρμογές προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού με μεγάλο αριθμό μεταβλητών και περιορισμών. Αυτά τα προβλήματα χρειάζονται χρόνο για την επίλυση τους ο οποίος ελλατώνεται σημαντικά από την αναθεωρημένη μέθοδο simplex. Ο χρόνος που απαιτείται για τη λύση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού υπό κανονικές συνθήκες μπορεί να φθάσει μέχρι την τρίτη δύναμη του αριθμού των περιορισμών, αν και πρακτικά αυτό πολύ σπάνια συμβαίνει, με την μεγάλη εξέλιξη που έχει πραγματοποιηθεί τα τελεταία χρόνια στην δυνατότητα ταχύτητας εκτέλεσης εργασιών από ένα Η/Υ. Το περιεκτικό tableau (πίνακας) της αναθεωρημένης μεθόδουν simplex είναι ο κύριο λογος οικονομίας χρόνου επίλυσης. Η μεθοδολογία είναι ακριβών όπως και του πλήρους πίνακα. Απλώς στην αναθεωρημένη μέθοδο ο πίνακας περιέχει μόνο τους σταθερούς όρους, τα στοιχεία των μεταβλητών καθώς και τη μηδενική εξίσωση ελαφρά τροποποιημένη. Η τροποίηση συνίσταται στο ότι αντί για αρνητικές τιμές, σε κάθε επανάληψη εδώ ψάχνουμε για θετικές τιμές. Αν λοιπόν έχουν ένα μεγάλο πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού που μας προβληματίζει η έκταση της επίλυσής του, η αναθεωρημένη μέθοδος simplex μοιάζει μια καλή λύση.

Μέχρθ εδώ αναφερθήκαμε καθαρά στο μαθηματικό (αλγεβρικό) κομμάτι της simplex, περιγράφοντας την διαδικασία επίλυσης καθώς και τις τεχνικές που χρησιμοποιούνται όπου η κανονική μεθοδολογία αντιμετωπίζει προβλήματα. Δεν αποκαλύψαμε όμως ακόμη την "οικονομική" σημασία που έχει η μέθοδος simplex μέσω της πληροφόρησης που μας παρέχει από τους πίνακες simplex. Η σημαντικότερη ίσως πληροφόρηση που παρέχουν οι πίνακες simplex και κυρίως ο τελευταίος πίνακας simplex είναι οι λιγόμενες σκιώδης τιμές, οι οποίες μας επιτρέπουν σε παραπέρα ανάλυση του προβλήματος. Οι σκιώδεις τιμές μας πληροφορούν για την δυνατή κατανομή των πόρων σε δραστηριότητες. Στο κλασσικό υπόδειγμα γραμμικού προγραμματισμού τα b_i μας δείχνουν τα ποσά των αντίστοιχων πόρων, που είναι διαθέσιμα στην επιχείρηση για τις εξεταζόμενες δραστηριότητες. Μπορούμε να ξέρουμε συνεπώς την ύπαρξη κάποιου περιθωρίου στα ποσά των πόρων που διαθέτουναι. Άρα η οικονομική συνεισφορά των πόρων, είναι μια πολύ σημαντική πληροφόρηση.

Η πρόσθετη αυτή ποσότητα έχει μεγάλη σημασία όπως είναι κατανοητό, αφού αυτό μπορεί να συνεπάγεται βελτίωση της παραγωγής, του κόστους, των κερδών και γενικά οποιουδήποτε μικροοικονομικού μεγέθους που η αντικειμενική συνάρτηση αντιπροσωπεύει. Γι' αυτό και οι επιπρόσθετες μονάδες έχουν ισχυρή υπόληψη και αποκαλούνται σκιώδεις τιμές ή αλλιώς διαδικές τιμής, ενώ μια πιο επεξηγηματική περιγραφή είναι τρέχουσα μονάδα συνεισφοράς στη συνολική ακαθάριστη πρόσοδο του συντελεστή. Όπως μας λέει ενδεικτικά η τελευταία περιγραφή η σκιώδης τιμή μας δείχνει την οριακή αξία του πόρου που αντιπροσωπεύει δηλαδή, το ρυθμό με τον οποίο θα μεταβληθεί το Ζ σε μια ανάλογη μικρή αύξηση της ποσότητας του πόρου αυτού. Η τελευταί αυτή επεξήγηση φαίνεται καθαρά πως προσκρούει πάνω στο γνωστό κριτήριο από την Μικροοικονομική οριακού εσόδου και οριακού κόστους. Στην γνωστή καμπύλη κλίμακας παραγωγής της επιχείρησης, έχει σημασία το σημείο στο οποίο βρίσκεται σε μια ορισμένη στιγμή ο ρυθμός παραγωγής της επιχείρησης. Αν αυτός είναι αριστερά του άριστου σημείου D^* (όπου υπάρχει ισότητα οριακού κόστους και εσόδου) αύξηση της παραγωγής επιφέρει αύξηση των κερδών. Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση (οιοδήποτε άλλο σημείο) δεν συμφέρει περαιτέρω χρησιμοποιήση πόρων, αφού η χρησιμοποίησήτους θα είναι ζημιογόνως για την επιχείρηση. Οι σκιώδεις τιμές λαμβάνουν επίσης πολύ μεγάλη σημασία στην περίπτωση διερεύνησης υποκαταστάσεως των πόρων για την παραγωγή συγκεκριμένω προϊόντων. Απαιτείαται λεπτομερή εξέταση του κόστους ευκαιρίας σε κάθε πιθανό συνδιασμό κόστους ευκαιρίας παραγόμενων προϊόντων και πόρων.

Πολύ σημαντική πληροφόρηση παίρνουμε από την λεπτομερή εξέταση του άριστου πίνακα simplex σε μια επίλυση ενός προβλήματος. Εμείς δώσαμε βαρύτητα στο δεξιό μέλος της εξίσωσης όπου μας παρέχεται η πληροφόρηση για την ποσότητα πόρων που πρέπει να χρησιμοποιηθεί για να βελτιστοποιηθεί η αντικειμενική συνάρτηση. Εξετάζοντας προσεχτικά τη μηδενική εξίσωση του άριστου πίνακα πηροφορούμαστε το κόστος ευκαιρίας του κάθε πόρου, αν τον χρησιμοποιήσουμε περεταίρω για την παραγωγή του προϊόντος. Γοα το παράδειγμα το κόστος ευκαιρίας από περεταίρω χρησιμοποίηση των βασικών μεταβλητών x_1, x_2 είναι μηδέν που σημαίνει πως έχουν χρησιμοποιηθεί διεξοδικά κατά το μέγιστο δυνατόν στο σύστημα. Η τιμή όμως 2 στην μεταβλητή S_1 καθώς και η τιμή 1 στη μεταβλητή S_2 είναι οι σκιώδεις τιμές του πόρου 1 και του πόρου 2 αντίστοιχα. Οι πόροι αυτοί είναι οι διαθέσιμες παραγωγικέ δυναμικότητες της επιχείρησης. Μεταβάλλοντας χωριστά τις ποσότητες αυτές κατά μία (1) μονάδα, επιφέρει μεταβολή στο Z κατά 2 και 1 αντίστοιχα. Στην περίπτωση του παραδείγματός μας επειδή οι S_1 και S_2 αντιπροσωπεύουν μεταβλητές απόκλισης, οι σκιώδεις τιμές τους $S_1 = 2$ και $S_2 =$ σημαίνει ότι η παραγωγική διαδικασία δεν κάνει χρήση όλων των διαθεσίμων μονάδων των συντελεστών, αλλά αφήνει αχρησιμοποίητες μονάδες και συγκεκριμένα 2 για τον πρώτο συντελεστή και 1 για τον δεύτερο συντελεστή. Αυτό αποτελεί ένδειξη επικερδούς χρησιμοποίησης από την επιχείρηση επιπροσθέτων μονάδων και του πρώτου και του δεύτερου πόρου. Εξετάζοντας προσεχτικά τους συντελεστές των μεταβλητών μπορούμε να μάθουμε και ακριβώς τη μεταβολή πάνω στις βασικές μεταβλητές από αύξηση μίας μονάδας των δύο συντελεστών. Σε περίπτωση αύξησης του πρώτου συντελεστή S_1, η παραγωγή του προϊόντος x_2 θα αυξηθεί κατά $\frac{1}{2}$ μονάδες ενώ του x_1 θα μειωθεί κατά $\frac{1}{4}$ μονάδες. Εξάλλου η αύξηση του δεύτερου συντελεστή S_2 θα επιφέρει μείωση της παραγωγής του προϊόντος x_2 κατά $\frac{1}{2}$ και αύξηση του προϊόντος x_1 κατά $\frac{3}{4}$. Μπορούμε γενικά να διατυπώσουμε τη συμπερασματολογία ότι η οριακή αξία των μεταβλητών αποκλίσεως που βρίσκονται στη βάση, ισούνται πάντα με το μηδέν ενώ αυτών που βρίσκονται εκτός βάσης είναι διάφοροι του μηδενός (για αδρανής μεταβλητές θετική). Το ύψος της αξίας αυτής αντιστοιχεί στο στοιχείο της μηδενικής εξίσωσης.

Όλες αυτές οι πληροφορίες είναι εξαιρετικά χρήσιμες για πρακτικές εφαρμογές γραμμικού προγραμματισμού. Το κλασσικό υπόδειγμα του γραμμικού προγραμματισμού μας δείχνει σταθερές ποσότητες b_i περιορισμών των πόρων. Στην πραγματικότητα όμως σχεδόν πάντα υπάρχει κάποιος σημαντικός βαθμός ελαστικότητας στην κατανομή των πόρων. Έτσι οι τιμές b_i που εισάγονται στο πρόβλημα θεωρούνται ως οι προσδοκούμενες και οι πρότυπες για την επιχείρηση, χρησιμοποιούνται για την εύρεση της άριστης λύσης. Στη συνέχεια από τον άριστο πίνακα simplex ελέγχει από τις σκιώδεις τιμές κατά πόσο είναι χρήσιμη μια ανακατανομή των πόρων. Η μέθοδος simplex συνεπώς, είναι μια "ζωντανή" (οργανική) μεθοδολογία επίλυσης όπου εκτός από ακριβείς λύσεις δίνει και περιθώρια ακριβέστατα του ελέγχου για την διακύμανση των σταθερών ποσοτήτων των πόρων στο πρόβλημα.

Γ) ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Με τον όρο τεχνικές γραμμικού προγραμματισμού περιγράφονται οι ειδικοί χειρισμοί που γίνονται στο κλασσικό υπόδειγμα του γραμμικού προγραμματισμού προκειμένου να γίνει και πιο καλύτερο στην πληροφόρηση και πιο έγκυρο στις λύσεις που τελικά δίνει. Επιπλέον, υπάρχουν ειδικά πρακτικά προβλήματα τα οποία ο γραμμικός προγραμματισμός προσαρμοζόμενος ανάλογα μπορεί να δώσει ιδανικές λύσεις που δεν μπορούν διαφορετικά να επιτευχθούν εμπειρικά στην πράξη.

1) Δυϊκή θεωρία

Μια από τις σημαντικότερες επιτυχίες των πρώτων σταδίων ανάπτυξης του γραμμικού προγραμματισμού, ήταν η έννοια και η ύπαρξη της δυϊκότητας. Συμφωνα με τη δυϊκή θεωρία σε κάθε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού υπάρχει η διάκριση σε δύο μορφές, του κύριου (primal) προβλήματος και του δυϊκού (dual) προβλήματος. Το κύριο πρόβλημα είναι αυτό με το οποίο ασχοληθήκαμε έως τώρα και αποτελεί την ορθή μορφή ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού. Σε κάθε κύριο πρόβλημα αντιστοιχεί ένα δυαδικό πρόβλημα. Οι διασυνδέσεις των δύο αυτών προβλημάτων είναι εξαιρετικά ενδιαφέρουσες για καλύτερη κατάνοηση και πληροφόρηση του προβλήματος.

Η δημιουργία του δυϊκού προβλήματος στηρίζεται άμεσα στο κύριο κλασσικό υπόδειγμα του γραμμικού προγραμματισμού. Στην πραγματικότητα η δυϊκή θεωρία στηρίζεται σε θεμελιώδεις ιδιότητες του αλγόριθμου simplex και στη δυνατότητα που υπάρχει να αντικαταστήσουμε τους συντελεστές των μεταβλητών με τους συντελεστές των περιορισμών, με τέτοιο τρόπο ώστε να φθάνει η μέθοδς στο ίδιο αποτέλεσμα (ή περίπου στο ίδιο). Οι τιμές που αναζητούνται στο δυϊκό πρόβλημα είναι για τις μεταβλητές $y_1, y_2, \dots, y_m$, που αποτελούν τις ποσότητες αντικατάσταση του κυρίου προβλήματος. Αν υποθέσουμε ότι το αρχικό κύριο (primal) πρόβλημα του γραμμικού προγραμματισμού είναι αυτό που διατυπώθηκε στην ενότητα Α, τότε το δυϊκό πρόβλημα παίρνει αντίστοιχα την εξής μορφή:

$$\min\ (\max) \quad B = b_1 y_1 + b_2 y_2 + b_3 y_3 + \dots + b_n y_n$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{array}{ccccccccc} a_{11} y_1 & + & a_{21} y_2 & + & \dots & + & a_{1m} y_m & \le, =, \ge & c_1 \\ a_{12} y_1 & + & a_{22} y_2 & + & \dots & + & a_{m2} y_m & \le, =, \ge & c_2 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1nn} y_1 & + & a_{2n} y_2 & + & \dots & + & a_{mn} y_m & \le, =, \ge & c_n \end{array}$$

με $\quad y_1 \ge 0,\ y_2 \ge 0,\ y_3 \ge 0, \dots, y_m \ge 0$

Από την κλασσική μορφή του δυϊκού προβλήματος φαίνονται καθαρά τα εξής χαρακτηριστικά: Ο αριθμός των μεταβλητών στο δυϊκό πρόβλημα είναι ίσος με τον αριθμό των περιορισμών στο αρχικό πρόβλημα και αντίστοιχα ο αριθμός των μεταβλητών στο αρχικό ισούται με τον αριθμό των περιορισμών στο δυϊκό. Η δεξιά στήλη του κάθε ενός προβλήματος είναι οι συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης του άλλου. Για μεγιστοποίηση στο αρχικό έχουμε ελαχιστοποίση στο δυϊκό και αντίστροφα. Περιορισμοί με μορφή ανισότητας $\leq$ στο αρχικό έχουν στο δυϊκό μορφή ανισότητας $\geq$ και αντίστροφα.

Αυτόν που πρέπει να τονιστεί και που αποτελεί ολοκλήρωση της δυϊκής θεωρίας είναι ότι το δυϊκό πρόβλημα του δυϊκού είναι το ίδιο το αρχικό. Αυτή η ικανότητα στηρίζεται σε μια θεμελιώδης ιδιότητα της μεθόδου simplex, που αποτελεί το υπόβαθρο πάνω στο οποίο στηρίζεται η δυϊκή θεωρία καθώς και η ανάλυση ευαισθησίας - που παρουσιάζεται αμέσως μετά τη δυϊκή θεωρία. Ήδη αναφερθήκαμε στις πληροφορίες που μας δίνουν οι συντελεστές των χαλαρών μεταβλητών. Η ιδιότητα αυτή στηρίζεται στους συντελεστές των χαλαρών μεταβλητών και στο γεγονός ότι κάθε μεταβλητή απόκλισης (χαλαρή) S_i έχει συντελεστή +1 στην εξίσωση i και συντελεστή μηδέν σε κάθε άλλη εξίσωση, όπως είδαμε και από το κλασσικό υπόδειγμα γραμμικού προγραμματισμού. Επίσης μια προσεχτικότερη ματιά στον άριστο πίνακα simplex δείχνει ότι οι συντελεστές των μεταβλητών απόκλισης σε κάθε εξίσωση προδίδουν πως αυτή η εξίσωση προκύπτει από τις αρχικές εξισώσεις. Αυτό το συμπέρασμα στηρίζεται στο γεγονός που παρατηρείται πάντα στη μέθοδο simplex, ότι ο συντελεστής μιας χαλαρής i μεταβλητής σε μια συγκεκριμένη σειρά, ισούτε με το πολλαπλάσιο της αρχικής σειράς i, που συμπεριλαμβάνεται στη νέα σειρά και άρα οι συντελεστές αυτοί περικλείουν το αποτέλεσμα που έχει δημιουργηθεί από τις αλγεβρικές πράξεις της μεθόδου simplex. Έτσι ισχύει ότι για κάθε σειρά k $(k = 0, 1, \dots, m)$ του τρέχοντα πίνακα, ο συντελεστής της χαλαρής μεταβλητής S_{n+i}, είναι το πολλαπλάσιο της αρχικής σειράς i, που προστέθηκε άμεσα ή έμμεσα στην αρχική σειρά k, από τη μέθοδο simplex. Για $i = k$, ο συντελεστής της S_{n+k} είναι η σταθερά που έχει πολλαπλασιαστεί με την αρχική σειρά k.

Ας προσπαθήσουμε να τυποποιήσουμε λίγο τη θεμελιώδη αυτή ιδιότητα. Με $\overline{R}_k$ συμβολίζουμε ολόκληρη τη σειρά k στον αρχικό πίνακα, με R_k την ίδια σειρά στο τρέχοντα πίνακα και με $R_k{}^*$ την ίδια σειρά στον άριστο πίνακα simplex. Z_j είναι η ποσότητα αύξησης των συντελεστών της αρχικής εξίσωσης από τις επαναλήψεις της μεθόδου simplex, y_0 η τρέχουσα τιμή του Z και y_i το πολλαπλάσιο της αρχική σειράς i που προστέθηκε στη μηδενική εξίσωση, όπως αναφέραμε παραπάνω. Τότε σύμφωνα με τα παραπάνω, για τη μηδενική εξίσωση (σειρά $= 0$ ή $k = 0$) ισχύει η εξής ιδιότητα:

ΣΕΙΡΑ (0) $$R_0 = \overline{R}_0 + \sum_{i=1}^{m} \overline{R}_i y_i \qquad (1)$$

ΣΥΝΕΠΩΣ: $$Z_j - c_j = - c_j + \sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i \quad \text{όπου } j = 1, 2, \dots, n \qquad (2)$$

$$y_0 = \sum_{i=1}^{m} b_{ij} y_i \qquad (3)$$

με $$R_0 = \left[Z_1 - c_1, Z_2 - c_2, \dots, Z_n - c_n, y_1, y_2, \dots, y_m, y_0\right]$$

Για να γίνει πλήρως κατανοητή η θεμελιώδης αυτή ιδιότητα, θα την εφαρμόσουμε στο παράδειγμα που παρουσιάσαμε τη μέθοδο simplex. Ας εφαρμόσουμε το παράδειγμα στην πρώτη επανάληψη. Σκοπός μας είναι ο υπολογισμός της μηδενικής σειράς του 2ου πίνακα simplex. Ως αρχική σειρά

$\overline{R}_k$ παίρνουμε την μηδενική σειρά του αρχικού πίνακα. Η σκιώδης τιμή του δευτέρου πίνακα simplex είναι η $\frac{7}{3}$ για την χαλαρή μεταβλητή S_1. Παίρνοντας και την αξονική σειρά από τον πρώτο πίνακα simplex , μπορούμε τώρα να υπολογίσουμε την μηδενική σειρά για την 1η επανάληψη, στον 2ο πίνακα simplex. Έχουμε:

ΠΕΝΑΛΗΨΗ 1 Με $y_1 = \frac{7}{3},\ y_2 = 0$

$$
\begin{aligned}
R_0 &= \quad [-6 \quad -7 \quad 0 \quad 0, \quad 0] \\
&\quad +\frac{7}{3}\ [\ 2 \quad 3 \quad 1 \quad 0, \quad 12\ ] = \\
&= \quad [-6 \quad -7 \quad 0 \quad 0, \quad 0] \\
&\qquad \left[\ \frac{14}{3} \quad \frac{21}{3} \quad \frac{7}{3} \quad 0, \quad \frac{84}{3}\right] = \\
&= \quad -\frac{4}{3} \quad 0 \quad \frac{7}{3} \quad 0, \quad 28
\end{aligned}
$$

που ασφαλώς είναι η μηδενική σειρά του νέου 2ου πίνακα simplex και άρα ισχύει η σχέση:

$$R_0 = \left[Z_1 - c_1,\ Z_2 - c_2,\ \ldots,\ Z_n - c_n,\ y_1,\ y_2,\ \ldots,\ y_m,\ y_0\right]$$

Αποδεικνύοντας ότι ισχύει η παραπάνω ιδιότητα ουσιαστικά θεμελιώνουμε τη δυϊκή θεωρία. Στην παρουσίασαση της ανάλυσης ευαισθησίας θα αποδείξουμε ότι αυτή η ιδιότητα ισχύει για όλες τις σειρές. Ας δουμε τώρα πως προκύπτει το δυϊκό πρόβλημα από την παραπάνω ιδιότητα. Όπως ξέρουμε η μέθοδος simplex "ψάχνει" τις βασικές μεταβλητές και την βασική εφικτή λύση που προκύπτει, τέτοια ώστε όλοι οι συντελεστές της σειρά 0 να είναι μη αρνητικοί άρα η λύση που πρόκυψε είναι και η άριστη. Αυτό αν το τυποποιήσουμε διατυπώνεται ως:

ΚΑΝΟΝΑΣ ΑΡΙΣΤΟΤΗΤΑΣ $\quad Z_j - c_j \geq 0$ όπου $j = 1, 2, \ldots, n$ (4)

$y_i \geq 0$ όπου $i = 1, 2, \ldots, m$ (5)

Μεμια απλή αντικατάσταση στις (2), (3), (4) & (5) παίρνουμε ένα νέο πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού το:

$$\max\ (\min) \qquad y_0 = \sum_{i=1}^{m} b_i\, y_i$$

$$\text{s.t.} \qquad \sum_{i=1}^{m} a_{ij}\, y_i \geq c_i \qquad \text{όπου} \quad j = 1, 2, \ldots, n$$

$$y_i \geq 0 \qquad \text{όπου} \quad i = 1, 2, \ldots, m$$

και το οποίο είναι ακριβώς ίδιο με το κλασσικό πρότυπο δυϊκου προβλήματος που ήδη παρουσιάσαμε. Με τη μόνη διαφορά ότι δεν έχουμε καθορίσει πότε πρέπει να μεγιστοποιηθεί ή να ελαχιστοποιηθεί. Ο κανόνας είναι ότι το δυϊκό πρόβλημα κινείτα προς την αντίθετη κατεύθυνση από αυτή που κινείται το αρχικό. Έτσι αν το αρχικό επιζητά μεγιστοποίηση το δυϊκό επιζητά ελαχιστοποίηση, και αντίστροφα. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί από το γεγονός ότι το δυϊκό "ψάχνει" για εφικτές σε "χώρο" όπου δεν είναι εφικτός για το αρχικό πρόβλημα, εκτός ενός κοινού σημείου. Το κοινό σημείο του "χώρου" εφικτών λύσεων αρχικού και δυϊκού προβλήματος αποτελεί την άριστη λύση του προβλήματος. Άρα το δυϊκό πρόβλημα ξεκινάει από εντελώς αντίθετη "αφετηρία" για να "φθάσει" στην άριστη λύση. Γι' αυτό και επιζητά ελαχιστοποίηση σε αρχικό πρόβλημα μεγιστοποίησης και αντίστοιχα το αντίστροφο.

Για να γίνει κατανοητή η κατασκευή του δυϊκού προβλήματος θα φτιάξουμε το δυϊκό πρόβλημα του παραδείγματος που επεξεργαστήκαμε στη διαγραμματική μέθοδο και στη μέθοδο simplex. Είχαμε λοιπόν το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού:

$$\max \quad Z = 6x_1 + 7x_2$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad 2x_1 + 3x_2 &\le 12 \\ 2x_1 + x_2 &\le 8 \\ x_1, x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

Το δυϊκό πρόβλημα του αρχικού είναι:

$$\min \quad y_0 = 12y_1 + 8y_2$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad 2y_1 + 2y_2 &\le 6 \\ 3y_1 + y_2 &\le 7 \\ y_1, y_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

Δεν έχουμε παρά να εφαρμόσουμε τη μέθοδο simplex για να επιλύσουμε το πρόβλημα και θα βρούμε την ίδια (ή κατά προσέγγιση περίπου την ίδια) άριστη λύση με αυτή του αρχικού προβλήματος. Εδώ όμως ίσως δημιουργείται το ερώτημα γιατί να παιδεύμαστε να επιλύσουμε το δυϊκό πρόβλημα όταν ήδη έχουμε στα "χέρια" μας το κύριο πρόβλημα και άρα μπορούμε να επιλύσουμε αυτό για να βρούμε την άριστη λύση. Υπάρχουν πολλοί σοβαροί λόγου που κάνου την ύπαρξη του δυϊκού προβλήματος όχι απλά χρήσιμη αλλά και απαραίτητη σε κάθε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Πρωτ' απ' όλα πολλές φορές η λύση του δυϊκού προβλήματος είναι πιο εύκολη και προσιτή από αυτή του κύριου, απαιτώντας λιγότερες επαναλήψεις για την εύρεση της άριστης λύσης, κερδίζοντας έτσι και χρόνο κατά την επίλυση του προβλήματος. Ένας άλλος λόγος είναι ότι συμβαίνει αρκετές φορές το αρχικό πρόβλημα να φθάνει σε φραγμό "συντομότερα" (όχι γρηγορότερα), και άρα η άριστη λύση που δίνει να μην εκμεταλεύεται στο έπακρον τους πόρους του προβλήματος. Το δυϊκό πρόβλημα δίνει μια άλλη διάσταση στο εμπόδι αυτό, αφού ξεκινώντας από αντίθετη πλευρά από αυτή του αρχικού, καταφέρνει καλύτερη αξιοποίηση των πόρων, προσεγγίζοντας καλύτερα την πραγματική άριστη λύση. Επιπλέον, με την θεμελιώδη ιδιότητα που αναφέραμε είναι πολύ εύκολη η μεταπήδηση από το αρχικό στο δυϊκό αφού ουσιαστικά η μέθοδος simplex λύνει ταυτόχρονα και τα δύο προβλήματα. Ένα άλλο πολύ σημαντικό πλεονέκτημα του δυϊκού προβλήματος - κάτι το οποίο θα φανεί ιδιαίτερα στην ανάλυση ευαισθησίας - είναι η δυνατότητα να ξεκινά από εφικτές για το πρόβλημα λύσεις για να φθάσει στην άριστη λύση που ασφαλώς είναι εφικτή και για το κύριο πρόβλημα. Αυτό δίνει τη δυνατότητα στα στελέχη επιχειρήσεων να αξιολογήσουν μη εφικτές λύσεις που προτείνει το δυϊκό πρόβλημα, οι οποίες στην πραγματικότητα είναι δυνατές να πραγματοποιθούν. Μάλιστα με την θεμελιώδη ιδιότητα, στην πράξη είναι αδιάφορο ποιο πρόβλημα είναι το αρχικό και ποιο το δυϊκό και τυποποιημένα πρακτικά προβλήματα μπορεί να θεωρούνται δυϊκά. Τέλος, πολύ μεγάλη σημασία έχει οι οικονομικές πληροφορίες που μπορεί να μας παρέχει το δυϊκό πρόβλημα.

Ήδη στη μέθοδο simplex αναφέραμε τις πολύ χρήσιμες πληροφορίες που μας παρέχουν οι σκιώδεις τιμές. Εκτός από τη δυνατότητα να έχουμε μια διαφορετική "εικόνα" και διάσταση του προβλήματος, το δυϊκό πρόβλημα μας παρέχει πολύ χρήσιμη πληροφόρηση στη μικροοικονομική κάθε επιχείρησης. Μία επιχείρηση αυτό που βασικά την ενδιαφέρει είναι να συγκεντρώσει τα μέγιστα δυνατά έσοδα με το χαμηλότερο δυνατό κόστος. Από οικονομικής πλευράς αναζητάει το σημείο ισορροπίας στην κλίμακα παραγωγής της όπου το οριακό έσοδο και κόστος ισούνται. Αυτό σημαίνει ότι η επιχείρηση πρακτικά δεν ενδιαφέρεται τόσο για τις παραγόμενες και πωλούμενες ποσότητές της όσο για τα χρήματα που ξοδεύει σε μέσα για την επίτευξη του στόχου που είναι οι πωλήσεις. Στην πραγματικότητα αυτό που ενδιαφέρει την επιχείρηση είναι οι ακριβείς ποσότητες πόρων που πρέπει να ξοδέψει για τη μεγιστοποίηση των κερδών της, προκειμένου να μπορέσει να καταρτίσει του διάφορους προϋπολογισμούς της (πωλήσεων, παραγωγής κ.λ.π.) όπως επίσης και να σχεδιάσει τον προγραμματισμό της επιχείρησης. Από αυτή την πλευρά, το δυϊκό πρόβλημα παρέχει υψίστης σημασίας πληροφόρηση και έχει παρατηρηθεί ότι στην πραγματικότητα πλησιάζει περισσότερα πρακτικά τα επιχειρησιακά προβλήματα. Μην ξεχνάμε ότι στην πραγματικότητα οι υγιείς επιχειρήσεις δεν έχουν ενδιασμούς στο να ξοδέψουν σε μία πολιτική, αρκεί αυτή να συμβαδίζει με την γενικότερη πολιτική που η ίδια έχει χαράξει. Η ευκολία μεταπήδης από αρχικό πρόβλημα στο δυϊκό και αντίστροφα, δημιουργεί όλες τις προϋπόθεσεις προσαρμοστικότητας ενός πραγματικού προβλήματος σε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού.

2) Ανάλυση Ευαισθησίας

Κάτι περισσότερο από ένα παραπάνω βήμα, η ανάλυση ευαισθησίας αποτελεί απαραίτητο συστατικό προκειμένου ένα υπόδειγμα γραμμικού προγραμματισμού να είναι πλήρως προσγειωμένο στην πραγματικότητα. Ήδη έχει γίνει αντιληπτό ότι μετά την διατύπωση του προβλήματος, η εύρεση της άριστης λύσης είναι καθαρά υπολογιστικό θέμα. Η επεξεργασία όμως ενός προβλήματος δεν τελειώνει με την εύρεση της άριστης λύσης.

Όπως είδαμε για την τυποποίηση ενός προβλήματος σε πρόβλημα γραμμικού8 προγραμματισμού, χρειάζονται κάποιες υποθέσεις. Μία από αυτές είναι η παραδοχή ότι όλες οι παράμετροι του υποδείγματος (a_{ij}, b_i, c_j) είναι γνωστές σταθερές. Είτε γιατί τα δεδομένα στα οποία στηρίζονται οι παράμετροι είναι αμφιβόλου αξιοπιστίας είτε λόγω απτόσμενης και ταχείας αλλαγής των πραγματικών συνθηκών, τα αποτελέσματα από τη λύση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού είναι αμφιβόλου αξίας. Μία άριστη λύση συνεπώς είναι τόσο έγκυρη όσο έγκυρο είναι το υπόδειγμα που αναπαριστά, άρα η κατάληξη σε μία λύση δεν θα πρέπει να είναι ο τερματισμός των προσπαθειών αλλά η αφετηρία για περισσότερο έρευνα και σκεπτικισμό. Η καλή αξιολόγηση μιας άριστης λύσης θα εξαρτηθεί από το πόσο καλά αποδίδει στην πραγματικότητα και αναπαριστά καλύτερα την αληθινή κατάσταση. Στην περίπτωση που αυτό δεν συμβαίνει είναι επιβεβλημένη η διερεύνηση του συστήματος και η προσπάθεια να προσομειώσει καλύτερα την πραγματικότητα με αλλαγή των σταθερών.

Αυτό μπορεί να επιτευχθεί κατά ένα πολύ μεγάλο βαθμό με την ανάλυση ευαισθησίας που ουσιαστικά αποτελεί τη μελέτη της μεταβολής της βέλτιστης λύσης όταν μεταβάλονται οι σταθερές του προβλήματος (a, b, c) δηλαδή, οι τιμές των παραμέτρων. Επιπλέον, την κατάσταση διευκολύνει σημαντικά το γεγονός ότι μερικές παράμετροι μπορούν να αλλάξουν τιμή χωρίς να επηρεαστεί η αριστότητα της λύσης. Διαφορετικά, η συλλογή ακριβείς στοιχείων που δίνουν την πραγματική εικόνα ενός προβλήματος είναι αρκετά δύσκολη αν όχι αδύνατη. Σκοπός της ανάλυσης ευαισθησίας είναι ο προσδιορισμός εκείνων των παραμέτρων που δεν επηρεάζουν την αριστότητα της λύσης και στη συνέχεια η διερεύνηση αλλαγής των τιμών τους προκειμένου να επιλεχθεί η κατάλληλη λύση που μπορεί και "δουλεύει" καλά το σύστημα. Η ανάλυση ευαισθησίας μπορεί να επιτευχθεί με μεταβολές στις παραμέτρους των βασικών ή μη βασικών παραμέτρων, με την εισαγωγή ενός νέου περιορισμού ή μεταβλητής. Αν όμως ήταν απαραίτητη η εφαρμογή της μεθόδου simplex για κάθε μία μεταβολή που αποφασίζαμε, θα ήταν υπολογιστικά πολύ δυσχερής και δαπανηρή η εφορμογή της. Η εφαρμογή της θεμελιώδους ιδιότητας - όπως την είδαμε στη δυϊκή θεωρία - κάνει πολύ πιο εύκολη και σύντομη την εφαρμογή της σε οποιοδήποτε πρόβλημα. Κι αυτό διότι όπως θα δούμε ουσιαστικά η μέθοδος simplex λύνοντας το αρχικό εκτός του ότι λύνει και το δυϊκό, παρέχει και τη δυνατότητα ανάλυσης ευαισθησίας. Αυτό συμβαίνει διότι κάθε αλλαγή στο αρχικό υπόδειγμα θα αλλάξει τους αριθμού στο τελικό πίνακα simplex και έτσι μέσω απλών υπλογισμών που στηρίζονται στη θεμελιώδη ιδιότητα οι οποίοι αναθεωρούν τον πίνακα αυτό, υπάρχει η δυνατότηα ελέγχου αν η άριστη λύση είνα τώρα μη άριστη ή μη εφικτή. Στην περίπτωση που αυτή είναι, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη νέα αυτή λύση ως οδηγό για την κατασκευή ενός νέου υποδείγματος, χωρίς την απαίτηση πολλών επαναλήψεων - εκτός και εάν οι μεταβολές είναι τραγικά μεγάλες.

Στη δυϊκή θεωρία είχαμε αποδείξει την θεμελιώδη ιδιότητα και πως αυτή εφαρμόζεται για την μηδενική σειρά. Η ανάλυση ευαισθησίας στο πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού στηρίζεται στην ιδιότητα που ισχύει όχι μόνο για τη μηδενική σειρά αλλά για όλες τις σειρές.Αν συμβολίσουμε με $R_k{}^*$ τη κάθε σειρά του τελικού πίνακα simplex και με $S_{k\,i}$ το συντελεστή i της χαλαρής μεταβλητής S_{n+i} στην τελικήεξίσωση k τότε μπορούμε να συμβολίσουμε τη σειρά με:

$R_k{}^* = \left[\, a k_1{}^*, a k_1{}^*, \ldots, a k_n{}^*, S k_1{}^*, S k_2{}^*,, \ldots, S k_m{}^*, b_k{}^* \right]$ όπου $k = 1,2, \ldots, m$

Τότε στηριζόμενοι στη διατυποθέντα ιδιότητα μπορούμε να συμπεράνουμε την ιδιότητα:

$$R_k{}^* = \sum_{i=1}^{m} \overline{R}_i\, Sk_i{}^* \quad , \qquad \text{όπου} \quad k = 1,2,\ldots,m$$

ΣΥΝΕΠΩΣ: $$a k_j{}^* = \sum_{i=1}^{m} a_{ij}\, Sk_i{}^* \quad , \qquad \text{όπου} \quad j = 1,2,\ldots,n$$

& $$b k^* = \sum_{i=1}^{m} b_i\, Sk_i{}^*$$

που είναι σχεδόν ταυτόσημη με την ιδιότητα για τη μηδενική εξίσωση όπου τα S_{ki} & y_i είναι οι συντελεστές της i χαλαρής μεταβλητής S_{n+i} για την αντίστοιχη σειρά, με τη μόνη διαφορά ότι αντί για $\overline{R}_0$ που σημαίνει σειρά μηδενική έχουμε $\overline{R}_k$ δηλαδή, για κάθε σειρά: $R_k^* = \overline{R}_k + \sum_{i=1}^{m} \overline{R}_i \left(S k_i^* - S k_i \right)$

Όπου: $S k_i$ = ο συντελεστής της $S_{n=1}$ στην αρχική εξίσωση για όλα τα $k \neq i$

μέχρι $S k_k =$.

Η διαφορά $\left(S k_i^* - S k_i \right)$ δείχνει τη μεταβολή που έχει επέλθει στις χαλαρές μεταβλητές από την επανάληψη. Αυτό δε χρειαζόταν στη μηδενική εξίσωση, αφού οι χαλαρές μεταβλητές στον αρχικό πίνακα έχουν συντελεστή μηδέν (0).

Για να γίνει πλήρως κατανοητή αυτή η θεμελιώδης ιδιότητα στην ανάλυση ευαισθησίας θα την εξαρμόσουμε στο παράδειγμα που επεξεργαζόμαστε. Αυτή τη φορά θα χρησιμοποιήσουμε στοιχεία και από τον τελικό πίνακα simplex . Έχουμε λοιπόν για την σειρά 1:

ΣΕΙΡΑ 1 $\quad S_{2_1} = \frac{1}{2} \quad S_{1_2} = -\frac{1}{2}$

$$R_1^* = +\frac{1}{2}\,[\,2 \quad 3 \quad 1 \quad 0\,,\ 12\,]$$

$$- -\frac{1}{2}\,[\,2 \quad 1 \quad 0 \quad 1\,,\ 8\,]$$

$$= \left[\, 0 \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2}\,,\ 2 \,\right]$$

Η ιδιότητα των συντελεστών αυτών αποτελεί το υπόβαθρο πάνω στο οποίο στηρίζεται η ανάλυση ευαισθησίας. Μπορούμε τώρα να περιγράψουμε τη διαδικασία που ακολουθείται κάθε φορά που εφαρμόζουμε ανάλυση ευαισθησίας. Ας υποθέσουμε ότι μία ή περισσότεροι παράμετροι μεταβάλλονται ως:

$b_i \rightarrow b_i + \Delta b_i$ όπου $i = 1, 2, \ldots, m$

$c_j \rightarrow c_j + \Delta c_j$ όπου $j = 1, 2, \ldots, n$

$a_{ij} \rightarrow a_{ij} + \Delta a_{ij}$

όπου: Δb_i, Δc_j, Δa_{ij} = μεταβολές στις παραμέτρους .

Οι μεταβολές αυτές θα έχουν σαν συνέπεια την αναθεώρηση του τελικού πίνακα simplex στον οποίον σημειωτέον τα στοιχεία y_i και S_{ki} παραμένουν τα ίδια. Οι μεταβολές που προκύπτουν είναι:

$$\Delta y_0^* = \sum_{i=1}^{m} \Delta b_i y_i$$

$$\Delta b k^* = \sum_{i=1}^{m} \Delta b_i S_{ki} \qquad \text{όπου } k = 1, 2, \ldots, m$$

$$\Delta\left(z_j - c_j\right) = -\Delta c_j + \sum_{i=1}^{m} \Delta a_{ij} y_i^* \qquad \text{όπου } j = 1, 2, \ldots, n$$

$$\Delta a k_j^* = \sum_{i=1}^{m} \Delta a_{ij} S_{ki}$$

Από τις παραπάνω μεταβολές η άριστη λύση του τελικού πίνακα simplex πιθανή να λάβει διαφορετική τιμή. Αν παραβιαστεί η αρχή της μοναδιαίας μήτρας για τον τελικό πίνακα simplex τότε η διαδικασία κατασκευτής του πίνακα αυτού πρέπει να επαναληφθεί. Αφού ο τελικός πίνακας simplex αναθεωρηθεί, έχει φθάσει η ώρα του απολογισμού και εκτίμησης της νέας κατάστασης. Αυό που μας απασχολεί στο σημείο αυτό είναι κατά πόσο οι αναθεωρήσεις μετάβαλαν την προηγούμενη κατάσταση και αν αυτή πια είναι εφικτή και άριστη. Το σημείο που συγκεντρώνουμε την προσοχή μας είναι εάν κάποιοι συντελεστές βασικών μεταβλητών είναι αρνητικοί, ελέγχουμε δηλαδή το δεξιό μέλος του πίνακα. Αφού η τρέχουσα λύση ικανοποιεί τους λειτουργικούς περιορισμούς δύο ενδεχόμενα μπορούν να εμφανιστούν. Αν όλοι οι βασικοί συντελεστές είναι μη αρνητικοί τότε η νέα λύση εξακολουθεί να είναι άριστη. Αν δεν είναι, η λύση είτε δεν είναι εφικτή είτε δεν είναι άριστη και τότε τη χρησιμοποιούμε για να κατσκευάσουμε ένα νέο μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού για το πρόβλημα προκειμένου να προσδιοριστεί η νέα άριστη λύση. Η διαδικασία αυτή μπορεί να απλοποιηθεί, μεταβάλοντας ορισμένα είδη παραμέτρων κάθε φορά. Στην πραγματικότητα αυτό επιτυγχάνεται, μεταβάλοντας κάθε φορά συντελεστές βασικών ή μη βασικών μεταβλητών ή εισάγοντας νέους περιορισμού ή μεταβλητές και εκτελώντας τον κανόνα ελέγχου κάθε φορά στον τελικό πίνακα simplex.

Στην περίπτωση που αλλαζουμε μία ή περισσότερες παραμέτρους ξεκινάμε τη διαδικασία υπολογίζοντας τα:

$$\Delta y_0^* = \sum_{i=1}^{m} \Delta b_i y_i^* \quad \& \quad \Delta b k^* = \sum_{i=1}^{m} \Delta b_i S k_i^* \qquad \text{όπου } k = 1,2, \ldots, m$$

και προσθέτοντάς τα στο δεξιό μέλος του τελικού πίνακα simplex. Αφού ο τελικός πίνακας δεν αλλάζει μορφή εφαρμόζουμε τον κανόνα ελέγχου που είδαμε παραπάνω και παίρνουμε τις ανάλογες αποφάσεις για κάθε περίπτωση.

Όταν θέλουμε να μεταβάλουμε τους συντελεστές μιας μη βασική μεταβλητής, οι μόνες αλλαγές που χρειάζεται να γίνουν είναι ένας ή περισσότεροι συντελεστές της μεταβλητής αυτής $\left(c_j, a_{1j}, a_{2j}, \ldots, a_{mj}\right)$ να μεταβληθούν σε μία ορισμένη ποσότητα $\left(\Delta c_j, \Delta a_{1j}, \Delta a_{2j}, \ldots, \Delta a_{mj}\right)$. Σε αυτή την περίπτωση χρειάζεται να υπολογιστούν τα:

$$\Delta\left(z_j - c_j\right) = -\Delta c_j + \sum_{i=1}^{m} \Delta a_{ij} y_i^*$$

$$\Delta a k_j = \sum_{i=1}^{m} \Delta a_{ij} S k_i^* \qquad \text{όπου } k = 1, 2, \ldots, m$$

Χωρίς την ανάγκη υπολογισμού νέου πίνακα simplex, εφαρμόζουμε κατά γράμμα την παραπάνω διαδικασία. Όταν εισάγουμε μια νέα μεταβλητή στο σύστημα, βρίσκοντας τη νέα άριστη λύση, μπορεί ένα υπόδειγμα να μην συμπεριέλαβε όλες τις ελκυστικές εναλλακτικές δραστηριότητες. Αν π.χ. μια νέα δραστηριότητα απαιτεί εισαγωγή νέας μεταβλητής με τους ανάλογους συντελεστές στην αντικειμενική συνάρτηση και στους περιορισμούς, μπορούμε να θεωρήσουμε τη νέα μεταβλητή ως μη βασική και άρα να εκτελέσουμε τους υπολογισμούς για μεταβολή συντελεστών μη βασική μεταβλητής.

Όταν η μεταβλητή που αλλάζει είναι βασική, τότε μετά τους αναγκαίους υπολογισμούς για τα Δc_j^* και $\Delta a k_j^*$ χρειάζεται προσεχτικά ό έλεγχος της νέας κατάστασης. Ίσως χρειαστεί κατασκευή νέου πίνακα simplex. Σε κάθε περίπτωση εφαρμόζεται ο κανόνας ελέγχου.

Πολλές φορές υπάρχει η ανάγκη εισαγωγής ενός νέου περιορισμού, ο οποίος είτε αγνοήθηκε στην κατασκευή του υποδείγματος είτε από τότε που κατασκευάστηκε το υπόδειγμα δημιουργήθηκαν νέες καταστάσεις. Στην εισαγωγή νέου περιορισμού ακολουθούνται όλες οι γνωστές διαδικασίες (μορφή ανισότητας, εισαγωγή χαλαρής μεταβλητής, τοποθέτηση κ.λ.π.), Μετά την κατασκευή του νέου τελικού πίνακα, εφαρμόζουμε το κριτήριο ελέγχου για να συμπεράνουμε την εφικτότητα και αριστότητα της λύσης. Σε κάθε περίπτωση συμπεριφερόμαστε ανάλογα.

Πολλές φορέ στην πράξη επιζητάται η ανάγκη για συστηματική ανάλυση ευαισθησίας. Αντί για συγκεκριμένες αλλαγές στις παραμέτρους του υποδείγματος, επιδιώκεται η μεταβολή μιας ή περισσοτέρων παραμέτρων, συνεχώς σε κάποιο διάστημα, προκειμένου να διερευνήσουμε τη μεταβολή της άριστης λύσης. Η διαδικασία αυτή λέγεται παραμετρικός προγραμματισμός. Ο παραμετρικός προγραμματισμός αντί για μία στατική μεταβολή, ψάχνει για μία άριστη μεταβολή ∂ , έχοντας πια αλλαγή στις παραμέτρους $b_i = a + \partial$, και μεταβάλλοντας συνεχώς το ∂ από το 0 μέχρι ένα όριο. Στη συνέχεια υπολογίζουμε όλες τις μεταβολές για τα y_0, b_i & Z. Οι πληροφορίες που απορέουν, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να συμπεράνουμε αν θα διατηρήσουμε την αρχική άριστη λύση, κι αν όχι, κατά πόσο πρέπει να αυξήσουμε το b_i . Η επίδραση στην άριστη λύση από συνεχή και ταυτόχρονη μεταβολή των παραμέτρων, εμφανίζεται πολύ χρήσιμη στο σύγχρονο ανταγωνιστικό περιβάλλον.

3) Διαμεριστικός αλγόριθμος

Σε κάθε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού γίνεται προσπάθεια να υπάρχουν όσο το δυνατόν λιγότεροι περιορισμοί. Όσο περισσότεροι περιορισμοί υπάρχουν σε ένα πρόβλημα, τόσο περισσότερο αυξάνεται γεωμετρικά ο χρόνος που απαιτείται για την επίλυση του προβλήματος. Αν ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού έχει υπερβολικά πολλούς περιορισμούμ κάνει πολύ δύσκολη και πολλές φορές σχεδόν αδύνατη την επίλυσή του σε Η/Υ. Για να ξεπεραστεί αυτό το πρόβλημα, έχει επινοηθεί ένα αλγόριθμος ο οποίος χωρίζει το αρχικό πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού σε περισσότερα προβλήματα, που το κάθε ένα έχει λιγότερου περιορισμού από το αρχικό.

Συνδιάζοντας κατάλληα τις λύσεις των υπο-προβλημάτων, μπορούμε να βρούμε τη λύση του αρχικού. Στην ουσία δηλαδή αντί λύσουμε ένα μεγάλο πρόβλημα λύνουμε πολλά μικρά προβλήματα. Η μέθοδος αυτή λέγεται μέθοδος του διαμερισμού. Το δυστηχές είναι ότι δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε σε οποιαδήποτε πρόβλημα τη μέθοδο αυτή διότι, απαιτεί το πρόβλημα να έχει κάποιες ιδιομορφίες. Σε τέτοιες περιπτώσεις αυτό που μπορούμε να κάνουμε είναι να διαμορφώνουμε κατάλληλα το πρόβλημα έτσι ώστε να μπορεί να γίνει διαμερισμός.

Ένα άλλο πρόβλημα που πρέπει να μας απασχολήσει όταν εφαρμόζουμε διαμερισμό είναι όταν γνωρίζουμε εκ' των προτέρων ότι κάποιος ή το σύνολο των μεταβλητών είναι φραγμένες. Στην περίπτωση αυτή με εισαγωγή μεταβλητών απόκλιση (περιθώριες), το εμπόδιο ξεπερνιέται όμως αντί για μείωση των περιορισμών, έχουμε αύξηση. Στην περίπτωση αυτή ο διαμεριστικός αλγόριθμος επιβάλλεται να διαθέτει την επιπλέον ικανότητα να λύνει το πρόβλημα με τις φραγμένες μεταβλητές, χωρίς όμως να αυξάνει τον αριθμός των περιορισμών.

Όταν το πρόβλημα περιέχει και φραγμένες μεταβλητές τότε ο αλγόριθμος, παράλληλα με το διαμερισμό χωρίζει τις μεταβλητές σε δύο κατηγορίες (φραγμένες κα μη φραγμένες) και λύνει κανονικά το πρόβλημα με τη μέθοδο simplex. Οι επιπλέον μεταβλητές απίκλησης εισέρχονται μόνο για φραγμένες μεταβλητέςμ συνεπώς επιτυγχάνεται σημαντική εξοικονόμηση υπολογισμών. Ο διαμεριστικό αλγόριθμος χωρίζει τον πρώτο πίνακα simplex στο κύριο πίνακα που έχει m και στους υποπίνακες (των υποπροβλημάτων). Στη συνέχεια εισάγουμε τεχνητές μεταβλητές M . Πρέπει να σημειώσουμε ότι οι τεχνητές μεταβλητές χρησιμοποιούνται και για "κανονικά" προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού, αν αυτό διευκολύνει τους υπολογισμού. Υπολογίζοντας τις αποκλίσεις c_i - M λύνουμε τα υποπροβλήματα εφαρμόζοντας τη μέθοδο simplex για κάθε ένα χωριστά. Από εκεί και πέρα ισχύουν τα ίδια κριτήρια με τον αλγόριθμο simplex δηλαδή, η λύση είναι άριστη όταν στην μηδενική σειρά υπάρχουν μόνο μη αρνητικοί συντελεστές. Στην περίπτωση που κάποιο από τα υποπροβλήματα δεν έχει φραγμένη λύση, τότε υπάρχει ακρότατη κατεύθυνση και πρέπει να εισάγουμε νέες μεταβλητές που θα πάρουν τα θέση των βασικών για να επιλυθεί το πρόβλημα.

Αν και ο διαμεριστικό αλγόριθμος μπορεί να μας "βγάλει" από το πρόβλημα των πολλών περιορισμών εντούτις, επιβαρύνει το πρόβλημα με νέους υπολογισμούς. Όταν μάλιστα κάποιο πρόβλημα έχει έλλειψη φραγμού η διαδικασί γίνεται πολυπλοκότερη. Γι' αυτό και στην πράξη προτείνεται προβλήματα με μεγάλο αριθμό περιορισμών, είτει να επαναδιατυπώνονται καλύτερα σε πιο προσιτή μορφή είτε να διαλέγεται άλλος θεωρητικος τρόπος επίλυσης του πραγματικού προβλήματος. Εξάλλου, δεν είναι δυνατό όλα τα προβλήματα να μορφοποιούνται σε γραμμική μορφή.

Δ) ΕΙΔΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Ο γραμμικός προγραμματισμός, με τις τεχνικές ικανότητες που διαθέτει, μπορεί να δώσει λύση σε μεγάλη ποικιλομορφία πραγματικών προβλημάτων. Με τον όρο "ειδικά" εννοούμε προβλήμσυσ που μπορούνε να απεικονισθούν με γραμμικό πραγορμματισμό, τα οποία όμως έχουν ορισμένα ειδικά βασικά χαρακτηριστικά. Το κύριο χαρακτηριστικό αυτών των προβλημάτων, τα οποία συναντώνται συχνά πυκνά στην καθημερινή πρακτική, είναι ο μεγάλος αριθμός μεταβλητών και περιορισμών που απαιτούν. Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, αυτό κάνει υπερβολικά δυσχερής την επίλυση των προβλημάτων με τη μέθοδο simplex σε Η/Υ και λόγω του μεγάλου κόστους, πολλές φορές απαγορευτική. Ένα δεύτερο χαρακτηριστικό όμως που έχουν αυτά τα προβλήματα είναι ότι επιτρέπουν ειδικές παραλαγές του αλγόριθμου simplex που εξοικονομούν μεγάλο αριθμό υπολογισμών κατά την επίλυσή τους. Το χαρακτηριστικό αυτό είναι ότι οι περισσότεροι συντελεστές a_{ij} ,στους περιορισμού, ισούνται με το μηδέν.

Το σπουδαιότερο ειδικό πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού με ευρεία εφαρμογή είναι το πρόβλημα μεταφοράς. Άλλα όπως το πρόβλημα αντιστοίχισης δίνει θαυμάσια προσαρμοζόμενες εφαρμογές σε προβλήματα παραγωγής.

1) Το πρόβλημα Μεταφοράς

Το πρόβλημα μεταφοράς ασχολείται με τη μεταφορά ορισμένης ποσότητας προϊόντος-ντων από μερικά κέντρα παραγωγής ("πηγές") σε ορισμένα κέντρα κατανάλωσης ("προορισμοί"). Πρακτικά έχουμε να κάνουμε με προβλήματα μεταφοράς προϊόντων από πηγές σε προορισμούς με το ελάχιστο δυνατό κόστος ή το μέγιστο δυνατό κέρδος. Όμως, εκτός από την μεταφορά αγαθών μέσω κέντρων και προορισμών, το μαθηματικό υπόδειγμα του προβλήματος μεταφοράς έχει εφαρμοσθεί με επιτυχία σε άλλα προβλήματα όπως ο προγραμματισμός παραγωγής, η κατανομή του εργατικού δυναμικού κ.α.

Στο πρόβλημα μεταφοράς θεωρούμε ότι η πηγή ή προέλευση των προϊόντων i παρέχει μια ορισμένη ποσότητα μονάδων b_i (όπου $i = 1, 2, ..., m$) προκειμένου να μεταφερθούν στους περιορισμούς j, ενώ οι προορισμοί j ζητούν μια ορισμένη ποσότητα μονάδων dj $(j = 1, 2, ..., n)$ να προμηθευτούν από τις πηγές. Το κόστος μεταφοράς των μονάδων είναι ανάλογο του αριθμού των μονάδων που μεταφέρονται άρα και η ποσότητα μεταφοράς είναι περιορισμένος αριθμός. Αν συμβολίζουμε με Z το συνολικό κόστος (ή κέρδος) μεταφοράς και με x_{ij} την ορισμένη ποσότητα μονάδων που μεταφέρονται από τα κέντρα στους προορισμού, τότε το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού που έχουμε είναι:

$$\min \ (\max) \qquad Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{s.t.} \qquad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = S_i \qquad \text{όπου } i = 1, 2, ..., m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = d_j \qquad \text{όπου } j = 1, 2, ..., n$$

$$x_{ij} \geq 0, \ S_i \geq 0, \ d_j \geq 0$$

$$\text{και} \quad \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = \sum_{i=1}^{m} b_i = \sum_{i=1} d_j = A \qquad \text{όπου } A \geq 0$$

Κάθε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού που έχει αυτή την διαμόρφωση, θεωρείται πρόβλημα μεταφοράς, άσχετα αν οι δραστηριότητά του δεν έχει καμία σχέση με την μεταφορά αγαθών στην κυριολεκτική της μορφή. Το γεγονός ότι η ποσότητα προσφοράς των μονάδων ισούται με την ποσότητα ζήτησης σημαίνει ότι το σύστημα λειτουργεί σε αρμονία και ισορροπεί. Εάν αυτό δεν συμβαίνει, για να έχει το πρόβλημα λύση, προσθέτουμε εικονικά κέντρα ή εικονικού προορισμούς. Με αυτό το τέχνασμα μετατρέπονται οι ανισότητες σε ισότητες και έτσι ικανοποιείται η συνθήκη εφικτότητας - μια ανάλογη περίπτωση με τη μέθοδο simplex.

Λόγω του ευρή αριθμού ρων προβλημάτων που βρίσκουν εφαρμογή σε υποδείγματα προβλημάτων μεταφορά, έχει αναγάγει το πρόβλημα μεταφοράς σε υψηλή εκτίμηση. Μπορούμε τώρα να σχεδιάσουμε τον γενικό πίνακα που σχηματίζεται από το υπόδειγμα μεταφοράς (Σχ. 27).

Έχοντας διατυπώσει ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού αυτό που απομένει είναι επιλυθεί για να βρεθεί η άριστη λύση. Αφού το πρόβλημα μεταφοράς είναι ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, μπορεί να επιλυθεί με τη μέθοδο simplex. Όμως λόγω της πληθώρας ύπαρξης μεταβλητών και περιορισμών χρειάζονται κάποιες παραλλαγές που απολοποιούν εντυπωσιακά τους υπολογισμού. Για την διευκόλυνση της επίλυσης του προβλήματος μεταφοράς, εφαρμόζουμε μια ειδική παραλλαγή της μεθόδου simplex, γνωστή ως μέθοδος μεταφοράς. Αν προσπαθούσουμε να λύσουμε το πρόβλημα μεταφοράς με την κλασσική μέθοδο simplex τότε θα ήταν αναγκαία η εισαγωγή τεχνητών μεταβλητών M για να γίνου οι απαραίτητοι υπολογισμοί. Αυτό που ξενίζει όμως είναι ο μεγάλος αριθμός των επαναλήψεων λόγω των περισσότερων σειρών και στηλών που απαιτεί. Εκεί που ο πίνακας simplex περιέχει $(m + n + 1)$ σειρές και $(m + 1)(n + 1)$ στήλες - χωρίς να συμπεριλαμβάνεται το δεξιό μέλος - ο πίνακας simplex μεταφοράς περιέχει m σειρές και n στήλες. Η μορφή του πίνακα μεταφοράς είναι η παρακάτω (Σχ. 28):

Για x_{ij} βασική μεταβλητή $\rightarrow$

Για S_{ij} βασική μεταβλητή $\rightarrow$

Όπου:

u_i = πολλαπλάσιο της αρχικής σειράς i που αφαιρέθηκε (άμεσα ή έμμεσα) από την αρχική σειρά. Οι από τη μέθοδο simplex και οι επαναλήψεις οδήγησαν στον τρέχοντα πίνακα simplex (μεταφοράς).

u_j = πολλαπλάσιο της αρχικής σειράς $m + 1$ (του πίνακα simplex) που αφαιρέθηκαν από την αρχική σειρά 0 και οδήγησε με τις επαναλήψεις στον τρέχοντα πίνακα simplex.

Κάθε αλγόριθμος έχει μια διαδικασία, ένα πρόγραμμα ροής για την επίλυση ενός συστήματος. Ο αλγόριθμος simplex στο πρόβλημα μεταφοράς, αρχίζει εξετάζοντας όλες τις σειρές και στήλες του πίνακα μεταφοράς προκειμένου να δοθεί κάποια βασική λύση. Από τις σειρές και στήλες που είναι υπό εξέταση επιλέγεται η επόμενη βασική μεταβλητή σύμφωνα με κάποιο κριτήριο. Υπάρχουν τρεις γνωστές μέθοδοι για την επιλογή της επόμενης βασικής μεταβλητής. Η μέθοδος της βορειοδυτικής γωνίας αρχίζει με επιλογή της x_{11}. Αν η x_{ij} ήταν η τελευταία βασική μεταβλητή που επιλέχθηκε, τότε επιλέγεται η $x_{i\,j+1}$ αν η προέλευση i έχει μεγαλύτερη ή ίση προσφορά από τη ζήτηση του προορισμού $j+1$, αλλιώς επιλέγεται η $x_{i+1,j}$. Η μέθοδος Vogel για κάθε σειρά και στήλη που πρέπει να εξεταστεί, υπογογίζεται η διαφορά μεταξύ του μικρότερου και του αμέσως μικρότερου στοιχείου κόστους (κέρδους), που παραμένου στη σειρά ή στήλη. Στη συγκεκριμένη σειρά ή στήλη που έχει τη μεγαλύτερη διαφορά επιλέγεται η μεταβλητή που παραμένου με το μικρότερο στοιχείο κόστους. Σε περίπτωση ισοβάθμισης, η επιλογή γίνεται αυθαίρετα. Η μέθοδος Russell σε κάθε υπό εξέταση σειρά i ,προσιορίζει την τιμή u_i, που είναι το μεγαλύτερο στοιχείο κόστους (κέρδους) $\left(c_{ij}\right)$ που παραμένει σε αυτή τη στήλη. Κάθε μεταβλητή x_{ij} που δεν έχει ήδη επιλεγεί στις συγκεκριμένες σειρές και στήλες, προσδιορίζεται η διαφορά $\Delta_{ij} = c_{ij} - \overline{u}_i - u_j$. Επιλέγεται η μεταβλητή στην οποία η αρνητική διαφορά Δ_{ij} έχει τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή. Σε περίπτωση ισοβάθμισης η επιλογή γίνεται αυθαίρετα.

Μετά την επιλογή της υπό εξέτασης επόμενης βασικής μεταβλητής πραγματοποιείται η μεγαλύτερη δυνατή αντιστοίχηση χρησιμοποιώντας την υπόλοιπη προσφορά της σειράς ή την υπόλοιπη ζήτηση της στήλης, αυτή που είναι μικρότερη. Στη συνέχεια διαγράφεται η σειρά ή στήλη που είχει μετά από εξέταση τη μικρότερη υπόλοιπη προσφορά ή ζήτηση. Σε περίπτωση ισοβάθμισης η επιλογή γίνεται αυθαίρετα. Ως τελικό στάδιο, επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία ελέγχου μέχρις ότου μόνο μία σειρά ή στήλη παραμένει για εξέταση και η διαδικασία επίλυσης σταματάει εδώ.

Σε κάθε επανάληψη εφαρμόζουμε την κανόνα περάτωσης. Αυτό που πρέπει να τονίσουμε είναι ότι ο αλγόριθμος simplex μεταφοράς, είναι η βάση πάνω στην οποία στηρίζονται τα επόμενα τρία ειδικά προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού. Ουσιαστικά η διαδιακασία παραμένει η ίδια, απλώς αλλάζει ο τρόπος εφαρμογής.

2) Το πρόβλημα μεταφόρτωσης

Στο πρόβλημα μεταφορά όπως είδαμε, τα δρομολόγια κέντρων και προορισμών είναι συγκεκριμένα. Η υπόθεση αυτή δεν είναι και τόσο ρεαλιστική ιδιαίτερα όταν ο αριθμός "αφετηριών" και προορισμών είναι μεγάλος. Έτσι στην πράξη συμβαίνει να μην είναι φανερός ο καλύτερος τρόπος μεταφοράς λόγω ενδιάμεσων μεταφορτώσεων. Στην περίπτωση αυτή το ανά μονάδα κόστος προϊόντος δεν είναι γνωστό και θα πρέπει να ευρεθεί το δρομολόγο που ελεχιστοποιεί το κόστος μεταφορά - ή ανάλογα μεγιστοποιεί - το κέρδος μεταφοράς.

Θα πρέπει συνεπώς να διερευνηθούν όλοι οι πιθανοί συνδιασμοί μεταφοράς και να επιλεγεί αυτή με το φθηνότερη διαδρομή . Η μέθοδος επίλυσης που επιλεγεί εντοπίζει τις ποσότητες που πρέπει να μεταφέρονται από κάθε προέλευση σε κάθε προορισμό, ενοπίζοντας την "άριστη" διαδρομή ελάχιστου συνολικού κόστους μεταφοράς.

Στόχος ενός προβλήματος μεταφόρτωσης είναι να μεταμορφωθεί κατάλληλα σε πρόβλημα μεταφοράς, ώστε να λυθεί με την πεπατημένη οδό. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί θεωρώντας όλες τις τοποθεσίες στάθμευσης (κέντρα προέλευσης, σημεία μεταφόρτωσης, προορισμοί) ως δυνατές προελεύσεις και δυνατούς προορισμούς. Ο αριθμός των φορτίων που μεταφορτώνονται σε ένα τόπο στάθμευσης συμπεριλαμβάνεται σε ένα τόπο στάθμευσης συμπεριλαμβάνεται τόσο στη ζήτηση του σταθμού ως προορισμός όσο και στην προσφορά του ως προέλευση. Επειδή ασφαλώς δεν δικαιολογούνται σ' ένα σύστημα άπειροι συνδιασμοί μεταφοράς, χρειάζεται να θέσουμε ένα λογικό φράγμα μέγιστων συνδιασμών μεταφοράς και στάθμευσης. Επιπλέον, απαγορεύται ένα φορτίο να περάσει από σταθμό περισσότερες μία φορά. Γι' αυτό και στον κλασσικό πίνακα simplex μεταφοράς εισάγεται μια χαλαρή μεταβλητή $S_{i\,i}$, που αντιπροσωπεύει ένα εικονικό αριθμό μεταφορών σταθμού i στον ίδιο του τον εαυτό. Για ένα φράγμα A, ο πραγματικός αριθμός μεταφορτώσεων σε τοποθεσία i είναι $\left(A - S_{i\,i}\right)$, η οποία ως εικονική μεταφορά έχει κόστος μεταφορά $c_{i\,i} = 0$. Ως αποτέλεσμα θα έχουμε έναν νέο διαμορφώμενο πίνακα simplex για το πρόβλημα, το οποίο με τη χρήση την εφαρμογή της μεθόδου simplex μεταφορά θα μας δώσει την άριστη λύση του προβλήματος.

Το πρόβλημα μεταφόρτωσης ασχολείται με την κατανομή και διαδρομή μονάδων φορτίου από κέντρα προσφορά σε κέντρα ζήτησης μέσω σταθμών μεταφόρτωσης. Κάθε φορά που το δρομολόγιο περνά από κέντρο προέλευσης (προσφοράς) "προσθέτει" μονάδες στο φορτίο ενώ κάθε φορά που περνά από τόπου προορισμού (ζήτησης) "αφαιρεί" μονάδες από το φορτίο. Το πέρασμα από τόπους μεταφόρτωσης δεν επηριάζει το φορτίο του δρομολογίου. Απεικονίζοντας ένα πραγματικό πρόβλημα σε πρόβλημα μεταφόρτωσης και μετατρέποντάς το σε πρόβλημα μεταφοράς, η εύρεση της εφικτής άριστης λύσης είναι καθαρά υπολογιστικό θέμα.

3) Το πρόβλημα αντιστοίχησης

Ένα ακόμη πιο ειδικευμένο πρόβλημα μεταφοράς είναι το πρόβλημα αντιστοίχησης ή εκχώρησης (assignment problem). Στο πρόβλημα αντιστοίχησης οι πόροι κατανέμονται στις δραστηριότητες με τρόποι ένα προς ένα. Αυτό σημαίνει ότι κάθε δραστηριότητα ή προέλευση αντιστοιχεί σε μία δραστηριότητα ή προορισμό. Αντικειμενικός σκοπός του πρβλήματος είναι η εύρεση του τρόπου αντιστοίχησης των πόρων $i\ (i = 1, 2, \ldots, n)$ στις δραστηριότητες $j\ (j = 1, 2, \ldots, m)$ με το χαμηλότερο δυνατό κόστος.

Το κύριο χαρακτηριστικό του προβλήματος αντιστοίχησης είναι πως εκτός από ειδικό πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, αποτελεί ειδικό πρόβλημα μεταφοράς και έτσι πρέπει να αντιμετωπίζεται. Στο πρόβλημα αντιστοίχησης η κάθε προέλευση και ο κάθε προορισμός προσφέρουν και ζητάνε αντίστοιχα ίσον με ένα (1). Εισάγωντας τις εικονικές προελεύσεις ή προορισμούς που χρειάζονται για να γίνει ο αριθμός των προελεύσεων ίσος με τον αριθμό των προορισμών, μπορούμε να φτιάξουμε τον παρακάτω πίνακα απεικόνισης του προβλήματος αντιστοίχησης (Σχ. 29):

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο simplex μεταφοράς, λύνουμε το παραπάνω πρόβλημα μεταφοράς και παίρνουμε την άριστη λύση για το αντίστοιχο πρόβλημα αντιστοίχησης.

Η επίλυση του προβλήματος αντιστοίχησης είναι καθαρό τεχνικό υπολογιστικό θέμα από τη στιγμή που μετατραπεί σε πρόβλημα μεταφοράς. Το πρόβλημα αντιστοίχησης είναι γνωστό και ως πρόβλημα καταμερισμού εργασίας, λόγω της ευρείας εφαρμογής τους σε τέτοια ανάλογα πραγματικά προβλήματα. Εκτός από την επίλυση μέσω της μεθόδου μεταφοράς, το πρόβλημα καταμερισμού της εργασίας μπορεί να επιλυθεί και μέσω μιας άλλης μεθοόδου επίλυσης, του ουγγρικού αλγόριθμου. Ο ουγγρικός αλγόριθμος ενεργεί ως εξής: Θέτει όλα τα c_{ij} του πίνακα με αρνητικό πρόσημο αφαιρώντας το μικρότερο c_{ij} κάθε γραμμής από το κάθε c_{ij} της αντίστοιχης γραμμής. Στο νέο πίνακα simplex που σχηματίζεται αφαιρούμε το μικρότερο c_{ij} κάθε στήλης από το c_{ij} της αντίστοιχης στήλης. Διαγράφουμε όλες τις γραμμές και στήλες που έχουν μηδενικά - οι διαγραφές ίσον με m. Αν οι διαγραφές είναι ίσες με m τότε αυτή είναι η άριστη λύση. Αν όχι, αφαιρούμε το μικρότερο θετικό c_{ij} το μικρότερο θετικό c_{ij} του τελευταίου πίνακα simplex από κάθε $c_{ij} \neq 0$ του πίνακα και το προσθέτουμε στα c_{ij} που είναι στα τετράγωνα που διασταυρώνονται δύο ευθείες. Στην άριστη λύση τα βασικά τετράγωνα έχουν στον τελευταίο πίνακα simplex $c_{ij} = 0$. Είτε με τη μέθοδο μεταφοράς είτε με τον ουγγρικό αλγόριθμο καταέρνουμε να φθάσουμε στην άριστη λύση του προβλήματος αντιστοίχησης.

4) Πολυτμηματικά προβλήματα

Σε μεγάλες επιχειρήσεις και οργανισμούς, οι λειτουργίες δεν μπορούν να γίνονται ταυτόχρονα και μαζικά γι' αυτόκαι υπομερίζονται σε κατά τόπους τμήματα. Το κάθε ένα τμήμα βέβαια έχει ως άνα σημείο την αυτονομία του και ενδιαφέρεται για την αριστοποίηση της λειτουργίας του. Εντούτις, χρειάζεται κατάλληλος συντονισμός των αποφάσεων και δραστηριοτήτων του κάθε ένα τμήματος και όων μαζί, προκειμένου ο οργανισμός να λειτουργεί σε αρμονία. Αν και τα προβλήματα διαμερίζονται σε κάθε τμήμα ξεχωριστά, χρειάζεται κάποιος καθολικός συντονισμός. Το πρόβλημα αυτό καλύπτει μια ειδική κατηγορία προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού, γνωστά ως πολυτμηματικά προβλήματα.

Λόγω της φύσης τους τα πολυτμηματικά προβλήματα είναι πολύ μεγάλα περιέχοντας εκατοντάδες ή ακόμη και χιλιάδες μεταβλητές και περιορισμούς. Όπως γίνεται αντιληπτό με αυτή τη μορφή η λύση αυτών των προωλημάτων είναι αδύνατη εφαρμόζοντας τη μέθοδο simplex στη συνηθισμένη μορφή της. Σε αυτά τα προβλήματα πολύ χρήσιμη είναι η εφαρμογή της μεθόδου του διαμερισμού. Θα λέγαμε ότι από φύση τους, τα πολυτμηματικά προβλήματα συνδέονται με τη μέθοδο του διαμερισμού με έναν λογικό ωμφάλιο λώρο, αφού ο διαμεριστικός αλγόριθμος καλείται να αντιμετωπίσει μια κατάσταση στη θεωρία που τα πολυτμηματικά προβλήματα αντιμετωπίζουνε στην πράξη.

Μέσω του διαμεριστικού αλγόριθμου, λύνεται το υποπρόβλημα για κάθε τμήμα στέλνοντας την άριστη λύστη στο κύριο πρόβλημα. Στο κύριο πρόβλημα συνονίζονται οι προτάσεις (λύσεις) από όλα τα τμήματα προκειμένου να βρεθεί η άριστη λύση για όλο το πρόβλημα συνολικά, και να λειτουργήσει στην πράξη ο οργανισμός αρμονικά. Το πρότυπο αυτό μπορεί να λειτουργήσει θαυμάσια σε Η/Υ.

Ε) ΠΡΟΤΥΠΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΕΙΔΙΚΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Παρόλες τις δυνατότητες προσαρμογής του γραμμικού προγραμματισμού στην καθημερινή πρακτική - μερικές τεχνικές παρουσιάστηκαν παραπάνω - υπάρχει μια μεγάλη σειρά προβλημάτων τα οποία δεν μπορούν να απεικονισθούν με μορφή γραμμικού προγραμματισμού. Αυτό συμβαίνει λόγω της αδυναμίας να προσαρμόσουμε κάποια προβλήματα σε γραμμικές εξισώσεις. Ακόμη όμως και όταν αυτό γίνεται δυνατό μέσω τροποποιήσεων, ο γραμμικός προγραμματισμός δεν μας παρέχει ρεαλιστικές λύσεις, άρα το υπόδειγμα για τα συγκεκριμένα προβλήματα είτε είναι άχρηστο και χρειάζεται άλλη μερθοδολογία είτε χρειάζεται διαρθρωτικές αλλαγές. Είναι απαραίτητα συνεπώς κάποια πρότυπα ποιο προσαρμόσιμα στις απαιτητικές πραγματικές καταστάσεις.

1) ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Περισσότερο φιλοσοφία παρά μεθοδολογία, ο δυναμικός προγραμματισμός είναι μια μαθηματική τεχνική αντιμετώπισης προβλημάτων που χαρακτηρίζονται από διαδοχικές και αλληλοεξαρτώμενες αποφάσεις. Στόχος του δυναμικού προγραμματισμού είναι ο προσδιορισμός του συνδιασμού των αποφάσεων που μεγιστοποιεί το συνολικό αποτέλεσμα.

Στο δυναμικό προγραμματισμό δεν υπάρχει κάποιο συγκεκριμένο υπόδειγμα βάσει του οποίου λύνουμε οποιοδήποτε πρόβλημα αντιμετωπίζουμε. Είναι ένα γενικό πρότυπο προσέγγισης επίλυσης προβλημάτων και ανάλογα κάθε φορά προσαρμόζονται οι συγκεκριμένες εξισώσεις που χρησιμοποιούνται. Αυτό όπως εύκολα καταλαβαίνει κανείς είναι μεγάλο μειονέκτημα του δυναμικού προγραμματισμού. Λόγω της ειδικής σχεδίασης που απαιτεί κάθε φορά στην αντιμετώπιση κάθε προβλήματος απαιτεί υψηλό επίπεδο γνώσεων και εμπειρίας από τον χειριστή. Αυτό όμως είναι ταυτόχρονα το μεγάλο πλεονέκτημά του, η ικανότητά του δηλαδή να προσομοιώνει προβλήματα με πολύπλοκη διάταξη. Κα το κυριότερο χρειάζεται προσοχή και διορατικότητα στην επιλογή των προβλημάτων, ώστε να έχουν τη δομή που απαιτείται προκειμένου να λυθούν μέσω δυναμικού προγραμματισμού.

Ο δυναμικός προγραμματισμός εφαρμόζεται στην επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων, τα οποία μπορούν να διασπασθούν σε μικρότερα πιο απλά προβλήματα. Όταν ένα πολύπλοκο πρόβλημα μπορεί διασπώμενο να λυθεί με κάποια άλλη μεθοδολογία τότε προτιμάται από το δυναμικό προγραμματισμό, λόγων της πολυπλοκότητας κατασκευής δυναμικών μοντέλων. Τα προβλήματα δυναμικού προγραμματισμού μπορούν να διαιρεθούν σε στάδια και σε κάθε στάδιο λαμβάνεται μια απόφαση για την ακολουθία κάποιας πολιτικής (δίκτυα). Σε κάθε στάδιο αντιστοιχεί και ένα αριθμός καταστάσεων που μπορεί και να είναι άπειρος. Επιδιώκεται η σύνδεση του αποτελέσματος κάθε σταδίου σε μία χρονική (τρέχουσα) στιγμή ή κατάσταση, με το επόμενο από εξέταση στάδιο. Έχοντας πάντα υπόψιν την τρέχουσα κατάσταση, η άριστη πολιτική για τα υπόλοιπα στάδια δεν εξαρτάται της πολιτικής που ακολουθήθηκε για καθένα από τα προηγούμενα στάδια. Η διαδικασία επίλυσης ξεκινάει ψάχνοντας για την άριστη πολιτική κάθε κατάστασης του "τελευταίου" σταδίου. Ψάχνουμε για κάποια αναδρομική σχέση που προσδιορίζει την άριστη πολιτική κάθε σταδίου, με δεδομένη την άριστη πολιτική που έχει υπολογιστεί για το επόμενο στάδιο. Αφού η διαδικασία εύρεσης λύσης ξεκινά από το τελευταίο στάδιο, πάντα το επόμενο κάθε τρέχοντος σταδίου θα έχει επιλυθεί. Τέλος χρησιμοποιώντας την αναδρομική σχέση που αντοπίστηκε να υπάρχει, προχωρά ανάποδα προς επίλυση κάθε σταδίου ένα προς ένα, μέχρι την εύρεση άριστης πολιτικής για το αρχικό στάδιο.

Ο δυναμικός προγραμματισμός έχει εφαρμογή σε πολλά πρακτικά προβλήματα όπως σε δραστηριότητες ασχολούμενες με την πυρηνική ενέργεια, σε περιπτώσεις οικονομίας χώρου και στη βιομηχανία όταν το προϊόν από φύση του δημιουργεί μεγάλες ποσότητες άχρηστου υλικού (scrap). Η ικανότητα του δυναμικού προγραμματισμού να δίνει ακριβείς λύσεις σε πολύπλοκα προβλήματα τον έχουν καταστήσει χρήσιμο εργαλείο στην καθημερινή οικονομική πρακτική. Στον έλεγχο αποθεμάτων ο δυναμικός προγραμμματισμός συνεισφέρει σημαντικά στην κατασκευή λειτουργικών υποδειγμάτων ελέγχου αποθεμάτων όπως και εξετάσαμε/

2) ΑΚΕΡΑΙΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Σε αντίθεση με το δυναμικό προγραμματισμό που αποτελεί ουσιαστικά εντελώς ξεχωριστή οντότηα από το γραμμικό προγραμματισμό, αφού χρησιμοποιεί την δική του φιλοσοφία για την επίλυση προβλημάτων, ο ακέραιος προγραμματισμός δεν "αμφισβητεί" τον γραμμικό προγραμματισμός αλλά διορθώνει ατέλειές τους σε ειδική κατηγορίες προβλήματα. Ως γνωστόν η μέθοδος επίλυσης γραμμικού προγραμματισμού simplex, μας παρέχει ακριβείς λύσεις οι οποίες μπορεί να δίνονται σε ακέραιη ή μάλλον τις περισσότερες φορές σε δεκαδική μορφή. Σε πολλά όμως επιχειρησιακά προβλήματα οι δεκαδικές (κλασματικές) λύσεις είναι εντελώς άχρηστες αφού από τη φύση των εργασιών της επιχείρησης δεν είναι δυνατόν να εφαρμοστούν (π.χ. κατασκευή αεροπλάνων, πλοίων, ηλεκτρικών συσκευών με υψηλό κόστος αξίας κ.λ.π.). Όμως το πρόβλημα αυτό δε συναντάται μόνο σε προβλήματα παραγωγής αλλά ακόμη σε προβλήματα μεταφοράς κ.λ.π.

Λόγω της αδιαιρετότητας πολλών οικονομικών μεγεθών, η παροχή κλασματικών λύσεων καταστρέφει την αξιοπιστία του γραμμικού προγραμματισμού. Η απαίτηση για "ακέραιες" λύσεις μπορεί να αντιμετωπιστεί χρησιμοποιώντας τον ακέραιο προγραμματισμό. Ο ακέραιος προγραμματισμός διαφοροποιεί ελάχιστα τη μορφολογία και μεθοδολογία επίλυσης του γραμμικού προγραμματισμοού. Το μόνο νέο στοιχείο που προσθέται στο κλασσικό υπόδειγμα του γραμμικού προγραμματισμού είναι η εισαγωγή ενός επιπλέον περιορισμού που καθορίζει ότι οι τιμές των μεταβλητών που αποτελούν το άριστο πλάνο δράσεων δεν επιτρέπεται να είναι κλασματικοί αριθμοί γι΄αυτό και μετά την εύρεση των άριστων - πιθανά κλασματικών - λύσεων εφαρμόζει ειδική διαδικασία μετατροπής σε "ακέραιες" λύσεις. Επειδή οι προσεγγίσεις σε ακέραιες λύσεις πιθανά να "λοξοδρομήσουν" την λύση προβλήματος από τον "σωστό" δρόμο, δυνηθίζεται να καθορίζονται και κάποια όρια προσέγγισης, όταν η φύση του προβλήματος το επιβάλλει.

Όταν έχουμε ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού που θέλουμε να το συνάγουμε σε πρόβλημα ακέραιου προγραμματισμού, προσθέτουμε τον επιπλέον περιορισμό μη κλασματικότητας των αρίστων λύσεων. Στη συνέχεια λύνουμε το σύστημα με την πεπατημένη. Όταν καταλήξουμε στην άριστη λύση, ελέγχουμε από τον τελευταίο πίνακα simplex αν ικανοποιείται ο περιορισμός ακεραιότητας των μονάδων. Αν ικανοποιείται τότε το πρόβλημα έχει λυθεί. Αν όχι, τότε πρέπει να μετατρέψουμε τις κλασματικές τιμές σε ακέραιες. Ένας τρόπος είναι να πειραματιστούμε με ακέραιες τιμές που προσεγγίζουν τις δεκαδικές άριστες λύσεις. Μια τέτοια όμως διαδικασία είναι χρονοβόρα. Μια ασφαλής μέθοδος μετατρεψιμότητας κλασματικών τιμών σε ακέραιων, είναι η μέθοδος R. Gomory. Η μέθοδος R. Gomory συνίσταται στην εισαγωγή ενός νέου περιορισμού και μιας νέας μεταβλητής απόκλισης S_g, στο πρότυπο. Σκοπός αυτής της μεταβλητής είναι να "απορροφήσει| όλα τα ατελή δεκαδικά ψηφία στις μεταβλητές και να τις εξισώσει σε ακέραιου αριθμούς. Αυτό επιτυγχάνεται εκφράζοντας κάθε κλασματικό αριθμό με την πρόσθεση ή διαφορά ενός ακέραιου και ενός κλασματικού αριθμού. Έτσι θα λέγαμε ότι η χαλαρή μεταβλητή S_g παίζει το ρόλο του μεσάζοντα "συγκοινονούντος δοχείου", προκειμένου οι μεταβλητές κλασματικής μορφής να "ανταλλαξουν" δεκαδικά ψηφία και να μετατραπούν όλες σε ακέραιους αριθμούς. Και το σημαντικότερο χωρίς να επηρεαστεί - ή έστω επηρεάζεται ελάχιστα - η άριστη λύση της αντικειμενικής συνάρτησης.

Ο ακέραιος προγραμματισμός έχει ευρή πεδίο εφαρμογής και σε μεταβλητές που θέλουμε να πάρουν ακέραιες τιμές μέσα σε συγκεκριμένα όρια. Σίγουρο είναι πάντως πως δεν υπάρχει συστηματική τεχνική μετατροπής κλασματικών αριθμών σε ακέραιους. Πάντως η μέθοδος R. Gomory δίνει σημαντικές λύσεις σε αρκετές περιπτώσεις.

3) ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Όπως ήδη έχουμε εξηγήσει υπάρχουν πολλά πραγματικά προβλήματα που δεν μπορούν να γραφούν σε γραμμική μορφή. Υπάρχει μια ειδική κατηγορία προβλημάτων τα οποία μπορούν να γραφούν σε μορφή αντικειμενικής συνάρτησης μη γραμμική μορφής, περιέχοντας παράλληλα περιορισμούς μη γραμμικής μορφής. Τα προβλήματα που απεικονίζονται με μη γραμμικές συναρτήσεις λέγονται μη γραμμικά προβλήματα και με την επίλυσή τους ασχολείται ο μη γραμμικός προγραμματισμός.

Όταν έχουμε μιά μη γραμμική συνάρτηση, όπως συμβαίνει σε προβλήματα μη γραμμικού προγραμματισμού, μπορούμε να τη "σπάσουμε" σε περισσότερες γραμμικές συναρτήσεις και να την επιλύσουμε κανονικά. Όμως σε προβλήματα μη γραμμικού προγραμματισμού, το κόστος μετατροπής σε γραμμική μορφή, τις περισσότερες φορές είναι ασύμφορο, άρα χρειάζεται άλλος τρόπος μεθόδου επίλυσης. Αντίθετα με το γραμμικό προγραμματισμό, στα προβλήματα μη γραμμικού προγραμματισμού δεν υπάρχει μια παραδεκτή μέθοδος που να μπορεί να εφαρμοστεί σε κάθε περίπτωση. Για την επίλυση των προβλημάτων μη γραμμικού προγραμματισμού έχουν δημιουργηθεί διάφορες μέθοδοι επίλυσης από τις οποίες κάθε φορά πρέπει να διαλέγουμε την καταλληλότερη. Η επιλογή της σωστής μεθόδου εξαρτάται από τη φύση και διατύπωση του προβλήματος καθώς επίσης και από τις ικανότητες του χειριστή του προβλήματος. Λόγω του ότι τα μη γραμμικά προβλήματα είναι πολύπλοκα στη λύση τους απαιτεί από τον χειριστή του υψηλό θεωρητικό μαθηματικό υπόβαθρο και ένα μεγάλο βαθμό διορατιότητας, προκειμένου να φθάσει στην άριστη λύση.

Οι περιορισμοί σ' ένα πρόβλημα μη γραμμικού προγραμματισμού εκτός από τη γνωστή μορφή γραμμικών συναρτήσεων μπορεί να έχουν τη μορφή καμπύλης (πλεονάζοντες), να είναι ένα κυρτό ή ένα μη κυρτό σύνολο.

Έχοντας μία ήδη αντικειμενική συνάρτηση μη γραμμική μορφής, γίνεται αντιληπτή η δυσκολία επίλυσης προβλημάτων τέτοιας μορφής. Το κύριο εμπόδιο στο μη γραμμικό προγραμματισμό είναι ότι η άριστη λύση πιθανά δεν είναι ένα ακραίο σημείο - όπως συμβαίνει βέβαια στο γραμμικό προγραμματισμό - αλλα μπορεί να βρίσκεται σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου εφικτών λύσεων. Έτσι είναι αδύνατη η διάκριση τοπικών και ολικών ακροτάτων σημείων, αφού οι περιορισμοί και η αντικειμενική συνάρτηση είναι μη γραμμικής μορφής. Μάλιστα πολλές φορές η εύρεση της άριστης λύσης είναι αδύνατη ή υπολογιστικά ασύμφορη αφού πρέπει να προσδιοριστούν όλα τα ακρότατα σημείο του συστήματος.

Τα προβλήματα μη γραμμικού προγραμματισμού μαθηματικά απεικονίζονται στην εξής γενική μορφή:

$$\max\ (\min) \quad f(x)$$

$$\text{s.t.} \quad g_i(x) \le 0 \quad \text{όπου } i = 1, 2, \ldots, m$$

$$x \ge 0 \quad \text{όπου } x = x_1, x_2, \ldots, x_n$$

και $f, g, i, = 1, 2, \ldots, m$ (γραμμικές / μη γραμμικές συναρτήσεις)

Κατά την επίλυση προβλημάτων μη γραμμικού προγραμματισμού χρησιμοποιούνται ανώτερα μαθηματικά. Το πρώτο πράγμα που πρέπει να ευρεθεί σε κάθε πρόβλημα είναι η κλίση (gradient) της συνάρτησης f δηλαδή, η ∇f. Για το "ψάξιμο" των ακροτάτων σημείων χρειάζεται η επαλήθευση και ο έλεγχος ισχύος κάποιων αναγκαίων συνθηκών. Όταν έχουμε περιορισμούς οι οποίοι είναι σε μορφή ισότητας, αντί για τη simplex και χαλαρές μεταβλητές εδώ χρησιμοποιούμε τη μέθοδο Langrange. Η μέθοδος του πολλαπλασιαστή Langrange είναι μια ειδική μαθηματική τεχνική που τα μέγιστα και ελάχιστα περιορισμών βρίσκονται σε δεσμευμένα ακρότατα συναρτήσεων. Όταν οι περιορισμοί είναι σε μορφή ανισότητας αντί για τη μέθοδο Langrange συνήθως εφαρμόζουμε τις συνθήκες Kuhn-Tucker. Όπως ήδη έχουμε τονίσει η εύρεση της άριστης λύσης στο μη γραμμικό προγραμματισμό, δεν είναι "ευθεία οδός". Χρειάζονται πολλά μαθηματικά θεωρήματα και συνθήκες. Σε κάθε επιλογή ο χειριστής πρέπει να έχει τις ανάλογες μαθηματικές γνώσεις και ίσως πολλές φορές ευφυία για την εύρεση της βέλτιστης λύσης αν αυτή μπορεί να υπολογιστεί.

Υπάρχει μία ειδική κατηγορία προβλημάτων μη γραμμικού προγραμματισμού η οποία μπορεί να επιλυθεί με σχετική ευκολία. Είναι τα προβλήματα τετραγωνικού προγραμματισμού τα οποία αποτελούν την απλούστερη μορφή μη γραμμικού προγραμματισμού.Τα προβλήματα αυτά ασχολούνται με το πρόβλημα μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης μιας τετραγωνικής συνάρτησης αντικειμενικού σκοπού περιέχοντας γραμμικούς περιορισμούς. Πολλά προβλήματα της πραγματικότητας μπορούνα να διατυπωθούν με τη μορφή προβλήματος τετραγωνικού προγραμματισμού. Έχουν αναπτυχθεί αρκετές αποτελεσματικές μέθοδοι επίλυσης τέτοιων προβλημάτων. Μεταξύ άλλων μπορεί να εφαρμοστεί και μια παραλλαγμένη μορφή της μεθόδου simplex, για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων. Η γενική μορφή προβλημάτων τετραγωνικού προγραμματισμού είναι:

$$\min \quad (\max) \qquad f(x) = - \sum_{j=1}^{n} c_j x_j - \sum_{j}^{n} \sum_{i=1}^{n} d_{ij} x_i x_i$$

$$\text{s.t.} \qquad \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - b_i \leq 0 \qquad \text{όπου } i = 1, 2, \ldots, m$$

$$- \sum_{l=1}^{n} a_{ij} x_j + b_i \leq 0 \qquad \text{όπου } i = 1, 2, \ldots, m$$

$$- x_j \leq 0 \qquad \text{όπου } j = 1, 2, \ldots, n$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5ο

ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΔΙΩΝ

Η καθημερινή ζωή - όπως και να την κοιτάξουμε (από οικονομική πλευρά, κοινωνική κ.λ.π.) - μοιάζει με μια συνεχόμενη "σκακιέρα". Καθημερινά αποφάσεις επηρεάζουν την ζωή του καθένα. Αποφάσεις που παίρνονται βάσει κάποιων στρατηγικών που μπορεί να αντιπροσωπεύουν τα πλαίσια δραστηριότητας κάποιου φυσικού ή νομικού προσώπου ή φορέα ή κίνησης κ.λ.π.(κυβερνήσεις, συνδικάτα, ...) και ακόμη της φύσης. Στρατηγικές που αναπόφεκτα προκαλούν συγκρούσεις και ανταγωνισμούς στην καθημερινή ζωή (εκλογικές αναμετρήσεις, πόλεμοι, επιχειρησιακοί ανταγωνισμοί κ.λ.π.). Το αποτέλεσμα αυτών των συγκρούσεων είναι συνδιασμός στρατηγικών και αποφάσεων των αμφότερων αντιπάλων. Μια επιστημονική (μαθηματική) μέθοδος που ασχολείται με τη λογική, τα χαρακτηριστικά και τον τρόπο "συμπεριφοράς" αυτών των καταστάσεων είναι η θεωρία παιγνιδίων.

Όπως είναι γνωστό οι καθημερινές αυτές συγκρούσεις, λόγω πολοπλοκότητας που διαχέει τον τρόπο με τον οποίο λαμβάνονται οι στρατηγικές, είναι πολύ δύσκολο να εξεταστούν διεξοδικά. Το μεγαλύτερο
(κατανοητό) μέρος ανάπτυξης της θωρίας παιγνιδίων έχει γίνει για τη διερεύνηση παιγνιδίων δύο παικτών μηδενικού αθροίσματος. Αντίθετα παιγνίδια με περισσότερους παίκτες και πολυπλοκότερες συνθήκες μπορούν να εξεταστούν μόνο από ανώτερα μαθηματικά, τα οποία λόγω της πολυπλοκότητάς τους είναι δύσκολη η κατανόησή τους. Η θεωρία παιγνιδιών δέχεται ότι αμφότερα μέλη χρησιμοποιώντας μαθηματικές τεχνικές, σκέφτονται λογικά προκειμένου να επιλέξουν τη στρατηγική που τους αποφέρει το μέγιστο δυνατό κέρδος γι' αυτούς ή τη μέγιστη δυνατή ζημία για τους αντιπάλους.

Τα παιγνίδια μηδενικού αθροίσματος δύο παικτών (two-person zero-sum game) αποτελούν σήμερα τη σημαντικότερη "κληρονομιά" για τη διερεύνυση των επιχειρηματικών (και όχι μόνο) παιγνιδίων. Στα παιγνίδια αυτά που υπάρχουν μόνο δύο παίκτες και στα οποία υπάρχει άμεση σύγκρουση των στρατηγικών του καθενός έτσι ώστε τα κέρδη του ενός - σε ένα συνδιασμό απόφασης - ισούνται ακριβώς με τις ζημίες του αντιπάλου. Συνεπώς ότι κερδίζει ο ένας το χάνει (με απόλυτη ακρίβεια) ο άλλος. Θεωρείται ότι οι δύο παίκτες είναι ισοδύναμοι σε ικανότητες και εξυπνάδα. Και οι δύο γνωρίζουν εκ' των προτέρων τα αποτελέσματα επιλογής οποιασδήποτε στρατηγικής. Η κάθε στρατηγική μπορεί να αντιπροσωπεύει μία κίνηση ή συνδιασμό κινήσεων, σύνηθες φαινόμενο σε πολύπλοκα παιγνίδια. Σε κάθε παιγνίδι δημιουργείται ένας πίνακας τιμών (πληρωμών) που απεικονίζει τα κέρδη (ζημίες) για κάθε παίκτη, για κάθε συνδιασμό στρατηγικών των δύο παικτών.

Σε κάθε πρόβλημα που θέλουμε να το διαμορφώσουμε ως παιγνίδι, πρέπει να προσδιορίσουμε τους δύο παίκτες (π.χ. φυσικά πρόσωπα, επιχειρήσεις, ομάδες κ.λ.π.), τις στρατηγικές του κάθε παίκτη και το σχηματισμό του πίνακα τιμών (πληρωμών). Όταν το παιγνίδι είναι απλό υπάρχουν διάφοροι απλοί τρόποι επίλυσης του προβλήματος. Όταν είναι παιγνίδι μεικτής στρατηγικής τότε επιλύουμε το πρόβλημα είτε χωρίζοντάς το σε μικρότερα απλά υπο-παιγνίδια ή είτε εφαρμόζοντας γραμμικό προγραμματισμό.

Πολύ χρήσιμο στην εξέταση των μεθόδων επίλυσης θα είναι ένα παράδειγμα . Ας υπόθεσουμε ότι έχουμε δύο επιχειρήσεις την Α και τη Β οι οποίες σκοπεύουν στη προώθηση δύο προϊόντων τα οποία είναι ανταγωνιστικά μεταξύ τους. Μετά από εξέταση του προβλήματος φαίνεται η κάθε επιχείρηση να έχει να επιλέξει μία από τις παρακάτω τρεις στρατηγικές.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ 1 = Διαφήμιση του προϊόντος

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ 2 = Ανταγωνιστικότερη τιμολόγηση

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ 3 = Διόγκωση καναλιών διανομής

Αν ο κάθε παίκτης (επιχείρηση) γνώριζε εκ' των προτέρων την επιλογή του άλλου, τότε μπορούσε να καθορίσει τη δική του στάση. Όμως χωρίς να είναι γνωστές οι προθέσεις του αντιπάλου υπάρχει ένας συνδιασμός αποφάσεων $3 \times 3 = 9$. Κι αυτό γιατί η κάθε επιχείρηση στο παραπάνω παιγνίδι είναι ικανή να διαλέξει οποιαδήποτε από τις τρεις στρατηγικές. Αν δεν είναι γνωστά τα αποτελέσματα του κάθε συνδιασμού στρατηγικών, τότε ο πίνακας τιμών του παιγνιδιού θα είχε τη μορφή (Σχ. 32):

Ας υποθέσουμε τώρα ότι στατιστικές έρευνες ή προβλέψεις μπορούν να καθορίσουν με σχετική ακρίβεια τα αποτελέσματα για κάθε μία στρατηγική που θα ακολουθηθεί. Τότε μπορούμε να διαμορφώσουμε τον πίνακα πληρωμών (τιμών) του παιγνιδιού. Έστω ότι ο πίνακας πληρωμών του παιγνιδιού είναι ο παρακάτω (Σχ. 33):

Θεωρούμε ότι οι τιμές εκφράζουν - ανάλογα - κέρδη για την επιχείρηση για την κάθε στρατηγική που διαλέγει. Οι τιμές με θετικό πρόσημο αντιπροσωπεύουν τα σε κάθε στρατηγική κέρδη που αποκομίζει η επιχείρηση "Α". Οι τιμές με αρνητικό πρόσημο αντιπροσωπεύουν τις σε κάθε στρατηγική ζημίες της επιχείρησης "Α", ουσιαστικά δηλαδή τα κέρδη που αποκομίζει η επιχείρηση "Β".

Το ερώτημα που εύλογα πλανάται είναι πια στρατηγική θα ακολουθήσει εν' τέλει η κάθε μια από τις δύο επιχειρήσεις "Α" και "Β". Υπενθυμίζουμε ότι εκ' των προτέρων είναι γνωστά τα αποτελέσματα ακολούθησης κάθε στρατηγικής όπως επίσης ότι αμφότερα τα μέλη σκέπτονται λογικά. Μετά τον σχηματισμό του πίνακα πληρωμών μπορούμε εφαρμόζοντας μία μέθοδο επίλυσης να προβλέψουμε τη συμπεριφορά των δύο επιχειρήσεων σε αυτό το παιγνίδι. Μία πολύ απλή μέθοδος επίλυσης παιγνιδιών είναι η μέθοδος των υπερηχουσών στρατηγικών. Η μέθοδος αυτή στηρίζεται στη λογική πως μια στρατηγική μπορεί να αποκλειστεί από τη διαδικασία εξέτασης, αν υπάρχει μία που είναι ισάξια καλή, άσχετα με τη συμπεριφορά των άλλων. Έτσι η διαδικασία υπερηχουσών στρατηγικών με διαδοχικούς γύρους αποκλεισμών στρατηγικών φθάνει σε ένα αποτέλεσμα που φαίνεται να συμφέρει και τις δύο πλευρές. Στο παράδειγμά μας η στρατηγική 3 αποκλείεται από την "Β" αφού εκτός του ότι δεν του δίνει το μέγιστο κέρδος σε πιθανό συνδιασμό του δίνει τη μεγαλύτερη ζημία. Επίσης, η στρατηγική 3 αποκλείεται από την "Α" αφού δεν έχει καμία πιθανότητα κερδών. Ο πίνακας πληρωμών έχει διαμορφωθεί τώρα ως (Σχ. 34):

Από τη πρώτη μορφή του πίνακα πληρωμών φαινόταν κάποια υπεροχή της επιχείρησης "Α" που μπορεί να εξηγηθεί σαν μεγαλύτερη υπόληψη του ονόματός της στην αγορά. Στην προκείμενη περίπτωση η "Β" ψάχνει τρόπο να ελαχιστοποιήσει τη ζημία της. Σίγουρο είναι πως η "Α" δεν θα ακολουθήσει τη στρατηγική 2 που στην καλύτερη περίπτωση της δίνει κέρδος ίσο με τη χειρότερη περίπτωση στρατηγικής 1. Απ' την άλλη η επιχείρηση "Β" ακολουθώντας την στρατηγική 2 κατά πάσα πιθανότητα είναι σίγουρο ότι χάνει περισσότερο απ' ότι αν ακολουθήσει τη στρατηγική 1. Συνεπώς και οι δύο επιχειρήσεις θα ακολουθήσουν τη στρατηγική 1. Στην περίπτωση μας η επιχείρηση "Β" χάνει 100. Αυτή είναι και η τιμή του παιγνιδιού (G.V. = 100). Να σημειώσουμε ότι ένα παιγνίδι θεωρείται "δίκαιο" όταν η τιμή του παιγνιδιού είναι μηδέν δηλαδή ούτε κερδίζει ούτε χάνει κανείς (G.V. = 0).

Στον παραπάνω πίνακα πληρωμών ήταν εξ' αρχής φανερή η υπεροχή της "Α". Τι γίνεται όμως αν ο πίνακας πληρωμών διαμορφωθεί ως εξής (Σχ. 35):

Μια βιαστική ματιά δείχνει ότι η θέση τη "Β" έχει καλυτερεύσει αισθητά και είναι πολύ δύσκολο να εντοπίσουμε εύκολα το σημείο ισορροπίας. Η θεωρία αποφάσεων μας διδάσκει πως είναι στην διάθεση του κάθε μέρους να σκεφτεί με ποιο τρόπο θα καταλήξει στη στρατηγική που θα επιλέξει. Μία μέθοδος επίλυσης που ταιριάζει στο πρόβλημά μας και που είναι πολύ δημοφιλής στην επίλυση απλών παιγνιδίων είναι το κριτήριο minmax. Το κριτήριο αυτό έχει λογική παραπλήσια με αυτή των υπερεχουσών στρατηγικών και στηρίζεται στη λογική ότι κάθε παίκτης θα επιδιώξει σε κάθε περίπτωση τη μεγιστοποίηση των κερδών του, διασφαλίζοντας παράλληλα την ελαχιστοποίηση της ζημιάς του. Η μέθοδος αυτή διαμορφώνει ένα νέο πίνακα πληρωμών εξάγωντας το μέγιστο αποτέλεσμα κερδών των γραμμών και το ελάχιστο αποτέλεσμα ζημιών των στηλών για την επιχείρηση "Α" άρα τα αντίστραφα αποτελέσματα για τη "Β" (Σχ. 36):

Όπως βλέπουμε από την minΣΤΗΛΗ η στρατηγική 2 συμφέρει περισσότερο την επιχείρηση "Α" διότι έτσι ελαχιστοποιεί τις ζημίες της και επιπλέον είναι πολύ πιθανό να κερδίσει και σημαντικά μάλιστα. Απ' την άλλη η επιχείρηση "Β" βλέπει ότι ακολουθώντας μία εκ των στρατηγικών 1 ή 3 είναι πολύ πιθανό να βγεί χαμένει και μάλιστα σημαντικά. Γι' αυτό και θα προτιμήσει τη στρατηγική 2 που εκτός του ότι ελαχιστοποιεί τις ζημιές της, της δίνει προσδοκίες για να αξιώσει κέρδη από την επιλογή της. Έτσι λειτουργεί η φιλοσοφία της minmax ερμηνεύοντας ότι η επιχείρηση "Α" θα επιλέξει τη στρατηγική που της δίνει για αποτέλεσμα τη μέγιστη των ελαχίστων πληρωμών ενώ η επιχείρηση "Β" επιλέγει εκείνη που τις δίνει την ελάχιστη των μεγίστων πληρωμών. Η maxmin τιμή θεωρείται η κατώτερη του παιγνιδιού ενώ η minmax η ανώτερη του παιγνιδιού. Όταν αυτές ισούνται τότε αυτή είναι η τιμή του παιγνιδιου (G.V. = 0). Και όπως βλέπουμε εδώ το παιγνίδι έχει το χαρακτηριστικό να είναι και "δίκαιο". Έχει την ικανότητα το σημείο αυτό να δίνει ταυτόχρονα τη μέγιστη τιμή στη στήλη του και την ελάχιστη στη γραμμή του. Γι' αυτό αποκαλείται σημείο ισορροπίας (saddle point).

Τα πράγματα είναι απλά όταν υπάρχει το σημείο ισορροπίας (saddle point). Αυτή όμως είναι μια απλοποιημένη μορφή παιγνιδιού. Τι μπορεί να συμβαίνει όταν δεν υπάρχει σημείο ισορρόπιας; Εφαρμόζοντας το κριτήριο maxmin δεν πρόκειται να βρούμε σημείο ισορροπίας και αυτό που συμβαίνι είναι στην επιλογή μιας στρατηγικής του ενός παίκτη να αντιστοιχεί διαφορετική συμφέρουσα στρατηγική του άλλου παίκτη. Έτσι δημιουργείται μια συνεχής αναθεώρηση επιλογής στρατηγικών που ανακυκλώνει μια διαδικασία αναθεώρησης στρατηγικών. Αυτό συμβαίνει γιατί καμία στρατηγική δεν αποφέρει "σίγουρα" αποτελέσματα και για τους δύο παίκτες. Αυτής της μορφής προβλήματα παιγνιδιών λέγονται παιγνίδια μεικτών στρατηγικών. Υπάρχουν αρκετές μέθοδοι επίλυσης παιγνιδιών μεικτών στρατηγικών. Θα τις εξετάσουμε κάθε μία επιλύοντας το παράδειγμά μας. Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι το παράδειγμά μας έχει τροποποιηθεί λίγο. Έτσι έχει διαμορφωθεί σε παιγνίδι 2×2 χωρίς σημείο ισορροπίας (Σχ. 37):

Η πιο απλή μέθοδος για να επιλυθεί το πρόβλημα αυτό είναι η αριθμητική μέθοδος. Είναι μια εύκολη μέθοδος καθρισμού των βέλτιστων στρατηγικών κάθε παίκτη. Η διαδικασία ξεκινάει αφαιρώντας από κάθε γραμμή ή στήλη τη μικρότερη τιμή από τη μεγαλύτερη (Σχ. 38).

Στη συνέχεια γίνεται αμοιβαί εναλλαγή των θέσεων του κάθε αποτελέσματος για κάθε γραμμή και στήλη (Σχ.39):

Το τελευταίο στάδιο για τον καθορισμό των στρατηγικών απαιτεί τη διαίρεση κάθε στήλης με το άθροισμα των δύο στοιχείων των γραμμών και στηλών αντίστοιχα:

$$\frac{150}{150+200}=0{,}43 \qquad \frac{200}{150+200}=0{,}57 \qquad \frac{250}{250+200}=0{,}43 \qquad \frac{150}{150+200}=0{,}43$$

Ο πίνακας έχει διαμορφωθεί τώρα ως εξής (Σχ. 40):

Τα αποτελέσματα αυτά - που θα τεκμηριωθούν στην αλγεβρική μέθοδο επίλυσης - δείχνουν μια πρώτη ένδειξη ποσοστού αποτυχία ακολουθώντας μία στρατηγική. Έτσι αν η "Α" ακολουθήσει τη στρατηγική 2 συμπεριφέρεται παράλογα έχοντας ένα ποσοστό να βγει κερδισμένη 29% (και πράγματι αν η "Β" ακολουθήσει ταυτόχρονα τη στρατηγική 2 τότε η "Α" έχει πιθανότητα να αποκομίσει το μικρότερο κέρδος που μπορεί να αποκομίσει). Αν και απλή εφαρμογή της η αριθμητική μέθοδος εκτός του ότι δεν είναι ακριβής πάντα, δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε παιγνίδια μεγαλύτερα από 2×2.

Η αλγεβρική μέθοδος καταλήγει ακριβώς στα ίδια αποτελέσματα με την αριθμητική μέθοδος. Η διαφορά είναι στη διαδικασία επίλυσης όπου η αλγεβρική είναι λιγότερο πρακτική. Η αλγεβρική μέθοδος "θεωρεί" ότι ο κάθε αφιερώνει έναν ορισμένο χρόνο για να "παίζει" (ακολουθεί) κάθε στρατηγική. Η πρώτη στρατηγική της "Α" θεωρείται ότι παίρνει χρόνο Q ενώ η δεύτερη $-Q$. Και οι δύο στρατηγικές ισούνται με τη μονάδα. Το ίδιο συμβαίνει για την "Β" με P και $-P$. Η διαδικασία επίλυσης αρχίζει με το άθροισμα συντελεστών $(Q$ ή $P)$ και αριθμών να εξισώνονται για κάθε γραμμή ή στήλη για την εύρεση των Q & P. Ο πίνακας του παραδείγματος έχει ως (Σχ. 41):

Η διαδικασία επίλυσης έχει ως εξής:

"A" $100\,Q + 300\,(1 - Q) = 200\,Q + 50\,(1 - Q) \Rightarrow$

$\Rightarrow 350\,Q = 250 \Rightarrow Q = 0{,}71$ Άρα $1 - Q = 0{,}29$

"B" $100\,P + 200\,(1 - P) = 300\,P + 50\,(1 - P) \Rightarrow$

$\Rightarrow 350\,P = 150 \Rightarrow P = 0{,}43$ Άρα $1 - P = 0{,}57$

Τα αποτελέσματα είναι ίδια με αυτά της αριθμητικής μεθόδου (Σχ. 42).

Το σημαντικότερο στοιχείο της αλγεβρικής μεθόδου είναι ότι μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή του παιγνιδιού (G.V.). Ο υπολογισμός της τιμής του παιγνιδιού στηρίζεται στη λόγική ότι το κέρδος (ζημία) που αποκομίζει ο αντίπαλος ισούται με την τιμή της πληρωμής επί το συντελεστή χρόνου που "αφιερώνει" για να "ποντάρει" στη συγκεκριμένη στρατηγική. Με άλλα λόγια είναι πιθανό να κερδίσει (χάσει) ο ένας παίκτης από την επιλογή του άλλου, τόσο όσο "πιστεύει" σε αυτή του την επιλογή. Ο υπολογισμός της τιμή του παιγνιδιού είναι ο εξής:

$$G.V. = 0{,}71\,(100 \cdot 0{,}43 + 200 \cdot 0{,}57) + 0{,}29\,(30 \cdot 0{,}43 + 50 \cdot 0{,}57) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G.V. = 111{,}47 + 12{,}006 = 123{,}476$$

Η τιμή αυτή $G.V. = 123{,}476$ είναι η ίδια και για τις δύο επιχειρήσεις. Αν υπολογίσουμε με τον ίδιο τρόπο την $G.V.$ της "B" - η παραπάνω ήταν της "A" - θα βγάλουμε ακριβώς την ίδια λύση. Το $23{,}476$ εκφράζει το μέσο όρο κερδών των παικτών μετά από μια σειρά εναλλαγών παιξήματος. Στην περίπτωσή μας είναι ευνοϊκό για την "A" αφού αυτά έκφραζε ο πίνακας του παραδείγματος. Για κάθε πρόβλημα η μεθοδολογία επίλυσης είναι η ίδια.

Η κατ' εξοχήν - και πιο δημοφιλής - μέθοδος επίλυσης παιγνιδίων μεικτών στρατηγικών είναι η πιθανολογική. Όπως θα δούμε τα αποτελέσματα που παρέχει είναι ακριβώς τα ίδια με αυτά της αλγεβρική με τη διαφορά ότι υπάρχει διαφορετική εξήγηση στην επιλογή κάθε στρατηγική. Η μέθοδος αυτή "συμβουλεύει" κάθε παίκτη να αντιστοιχίσει μία κατανομή πιθανότητας εμφάνισης για κάθε στρατηγική που ακολουθεί. Έτσι με x_i αντιστοιχεί η επιχείρηση "A" την πιθανότητα να χρησιμοποιήσει τη στρατηγική $i\ (i = 1, 2, \ldots, m)$ και με y_j αντιστοιχεί η επιχείρηση "B"την πιθανότητα να χρησιμοποιήσει τη στρατηγική $j\ (j = 1, 2, \ldots, n)$. Οι m και n είναι ο αριθμός των διαθεσίμων στρατηγικών. Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι και η αλγεβρική και η πιθανλολιγική μέθοδος επίλυσης παιγνιδίων μπορούν να λύσουν συστήματα μεγαλύτερα από 2×2 μηδενικού αθροίσματος δύο παικτών. Οι δυνατότητες επιλογής x_i και y_j ονομάζονται μεικτές στρατηγικές.

Στην πραγματικότητα δεν υπάρχει κάποιο τέλειο ικανοποιητικό μέτρο απόδοσης προκειμένου να αξιολογηθούν οι μεικτές στρατηγικές μέσω της πιθανοθεωρίας. Ένα πολύ χρήσιμο μέτρο είναι η προσδωκόμενη πληρωμή η οποία ορίζεται ως: $.\Pi. = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p_{ij}\, x_i\, y_j$. Για την επίλυση του προβλήματος κατασκευάζουμε έναν καινούργιο πίνακα που θα μας δώσει την προσδωκόμενη πληρωμή για κάθε στρατηγική. Τα δεδομένα είναι του παραπάνω παραδείγματος της αλγεβρικής μεθόδου (Σχ.43).

Σιωπηρά αφήσαμε να εννοηθεί όταν παρουσιάζαμε την αλγεβρική μέθοδο ότι το ποσοστό επιτυχίας πραγματοποίησης ενός αποτελέσματος (πληρωμή) αποτελεί την πιθανότητα να συμβεί αυτό. Έτσι 71% ποσοστό επιτυχίας να συμβεί (ακολουθηθεί) η στρατηγική 1 από την επιχείρηση "Α" είναι παράλληλα και η πιθανότητα 0,71 να συμβεί αυτή - όπου $\sum p_i = 1$. Από τον παραπάνω πίνακα φαίνεται καθαρά η πιθανότητα συνδιασμού των συγκεκριμένων στρατηγικών να συμβούν. Φαίνεται λοιπόν πως ο πιο πιθανός συνδιασμός στρατηγικών να ακολουθηθεί είναι η στρατηγική 1 για την επιχείρηση "Α" και η στρατηγική 2 για την επιχείρηση "Β". Η προσδοκώμενη τιμή του παιγνιδιού ισούται με 8,94. Η μέθοδος αυτή - όπως και η αλγεβρική - μπορεί να εφαρμοστεί και σε μεγαλύτερα παιγνίδια 2×2. Όταν ένα παιγνίδι πάντως είναι δυσχερές να επιλυθεί με κάποια μέθοδο από την αλγεβρική ή την πιθανολογική μπρούμε να απλοποιήσουμε τα πράγματα εφαρμόζοντας την τεχνική των υπο-παιγνιδιών. Η τεχνική αυτή χωρίζει ένα μεγαλύτερο παιγνίδι (π.χ. 3×2) σε μικρότερα 2×2 (στην περίπτωση μας 3 παιγνίδια των 2×2) δίδοντας ξεχωριστά αποτελέσματα επιλύοντας ουσιαστικά ολόκληρο το πρόβλημα. Το κάθε υπο-πρόβλημα 2×2 μπορούμε να το επιλύσουμε με οποιαδήποτε από τις μεθόδους που παρουσιάσαμε.

Μια άλλη μέθοδος για τον καθορισμό της προσδωκόμενης τιμής (G.V.) είναι η διαγραμματική μέθοδος. Το μεγάλο πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι επιλύει το σύστημα σχετικά σε σύντομο χρονικό διάστημα, δίνοντας τη δυνατότητα να εντοποισθεί πια στρατηγική 2×2 των υπο-παιγνιδίων είναι η άριστη και πρέπει να επιλεχθεί. Όταν έχουμε ένα πρόβλημα παιγνιδιού με πολλές στήλες και γραμμές πρέπει να το περιορίσουμς τουλάχιστος στις δύο στήλες προκειμένου να επιλυθεί διαγραμματικά. Αυτό επιτυγχάνεται εφαρμόζοντας τη μέθοδου των υπερεχουσών στρατηγικών.

Ας υποθέσουμε πως έχουμε πάλι το παράδειγμα των δύο επιχειρήσεων "Α" και "Β" στην αρχική του μορφή όμως. Σαν μήτρα το αρχικό πρόβλημα μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\
\begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 100 & 200 & 400 \\ 100 & 0 & 500 \\ 0 & -200 & -100 \end{pmatrix}
\end{array}$$

Οι x_1, x_2, x_3 και y_1, y_2, y_3 απεικονίζουν παράλληλα και την πιθανότητα εμφάνισης της κάθε πληρωμής. Εύκολα διακρίνουμε ότι η επιχείρηση "Β" δύσκολα θα επιλέξει (απίθανα) την τρίτη στήλη αφού τη ζημιώνει στο μεγαλύτερο βαθμό ενώ παράλληλα έχει περιθώρια μεγαλύτερου κέρδους και με επιλογή της δεύτερης στήλης. Άρα το νέο αποτέλεσμα εκφράζεται από τη μήτρα:

$$\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{cc} y_1 & y_2 \end{array} \\
\begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 100 & 200 \\ 100 & 0 \\ 0 & -200 \end{pmatrix}
\end{array}$$

Για κάθε επιλογή στρατηγικής που κάνει η επιχείρηση "Α" αντιστοιχεί η ανάλογη πληρωμή (pay-off) ανάλογα με την επιλογή της επιχείρησης "Β".

Όλοι οι συνδιασμοί μπορούν να απεικονισθούν διαγραμματικά σε δύο παράλληλες ευθείες που απεικονίζουν τις τιμές των δύο στηλών y_1, y_2. Δεν έχουμε παρά να αριθμήσουμε τις δύο παράλληλες ευθείες και να ενώσουμε τα σημεία των δύο στηλών ακριβώς όπως κατατάσονται στη σχηματιζόμενη μήτρα (Σχ. 44).

Το παραπάνω διάγραμμα δείχνει ότι η προσδοκώμενη τιμή (G.V.) του παιγνιδιού βρίσκεται στην περιοχή που ορίζεται από το τρίγωνο $(0, 100, 200)$. Πράγματι στην αλγεβρική μέθοδο η Game Value είχει υπολογιστεί στο 123,476. Όμως από το διάγραμμα δεν φαίνεται κάποιος συνδιασμός να προσεγγίσει σε σημείο την G.V. Όπως θα δούμε παρακάτω κάθε πρόβλημα παιγνιδιού μπορεί να απεικονισθεί - ουσιαστικά είναι - σαν πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, με αντικειμενική συνάρτηση τη μεγιστοποίηση (ελαχιστοποίηση) των κερδών (ζημιών) ενός από τους δύο παίκτες και περιορισμού τις εκάστοτε στρατηγικές όπως αυτές ορίζονται από τους πιθανούς συνδιασμού. Στο πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού ισχύει ως γνωστό το ισοδύναμό του δυϊκό το οποίο δίνει το ίδιο αποτέλεσμα. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε και πάλι το αρχικό πρόβλημα με μορφή μήτρας:

$$\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 100 & 200 & 400 \\ 100 & 0 & 500 \\ 0 & -200 & -100 \end{pmatrix} \end{array}$$

Το δυϊκό ορίζεται από τη μήτρα:

$$\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 100 & 100 & 0 \\ 200 & 0 & -200 \\ 400 & 500 & -100 \end{pmatrix} \end{array}$$

Εφαρμόζοντας τη μέθοδο των υπερεχουσών στρατηγικών η στρατηγική 2 αποκλείεται από τη "Β" επιχείρηση αφού υπάρχουν εναλλακτικές με καλύτερα αποτελέσματα. Άρα η νέα μήτρα παίρνει τη μορφή:

$$\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} y_1 & y_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 100 & 0 \\ 200 & -200 \\ 400 & -100 \end{pmatrix} \end{array}$$

Αν στο σχεδιάγραμμα που δημιουργήσαμε, απεικονίσουμε και τους συνδιασμούς της νέας μήτρας τότε η συνολική εικόνα είναι η εξής (Σχ. 45):

Τώρα ο χώρος των εφικτών λύσεων είναι το πολύγωνο $00, D^*, D_1, D_2, 0$. Το σημείο D^* το οποίο είναι και το σημείο που φαίνεται να ισορροπεί το σύστημα αντιστοιχεί στην προσδοκώμενη τιμή (G.V) 123,476 που υπολογίσαμε στην αλγεβρική μέθοδο. Το δυϊκό πρόβλημα εκεί που μας βοήθησε είναι να μας επιδείξει τον τρόπο συμπεριφοράς της επιχείρησης "Β". Εκεί που το αρχικό πρόβλημα (αρχική μήτρα) μας δείχνει τα πλαίσια συμπεριφοράς του παίκτη 1 (επιχείρηση "Α") το δυϊκό πρόβλημα μας αποκάλυψε τον τρόπο συμπεριφοράς του παίκτη 2 (επιχείρηση "Β"). Οι συγκρούσεις στρατηγικών των δύο παικτών φαίνεται να έχουν συνισταμένη το σημείο D^* απ' το οποίο εμφανίζεται να συμφέρει ως "χρυσή τομή" αμφότερα και τα δύο μέλη. Είναι το σημείο που ελαχιστοποιεί τις ζημιές και για τα δύο μέλη άρα θα πρέπει να ικανοποιούνται και οι δύο. Το σημείο ισορροπίας D^* δεν διαλέγεται συνειδητά από τα δύο μέλη. Και οι δύο παίκτες ξεκινούν τις κινήσεις τους επιδιώκοντας τη μεγιστοποίηση των κερδών τους. Κάθε επιλογή στρατηγικής του ενός παίκτη έχει ανάλογη αντίδραση-επιλογή στρατηγικής του άλλου. Όταν ο κύκλος των συνδιασμών ολοκληρωθεί οι επιλογές των δύο παικτών θα "συναντηθούν" στο σημείο D^*.

Ήδη έχουμε αναφέρει ότι κάθε πρόβλημα παιγνιδιούν μπορεί να απεικονισθεί με τη μορφή προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού. Όταν ένα παιγνίδι έχει απλή μορφή και μπορεί να επιλυθεί με μία από τις μεθόδους που αναφέραμε τότε καλό είναι να προτιμώνται αυτές ως πιο απλές στην εφαρφογή τους. Για τα προβλήματα μεικτών στρατηγικών παιγνιδιών δύο παικτών μηδενικού αθροίσματος με μεγάλο μέγεθος γραμμών και στηλών (3×3 ή μεγαλύτερο), η καλύτερη μέθοδος επίλυσής τους είναι ο γραμμικός προγραμματισμός. Εξάλλου με τη χρήση Η/Υ και με κατάλληλο software μπορούμε να επιλύσουμε ένα τέτοιο σύστημα γρήγορα και εύκολα.

Στην πιθανολογική μέθοδο επίλυσης παιγνιδιού είχαμε ορίσει την προσδοκώμενη τιμή του παιγνιδιού (G.V.) ίση με: $G.V. = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p_{ij}\, x_i\, y_j$

όπου: $x_i = 1, 2, \ldots, m$. Η στρατηγική $x_1, x_2, \ldots, x_m$ είναι άριστη αν ισχύει:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p_{ij}\, x_i\, y_j \geq \underline{U} = U$$

Η τιμή $\underline{U}$ στηρίζεται στη θεμελιώδης υόθεση της θεωρίας παιγνιδίων ότι ο κάθε παίκτης επιλέγει τη στρατηγική εκείνη που του εξασφαλίζει τη μεγαλύτερη δυνατή προσδοκώμενη πληρωμή, χωρίς να υπολογίζει την επιλογή του άλλου παίκτη. Η τιμή αυτή της μέγιστης προσδοκώμενης πληρωμής λέγεται κατώτερη τιμή του παιγνιδιού και συμβολίζεται με $\underline{U}$. Με την ίδια λογική ο αντίπαλος θα επιλέξει εκείνη τη στρατηγική που του αποφέρει τη μικρότερη δυνατή προσδωκόμενη ζημιά, χωρίς να υπολογίζει τι θα επιλέξει ο άλλος παίκτης. Η αντίστοιχη αυτή τιμή λέγεται ανώτερη τιμή του παιγνιδιού και συμβολίζεται με $\overline{U}$. Η υπόθεση αυτή ισχύει μόνο για παιγνίδια μεικτών στρατηγικών. Τα παιγνίδια αμιγούς στρατηγικής μπορεί ποτέ να μην ισορροπούν δηλαδή $\underline{U} \langle \overline{U}$ γι' αυτό και χαρακτηρίζονται ασταθή. Αντίθετα στα παιγνίδια μεικτής στρατηγικής με το θεώρημα που αναπτυξαμε το σύστημα φθάνει σε ισσοροπία. Συνεπώς αν και οι δύο παίκτες συμπεριφερθούν ορθολογικά θα συναντηθούν στο σημείο ισορροπίας U (όπου $\underline{U} = \overline{U} = U$) θα "εγκλοβιστούν" μην μπορώντας να βελτιώσουν περαιτέρω τη θέση τους. Η απορία που πηγάζει εύλογα αναζητά το πια μπορεί να είναι η άριστη μεικτή στρατηγική για κάθε παίκτη στην οποία, ισορροπεί το σύστημα.

Όταν ένας παίκτης επιδιώκει ελαχιστοποίηση της ζημιάς του και ο άλλος μεγιστοποίηση του κέρδους του, έχουμε μια καθαρή περίπτωση γραμμικού προγραμματισμού. Πολύ εύκολα αντιλαμβανόμαστε ότι οι περιορισμοί του προβλήματος είναι οι στρατηγικές του κάθε παίκτη επί την πιθανότητα να συμβεί η κάθε μία από αυτές με τον περιορισμό να μημ υπερβούν την προσδοκώμενη τιμή του παιγνιδιού (G.V. = U). Η προσδοκώμενη όμως τιμή U είναι άγνωστη. Το πρόβλημα ξεπερνιέται φέρνοντας το U στην αριστερή πλευρά του περιορισμού και αντικαθιστώντας την ποσότητα $\frac{x_i}{U}$ με μια νέα μεταβλητή $\overline{x}_i$. Έτσι το σύστημα για τον ένα παίκτη διαμορφώνεται σε:

$$\min \quad \overline{x}_1 + \overline{x}_2 + \ldots + \overline{x}_n = \frac{1}{U}$$

$$\begin{array}{llllll} \text{s.t.} & \overline{x}_{11} & + \overline{x}_{12} & + \ldots + & \overline{x}_{1n} & \leq 1 \\ & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & \overline{x}_{m1} & + \overline{x}_{m2} & + \ldots + & \overline{x}_{mn} & \leq 1 \end{array}$$

Φυσικά το κέρδος του ενός παίκτη είναι η ζημία του άλλου. Άρα ότι επιδιώκει ο ένα παίκτης το ακριβώς αντίθετο επιδιώκει ο αντίπαλός του. Συνεπώς εάν αυτό ήταν το κύριο γραμμικό πρόβλημα για τον πρώτο παίκτη τότε για τον άλλο παίκτη το γραμμικό πρόβλημα θα είναι το δυϊκό του κύριου. Άρα:

$$\max \quad \overline{y}_1 + \overline{y}_2 + \ldots + \overline{y}_n = \frac{1}{U}$$

$$\begin{array}{llllll} \text{s.t.} & \overline{y}_{11} & + \overline{y}_{12} & + \ldots + & \overline{y}_{1n} & \leq \\ & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & \overline{y}_{m1} & + \overline{y}_{m2} & + \ldots + & \overline{y}_{mn} & \leq \end{array}$$

Μετά τη διαμόρφωση του παιγνιδιού σε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, δεν μένει παρά να υπολογιστεί η άριστη λύση λύνοντας όποιο από τα δύο προβλήματα (κύριο ή δυϊκό) μας συμφέρει με τη μέθοδο simplex .

Όλες οι μέθοδοι επίλυσης που παρουσιάσαμε αφορούν παιγνίδια δύο παικτών μηδενικού αθροίσματος. Ασφαλώς η κατηγορία αυτή παιγνιδιών δεν είναι και η μοναδική. Υπάρχουν πολλές κατηγορίες πολυπλοκότερων παιγνιδιών. Ενδεικτικά αναφέρουμε παιγνίδια με περισσότερουν παίκτες γνωστά ως παιγνίδια n-παικτών, τα παιγνίδια μη-μηδενικού αθροίσματος όπου ένας από τους δύο παίκτες διατηρεί εξ' αρχής υπεροχή, τα συνεταιριστικά παιγνίδια όπου επιτρέπεται η συνενόηση παικτών μεταξύ τους ή τα μη πεπερασμένα παιγνίδια όπου ο κάθε παίκτης έχει στη διάθεσή του άπειρο αριθμό στρατηγικών. Δυστηχώς αυτού του είδους τα προβλήματα έχου "αδιάβατα" εμπόδια στη μεθοδολογία επίλυσής τους. Συνήθως απαιτούν πολύπλοκες μαθηματικές θεωρίες και υποθέσεις οι οποίες είναι σχεδόν αδύνατες να γίνουν κατανοητές σε αρχάριους με το αντικείμενο. Εξάλλου, το κόστος επίλυσης τέτοιων προβλημάτων με τη θεωρία παιγνιδίων είναι τόσο μεγάλο, ώστε είναι προτιμητές η επιλογή άλλης μεθόδου επίλυσης όπως η προσομοίωση. Στην πραγματικότητα σε κάθε πρόβλημα πρέπει να επιλέγουμε την καταλληλότερη κάθε φορά μέθοδο επίλυσης. Η χρήση του Η/Υ στην προσομοίωση συστημάτων είναι εξαιρετικά χρήσιμη. Όταν οι δύο αυτές θεμελιώδεις μεθοδολογίες επίλυσης πραγματικών συστημάτων - θεωρία παιγνιδιών και προσομείοση - συνδιάζονται σωστά για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων, μπορούν να προσφέρουν πολλά για τον έλεγχο οποιούδηποτε πραγματικού προβλήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6ο
ΘΕΩΡΙΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Στην καθημερινή ζωή όλοι μας βρισκόμαστε διαρκώς απέναντι σε διλλήματα αποφάσεων. Παρόλο που από τη μεγάλη επαναληπτικότητα με την οποία εμφανίζονται καθημερινά διάφορα προβλήματα τα αντιμετωπίζουμε "μηχανικά" εντούτις, κάθε επιλογή προκύπτει από μια απόφαση. Έτσι και οι επιχειρήσεις καλούνται σε διαρκή βάση να παίρνουν αποφάσεις σε μια μεγάλη σειρά αδιάκοπα εμφανιζόμενων προβλήματων.

Για τις περισσότερες αποφάσεις υπάρχει άγνοια και σπάνια γίνεται ειδική επεξεργασία πριν καταλήξουμε σε αυτές. Το φαινόμενο αυτό συμβαίνει όταν "προβλήματα" εμφανίζονται με μεγάλη συχνότητα και αντιμετωπίζονται με κεκτημένη ταχύτητα. Γι' αυτό σε αυτά τα προβλήματα οι αποφάσεις παίρνονται με βάση την πείρα από εμπειρίες προγούμενων ανάλογων περιπτώσεων. Οι σημαντικές αποφάσεις όμως που ασφαλώς αφορούν περιπτώσεις που δεν εμφανίζονται συχνά, επιβάλλεται να επιλέγονται προσεχτικά και αφού έχει προηγηθεί λεπτομερής ανάλυση του προβλήματος. Η θεωρία αποφάσεων ασχολείται με την επιλογή της καλύτερης (βέλτιστης) απόφασης από ένα σύνολο πιθανών αποφάσεων, κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας για το αποτέλεσμα που θα συμβεί.

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για τη λήψη αποφάσεων. Αυτό που χρειάζεται να τονίσουμε είναι ότι η λήψη μιας απόφασης μια συγκεκριμένη στιγμή δεν θα πρέπει σε καμία περίπτωση να λαμβάνεται στιγμιαία βάσει ενός κριτηρίου αλλά να είναι συνέχεια συγκεκριμένης στρατηγικής που ακολουθείται μακροχρόνια. Ασφαλώς όταν κρίνεται "κατόπιν εορτής" ότι η πολιτική της επιχείρησης ήταν λανθασμένη, μπορεί να επιβάλλεται η λήψη αποφάσεων που αναθεωρούν τα προγράμματα της επιχείρησης. Στις υγιείς επιχειρήσεις όμως η θεωρία αποφάσεων χρησιμεύει σαν εργαλείο λήψης μελλοντικών αποφάσεων. Η εφαρμογή αυτής της φιλοσοφίας στην κατάρτιση του επιχειρησιακού προγραμματισμού είναι γνωστή σαν ανάλυση αποφάσεων (Decision analysis).

Για τη λήψη μιας απόφασης αυτό που πρέπει να προσεχθεί περισσότερο - και που συχνά παραβλέπεται - είναι το πρόβλημα. Η σωστή κατανόηση του προβλήματος είναι η "μισή" απόφαση για την επίλυσή του. Αυτό που απαραίτητα χρειάζεται να αποφευχθεί - και που δυστηχώς φαίνεται να συμβαίνει συχνά - είναι η λήψη μιας σωστής απόφασης για λάθος (άλλο) πρόβλημα. Κάτι τέτοιο μπορεί να αποβεί πολύ πιο καταστροφικό απ' ότι ακόμη και μια λανθασμένη λύση του προβλήματος.

Είναι γεγονός ότι πολλά προβλήματα είναι ασυνήθιστα ή πολύπλοκα, δυσκολεύοντας την επιλογή της κατάλληλης απόφασης. Αυτός είναι ο λόγος που πολλές αποφάσεις εφαρμόζονται κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας (uncertainty). Εκεί είναι όμως που η θεωρία αποφάσεων βοηθάει στην επιλογή της κατάλληλης στρατηγικής αφού, στα προβλήματα που επικρατούν καταστάσεις βεβαιότητας, δεν υπάρχει ιδιαίτερος προβληματισμός. Εκεί που γίνεται η μεγάλη σύγχιση είναι στη διάκριση ενός προβλήματος και στην κατάταξή του σε κλίμα βεβαιότητας ή αβεβαιότητας. Υπάρχει μεγάλη παραφιλολογία με διαφορετικές έννοιες γι' αυτό το κριτήριο. Ένα αξιόπιστο μέτρο διάκρισης είναι η κατάταξή του με βάση τα χαρακτηριστικά του μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού που το απεικονίζει. Όταν οι σταθερές του μοντέλου είναι γνωστές το πρόβλημα χαρακτηρίζεται από συνθήκες βεβαιότητας (certainty), όταν οι σταθερές καθορίζονται βάσει πιθανοτήτων τότε το πρόβλημα χαρακτηρίζεται από συνθήκες κινδύνου (risk), ενώ όταν οι σταθερές λαμβάνονται εντελώς τυχαία χωρίς να υπάρχει κάποια υπόνοια συσχέτισης, το πρόβλημα χαρακτηρίζεται από καταστάσεις αβεβαιότητας.

Στη θεωρία αποφάσεων μεγάλη σημασία έχει η δικτυωτή ανάλυση του προβλήματος. Οι χάρτες προβλημάτων είναι μια απεικόνιση των συνεπειών που προκύπτουν από την επιλογή κάθε στρατηγικής. Βοηθάνε έτσι σημαντικά στην αποκάλυψη της ταυτότητας του προβλήματος και στον τρόπο που "συμπεριφέρεται". Μετά τον καθορισμό του στόχου, της στρατηγικής, την εξέταση του αποτελέσματος και τις συνθήκες κάτω από τις οποίες παίρνονται οι αποφάσεις, το τελευταίο και σημαντικότερο στάδιο της θεωρίας αποφάσεων είναι το κριτήριο επιλογής. Τα στάδια της ανάλυσης αποφάσεων απεικονίζονται με σειρά εκτέλεσης στο παρακάτω σχεδιάγραμμα (Σχ. 47).

Στη σημερινή εποχή τα οικονομικο-επιχειρηματικά προβλήματα είναι τόσο πολύπλοκα ώστε δεν φθάνουν επιλογές συγκεκριμένων κριτηρίων για την επιλογή της πολυπόθητης απόφασης. Με λίγα λόγια η ανάλυση αποφάσεων από μόνη της δεν φθάνει για την επιλογή της κατάλληλης στρατηγικής. Χρειάζεται και η συνεισφορά άλλων "χώρων αποφάσεως" (γραμμικός προγραμματισμός, θεωρία παιγνιδίων κ.λ.π.). Επίσης, η ύπαρξη πείρας και διορατικότητας πολλαπλασιάζουν τις πιθανότητες εντοπισμού της κατάλληλης στρατηγικής. Εκεί όμως που η θεωρία αποφάσεων φαίνεται πολύ χρήσιμη είναι ότι με τη διερεύνηση των αποτελεσμάτων για κάθε ένα κριτήριο απόφασης, βοηθάει στην καλύτερη κατανόηση και ανάλυση του προβλήματος και συνεπώς στην επιλογή της ορθότερης απόφασης. Όπως θα δούμε, το σημαντικό αυτό όφελος προκύπτει τόσο από τη χρησιμοποίηση των κριτηρίων αποφάσεων όσο και από τα δένδρα αποφάσεων.

Τα δεδομένα των προβλημάτων μπορούν να εμφανιστούν με δύο μορφές. Με τη μορφή πίνακα αποφάσεων ή αποτελεσμάτων και με τη μορφή δένδρων αποφάσεων (decision trees). Στην πρώτη περίπτωση απεικονίζεται το πρόβλημα διαμορφώνοντας ένα πίνακα αποτελεσμάτων (αποφάσεων), στον οποίο θεωρούμε ως αντίπαλο των στρατηγικών μας τη φύση. Επιλέγοντας στρατηγικές $a_1, a_2, \ldots, a_m$, έχουμε να αντιμετωπίσουμε καταστάσεις της φύσης $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$. Το αποτέλεσμα κάθε απόφασης (στρατηγικές) a_i υπό κατάσταση β_i είναι r_{ij} . Για κάθε περίπτωση β_i αντιστοιχείται μια πιθανότητα p_i αυτή να συμβεί. Ο πίνακας που σχηματίζεται είναι (Σχ. 48):

Ο πίνακας αυτός αφορά τα προβλήματα στα οποία αναζητούνται αποφάσεις κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας (uncertainty). Όταν τα προβλήματα με τα οποία ασχολούμαστε, οι αποφάσεις παίρνονται με συνθήκες βεβαιότητας, σημαίνει ότι για κάθε απόφαση ξέρουμε το ακριβές αποτέλεσμα. Άρα οι πιθανότητες εμφάνισης δεν έχουν κανένα νόημα. Στην περίπτωση αυτή ο πίνακας που σχηματίζεται είναι ακριβώς ο ίδιος χωρίς ύπαρξη πιθανοτήτων p_i . Επίσης, όταν οι αποφάσεις λαμβάνονται υπό συνθήκες κινδύνου τότε οι πιθανότητες εμφάνισης είναι ακριβώς οριζόμενες, άρα μπορούμε να υπολογίσουμε με σχετική ακρίβεια το κάθε αποτέλεσμα.

Μετά τη διαμόρφωση του πίνακα αποφάσεων επόμενο βήμα είναι η εφαρμογή κάποιου κριτηρίου βάσει του οποίου θα παρθεί η απόφαση. Τα κριτήρια αυτά είναι υποκειμενικά και αφορούν επιλογή αποφάσεων υπό συνθήκες αβεβαιότητας. Ασφαλώς όταν έχουμε αποφάσεις υπό συνθήκες κινδύνου ή βεβαιότητας δεν χρειάζεται η εφαρμογή κριτηρίου αφού ξέρουμε ακριβώς το αποτέλεσμα απόφασης. Έτσι δεν έχουμε παρά να υπολογίσουμε το αποτέλεσμα της αλγεβρικής εξίσωσης για κάθε απόφαση:

$$ES_i = r_{i1} \cdot p_1 + r_{i2} \cdot p_2 + \ldots + r_{ij} \cdot p_j$$

όπου: ES_i = αναμενόμενο αποτέλεσμα αντίστοιχης στρατηγικής

$$p_1 + p_2 + \ldots + p_j = 1$$

Στην περίπτωση συνθηκών βεβαιότητας παραλείπεται η πιθανότητα εμφάνισης p_j. Αν επιδιώκουμε μεγιστοποίηση κερδών θα επιλέξουμε την εξίσωση που δίνει το μεγαλύτερο αποτέλεσμα. Για ελαχιστοποίηση κόστους επιλέγεται η εξίσωση με το μικρότερο αποτέλεσμα. Ανάλογα ενεργούμε σε κάθε πρόβλημα με τον σκοπό που επιδιώκουμε.

Για την λήψη αποφάσεων υπό συνθήκες αβεβαιότητας δεν υπάρχει δυστηχώς κάποια ασφαλής μέθοδος που δίνει με σιγουριά το άριστο αποτέλεσμα. Έτσι η λήψη αποφάσεων υπό συνθήκες αβεβαιότητας έχει καθαρά υποκειμενικό χαρακτήρα. Η πείρα, η διορατικότητα ή πολλές φορές ακόμη και η ευφυία του λήπτη της απόφασης είναι παράγοντες που καθορίζουν άμεσα το τελικό αποτέλεσμα. Συνεπώς ο λήπτης της απόφασης αν πραγματικά πιστεύει στις προσωπικές του ικανότητες, μπορεί με δική του πρωτοβουλία να επιλέξει την πιο κατάλληλη κατά τη γνώμη του απόφαση. Δεν είναι όμως όλοι τόσο ικανοί για να αναλαμβάνουν "εν λευκώ" το κόστος μιας τέτοιας απόφασης. Έτσι έχουν αναπτυχθεί διάφορα κριτήρια-οδηγοί προς την εύρεση της καταλληλότερης επιλογής.

1) ΚΡΙΤΗΡΙΟ MAX MIN (WALD)

Το κριτήριο αυτό που ανάπτυξε ο Wald - γνωστό και ως minimax/maxmin - θεωρείται το πιο συντηριτικό απ' όσα κριτήρια υπάρχουν. Σύμφωνα με αυτό ο αποφασίζων πρέπει να είναι πάντα απαισιόδοξος. Εξατάζονται και προσδιορίζονται όλες οι αποφάσεις καθορίζοντας το πιο δυσμενές αποτέλεσμα για κάθε ξεχωριστή απόφαση. Η τελική απόφαση που θα επιλεχθεί είναι αυτή που φαίνεται να επιφέρει το λιγότερο δυσμενές αποτέλεσμα. Ο λήπτης της απόφασης, επιλέγοντας την απόφαση a_i, έχει ως αποτέλεσμα ένα εκ των $r_{i1}, r_{i2}, \ldots, r_{in}$, το οποίο δεν πρέπει να είναι μικρότερο από $\min\limits_{1 \le j \le n} (r_{ij})$. Επιλέγοντας την απόφαση με το λιγότερο δυσμενές αποτέλεσμα, σίγουρο είναι ότι ανεξαρτήτως της κατάστασης της φύσης το αποτέλεσμα στη χειρότερη περίπτωση θα είναι: $\max\limits_{1 \le i \le m} \left(\min \left(r_{ij} \right) \right)$.

(Όταν το r_{ij} το max min γίνεται min max ψάχνοντας την δραστηριότητα a_i όπου $\min\limits_{1 \le i \le m} \left(\max \left(r_{ij} \right) \right)$).

Το κριτήριο αυτό ως απαισιόδοξο, προβλέπει ότι η συμπεριφορά της φύσης θα έχει ως αποτέλεσμα τη δυσμενέστηρη κατάσταση. Αυτός είναι ο λόγος ευρείας εφαρμογής του κριτηρίου αυτού σε παιγνίδια δύο αντιπάλων μηδενικού αθροίσματος. Εντούτις, το κριτήριο αυτό δεν φαίνεται να είναι ρεαλιστικό, όταν ο αντίπαλος είναι η ίδια η φύση. Το κριτήριο αψηφά ότι ορισμένες αποφάσεις εξαρτώνται από καταστάσεις με πολλή μικρό πιθανότητα εμφάνισης, άρα δεν πρέπει να υπολογίζονται ισότιμα με καταστάσεις μεγάλης πιθανότητας εμφάνισης. Συνεπώς το κριτήριο αυτό αψηφά εντελώς μεγαλύτερα αποτελέσματα. Αυτό όμως είναι λανθασμένη εντύπωση για παράδοξες καταστάσεις της φύσης που δεν συμβαίνουν συχνά.

2) ΚΡΙΤΗΡΙΟ MAX MAX (HURWICZ)

Τι κριτήριο αυτό - που ανάπτυξε ο Hurwicz - είναι γνωστό και ως κριτήριο αισιοδοξίας. Η λογική του κριτηρίου είναι το γεγονός ότι σε κάθε επιλογή δίνεται η δυνατότητα ιδιαίτερα ευνοϊκών αποτελεσμάτων με την ανάληψη βέβαια κάποιου ρίσκου. Αφού υπάρχουν βάσιμες πιθανότητες εμφάνισης ευνοϊκών καταστάσεων, προτείνεται η επιλογή εκείνης της στρατηγικής που του δίνει τη μεγαλύτερη απόδοση - σύμφωνα με την αποδεχόμενη κατάσταση της φύσης. Η απόδοση αυτή λέγεται max max αποδεχόμενη το μέγιστο του μεγίστου κάθε στρατηγικής. Επιλέγεται συνεπώς η απόφαση που μεγιστοποιεί το μέγιστο κέρδος: $\max\limits_{1\le i\le m}\left(\max\limits_{1\le j\le n}\left(r_{ij}\right)\right)$.

Κατά την εφαρμογή του κριτηρίου max max, διερευνάτε ο πίνακας αποτελεσμάτων και επιλέγεται η απόφαση που αποφέρει τη μεγαλύτερη απόδοση. Το κριτήριο αυτό, σε αντίθεση με το προηγούμενο, είναι εξαιρετικά αισιόδοξο και αγνοεί πιθανότητες εμφάνισης διαφορετικών (δυσμενών) καταστάσεων της φύσης. Επειδή αυτό δεν είναι ρεαλιστικό, το κριτήριο για να μετριάσει την πλήρη αυτή αισιοδοξία υποστηρίζει ότι κατά τη διάρκεια της λήψης αποφάσεων πρέπει να λαμβάνονται υπόψιν όχι μόνο το καλύτερο αλλα και το χειρότερο αποτέλεσμα κάθε απόφασης. Η πλήρης αισιοδοξία αντικαθίσταται από ένα συντελεστή αισιοδοξίας που αντιπροσωπεύει το "ποσοστό" που κρίνεται ότι τα πράγματα θα έλθουν ευνοϊκά. Το ποσοστό αυτό καθορίζεται από την αντιστάθμιση των r_i του κάθε αποτελέσματος ($p_i = 1, 2, \ldots, i$ & $\sum p_i =$). Όσο πλησιέστερα στη μονάδα είναι ο συντελεστής αισιοδοξίας τόσο πιο αισιόδοξο είναι το κριτήριο. Με τον τρόπο αυτό ελέγχεται ο βαθμός αισιοδοξίας.

3) ΚΡΙΤΗΡΙΟ SAVAGE

Το κριτήριο αυτό διαφέρει σημαντικά από τα δύο προηγούμενα. Αποκαλείται και κριτήριο της "λύπης" αφού θεωρεί ότι ο λήπτης της απόφασης αντιμετωπίζει "λύπη" μετά τη λήψη της απόφασης και ελπίζει να είχε επιλέξει κάποια άλλη απόφαση. Σύμφωνα με το κριτήριο αυτό επιλέγεται η απόφαση που ελαχιστοποιεί τη "λύπη" (regret) του λήπτη της απόφασης. Σαν λύπη ορίζεται η διαφορά που προκύπτει μεταξύ της αξίας του αποτελέσματος που πραγματοποιείται και της αξίας του αποτελέσματος που θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί αν ο λήπτης της απόφασης γνώριζε εκ των προτέρων την κατάσταση της φύσης που θα εμφανιζόνταν στο μέλλον. Όταν εμφανίζεται πραγματικά η κατάσταση της φύσης που αντιστοιχεί στην απόφαση που επιλέχθηκε από το λήπτη, τότε το αποτέλεσμα λύπης είναι μηδέν.

Ο λήπτης της απόφασης μπορεί να ελέγξει το κριτήριο και να διασφαλιστεί από υπερβολικές "λύπες", επιλέγοντας την απόφαση που δίνει το ελάχιστο (minimum) στο maximum δηλαδή, από τη μεγαλύτερη "λύπη" επιλέγεται η μικρότερη. Λόγω πάντως της μεγάλης απαισιοδοξίας του κριτηρίου δεν χρησιμοποιείται πολύ. Είναι όμως χρήσιμο κριτήριο για λήπτες αποφάσεων που δεν είναι ικανοί και θεωρούν δεδομένη την απώλεια από οποιαδήποτε απόφαση κι αν επιλεχθεί.

4) ΚΡΙΤΗΡΙΟ LAPLACE

Όταν ο λήπτης της απόφασης δεν γνωρίζει τις πιθανότητες εμφάνισης των καταστάσεων της φύσης, τότε το καταλληλότερο κριτήριο απόφασης είναι αυτό του Laplace. Το κριτήριο αυτό βασίζεται στην αρχή της ανεπαρκούς αιτίας που θεωρεί ότι αν δεν υπάρχουν ενδείξεις ότι μια κατάσταση της φύσης είναι πιο πιθανή να συμβεί από κάποια άλλη, θα πρέπει να θεωρείται ότι όλες οι καταστάσεις της φύσης έχουν την ίδια πιθανότητα να εμφανισθούν. Με λίγα λόγια θεωρείται πως αν δεν υπάρχει λόγος κάποια κατάσταση να συμβεί, τότε απλά αυτή δεν θα συμβεί. Η αρχή αυτή συμβαδίζει με την υπόθεση του Bayes ο οποίος υποστηρίζει ότι εάν είναι γνωστό ότι δεν υπάρχει λόγος για τις πιθανότητες εμφάνισης των καταστάσεων να είναι διαφορετικές, θα πρέπει να θεωρήσουμε ότι όλες οι καταστάσεις της φύσης είναι ισοπίθανες, άρα επιλέγεται η ενέργεια με τη μεγάλυτερη μέση αμοιβή: $\max\limits_{1 \le i \le m} \left(\frac{1}{2} \sum\limits_{j=1}^{n} r_{ij} \right)$.

Επιλέγεται μετά από υπολογισμό των προσδοκούμενων αποδόσεων αυτή που είναι η μεγαλύτερη.

Παρόλο που το κριτήριο αυτό επιλέγεται από πολλούς, λόγω του επειδή σε πολλές περιπτώσεις οι καταστάσεις της φύσης είναι γνωστές εκ' των προτέρων, υπάρχουν δύο περιπτώσεις που κάνουν ακατάλληλη την εφαρμογή του. Όταν δεν είναι ρεαλιστική η εξομείωση των πιθανοτήτων εμφάνισης όλων των καταστάσεων. Στην περίπτωση αυτή απαιτείται περισσότερη διερεύνηση για ακριβέστερο προσδιορισμό των πιθανοτήτων εμφάνισης των καταστάσεων. Όταν δεν είναι ρεαλιστική η εξομείωση των πιθανοτήτων εμφάνισης όλων των καταστάσεων. Στην περίπτωση αυτή απαιτείται περισσότερη διερεύνυση για ακριβέστερο προσδιορισμό των πιθανοτήτων εμφάνισης των καταστάσεων. Όταν εξάλλου γίνεται διαμερισμός των καταστάσεων της φύσης, υπάρχει κίνδυνος να εξομειωθούν καταστάσεις που σε καμία περίπτωση δεν είναι ισοπίθανες και προσεγγίζουν συνύπαρξη παράλογων συνθηκών (π.χ. σε καιρικές συνθήκες).

5) ΚΡΙΤΗΡΙΟ EMV

Το κριτήριο αυτό θεωρείται "συγγενές" του κριτηρίου Laplace στον χώρο της "ελαχιστοποίησης της ζημίας ευκαιρίας". Για n καταστάσεις της φύσης, οι πιθανότητες εμφάνισης αυτών $(q_1, q_2, \ldots, q_n)$ θεωρούνται γνωστές. Η μέση απόδοση A για εκλογή της απόφασης a_i είναι:

$A_i = q_1 r_{i1} + q_2 r_{i2} + \ldots + q_n r_{in}$

Σύμφωνα με το κριτήριο EMV ή αναμενόμενης οικονομικής τιμής (Expected Monetary Value) ο λήπτης επιλέγει την ενέργεια k όπου: $A_k = \max\limits_{1 \le i \le m} A_i$. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να διαμορφωθεί και σε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Κάνοντας μάλιστα ανάλυση ευαισθησίας μπορούμε να εντοπίσουμε τα όρια των πιθανοτήτων εντός των οποίων πρέπει να κινηθούμε για να βρούμε τη μέγιστη τιμή.

Το κριτήριο EMV από φύση του λαμβάνει υπ' όψιν τις πιθανότητες εμφάνισης όλων των καταστάσεων χωρίς αποκλεισμούς. Ουσιαστικά η αναμενόμενη οικονομική τιμή δεν προσδιορίζει το πραγματικό μέγεθος των αποδόσεων, αφού τα αποτελέσματα εφαρμογής του κριτηρίου δεν είναι τίποτε άλλο παρά ένας μέσος όρος. Γι' αυτό και το κριτήριο EMV καλό είναι να αποφεύγεται σε περιπτώσεις που μπορούν να γίνουν αποκλεισμοί σε κάποιες καταστάσεις, που θα μας οδηγήσουν στην προσέγγιση μιας καλύτερης λύσης. Εξάλλου από φύση της πολύ σπάνια η EMV θα είναι ρεαλιστική στα αποτέλεσματά της. Στην περίπτωση όμως που δεν υπάρχει καμιά μεθοδος που να μπορέσει να απομακρύνει την πιθανότητα σφάλματος, το κριτήριο EMV μπορεί να είναι μια πολλή ικανοποιητική μέθοδος. Όσο πιο πολύπλοκο είναι το πρόβλημα και όσο πιο αμφίροπο το κλίμα πρόβλεψης για ότι πρόκειται να συμβεί τόσο πιο χρήσιμο μπορεί να εμφανιστεί το κριτήριο EMV.

6) ΚΡΙΤΗΡΙΟ MMP

Και αυτό το κριτήριο "συγγενές" με τα δύο προηγούμενα, ουσιαστικά είναι μια παραλλαγή του κριτηρίου Laplace και EMV . Κατά το κριτήριο MMP ή αμοιβής μέγιστης πιθανότητας (Maximum Modal Payoff), επιλέγεται η απόφαση που εξασφαλίζει τη μεγαλύτερη αμοιβή για την πιο πιθανή κατάσταση της φύσης.

Όταν εφαρμόζεται αυτό το κριτήριο πρέπει να δίνεται μεγάλη προσοχή στον καθορισμό των πιθανοτήτων και των καταστάσεων της φύσης. Ένας πιθανός διαμερισμός των καταστάσεων της φύσης μπορεί να οδηγήσει το κριτήριο σε απόδοση παράλογου αποτελέσματος. Γι' αυτό όταν επιλέγεται καλό είναι πολύ χρήσιμο όταν οι πιθανότητες εμφάνισης των καταστάσεων θεωρούνται ιδιαίτερα έγκυρες και ακριβείς.

7) ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ-ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ

Το κριτήριο αυτό όπως το όνομά του δηλώσει, χρησιμοποιεί τη μέση τιμή $E(Z)$ και την διασπορά $\Delta(Z)$ της τυχαίας μεταβλητής Z επιδιώκοντας τη μεγιστοποίηση της ποσότητας: $\max\{E(Z) - k\Delta(Z)\}$ όπου: k = μία σταθερά θετική. Η μεγιστοποίηση αυτής της ποσότητας επιτυγχάνεται με μεγιστοποίηση $E(Z)$ και ταυτόχρονα ελαχιστοποίηση της ποσότητας $k\Delta(Z)$. Ο μέσος του δείγματος:

$\overline{Z}\left(\overline{Z} = \left(Z_1 + Z_2 + \ldots + Z_n\right)1_n\right)$, έχει διασπορά $\frac{\sigma^2}{n}$, όπου n είναι το μέγεθος του δείγματος. Όταν το $k\Delta(Z)$ ελαττώνεται ($k\Delta(Z) = k\sigma^2$), η διασπορά $\overline{Z}$ ελλατώνεται και αυτή, και η πιθανότητα το $\overline{Z}$ να προσεγγίσει το $E(Z)$ αυξάνεται.

Η σταθερά (θετική) k λέγεται παράγοντας αποφυγής κινδύνου και δείχνει το βαθμό σημαντικότητας του $\Delta(x)$ συναρτήσει του $E(Z)$. Ο προσδιορισμός της θετικής σταθεράς k είναι κρίσιμος αφού αν αυτό δεν γίνει σωστά τα αποτελέσματα του κριτηρίου θα είναι λανθασμένα. Επίσης προσοχή επιβάλλεται να δίνεται στην ερμηνεία της σταθεράς k και στο ρόλο που διαδραματίζει στο πραγματικό πρόβλημα.

8) ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΠΟΔΕΚΤΟΥ ΕΠΙΠΕΔΟΥ

Το κριτήριο αυτό στηρίζεται πάνω στη θεωρία ουρών. Η λογική εδώ είναι πως ένα σημείο εξυπηρέτησης έχει τη δυνατότητα να λειτουργεί με διαφορετικούς ρυθμούς εξυπηρέτησης. Όσο πιο υψηλός είναι ο ρυθμός εξυπηρέτησης τόσο πιο υψηλό είναι το κόστος εξυπηρέτησης. Αντίθετα χαμηλός ρυθμός εξυπηρέτησης συνεπάγεται υψηλό κόστος δυσφήμισης της επιχείρησης (έλλειψη εξυπηρέτησης), απώλια πελατών άρα πτώση πωλήσεων και κερδών. Αυτό που επιδιώκεται είναι ένας βέλτιστος ρυθμός εξυπηρέτησης που ισορροπεί μεταξύ κόστους εξυπηρέτησης και μη εξυπηρέτησης. Αν θεωρηθεί ότι το σημείο εξυπηρέτησης δεν πρέπει να είναι κενός περισσότερο από α% του χρόνου ενώ ο αναμενόμενος χρόνος αναμονής κάθε πελάτη να μην είναι μεγαλύτερος β% χρονικές μονάδες, τα α & β λέγονται αποδεκτά επίπεδα του συστήματος και ο συντονισμός τους καθορίζει το ρυθμός εξυπηρέτησης του συστήματος. Το κριτήριο αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συστήματα που μπορούν να προσομοιωθούν από μοντέλα ουρών αναμονής.

9) ΚΡΙΤΗΡΙΟ EVPI

Το κριτήριο αυτό είναι "συγγενές" με το κριτήριο αναμενόμενης οικονομικής τιμής (EMV). Στηρίζεται στη δυνατότητα που μπορεί να έχει ο λήπτης αποφάσεων να διαθέτει τέλεια πληροφόρηση πάνω στο θέμα που πρέπει να αποφασίσει. Αυτή η τέλεια πληροφόρηση στην πραγματικότητα μόνο αναχρονιστικά μπορεί να υπάρχει, αφού ήδη έχει συμβεί το γεγονός. Παρόλ' αυτά έχει μεγάλο ενδιαφέρον να υπολογιστεί το κόστος απόκτησης της τέλειας πληροφόρησης καθώς και τα έσοδα που αποφέρει, για να υπολογιστεί το κέρδος που μπορεί να έχει η επιχείρηση. Η αλήθεια είναι ότι ακόμη και εξειδικευμένοι οργανισμοί πληροφόρησης αδυνατούν να παρέχουν τέλεια πληροφόρηση για οποιαδήποτε θέμα. Όσο περισσότερο όμως ξοδεύεται για τη διερεύνηση συνθηκών (αγοράς, φύσης κ.λ.π.) τόσο περισσότερο προσεγγίζεται η "τέλεια πληροφόρηση".

Σε αυτό το κριτήριο αυτό που επιβάλλεται να απαντηθεί άμεσα είναι να αποφασίσουμε αν η συγκέντρωση περισσότερης πληροφόρησης μπορεί να βοηθήσει στην επιλογή απόφασης που ευνοεί σημαντικά την επιχείρηση. Αν αποφασιστεί ότι η επιπλέον πληροφόρηση είναι χρήσιμη, τότε πρέπει να καθοριστεί τί είδους πληροφόρηση να συγκεντρωθεί και τί ενέργειες ή στρατηγικές να παρθούν βασιζόμενες στην νέα πληροφόρηση.

Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι για τον υπολογισμό της τέλειας πλοροφόρησης. Η πιο συνηθισμένη μέθοδος "απαιτεί" πρώτα τον υπολογισμό της αναμενόμενης τιμής υπό συνθήκες βεβαιότητας και στη συνέχεια αφαίρεση αυτής από την αναμενόμενη τιμή υπό συνθήκες αβεβαιότητας. Η διαφορά που προκύπτει είναι η αναμενόμενη τιμή της τέλειας πληροφόρησης. Μπορεί ακόμη να υπολογιστεί με ειδική ανάλυση του συστήματος πάνω στην αναμενόμενη οικονομική τιμή. Το κριτήριο αυτό είναι μια ευκαιρία διερεύνησης του βαθμού πληροφόρησης που θα χρησιμοποιήσει ο λήπτης της απόφασης. Από εκεί και πέρα είναι καθαρά υποκειμενική εκτίμηση μέχρι που και σε ποιο βαθμό θα φθάσει η πληροφόρηση του προβλήματος.

10) ΔΕΝΔΡΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Πολλοί είναι αυτοί που υποστηρίζουν μια ριζική διαφοροποίηση των δένδρων αποφάσεων από τα κριτήρια αποφάσεων που παρουσιάσαμε έως τώρα. Και πράγματι από μία πλευρά αυτό είναι σωστό αφού τα δένδρα αποφάσεων έχουν εντελώς διαφορετική προσέγγιση στη γραφική απεικόνιση ενός προβλήματος αποφάσεων. Αντί για ένα πίνακα αποτελεσμάτων τα δένδρα αποφάσεων χρησιμοποιούν ένα διάγραμμα δένδρου (tree diagram) ή δένδρο αποφάσεων (decision tree). Είναι γεγονός όμως ότι ο λήπτης αποφάσεων καταλήγει στα δένδρα αποφάσεων όταν θεωρεί ότι κανένα από τα προηγούμενα κριτήρια δεν τον βοηθούν σημαντικά να καταλήξει σε μία αξιόπιστη απόφαση. Άρα και τα δένδρα αποφάσεων (decision trees) χρησιμοποιούνται από το λήπτη αποφάσεων ως ένα κριτήριο αξιολόγησης του προβλήματος για την καλύτερη κατανόησή του και την επιλογή της καταλληλότερης απόφασης.

Όταν ο λήπτης αποφάσεων αντιμετωπίζει δίλλημα διαδοχικών αποφάσεων που περιλαμβάνουν ακολουθίες δραστηριοτήτων και γεγονότων, αντιμετωπίζει μεγάλη δυσκολία στην εύστοχη επιλογή πολλών αποφάσεων. Το έργο δυσχερένεται σημαντικά με την εφαρμογή σειρά κριτηρίων για κάθε μία απόφαση. Σε αυτές τις περιπτώσεις ένας εναλλακτικός τρόπος διάρθρωσης ενός προβλήματος αποφάσεων είναι η απεικόνησή του σε διάγραμμα δένδρου. Το διάγραμμα δένδρου είναι μια χρονολογική απεικόνιση όλων των πιθανών δραστηριοτήτων και ενεργειών που μπορούν να ακολουθηθούν προκειμένου να οδηγήσουν στο τελικό αποτέλεσμα. Σε ένα διάγραμμα δένδρου το σημείο απόφασης (decision node) απεικονίζεται με ένα τετράγωνο, ενώ το τυχαίο γεγονός (το οποίο μπορεί να παρασταθεί μόνο με πιθανότητες), απεικονίζεται με ένα κύκλο. Παρακάτω απεικονίζεται ένα απλό τυπικό υπόδειγμα δένδρου αποφάσεων (Σχ. 49):

Είναι κοινό μυστικό πως τα δένδρα αποφάσεων αντλούν τη "φιλοσοφία" τους από τη δικτυωτή ανάλυση. Ουσιαστικά η απεικόνιση του προβλήματος είναι ίδια με την ανάλογη σε πίνακα αποφάσεων. Εκμεταλευόμενα όμως τις ιδιότητες των δικτύων τα δένδρα αποφάσεων παρέχουν μια πιο απλοποιημένη μορφή ενός πραγματικού προβλήματος αποφάσεων περιλαμβάνοντας όλες τις απαραίτητες δραστηριότητες και γεγονότα. Εφόσον κατά τη διάρκεια της δικτυωτής ανάλυσης διαπιστωθεί η ανάγκη λεπτομερέστερης ανάπτυξης συγκεκριμένων κλάδων, αυτό μπορεί να γίνει εκ των υστέρων.

Πρέπει να τονίσουμε ότι κατά το σχεδιασμό ενός δένδρου αποφάσεων επιβάλλεται να υπάρχει προδιάθεση αφαιρετικότητας. Κι αυτό διότι όσο λεπτομερέστερο είναι ένα δένδρο αποφάσεων, τοσο πιο πολύπλοκο γίνεται το σύστημα και ανάλογα δυσχερένεται το έργο επιλογής της κατάλληλης απόφασης. Όταν συμπεριλαμβάνονται όλες οι πιθανές ενέργειες και γεγονότα στο δένδρο αποφάσεων, αυτόματα περιπλέκεται η ανάλυση του προβλήματος από λεπτομέρειες που τελικά μπορεί να μην είναι χρήσιμες. Η διαδικασία που προτείνεται να ακολουθείται είναι αρχικά να περιλαμβάνονται στο δένδρο αποφάσεων όλες οι δραστηριότητες, εξαιρώντας εκείνες που είναι σίγουρο ότι δεν πρέπει να γίνουν. Στη συνέχεια κατά τη διαδικασία ανάλυσης του προβλήματος συνιστάται η μεθοδική διαγραφή δραστηριοτήτων που δεν φαίνεται να είναι συμφέρουσες. Με το διαδοχικό αποκλεισμό αποφάσεων φθάνουμε σε μία τελευταία απομένουσα, που "φαίνεται" να είναι η κατάλληλη απόφαση.

Να σημειώσουμε τελειώνοντας ότι τα περισσότερα ρεαλιστικά δένδρα αποφάσεων που απεικονίζουν πραγματικά προβλήματα χρησιμοποιούν πιθανότητες για τον καθορισμό των συνθηκών και καταστάσεων κάθε απόφασης. Αναπόφευκτα για τον υπολογισμό της τελικής λύσης θα χρειαστούν γνώσεις στατιστικής ανάλυσης και συγκεκριμένα από τον κλάδο της πιθανοθεωρίας. Στα δένδρα αποφάσεων μεγάλη εφαρμογή εμφανίζει το θεώρημα ολικής πιθανότητας του Bayes. Εξάλλου το θεώρημα αυτό θεμελιώνει και το κριτήριο Laplace όπως είδαμε.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7ο

ΧΡΟΝΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Ο χρονικός προγραμματισμός των έργων στηρίζεται στη δικτυωτή ανάλυση, ένα τμήμα της επιχειρησιακής έρευνας που έχει παίξει δέοντα ρόλο στο χώρο της σύγχρονης ηλεκρολογίας και ηλεκτρονικής. Σύμφωνα με τους νόμους της φυσικής, η ζωή η ίδια είναι μια συνεχής διαδικασία ανάπτυξης έργων. Στην καθημερινή πρακτική συναντούμε καθημερινά ανάλογα γεγονότα και ενέργειες σε ποικίλες πρακτικές εφαρμογές (πληροφορική, πολιτική, μικροοικονομική κ.λ.π.) σε σημείο που η δικτυωτή ανάλυση φθάνει να αναθεωρεί τον τρόπο σκέψης εκτέλεσης των έργων. Σήμερα πια συγκεκριμένα προβλήματα της σύγχρονης κοινωνικο-οικονομικής όπως οι τηλεπικοινωνίες, η πληροφορική, οι μεταφορές στηρίζονται εξ' ολοκλήρου στη φιλοσοφία της δικτυωτής ανάλυσης.

Η απεικόνιση ενός προβλήματος μέσω δικτύου έχει φθάσει σήμερα να θεωρείται από πολύ χρήσιμη έως εξαιρετικά απαραίτητη. Το πρώτο εμπόδιο στη δικτυωτή ανάλυση ενός προβλήματος είναι ο τρόπος που αυτό θα κατασκευαστεί. Είναι πολύ σημαντική η κατασκευή ενός δικτύου που απεικονίζει σωστά το πράβλημα διότι, σε διαφορετική περίπτωση, αντί η δικτυωτή ανάλυση να βοηθήσει στην επίλυση του προβλήματος θα περιπλέξει ακόμη περισσότερο τα πράγματα. Η κατασκευή ενός δικτύου στηρίζεται στην έννοια που έχει το ίδιο το έργο δηλαδή, ο κατάλληλος συνδιασμός σχετιζόμενων δραστηριοτήτων με κατάλληλο συγχρονισμό εκτέλεσης. Ενα δίκτυο απεικονίζεται σε ένα γράφημα που έχει για συστατικά τρία πράγματα. Τις δραστηριότητες που απεικονίζονται με ακμές, τα γεγονότα που απεικονίζονται με κύκλους και τις πορείες που απεικονίζονται με βέλη πάνω στις ακμές. Κάθε ένα γεγονός τροφοδοτείται και ακολουθείται από μία και μόνο διαφορετική δραστηριότητα. Η δραστηριότητα που τροφοδοτεί μία άλλη λέγεται πηγή ενώ αυτή που τροφοδοτείται δέκτης.

Ένα δίκτυο μπορεί να έχει τη γενική μορφή που απεικονίζεται εδώ (Σχ. 30):

Η απεικόνιση αυτή προσπαθεί να απομιμηθεί το πραγματικό πρόβλημα, λέγεται Dummy. Όταν δύο ή περισσότερες δραστηριότητες μπορούν να εκτελεσθούν χωρίς αλλαγή πορείας, ονομάζονται εικονικές δραστηριότητες. Όταν έχουμε ένα πρόβλημα δικτυωτής ανάλυσης, καλούμαστε να απαντήσουμε σε κάποια ερωτήματα. Το πιο συχνό πρόβλημα δικτυωτής ανάλυσης είναι η εύρεση της συντομότερης διαδρομής του δικτύου δηλαδή, ο συντομότερος χρόνος εκτέλεσης του έργου. Άλλα σχετικά παραπλήσια προβλήματα είναι η ελαχιστοποίηση ή η μεγιστοποίηση ροής συνδέσμων (ακμών), ο προγραμματισμός και έλεγχος των δραστηριοτήτων, η ελαχιστοποίηση του κόστους εκτέλεσης.

Το πρόβλημα της συντομότερης διαδρομής ασχολείται με την εύρεση της συντομότερης διαδρομής ανάμεσα σε μια προέλευση (αρχή Ο) και ενός προορισμού (τέρμα Τ) μέσω ενός δικτύου, εφόσον είναι γνωστές οι αποστάσεις των ακμών που ενώνουν τα ενδιάμεσα γεγονότα. Υπάρχουν αρκετοί αλγόριθμοι για τον υπολογισμό της συντομότερης διαδρομής. Η πιο απλή διαδικασία υπολογισμού συντομότερης διαδρομής, ξεκινά να αναπτύσσεται από την αρχή του δικτύου, προσδιορίζοντας κάθε φορά τη συντομότερη διαδρομή για καθεμιά από τις κορυφές (γεγονότα) του δικτύου, με ανερχόμενη σειρά της συντομότερής τους απόστασης από το σημείο αφετηρίας, έχοντας έτσι φθάσει στη λύση στο σημείο τερματισμου. Συγκεκριμένα, η διαδικασία ξεκινάει από τη n-οστή (n = 1, 2, ...,n) πιο κοντινή κορυφή της αφετηρίας. Σε κάθε επανάληψη n φορές, η κορυφή που βρίσκεται η διαδικασία και όλες οι προηγούμενες καλούνται λυμένες κορυφές ενώ όλες οι υπόλοιπες μη-λυμένες. Έτσι η διαδικασία ψάχνει για την πλησιέστερη μη-λυμένη κορυφή. Σε κάθε τέτοια κορυφή προσθέτεται η απόσταση μεταξύ αυτής και της πλησιέστερης λυμένης, απ' όπου προέρχεται η διαδικασία. Προσθέτοντας όλες τις αποστάσεις των λυμένων κορυφών, όταν δεν έχει απομείνει μη λυμένη κορυφή, έχουμε τη συντομότερη απόσταση του δικτύου. Σε κάθε φάση μετακίνησης προτίνεται ένας συνδιασμός αθροίσματος αποστάσεων που αποτελούν το σύνολο πιθανών αποστάσεων (που ενώνουν λυμένη και μη λυμένες κορυφές/γεγονότα). Διαλέγουμε κάθε φορά την ελάχιστη απόσταση δηλαδή, την κοντινότερη μη λυμένη κορυφή. Κατά την επίλυση βοηθά και η χρήση πίνακα υπολογισμών πιθανών αποστάσεων.

Ένα παραπλήσιο πρόβλημα επιζητά αντί για τη συντομότερη διαδρομή, τη συντομότερη απόσταση. Σε αυτήν την περίπτωση δεν παίζει κανένα ρόλο από που θα ξεκινήσουμε. Διότι η διαδικασία επιζητά ακμές που ελαχιστοποιούν τη συνολική απόσταση του δικτύου, άρα ενδιαφερόμαστε για το συνολικά ελάχιστο δυνατό μήκος του δικτύου. Η διαδικασία αυτή ξεκινά επιλέγοντας τυχαία μια κορυφή και συνδέοντάς τη με την πλησιέστερη σε αυτή κορυφή. Επιλέγοντας σε κάθε επανάληψη την πλησιέστερη μη συνδεδεμένη κορυφή έχουν συνδεθεί όλες οι κορυφές μεταξύ τους, έχει υπολογιστεί η άριστη πλησιέστερη απόσταση.

Ένα άλλο πολύ σημαντικό πρόβλημα που λύνει η δικτυωτή ανάλυση - εκεί που η προσομοίωση κρίνεται πολύ δαπανηρή - είναι ο προσδιορισμός της μεγίστης ροής ή αλλιώς ο προσδιορισμός δρομολογίων με το μέγιστο αριθμό ταξιδείων. Ασφαλώς υπάρχουν και κάποιοι περιορισμοί κάτω από τους οποίους επιζητάται η μεγιστοποίηση των δρομολογίων. Ως περιορισμούς εδώ θεωρούνται κάποια όρια βάσει των οποίων εξυπηρετούνται καλύτερα οι σταθμοί (κορυφές). Με αυθαίρετη διέλευση δρομολογίων ικανοποιούνται με οι "επιθυμίες" ροής από του σταθμούς-κορυφές, δεν είναι όμως αυτή η άριστη λειτουργία η οποία ικανοποιεί όλους του περιορισμούς-όρια ροής και τα δρομολόγια που γίνονται να είναι τα λιγότερα δυνατά. Για να επιτευχθεί αυτό απαιτείται η εξέταση μιας πληθώρας συνδιασμών διαδρομών. Η διαδικασία απλοποιείται εφαρμόζοντας ένα ειδικό αλγόριθμο γνωστό ως "αλγόριθμος μεγίστου ροής". Η διαδικασία ξεκινάει επιλέγοντας έναν δρόμο που συνδέει πηγή και δέκτη με την αυστηρότερη δυνατή δυναμικότητα ροής. Στη συνέχεια εντοπίζεται στον επιλεγμέναο δρόμο, την ακμή με τη μικρότερη δυναμικότερη ροή και αυξάνεται κατά C^* (= δυναμικότητα ροής). Ακολούθως μειώνεται κατά C^* η δυναμικότητα ροής που παραμένει στην αντίθετη κατεύθυνση κάθε ακμής του δρόμου. Η διαδικασία συνεχίζεται μέχρις ότου δεν υπάρχουν άλλοι δρόμοι με αυστηρή θετική δυναμικότητα ροής και ότι έχει ευρεθεί μέχρι εκεί αυτή είναι η άριστη λύση.

Οι παραπάνω τεχνικές είναι πολύ χρήσιμοι αλγόριθμοι επίλυσης πρακτικών προβλημάτων που εμφανίζονται συχνά στην καθημερινή πρακτική. Η δικτυωτή ανάλυση είναι πάρα πολύ χρήσιμη, εκτός ειδικών προβλημάτων, και στην κατασκευή μεγάλων σε μέγεθος έργων. Η επιτυχής εκτέλεση των μεγάλων έργων χρειάζεται προσεχτικό και ειδικά προσαρμοσμένο προγραμματισμό, συσχετισμό και συντονισμό πολλών αλληλοσυνδεόμενων δραστηριοτήτων. Σε μεγάλα έργα λοιπόν, έχουμε την ανάγκη χρονικού προγραμματισμού. Ασφαλώς ο χρονικός προγραμματισμός μπορεί να αποβεί εξαιρετικά χρήσιμος σε οποιοδήποτε πρόβλημα δικτυωτής ανάλυσης. Απλώς, λόγω του ότι το κόστος μη συντονισμού είναι εξαιρετικά υψηλό στα μεγάλα έργα, ο χρονικός είναι αυστηρά απαραίτητος.

Για τον επιτυχή συντονισμό ενός μεγάλου έργου, έχουν αναπτυχθεί ειδικές τυπικές διαδικασίες για την επιτυχή χρησιμοποίηση των δικτύων των επι μέρους προβλημάτων. Οι πιο γνωστές διαδικασίες είναι η PERT (Program Evaluation and Review Technique) και η CPM (Critical Path Method), καθώς επίσης και οι διάφορες παραλλαγές αυτών των δύο. Και οι δύο αναπτύχθηκαν στα τέλη της δεκαετία του '50 επιλύοντας ειδικά μεγάλα και φιλόδοξα στρατιωτικά προβλήματα. Συγκεκριμένα η PERT αναπτύχθηκε το 1958 από το Αμερικανικό γραφείο προγραμμάτων Πολεμικού Ναυτικού για το φιλόδοξο σχέδιο κατασκευής πυραύλων, Πόλαρις (Polaris). Αποτέλεσμα ήταν η συντόμευση εκτέλεσης του εργού κατά δύο χρόνια. Η δε CPM εφαρμόστηκε σε κατασκευαστικά έργα από την E.I. dy Pont de Nemerous & Company, ενώ βελτιώθηκε αργότερα για την ίδια χρήση από την Mauchly Associates. Υπάρχουν μερικές σημαντικές διαφορές των δύο μεθόδων, όμως τα τελευταία χρόνια παρατηρείται το φαινόμενο της συγχώνευσης και των δύο σε ένα σχήμα-σύστημα τύπου PERT, σε τέτοιο βαθμό ώστε πολλοί συνηθίζουν να αναφέρονται για μία μέθοδο PERT- CPM.

Στην αρχή η εφαρμογή των δύο μεθόδων ήταν πειραμματική και χρησιμοποιούνταν σε προγράμματα έρευνας και ανάπτυξης, σιγά-σιγά όμως άρχισε να φαίνεται καθαρά η χρησιμότητα εφαρμογής τους σε πολλά άλλα ειδικά προβλήματα δικτυωτής ανάλυσης. Η εφαρμογή των δύο μεθόδων CPM και PERT στον χρονικό προγραμματισμό έργου έχει ως αντικειμενικό σκοπό την εκτέλεση του έργου στο μικρότερο δυνατό χρόνο, επιδιώκοντας ταυτόχρονα άριστη κατανομή των πόρων μέσα στο χρονικό διάστημα που διαρκεί η εκτέλεση του έργου.

Η κατεξοχήν πρώτη μέθοδος χρονικού προγραμματισμού του έργου ήταν η PERT, όχι στη μορφή που είναι αυτή σήμερα. Στην αρχή επιδιώκονταν ο συντονισμός του έργου χρησιμοποιώντας μια βελτιωμένη τεχνική του πίνακα Gantt . Η τεχνική αυτή αποτελεί την "προϊστορία" του χρονικού προγραμματισμού και τον αρχαιότερο πρόγονο της μεθόδου PERT. Η πρώτης γεννιάς PERT είναι γνωστή ως PERT / TIME η δεύτερης γεννιάς ως PERT / COST και η τρίτη γεννιά ως PERT / LOB, μέχρι σήμερα που έχει γίνει ουσιαστικά συγχώνευση PERT και CPM σε μία μέθοδο.

1) ΜΕΘΟΔΟΣ PERT

Είναι η πλέον γνωστή και πλατιά διαδεδομένη μέθοδος προγραμματισμού και ελέγχου σχεδίων ενός έργου. Ένα σύστημα PERT σχεδιάζεται για τον προγραμματισμό και έλεγχο ενός έργου. Χρησιμοποιείται για πολλά είδη κατασκευής έργων και κύρια σε έργα με πολύπλοκες δραστηριότητες που σπάνια επαναλαμβάνονται.

Για κάθε έργο η PERT χρησιμοποιεί ένα δίκτυο που αναπαριστά γραφικά την αλληλεξάρτηση των στοιχείων του έργου. Έτσι εμφανίζονται όλες οι προτεραιότητες καθώς και η σειρά με την οποία πρέπει να εκτελεστούν οι εργασίες. Κάθε ακμή του δικτύου αντιπροσωπεύει μια δραστηριότητα ενώ κάθε κορυφή ένα γεγονός, τα δε βέλη δείχνουν την ακολουθία με την οποία πρέπει να εκτελεστούν τα γεγονότα. Ιδιαίτερα στην PERT ένα γεγονός θεωρείται η χρονική στιγμή στην οποία έχουν ολοκληρωθεί όλες οι δραστηριότητες που κατευθύνονται προς αυτό. Ήδη έχουμε αναφέρει ότι οι δραστηριότητες μπορεί να είναι εικονικές, όταν δύο ή περισσότερα γεγονότα εκτελούνται ταυτόχρονα.

Μπορούμε να συνοψίσουμε ότι η διαδικασία χρονικού προγραμματισμού PERT χωρίζεται σε τρεις φάσεις. Τη φάση του σχεδιασμού (κατασκευή δικτύου), τη φάση του προγραμματισμού και τη φάση του ελέγχου (Planning, Scheduling & Controlling). Ο αντικειμενικός σκοπός μπορεί να είναι ένας ή περισσότεροι. Η χρήση της PERT γίνεται συνήθως για τον προσδιορισμό της πιθανότητας να τηρηθούν συγκεκριμένες προθεσμίες, για την εξακρίβωση των δραστηριοτήτων που υπάρχει πιθανότητα να επιφέρουν συνωστισμό, για την αξιολόγηση της επίδρασης πιθανών αλλαγών του προγράμματος ή ακόμη για τον εντοπισμό και την αξιολόγηση πιθανών αποκλίσεων από το πρόγραμμα.

Έχοντας κατασκευάσει ένα δίκτυο, μπορούμε να εκτιμήσουμε το χρόνο που χρειάζεται για κάθε μία δραστηριότητα. Θέλουμε λοιπόν να εκτιμήσουμε το χρόνο δραστηριότητας. Η μεθοδολογία PERT χρησιμοποιεί τρεις διαφορετικές εκτιμήσεις του χρόνου ολοκλήρωσης μιας δραστηριότητας.

α) Ο ενωρίτερος (αισιόδοξος) χρόνος είναι ο χρόνος που εκτιμάται εφόσον τα πάντα πάνε καλά, οι δραστηριότητες που προηγούνται ξεκινήσουν όσο το δυνατόν γρηγορότερα και συνεπώς δεν υπάρχουν καθυστερήσεις.

β) Ο αργότερος (απαισιόδοξος) χρόνος είναι η πιο μακρινή χρονική στιγμή που μπορεί να πραγματοποιηθεί το γεγονός χωρίς να υπάρξει καθυστέρηση στην εκτέλεση του έργου. Ο χρόνος αυτός συμβαίνει όταν πραγματοποιούνται οι συνήθεις καθυστερήσεις του έργου. Όταν δεν θέλουμε να υπάρχει καθυστέρηση του έργου ο αισιόδοξος και απαισιόδοξος χρόνος ισούνται.

γ) Ο χαλαρός (ρεαλιστικός) χρόνος μαθηματικά καθορίζεται ως η διαφορά αργότερου και ενωρίτερου χρόνου, και αντιπροσωπεύει το πιο πιθανό χρόνο πραγματοποίησης της δραστηριότητας λαβαίνοντας υπόψιν τις συνηθισμένες καθυστερήσεις.

Οι χρόνοι αυτοί όπως θα δούμε παρακάτω χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό ενός μέσου χρόνου δραστηριότητας. Οι χρόνοι στηρίζονται σε εκτιμήσεις ειδικών και εμπειρογνωμόνων της φύσης εργασίας του έργου. Ένα άλλο στοιχείο που αναζητάται είναι η κρίσιμη διαδρομή (critical path) του έργου και που αντιπροσωπεύει ουσιαστικά το ρεαλιστικό χρόνο εκτέλεσης του συνολικού έργου. Επίσης, δίνεται μεγάλη σημασία στην προτεραιότητα βάση της οποίας πρέπει να εκτελεσθούν οι δραστηριότητες έτσι ώστε να μη υπάρχει αποσυντονισμός και να ξεκινά μια δραστηριότητα προτού μια άλλη που πρέπει να προηγηθεί, έχει τελειώσει.

Όταν οι παραπάνω χρόνοι εκτίμησης είναι συγκεκριμένοι αριθμοί τότε ο Μέσος Χρόνος Δραστηριότητα υπολογίζεται από τον τύπο:

$$.\text{Χ.Δ.} = \frac{(\text{Αισιόδοξος χρόνος} + \text{Ρεαλιστικός χρόνος} + \text{Απαισιόδοξος χρόνος})}{6}$$

Ο παρανομαστής 6 καθορίζεται από υπολογισμούς της στατιστικής για τις πιθανές αποκλίσεις. Έχοντας υπόψιν τον Μ.Χ.Δ. και τις απαιτήσεις δραστηριότητας, ο συντομότερος χρόνος για την αρχή εκτέλεσης δραστηριότητας λέγεται χρόνος συντομότερης έναρξης και συμβολίζεται με (ES) ενώ ο αργότερος χρόνος έναρξης μιας δραστηριότητας συμβολίζεται με (LS). Αντίστοιχα ο συντομότερος χρόνος αποπεράτωσης λέγεται συντομότερος χρόνος τέλους συμβολιζόμενο ως (EF), ενώ ο αργότερος χρόνος ως αργότερος χρόνος τέλους (LF).

Πολλές φορές όμως υπάρχει σημαντικός βαθμός αβεβαιότητας του χρόνου κάθε δραστηριότητας. Έτσι οι χρόνοι PERT μπορούν να καθορισθούν μόνο με τυχαίες μεταβλητές που κάθε μία έχει κάποια κατανομή πιθανότητας. Στην περίπτωση αυτή ο αισιόδοξος χρόνος θεωρείται απίθανος αλλά δυνατός αν όλα δουλέψουν "ρολόι" (το κατώτερο φράγμα της κατανομής πιθανότητας), ο απαισιόδοξος χρόνος θεωρείται ο πιο απίθανος αλλά επίσης δυνατός αν όλα πάνα "στραβά" (το κατώτερο φράγμα πιθανότητας) και ο ρεαλιστικός χρόνος είναι ο πιο πιθανός χρόνος δραστηριότητας όπως αυτός εκφράζεται στην κατανομή της πιθανότητας. Στην περίπτωση αυτή συμβολίζοντας με a, b και m αντίστοιχα τους εκτιμώμενους χρόνους μπορούν να απεικονισθούν ως (Σχ. 31):

Χρειάζονται λοιπόν ειδικοί στατιστικοί υπολογισμοί για να μετατραπούν τα a,b, m σε βάσιμες εκτιμήσεις. Ξεκινάμε με την παραδοχή ότι η τυπική απόκλιση σ είναι το $\frac{1}{6}$ του εύρους των δύο φραγμάτων άρα:

$$\sigma^2 = \left[\frac{1}{6} (b - a) \right]^2$$

Για κάθε άκρο υπάρχουν τρεις τυπικές αποκλίσεις από τον μέσο άρα για δύο άκρα έχουμε έξι τυπικές αποκλίσεις. Χρειάζονται επίσης μια εκτίμηση της συχνότητας της κατανομής της πιθανότητας του χρόνου δραστηριότητας. Υποθέτοντας ότι η κατανομή του χρόνου είναι προσεγγιστικά η με κατώτερο φράγμα την a και ανώτερη η b, η προσδωκόμενη τιμή κατανομής t_e ισούτε με: $t_e = \frac{1}{3}\left[2m + \frac{1}{2} (a + b) \right]$. Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε με ένα βαθμό σιγουριάς την προσδωκόμενη τιμή του χρόνου μιας δραστηριότητας. Κατά πόσο ο βαθμός αυτός είναι ικανοποιητικός εξαρτάται με το κατά πόσο κάθε φορά είναι εύστροφη η επιλογή της κατανομής ΒΗΤΑ . Κατά πόσο ο πραγματικός χρόνος του έργου είναι μικρότερος από τον προγραμματισμένο χρόνο συμπλήρωσης μπορεί να υπολογιστεί από την τυπική απόκλιση, υποθέτοντας ότι οι χρόνοι δραστηριότητας και ότι ο χρόνος του έργου, ακολουθεί κανονική κατανομή. Ασφαλώς όταν οι πραγματικές συνθήκες αποκλίνουν αρκετά από τις υποθέσις που ορίζει η PERT , τότε είναι σίγουρο ότι δεν θα δώσει αμερόληπτες λύσεις και άρα θα ήταν καλό να χρησιμοποιηθεί άλλη μέθοδος έλεγχου του έργου όπως η προσομοίωση.

Η διαδικασία PERT που περιγράψαμε είναι η πρώτη γεννιά PERT και αντιπροσωπεύει το κλασσικό πρότυπο. Αδυναμίες ελέγχου του κόστους οδήγησαν σε ανάπτυξη της δεύτερης γεννιάς PERT. Έτσι ενώ η πρώτη γεννιά PERT αποκαλούνταν PERT / TIME από τη μεγάλη έμφαση που έδινε στο χρόνο κατασκευής, η δεύτερη γεννιά λέγεται PERT / COST , από την τάση ελέγχου του κόστους. Η PERT / COST προσεγγίζει πάρα πολύ τη CPM σε σημείο που οι δύο μέθοδοι από πολλούς να θεωρούνται ταυτόσημες. Σαν επέκταση της PERT / TIME, η PERT / COST προσθέτει δεδομένα κόστους, συγκροτώντας ένα ενιαίο σύνολο δεδομένων χρόνου και κόστους. Ενσωματώνει στο δίκτυο απεικόνισης χρόνο και κόστος και έτσι μέσω της κρίσιμης διαδρομής μπορούν να υπολογιστούν και τα δύο.

Η PERT / COST αναπτύχθηκε από την ανάγκη να γίνει γνωστό το κόστος κατασκευής του έργου. Στην πραγματικότητα, τις περισσότερες φορές υπάρχει μεγαλύτερο ενδιαφέρον για το κόστος παρά για το χρόνο κατασκευής ενός έργου. Η δικτυωτή ανάλυση PERT / COST δίνει τη δυνατότητα για διερεύνηση μεταβολής χρόνου και κόστους έως ότου εντοπιστεί μια "χρυσή" αναλογία που φαίνεται να συμφέρει καλύτερα. Επειδή η PERT / COST έχει παρόμοια διαδικασία με τη CPM , θα την περιγράψουμε όταν θα παρουσιάσουμε τη μέθοδο αυτή αμέσως μετά την PERT .

Η ανάγκη χρονικού προγραμματισμού σε προβλήματα παραγωγής και ανάπτυξης νέων προϊόντων είχε σαν αποτέλεσμα την εξέλιξη μιας νέας γεννιάς PERT της τρίτης κατά σειρά γνωστής ως PERT / LOB (Line Of Balance). Τις τελευταίες δεκαετίες η PERT / LOB έχει αποβεί ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο στον έλεγχο της παραγωγικής διαδικασίας. Η διαδικασία PERT / LOB συλλέγει δεδομένα για το χρόνο και την εργασία της παραγωγικής διαδικασίς. Στοχεύει στην εκτίμηση και καθοδήγηση της παραγωγικής διαδικασίας υπό των χρονικών περιορισμών, των περιορισμών κόστους και εργασίας. Η διαδικασία ξεκινάει σχηματίζοντας εκτιμήσεις για τον τρόπο λειτουργίας της παραγωγικής διαδικασίας. Οι εκτιμήσεις του τρόπου παραγωγής πρέπει να είναι λεπτομερείς για να υπάρχει η δυνατότητα κατανομής των εργασιών σε ομάδες εργασίας (τμήματα). Στη συνέχεια εισέρχονται οι εκτιμήσεις χρόνου για την κάθε εργασία. Οι εκτιμήσεις μπορεί να αφορούν την κάθε λεπτομερή εργασία ξεχωριστά ή να είναι εκτιμήσεις για ομάδες εργασίας (ακόμη και για την όλη παραγωγική διαδικασία).

Η κατασκευή του δικτύου χωρίζεται σε επίπεδα παραγωγής και συνήθως σε επί μέρους ομαδικές εκτελέσεις εργασιών. Επίσης συνήθως κάποιες δραστηριότητες επαναλαμβάνονται και χρειάζεται να διαχωριστούν από τις μη επαναλαμβανόμενες. Οι επαναλαμβανόμενες δραστηριότητες αποτελούν το ξεχωριστό χαρακτηριστικό της PERT / LOB. Η PERT / LOB μπορεί να μας πληροφορήσει για τους σταθμούς παραγωγής, τα σημεία επανάληψης διαδικασιών και τις επιμέρους δραστηριότητες πληροφορώντας μας ταυτόχρονα και για το χρόνο που αυτά πρέπει να συμβούν και γνωρίζοντας το κόστος παραγωγής των επί μέρους επιπέδων. Πάντως η PERT / LOB είναι η περισσότερο κατάλληλη για τον προγραμματισμό επαναλαμβανόμενων δραστηριοτήτων. Σίγουρα υπάρχουν αποτελεσματικότερες τεχνικές για τον έλεγχο του κόστους και του χρόνου κατασκευής έργου ή παραγωγής.

Από τα παραπάνω είναι φανερή η εφαρμογή της PERT όχι απλά για μεγάλα κατασκευαστικά έργα, αλλά είναι δυνατή η εφαρμογή της με κατάλληλες τροποιήσεις σε πληθώρα εφαρμογών. Έχει γίνει πια κατανοητή η μεγάλη χρησιμότητά της από τα τμήματα Marketing και Παραγωγής της επιχείρησης. Υπάρχουν μια σειρά από λόγους που κάνουν τόσο χρήσιμη την εφαρμογή της PERT. Η ικανότητά της να ελέγχει σε ικανοποιητικό βαθμό δυσκολο-εκτίμητα προγράμματα, η διερεύνηση και πρόβλεψη με ικανοποιητικό βαθμό καθυστέρησης του προγράμματος, η ικανότητα ελέγχου του προγράμματος και κατά τη διάρκεια εφαρμογής του, η εντόπιση εναλλακτικών λύσεων, η εντόπιση των ευαίσθητων δραστηριοτήτων, η προσομοίωση ορισμένων συνθηκών επιτρέποντας εντοπισμό παρενεργειών από πιθανές αλλαγές και η δυνατότητα να μπορεί να εγκαταληφθεί όταν το έργο πλησιάζει στην ολοκλήρωσή του την κάνουν ελκυστική σε πολλές εφαρμογές. Εντούτις, έχει επικριθεί αρκετά ότι δεν βοηθά ουσιαστικά το έργο, ότι είναι αδύνατο να εφαρμοστεί σε πολλά πρακτικά προβλήματα, τονίζεται - ένα πραγματικά αδύνατο σημείο - η μεροληπτικότητα πρόβλεψης της στους χρόνους και ιδιαίτερα στου ρεαλιστικούς χρόνους. Επίσης, επικρίνεται για την ευλάβεια με την οποία πρέπει να εκτελούνται οι εργασίες, σε σημείο που μπορεί να καταντήσει σε ακραίες καταστάσεις, απαιτώντας είτε πολύ υψηλούς - ουσιαστικά αδύνατους - ρυθμούς εργασίας είτε εκνευριστικά αργούς. Επιπλέον, έχει υψηλό κόστος αναθεώρησης αφού μπορεί να φανεί χρήσιμη μόνο όταν υπάρχει συνεχής εκτίμηση του έργου. Παρόλλες τις επικρίσεις της η χρησιμότητα που μπορεί να δώσει είναι αναμφισβήτητη και αναθεωρήσεις της ίδιας μεθόδου την κάνουν πιο ρεαλιστική και πρακτική στο πραγματικά προβλήματα.

2) ΜΕΘΟΔΟΣ CPM

Ήδη έχουμε εξηγήσει ότι παραλλαγές της PERT προσεγγίζουν πάρα πολύ κοντά τη μέθοδο CPM με αποτέλεσμα πολλοί να τη θεωρούν μια ενιαία μέθοδο PERT- CPM. Η CPM έχει δύο βασικές διαφορές από την PERT. Η πρώτη είναι ότι στη CPM οι χρόνοι δραστηριοτήτων είναι προσδιοριστικοί μπορούν δηλαδή να προβλεφθούν χωρίς σημαντική αβεβαιότητα. Η δεύτερη είναι η τακτική της CPM αντί να δίνει έμφαση μόνο στο χρόνο, να δίνει την ίδια σημασία στο χρόνο και στο κόστος. Πρέπει να ομολογήσουμε ότι η διαδικασία CPM έχει πολλά κοινά με την διαδικασία PERT / COST . Η CPM καταφέρνει να δώσει ίδια διάσταση χρόνου και κόστους, στηριζόμενη στην κατασκευή της καμπύλης χρόνου-κόστους για κάθε δραστηριότητα. Η καμπύλη αυτή μας δίνει τη σχέση του προϋπολογισμένου άμεσου κόστους για τη δραστηριότητα και του χρόνου της. Ο συλλογισμός αυτός στηρίζεται σε δύο σημεία της καμπύλης το κανονικό (normal) και το συμπιεσμένο (crash). Το κανονικό σημείο αντιπροσωπεύει το υπό κανονικές συνθήκες (χωρίς πρόσθετο κόστος και ώρες εργασίας) κόστος και χρόνο. Το συμπιεσμένο σημείο δείχνει το κόστος και τον χρόνο που προκύπτει από την όσο το δυνατόν συμπίεση του χρονικού διαστήματος εκτέλεσης του χρόνου χωρίς να δίνεται σημασία στη συμπεριφορά του κόστους. Αυτό σημαίνει ότι όλες οι ενδιάμεσες περιπτώσεις κόστους και χρόνου βρίσκονται στο ευθύγραμμο τμήμα που βρίσκεται ανάμεσα από τα δύο σημεία που είναι τα άκρα του. Αυτά απεικονίζονται στο παρακάτω σχεδιάγραμμα (Σχ. 32):

Αντικειμενικός σκοπός της CPM είναι ο προσδιορισμός εκείνου του συνδιασμού χρόνου-κόστους για κάθε δραστηριότητα. έτσι ώστε να εκτελεστεί το έργο με το χαμηλότερο δυνατό κόστος. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να επιλυθεί και με τη μορφή προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού. Ο λόγος που χρησιμοποιούμε γραμμικό προγραμματισμό για την εύρεση της λύσης είναι για να καθορίσουμε γρήγορα και εύκολα επισπεύδοντας τη διαδικασία και ελαχιστοποιώντας το κόστος ανεύρεσης, χωρίς παράλληλα να μπλεχτούμε σε πληθώρα υπολογισμών. Θεωρούμε έτσι ως D_{ij} τον κανονικό χρόνο δραστηριότητας, $C_{D\,i\,j}$ το κανονικό άμεσο κόστος δραστηριότητας, $d_{i\,j}$ το συμπιεσμένο χρόνο δραστηριότητας και $C_{d\,i\,j}$ το συμπιεσμένο χρόνο δραστηριότητας. Αν οι μεταβλητές του προβλήματος είναι οι $y_{i\,j}$, με $y_{i\,j}$ = χρονική διάρκεια δραστηριότητας, εκφράζουμε το άμεσο κόστος δραστηριότητας $c_{i\,j}$ ως γραμμική συνάρτηση του $y_{i\,j}$. Το επιπρόσθετο άμεσο κόστος δραστήριοτητας για μείωση του $y_{i\,j}$ κατά ένα είναι:

$$C_{i\,j} = \frac{C_{d\,i\,j} - C_{D\,i\,j}}{D_{i\,j} - d_{i\,j}}.$$

Αν $K_{i\,j}$ το σημείο που συναντά η καμπύλη του άμεσου κόστους τον άξονα του κόστους ισχύει ότι: Άμεσο κόστος δραστηριότητας = $K_{i\,j} - C_{i\,j}\, y_{ij}$. Συνεπώς: Συνολικό Άμεσο Κόστος Έργου = $\sum_{(i\,j)}\left(K_{i\,j} - C_{i\,j}\, y_{i\,j}\right)$ όπου:i, j όλες οι δραστηριότητες του έργου. Θεωρούμε τώρα ότι T_K είναι ενωρίτερος δυνατός χρόνος του γεγονότος K και είναι συνάρτηση του $y_{i\,j}$. Τότε ο T_K θα είναι ο χρόνος συμπλήρωσης του έργου (όπου , 2, ..,n = γεγονότα δικτύου). Γνωρίζοντας ότι το $\sum K_{i\,j}$ είναι σταθερά που δεν επηρεάζει την αντικειμενική συνάρτηση το πρόβλημα διαμόρφωνεται ως:

$$\max \qquad Z = \sum_{(i,j)} C_{i\,j}\, y_{i\,j}$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \qquad & y_{i\,j} \geq d_{i\,j} \\ & y_{i\,j} \leq D_{i\,j} \\ T_i + y_{i\,j} - T_j & \leq 0 \\ & T_n \leq \lambda \end{aligned}$$

Ουσιαστικά ψάχνουμε για τα $y_{i\,j}$ που για ένα μέγιστο χρόνο συμπλήρωσης του έργου λ, ελαχιστοποιεί το συνολικό άμεσο κόστος. Συνήθως, αν και θα έπρεπε το λ να είναι συγκεκριμένες αριθμός και να συμβολίζει την ημερομηνία συμπλήρωσης του έργου, το λ καθορίζεται από συνδιασμό του συνολικού κόστους και χρόνου του έργου. Το λ συμβολίζεται στο διάγραμμα με σημεία στην καμπύλη κόστους ανάμεσα στο κανονικό και συμπιεσμένο σημείο. Για να ευρεθεί το σημείο μαθηματικά, χρειάζεται η εφαρμογή ανάλυσης ευαισθησίας στο πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού και συγκεκριμένα παραμετρικό προγραμματισμό για να εντοπισθεί η βέλτιστη λύση συνδιασμού κόστους - χρόνου, από συνεχείς μεταβολές τους.

Διαγραμμτικά το λ βρίσκεται από το "κλασσικό" σχεδιάγραμμα της μικροοικονομικής αλληλοσυσχέτισης άμεσου και έμμεσου κόστους. Στο κατώτερο (πλησιέστερο προς τον άξονα των x) σημείο της καμπύλης συνολικού κόστους η τιμή του λ ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος του έργου (Σχ. 33):

Όπου: ΣΚ = Συνολικό Κόστος , ΕΚ = Έμμεσο Κόστος , ΑΚ = Άμεσο Κόστος

Απ' τα παραπανω φαίνεται καθαρά ότι στην CPM η σχέση μεταξύ κόστους και χρόνου για κάθε ενέργεια είναι κατά προσέγγιση γραμμική. Η διαδικασία CPM ξεκινάει κατασκευάζοντας το δίκτυο που απεικονίζει το πρόβλημα. Από εκεί και πέρα η εύρεση του άριστου χρόνου λ* είναι θέμα επίλυσης του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού που αναπτύξαμε. Τί γίνεται όμως όταν δεν ισχύουν κάποιες υπόθεσεις του προβλήματος; Υπάρχειο ένας αλγόριθμος που εντοπίζει τον άριστο χρόνο από τη καμπύλη που βρίσκεται μεταξύ συμπιεσμένου και κανονικού σημείου. Η διπλή αυτή καμπύλη ονομάζεται κρίσιμη τροχιά. Στην κρίσιμη τροχιά εντοπίζεται το κόστος συμπίεσης όσο το δυνατόν ο χρόνος της ενέργειες που επιλέχθηκε. Αφού όλες οι ενέργειες συμπιεσθούν, εντοπίζονται οι ενέργειες που δεν βρίσκονται στην κρίσιμη τροχιά, προσπαθώντας να τις συμπιέσουμε το χρόνο. Επιλέγοντας την ενέργεια με το μεγαλύτερο κόστος συμπίεσης, αποσυμπιέζουμε το χρόνο της σε τέτοιο σημείο που να δημιουργεί τη νέα τροχιά. Η διαδιακασία επαναλμβάνεται για εντοπισμό ανάλογης ενέργειας. Σε ένα διάγραμμα κατασκευάζουμε τις καμπύλες άμεσου, έμμεσου και ολικού κόστους (Βλέπε παραπάνω διάγραμμα). Ο χρόνος που αντιστοιχεί στο χαμηλότερο σημείο της καμπύλης συνολικού κόστους είναι και ο άριστος χρόνος λ*. Το σχεδιάγραμμα παραπάνω δείχνει παραστατικά την εύρεση του άριστου κόστους. Αυτό που άλλαξε με τη διαδικασία αυτή είναι ότι αντί για επίλυση του γραμμικού προβλήματος εφαρμόζουμε την παραπάνω περιγραφήσα διαδικασία. Τέλος αναφέρουμε ότι αν ο άριστος χρόνος που προκύπτει από το κατώτερο σημείο του συνολικού κόστους είναι μεγαλύτερος από τον ελάχιστο χρόνο που προκύπτει από συμπίεση του χρόνου, τότε γίνεται αποσυμπίεση του χρόνου των επιλεχθέντων ενέργειων μέχρι να ισούται με τον άριστο χρόνο λ*.

- Επιλογή μεταξύ PERT και CPM

Η επιλογή της κατάλληλης μεθόδου εξαρτάται από το είδος του έργου του έργου που έχουμε κάθε φορά. Γενικά η PERT είναι η πιο κατάλληλη για μεγάλα σε έκταση έργα που δύσκολα επαναλαμβάνεται. Επίσης, όταν υπάρχει μεγάλη αβεβαιότητα στην πρόβλεψη των χρόνων των δραστηριοτήτων και επιζητάται αποτελεσματικός έλεγχος του χρονοδιαγράμματος του έργου με συχνές αναθεωρήσεις. Αντίθετα όταν οι χρόνοι δραστηριοτήτων μπορούν να προβλεφθούν ικανοποιητικά τότε η CPM είναι η πιο κατάλληλη, η οποία έχει το επιπλέον πλεονέκτημα να έχει χαμηλότερο κόστος εφαρμογής. Έτσι συνιστάται για συχνά, γνωστά επαναλαμβανόμενα έργα.

Υπενθυμίζουμε ότι στην καθημερινή πρακτική έχει επικρατήσει από πολλούς η συγχώνευση των δύο μεθόδων σε μία, την PERT-CPM . Εξάλλου μια παραλλαγή της PERT η PERT / COST εξετάζει συνδιασμούς χρόνου-κόστους με παρόμοιο τρόπο αυτού της CPM . Η ικανότητα παραλλαγής της PERT σε υπο-μεθόδους πιο εφαρμόσιμες στην καθημερινή πρακτική την κάνουν δημοφιλή σε πολλές ειδικές εργασίες. Οι υπο-μεθόδοι αυτοί καταφέρνουν να ρίξουν το κόστος εφαρμογής χρησιμοποιώντας μία μόνο εκτίμηση - των πιο πιθανών - παραμερίζοντας την πιθανολογική διερεύνηση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8ο

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Ο προγραμματισμός παραγωγής αποτελεί ένα πολύ σημαντικό για την υγιή λειτουργία μιας βιομηχανικής επιχείρησης. Είναι τόσο σημαντικός ώστε καταρτίζεται και από επιχειρήσεις που δεν είναι αμιγώς βιομηχανικές. Η μεγάλη σπουδαιότητα του προγραμματισμού παραγωγής συνίσταται στα μεγάλα προβλήματα που μπορεί να προκαλέσει αποσυντονισμός παραγωγής στη λειτουργία της επιχείρησης.

Εκτός από τις δυσλειτουργίες στην που προκαλεί η αδυναμία ελέγχου της παραγωγικής διαδικασίας, ο προγραμματισμός παραγωγής επηρεάζει άμεσα το κόστος λειτουργίας της επιχείρησης, υπ΄αριθμόν ένα παράγοντας - ας μη γελιόμαστε - για όλες τις επιχειρήσεις. Πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι παρόλη την πραγματικά πολύ μεγάλη αξία προγραμμάτων της επιχείρησης όπως π.χ. επενδύσεων, προώθησης, πωλήσεων κ.λ.π., είναι γεγονός ότι όλα τα προγράμματα προσαρμόζονται γύρω από την παραγωγή. Βέβαια τα τελευταία χρόνια η παραγωγική διαδικασία αναγκαστικά λόγω του μεγάλου ανταγωνισμού συνδέεται άμεσα με την αγορά και όλα τα προγράμματα Marketing της επιχείρησης. Αυτό όμως σε καμία περίπτωση δεν υποτιμά τη σημασία του προγραμματισμού παραγωγής. Απ' την στιγμή που καρτισθούν τα προγράμματα της επιχείρησης, στην πορεία το πρόγραμμα παραγωγής έχει τη μικρότερη ελαστικότητα σε μεταβολές και είναι πολύ δύσκολο να αναθεωρηθεί. Είναι πολύ πιο εύκολο να διαφοροποιηθεί το πρόγραμμα πωλήσεων ή επενδύσεων απ' ότι μια αναθεώρηση του προγράμματος παραγωγής. Για όλα αυτά ο προγραμματισμός παραγωγή - παρόλη τη δραματική αλλαγή της επιχειρησιακή φιλοσοφίας τις τελευταίες δεκαετίες - αποτελεί κύριο μέλημα μιας βιομηχανικής επιχείρησης.

Ο προγραμματισμός παραγωγής συνήθως στηρίζεται σε στοιχεία της προηγούμενης περιόδου καθώς και σε προβλέψεις πωλήσεων για τη νέα περίοδο. Σκοπός του είναι ο καθορισμός της σειράς παραγωγής των προϊόντων ανάλογα με τη προβλεπόμενη ζήτησή τους για κάθε μήνα (ή ακόμη εβδομάδα ή ημέρα). Επειδή ο προγραμματισμός πωλήσεων απαιτείται να ετεροχρονίζει την παραγωγή με τις πωλήσεις, βρίσκεται σε συνεχή επαφή με το τμήμα Marketing, προκειμένου να συμπεριλάβει τις στρατηγικές εισαγωγής νέων προϊόντων ή τη διείσδηση σε νέες αγορές. Κάθε φορά για μια νέα πολιτική marketing, ο προγραμματισμός παραγωγής αναθεωρείται ανάλογα ώστε να γίνει ο προγραμματισμός της απασχόλησης του τεχνικού εξοπλισμού και του ανθρώπινου δυναμικού, αφού βέβαια έχει ξεπεραστεί το πρόβλημα διάθεσης κεφαλαίων από τη Χρηματοοικονομική λειτουργία.

Όταν σχεδιάζεται ο προγραμματισμός παραγωγής απαιτείται η εύρεση κάποιας ακολουθίας επεξεργασίας n εργασιών με τέτοιο τρόπο ώστε να ικανοποιούνται κάποια κριτήρια αριστοποίησης. Τα κριτήρια αυτά μπορεί να είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους παραγωγής, η άριστη διαχείρηση των αποθεμάτων και ο συγχρονισμός για την ελαχιστοποίηση του κόστους διατήρησής τους, η ελαχιστοποίηση του χρονικού διαστήματος μεταξύ της αρχής της πρώτης εργασίας και του τέλους της τελετυταίας ή η ελαχιστοποίηση του κόστους αργοπορίας και των νεκρών χρόνων. Μια πρώτη ματικά δείχνει ότι ο προγραμματισμός παραγωγής είναι ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Όμως η χρονική αυστηρότητα μέσα στην οποία απαιτείται να εκτελούνται συγκεκριμένες εργασίες όπως και η σειρά προτερεότητας με την οποία επιβάλλεται να εκτελούνται, έχει αναγάγει το προγραμματισμό παραγωγής σε μια ειδική κατηγορία προβλημάτων γνωστά ως ακολουθιακά. Ουσιαστικά ο προγραμματισμός παραγωγής αποτελεί πρόβλημα γραμμικού και χρονικού προγραμματισμού, ταυτόχρονα.

Η διαδικασία προγραμματισμού και ελέγχου της παραγωγής αποτελείται από πέντε στάδια. Να σημειώσουμε ότι ο έλεγχος παραγωγής αποκλειστικά σκοπό έχει την τήρηση του σχεδιασμένου προγραμματισμού. Κατά τον καθορισμό της διαδρομής των προϊόντων στην παραγωγική διαδικασία επιδιώκεται ο προσδιορισμός των επεξεργασιών που απαιτείται να γίνουν όπως και ο τρόπος με τον οποίο θα πραγμοτοποιηθούν αυτές. Σε αυτό το στάδιο εντοπίζεται οι ποσότητες μηχανολογικού εξοπλισμού και ανθρώπινου δυναμικού που απαιτούνται καθορίζοντας παράλληλα τις προδιαγραφές του προϊόντος. Σκοπός είναι η επιλογή της "άριστης" διαδρομής εκτέλεσης των εργασιών. Κατά τον καθορισμό του χρονοπίνακα προσδιορίζεται ο χρόνος και τόπος επεξεργασίας του κάθε προϊόντος. Σκοπός του χρονοπίνακα είναι η μέγιστη δυνατή παραγωγή προϊόντων στη δεδομένη διαθέσιμη παραγωγική δυνατότητα του συστήματος και στον τρόπο που ο εξοπλισμός είναι χωροταξικά διαμορφωμένος. Σε αυτό το στάδιο ο προγραμματισμός παραγωγής συναντάει τα περισσότερα προβλήματα. Μετά το σχεδιασμό του χρονοπίνακα καθορίζεται η έναρξη λειτουργίας του συστήματος καθώς και τα μέρη που θα συμμετέχουν σε αυτή. Σκοπός είναι η ροή των πρώτων υλών και η συνεισφορά μηχανολογικού εξοπλισμού και ανθρώπινου δυναμικού να είναι ομαλή σύμφωνα με τον χρονοπίνακα. Κατά τη λειτουργία του συστήματος παραγωγής επιδιώκεται η συνεχής παρακολούθηση και έλεγχος για τον εντοπισμό των αποκλίσεων από το πρόγραμμα και τη λήψη διαρθρωτικών μέτρων. Ένας αποτελεσματικός έλεγχος της παραγωγής εντοπίζει έγκαιρα τις προσαρμογές που χρειάζονται να γίνουν προκειμένου να υπάρχει χρόνος για την ανάλυση των αιτιών απόκλισης και τη λήψη κατάλληλων αποφάσεων που αναθεωρούν τον χρονοπίνακα χωρίς των απώλεια του συγχρονισμού με τις άλλες λειτουργίες της επιχείρησης. Τελικός στόχος του προγραμματισμού παραγωγής είναι η συμβολή του στα κέρδη της επιχείρησης να είναι η μέγιστη δυνατή. Σε στενή συνεργασία με τις άλλες λειτουργίες της επιχείρησης η παραγωγική διαδικασία σκοπεύει στην κατασκευή του καλύτερου δυνατού ανταγωνιστικού προϊόντος με το ελάχιστο δυνατό κόστος.

Όταν επιδιώκεται ο προγραμματισμός των μέσων παραγωγής (μηχανολογικός εξοπλισμός, ανθρώπινο δυναμικό) κατά τεκμήριο υπάρχουν δύο εμπόδια. Η μορφή της εφαρμοζόμενης παραγωγικής διαδικασίας (είτε συνεχής είτε με σημεία παύσης) καθώς επίσης το είδος και οι προδιαγραφές κατασκευής του παραγόμενου προϊόντος (είτε απλό είτε πολύπλοκα κατασκευαζόμενο). Οι δύο αυτοί παράγοντες θα καθόρισουν τον τρόπο τμηματοποίησης των εργασιών καθώς και το είδος των μέσων παραγωγής. Από εκεί και πέρα είναι θέμα διατύπωσης του προβλήματος και επίλυσής του.

Συνήθως τα προβλήματα προγραμματισμού παραγωγής αφορούν την κατανομή n εργασιών σε m διαφορετικές μηχανές του μηχανολογικού εξοπλισμού. Για κάθε τέτοια κατανομή αντιστοιχούν $(n!)^m$ διαφορετικοί συνδιασμοί αντιστοίχησης. Πρόκειται για ένα πρόβλημα συνδιαστικής βελτιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος. Αυτό επιτυγχάνεται με απαρίθμηση κάθε πιθανού συνδιασμού και επιλογή του άριστου. Όμως όπως είδαμε οι συνδιασμοί αυτοί είναι ένας πολύ μεγάλος αριθμός $(n!)^m$, που κάνει πρακτικά αδύνατη την απαρίθμησή τους έναν έναν για την επιλογή του βέλτιστου. Αν και θεωρητικά η μέθοδος της απαρίθμησης μπορεί να λύσει οποιδήποτε πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής άρα είναι η ιδιώδης μέθοδος, ακόμη και με τη χρήση Η/Υ χρειάζεται πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα η διαδικασία εντοπισμού της άριστης λύσης. Άρα η μέθοδος αυτή δεν μπορεί να εφαρμοστεί πρακτικά. Για τα προβληματα προγραμματισμού παραγωγής έχουν αναπτυχθεί κάποιες μέθοδοι για συγκεκριμένα προβλήματα προγραμματισμού παραγωγής. Αυτό που θα πρέπει να καθορίζεται σε κάθε πρόβλημα είναι ο σκοπός που επιδιώκεται (π.χ. ελαχιστοποίηση κόστους, αργοπορίας κ.λ.π.). Ένα άλλο που πρέπει να εξετάζεται είναι οι συνθήκες της παραγωγής και ο τρόπος με τον οποίο εκτελούνται οι εργασίες.

Ένα τυπικό πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής είναι η ελαχιστοποίηση του χρόνου διεκπεραίωσης n εργασιών σε m μηχανές όπου $n = \Delta_1, \Delta_2, ..., \Delta_n$ και $m = M_1, M_2, ..., M_m$. Σκοπός είναι η πραγμοατοποίηση όλων των εργασιών με τον ελάχιστο δυνατό χρόνο. Όταν η μηχανή επεξεργασίας εργασιών είναι μία, τότε το πρόβλημα είναι εξαιρετικά απλούστατο αφού ο χρόνος πραγματοποίησης της εργασίας ισούτε με το άθροισμα των επί μέρους χρόνων επεξεργασίας. Για προβλήματα με περισσότερες από δύο μηχανές και εργασίες έχουν αναπτυχθεί διάφορες τεχνικές για συγκεκριμένες κάθε φορά περιπτώσεις.

1) ΤΕΧΝΙΚΗ GANTT

Η τεχνική Gantt θεωρείται από τις πιο απλές και εύχρηστες τεχνικές σχεδιάσεως προγραμματισμού παραγωγής - και άλλων λειτουργιών της επιχείρησης - και αναπτύχθηκε από τον Henry Gantt . Περιγραφικά μπορούμε να πούμε ότι με τη μέθοδο αυτή περιγράφονται οι δραστηριότητες, ο χρόνος προγραμματισμού, η σειρά εκτέλεσης των δραστηριοτήτων και ο χρόνος πραγματοποίησης αυτών. Επίσης, η μέθοδος καθορίζει τους "φορείς" εκτέλεσης κάθε δραστηριότητας και τον τρόπο εκτέλεσης των δραστηριοτήτων (παράλληλες, επάλληλες κ.λ.π.). Με τη μέθοδο αυτή γίνεται δυνατός ο εντοπισμός αποκλίσεων αφού σε κάθε δραστηριότητα καθορίζονται προγραμματισμένοι και πραγματοποιηθέντοι χρόνοι εκτέλεσης και περάτωσης. Άρα το πρόγραμμα ελέγχου μπορεί να είναι ελαστικό σε διαφοροποιήσεις.

Το κλασσικό "υπόδειγμα" Gantt στον προγραμματισμό παραγωγής είναι το πρόβλημα δύο δραστηριοτήτων (εργασιών) (Δ_1, Δ_2) σε δύο μηχανές (M_1, M_2). Το πρόβλημα αυτό επιλύεται με τη βοήθεια των διαγραμμάτων Gantt . Συνήθως σε κάθε πραγματική περίπτωση καταρτίζεται ένας πίνακας δεδομένων χρόνων επεξεργασίας των δραστηριοτήτων Δ_1, Δ_2 στις μηχανές M_1, M_2. Κάθε δραστηριότητα πρέπει να περάσει πρώτα από τη μηχανή M_1 και μετά από τη μηχανή M_2. Σκοπός είναι η ελαχιστοποίηση του χρόνου ολοκλήρωσης όλων των εργασιών. Όπως είναι κατανοητό το πρόβλημα είναι απλό αφού υπάρχουν δύο περιπτώσεις πραγματοποίησης της παραγωγής. Η μία είναι να γίνει πρώτα η εργασία Δ_1 και μετά η Δ_2 και η άλλη περίπτωση να γίνει πρώτα η Δ_2 και μετά η Δ_1. Κατασκευάζοντας ένα διάγραμμα Gantt για κάθε περίπτωση εκτέλεσης εργασιών (μηχανές σε χρόνο πραγματοποίησης εργασιών), επιλέγεται η περίπτωση με το μικρότερο χρόνο εκτέλεσης.

2) ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ JOHNSON

Η αδυναμία της τεχνικής Gantt να επιλύσει ακολουθιακά προβλήματα προγραμματισμού παραγωγής για περισσότερες από δύο μηχανές και δραστηριότητες, οδηγεί στην ανάγκη χρησιμοποίησης πιο αναπτυγμένων μεθόδων. Ο αλγόριθμος Johnson χρησιμοποιώντας ειδικά βήματα επιλύει προβλήματα προγραμματισμού παραγωγής συγκεκριμένου αριθμού μηχανών ή εργασιών. Ένα κλασσικό πρόβλημα είναι η παραγωγή για n εργασίες $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_n$ μέσω δύο μηχανών M_1, M_2. Ας υποθέσουμε ότι οι χρόνοι επεξεργασίας της εργασίας Δ_i είναι a_i για τη μηχανή M_1 και β_i για τη μηχανή M_2. Οι εργασίες πρέπει να επεξεργασθούν πρώτα στη μηχανή M_1 και έπειτα στη μηχανή M_2 με το μικρότερο συνολικό χρόνο πραγματοποίησης. Ο αλγόριθμος Johnson για την επίλυση του προβλήματος ακολουθεί τα εξής βήματα: Εντοπίζεται ο μικρότερος χρόνος επεξεργασίας από τους $a_1, a_2, \ldots, a_n$ και $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$. Για περισσότερους από ένα μικρότερους χρόνους, επιλέγεται ένας οποιοσδήποτε εξ' αυτών. Στην περίπτωση που ο μικρότερος χρόνος επεξεργασίας είναι ο a_r τότε η r εργασία εκτελείτε πρώτη ενώ αν είναι ο β_r τότε η r εργασία εκτελείτε τελευταία. Μετά την εκτέλεση της εργασίας οι χρόνοι a_r, β_r διαγράφονται από τη λίστα χρόνων επεξεργασίας. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για όλες τις εργασίες που απομένουν, μέχρι να εκτελεστούν όλιες οι εργασίες. Έτσι επιτυγχάνεται η ελαχιστοποίηση του χρόνου πραγματοποίησης από την έναρξη της πρώτης εργασίας μέχρι τη λήξη της τελευταίας.

Ο αλγόριθμος Johnson όμως μπορεί και επιλύει προβλήματα προγραμματισμού παραγωγής όχι μόνο για εργοστάσιο ροής εκτέλεσης εργασιών όπου όλες οι εργασίες περνάνε πρώτα από μία μηχανή και μετά από μία άλλη, αλλά και για στατικό εργοστάσιο παραγωγής. Σε ένα στατικό εργοστάσιο οι εργασίες κατανέμονται σε τέσσερις πιθανούς συνδιασμούς εκτέλεσης (για δύο μηχανές). Εργασίες που επεξεργάζονται μόνο στη μηχανή M_1, εργασίες που επεξεργάζονται μόνο στη μηχανή M_2, εργασίες που χρειάζεται να επεξεργασθούν πρώτα στη μηχανή M_1 και μετά στη μηχανή M_2 και εργασίες που χρειάζεται να επεξεργασθούν πρώρα στη μηχανή M_2 και μετά στη μηχανή M_1. Με στόχο και πάλι την ελαχιστοποίηση του χρόνου επεξεργασίας ο αλγόριθμος Johnson ακολουθεί τα εξής βήματα: Κατατάσσονται οι εργασίες σύμφωνα με τον αλγόριθμο που περιγράψαμε προηγούμενα στις μηχανές $\{M_1, M_2\}$ και προκύπτει η αλληλουχία A_{12} και στη συνέχεια γίνεται η κατάταξη στις μηχανές $\{M_2, M_1\}$ προκύπτοντας η αλληλουχία A_{21}. Στη συνέχεια οι εργασίες κατάσσονται με οποιαδήποτε τρόπο στη μηχανή $\{M_1\}$ προκύπτοντας η αλληλουχία A_1 και στη μηχανή $\{M_2\}$ προκύπτοντας η αλληλουχία A_2. Το άριστο πρόγραμμα που προκύπτει προτείνει επεξεργασία στη μηχανή M_1 πρώτα των εργασιών της A_{12}, μετά της A_1 και τέλος της A_{21} ενώ στη μηχανή M_2 πρώτα οι εργασίες της A_{21}, μετά της A_2 και τέλος της A_{12}. Απαιτείται συνεχής λειτουργία των δύο μηχανών προκειμένου να μην αυξάνεται ο χρόνος ολοκλήρωσης διότι σε διαφορετική περίπτωση συσσωρεύονται εργασίες που πρέπει να ολοκληρωθούν στη μηχανή που είναι εκτός λειτουργίας.

Ο αλγόριθμος Johnson μπορεί να λύσι ανάλογα προβλήματα και για τρείς μηχανές μόνο που οι υπολογισμοί γίνονται πιο περίπλοκοι και απαιτείται για υπολογιστικούς λόγους εισαγωγή εικονικών μηχανών και χρόνων εκτέλεσης εργασιών. Τέλος να αναφέρουμς ότι για m είναι δυνατός ο προγραμματισμός παραγωγής διαγραμματικά με την τεχνική Gantt . Αντίθετα με τον αλγόριθμο Johnson οι εικονικοί χρόνοι και μηχανές πολλαπλασιάζονται προοδευτικά, κάνοντας πολύπλοκους τους υπολογισμούς.

Μια παραλλαγή του αλγόριθμου Johnson είναι ο κανόνας του μικρότερου χρόνου επεξεργασίας. Η φιλοσοφία αυτής της μεθόδου είναι πως η άριστη αλληλουχία εκτέλεσης των εργασιών είναι αυτή που επιτυγχάνει το μικρότερο μέσο χρόνο αναμονής για κάθε εργασία, μέχρι αυτή να εκτελεσθεί. Αν οι εργασίες $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_n$ έχουν χρόνους κατεργασίας $\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n$ και ο χρόνος αποπεράτωσης της Δ_i είναι a_i, για ελαχιστοποίηση της $\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$ οι εργασίες κατατάσσονται με τέτοιο τρόπο ώστε η Δ_i να επεξεργάζεται πριν τη Δ_j για $\delta_i < \delta_j$. Σε περίπτωση ισότητας ($\delta_i = \delta_j$) η σειρά εκτέλεσης είναι αδιάφορη.

3) ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ LAWLER

Άλλη μία μέθοδος ελαχιστοποίησης χρόνου εκτέλεσης εργασιών είναι ο αλγόριθμος Lawler . Το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι η πολυπλοκότητα των υπολογισμών και η ειδική αλγεβρική αντιμετώπιση κάθε περίπτωσης. Όμως η ικανότητα της μεθόδου να συγχρονίζει μεγάλο αριθμό εργασιών και μηχανών όπως και η μεγάλη προσαρμοστικότητά της σε ειδικά προβλήματα προγραμματισμού παραγωγής και όχι μόνο, την έχει κάνει προσιτή σε πολλές περιπτώσεις.

Η θεωρία του αλγόριθμου Lawler έχει έχει ως εξής: Ας υποθέσουμε ότι πρέπει να πραγματοποιηθούν εργασίες $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_n$. Για κάθε μία εργασία i ορίζονται τα μεγέθη: δ_i η χρονική διάρκεια επεξεργασίας της Δ_i , γ_i η προγραμματισμένη χρονική στιγμή ολοκλήρωσης της Δ_i , a_i η πραγματική στιγμή ολοκλήρωσης της Δ_i , A_i η αργοπορία της εργασίας Δ_i $\left(A_i = a_i - \gamma_i\right)$ και B_i η βραδύτητα της δουλειάς Δ_i $\left(B_i = \max\{0, a_i - \gamma_i\}\right)$.

Αν $a_i > \gamma_i$ τότε $A_i = B_i = a_i - \gamma_i$

Αν $a_i' < \gamma_i$ τότε $A_i' = a_i' - \gamma_i < 0 \ \& \ B_i = 0$

Αν $a_i = \gamma_i$ τότε $A_i = 0, \ B_i = 0$

Ο αλγόριθμος Lawler σκιαγραφείτε στο παρακάτω διάγραμμα (Σχ. 46):

Εφαρμόζοντας τον κανόνα μικρότερου χρόνου επεξεργασίας, ελαχιστοποιείται η ποσότητα: $\bar{a} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} a_i$ όπου το a_i είναι ο χρόνος ολοκλήρωσης της εργασίας i . Η δε μέση αργοπορία $\overline{A}$ ελαχιστοποιείται:

$$\overline{A} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} A_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(a_i - \gamma_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\gamma_i = \overline{a} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\gamma_i$$

Συνεπώς η ποσότητα $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\gamma_i$ είναι σταθερά, αφού η ελαχιστοποίηση του a έχει άμεση συνέπεια την ελαχιστοποίηση της μέσης αργοπορίας $\overline{A}$.

Τα παραπάνω εκφράζουν την εισαγωγική επεξεργασία του αλγόριθμου Lawler σε κάθε πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής. Σε κάθε ειδικό πρόβλημα, ο αλγόριθμος Lawler αναπτύσσεται ανάλογα χρησιμοποιώντας πολλά στοιχεία της άλγεβρας και τη δικτυωτής ανάλυσης. Μεγάλη σημασία έχει το που θα στηριχθεί ο αλγόριθμος για να κατηλήξει σε λύση. Παρόλη την ευρεία του χρήση λόγω της μεγάλης του προσαρμοστικότητας, ο αλγόριθμος Lawler μπορεί να καταντήσει δύσχρηστος από πολύπλοκους υπολογισμούς και πολλά κρίσιμα "μαθηματική διλλήματα" που μπορούν να εμφανιστούν στο δρόμο προς την άριστη λύση.

4) ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ SMITH

Πολλά πρακτικά προβλήματα προγραμματισμού παραγωγής εκτός από τον αλγόριθμο Lawler μπορούν να επιλυθούν καλύτερα με τον αλγόριθμο Smith. Η μέθοδος αυτή ελαχιστοποιεί το $\overline{a} = \sum_{i=1}^{n} a_i$ όπου το a_i αντιπροσωπεύει τη χρονική στιγμή ολοκλήρωσης της δραστηριότητας Δ_i με επεξεργασία σε μία μηχανή M_1. Αν Ε είναι το σύνολο των δραστηριοτήτων (εργασιών) που είναι δυνατόν να εκτελεστούν τελευταίες χωρίς παράλληλα να συμβεί η παραμικρή καθυστέρηση $\gamma_i \geq \delta = \sum_{i=1}^{n}\delta_i \big)$, τότε επιλέγεται η δραστηριότητα (Δ_K) με το μεγαλύτερο χρόνο δραστηριότητας να εκτελεσθεί τελευταία. Διαγράφοντας τη Δ_K η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρις ότου ευρεθεί εκείνη η δραστηριότητα που θα εκτελεστεί πριν την τελεταία. Έτσι τοποθετείται τελευταία μια δραστηριότητα που δεν θα καθυστερήσει έχοντας παράλληλα το μεγαλύτερο χρόνο επεξεργασίας.

Κατά την εφαρμογή του αλγόριθμου Smith σχηματίζεται ένας πίνακας (χρονοπίνακας), όπου δείχνει τις σε κάθε χρονική στιγμή δραστηριότητες που εκτελούνται, που έχουν προγραμματισθεί να εκτελεστούν και που καθυστερεί η εκτέλεσή τους. Σε κάθε γραμμή του πίνακα προγραμματίζεται η εργασία με το μεγαλύτερο χρόνο επεξεργασίας. Το "άριστο" $\overline{a}$ είναι το άθροισμα της εκάστοτε στήλης δ διαιρούμενο δια τον αριθμό των δραστηριοτήτων. Η τελευταία στήλη του πίνακα μας πληροφορεί για τη βέλτιστη ακολουθία των δραστηριοτήτων.

5) ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Η κατ' εξοχήν μέθοδος προγραμματισμού παραγωγής είναι ο γραμμικός προγραμματισμό. Μπορούμε να πούμε ότι είναι και η καταλληλότερη τεχνική για τον προγραμματισμό παραγωγής. Με τη μόνη διαφορά ότι για να επιτευχθεί παράλληλα με την ελαχιστοποίηση του κόστους παραγωγής. η ελαχιστοποίηση του κόστους παραγωγής η ελαχιστοποίηση του χρόνου εκτέλεσης των εργασιών, απαιτείται ο συντονισμός του γραμμικού προγραμματισμού με τον χρονικό προγραμματισμό. Οι δύο αυτές τεχνικές συνδιαζόμενες σωστά προσφέρουν άριστο προγραμματισμό και έλεγχο παραγωγής. Η εφαρμογή γραμμικού και χρονικού προγραμματισμού στην ανάλυση συστημάτων παραγωγής βρήσκει την ευρεία εφαρμογή θερωτικών προβλημάτων λόγω των πολλών πλεονεκτημάτων που παρέχουν, γνωστά από τη θεωρία αυτών των δύο τεχνικών.

Ο γραμμικός και ο χρονικός προγραμματισμός μπορούν να ελέγξουν οποιοδήποτε σύστημα παραγωγής. Υπάρχουν όμως ειδικά συστήματα παραγωγής που δεν αντιδρούν καλά σε έλεγχο απο το γραμμικό προγραμματισμό, απαιτώντας απόλυτα ακριβείς μονάδες παραγωγής. Αυτό συνήθως συμβαίνει σε συστήματα παραγωγής ειδικών προϊόντων που χρειάζονται πολύ χρόνο επεξεργασίας και κατασκευής. Σε αυτές τις περιπτώσεις μπορεί να δωθεί ιδανική λύση από συνδιασμό γραμμικού και ακέραιου προγραμματισμού. Όταν συμβαίνει αυτό το σύστημα έχει λίγο διαφορετική μορφή από την γνωστή μορφή που ξέρουμε και διαμορφώνεται ως εξής: Εργασίες $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_n$ που επεξεργάζονται σε μηχανή M_1 έχουν διάρκεια επεξεργασίας η κάθε μία Δ_i, χρόνο δ_i. Η χρονική στιγμή έναρξης της παραγωγής είναι η x_i. Αν η Δ_j προηγείται της Δ_i, τότε $x_j + \delta_j \leq x_i$. Αν η Δ_i προγείται της Δ_j, τότε $x_i + \delta_i \leq x_j$. Έτσι οι δύο τιμές μπορούν να παρθούν από:

$$y_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{Αν } \Delta_j \text{ προηγείται της } \Delta_i \\ 1 & \text{Αν } \Delta_i \text{ προηγείται της } \Delta_j \end{cases}$$

Υπάρχει πιθανότητα μόνο μία από τις δύο συνθήκες περιορισμώ να ισχύουν:α) $M y_{ij} + (x_i - x_j) \geq \delta_i$ ή β) $M(1 - y_{ij}) + (x_j - x_i) \geq \delta_i$. Για $y_{ij} = 0$ η Δ_j εκτελείτε πριν τη Δ_i, δεν ισχύει ο β περιορισμός και ο α διαμορφώνεται σε $x_i \geq x_j + \delta_j$. Αν $y_{ij} = 1$ ο α δεν ισχύει και β διαμορφώνεται σε $x_j \geq x_i + a_i$. Το σύστημα παραγωγής ολοκληρώνει τις εργασίες σε χρόνο γ_i όπου $x_j + \delta_j \leq \gamma_i$.

Αναμφισβήτητα ο έλεγχος παραγωγής με γραμμικό και χρονικό πραγραμματισμό είναι ιδανικός. Ο μεγάλος όμως αριθμός περιορισμών και μεταβλητών που απαιτούνται για την απεικόνιση του προβλήματος, κάνει δυσχερέστατη πολλές φορές την εφαρμογή σε πραγματικά προβλήματα. Αρκεί να αναφερθεί ότι κάθε πρόβλημα προγραμματισμού παραγωγής m εργασιών και n μηχανών απαιτεί $mn + m\dfrac{n(n-1)}{2}$ μεταβλητές και $(m-1)n + 2m\dfrac{n(n-1)}{2}$ περιορισμούς. Η χρήση Η/Υ και η μέθοδος διαμερισμού μπορεί να "φλτράρει" το σύστημα διαμορφώνοντάς το σε ανεκτό για πρόβλημα γραμμικού και χρονικού προγραμματισμού. Όπου δεν είναι δυνατόν αυτό, αναγκαστικά προτιμάται διαφορετική μέθοδος προγραμματισμού παραγωγής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9ο

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΩΛΗΣΕΩΝ

Ένα σύνηθες δίλλημα του Merketing Management μιας επιχείρησης είναι ο τρόπος κατασκευής και σχηματισμού των επιμέρους προγραμμάτων. Η κύρια αμφιβολία είναι συνήθως για την επιλογή ενός εκ των προγραμματισμού πωλήσεων και παραγωγής που πρέπει να σχηματιστεί πρώτος και στη συνέχεια να προσαρμοστούν ανάλογα όλοι οι άλλοι. Έχει αποδειχτεί ότι επιχειρήσεις που δίνουν το μεγαλύτερο βάρος σε έναν από τους δύο προγραμματισμούς συνήθως οδηγούνται σε καταστροφικά αποτελέσματα.

Σίγουρα ένα ήδη σχηματισμένο πρόγραμμα παραγωγής είναι πολύ δύσκολο, λόγω περιορισμών κόστους, να αναθεωρείται εύκολα. Σε καμία περίπτωση όμως η επιχείρηση δεν πρέπει να ξεκινάει τον προγραμματισμό της έχοντας για αφετηρία την παραγωγή. Σε κάθε περίπτωση είναι αρμοδιότητα του Marketing Management της επιχείρησης να καθορίσει στόχους και όρια μέσα στα οποία θα κινηθεί ο επιχειρησιακός προγραμματισμός. Και απαιτείται στενή αρμονική συνεργασία όλων των τμημάτων για να στεφθεί από επιτυχία ένα επιχειρησιακό πρόγραμμα.

Έχει καθιερωθεί η παραδοχή ότι ο προγραμματισμό πηγάζει από την πρόβλεψη των πωλήσεων και ότι ο στόχος του προγραμματισμού είναι να επιμερίζει τους πόρους της επιχείρησης με τέτοιο τρόπο ώστε να επιτευχθούν οι προσδοκώμενες πωλήσεις. Ήδη έχουμε αναφερθεί με λεπτομέρια στις τεχνικές προβλέψεων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να επιτευχθεί μια όσο το δυνατόν καλύτερη πρόβλεψη. Από την πρόβλεψη των πωλήσεων θα προκύψουν τα επόμενα βήματα που θα επανδρώσουν τον επιχειρησιακό προγραμματισμό. Τα βήματα αυτά είναι:

1) Ο προγραμματισμός παραγωγής θα καταρτιστεί βάσει των προβλέψεων των πωλήσεων. Επιβάλλεται και η διενέργεια μακροχρόνιων προβλέψεων για την ομαλή διάθεση κεφαλαίου στην παραγωγή. Οι σχέσεις τμήματος παραγωγής και πωλήσεων επιβάλλεται να είναι στενές για να εντοπίζονται έγκαιρα οι επιθυμίες και προσδοκίες των καταναλωτών για το προϊόν.

2) Από το τμήμα παραγωγής θα δοθούν οι εντολές αγορά πρώτων υλών καθώς και οι ζητούμενοι πόροι για την επίτευξη της παραγωγής. Έτσι θα σχηματιστεί το κόστος παραγωγής που θα καθορίσει την τιμολόγηση του προϊόντος καθώς και το σχηματισμό των επί μέρους προϋπολογισμών της επιχείρησης.

3) Ανάλογα θα υπολογιστούν οι ανάγκες προσωπικού στην παραγωγή και οτιδήποτε απαραίτητο σε όλα τα άλλα τμήματα της επιχείρησης.

4) Το τμήμα χρηματοοικονομικής θα σχηματίσει όλους τους προϋπολογισμούς και την κοστολόγηση του προϊόντος. Η Λογιστική λειτουργία θα μπορέσει να προϋπολογίσει τα μελλοντικά έξοδα, έσοδα και κέρδη. Ανάλογα θα υπολογιστούν οι αποσβέσεις των πάγιων στοιχείων και οι μελλοντικές ανάγκες κεφαλαίου.

5) Οι προβλέψεις των πωλήσεων αποτελεί βαρόμετρο για τη δράση του τμήματος έρευνας και ανάπτυξης νέων προϊόντων (R & D). Οποιαδήποτε διαγραφόμενη τάση των προβλεπόμενων πωλήσεων αποτελεί ένδειξη ανάλογα για την ικανοποίηση των καταναλωτών από τα υπάρχοντα προϊόντα

ή προβληματισμό και επιθυμία για διαφοροποίηση ή ανάπτυξη νέων προϊόντων.
6) Το Marketing Management της επιχείρησης επιζητά τις προβλέψεις για το σχηματισμό των επι μέρους επιχειρησιακών προγραμμάτων και την σε σωστό χρόνο αναζήτηση κεφαλαίου, προσωπικού κ.λ.π. Από τις προβλέψεις των πωλήσεων ξεκινάει ο επιχειρησιακός προγραμματισμός και στη συνέχεια προσαρμόζονται τα επι μέρους προγράμματα.

Η φιλοσοφία που αναπτύχθηκε είναι πέρα για πέρα σωστή αν κανείς ορθολογικά ασπαστεί το δόγμα: "Αν δεν πωλήσουμε δεν υπάρχει λόγος να παράγουμε". Πραγματικά ο μηχανισμός εισαγωγής-εξαγωγής πόρων (cash flow) της επιχείρησης από τον οποίο εξαρτάται η κερδοφορία της, είναι επακόλουθο την πραγματοποιηθέντων πωλήσεων. Συγκεκριμένα ο προϋπολογισμός των πωλήσεων θεωρείται ότι είναι τα συνολικά έσοδα που προσδοκώνται από τα πωλούμενα προϊόντα της επιχείρησης, και αυτό επιδρά άμεσα στον προσανατολισμό όλων των άλλων δραστηριοτήτων της επιχείρησης. Συνεπώς ο προϋπολισμός πωλήσεων σχηματίζεται απ'ευθείας μετά τις προβλέψεις των πωλήσεων.

Μπορεί συνεπώς να διατυπωθεί ότι ο προϋπολογισμός πωλήσεων είναι η αφετηρία της διαδικασίας σχηματισμού προϋπολογισμών στην επιχείρηση διότι όλες οι άλλες δραστηριότητες της επιχείρησης εξαρτώνται από τις πωλήσεις και τα συνολικά προσδοκώμενα έσοδα από τη σειρά των προϊόντων που η επιχείρηση πωλεί. Ο προϋπολογισμός αυτός επιδρά άλλες λειτουργικές περιοχές της επιχείρησης όπως η χρηματοοικονομική και η παραγωγή διότι και οι δύο δραστηριότητες εξαρτώνται άμεσα από τις πωλήσεις. Το παρακάτω σχήμα δείχνει τον τρόπο διάρθωσης των προϋπολογισμών της επιχείρησης. Από τον προϋπολογισμό πωλήσεων θα σχηματιστεί ο προϋπολογισμός του τμήματος πωλήσεων, ο προϋπολογισμός παραγωγής και όλοι οι άλλοι προϋπολογισμοί της επιχείρησης. Κάθε προϋπολογισμός περιλαμβάνει: ο προϋπολογισμός τμήματος πωλήσεων το κόστος διανομής (merchandising) και προώθησης του προϊόντος, ο προϋπολογισμός παραγωγής το κόστος παραγωγής του προϊόντος και οι άλοι προϋπολογισμοί διοίκησης όλα τα άλλα επιμέρους κόστη (προσωπικού, χρηματοοικονομικής-επενδύσεων κ.λ.π.) που είναι απαραίτητοι για την υποστήριξη των δύο άλλων λειτουργιών (Σχ. 47):

Συνεπώς ο προϋπολογισμός πωλήσεων είναι το έσοδο (πρόσοδος) της επιχειρήσης και των άλλων προϋπολογισμών που απεικονίζουν έξοδα πραγματοποιηθέντα για να επιτευχθούν αυτές οι πωλήσεις. Οι προϋπολογισμοί εισροών-εκροών και κερδών σχηματίζονται έχοντας για έσοδά τους τις πωλήσεις. Αναμφισβήτητα κάθε επιχείρηση "ξοδεύει" σε δραστηριότητες για να επιτύχει τις πωλήσεις που προσδοκά. Χωρίς τις πωλήσεις οι υπόλοιπες δραστηριότητες δεν είναι δυνατόν να εξακολουθήσουν να υπάρχουν αλλά και παράλληλα χωρίς τις άλλες δραστηριότητες δεν μπορούν να επιτευχθούν αυτές οι πωλήσεις.

Κάθε επιχείρηση επιβάλλεται να πραγματοποιήσει ένα προγραμματισμό πωλήσεων. Συνήθως αυτός ο προγραμματισμός τείνει να είναι ο πιο επιδραστικός για την επιχείρηση. Ο πραγραμματισμός πωλήσεων ποικίλλει από επιχείρηση σε επιχείρηση. Οι επιχειρήσεις με μεγάλες πωλήσεις συνήθως έχουν επίσημες προγραμματισμένες αποφάσεις ή ακόμη ειδικά τμήματα πωλήσεων επανδρωμένα με ικανά στελέχη και ηγετικά στελέχη από διαφορετικά τμήματα που συμμετέχουν στην προγραμματική διαδικασία. Αντίθετα, οι μικρότερες επιχειρήσεις συνήθως προγραμματίζουν με ένα ανεπίσημο τρόπο και προγραμματισμός των πωλήσεων μπορεί να εντοπισθεί μόνο στα "κεφάλια κάποιων ηγετικών στελεχών". Έτσι ή αλλιώς ο προγραμματισμός των πωλήσεων μπορεί να βοηθήσει μια επιχείρηση να αποφύγει ή έστω να μειώσει ανεπαρκείς και "σπάταλες" δραστηριότητες και να συγχρονίσει καλύτερα τις προσπάθειές της για την επίτευξη των προσδοκόμενων στόχων.

Κατά τον προγραμματισμό των πωλήσεων μια επιχείρηση πρέπει να καθορίσει σκοπούς και στόχους, να ορίσει πολιτικές, να εγκαταστήσει διαδικασίες, να επινοήσει στρατηγικές, να κατευθύνει τακτικές και τέλος να σχεδιάσει ελέγχους. Αυτά είναι τα απαραίτητα συστατικά ενός επιτυχημένου προγράμματος πωλήσεων.

Κάθε πρόγραμμα πωλήσεων έχει ανάγκη από ξεκάθαρα διατυπωμένους σκοπούς και στόχους. Οι σκοποί θεωρούνται κάτι σαν γενικοί μακροχρόνιοι προορισμοί ενόσω οι στόχοι (objectives) είναι συγκεκριμένα αποτελέσματα επιθυμητά σε ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα που συνήθως είναι ίδιο με αυτό που καλύπτει ο προγραμματισμός πωλήσεων. Συνήθως οι στόχοι μεταφράζονται σε τρημηνιαίο όγκο πωλήσεων ανά αγορές στόχοι ή σειρές αφορών, σε μερίδιο αγοράς, επιστροφή αποσβέσεων πάγιων στοιχείων (ROAM), έσοδα ανά πωλούμενο προϊόν, τζίρο πωλήσεων των εμπορευμάτων, εισπρακτέους και πληρωτέους λογαριασμούς ή αποδοτικότητα προσωπικού. Χωρίς ξεκάθαρους σκοπούς και στόχους ένα πρόγραμμα πωλήσεων μπορεί να μην είναι λειτουργικό και να καταντάει ακόμη και αντιφατικό.

Μια τεχνική που χρησιμοποιείται από την πλειοψηφία των επιτυχημέων επιχειρήσεων για να βελτιώσει την αποτελεσματικότητα των πωλήσεών τους, να αναπτερώσει το ηθικό τους και να συνδιάζει τους στόχους του ξεχωριστού στελέχους και πωλητή της επιχείρησης με εκείνους της επιχείρησης είναι η Διοίκηση Βασει Στόχων (Managememt By Objectives - MBO). Τέσσερα στάδια καθορίζουν την τεχνική MBO. Πρώτον ο καθορισμός μηνιαίων και ετήσιων σκοπών, δεύτερον η μεθοδική μέτρηση των αποτελεσμάτων, τρίτον ο καθορισμός των αιτίων των σημαντικών αποκλίσεων και τέταρτον οι απαραίτητες διορθώσεις για την σύγκλιση σκοπών και αποτελεσμάτων. Αυτό μπορεί να απαιτεί την αναθεώρηση υπάρχοντων προγραμμάτων ή ακόμη την αλλαγή σκοπών και στόχων. Η διαδικασία απεικονίζεται διαγραμματικά (Σχ. 48):

Μέσω του MBO κάθε στέλεχος των πωλήσεων διαπραγματεύται με τον διευθυντή πωλήσεων και συμφωνεί στην υπογραφή ενός συμβολαίου που ορίζει κοινούς στόχους και στρατηγικές για την πραγματοποίηση των στόχων. Για να επιτευχθεί αυτό απαιτείται στενή και αρμονική συνεργασία κατώτερων και ανώτερων στελεχών. Σε πολλές επιχειρήσεις ο προγραμματισμός πωλήσεων επιβάλλεται να προετοιμάζει ένα ετήσιο πρόγραμμα προώθησης-διανομής ανά περιοχή, περιστοιχίζοντας την στρατηγική της επιχείρησης για την προσέλκυση νέων πελατών και την αύξηση των πωλήσεων σε υπάρχοντες πελάτες. Η καθοδήγηση των πωλητών από τα ανώτερα στελέχη και η ενημέρωση των στελεχών για τις συνθήκες αγορά από τους πωλητές αν λειτουργήσει αρμονικά θα επιφέρει αμοιβαία ικανοποίηση των στόχων και των δύο μερών. Και τελικά ικανοποίηση των στόχων της επιχείρησης.

Προκαθορισμένες προσεγγίσεις για τον χειρισμό καθημερινών ζητημάτων ή επαναλαβανόμενων καταστάσεων οι οποίες ενεργούν επιδραστικά και αποτελεσματικά, λέγονται πολιτικές. Οι πολιτικές καθιστούν τα στελέχη σε κατάλληλη θέση να αποφεύγουν στην απάντηση παρόμοιων αποριών σε συνεχή βάση και στην εστίαση περισσότερο κρίσιμων προβλημάτων αποφάσεων όπως ο στρατηγικός προγραμματισμός πωλήσεων. Οι λεπτομερείς αναφορές ειδικών βημάτων για την εκτέλεση μιας δραστηριότητας λέγονται διαδικασίες. Για την παροχή στους καταναλωτές ενός νέου προϊόντος χρειάζεται η ξεκάθαρη πιστή εφαρμογή συγκεκριμένων βημάτων και διαδικασιών που θα διασφαλίχουν την τήρηση των απαιτούμενων ενεργειών για την επίτευξη του τελικού στόχου. Ένα γενικό ολικό πρόγραμμα δράσης ή ένα πρόγραμμα χρησιμοποίησης πηγών για την επίτευξη ενός συγκεκριμένου στόχου ή σκοπού λέγεται στρατηγική. Αντίθετα, τακτική είναι, καθημερινές δραστηριότητες που καθοδηγούνται από το στρατηγικό προγραμματισμό. Η στρατηγική έχει να κάνει με γενικότερα φιλόδοξα σχέδια πωλήσεων π.χ. σε νέες αγορές ενώ η τακτική έχει να κάνει με συγκεκριμένες ενέργειες για τη βελτίωση των πωλήσεων όπως π.χ. σε πελάτες ή συγκεκριμένες αγορές.

Τέλος, μετά από όλα τα παραπάνω ένα πρόγραμμα πωλήσεων συμπληρώνεται από την επάνδρωση αποτελεσματικού ελέγχου. Επίπεδα αποτελεσματικότητας πρέπει να ορίζονται για να καταστήσουν ικανά τα στελέχη του τμήματος πωλήσεων να συγκρίνουν αποτελέσματα με προκαθοριζόμενα επίπεδα δραστηριότητας. Εφόσον υπάρχουν ανεπιθύμητες αποκλίσεις μεταξύ προγραμματιζόμενων και πραγματοποιηθέντων αποτελεσμάτων υπάρχουν δύο εναλλακτικές λύσεις. Η πρώτη είναι η αύξηση των προσπαθειών του τμήματος των πωλήσεων για την επιστροφή της πορείας "στο σωστό δρόμο" και την πραγματοποίηση προγραμμάτων. Η δεύτερη είναι η αναθεώρηση του προγράμματος πωλήσεων συμπεριλαμβανομένου των στόχων, των στρατηγικών και των τακτικών, προκειμένου να προσαρμοστεί στην πραγματική κατάσταση της αγοράς. Ποια από τις δύο λύσεις είναι η καταλληλότερη εξαρτάται από τα αίτια που προκλήθηκαν οι αποκλίσεις. Υπάρχουν πολλά ερωτήματα στα οποία επιβάλλεται το ηγετικό στέλεχος των πωλήσεων να απαντήσει πριν πάρει νέες αποφάσεις όπως π.χ. η αλλαγή καταναλωτικών επιθυμιών, οι στρατηγικές των ανταγωνιστών, η ρεαλιστικότητα των στόχων που έχουν οριστεί κ.λ.π.

Στη σημερινή εποχή ένας αποτελεσματικός προγραμματισμός πωλήσεων χρειάζεται συνεχή πληροφόρηση από την αγορά. Οι αποφάσεις ενός προγράμματος πωλήσεων απαιτούν μεγάλης ποσότητας και υψηλής ποιότητας ειδικής πληροφόρησης. Γίνεται όλο και μεγαλύτερη η ανάγκη συλλογής πληροφοριών από το πεδίο πραγματοποίησης των πωλήσεων - την αγορά σε - σε συνεχή βάση προκειμένου να στηριχθούν Συστήματα Πληροφοριών Διοίκησης (Marketing Information Systems, - M.I.S.). Ένα M.I.S. αποτελείται από ανθρώπους, εξοπλισμό και διαδικασίες με σκοπό τη συγκέντρωση, ταξινόμηση, ανάλυση και διανομή χρήσιμης, διαχρονικής και έγκυρης πληροφόρησης από τις πηγές που καθορίζουν τη συμπεριφορά της αγοράς. Οι πηγές αυτές τις πιο πολλές φορές είναι οι ίδιοι οι καταναλωτές ή ακόμη οι μεσάζοντες, ανταγωνιστές κ.λ.π.

Η επιτακτικότητα για Συστήματα Πληροφοριών Διοίκησης κάνει αναγκαία την ανάπτυξη προγραμμάτων Πωλήσεων Συστημάτων Πληροφοριών Διοίκησης (Sales Management Information System- SMIS). Ένα SMIS συλλέγει πληροφορίες τόσο από την ίδια την επιχείρηση όσο και από τους καταναλωτές (πελάτες), τους προμηθευτές και κάθε άλλη εξωτερική πηγή για την επίτευξη της υποστήριξης των αποφάσεων των στελεχών του τμήματος πωλήσεων για κάθε περίπτωση. Οπωσδήποτε ένα SMIS ποικίλλει από επιχείρηση σε επιχείρηση εξαρτώμενο από τη δομή, τον προσανατολισμό και τρέχοντες ανάγκες της οργάνωσης των πωλήσεων. Για να είναι ένα SMIS σημαντικό και να βοηθάει την επιχείρηση στον προγραμματισμό των πωλήσεων χρειάζεται να πληροφορεί τα στελέχη του τμήματος πωλήσεων με πληροφορίες που θα τους επαγρυπνεί σε πιθανές αναδύσεις κερδοφόρων ευκαιριών αγοράς και να τους καθιστά ικανούς να πραγματοποιούν καλύτερες αποφάσεις. Σε αυτό μεγάλο ρόλο θα παίξει η κατανομή, η ανάλυση, η επικοινωνία των φορέων και η ανάπτυξη των σεναρίων - πολιτικών για κάθε περίπτωση που αντιμετωπίζεται.

Κατά τον προγραμματισμό των πωλήσεων εκείνο που πρέπει να προσεχθεί πάρα πολύ είναι οι σχέσεις του τμήματος των πωλήσεων με αυτό της έρευνας και ανάπτυξης νέων προϊόντων (R & D). Ιδιαίτερα σήμερα που παρατηρείται βομβαρδισμός της αγοράς με νέα προϊόντα ένα πρόγραμμα πωλήσεων που δεν προβλέπει την εισαγωγή νέων προϊόντων από την επιχείρηση στην αγορά προφανώς είναι εκτός πραγματικότητας. Μπορούμε να πούμε ότι το τμήμα πωλήσεων βρήσκει στο τμήμα R & D συνεχής πληροφόρηση που μπορεί να χρησιμοποίησει στο πρόγραμμα SMIS. Έτσι είναι διπλό το κέρδος από τη αρμονική συνεργασία των δύο τμημάτων. Είτε η ίδια η επιχείρηση εγκαθιδρύει ειδικό τμήμα έρευνας που διενεργεί από μόνο του τις έρευνες στην αγορά είτε η επιχείρηση καταφεύγει σε ειδικευμένες επιχειρήσεις στατιστικής έρευνας η πληροφόρηση που αντλείται είναι εξαιρετικής σημασίας - ιδιαίτερα όταν είναι εξαιρετικά έγκυρη - για τα τμήματα πωλήσεων, χρηματοοικονομικής, επιχειρησιακής έρευνας ή ακόμη το Marketing Management. Ακόμη και για ανταγωνιστικού λόγους με τα άλλα τμήματα, το τμήμα πωλήσεων με την πληροφόρηση που αντλεί από το τμήμα R & D συνήθως διακρίνεται στο πιο καλά πληροφορημένο τμήμα της επιχείρησης. Διότι το τμήμα πωλήσεων πάντα έχει το επιπλέον προνόμια της άμεσης επαφής μέσω των συναλλαγών με το σημαντικότερο παράγοντα πληροφόρησης του πελάτες. Αλλά και το τμήμα R & D υποχρεωτικά αναγκάζεται σε άριστες σχέσεις με το τμήμα των πωλήσεων προκειμένου να αντλήσει την πληροφόρηση που είναι απαραίτητη για την ανάπτυξη νέων προϊόντων. Οι δραστηριότητες του τμήματος R & D που επιβάλλουν τη συνεργασία του με το τμήμα πωλήσεων μπορούν να συμοψισθούν στη μέτρηση του όγκου της αγοράς, τον καθορισμό των χαρακτηριστικών της αγοράς, την ανάλυση των μεριδίων αγοράς, την ανάλυση των πωλήσεων, την ανταγωνιστικότητα των προϊόντων, την αποδοχή και την αγοριαία δύναμη νέων προϊόντων, τις βραχυχρόνιες και μακροχρόνιες προβλέψεις καθώς επίσης την μελέτη επιχειρησιακών τάσεων και των αναμενόμενων συνολικών πωλήσεων ολικά και ανά περιοχή.

Ο προγραμματισμός των πωλήσεων στην πραγματικότητα είναι μια διαδικασία που ποτέ δεν ολοκληρώνεται. Πρόκειται για μία διαρκής και δυναμική διαδικασία. Ενόσω ένα πρώτο πρόγραμμα προετοιμάζεται κατά πάσα πιθανότητα κάτε έχει αλλάξει στο περιβάλλον της αγοράς (π.χ. οι δραστηριότητες ανταγωνιστών) που απαιτεί προσαρμογή του προγράμματος στο πραγματικό νέο πλάνο. Ο προγραμματισμός των πωλήσεων επιτρέπει στα ηγετικά στελέχη να είναι περισσότερο προληπτικοί παρά απλώς αντιδραστικοί προς μελλοντικές καταστάσεις. Επιτρέπει στην αποφασιστικότητα ανάπτυξης της οργάνωσης των μελλοντικών πωλήσεων. Ο προγραμματισμός των πωλήσεων απεικονίζεται από το παρακάτων σχεδιάγραμμα (Σχ. 49):

Για το σχηματισμό της διαδικασίας προγραμματισμού πωλήσεων επιβάλλεται να απαντηθούν τα κάτωθι ερωτήματα:

1) Διάγνωση: Που είμαστε τώρα;
2) Πρόληψη: Που οδηγούμαστε αν δεν προβούμε σε αλλαγές;
3) Στόχοι: Που πρέπει κανονικά να οδηγηθούμε;
4) Στρατηγική: Ποιος είναι ο καλύτερος τρόπος για να φθάσουμε εκεί;
5) Τακτικές: Τι είδους δραστηριότητες χρειάζονται να παρθούν απο ποιόν και πότε;
6) Έλεγχος: Τι μετρήσεις πρέπει να γίνουν για να ξέρουμε που βαδίζουμε;

Πριν το σχεδιασμό του προγραμματισμού πωλήσεων αναλύεται η κατάσταση που βρήσκεται η επιχείρηση και προορισμοί που θα καταλήξει αν δεν γίνουν αλλαγές. Στην διαδικασία εύρεσης της κατάστασης που βρίσκεται η επιχείρηση βοηθά ο εντοπισμός των χαρακτηριστικών της αγοράς, του ανταγωνισμού που υπάρχει, τις πωλήσεις, το κόστος και τα κέρδη για τα πρόσφατα χρόνια, τις ευκολίες που παρέχουνται στους καταναλωτές καθώς επίσης το πρόγραμμα προώθησης και το υπάρχον δίκτυο διανομής. Στη συλλογή αυτών των πληροφοριών το τμήμα πωλήσεων εκτός από τους πωλητές της που βρίσκονται σε άμεση επαφή με το καταναλωτικό κοινό μπορεί να βοηθηθεί και από τα άλλα τμήματα της επιχείρησης. Ανάλογα με τις πληροφορίες που έχει το τμήμα πωλήσεων στη διάθεσή του, μπορεί να εφαρμόσι την τεχνική S.W.O.T. (Strengths-Weakness-Opportunities-Threats). Η κατανόηση των δυνατοτήτων, των αδυναμιών, των ευκαιριών και των κινδύνων μιας επιχείρησης είναι απαραίτητη για την επιβίωση των περεταίρων ανάπτυξή της αλλά για να επιτευχθεί αυτό τα ηγετικά στελέχη χρειάζεται να είναι κοντά με τις διαγραφόμενες τάσεις στην αγορά.

Αν κριθεί απαραίτητο μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε τεχνική που θα μας οδηγήσει καλύτερα στην κατανόηση της κατάστασης που βρίσκεται η επιχείρηση. Όπως εξηγήσαμε στη θεωρία αποφάσεων το σημαντικότερο σε ένα πρόβλημα είναι η ίδια η κατανόησή του. Από τη στιγμή που επιτευχθεί αυτό είναι σαν να έχουμε τη μισή λύση. Και προπαντός το μεγαλύτερρο σφάλμα που μπορεί να γίνει είναι η εύρεση μιας λύσης σε λάθος πρόβλημα. Στην περίπτωση του προγραμματισμού το πρόβλημα είναι πιο σοβαρό αφού η λανθασμένη κατάρτιση ενός επιχειρησιακού προγραμματισμού εκτός του ότι θα επιφέρει καταστροφικά αποτελέσματα επιπλέον είναι δύσκολο να αναθεωρηθεί. Στην προσπάθεια κατανόησης των πραγματικών προβλημάτων εκτός της τεχνικής S.W.O.T. να μας βοηθήσει η τεχνική "διαγράμματος ψαροκόκκαλο" (FISHBONE DIAGRAMM), η οποία έχει την ικανότητα βήμα-βήμα να καταλήγει από τις πηγές των προβλημάτων στην ίδια την οντότητα των προβλημάτων.

Ένα στοιχείο "κλειδί" στον προγραμματισμό πωλήσεων είναι ο καθορισμός της δυναμικής της αγοράς. Με τον όρο συνολική δύναμη μιας αγοράς εννούμε το μέγιστο αριθμό πωλήσεων που θα μπορούσε να είναι διαθέσιμος σε όλες τις επιχειρήσεις του κλάδου κατά τη διάρκεια μιας χρονικής περιόδου κάτω από συγκεκριμένες δραστηριότητες των επιχειρήσεων του κλάδου και των περιβαντολλογικών συνθηκών. Μαθηματικά αυτό διατυπώνεται ως:

$Q = n \cdot q \cdot p$ όπου:

Q = ολική δυναμική της αγοράς

n = αριθμός αγοραστών στη συγκεκριμένη αγορά για το συγκεκριμένο προϊόν κάτω από της συγκεκριμένες συνθήκες

q = αγοραζόμενη ποσότητα προϊόντος από ένα μέσο αγοραστή

p = τιμή μιας μέσης μονάδας

Στη συνέχεια υπολογίζοντας το μερίδιο της αγοράς της επιχείρησης μπορεί να υπολογιστεί με ένα απλό πολλαπλασιασμό στις πωλήσεις που αναλογούν στην επιχείρηση. Έτσι αν i είναι το μερίδιο αγοράς της επιχείρησης τότε $Q_i = Q \cdot x_i$ όπου: Q_i = πωλήσεις επιχείρησης στον κλάδο

Αν και η ανάλυση είναι απλή και στην πραγματικότητα ακολουθούνται ειδικές στατιστικές τεχνικές για τον προσδιορισμό των πωλήσεων που δεν είναι τίποτει άλλο βέβαι από τις μεθόδους προβλέψεων, η παραπάνα ανάλυση δίνει στην επιχείρηση ένα πρόχειρα προσανατολισμό για το μέγεθος της αγοράς που απευθύνεται. Η συνολική δυναμική της αγοράς καθώς και η δυναμική της επιχείρησης υπολογίζονται σε συγκεκριμένες χρονικές περιόδους, για συγκεκριμένες συνθήκες. Συνήθως υπολογίζεται μια αισιόδοξη, μια ρεαλιστική και μια απαισιόδοξη τάση της δυναμικής της αγοράς. Ο υπολογισμός της δυναμικής της αγορά βοηθά στον καταμερισμό των πωλήσεων ανά τοποθεσία, στον κατάλληλο συγχρονισμό των δραστηριοτήτων και το σημαντικότερο στο να δώση ένα πρώτο δείγμα της δυναμική νέων προϊόντων για την καλύτερη προετοιμασία του τμήματος R & D και γενικά όλων των τμημάτων της επιχείρησης. Ο υπολογισμός της δυναμικής της αγοράς βοηθά και στην προδιάθεση της επιχείρησης για το είδος και το κόστος που σκοπεύει να ξοδέψει διενέργειας προβλέψεων των πωλήσεων.

Η πρόβλεψη των πωλήσεων όπως ήδη εξηγήσαμε αποτελεί το θεμελιώδες στοιχείο του προγραμματισμού των πωλήσεων. Μία πρόβλεψη πωλήσεων προβλέπει μελλοντικές πωλήσεις για συγκεκριμένη περίοδο σαν αναπόσπαστο κομμάτι ενός επιχειρησιακού προγράμματος marketing , που βασίζεται σε υποθέσεις για το περιβάλλον της αγοράς. Στις προβλέψεις πωλήσεων ήδη έχουμε αναφερθεί εκτενέστατα. Αυτό που επιβάλλεται να τονισθεί είναι ότι ο προγραμματισμός και οι προβλέψεις πρέπει να επιτρέπουν περισσότερη ευλυγισία σε ανταπόκριση πιθανών ξαφνικών αλλαγών στο περιβάλλον της αγοράς. Οι επιχειρήσεις χρειάζεται να αναπτύξουν εναλλακτικούς προϋπολογισμούς πωλήσεων ανταποκρινόμενοι για διαφορετικές συνθήκες. Έτσι σε απρόβλεπτα γεγονότα μπορούν εναλλακτικά προγράμματα να καταστήσουν την επιχείρηση λιγότερο εύθραυστη σε επικίνδυνες αλλαγές του περιβάλλοντος.

Επιστέγασμα του προγραμματισμού πωλήσεων είναι οι προϋπολογισμοί πωλήσεων. Ο προϋπολογισμός πωλήσεων είναι ένα χρηματοικονομικό πρόγραμμα πωλήσεων με σκοπό ύπαρξης τον τρόπο καταμερισμού πόρων και προσπαθειών για την επίτευξη των προβλεπόμενων πωλήσεων. Οι προϋπολογισμοί και οι προβλέψεις πωλήσεων αποτελούν απαραίτητα εργαλεία επιχειρησιακού προγραμματισμού που απαιτούν στενή συνεργασία με τις άλλες δραστηριότητες της επιχείρησης.

Οι προϋπολογισμοί πωλήσεων εξυπηρετούν τρεις πρωταρχικού σκοπούς: τον προγραμματισμό, το συγχρονισμό και τον έλεγχο των δραστηριοτήτων του τμήματος πωλήσεων. Ο προγραμματισμός παραγωγής απαιτεί τον καθορισμό των δραστηριοτήτων και εξόδων για την επίτευξη των στόχων πωλήσεων. Άρα ο προϋπολογισμός πωλήσεων είναι ένας οδηγός για δράση προκειμένου να επιτευχθούν οι στόχοι της επιχείρησης και κατά κάποιο τρόπο είναι ένα τύπος προγραμματισμού κερδών. Ο συγχρονισμός απαιτεί αρμονική λειτουργία του marketing-mix και συμβάδισμα με τους άλλους προϋπολογισμούς της επιχείρησης. Τέλος ο έλεγχος αποτελεί το όπλο της επιχείρησης για την εντόπιση ανεπιθύμητων αποκλίσεων που καταστρέφουν τους στόχους της επιχείρησης. Αυτά αποτελούν και τα τρία απαραίτητα συστατικά ενός επιτηχημένου προγραμματισμού πωλήσεων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10ο
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Αφού η επιχείρηση έχει θέσει τους στόχους και τα πλαίσια μέσα στα οποία θα δράσει στο άμεσο μέλλον, απαραίτητη "δουλειά" του Management της επιχείρησης είναι η κατάρτιση των επί μέρους προγραμμάτων που θα καθοδηγήσουν τις παραγωγικές δυνάμεις της επιχείρησης προς τις επιθυμητές κατευθύνσεις. Στην κατάρτιση των επί μέρους προγραμμάτων ανεκτίμητη βοήθεια προσφέρει ο γραμμικός προγραμματισμός. Η μεγάλη χρήση του γραμμικού προγραμματισμού στην κατασκευή των προγραμμάτων δράσης της επιχείρησης οφείλεται στην ικανότητα βελτιστοποίησης του συνδιασμού διαθέσιμων πόρων και αναμενόμενων προσόδων και στη δυνατότητα που παρέχει για τη διευρεύνηση εναλλακτικών στρατηγικών. Έτσι τα στελέχη των επιχειρήσεων μπορούν εκτός από το να βελτιστοποιούν τη λειτουργικότητα των επί μέρους κλάδων τους, επιπλέον,προσομοιώνοντας τη λειτουργία του συστήματος, να διερευνούν εναλλακτικές στρατηγικές που σχεδιάζονται και αποσκοπούν στην καλύτερη εξυπηρέτηση των επιχειρησιακών στόχων.

Η εφαρμογή του γραμμικού προγραμματισμού στο προγραμματισμό και την κατανομή πόρων είναι ευρεία όχι μόνο σε ενδοεπιχειρησιακά προβλήματα αλλά και σε οποιοδήποτε πρόβλημα που είναι παρόμοιο με τη δομή προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού. Σύνηθες εμπόδιο στην εφαρμογή γραμμικού προγραμματισμού κατά την κατάρτιση προγραμμάτων αποτελούσε η πιθανή πολυπλοκότητα των υπολογισμών και δυσχέρια που πρόκυπτε από την διευρεύνηση διαφορετικών σεναρίων. Το πρόβλημα αυτό έχει ξεπεραστεί κατά ένα πολύ σημαντικό βαθμό από τη χρήση Η/Υ σε εφαρμογές γραμμικού προγραμματισμού.

Η μεγάλη καινοτομία που πρόσθεσε στο σύγχρονο επιχειρηματικό κόσμο η χρήση Η/Υ σε εφαρμογές γραμμικού προγραμματισμού δεν είναι μόνο η απλούστευση των υπολογισμών αλλά κύρια η ευκολία χρήσης του γραμμικού προγραμματισμού από στελέχη που δεν διαθέτουν και το πλήρες θεωρητικό υπόβαθρο. Έτσι η χρήση Η/Υ στην κυριολεξία "έλυσε τα χέρια" πολλών στελεχών του επιχειρηματικο-οικονομικού κόσμου που με περισσή ευκολία χρησιμοποιούν τα αποτελέσματα του γραμμικού προγραμματισμού για την υποστήριξη των θέσεών τους.

Σίγουρα για την επιτυχή προσομοίωση από τον Η/Υ ενός γραμμικού μοντέλου απαιτείται η πλήρης θεωρητική γνώση επιχειρησιακής έρευνας. Όσο περισσότερη γνώση διαθέτει ο οποιοσδήποτε τόσο πιο γρήγορα και με απόλυτη ασφάλεια φθάνει στην βέλτιστη λύση. Όμως ακόμη και από έναν θεωρητικά μέτριο κάτοχο γνώσεων σε αυτόν τον τομέα δίνεται η δυνατότητα να καταλήξει ευκολότερα μέσω Η/Υ στη βέλτιστη λύση αρκεί να γίνει σωστή κατανόηση και διατύπωση του προβλήματος.

Είναι χρήσιμο να σημειώσουμε τη μεγάλη σημασία που έχει το διαθέσιμο software που έχει στη διάθεσή του ο χρήστης για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού. Στην αγορά υπάρχουν πολλά "ειδικά" πακέτα που χρησιμοποιούνται στη επίλυση γραμμικών συστημάτων, όπως το MPSX(IBM) ή το SAS/OR(SAS) όπως και οικονομικών πακέτων όπως το Excel(MS) που μπορούν να εκτελέσουν ανάλογη δουλειά. Η επιλογή του πακέτου που θα χρησιμοποιηθεί είναι μείζωνος σημασίας και εμπλέκεται τόσο σε "τεχνικά" θέματα όπως η διατύπωση σε κάθε περίπτωση του προβλήματος όπως και σε "λειτουργικά" θέματα όπως η χρησιμοποίηση του επιλεγμένου αλγόριθμου από κάθε πρόγραμμα και η δυνατότητα προσαρμοστικότητας.

Μερικοί λόγοι που μπορούν να εκτεθούν στην επιλογή ενός πακέτου για την εφαρμογή γραμμικού προγραμματισμού είναι:

α) Το μέγεθος, η δομή και φύση των προβλημάτων με τα οποία θέλουμε να ασχοληθούμε.

β) Το περιβάλλον του προγράμματος, ο τρόπος χρήσης του και η ευκολία εισόδου-επεξεργασίας των δεδομένων

γ) Το χρόνο επίλυσης που απαιτούν τα προβλήματα με τα οποία ασχολούμαστε.

δ) Η συμβατότητα του πακέτου με την διαθέσιμη κύρια μονάδα του Η/Υ.

ε) Η ικανότητα προσαρμοστικότητας.

στ) Η ικανότητα επικοινωνίας του πακέτου τόσο με τους χρήστες όσο και με διαφορετικά πακέτα σε Η/Υ

ζ) Στο περιβάλλον που απαιτεί το πακέτο για να λειτουργήσει σε συνάρτηση με τον διαθέσιμο ηλεκτρονικό υπολογιστή και του χρήστες που θα το χρησιμοποιήσουν.

η) Στην οικονομική δυνατότητα που είναι δυνατόν να ξοδευθεί για την απόκτηση ενός πακέτου.

Χρειάζεται να τονίσουμε ότι ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού είναι δυνατόν να εμφανίζεται με διαφορετικές λύσεις σε διαφορετικά πακέτα επίλυσης γραμμικού προγραμματισμού για τους λόγους που εξηγήσαμε παραπάνω. Σε αυτήν την περίπτωση για την αποφυγή ανεπιθύμητων και πιθανά καταστροφικών αποκλίσεων μπορεί να βοηθήσει η θεωρητική γνώση του χρήστη τόσο σε θέματα επίλυσης γραμμικού προγραμματισμού όσο και σε θέματα λειτουργίας του χρησιμοποιούμενου πακέτου από τον Η/Υ. Σε κάθε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού χρειάζεται εντελώς διαφορετική διατύπωση του προβλήματος και συχνά πυκνά μπορεί να αλλάζει και η φιλοσοφία στον τομέα των μεταβλητών που μεταβαλλόμενες καθορίζουν το προκύπτον βέλτιστο αποτέλεσμα.

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζουμε ένα πολύ σημαντικό αριθμό επιχειρηματο-οικονομικών προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού που αφορούν τόσο τον καθαρά ενδοεπιχειρησιακό χώρο όσο και το γενικότερο επιχειρηματικο-οικονομικό περιβάλλον. Με αυτόν τον τρόπο επιδιώκεται η καλύτερη κατανόηση του τρόπου με τον οποίο λειτουργούν στην πραγματικότητα οι επιχειρήσεις και τις συνέπειες οργάνωσης και προγραμματισμού όπως αυτές προκύπτουν από τις μεθοδολογίες προβλέψεων της ζήτησης και θεωρίας αποφάσεων που χρησιμοποιήθηκαν από τα στελέχη τους. Το πακέτο που χρησιμοποιήθηκε για την κατάρτιση της σειράς προγραμμάτων που ακολουθούν παρακάτω είναι το Microsoft Excel 5.0 for windows της Microsoft Office. Η δε ακολουθία του αλγόριθμου από τον διαθέσιμο επιλυτή του πακέτου Solver.xla.

Το Microsoft Excel 5.0 for windows διαθέτει μεγάλη προσαρμοστικότητα και είναι σε θέση να επιλύει μεγάλη ποικιλία προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού. Η μειονεκτικότητά του σε σχέση με άλλα ειδικά πακέτα επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού εμφανίζεται κύρια στην απαίτησή του τα δεδομένα και οι μεταβλητές να εκφράζονται σε στατική μορφή. Συνεπώς δεν διαθέτει έτοιμες ρουτίνες - όπως διαθέτουν άλλα ειδικά πακέτα - όπου δίνεται η δυνατότητα διατύπωσης του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού στην γνωστή του μαθηματική μορφή. Αυτό αφαιρεί τη δυνατότητα στον χρήστη να διατυπώνει το πρόβλημα με την μαθηματική του μορφή όπως πιθανά το έχει διατυπώσει στο "χαρτί" με τις "x" άγνωστες ποσότητες περιορισμών και πόρων που βελτιστοποιούν το πρόβλημα. Αντίθετα ο Solver.xla απαιτεί την διατύπωση του προβλήματος με απλούς αριθμούς χρησιμοποιώντας αριθμητικά υποθετικά σενάρια για τη λειτουργία του συστήματος. Με αυτόν τον τρόπο μπορεί να βελτιστοποιεί τον αριθμητικό στόχο του προβλήματος "παίζοντας" με αριθμητικές τιμές και περιορίζοντας τις λύσεις από τους αριθμητικούς περιορισμούς. Όλες οι μεταβλητές του προβλήματος εκφραζόμενες σε αριθμητική μορφή μπορούν να συμμετέχουν στην διαδικασία επίλυσης του Solver.xla.

Η βασική αυτή διαφοροποίηση του Microsoft Excel 5.0 for windows συνήθως επιφέρει μια δυσχέρια στο χρήστη στην αρχή χρήσης του προγράμματος μέχρις ότου εξοικειωθεί με τη μεθοδολογία διατύπωσης του προβλήματος. Επίσης είναι αλήθεια ότι ο χρήστης θα αντιμετωπίζει συχνά-πυκνά μία δυσχέρια κατά την διατύπωση του προβλήματος ιδιαίτερα όταν αυτό μοιάζει πολύπλοκο. Και πρέπει να τονίσουμε ότι για το Microsoft Excel 5.0 for windows η διατύπωση του προβλήματος στη κατάλληλη μορφή είναι το Α και το Ω της διαδικασίας επίλυσης προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού. Από εκεί και πέρα η διαδικασία της επίλυσης είναι απλή μέσω του Solver.xla, όπως εξηγούμε παρακάτω.

Κατά τη διατύπωση του προβλήματος χρείαζεται προσεχτική διερεύνυση και εντόπιση των αλληλεξαρτήσεων που υπάρχει μεταξύ των δεδομένων του προβλήματος και των χρησιμοποιούμενων μεταβλητών από το πρόβλημα. Θα χρειαστεί συνεπώς να χρησιμοποιούμε πολλές - απλές βασικά - μαθηματικές συναρτήσεις έτσι ώστε στα κελιά που θα χρησιμοποιεί ο Solver.xla τα δεδομένα να βρίσκονται στην μορφή που απαιτούνται. Η διαδικασία αυτή θα γίνει ακόμη περισσότερο κατανοητή κατά την επίλυση των προβλημάτων που ακολουθούν παρακάτω.

Αφού έχει γίνει σωστά η διατύπωση του προβλήματος στο λογιστικό φύλλο του Microsoft Excel 5.0 for windows το επόμενο βήμα είναι ασφαλώς η επίλυσή του. Για την επίλυση των προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού το Microsoft Excel 5.0 for windows όπως ήδη αναφέραμε κάνει χρήση του αλγόριθμου Solver.xla. O Solver.xla (Επιλυτής Εξισώσεων) αποτελεί πρόσθετο πρόγραμμα του Microsoft Excel 5.0 for windows γι' αυτό και χρειάζεται η πλήρη εγκατάσταση του πακέτου προκειμένου να είναι διαθέσιμος. Ο Solver.xla καλείται από το μενού Tools μέσω της διαταγής Solver. Αν αυτή η διαταγή δεν είναι ήδη διαθέσιμη στο μενού τότε χρειάζεται να επικληθεί πρώτα η εισαγωγή της από τη διαταγή Add-Ins μέσω της επιλογής Solver από το πλαίσιο καταλόγου Add-Ins Available.

Με την εκτέλεση της εντολής Solver εμφανίζεται το πλαίσιο διαλόγου Solver Parameters. Εδώ είναι χρήσιμη μια αναλυτική ξενάγηση στα συστατικά του πλαισίου διαλόγου. Ο Solver.xla για να βελτιστοποιήσει το διατυπωθέν πρόβλημα χρείαζεται κάποια απαραίτητα στοιχεία. Την πρώτη επιλογή που συναντάμε στο Solver Parameters είναι η απαίτηση καθορισμού του κελιού στόχου (Set Target Cell). Στην επιλογή αυτή πρέπει να συμπεριλάβουμε το κελί του λογιστικού φύλλου που αντιπροσωπεύει τα συστατικά της συνάρτησης που εμείς θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε (π.χ. έσοδα, κόστος κ.λ.π.). Συνεπώς αν το πρόβλημα θέλει για παράδειγμα την μεγιστοποίηση των εσόδων ενός προγράμματος πωλήσεων τότε στο λογιστικό φύλλο κατά τη διατύπωση του προβλήματος θα πρέπει να έχουμε υπολογίσει μέσω συνάρτησης σε συγκεκριμένο κελί τον τρόπο διεξαγωγής των εσόδων. Τα συστατικά αυτής της συνάρτησης (π.χ. τιμές και ποσότητες πωλούμενων προϊόντων) πρέπει επίσης να εκφράζονται σε υποθετικές αριθμητικές τιμές. Η επιλογή αυτή μπορεί να γίνεται είτε με απλή πληκρολόγηση του κελιού που επιθημούμε να βελτιστοποιήσουμε είτε με επιλογή του μέσω του mouse.

Κάτω ακριβώς από την επιλογή Set Target Cell βρίσκεται η επιλογή Equal to. Σε αυτήν την επιλογή πρέπει να επιλέξουμε την φορά που θέλουμε να έχει η συνάρτηση που επιθυμούμε να βελτιστοποιήσουμε. Η επιλογή Max αντιστοιχεί στην μεγιστοποίηση του επιλεγμένου Target Cell δηλαδή της αντικειμενικής συνάρτησης, η επιλογή Min αντιστοιχεί στην ελαχιστοποίηση του Target Cell ενώ το πρόγραμμα δίνει τη δυνατότητα η αντικειμενική συνάρτηση να παίρνει μια συγκεκριμένη τιμή επιλέγοντας Value of και πληκτρολογώντας την επιθυμητή τιμή.

Στη συνέχεια πρέπει να καθορίσουμε τα κελιά με τα οποία θα "παίξει" ο Solver.xla προκειμένου να βελτιστοποιήσει το κελί-στόχο που έχουμε καθορίσει. Στα κελιά αυτά που έχουν καθοριστεί κατά την διατύπωση του προβλήματος έχουν αντιστοιχηθεί τιμές πιθανού στατικού σεναρίου για τις μεταβλητές του προβλήματος. Με αυτά τα κελιά θα υπολογίσει τιμές ο Solver.xla και με οδηγό τους περιορισμούς θα υπολογίσει τη βέλτιστη τιμή. Να σημειώσουμε ότι η επιλογή των κελιών που θα χρησιμοποιηθούν σαν αλλαγή για τη βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης μπορεί να γίνει είτε όπως και στην επιλογή του κελιού-στόχου που αναφέραμε παραπάνω (πληκρολόγηση - mouse) είτε μπορούμε να αφήσουμε στον Η/Υ την επιλογή των κελιών που θα γίνει η αλλαγή απλώς πατώντας στην επιλογή Guess και αφήνωντας στον Η/Υ να δημιουργήσει την υπόθεση. Η επιλογή όμως του Η/Υ πρέπει να ελεγθεί διότι πιθανά ο Η/Υ να επιλέξει λανθασμένα κελιά αλλαγής λόγω της ιδιαιτερότητας διατύπωσης του προβλήματος στο λογιστικό φύλλο. Γι' αυτό σωστό είναι μετά την υπόθεση να ελέγχουμε την προτεινόμενη επιλογή των μεταβαλλόμενων κελιών.

Το τελευταίο στάδιο της διατύπωσης του προβλήματος είναι η καταγραφή των περιορισμών του προβλήματος. Στο πλαίσιο διαλόγου Solver Parameters η καταγραφή των περιορισμών είναι βήμα προεραιτικού χαρακτήρα. Σχεδόν πάντα όμως σε προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού συναντάμε περιορισμούς. Για να διατυπώσουμε ένα περιορισμό (Constraint) επιλέγουμε τη διαταγή Add προκειμένου να εμφανιστεί το πλαίσιο διαλόγου Add Constraint. Το πλαίσιο διαλόγου Add Constraint αποτελείται από τρία μέρη. Την αναφορά του κελιού που θέλουμε να περιορίσουμε, τον τελεστή σύγκρισης και την αναφορά του κελιού που περιέχει την τιμή περιορισμού. Η επιλογή των κελιών στο πρώτο και τρίτο μέρος γίνεται είτε μέσω πληκτρολόγησης είτε μέσω του mouse ενώ ο τελεστής σύγκρισης επιλέγεται σύμφωνα από τον πτυσσόμενο κατάλογο ανάλογα αν επιδιώκουμε η αναφορά του κελιού που θέλουμε να περιορίσουμε να είναι μεγαλύτερο, ίσο ή μικρότερο του περιορισμού. Να σημειώσουμε ότι σε περίπτωση ακέραιου προγραμματισμού χρησιμοποιείται ο τελεστής int που αντιστοιχεί σε ακέραιο περιορισμό. Αν θέλουμε από το πλαίσιο διαλόγου Add Constraint να προσθέσουμε νέο περιορισμό επιλέγουμε Add σε διαφορετική περίπτωση επιστρέφουμε στο κύριο πλαίσιο διαλόγου με ΟΚ. Αν επιθυμούμε τη μεταβολή ή διαγραφή υπάρχοντος περιορισμού επιλέγουμε ανάλογα Change ή Delete από το κύριο πλαίσιο διαλόγου.

Δύο άλλες επιλογές που χρειάζεται να εξηγήσουμε στο κύριο πλαίσιο διαλόγου είναι οι επιλογές Options και Reset All. Η επιλογή Options περιέχει διάφορες επιλογές που έχουν να κάνουν με τον τρόπο λειτουργικότητας του Solver.xla. Στην επιλογή Options μπορούμε να καθορίσουμε τον μέγιστο αριθμό επαναλήψεων (simplex) μέχρι του οποίου θα χρησιμοποίησει ο υπολογιστής για την επίλυση του συστήματος. Η προτεινόμενη επιλογή του Η/Υ είναι 100 επαναλήψεις και φυσιολογικά αυτός ο αριθμός επαναλήψεων είναι υπερ-αρκετός για όλα τα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού που θα διαπραγματευθούμε. Επίσης δίνεται η δυνατότητα καθορισμού του χρόνου σε sec μέσα στα οποία μπορεί να δουλεύει ο Η/Υ. Μπορούμε ακόμη να καθορίσουμε την ακρίβεια με την οποία ο Η/Υ προσεγγίζει την βέλτιστη λύση. Πολύ σημαντικές επιλογές είναι αυτές για επιλογή γραμμικού μοντέλου και εμφάνισης επαναλήψεων. Καλό είναι να επιλέγεται από το μενού Options η επιλογή γραμμικού μοντέλου μόνο όταν είμαστε σίγουροι ότι πρόκειται για γραμμικό μοντέλο. Μπορούμε συνεπώς να αποφύγουμε αλλόκοτες λύσεις αφήνοντας αυτήν την επιλογή κενή. Επίσης δίνεται η δυνατότητα εμφάνισης των αποτελεσμάτων κάθε επανάληψης simplex. Η λειτουργία αυτή είναι πολύ χρήσιμη όταν θέλουμε να ξέρουμε μέσα από πόσες επαναλήψεις φθάνει ο Η/Υ στην βέλτιστη λύση. Οι υπόλοιπες επιλογές του πλαισίου διαλόγου Options είναι θεωρητικού μαθηματικού περιεχομένου (παράγωγοι, εκτιμήσεις κ.λ.π.) που σωστό είναι να μην πειράζονται από την αρχική τους μορφή εκτός και αν διαθέτει κανείς εκτεταμένες μαθηματικές γνώσεις. Τέλος η επιλογή Reset All επαναφέρει το μενού Solver Parameters σε μηδενική βάση αφαιρώντας όλες τις επιλογές που έχουν γίνει. Η εντολή αυτή χρησιμεύει όταν η διατύπωση του γραμμικού μποντέλου στο λογιστικό φύλλο γίνεται από την αρχή λόγω λανθασμένης πρώτης εκτίμησης.

Το τελευταίο βήμα του Solver.xla είναι η επίλυση του διατυπωθέντος συστήματος. Έχοντας διατυπώσει το πρόβλημα η εντολή επίλυσης είναι απλή και επιλέγοντας Solve φθάνουμε πολύ εύκολα και γρήγορα στην βέλτιστη λύση. Το κατό πόσο αυτή η βέλτιστη λύση είναι και η σωστή επίλυση του προβλήματος εξαρτάται από το κατά πόσο εύστοχα διατυπώσαμε το πρόβλημα. Αν η διατύπωση του προβλήματος μεταφέρθηκε στο λογιστικό φύλλο σωστά μπορούμε να είμαστε σίγουροι για την λύση του προβλήματος. Σε διαφορετική περίπτωση που η λύση δεν φαίνεται να είναι η σωστή απαραίτητα στρεφόμαστε στην διατύπωση του προβλήματος. Να αναφέρουμε ότι το Microsoft Excel 5.0 for windows δίνει τη δυνατότητα και για ανάλυση ευαισθησίας όπως και για αποθήκευση σεναρίων που εκτελούμε κατά τη διαδικασία επίλυσης του συστήματος. Έτσι στο πλαίσιο διαλόγου που εμφανίζει μετά την επίλυση του συστήματος Solver Results έχουμε τη δυνατότα να κρατήσουμε στο λογιστικό φύλλο που δουλεύουμε τις νέες τιμές που προέκυψαν από την επίλυση, να επαναφέρουμε τις αρχικές τιμές με τις οποίες δουλεύουμε για την διατύπωση του προβλήματος, να αποθηκεύσουμε την προτεινόμενη λύση μέσω της εντολής Save Scenario ή ακόμη να διενεργήσουμε Ανάλυση Ευαισθησίας η διερεύνηση των ορίων του συστήματος. Όταν ο Solver.xla βγάζει μήνυμα ότι δεν μπορεί να επιλύσει το σύστημα τότε σε περίπτωση που δεν έχει συμπληρωθεί ο μέγιστος καθοριζόμενος αριθμός επαναλήψεων ή ο μέγιστος καθοριζόμενος χρόνος διαδικασίας επίλυσης - που καθορίζονται από το μενού Options όπως εξηγήσαμε - τότε σημαίνει ότι δεν μπορεί να επιλύσει το πρόβλημα. Λόγοι αυτού του αποτελέσματος μπορεί να είναι η παρουσία αλληλοσυγκρουόμενων περιορισμών, η παρουσία κυκλικών αναφορών στο λογιστικό φύλλο ή ακόμη η κακή διατύπωση του προβλήματος. Σε κάθε περίπτωση απαιτείται έρευνα για επαναδιατύπωση του προβλήματος.

Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε συγκεκριμένες εφαρμογές γραμμικού προγραμματισμού που εμφανίζονται συχνά στην καθημερινή επιχειρηματικο-οικονομική πρακτική. Η μεθοδολογία που θα ακολουθήσουμε είναι η παρουσίαση του προβλήματος, η διατύπωσή του στο Microsoft Excel 5.0 for windows και στη συνέχεια θα εξηγούμε μέσω των επαναλήψεων πως ο Η/Υ φθάνει στα τελικά αποτελέσματα εμφανίζοντας την επίλυση του συστήματος.

1) ΕΠΙΛΟΓΗ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ (Product Mix)

Το πρόβλημα αυτό έχει να κάνει με την επιλογή πρώτων υλών που μέσω της παραγωγής των προϊόντων μεγιστοποιούν τα κέρδη της επιχείρησης. Τα δεδομένα του προβλήματος παρουσιάζονται στο παρακάτω πίνακα που παράλληλα αποτελεί το λογιστικό φύλλο εργασίας του Microsoft Excel 5.0 for windows πάνω στο οποίο θα δουλέψει ο Solver.xla:

PRODUCT-MIX

ΠΡΟΪΟΝΤΑ	ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ	ΚΟΣΤΟΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ	ΚΕΡΔΗ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ	ΜΟΝΑΔΕΣ	Α	Β	Γ	Δ
1	14	12	2	1	0	5	4	0
2	15	12	3	1	2	2	4	0
3	22	16	6	1	3	1	6	2
Σύνολα		40	11	3	5	8	14	2

ΠΡΩΤΕΣ ΥΛΕΣ	ΚΟΣΤΟΣ ΑΓΟΡΑΣ ΑΝΑ ΠΡΟΪΟΝ	ΑΠΟΘΕΜΑΤΑ	ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΑΓΟΡΑΣ ΑΝΑ ΠΡΟΪΟΝ	ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΑΓΟΡΑΣ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ
Α	3	50	15	150
Β	2	200	16	400
Γ	0,5	200	7	100
Δ	1	100	2	100
Σύνολα			40	750

Όπως βλέπουμε καθαρά από τον πίνακα η επιχείρηση παράγει τρία προϊόντα χρησιμοποιώντας τέσσερις πρώτες ύλες. Έχουμε υπολογίσει το κόστος και το κέρδος ανά μονάδα του προϊόντος καθώς και το κόστος αγοράς των προϊόντων. Τα κελιά με τις μονάδες των παραγώμενων προϊόντων αντιπροσωπεύουν τα μεταβαλλόμενα κελιά αλλαγής του Solver.xla. Τα κέρδη ανά μονάδα τα έχουμε εκφράσει συνάρτηση των παραγώμενων μονάδων παραγωγής. Το πεδίο ορισμού των παραγώμενων μονάδων αποτελούν οι τέσσερις πρώτες ύλες Α,Β,Γ και Δ. Φυσικά υπάρχουν και κάποιοι περιορισμοί που εκφράζονται εδώ με τις περιορισμένες μονάδες πρώτων υλών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Οι περιορισμοί αυτοί εκφράζονται στα κελί αποθέματα και αποτελούν τους περιορισμούς του Equation.xla για κάθε πρώτη ύλη που χρησιμοποιείται.

Αφού συμπληρώσουμε το πλαίσιο Solver Parameters επιλέγουμε τη διαταγή Solve για την επίλυση του συστήματος. Μετά από είκοσι πέντε επαναλήψεις το πρόγραμμα μας έδωσε τα αποτελέσματα που εμφανίζονται παρακάτω:

PRODUCT-MIX								
ΠΡΟΪΟΝΤΑ	ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ	ΚΟΣΤΟΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ	ΚΕΡΔΗ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ	ΜΟΝΑΔ ΕΣ	Α	Β	Γ	Δ
1	14	12	350	25	0	0	0	0
2	15	12	0	0	0	58.33	0	0
3	22	16	367	16.67	0	0	0	66.67
Σύνολα		40	717	41.67	0	58.33	0	66.67
ΠΡΩΤΕΣ ΥΛΕΣ	ΚΟΣΤΟΣ ΑΓΟΡΑΣ ΑΝΑ ΠΡΟΪΟΝ	ΑΠΟΘΕΜΑΤΑ	ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΑΓΟΡΑΣ ΑΝΑ ΠΡΟΪΟΝ	ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΑΓΟΡΑΣ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ				
Α	3	50	15	150				
Β	2	200	16	400				
Γ	0,5	200	7	100				
Δ	1	100	2	100				
Σύνολα			40	750				

Χρήσιμο να αναφέρουμε ότι οι είκοσι πέντε (25) επαναλήψεις που χρειάστηκε ο υπολογιστής να βελτιστοποίησει το σύστημα οφείλεται στον μεγάλο αριθμό των περιορισμών που περιέχει το πρόβλημα σε συνδιασμό με τον αλγόριθμο που χρησιμοποιεί το πακέτο. Όπως βλέπουμε από τον τελικό πίνακα (25ο κατά σειρά) το σύστημα αριστοποιείται με την παραγωγή μόνο του 1ου και του 3ου προϊόντος ενώ απορρίπτεται η παραγωγή του 2ου προϊόντος. Οι Α και Γ πρώτες ύλες απορρίπτονται ενώ μένουν υπόλοιπα στις Β και Δ πρώτες ύλες (προφανώς της Β από την μη παραγωγή του 2ου προϊόντος). Τέλος βλέπουμε ότι το πρόγραμμα μεγιστοποιεί το Κελί-Στόχος δηλαδή την αντικειμενική συνάρτηση προτείνοντας κέρδη ίσα με 717. Να σημειώσουμε ότι αν θελήσουμε μπορούμε - όπως εξηγήσαμε - να εκτελέσουμε ανάλυση ευαισθησίας από το τελικό μενού επιλογών του προγράμματος. Απλώς να αναφέρουμε ότι επιβάλλεται η άνοδος του οριακού κέρδους του προϊόντος κατά 1 δρχ. προκειμένου να συμφέρει η παραγωγή του.

2) ΑΡΙΣΤΗ ΣΥΝΘΕΣΗ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ (Blending)

Το πρόβλημα αυτό έχει να κάνει με την άριστη σύνθεση ενός παραγόμενου προϊόντος. Σκοπός είναι να ευρεθεί εκείνη η μίξη που ελαχιστοποιεί το κόστος παραγωγής του προϊόνος. Στην περίπτωσή μας το προϊόν αποτελείται από δύο συστατικά τα Α και Β και κάποια όρια σύνθεσης μέσα στα οποία πρέπει να κινηθεί η παραγωγική διαδικασία. Τα όρια είναι κάποια ελάχιστα και μέγιστα κιλά που θα πρέπει να περιέχει το κάθε προϊόν από κάθε πρώτη ύλη ξεχωριστά. Το συνολικό κόστος αποτελείται από τα τελικά κιλά χρησιμοποιούμενων πρώτων υλών επί την τιμή κόστους ανά κιλά.

BLENDING					
ΣΥΣΤΑΤΙΚΑ - ΠΡΩΤΕΣ ΥΛΕΣ	ΤΙΜΗ ΚΙΛΟΥ	ΕΛΑΧΙΣΤΑ ΚΙΛΑ ΣΥΣΤΑΤΙΚΟΥ	ΜΕΓΙΣΤΑ ΚΙΛΑ ΣΥΣΤΑΤΙΚΟΥ	ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΚΙΛΑ ΣΥΣΤΑΤΙΚΩΝ	ΚΟΣΤΟΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ
A	1800	2	4	0	0
B	2700	1	3	0	0
Σύνολα		3	7	0	0
		Συνολικό Βάρος προϊόντος			6

Το κελί στόχος του προβλήματος είναι το σύνολο του κόστους παραγωγής των προϊόντων ενώ το σύνολο των πραγματικών συστατικών θα πρέπει να ισούνται με το συνολικό βάρος του προϊόντος που είναι 6 κιλά. Μετά από τέσσερις επαναλήψεις του αλγόριθμου Solver.xla καταλήγουμε στην τελική βέλτιστη λύση που απεικονίζεται από το τελικό λογιστικό φύλλο της διαδικασίας:

BLENDING					
ΣΥΣΤΑΤΙΚΑ - ΠΡΩΤΕΣ ΥΛΕΣ	ΤΙΜΗ ΚΙΛΟΥ	ΕΛΑΧΙΣΤΑ ΚΙΛΑ ΣΥΣΤΑΤΙΚΟΥ	ΜΕΓΙΣΤΑ ΚΙΛΑ ΣΥΣΤΑΤΙΚΟΥ	ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΚΙΛΑ ΣΥΣΤΑΤΙΚΩΝ	ΚΟΣΤΟΣ ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ
A	1800	2	4	4	7200
B	2700	1	3	2	6400
Σύνολα		3	7	6	12600
		Συνολικό Βάρος προϊόντος			6

Όπως φαίνεται από τον τελικό πίνακα η άριστη λύση προτείνει χρησιμοποίηση 4 κιλών της πρώτης ύλης Α και 2 κιλών της πρώτης ύλης Β. Με αυτό το μείγμα ελαχιστοποιείται το τελικό κόστος παραγωγής ανά μονάδα προϊόντος στις 12.600.

3) ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ (Transportation Problem)

Το πρόβλημα μεταφοράς έχει να κάνει με την εντόπιση του συμφερότερου τρόπου μεταφοράς προϊόντων από "πηγές" σε "προορισμούς". Το παράδειγμά μας έχει να κάνει με μία επιχείρηση που διαθέτει δύο εργαστάσια και τρία καταστήματα πωλήσεως των προϊόντων της. Το πρώτο φύλλο εργασίας του προβλήματος απεικονίζεται από τον παρακάτω πίνακα. Εμείς απλώς να αναφέρουμε ότι βάσει των δεδομένων που απεικονίζονται παρακάτω οι περιορισμοί που προκύπτουν είναι πέντε. Έτσι το σύνολο των μεταφερόμενων προϊόντων δεν πρέπει να ξεπερνά τη δυναμικότητα παραγωγής για κάθε εργοστάσιο 150 και 120 αντίστοιχα. Επίσης για την λειτουργικότητα των τριών καταστημάτων K_1, K_2, K_3 απαιτείται όπως διαθέτονται σε αυτά τουλάχιστον 85,45,110 μονάδες τουλάχιστον. Όλα τα στοιχεία του πίνακα αναφέρονται σε εβδομαδιαία βάση. Στόχος είναι η μεγιστοποίηση των κερδών από τη μεταφορά των προϊόντων άρα το κελί στόχος του προβλήματός μας είναι το σύνολο των κερδών από κάθε συνδιασμό μεταφοράς. Ασφαλώς ο υπολογισμός των κερδών υπολογίζεται από συνάρτηση και ισούται με το σύνολο των εσόδων (τιμή × πωλούμενες ποσότητες) μείον το συνολικό κόστος (κόστος μεταφοράς × μεταφερόμενες ποσότητες). Οι συνδιασμοί μεταφοράς είναι έξι (2 εργοστάσια × 3 καταστήματα πώλησης.

TRANSPORTATION PROBLEM					
ΕΡΓΟΣΤΑΣΙΑ	ΔΥΝΑΜΙΚΟΤΗΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	ΚΟΣΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	ΚΟΣΤΟΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΣΤΑ ΣΗΜΕΙΑ		
			K_1	K_2	K_3
E_1	150	1900	100	190	130
E_2	120	1700	180	120	150
ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΜΕΓΕΘΟΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ			85	45	110
ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΕΩΣ			4000	3500	4500
ΚΕΡΔΟΣ	ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ	ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ	ΜΟΝΑΔΕΣ	ΚΕΡΔΗ	
Α ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ	0	E_1K_1	0	0	
Β ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ	0	E_1K_2	0	0	
Γ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ	0	E_1K_3	0	0	
Δ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ	0	E_2K_1	0	0	
Ε ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ	0	E_2K_2	0	0	
ΣΤ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ	0	E_2K_3	0	0	
Σύνολα			0	0	

Η βέλτιστη λύση επήλθε μετά από 5 επαναλήψεις. Το τελικό αποτέλεσμα δεν εγκρίνει την μεταφορά προϊόντων για κάθε διαδρομή. Πιο συγκεκριμένα απορρίπτει την μεταφορά προϊόντων από την Γ,Ε και ΣΤ διαδρομή. Το σύνολο των μονάδων προϊόντων που συμφέρει βάσει και των περιορισμών να μεταφέρονται είναι 270. Αυτό αντιστοιχεί σε 40 μονάδες της διαδρομής Α, 110 της διαδρομής Β και 120 μονάδες της διαδρομής Δ. Τα κέρδη για κάθε μια από αυτές τις διαδρομές είναι αντίστοιχα 90000,203500 και 254400. Η επιχείρηση μεγιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση κερδών της στα 553.900. Το φύλλο εργασίας της 5ης επανάληψης έχει ως ακολούθως:

TRANSPORTATION PROBLEM					
ΕΡΓΟΣΤΑΣΙΑ	ΔΥΝΑΜΙΚΟΤΗΤΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	ΚΟΣΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	ΚΟΣΤΟΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΣΤΑ ΣΗΜΕΙΑ		
			K_1	K_2	K_3
E_1	150	1900	100	190	130
E_2	120	1700	180	120	150
ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΜΕΓΕΘΟΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ			85	45	110
ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΕΩΣ			4000	3500	4500
ΚΕΡΔΟΣ	ΑΝΑ ΜΟΝΑΔΑ	ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ	ΜΟΝΑΔΕΣ	ΚΕΡΔΗ	
Α ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ	0	E_1K_1	40	96000	
Β ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ	0	E_1K_2	110	203500	
Γ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ	0	E_1K_3	0	0	

Δ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ	0	E_2K_1	120	254400	
Ε ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ	0	E_2K_2	0	0	
ΣΤ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ	0	E_2K_3	0	0	
Σύνολα			270	553900	

Για να δούμε το κατά πόσο συμφέρουσα είναι η αποστολή προϊόντων στις Γ,Δ και ΣΤ διαδρομή μπορούμε να κάνουμε ανάλυση ευαισθησίας από το μενού επιλογής. Πληροφοριακά αναφέρουμε ότι για να είναι προσιτή η μεταφορά αυτών των προϊόντων από τις συγκεκριμένες διαδρομές χρειάζεται η συμπίεση του μοναδιαίου κόστους μεταφοράς τουλάχιστον κατα 55-65 χρηματικές μονάδες.

4) ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΣΥΝΤΟΜΟΤΕΡΗΣ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ (Shortest Path)

Το πρόβλημα αυτό μπορεί και να θεωρηθεί γενικά σαν πρόβλημα μεταφοράς έχοντας αρκετά στοιχεία δικτυωτής ανάλυσης. Εδώ αυτό που μας ενδιαφέρει είναι ο εντοπισμός μέσα σε ένα δίκτυο εκείνης της διαδρομής που ελαχιστοποιεί το κόστος μεταφοράς. Το πρόβλημά μάς αφορά τη διέλευση φορτίου μέσω δύο λιμανιών διαπερνώντας από 6 διαφορετικά σημεία πρωτού φθάσει στον τελικό προορισμό. Οι αποστάσεις μεταξύ των σημείων απεικονίζονται στο παρακάτω αρχικό φύλλο εργασίας. Στο πρόβλημά επιτρέπεται η διάσπαση του φορτίου 1 από οποιοδήποτε σημείο διέλευσης-κόμβο ενώ οι περιορισμοί που υπάρχουν είναι η απαραίτητη μεταφορά ακέραιου φορτίου από το σύνολο μεταφοράς του τέταρτου και πέμπτου κόμβου όπως και το σύνολο μεταφοράς φορτίου έκτου και έβδομου κόμβου. Αντικειμενικός σκοπός η ελαχιστοποίηση του κόστου μεταφοράς. Το πρώτο φύλλο εργασίας είναι το παρακάτω:

SHORTEST-PATH					
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ	ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ	ΤΙΜΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ	ΚΟΣΤΟΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ	
X_{12}	6	0	6	(1) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	1
X_{14}	1	0	1	(2) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0
X_{15}	6	0	6	(3) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0
X_{23}	4	0	4	(4) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0
X_{26}	2	0	2	(5) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0
X_{34}	3	0	3	(6) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0
X_{45}	3	0	3	(7) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0
X_{47}	0	0	0	(8) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	1
X_{56}	4	0	4	ΠΕΡ/ΣΜΟΣ ΜΗ ΑΡΝ/ΤΑΣ	0
X_{67}	2	0	2	ΠΕΡ/ΣΜΟΙ ΑΚΕΡ/ΤΗΤΑΣ	1
X_{68}	5	0	5		
X_{78}	2	0	2		
Σύνολα	46	0	46		

Με 4 επαναλήψεις φθάνουμε στη βέλτιστη λύση όπου και βλέπουμε ότι η άριστη διαδρομή είναι η 1-4-7-8. Η ελάχιστη απόσταση που προτείνει το σύστημα είναι 12 ενώ με αυτό το δρομολόγιο ελαχιστοποιείται το κόστος

μεταφοράς στα 20,27775. Το φύλλο εργασίας της τέταρτης και τελευταίας επανάληψης είναι το παρακάτω:

SHORTEST-PATH					
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ	ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ	ΤΙΜΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ	ΚΟΣΤΟΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ	
X_{12}	6	1	0	(1) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	1
X_{14}	1	0	12.4999	(2) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0
X_{15}	6	0	0	(3) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0
X_{23}	4	1	0	(4) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0
X_{26}	2	0	0	(5) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0
X_{34}	3	0	0	(6) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0
X_{45}	3	0.833333	0	(7) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0
X_{47}	0	0.166666	3.90083	(8) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	1
X_{56}	4	0.000000	0	ΠΕΡ/ΣΜΟΣ ΜΗ ΑΡΝ/ΤΑΣ	0
X_{67}	2	0.555555	0	ΠΕΡ/ΣΜΟΙ ΑΚΕΡ/ΤΗΤΑΣ	1
X_{68}	5	0.277777	0		
X_{78}	2	0.722221	1.444443		
Σύνολα	46	5.388884	20.27775		

5) ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΑΝΑΘΕΣΗΣ (Assignment problem)

Ένα κλασσικό πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού απεικονίζεται στο πρόβλημά μας όπου θέλουμε την ταξινόμηση τριών υπαλλήλων της επιχείρησης σε τρεις διαφορετικές εργασίες. Η απόδοση των εργατών υπολογίζεται μέσω ενός δείκτη απόδοσης και αυτό που μας ενδιαφέρει είναι η μεγιστοποίηση του συνολικού δείκτη απόδοσης από την ανάθεση των εργασιών. Για να είναι δυνατή η μέτρηση της απόδοσης όπως βλέπουμε από το παρακάτω φύλλο εργασίας το έχουμε εκφράσει σε ποσοστό της συνολικής απόδοσης:

ASSIGNMENT PROBLEM					
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ	ΑΠΟΔΟΣΗ	ΠΟΣΟΣΤΟ	ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΠΟΔΟΣΗ	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ	
X_{11}	2	0,01	0,02	(1) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0,24
X_{12}	3	0,2	0,6	(2) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0,2
X_{13}	4	0,03	0,12	(3) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0,28
X_{21}	3	0,05	0,15	(4) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0,26
X_{22}	4	0,06	0,24	(5) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0,31
X_{23}	7	0,09	0,63	(6) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0,15
X_{31}	6	0,2	1,2		
X_{32}	5	0,06	0,26		
X_{33}	3	0,2	0,09		
Σύνολα			3,3		
ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΚΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ			1		
ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ			0		

Ο Solver.xla φθάνει στη λύση του προβλήματος μετά από 6 επαναλήψεις. Όπως βλέπουμε στο τελικό φύλλο εργασίας η βέλτιστη ανάθεση κατατάσσει τον 1ο υπάλληλο στην εργασία 2, τον 2ο υπάλληλο στην εργασία 3 και τον τρίτο υπάλληλο στην εργασία 1. Η συνολική απόδοση ανέρχεται σε 16.

ASSIGNMENT PROBLEM					
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ	ΑΠΟΔΟΣΗ	ΠΟΣΟΣΤΟ	ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΠΟΔΟΣΗ	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ	
X_{11}	2	0,01	0	(1) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0,24
X_{12}	3	0,2	3	(2) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0,2
X_{13}	4	0,03	0	(3) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0,28
X_{21}	3	0,05	0	(4) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0,26
X_{22}	4	0,06	0	(5) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0,31
X_{23}	7	0,09	7	(6) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0,15
X_{31}	6	0,2	6		
X_{32}	5	0,06	0		
X_{33}	3	0,2	0		
Σύνολα			16		
ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΚΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ			1		
ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ			0		

6) ΧΡΟΝΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΡΓΩΝ (Project Planning)

Κατεξοχήν εφαρμογή της δικτυωτής ανάλυσης αποτελεί ο χρονικός προγραμματισμός των έργων. Όπως είδαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο ο χρονικός προγραμματισμός των έργων μπορεί να γίνει με τις μεθόδου CPM, PERT και είδαμε πως μπορεί να μετασχηματιστεί σε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Στο πρόβλημά μας έχουμε ένα έργο ανέργεσης οικοδομής και για την ολοκήρωσή της απαιτούνται συγκεκριμένες εργασίες. Υπάρχει ασφαλώς και προτεραιότητα με την οποία επιβάλλεται να εκτελεσθούν κάποιες εργασίες οι οποίες χρείαζονται για να ολοκληρωθούν συγκεκριμένη χρονική διάρκεια η οποία στο παράδειγμά μας εκφράζονται σε ημέρες. Αντικειμενικός σκοπός είναι η ελαχιστοποίηση του χρόνου εκτέλεσης του έργου. Το αρχικό φύλλο εργασίας έχει ως εξής:

PROJECT PLANNING						
Α/Α	ΕΡΓΑΣΙΕΣ	ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΗ ΕΡΓΑΣΙΑ	ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ (ΗΜΕΡΕΣ)	ΧΡΟΝΟΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΕΩΣ (ΗΜΕΡΕΣ)	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ	
Α.	Εσκαφή	-	10	0	(1) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	20
Β.	Σκελετός	Α	10	0	(2)ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	20
Γ.	Τοιχώματα	Β	8	0	(3) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	15
Δ.	Υδραυλικά	Β	7	0	(4) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	14
Η.	Ηλεκρολογικά	Β	6	0	(5) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	16
Θ.	Πατώματα	Δ,Η	9	0	(6) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	
Ι.	Σοβάδες	Γ,Δ,Η	8	0	(7) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	16
Κ.	Κουφώματα	Θ	6	0	(8) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	14
Λ.	Βαψίματα	Ι,Κ	0	0	(9) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	14
					(10) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	
					(11) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	11
					(12) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0

Η στήλη με τους χρόνους ολοκλήρωσης είναι αθροιστική δηλαδή στον τελικό πίνακα εκφράζουν την ημέρα από το σύνολο της χρονικής διάρκειας (ημέρες) που ολοκληρώνεται το έργο. Οι περιορισμοί που εμφανίζονται στο αρχικό φύλλο εργασίας δεν είναι τίποτε άλλο από την αριθμητική έκφραση της προτεραιότητας που απαιτείται για την εκτέλεση των εργασιών (απαίτηση του πακέτου που χρησιμοποιούμε όπως ήδη αναφέραμε παραπάνω). Να σημειώσουμε ότι το σύστημα περιέχει και μια "ψευδο-εργασία" του δικτύου Ε η οποία ασφαλώς δεν εμφανίζεται στον πίνακα αφού όπως ξέρουμε από τη δικτυωτή ανάλυση ολοκληρώνεται ταυτόχρονα με παραπλήσια εργασίας (στο πρόβλημά μας με την εργασία Λ).

Το κελί στόχος αντιπροσωπεύεται από τον χρόνο ολοκλήρωσης της τελευταίας εργασίας (Λ). Εννοείται ότι την ημέρα που ολοκληρώνεται η εργασία Λ αυτή είναι και η ημέρα ολοκλήρωσης όλου του έργου. Αφού στόχος μας είναι η ελαχιστοποίηση του χρόνου αποπεράτωσης του έργου συνεπάγεται ότι σκοπός του Solver.xla είναι η ελαχιστοποίηση του κελιού που αναφέρεται στο χρόνο ολοκλήρωσης της εργασίας Λ με την οριοθέτηση των περιορισμών. Το πρόγραμμα φθάνει σε αριστοποίηση του συστήματος με 9 επαναλήψεις. Το 9ο και τελευταίο φύλλο εργασίας του προβλήματος έχει ως εξής:

PROJECT PLANNING						
Α/Α	ΕΡΓΑΣΙΕΣ	ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΗ ΕΡΓΑΣΙΑ	ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ (ΗΜΕΡΕΣ)	ΧΡΟΝΟΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΕΩΣ (ΗΜΕΡΕΣ)	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ	
Α.	Εσκαφή	-	10	0	(1) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	10
Β.	Σκελετός	Α	10	10	(2)ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	20
Γ.	Τοιχώματα	Β	8	20	(3) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	27
Δ.	Υδραυλικά	Β	7	27	(4) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	26
Η.	Ηλεκρολογικά	Β	6	29	(5) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	29
Θ.	Πατώματα	Δ,Η	9	36	(6) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	
Ι.	Σοβάδες	Γ,Δ,Η	8	36	(7) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	36
Κ.	Κουφώματα	Θ	6	41	(8) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	36
Λ.	Βαψίματα	Ι,Κ	0	47	(9) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	41
					(10) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	
					(11) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	47
					(12) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0

Όπως βλέπουμε καθαρά από το τελικό φύλλο εργασίας το έργο βελτιστοποιεί τον χρόνο ολοκλήρωσης σε 47 ημέρες όπου και αποτελεί το συντομότερο χρόνο μέσα στον οποίο μπορεί να ολοκληρωθεί το έργο. Παρατηρείται ότι η εργασίες Θ και Ι ολοκληρώνονται την ίδια ακριβώς ημέρα προκειμένου να ικανοποιούνται πλήρως οι συνθήκες πλήρους συγχρονισμού εκτέλεσης των εργασιών και ψευδοεργασιών. Ο δε περιορισμός (12) μη αρνητικότητας μας διασφαλίζει από αδύνατη πρακτικά εκτέλεση οποιασδήποτε εργασίας.

7) ΕΠΙΛΟΓΗ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ (Capital Budgeting)

Ένα πολύ συχνό πρόβλημα χρηματοοικονομική διοικητικής είναι το χαρτοφυλάκιο επενδύσεων. Το πρόβλημα αυτό πρακτικά μπορεί να πάρει πολύπλοκη μορφή και στην πραγματικότητα ο γραμμικός προγραμματισμός αποτελεί ένα πολύ καλό μέτρο ελέγχου ενός χαρτοφυλακίου. Στο πρόβλημα που εξετάζουμε ασχολούμαστε με την επένδυση ορισμένων ποσών σε πέντε διαφορετικά επενδυτικά προγράμματα για τα επόμενα τέσσερα τρίμηνα (ένα έτος). Ασφαλώς μπορεί ένα πρόγραμμα να επενδυθεί σε ποσοστό 100%.

Όμως πολύ πιθανά αυτό να μην βελτιστοποιεί την αποδοτικότητα του χαρτοφυλάκιου επενδύσεων που διαχειριζόμαστε. Δίνεται όμως η δυνατότητα να αναληφθεί ένα πρόγραμμα σε ένα ορισμένο ποσοστό. Αυτό ασφαλώς θα έχει σαν αποτέλεσμα μικρότερη δαπάνη ποσού στην επένδυση αλλά παράλληλα και μικρότερη απολαβή επένδυσης. Οποισδήποτε ποσοστό και αν αναληφθεί για ένα πρόγραμμα επιβάλλεται η διατήρησή του και για τα τέσσερα τρίμηνα. Επίσης δεν είναι δυνατή η χρησιμοποίηση επενδυτικών προσόδων για νέες επενδυτικές πληρωμές διότι έχει προγραμματιστεί να εξυπηρετήσουν άλλες πληρωμές.

Για κάθε τρίμηνο προβλέπεται η επένδυση ενός ποσού. Για κάθε πρόγραμμα αντιστοιχεί ένα ζεύγος επενδυτικών εισροών και εκροών. Το κόστος διαχείρησης του χρήματος για κάθε τρίμηνο ισούτε προς 4%. Για κάθε επενδυτικό πρόγραμμα απαιτείται ο υπολογισμός της παρούσας αξίας των εισροών. Αυτή υπολογίζεται από τον τύπο $R_i = \sum_{j=1}^{4} \frac{r_{ij}}{(1+a)^j}$. Οι παρούσες αξίες που υπολογίσαμε για κάθε πρόγραμμα ανέρχονται σε:

$$R_1 = 49,\ R_2 = 97.78,\ R_3 = 134.82,\ R_4 = 91.36,\ R_5 = 101.32$$

Οι παρούσες αξίες που υπολογίσαμε αποτελούν τις σταθερές της αντικειμενικής συνάρτησης και το ζητούμενο είναι το ποσοστό ανάληψης του κάθε επενδυτικού προγράμματος. Στόχος είναι η μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης που θα προέλθει από την άριστη κατανομή σε επενδυτικά προγράμματα. Το αρχικό φύλλο εργασίας είναι το παρακάτω:

CAPITAL BUDGETING								
ΤΡΙΜΗΝΟ	ΕΚΡΟΕΣ,ΕΙΣΡΟΕΣ ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ					ΔΙΑΘΕΣΙΜΑ		
(J)	Π1	Π2	Π3	Π4	Π5	Bj		
1	10,5	20,8	45,20	30,30	50,40	50		
2	8,10	20,17	28,36	18,20	30,30	50		
3	6,20	40,35	30,40	10,30	10,20	60		
4	16,20	20,50	40,54	10,20	10,20	50		
ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ								
Ri	49	97.70	134.02	91.36	101.32			
ΠΟΣΟΣΤΑ ΑΝΑΛΗΨΗΣ								
XI	0	0	0	0	0			
ΚΕΡΔΗ						ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΚΕΡΔΗ		
Z	0	0	0	0	0	0		

ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ								
(1) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	2,1	4,16	0,04	7,26	10,08	32,64	ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΠΕΝΔ. 1	60
(2) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	1,02	4,034	5,072	3,04	0,00	21,020	ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΠΕΝΔ. 2	50
(3) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟ	1,24	8,07	6,08	2,06	2,04	19,49	ΜΕΓΙΣΤΟΕ ΠΕΝΔ. 3	60
(4) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	3,24	4,1	8,108	2,04	2,04	19,528	ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΠΕΝΔ. 4	50
ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	1							
	ή 0							

Οι περιορισμοί που εμφανίζονται παραπάνω εκφράζουν συνδιασμούς χαρτοφυλακίων. Να εξηγήσουμε και πάλι ότι το Microsoft Excel 5.0 for windows απαιτεί αριθμητικές τιμές προκειμένου να εκτελέσει του ανάλογους υπολογισμούς που είναι απαραίτητοι για την εύρεση την βέλτιστης λύσης. Οι περιορισμοί (ΜΕΓΙΣΤΟ) εκφράζουν την μέγιστη ποσότητα χρηματικών μονάδων που μπορεί να αναληφθεί για κάθε επενδυτικό πρόγραμμα. Τέλος να αναφέρουμε ότι τα κέρδη εξάγωνται μετά από υπολογισμό της διαφοράς εκροών και εισροών. Το κελί στόχος που καλείται ο Solver.xla να μεγιστοποιήσει είναι τα συνολικά κέρδη. Μετά από 8 επαναλήψεις φθάνουμε στο παρακάτω αποτέλεσμα:

CAPITAL BUDGETING								
ΤΡΙΜΗΝΟ	ΕΚΡΟΕΣ,ΕΙΣΡΟΕΣ ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ					ΔΙΑΘΕΣΙΜΑ		
(j)	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4	Π_5	B_j		
1	10,5	20,8	45,20	30,30	50,40	50		
2	8,10	20,17	28,36	18,20	30,30	50		
3	6,20	40,35	30,40	10,30	10,20	60		
4	16,20	20,50	40,54	10,20	10,20	50		
ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ								
R_i	49	97.70	134.02	91.36	101.32			
ΠΟΣΟΣΤΑ ΑΝΑΛΗΨΗΣ								
X_i	1	1	0.28899	0.15529	0			

ΚΕΡΔΗ						ΣΥΝΟΛΙΚ Α ΚΕΡΔΗ		
Z	49	97.78	38.9627	14.188	0	199.9307		
ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ								
(1) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	10,5	20,8	13,0626	5,63731	0	50	ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΠΕΝΔ. 1	60
(2) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0,1	20,17	0,19597	2,02072	0	39,2924	ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΠΕΝΔ. 2	50
(3) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟ	6,2	40,35	8,78553	1,59957	0	56,9356	ΜΕΓΙΣΤΟΕ ΠΕΝΔ. 3	60
(4) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	16,2	20,5	11,716	1,58404	0	50	ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΠΕΝΔ. 4	50
ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	1							
	ή 0							

Όπως βλέπουμε από το οριστικό (8ο) φύλλο εργασίας απορρίπτεται πλήρως η ανάληψη του χαρτοφυλακίου $Π_5$ ενώ αναλαμβάνονται πλήρως τα χαρτοφυλάκια $Π_1$ και $Π_2$. Τα χαρτοφυλάκια $Π_3$ και $Π_4$ αναλαμβάνονται κατά 28,90% και 15,53%, αντίστοιχα. Τέλος τα κέρδη της διαχείρησης του χαρτοφυλακίου μεγιστοποιούνται στις 199,9307.

8) ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ (Investment Planning)

Συχνά πυκνά ένα σύνηθες οικονομικο-επιχειρησιακό πρόβλημα είναι ο τρόπος κατανομής επενδύσεων σε ένα χαρτοφυλάκιο διαχείρησης για περισσότερα έτη του ενός. Στη διάρκεια αυτών των ετών πιθανά προσφέρονται εναλλακτικές επενδυτικές ευκαιρίες και αυτό που ενδιαφέρει είναι ο τρόπος με τον οποίο ένα ορισμένο ποσό επένδυσης θα διαχειριστεί. Σκοπός είναι ο συγχρονισμός των εκροών και εισροών των εναλλακτικών επενδυτικών ευκαιριών μέσα σε μια περίοδο ετών που εξετάζεται με στόχο πάντα τη μεγιστοποίηση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου.

Το επενδυτικό πρόβλημά μας αναφέρεται για μια περίοδο πέντε ετών. Αντιμετωπίζει δύο επενδυτικά προγράμματα στην αρχή της περιόδου ενώ από την αρχή του δευτέρου έτους εμφανίζεται και τρίτη επενδυτική ευκαιρία. Η απόδοση, οι εισροές και οι εκροές του κάθε επενδυτικού προγράμματος καθώς και το συνολικό διαθέσιμο κεφάλαιο για επένδυση φαίνονται στο παρακάτω πρώτο φύλλο εργασίας. Να διευκρινήσουμε ότι το επενδυτικό πρόγραμμα Α ρευστοποιείται ανά δύο έτη, το Β ανά τρία έτη· ενώ το Γ κάθε τρέχον έτος. Στο τέλος των πέντε ετών έχουν ρευστοποιηθεί όλα τα προγράμματα και το Α έχει ενεργήσει τρεις κύκλους, το Β δύο κύκλους ενώ το Γ τέσσερις. Οι μόνοι περιορισμοί που υπάρχουν είναι ότι το άθροισμα των ληξιπρόθεσμων στο τέλος κάθε έτους επενδυτικών προγραμμάτων πρέπει να ισούνται με το μηδέν προκειμένου να μην υπάρχει έλλειμα διαθέσιμου κεφαλαίου και να μπορούν να χρηματοδοτηθούν τα επερχόμενα νέα προγράμματα. Επίσης επιτρέπεται η χρηματοδότηση νέων προγραμμάτων από τις αποδόσεις των ληξιπρόθεσμων προγραμμάτων. Κάθε επενδυτικό πρόγραμμα μπορεί να αναλαμβάνεται μόνο εξ' ολοκλήρου και όχι κατά τμηματικά ποσοστά. Αντικειμενικός σκοπός η μεγιστοποίηση του χαρτοφυλακίου.

INVESTMENT PLANNING								
ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ	ΑΠΟΔΟΣΗ	ΠΕΡΙΟΔΟΣ	ΕΙΣΡΟΕΣ	ΕΚΡΟΕΣ	ΣΥΝΟΛΑ			
A_1	1,4	1	0	3,2	-3,2			
A_2	1,4	2	0	4,4	-4,4			
A_3	1,4	3	2,6	2,6	0			
B_1	1,8	4	4,4	1,2	5,6			
B_2	1,8	5	4,4	0	4,4			
$Γ_2$	1,2	Σύνολα	11,4	11,1	2,4			
$Γ_3$	1,2							
$Γ_4$	1,2		ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΔΙΑΘΕΣΙΜΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ			100		
$Δ_1$	0							

ΕΙΣΡΟΕΣ Δ	ΕΙΣΡΟΕΣ Α	ΕΙΣΡΟΕΣ Β	ΕΙΣΡΟΕΣ Γ	ΕΚΡΟΕΣ Δ	ΕΚΡΟΕΣ Α	ΕΚΡΟΕΣ Β	ΕΚΡΟΕΣ Γ	ΣΥΝΟΛΑ
0	0	0	0	0	1	1	0	-2
0	0	0	0	0	1	1	1	-3
0	1,4	0	1,2	0	1	0	1	0,6
0	1,4	1,8	1,2	0	0	0	1	3,4
0	1,4	1,8	1,2	0	0	0	0	4,4
					ΣΥΝΟΛΟ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ			3,4

Να διευκρινήσουμε ότι το πρόγραμμα Δ δεν αντιπροσωπεύει πραγματικό επενδυτικό πρόγραμμα αλλά εικονικό. Εισέρχεται στο πρόβλημά μας για να βοηθήσει τους υπολογισμούς στο πρώτο έτος· όπου υπάρχει απουσία του επενδυτικού προγράμματος Γ. Το πρόγραμμα φθάνει σε βέλτιστη λύση μέσω 6 επαναλήψεων. Από τα τελικά αποτελέσματα φαίνεται ότι η βέλτιστη λύση προτείνει επένδυση 100 χρηματικών μονάδων στο επενδυτικό πρόγραμμα Β την πρώτη χρονιά και στη συνέχεια το ποσό που συσσωρεύεται στο τέλος της τρίτης χρονιάς επανεπενδύεται στο Γ επενδυτικό πρόγραμμα. Με αυτή την επιλογή το ποσό που αποφέρει η επένδυση είναι 216 χρηματικές μονάδες με συνολική απόδοση 216%. Αν θελήσουμε να κάνουμε ανάλυση ευαισθησίας από το μενού θα δούμε ότι μία αύξηση του ποσού του διαθέσιμου κεφαλαίου επιφέρει πολλαπλάσια αύξηση στη συνολική απόδοση του χαρτοφυλακίου. Συνεπώς για αύξηση των χρημάτων 10% προκαλεί αύξηση της συνολικής απόδοσης κατά 100% και συνεπώς ολική απόδοση πάνω από 316%. Το τελικό φύλλο εργασίας έχει ως εξής:

INVESTMENT PLANNING								
ΕΙΣΡΟΕΣ Δ	ΕΙΣΡΟΕΣ Α	ΕΙΣΡΟΕΣ Β	ΕΙΣΡΟΕΣ Γ	ΕΚΡΟΕΣ Δ	ΕΚΡΟΕΣ Α	ΕΚΡΟΕΣ Β	ΕΚΡΟΕΣ Γ	ΣΥΝΟΛΑ
0	0	0	0	0	0	100	0	-100
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	180	0	0	0	0	0	180
0	0	0	0	0	0	0	180	-180
0	0	0	316	0	0	0	0	316
Σύνολα		180	316			100	180	216

Το τελικό ποσό που επιστρέφει από την ακολούθηση του επενδυτικού προγράμματος είναι 316 χρηματικές μονάδες. Φυσικά αφαιρείται το ποσό διάθεσης επενδυτικού κεφαλαίου για να υπολογισθεί η πραγματική απόδοση της επένδυσης που ανέρχεται σε 216 χρηματικές μονάδες.

9) ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ ΤΡΑΠΕΖΑΣ (Bank Management)

Η διαχείρηση της περιουσίας μιας τράπεζας (Bank Management) αποτελεί το συγχρονισμό ενεργητικού και παθητικού της περιουσίας για τον πλήρη συγχρονισμό εισροών και εκροών όπως και του διαθέσιμου ρευστού κεφαλαίου. Γι' αυτό και είναι γνωστό και ως Asset and Liability Management.

Στο πρόβλημά μας έχουμε μια εμπορική τράπεζα που διαχειρίζεται ένα ποσό της τάξεως των 10000000000 προερχόμενο το 1000000000 από καταθέσεις όψεως και το υπόλοιπο ποσό το μισό από καταθέσεις ταμιευτηρίου και το άλλο μισό από καταθέσεις προθεσμίας και ομόλογα (4,5 + 4,5). Η επιχείρηση κατανέμει αυτά τα χρηματικά ποσά σε Δάνεια,Μετοχές και Δεσμεύσεις με ποσοστά απόδοσης όπως φαίνεται στο παρακάτω αρχικό φύλλο εργασίας ενώ χρειάζεται πάντα και η διατήρηση ενός ποσοστού ρευστότητας για την εξυπηρέτηση των πελατών της.

Τα κριτήρια-περιορισμοί που θέτονται για την διαχείρηση του χαρτοφυλακίου απαιτούν τα εξής: Για τη διατήρηση ρευστότητας απαιτείται η παραμονή ως ρευστού στην τράπεζα του 5% των καταθέσεων όψεως, του 3% των καταθέσεων ταμιευτηρίου και του 1% των καταθέσεων προθεσμίας. Τα βιοτεχνικά δάνεια όπως βλέπουμε από το αρχικό φύλλο εργασίας πρέπει να κυμανθούν μεταξύ 10% και 15% ενώ τα βιομηχανικά μεταξύ 15% και 20%. Τέλος η Κεντρική Τράπεζα απαιτεί δεσμεύσεις ύψους 45% των καταθέσεων για να τις χρησιμοποιήσει για δημόσιες επενδύσεις με το επιτόκιο που εμφανίζεται παρακάτω.

Σκοπός μας είναι η μεγιστοποίηση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου της τράπεζας με ικανοποίηση όλων των περιορισμών. Να σημειώσουμε ότι ο 6ος περιορισμός που αντιπροσωπεύει το ποσοστό που τελικά επιβάλλεται να καταλάβει η ρεύστοτητα προκύπτει από το άθροισμα των γινομένων των επιμέρους αποδόσεων των επενδύσεων της τράπεζας δια του συνολικού ποσού του χαρτοφυλακίου. Το υπολογίσαμε σε 0,0185 όπως και φαίνεται στο αρχικό φύλλο εργασίας.

BANK MANAGEMENT

ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ	ΕΠΕΝΔΥ-ΣΕΙΣ Α/Α	ΕΠΙΤΟ-ΚΙΟ	ΣΥΝΤ. ΑΠ/ΣΗΣ	ΠΟΣΑ ΕΠΕΝΔ.	ΣΥΝ. ΑΠΟΔ.	ΣΥΝ/ΣΤΕΣ	ΑΠΟΔ-ΟΣΗ
ΒΙΟΤΕΧΝΙΚΑ ΔΑΝΕΙΑ	1	0,14	0,94	1400000000	1316000000	94	0,94
ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΔΑΝΕΙΑ	2	0,18	0,08	1800000000	1764000000	98	0,08
ΚΕΦΑΛΑΙΑ ΚΙΝΗΣΗΣ	3	0,2	1	2000000000	2000000000	100	1
ΜΕΤΟΧΕΣ	4	0,15	0,95	1500000000	1425000000	95	0,95
ΔΕΣΜΕΥΣΕΙΣ	5	0,13	0,03	1300000000	1200000000	93	0,93
ΡΕΥΣΤΑ	0	0	0	2000000000	0	0	0
Σύνολα		0,8	0,8	10000000000	7714000000	96,42	0,964
ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΠΟΔΟΣΗ		0,13333					
ΣΥΝΟΛΟ ΚΑΤΑΘΕΣΕΩΝ		10000000000		ΣΥΝΟΛΟ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ		8000000000	
ΟΡΙΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ:							
1,2 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ		0,1	0,15				
3,4 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ		0,15	0,2				
5 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ			0,45				
6 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ			0,0185				
7 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ			1				
8 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ			0				
ΣΥΝΟΛΟ ΕΙΔΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ			6				

Ο τελικός πίνακας που προκύπτει είναι το 5ο φύλλο εργασίας που σημαίνει ότι μετά από 5 επαναλήψεις ο Solver.xla μας προτείνει βέλτιστη λύση με μέγιστη δυνατή απόδοση για την τράπεζα κάτω από τις συνθήκες που περιγράψαμε ύψους 16,675%. Η απόδοση αυτή επιτυγχάνεται επενδύντας το 0,1 ή 10% στα βιοτεχνικά δάνεια, το 20% στα βιομηχανικά, 24,15% σε κεφάλαια κίνησης, το 45% σε δεσμεύσεις - σύμφωνα με τις επιταγές του 5ου περιορισμού - ενώ βέβαια η ρευστότητα που ήδη υπολογίσαμε πράγματι αντιπροσωπεύει το 1,85% του συνόλου του χαρτοφυλακίου.Να σημειώσουμε ότι η λύση δεν προβλέπει επένδυση σε μετοχές ενώ η ανάλυση ευαισθησίας - που μπορούμε να επιλέξουμε από το μενού - προβλέπει άνοδο της αποδόσεώς τους τουλάχιστον κατά 7% για να είναι αυτές κερδοφόρες για το χαρτοφυλάκιο της τράπεζας. Το τελευταίο φύλλο εργασίας έχει ως εξής:

BANK MANAGEMENT							
ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ	ΕΠΕΝΔΥ ΣΕΙΣ Α/Α	ΕΠΙΤΟ-ΚΙΟ	ΣΥΝΤ. ΑΠ/ΣΗΣ	ΠΟΣΑ ΕΠΕΝΔ.	ΣΥΝ. ΑΠΟΔ.	ΣΥΝΤ/ΣΤΕΣ	ΑΠΟΔ ΟΣΕΙΣ
ΒΙΟΤΕΧΝΙΚΑ ΔΑΝΕΙΑ	1	0,1	1,1	1000000000	11000000000	110	1,1
ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΔΑΝΕΙΑ	2	0,2	1,2	2000000000	24000000000	120	1,2
ΚΕΦΑΛΑΙΑ ΚΙΝΗΣΗΣ	3	0,2415	1	2415000000	40900000000	124,15	1
ΜΕΤΟΧΕΣ	4	0	0	0	0	0	0
ΔΕΣΜΕΥΣΕΙΣ	5	0,45	1,7	4500000000	8900000000	145	0,93
ΡΕΥΣΤΑ	0	0,0185	0,0185	185000000	185000000	0	0
Σύνολα		1	0,8	10000000000	16675000000	96,425	0,964
ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΑΠΟΔΟΣΗ		0,16675					
ΣΥΝΟΛΟ ΚΑΤΑΘΕΣΕΩΝ		10000000000		ΣΥΝΟΛΟ ΕΠΕΝΔΥΣΗΣ		10000000000	
ΟΡΙΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ:							
1,2 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ		0,1	0,15				
3,4 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ		0,15	0,2				

5 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ		0,45				
6 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ		0,0185				
7 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ		1				
8 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ		0				
ΣΥΝΟΛΟ ΕΙΔΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ		6				

10) ΔΙΑΦΗΜΙΣΤΙΚΗ ΕΚΣΤΡΑΤΕΙΑ (Media Mix)

Από τα συνηθέστερα προβλήματα marketing της επιχείρησης είναι και ο προγραμματισμός πιθανής διαφημιστικής εκστρατείας. Το πρόβλημα αυτό συνίσταται στην βέλτιστη κατανομή διαφημιστικού προϋπολογισμού σε διαφορετικά διαφημιστικά μέσα έτσι ώστε να επιτευχθεί ο μέγιστος αριθμός ακροαματικότητας με το ελάχιστο δυνατό κόστος.

Στην περίπτωσή μας μια επιχείρηση επιθυμεί την εισαγωγή στην αγορά ενός νέου προϊόντος. Για την διαφημιστική της εκστρατεία έχει επιλέξει τα τέσσερα διαφημιστικά μέσα που εμφανίζονται στα παρακάτω αρχικό φύλλο εργασίας. Η αποδοτικότητα της εκστρατείας θα εξαρτηθεί από τον αριθμό των ατόμων που θα εκτεθεί στις διαφημίσεις της επιχείρησης. Ο δείκτης ακροαματικότητας που βλέπουμε έχει μετρηθεί στατιστικά με βάση προηγούμενες εμπειρίες ανάλογων διαφημιστικών εκστρατειών.

Οι περιορισμοί κόστους απαιτούν όχι δαπάνηση ποσού μεγαλύτερου από 3.000.000 χρηματικές μονάδες. Επίσης υπάρχουν κάποιοι περιορισμοί όπως βλέπουμε στη συχνότητα διαφημίσεων στα περιοδικά (12), στο ποσοστό ανάληψης διαφημίσεων σε εφημερίδες και περιοδικά (40%) και στον ελάχιστο αριθμό διαφημίσεων σε τηλεοράσεις και ραδιόφωνα (10) προκειμένου να είναι αποδοτικές ως προς την αφομίωσή τους από το κοινό.

MEDIA - MIX						
ΕΙΔΟΣ ΜΕΣΟΥ	ΚΟΣΤΟΣ ΔΙΑΦ/ΣΗΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΑΚΡ/ΤΑΣ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΔΙΑΦ/ΣΕΩΝ	ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ	ΠΟΣΟΣΤΟ %	ΣΥΝΤ. ΑΚΡ.
ΤΗΛΕΟΡΑΣΗ	100000	100	0	0	0%	0,004761
ΡΑΔΙΟΦΩΝΟ	10000	22	0	0	0%	0,007107
ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ	60000	70	0	0	0%	0,0011
ΕΦΗΜΕΡΙΔΕΣ	40000	50	0	0	0%	0,00125
Σύνολα		242	0	0	0%	0,014285
		Συνολικό Κόστος προϋπολογισμού διαφήμισης				3000000
		Μέγιστο διαφημίσεων περιοδικών				12
		Μέγιστο % εφημερίδων-περιοδικών				40%
		Ελάχιστο % τηλεόρασης-περιοδικών				10
		Πολιτική επιχείρησης συνόλου περιοδικών-εφημερίδων				0
		Πολιτική επιχείρησης συνόλου τηλεόρασης-ραδιοφώνου				0
		Συντελεστής (0,4) πολιτικής τηλεόρασης- ραδιοφώνου				0

Με 4 επαναλήψεις το πρόγραμμα προτείνει τη λύση που εμφανίζεται παρακάτω. Αυτό που παρατηρούμε ιδιαίτερα είναι τη μεγάλη επαναλαπτηκότητα της διαφήμισης του προϊόντος στο ραδιόφωνο που δείχνει μεγάλη εμβέλειά του προς το συγκεκριμένο κοινό και μέσο διαφήμισης. Επίσης το προϊόν δεν φαίνεται να ευνοείται από τη διαφήμιση σε περιοδικά ενώ κάτι ανάλογο περίπου συμβαίνει για τις εφημερίδες.

MEDIA - MIX						
ΕΙΔΟΣ ΜΕΣΟΥ	ΚΟΣΤΟΣ ΔΙΑΦ/ΣΗΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΑΚΡ/ΤΑΣ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΔΙΑΦ/ΣΕΩΝ	ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ	ΠΟΣΟΣΤΟ %	ΣΥΝΤ. ΑΚΡ.

ΤΗΛΕΟΡΑΣΗ	100000	100	10	1000000	33,33%	0,004761
ΡΑΔΙΟΦΩΝΟ	10000	22	149	1492500	49,75%	0,007107
ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ	60000	70	4	245000	8,17%	0,0011
ΕΦΗΜΕΡΙΔΕΣ	40000	50	7	262500	8,75%	0,00125
Σύνολα		242	171	3000000	100,0%	0,014285
		Συνολικό Κόστος προϋπολογισμού διαφήμισης				3000000
		Μέγιστο διαφημίσεων περιοδικών				12
		Μέγιστο % εφημερίδων-περιοδικών				40%
		Ελάχιστο % τηλεόρασης-περιοδικών				10
		Πολιτική επιχείρησης συνόλου περιοδικών-εφημερίδων				11
		Πολιτική επιχείρησης συνόλου τηλεόρασης-ραδιοφώνου				159
		Συντελεστής (0,4) πολιτικής τηλεόρασης- ραδιοφώνου				63,7

Για το συγκεκριμένο πρόβλημα παρουσιάζουμε και την ανάλυση ευαισθησίας που προτείνει ο Solver.xla. Από την αναφορά ευαισθησίας φαίνεται καθαρά η μικρή μεταβαλλόμενη απόκλιση προς τις διαφημίσεις εφημερίδων και περιοδικών και την μεγάλη τάση προς τις διαφημίσεις ραδιοφώνου. Το αρνητικό πρόσημο δείχνει μεγάλη αύξουσα τάση προς τη μεταβλητή που αντιπροσωπεύει.

Microsoft Excel 5.0 Αναφορά ευαισθησίας				
Φύλλο εργασίας: [NIKOS.XLS]Sheet1				
Δημιουργία αναφοράς: 1/4/96 16:15				
Μεταβαλλόμενα κελιά				
			Τελική	Βαθμιαία
	Κελί	Όνομα	τιμή	μείωση
	B19	ΤΗΛΕΟΡΑΣΗ Κόστος ανά διαφήμιση	169.418	0
	B20	ΡΑΔΙΟΦΩΝΟ Κόστος ανά διαφήμιση	10.582	-180
	B21	ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ Κόστος ανά διαφήμιση	66.426	250
	B22	ΕΦΗΜΕΡΙΔΕΣ Κόστος ανά διαφήμιση	43.109	80
	D19	ΤΗΛΕΟΡΑΣΗ Αριθ. διαφημίσεων	10	10
	D20	ΡΑΔΙΟΦΩΝΟ Αριθ. διαφημίσεων	10	-90
	D21	ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ Αριθ. διαφημίσεων	11,07095812	30
	D22	ΕΦΗΜΕΡΙΔΕΣ Αριθ. διαφημίσεων	11	5
Περιορισμοί				
			Τελική τιμή	Πολλαπλασιαστή Lagrange
	Κελί	Όνομα		
	G22	ΕΦΗΜΕΡΙΔΕΣ + ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ	40,00%	0,00%
	E23	TOTALCOST	3.000.000	1

11) ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΩΛΗΣΕΩΝ (Sales Planning)

Ενώ η διαφημιστική εκστρατεία ασχολείται με περιορισμένη κατανομή πόρων προς συγκεκριμένη αγορά ο προγραμματισμός των πωλήσεων ασχολείται με την άριστη κατανομή των δραστηριοτήτων του τμήματος πωλήσεων στο σύνολο των αγορών που έχει αποφασίσει να απευθυνθεί η επιχείρηση. Το πρόβλημά ασχολείται με την άριστη καταναμή πωλητών και εργατοωρών προκειμένου να εξασφαλίσει την καλύτερη κατανομή των πόρων με το μέγιστο δυνατό κέρδος χωρίς παράλληλα ο προϋπολογισμός να ξεπεράσει κάποιο όριο (2.000.000). Όπως φαίνεται από το παρακάτω αρχικό φύλλο εργασίας οι πελάτες στους οποίου απευθύνεται η επιχείρηση χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες. Τα εμπορικά καταστήματα και τους απλούς ιδιώτες. Ασφαλώς δεν επιτρέπονται αρνητικότητα σε οποιαδήποτε μεταβλητή. Το αρχικό φύλλο εργασίας έχει ως εξής:

SALES PLANNING							
ΑΓΟΡΕΣ	ΜΟΝΑΔ. ΚΕΡΔΟΣ	ΠΩΛΗ-ΤΕΣ	ΕΡΓΑΤΟ-ΩΡΕΣ	ΚΟΣΤΟΣ ΔΙΑΦ.	ΑΡΙΘ. ΠΩΛΗΣ.	ΣΥΝΟΛ. ΚΕΡΔΟΣ	ΣΤΑΘ. ΔΙΑΙΡ.
ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ	40000	0	0,5	500	0	0	0
ΠΕΛΑΤΕΣ	60000	0	1	300	0	0	0
Σύνολα		0	1,5	800	0	0	
	Σύνολο προϋπολογισμού διαφημίσεων					2000000	
	Ελάχιστο όριο εργατωρών					4000	
	Ελάχιστο όριο αναμενόμενων πωλήσεων καταστ.					2000	
	Ελάχιστο όριο αναμενόμενων πωλήσεων πελ.					2000	
		Περιορισμός μη αρνητικότητας				0	

Κατά μέσο όρο ξοδεύεται μισή εργατοώρα για μία πώληση σε καταστήματα και μία εργατοώρα για μία πώληση σε πελάτες-ιδιώτες. Το κόστος διαφήμισης είναι 500 για τα καταστήματα και 300 για του πελάτες. Το κελί-στόχος που καλούμαστε να μεγιστοποιήσουμε είναι το σύνολο του συνολικού κέρδους των πωλήσεων. Το πρόβλημα φθάνει σε βέλτιστη λύση μετά από 4 επαναλήψεις με τα αποτελέσματα που εμφανίζονται ευθής αμέσως.

SALES PLANNING							
ΑΓΟΡΕΣ	ΜΟΝΑΔ. ΚΕΡΔΟΣ	ΠΩΛΗ-ΤΕΣ	ΕΡΓΑΤΟ-ΩΡΕΣ	ΚΟΣΤΟΣ ΔΙΑΦ.	ΑΡΙΘ. ΠΩΛΗΣ.	ΣΥΝΟΛ. ΚΕΡΔΟΣ	ΣΤΑΘ. ΔΙΑΙΡ.
ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ	40000	0,799905	799,0461	1250000	2285,71	91428400	500,5
ΠΕΛΑΤΕΣ	60000	3,20095	3200,954	750000	2857,14	171428400	301
Σύνολα		4	4000	2000000	5142,85	262856800	
	Σύνολο προϋπολογισμού διαφημίσεων					2000000	
	Ελάχιστο όριο εργατωρών					4000	
	Ελάχιστο όριο αναμενόμενων πωλήσεων καταστ.					2000	
	Ελάχιστο όριο αναμενόμενων πωλήσεων πελ.					2000	
		Περιορισμός μη αρνητικότητας				0	

Θα πρέπει να διευκρυνήσουμε ότι τα αποτελέσματα των πωλητών δεν είναι και τόσο φυσιολογικά αφού δεν μπορούμε φυσικά να στείλουμε 0,799905 πωλητή για να πραγματοποιήσει μία πώληση σε καταστήματα. Αν όμως τοποθετήσουμε περιορισμό ακεραιότητας πιθανά να μην φθάσει στη βελτιστοποίηση που επιζητάμε. Έτσι με περιορισμό ακεραιότητας τα συνολικά κέρδη δεν θα μεγιστοποιούνταν στα 262.856.800 χρηματικές μονάδες αλλά κάπου λιγότερο από αυτό το σημείο. Γι' αυτό το λειτουργικό αυτό πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπισθεί με κάποιο κατάλληλο πρόγραμμα του Management της επιχείρησης π.χ. με κατανομή των χώρων και προορισμών που θα καταλαμβάνει ο κάθε πωλητής ξεχωριστά προκειμένου να ικανοποιηθεί με κάποιους συντελεστές η βέλτιστη επίλυση που δίνει ο Η/Υ. Το πρόβλημα θα μπορούσε επίσης να επιλυθεί και με ακέραιο προγραμματισμό.

Κατά τα άλλα τα αποτελέσματα είναι απόλυτα φυσιολογικά. Η επιχείρηση αριστοποιεί τα κέρδη της με πωλήσεις ύψους 2.285,71 προς τα καταστήματα και 2.857,14 προς πελάτες. Και πάλι σημειώνουμε ότι μπορεί να δωθεί εμπειρικα μια ακέραιη απάντηση για κάθε αριθμό κατά μικρή προσέγγιση (π.χ. 2.286 και 2856 πωλήσεις αντίστοιχα). Από το διαφημιστικό προϋπολογισμό 1.250.000 πηγαίνει για τη διαφήμιση που αναφέρεται σε καταστήματα ενώ 750.000 προς διαφημίσεις αναφερόμενες σε πελάτες. Τα μέγιστα κέρδη που μπορεί να επιτύχει η επιχείρηση με αυτά τα δεδομένα ανέρχονται σε 262.856.800 .

12) ΔΙΑΝΟΜΗ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ (Distribution Planning)

Ένα συχνά πολύπλοκο πρόβλημα marketing είναι η διανομή προϊόντων από διαφορετικές πηγές σε διαφορετικούς προορισμούς μέσα σε συγκεκριμένες χρονικές περιόδους. Συνήθως επιδιώκεται είτε η μεγιστοποίηση του κέρδους διαθέτοντας ένα σταθερό προϋπολογισμό κόστους διανομής είτε η ελαχιστοποίηση του κόστους διανομής με δεδομένο ένα ικανοποιητικό περιθώριο κέρδους.

Το πρόβλημα που διαπραγματευόμαστε είναι σχετικά απλό. Αφορά τη διανομή προϊόντων σε δύο πόλεις με σταθμό εκκίνησης την πρώτη. Το πρόγραμμα αναφέρεται σε δύο ημέρες. Υπάρχει κάποιο κόστος από τη μεταφορά των οχημάτων που διαφέρει αν τα οχήματα είναι φορτωμένα, άδεια ή είναι αδρανή και δεν μετακινούνται. Ανάλογα προσαρμόζεται και το κέρδος. Για κάθε διαδρομή διαμορφώνεται ένα κόστος και ένα κέρδος. Υπάρχει ένα μέγιστο κόστος που μπορεί να σπαταληθεί στη διανομή του προϊόντος όπως βλέπουμε από το παρακάτω αρχικό φύλλο εργασίας. Στόχος μας είναι η μεγιστοποίηση των κερδών από τη διανομή των προϊόντων. Τα δεδομένα και το αρχικό φύλλο εργασίας έχουν ως εξής:

DISTRIBUTION PLANNING						
ΠΟΛΕΙΣ	1η ΗΜΕΡΑ	2η ΗΜΕΡΑ	ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ	ΚΟΣΤΟΣ	ΚΕΡΔΗ	ΔΡΟΜΟΛΟΓΙΑ
Α ΠΟΛΗ	0	0	A_1	210	500	0
Β ΠΟΛΗ	0	0	B_1	210	500	0
Συν.			A_2	210	500	
			B_2	210	500	
Σύνολα				840	2000	0
ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΟΧΗΜΑΤΩΝ		ΚΟΣΤΟΣ	ΚΕΡΔΟΣ	ΔΡΟΜ/ΓΙΑ		
ΦΟΡΤΩΜΕΝΟ		100	500	0		
ΑΔΕΙΟ		100	0	0		
ΑΔΡΑΝΕΣ		10	0	0		
			Σύνολα	0		
ΜΕΓΙΣΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΔΙΑΝΟΜΗΣ		4000000				
ΕΛΑΧ. ΔΡΟΜΟΛ. ΦΟΡΤΟΜΕΝΩΝ		100				
ΜΕΓ. ΔΡΟΜΟΛΟΓΙΑ ΑΔΕΙΑΝΩΝ		30				
ΜΕΓ. ΦΟΡΕΣ ΑΔΡΑΝΩΝ		20				
ΜΕΓΙΣΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΔΡΟΜ. A_1		500000				
ΜΕΓΙΣΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΔΡΟΜ. B_1		1000000				

Όπως μπορούμε να δούμε υπάρχουν και κάποιοι περιορισμοί στο μέγιστο κόστος που μπορούν να καταναλώσουν κάποια συγκεκριμένα δρομολόγια. Αυτό μπορεί να έχει καθοριστεί εμπειρικά ή να αποτελεί πολιτική της επιχείρησης σύμφωνα με τους σταθμούς διανομής που θέλει να εξυπηρετήσει. Η επίλυση του προβλήματος έρχεται με 4 επαναλήψεις. Το τελικό φύλλο εργασίας έχει ως εξής:

DISTRIBUTION PLANNING						
ΠΟΛΕΙΣ	1η ΗΜΕΡΑ	2η ΗΜΕΡΑ	ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ	ΚΟΣΤΟΣ	ΚΕΡΔΗ	ΔΡΟΜΟΛΟΓΙΑ
Α ΠΟΛΗ	2380,052	9924,639	A_1	500000	1190476	12304,691
Β ΠΟΛΗ	3371,014	3371,014	B_1	707912,9	1685507	6742,028
Σύνολα	5751,066	13295,653	A_2	2084174	4902319	
			B_2	707913,1	1685507	
Σύνολα				4000000	9523810	19046,719
ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΟΧΗΜΑΤΩΝ		ΚΟΣΤΟΣ	ΚΕΡΔΟΣ	ΔΡΟΜ/ΓΙΑ		
ΦΟΡΤΩΜΕΝΟ		100	500	18996,719		
ΑΔΕΙΟ		100	0	30		
ΑΔΡΑΝΕΣ		10	0	20		
			Σύνολα	19046,719		
ΜΕΓΙΣΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΔΙΑΝΟΜΗΣ		4000000				
ΕΛΑΧ. ΔΡΟΜΟΛ. ΦΟΡΤΟΜΕΝΩΝ		100				
ΜΕΓ. ΔΡΟΜΟΛΟΓΙΑ ΑΔΕΙΑΝΩΝ		30				
ΜΕΓ. ΦΟΡΕΣ ΑΔΡΑΝΩΝ		20				
ΜΕΓΙΣΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΔΡΟΜ. A_1		500000				
ΜΕΓΙΣΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΔΡΟΜ. B_1		1000000				

Μπορούμε να δούμε ότι η επιχείρηση μεγιστοποιεί τα κέρδη της στα 9.523.810 . Για να επιτύχουμε αυτή τη μεγιστοποίηση εμείς είχαμε σαν κελί-στόχο το σύνολο των δρομολογίων το οποίο θέλαμε να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερο μέσα στους περιορισμούς που υπάρχουν. Η διαμόρφωση του προβλήματος δίνει μεγάλη ευκαιρία στο Management της επιχείρησης να πραγματοποιήσει εκτιμήσεις για τον αριθμό δρομολογίων σε κάθε πόλη ή σε κάθε ημέρα ή συδιασμό αυτών των δύο. Έτσι το Management μπορεί να εξετάσει την κερδοφορία κάθε διαδρομής και περιοχής, να δοκομάσει πιθανή μεγένθυση του δικτύου διανομής της ή και να αναθεωρήσει πιθανή πολιτική της στο υπάρχον σύστημα.

13) ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ-ΠΩΛΗΣΕΩΝ ΜΕ ΕΚΠΤΩΣΕΙΣ

Κλασσικό πρόβλημα marketing, σε αυτό το πρόβλημα συνήθως επιδιώκεται η μεγιστοποίηση κερδών της επιχείρησης από την παραγωγή και πώληση πολλών προϊόντων. Υπάρχουν πάντα κάποιες κλίμακες-όρια που καθορίζουν την τιμολογιακή πολιτική, την παραγωγή ακόμη και την κερδοφορία της επιχείρησης βασιζόμενη σε εκπτώσεις, , προσφορές και οποιουδήποτε άλλου τεχνάσματος αύξησης των πωλήσεων.

PRODUCTION - SALES MANAGEMENT							
ΠΡΟΙΟΝΤΑ	- 10 ΤΟΝΟΙ	- 25 ΤΟΝΟΙ	ΑΠΕΡΙΟΡ.	ΑΝΕΞ.	ΣΥΝ. ΚΕΡΔΗ	ΜΟΝΑΔΕΣ	ΑΝΕΞΑΡΤ.
Π_1	1000	700	500		0	0	
Π_2				800	0	0	
Π_3	200	- 300			0	0	
Π_4	300			250	0	0	0
					0	0	
ΜΗΧΑΝΕΣ	Π_1	Π_2	Π_4	Π_3 παραγ.	Π_4 παραγ.		ΜΕΓΙΣΤ. ΩΡΕΣ ΕΡΓ.
Α	1	2		1,5	0,25	Α	96
Β	2	3				Β	120
Γ			3			Γ	240
Σύνολα	3	5	3		0		
				ΑΝΕΞΑΡΤ.	0		

Το πρόβλημα φθάνει σε λύση με τέσσερις επαναλήψεις. Τα αποτελέσματα εμφανίζονται στο παρακάτω τελικό φύλλο εργασίας.

PRODUCTION - SALES MANAGEMENT							
ΠΡΟΙΟΝΤΑ	- 10 ΤΟΝΟΙ	- 25 ΤΟΝΟΙ	ΑΠΕΡΙΟΡ.	ΑΝΕΞ.	ΣΥΝ. ΚΕΡΔΗ	ΜΟΝΑΔΕΣ	ΑΝΕΞΑΡ.
Π_1	1000	700	500		2100	6,67	
Π_2				800	17000	35,56	
Π_3	200	- 300			12600	10	
Π_4	300			250	28522	88,9	80
					60222	200,13	
ΜΗΧΑΝΕΣ	Π_1	Π_2	Π_4	Π_3 παραγ.	Π_4 παραγ.		ΜΕΓΙΣΤ. ΩΡΕΣ ΕΡΓ.
Α	1	2		1,5	8,9	Α	96
Β	2	3				Β	120
Γ			3			Γ	240
Σύνολα	3	5	3		17,7		
				ΑΝΕΞΑΡ.	71,1		

Πολύ χρήσιμες είναι οι πληροφορίες που αποκομίζουμε από το τελικό φύλλο εργασίας. Πρώτ' απ' όλα το άριστο πρόγραμμα παραγωγής είναι 6,67 μονάδες για το προϊόν Π_1, 35,56 για το προϊόν Π_2, 10 για το προϊόν Π_3 και 88,9 για το προϊόν Π_4. Από το προϊόν Π_4 όπως φαίνεται 80 μονάδες παράγονται ανεξάρτητα άρα οι υπόλοιπες 8,9 παράγονται ως υποπροϊόν του Π_2. Επίσης κατά την πώληση του προϊόντος Π_4 17,7 μονάδες όπως βλέπουμε θα πωλούνται μαζί με το Π_2 ενώ οι υπόλοιπες 71,1 ανεξάρτητα. Το κέρδος για κάθε προϊόν είναι 2.100,17.000, 12.600 και 28.522 με αποτέλεσμα να μεγιστοποιείται το συνολικό κέρδος στις 60.222 .

14) ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΔΙΩΝ (Game Theory)

Ο ρόλος και η χρησιμότητα της θεωρίας παιγνιδίων είναι πράγματα γνωστά από την επιχειρησιακή έρευνα. Σε προηγούμενο κεφάλαιο έχουμε αναφερθεί αναλυτικά στην θεωρία παιγνιδίων. Αυτό που χρειάζεται να τονίσουμε είναι ότι μια επιχείρηση πολύ συχνά έρχεται στην ανάγκη χρησιμοποίησης της θεωρίας παιγνιδίων προκειμένου να ακολουθήσει μια σωστή πολιτική σε πολύ σημαντικές συνέπειες όπως η τιμολόγηση ενός προϊόντος, εισαγωγή στην αγορά ενός νέου προϊόντος και οι στρατηγικές που επιβάλλεται να ακολουθήσει, σε ειδικές επιχειρησιακές καταστάσεις όπως η απόφαση για δημιουργία π.χ. συνεταιρισμών (καρτέλ, πουλς) με άλλες επιχειρήσεις ή ακόμη στην αγορά των πρώτων υλών.

Το πρόβλημά μάς εντάσσεται στα προβλήματα παιγνιδιών δύο παικτών μηδενικού αθροισματος. Αποτελείται από δύο παίκτες τον Α και τον Β οι οποίοι εν αγνοία του αντιπάλου ετοιμάζονται να κάνουν ταυτόχρονα μία κίνηση. Είτε εμπειρικά είτε εκ των υστέρων είμαστε σε θέση να γνωρίζουμε τον πίνακα πληρωμών του παιγνιδιού δηλαδή τις απώλεις και τα κέρδη τα κάθε παίκτη από κάθε του κίνηση. Μπορούμε να τα δούμε στο παρακάτω αρχικό φύλλο εργασίας. Ο Α παίκτης έχει τη δυνατότητα για την επιλογή δύο κινήσεων ενώ ο Β για τρείς κινήσεις.

Υπενθυζίουμε ότι οι δύο παίκτες γνωρίζουν τις συνέπειες οποιούδηποτε συνδιασμού αποφάσεων επιλέξουν αυτοί σε σχέση με τον αντίπαλο. Επίσης υπάρχει κλίμα αναμονής και αστάθειας στην απόφαση που θα παρθεί από τον κάθε παίκτη προκειμένου να διασφαλισθεί από τον αντίπαλο. Αντικειμενικός σκοπός και τον δύο είναι η μεγιστοποίηση των κερδών που θα προέλθει από την επιλογή της άριστης στρατηγικής. Αυτό ως γνωστό ισχύει και για τους δύο και λογικά το παιγνίδι ισορροπεί σε ένα συγκεκριμένο σημείο ισορροπίας (saddle point).

Στη διαμόρφωση του προβλήματος σε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού δίνεται μεγάλη σημασία στους περιορισμού του παιγνιδιού που θα καθορίσουν και την στρατηγική ισορροπίας. Στο πρόβλημά μας εκτός από τις συνθήκες μη αρνητικότητας των πιθανοτήτων εκτέλεσης κάθε κίνησης δεν επιτρέπεται το άθροισμα των επί μέρους πληρωμών κάθε στρατηγικής να υπερβαίνει το τελικό μέγιστο κέρδος. Επίσης το άθροισμα των πιθανοτήτων ακολούθησης κάθε στρατηγικής ισούνται με τη μονάδα. Το αρχικό φύλλο εργασίας έχει ως εξής.

GAME THEORY						
ΠΙΘΑΝΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ Α	ΠΙΘΑΝΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ Β					
	α	β	γ	ΑΠΩΛΙΕΣ Α		
1	4	- 5	3	0		
2	- 6	8	- 4	0		
				0		
ΑΠΩΛΙΕΣ Β	0	0	0	0		
					(1) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	- 2
					(2) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	3
					(3) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	- 1
					(4) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	2
					ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	0
					ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ GAME THEORY	1
					ΜΕΣΗ ΑΠΩΛΕΙΑ Α	1
					ΜΕΣΗ ΑΠΩΛΕΙΑ Β	1

Υπενθυμίζουμε από την θεωρία παιγνιδιών ότι σε κάθε πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού το δυϊκό του εκφράζει το ίδιο πρόβλημα για τον αντίπαλο. Στην περίπτωσή μας ο αντίπαλος είναι ο Β, άρα το πρόβλημα επιλύεται για λογαριασμό του Α. Εμείς επιλύσαμε και το δυϊκό του προβλήματος του Β και βρήκαμε ακριβώς τις ίδιες λύσεις για το πρόβλημα που εξετάζουμε. Η λύση του προβλήματος πρόκυψε μετά από 3 επαναλήψεις:

GAME THEORY						
ΠΙΘΑΝΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ Α	ΠΙΘΑΝΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ Β					
	α	β	γ	ΑΠΩΛΙΕΣ Α		
1	4	- 5	3	0,7		
2	- 6	8	- 4	0,3		
				1		
ΑΠΩΛΙΕΣ Β	0	0,35	0,65	1		

				(1) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	1
				(2) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	- 1,1
				(3) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	0,9
				(4) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	1
				ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	0
				ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ GAME THEORY	1
				ΜΕΣΗ ΑΠΩΛΕΙΑ Α	0,3
				ΜΕΣΗ ΑΠΩΛΕΙΑ Β	0,3

Από το τελικό φύλλο εργασίας βλέπουμε ότι ο Α μεγιστοποιεί τα κέρδη επιλέγοντας την στρατηγική που του υποδεικνύει 70% των περιπτώσεων να ακολουθήσει την επιλογή 1 και 30% των περιπτώσεων να ακολουθήσει την επιλογή 2. Επιλέγοντας αυτήν την στρατηγική η μέση απώλεια σε κάθε επανάληψη του παιγνιδιού ισούται όπως βλέπουμε με 0,3 ή 30%. Ο δε Β απορρίπτει πλήρως τη στρατηγική α ενώ πιθανά να ακολουθήσει τη στρατηγική β κατά 35% και τη στρατηγική γ κατά 65%. Η μέση απώλειά του θα κυμανθεί ασφάλώς και πάλι σε 0,3 ή 30%.

Ενδεικτικά παρουσιάζουμε και την ανάλυση ευαισθησίας του παιγνιδιού όπου φαίνονται καθαρά η ακρίβεια με την οποία πρόκειται να ακολουθηθεί η βέλτιστη στρατηγική:

Microsoft Excel 5.0 Αναφορά ευαισθησίας				
Φύλλο εργασίας: [NIKOS.XLS]GAME				
Δημιουργία αναφοράς: 3/4/96 17:17				
Μεταβαλλόμενα κελιά				
			Τελική	Βαθμιαία
	Κελί	Όνομα	τιμή	μείωση
	H6	Χ ΑΠΩΛΙΕΣ	0,7	0
	H7	Χ ΑΠΩΛΙΕΣ	0,3	0
Περιορισμοί				
			Τελική	Πολλαπλασιαστής
	Κελί	Όνομα	τιμή	Lagrange
	C9	2 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΔΙΩΝ	1	0
	C10	3 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΔΙΩΝ	-1,1	0
	C11	4 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΔΙΩΝ	0,9	0
	C12	5 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΔΙΩΝ	1	1

15) ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ (Investment Planning)

Ήδη έχουμε εξετάσει συγκεκριμένο πρόβλημα επενδύσεων. Πολλά προβλήματα όμως επενδύσεων δεν μπορούν να ακολουθηθούν από τις λύσεις που δίνει ο γραμμικός προγραμματισμός. Τέτοια προγράμματα είναι αυτά που μπορούν να ακολουθηθούν εξ' ολοκλήρου κι όχι τμηματικά. Τα προβλήματα αυτά μπορούν να επιλυθούν μέσω ακεραίου προγραμματισμού. Αποκαλούνται προβλήματα επενδύσεων με μεταβλητές 0/1 επειδή είτε πρέπει να αναληφθούν εξ' ολοκλήρου (1) είτε να απορριφθούν (0).

Το πρόβλημά μας ασχολείται με την επένδυση ενός κεφαλαίου 60 εκατομμυρίων δραχμών κατανεμόμενο σε 6 πιθανά επενδυτικά προγράμματα. Κάθε πρόγραμμα απαιτεί συγκεκριμένο κεφάλαιο και αποφέρει συγκεκριμένη απόδοση. Στο πρόβλημα που εξετάζουμε υπάρχουν κάποιοι περιορισμοί στην ανάληψη των προγραμμάτων που απαιτούν ταυτόχρονη ανάληψη των επενδυτικών προγραμμάτων 1 & 2 όπως και των 3 & 4 (αλλιώς δεν αναλαμβάνονται καθόλου) ενώ απαγορεύει την ταυτόχρονη ανάληψη των επενδυτικών προγραμμάτων 5 & 6. Το δε μέγιστο αριθμό επενδυτικών προγραμμάτων που μπορεί να αναλάβει το χαρτοφυλάκιο είναι 5 προγράμματα. Στόχος είναι η μεγιστοποίηση της απόδοσης του χαρτοφυλακίου επενδύσεων. Το πρώτο φύλλο εργασίας περιέχοντας και τα απαραίτητα δεδομένα είναι το εξής:

INVESTMENT PLANNING							
ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ	ΚΕΦΑΛΑΙΟ	ΑΠΟΔΟΣΗ	ΜΕΤΑΒ-ΛΗΤΕΣ	ΚΕΡΔΗ	ΚΟΣΤΟΣ ΧΡΗΜΑΤΟΣ		
1	30	45	1	45	30	ΜΗ ΑΝΑΛΗΨΗ ΠΡΟΓ.	0
2	20	32	1	32	20	ΑΝΑΛΗΨΗ ΠΡΟΓ.	1
3	29	38	1	38	29	ΔΙΑΘΕΣΙΜΟ ΠΟΣΟ	5
4	22	35	1	35	22	(6) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	60
5	27	40	1	40	27	(5) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	2
6	18	29	1	29	18	(5) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	2
			0	219	140	ΠΕΡΙΟΡ. ΜΗ ΑΡΝ.	0

Το πρόβλημα φθάνει σε λύσεις με 9 επαναλήψεις. Ο μεγάλος αριθμός των επαναλήψεων πιθανά οφείλεται στις πολλές πλευρές που διαθέτει το πρόβλημα. Από το παρακάτω τελικό (9ο) φύλλο εργασίας προκύπτει ότι το χαρτοφυλάκιο μεγιστοποιεί τα κέρδη στα 77. Τελικά επιλέγεται μόνο το 1ο και το 2ο επενδυτικό πρόγραμμα. Το κόστος ανάληψης του προγράμματος ανέρχεται στις 50 που σημαίνει ότι από το διαθέσιμο κεφάλαιο περισσεύει ένα ποσό της τάξεως των 10:

INVESTMENT PLANNING							
ΕΠΕΝΔΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ	ΚΕΦΑΛΑΙΟ	ΑΠΟΔΟΣΗ	ΜΕΤΑΒ-ΛΗΤΕΣ	ΚΕΡΔΗ	ΚΟΣΤΟΣ ΧΡΗΜΑΤΟΣ		
1	30	45	1	45	30	ΜΗ ΑΝΑΛΗΨΗ ΠΡΟΓ.	0
2	20	32	1	32	20	ΑΝΑΛΗΨΗ ΠΡΟΓ.	1
3	29	38	0	0	0	ΔΙΑΘΕΣΙΜΟ ΠΟΣΟ	5
4	22	35	0	0	0	(6) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	60
5	27	40	0	0	0	(5) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	2
6	18	29	0	0	0	(5) ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ	2
			2	77	50	ΠΕΡΙΟΡ. ΜΗ ΑΡΝ.	0

16) ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΣΕΙΡΑΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ (Production Sceduling)

Ήδη σε προηγούμενο κεφάλαιο είχαμε αναφερθεί αναλυτικά στον προγραμματισμό παραγωγής ειδικά δε σε προβλήματα ακολουθιακά προγραμματισμού παραγωγής. Θα πρέπει να υπενθυμίσουμε ότι τα ακολουθιακά προβλήματα είναι και αυτά προβλήματα ακέραιου προγραμματισμού. Τα προβλήματα αυτά ασχολούνται με τον προσδιορισμό της άριστης σειράς εκτέλεσης συγκεκριμένου αριθμού εργασιών.

Στο πρόβλημα που παρουσιάζουμε περιγράφεται μια διαδικασία παραγωγής όπου και πρέπει να εκτελεσθούν δύο δραστηριότητες σε μία μηχανή. Το πρόβλημα είναι ο προσδιορισμός του χρόνου έναρξης έτσι ώστε οι δύο δραστηριότητες να μην συμπέσουν κατά την διαδικασία κατεργασίας. Επενθυμίζουμε ότι στα ακολουθιακά προβλήματα για να εκφραστούν οι συνθήκες αριστότητας πρέπει να χρησιμοποιούμε μεταβλητές 0/1 - όπως στο προηγούμενο πρόγραμμα που παρουσιάσαμε - όπως επίσης και βοηθητικές μεταβλητές Μ που βοηθούν στους υπολογισμούς του προβλήματος. Το αρχικό φύλλο εργασίας είναι το παρακάτω:

PRODUCTION SCHEDULING				
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ	ΧΡΟΝΟΣ ΕΝΑΡΞΗΣ	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΚΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ Μ
1	6	7	0	100
2	10	10	1	100
Α ΕΡΓΑΣΙΑ	13			
Β ΕΡΓΑΣΙΑ	20			
(1) ΠΕΡΙΟΡ.	10			
(2) ΠΕΡΙΟΡ.	100			

Το πρόβλημα φθάνει σε βέλτιστη λύση μετά από τρεις επαναλήψεις. Όπως βλέπουμε από την επίλυση πρέπει να προηγηθεί η δεύτερη δραστηριότητα της πρώτης. Να διευκρυνήσουμε ότι ως χρόνο έναρξης στον αρχικό πίνακα εντελώς τυχαία επιλέξαμε στην πρώτη δραστηριότητα τις 6 ενώ της δεύτερης τις 10. Οι χρόνοι αυτοί αλλάζουν στον τελικό πίνακα για να προκύψουν οι βέλτιστοι χρόνοι. Από το τελικό φύλλο εργασίας βλέπουμε ότι επιτυγχάνεται συμπίεση του συνολικού χρόνου των εργασιών σε 10 και 12 αντίστοιχα με το συγχρονισμό που επιτεύχθηκε:

PRODUCTION SCHEDULING				
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ	ΧΡΟΝΟΣ ΕΝΑΡΞΗΣ	ΔΙΑΡΚΕΙΑ	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΚΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ	ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ Μ
1	13	7	0	100
2	6	10	1	100
Α ΕΡΓΑΣΙΑ	10			
Β ΕΡΓΑΣΙΑ	12			
(1) ΠΕΡΙΟΡ.	10			
(2) ΠΕΡΙΟΡ.	100			

17) ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΑΓΡΟΤΙΚΗΣ ΕΚΜΕΤΑΛΕΥΣΗΣ (Agricultural Production)

Πολύ συχνά κατά την αγροτική εκμετάλευση εμφανίζονται προβλήματα κατανομής αγροτικών εργασιών σε καλλιεργήσιμές εκτάσεις. Συνήθως την επιδίωξη παραγωγής συγκεκριμένου ύψους αγροτικής παραγωγής ακολουθούν περιορισμοί κόστους και καλλιεργήσιμης έκτασης. Στη σημερινή εποχή που το συγκριτικό πλεονέκτημα σε διεθνές επίπεδο έχει αποκτήσει μείζον σημασία η βελτιστοποίηση της αγροτικής εκμετάλλευσης αποτελεί απαραίτητο συστατικό ανταγωνιστικότητας.

Το πρόβλημα ασχολείται με την καλλιέργεια τριών μεγάλων εκτάσεων, στα οποία επιθυμείται η καλλιέργεια τριών διαφορετικών ειδών σιτηρών. Αν, και η αποδοτικότητα των εκτάσεων είναι περίπου ίδια, η κάθε έκταση διαθέτει διαφορετική καλλιεργήσιμη έκταση όπως διαφορετική ποσότητα νερού για άρδευση. Τα τρία είδη σιτηρών διαθέτουν επίσης διαφορετική απαίτηση άρδευσης όπως επίσης και διαφορετικό περιθώριο κέρδους.

Η γενική επιθυμία είναι το ποσοστό των καλλιεργήσιμων στρεμμάτων σε κάθε έκταση να είναι ίδιο προκειμένου να μην δημιουργούνται προβλήματα στην κατανομή του εργατικού δυναμικού. Αντικειμενικός σκοπός είναι ο υπολογισμός του καλλιεργήσιμου έδαφους κάθε έκτασης για οποιοδήποτε συνδιασμό των τριών ειδών σιτηρών έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος από την συνολική αγροτική εκμετάλλευση. Το πρώτο φύλλο εργασίας με αναλυτική έκθεση των δεδομένων έχει ως εξής:

AGRICULTURAL PRODUCTION							
ΕΚΤΑΣΗ	ΚΑΛΛΣΙΜΗ	ΑΡΔΕΥΣΗ	ΣΙΤΗΡΟ	ΜΕΓ. ΕΚΤΑΣΗ	ΚΑΤ. ΝΕΡΟΥ	ΠΕΡ. ΚΕΡΔΟΥΣ	ΠΟΣ.
1	400	1500	Α	700	5	400	0,16
2	600	2000	Β	800	4	300	0,18
3	300	900	Γ	300	3	100	0,03
						800	0,37
ΕΚΜ. Α	ΕΚΜ. Β	ΕΚΜ. Γ	1 ΚΑΛΛ.	2 ΠΕΡ.ΝΕΡΟΥ	ΣΥΝ. ΚΑΛΛ.		
0	0	0	1,48	5,6	0	ΠΕΡ. ΠΟΣΟΣΤ.	3200
0	0	0	1,111	5,7	0	ΠΕΡ. ΠΟΣΟΣΤ.	2400
0	0	0	0,37	0,72	0	ΠΕΡ. ΠΟΣΟΣΤ.	800
0	0	0	2,96	2,9	0		
		ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΕΡΔΟΣ		0			

Ας κάνουμε μερικές χρήσιμες διευκρυνήσεις. Το κελί στόχος που πρέπει να μεγιστοποιήσουμε είναι το συνολικό κέρδος. Οι περιορισμοί ποσοστών θα λειτουργήσουν σαν συντελεστές "συγκοινονούντων δοχείων" προκειμένου το ποσοστό καλλιεργήσιμου εδάφους να είναι ίσο για κάθε έκταση. Οι εκμεταλείσεις Α,Β,Γ θα μπορέσουν να μας δώσουν μέσω των, κελιών Συνολική Καλλιέργεια που είναι συνάρτηση αυτών, την καλλιέργεια κάθε είδους ξεχωριστά σε διαφορετική έκταση. Οι περιορισμοί νερού και καλλιεργήσιμης έκτασης - οι οποίοι σημειωτέον μπορούν να περιγραφούν σε στρέμματα και κυβικά εκατοστά αντίστοιχα - είναι συντελεστές των ονομαστικών περιορισμών του πίνακα δεδομένων - στην κορυφή του φύλλου εργασίας.

Το πρόβλημα φθάνει σε βέλτιστη λύση μετά από 5 επαναλήψεις. Να σημειώσουμε ότι τα μεταβαλλόμενα κελιά με τα οποία προτιμήσαμε να "παίξουμε" για τον υπολογισμό της βέλτιστης λύσης είναι οι εκμεταλεύσεις του κάθε σιτηρού. Τα τελικά αποτελέσματα εμφανίζονται παρακάτω:

AGRICULTURAL PRODUCTION							
ΕΚΤΑΣΗ	ΚΑΛΛΣΙΜΗ	ΑΡΔΕΥΣΗ	ΣΙΤΗΡΟ	ΜΕΓ. ΕΚΤΑΣΗ	ΚΑΤ. ΝΕΡΟΥ	ΠΕΡ. ΚΕΡΔΟΥΣ	ΠΟΣ.
1	400	1500	Α	700	5	400	0,31
2	600	2000	Β	800	4	300	0,45
3	300	900	Γ	300	3	100	0,24
						800	1
ΕΚΜ. Α	ΕΚΜ. Β	ΕΚΜ. Γ	1 ΚΑΛΛ.	2 ΠΕΡ.ΝΕΡΟΥ	ΣΥΝ. ΚΑΛΛ.		
123,08	184,61	92,31	400	1076,32	300,00	ΠΕΡ. ΠΟΣΟΣΤ.	0,615
92,31	138,46	69,24	300	1476,92	200,01	ΠΕΡ. ΠΟΣΟΣΤ.	0,615
30,77	46,15	23,1	100	553,85	109,02	ΠΕΡ. ΠΟΣΟΣΤ.	0,615
246,16	369,22	184,65	800	3107,69	609,03		
		ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΕΡΔΟΣ		8000000			

Μια γρήγορη ματιά στο φύλλο εργασίας δείχνει μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους εκμετάλευσης στα 8.000.000 με ικανοποίηση όλων των περιορισμών - σε προσέγγιση δεκαδικού. Από τα τελικά δεδομένα βλέπουμε ότι τελικά εκμεταλεύονται 300 στρέμματα από την έκταση 1, 200,01 από την έκταση 2 και 109,02 από την έκταση 3. Επίσης προς μεγάλη ανακούφιση βλέπουμε τέρμα δεξιά να ικανοποιούνται οι περιορισμοί ισοδύναμου καλλιεργήσιμου εδάφους σε κάθε έκταση. Τέλος από τα στοιχεία φαίνεται η καλλιέργια 246,16 στρεμμάτων σιτηρού Α , 369,22 σιτηρού Β και 184,65 σιτηρού Γ. Από του πίνακες μπορούμε αν θέλουμε να μελετήσουμε και την επί μέρους καλλεργήσιμη έκταση σιτηρού για κάθε έκταση ξεχωριστά.

18) ΑΡΙΣΤΗ ΣΥΝΘΕΣΗ ΠΡΟΙΟΝΤΩΝ (Optimal Mix)

Κατά την παραγωγή προϊόντων που στηρίζονται σε υπο-προϊόντα πολλές φορές εμφανίζεται το πρόβλημα σύνθεσης του παραγώμενου προϊόντος. Επίσης σε αγροτικές καλλιέργειες και σε πλήθος άλλων πρακτικών εφαρμογών αντιμετωπίζεται παρόμοιο πρόβλημα περιεκτικότητας κατά την εκτέλεση εργασιών. Αντικειμενικός σκοπός σε τέτοια προβλήματα είναι η περιεκτικότητα των συστατικών να είναι αυτή που απαιτείται από τις προδιαγραφές. Επιπλέον όμως επιδιώκεται μια συνταγή που εκτός από τους περιορισμούς συστατικότητας να ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος της εργασίας.

Στο πρόβλημα που εξετάζουμε ασχολούμαστε με την περιεκτικότητα συγκεκριμένων συστατικών που πρέπει να περιέχουν δύο είδη λιπασμάτων προκειμένου να αποτελέσουν έτοιμα τελικά προϊόντα για αγροτική καλλιέργεια. Η περιεκτικότητα των τριών συστατικών καθώς και οι ελάχιστες απαραίτητες ποσότητες του κάθε συστατικού για να είναι το προϊόν κατάλληλο εμφανίζονται στο παρακάτω αρχικό φύλλο εργασίας.

OPTIMAL MIX					
ΕΙΔΗ ΛΙΠΑΣΜΑΤΟΣ	ΠΕΡΙΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑ ΣΥΣΤΑΤΙΚΩΝ ΑΖΩΤΟ	ΦΩΣΦΟΡΟΣ	ΑΛΑΤΑ	ΤΟΝΟΙ ΛΙΠΑΣΜΑΤΟΣ	ΚΟΣΤΟΣ ΑΓΟΡΑΣ
Λ1	250	50	50	0	0
Λ2	100	100	100	0	0
ΕΛΑΧΙΣΤΕΣ ΠΟΣΟΤΗΤΕΣ	100	50	50	0	0
ΕΙΔΗ ΛΙΠΑΣΜΑΤΟΣ	ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ (1)	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ (2)	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ (3)	ΠΟΣΟΣΤΟ % ΛΙΠΑΣΜΑΤΟΣ
Λ1	100	125	50	25	0%
Λ2	80	50	25	50	0%
		175	75	75	0%
ΣΥΝΟΛΙΚΟΙ ΤΟΝΟΙ ΛΙΠΑΣΜΑΤΟΣ			1		
ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ			0		

Το κελί-στόχος για το πρόβλημά μας είναι το ανά μονάδα κόστος αγοράς. Το πρόβλημα φθάνει σε βέλτιστη λύση μέσω 2 μόνο επαναλήψεων. Να διευκρυνήσουμε ότι τα δεδομένα εκφράζουν ποσότητες σε κιλά. Ο περιορισμός συνολικού τόνου λιπάσματος εκφράζει την κατασκευή το πολύ ενός τόνου και των δύο ειδών λιπασμάτων. Το τελικό φύλλο εργασίας είναι:

OPTIMAL MIX					
ΕΙΔΗ ΛΙΠΑΣΜΑΤΟΣ	ΠΕΡΙΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑ ΣΥΣΤΑΤΙΚΩΝ ΑΖΩΤΟ	ΦΩΣΦΟΡΟΣ	ΑΛΑΤΑ	ΤΟΝΟΙ ΛΙΠΑΣΜΑΤΟΣ	ΚΟΣΤΟΣ ΑΓΟΡΑΣ
$Λ_1$	250	50	50	0.4	40
$Λ_2$	100	100	100	0.6	48
ΕΛΑΧΙΣΤΕΣ ΠΟΣΟΤΗΤΕΣ	100	50	50	1	88
ΕΙΔΗ ΛΙΠΑΣΜΑΤΟΣ	ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ (1)	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ (2)	ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ (3)	ΠΟΣΟΣΤΟ % ΛΙΠΑΣΜΑΤΟΣ
$Λ_1$	100	100	40	20	40%
$Λ_2$	80	60	30	60	60%
		160	70	80	100%
ΣΥΝΟΛΙΚΟΙ ΤΟΝΟΙ ΛΙΠΑΣΜΑΤΟΣ			1		
ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ			0		

Όπως βλέπουμε από το δεύτερο τελικό φύλλο εργασίας το άριστο μείγμα για την παραγωγή των δύο ειδών λιπασμάτων που συμφέρει είναι 40% για το λίπασμα $Λ_1$ και 60% γιο το λίπασμα $Λ_2$. Με αυτήν την σύνθεση το ανά μονάδα τελικό κόστος κατασκευής των τελικών λιπασμάτων ελαχιστοποιείται στις 88 χρηματικές μονάδες.

19) ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ (Production Management)

Η οργάνωση παραγωγής ασχολείται με την άριστη κατανομή λειτουργίας διαφορετικών προϊόντων σε διαφορετικές μηχανές. Έχουμε λοιπόν ένα εργοστάσιο κατασκευής 5 προϊόντων των Α,Β,Γ,Δ,Ε τα οποία πρέπει να περάσουν για κατεργασία από τρεις μηχανές. Για κάθε κατεργασία που γίνεται αντιστοιχεί ένας χρόνος λειτουργίας της κάθε μηχανής. Επίσης υπάρχει ένα όριο λειτουργίας για κάθε μηχανή (128 ώρες). Για κάθε μία ώρα κατεργασίας υπάρχει και το αντίστοιχο κόστος της κάθε μηχανής. Επιπλέον υπάρχει και ένα πρόσθετο κόστος από τα υλικά που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή των υλικών.

Για την προσαρμογή του προβλήματος στο πακέτο χρειάζονται να γίνουν κάποιοι πρόσθετοι υπολογισμοί. Έτσι έχουμε υπολογίσει το κόστος των υλικών για την παραγωγή όλων των προϊόντων (το άθροισμα του μοναδιαίου κόστους των υλικών × τις παραγώμενες μονάδες), το κόστος λειτουργίας της κάθε μηχανής γι' αυτό και έχουμε κάνει αναγωγή του χρόνου σε ώρες (κόστος λειτουργίας ανά ώρα × αριθμός ωρών λειτουργίας) και το εισόδημα από κάθε πώληση (τιμή πώληση × πωλούμενες μονάδες. Το συνολικό κέρδος προκύπτει από τη διαφορά συνολικού εισοδήματος και κόστους.

Χρήσιμο να διευκρυνήσουμε ότι για τον υπολογισμό του συνολικού κόστος, των συνολικών εσόδων και των συνολικών κερδών κάναμε αναγωγή των λεπτών σε ώρες. Αυτό μπορεί να γίνει διαιρώντας τα απαραίτητα κονδύλια δια του 60 (από τα 60 λεπτά της ώρας). Επίσης να σημειώσουμε και τον περιορισμό μη αρνητικότητας που δεν επιτρέπει την παραγωγή και πώληση αρνητικών μονάδων προϊόντων. Το πρώτο λογιστικό φύλλο εργασίας έχει ως εξής:

PRODUCTION MANAGEMENT						
ΜΗΧΑΝΕΣ	ΧΡΟΝΟΣ ΛΕΙΡΟΥΡΓΙΑΣ ΣΕ ΛΕΠΤΑ ΤΗΣ ΩΡΑΣ					ΚΟΣΤΟΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ
	A	B	Γ	Δ	Ε	
1	12	7	8	10	7	70
2	8	9	4		11	120
3	5	10	7	3	2	150
ΤΙΜΕΣ ΠΩΛΗΣΗΣ	76	67	64	40	52	
ΚΟΣΤΟΣ ΥΛΙΚΩΝ	25	15	25	15	15	ΣΥΝΟΛΟ
ΠΑΡΑΓ. ΚΙΛΑ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ	0	0	0	0	0	0
ΛΕΙΤ. ΚΟΣΤΟΣ ΜΗΧ 1	0					
ΛΕΙΤ. ΚΟΣΤΟΣ ΜΗΧ 2	0				(1)ΠΕΡΙΟΡ.	0,7333333333333
ΛΕΙΤ. ΚΟΣΤΟΣ ΜΗΧ 3	0				(2)ΠΕΡΙΟΡ.	0,5333333333333
ΣΥΝ. ΛΕΙΤ. ΚΟΣΤΟΣ ΜΗΧ.	0				(3)ΠΕΡΙΟΡ.	0,45
ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΕΙΣΟΔΗΜΑ	0					
ΣΥΝ. ΚΟΣΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	0					
ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΚΕΡΔΗ	0					
ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΚΑΘΕ ΜΗΧΑΝΗΣ			128			
ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ			0			

Ο Solver.xla φθάνει στη βέλτιστη λύση του προβλήματος μετά από 8 επαναλήψεις. Τα συνολικά κέρδη όπως μπορούμε να δούμε μεγιστοποιούνται στις 3.440 . Όπως μπορούμε να δούμε το κόστος ανέρχεται σε 27.200 ενώ τα έσοδα που μπορούμε να επιτύχουμε ανέρχονται στις 43640. Το κόστος παραγωγής ανέρχεται σε 11.000 .Επίσης μπορούμε να δούμε τα κιλά του προϊόντος που παράγονται για κάθε είδος:

PRODUCTION MANAGEMENT						
ΜΗΧΑΝΕΣ	ΧΡΟΝΟΣ ΛΕΙΡΟΥΡΓΙΑΣ ΣΕ ΛΕΠΤΑ ΤΗΣ ΩΡΑΣ					ΚΟΣΤΟΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ
	A	B	Γ	Δ	Ε	
1	12	7	8	10	7	70
2	8	9	4		11	120
3	5	10	7	3	2	150
ΤΙΜΕΣ ΠΩΛΗΣΗΣ	76	67	64	40	52	
ΚΟΣΤΟΣ ΥΛΙΚΩΝ	25	15	25	15	15	ΣΥΝΟΛΟ
ΠΑΡΑΓ. ΚΙΛΑ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ	240	95	145	110	70	640
ΛΕΙΤ. ΚΟΣΤΟΣ ΜΗΧ 1	8960					
ΛΕΙΤ. ΚΟΣΤΟΣ ΜΗΧ 2	10240				(1)ΠΕΡΙΟΡ.	128,0000000000004
ΛΕΙΤ. ΚΟΣΤΟΣ ΜΗΧ 3	8000				(2)ΠΕΡΙΟΡ.	85,333333333333
ΣΥΝ. ΛΕΙΤ. ΚΟΣΤΟΣ ΜΗΧ.	27200				(3)ΠΕΡΙΟΡ.	53,333333333352
ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΕΙΣΟΔΗΜΑ	43640					
ΣΥΝ. ΚΟΣΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	16000					
ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΚΕΡΔΗ	5440					
ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΚΑΘΕ ΜΗΧΑΝΗΣ			128			
ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ			0			

20) ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Το κατ' εξοχήν πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού που εμφανίζει μεγάλη εφαρμογή είναι ο προγραμματισμός παραγωγής. Ήδη σε προηγούμενο κεφάλαιο αναφερθήκαμε εκτενώς στον προγραμματισμό παραγωγής. Στο πρόβλημα που διαπραγματευόμαστε μας δίνονται για δεδομένα η ζήτηση ενός προϊόντος για τα τέσσερα τρίμηνα του χρόνου χωρισμένα σε εποχές. Επιπλέον γνωρίζουμε το κόστος παραγωγής για κάθε εποχή ενώ το επιπλέον κόστος αποθήκευσης των αποθεμάτων, του χρήματος και της ασφάλισης του προϊόντος (3).Τονίζουμε ότι πολιτική της επιχείρησης είναι η ικανοποίηση όλης της ζήτησης. Το ζητούμενο είναι η εύρεση του άριστου προγραμματισμού παραγωγής που ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος. Το αρχικό φύλλο εργασίας παρουσιάζεται ως εξής:

PRODUCTION PLANNING				
	ΑΝΟΙΞΗ	ΚΑΛΟΚΑΙΡΙ	ΦΘΙΝΟΠΩΡΟ	ΧΕΙΜΩΝΑΣ
ΖΗΤΗΣΗ	200	300	500	600
ΚΟΣΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	50	55	65	30
ΚΟΣΤΟΣ ΑΠΟΘ.+ ΧΡΗΜ. + ΑΣΦ.	3	3	3	3
ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ	53	58	68	33
ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ	0	0	0	0
ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΑΠΟΘΕΜΑΤΟΣ ΑΝΑ ΤΡ.	200	300	500	600
ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ		0		
ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ		0		

Με 4 επαναλήψεις φθάνουμε στη βέλτιστη λύση. Όπως βλέπουμε η βέλτιστη παραγωγή προτείνει παραγωγή 1.000 μονάδων για την Άνοιξη (1ο τρίμηνο) με το οποίο θα καλυφθεί η ζήτηση για τα πρώτα τρία τρίμηνα. Στη συνέχεια προτείνει παραγωγή άλλων 600 μονάδων για το τετευταίο τρίμηνο. Το συνολικό κόστος ελαχιστοποιείται στην τιμή των 71.900 . Το τελικό φύλλο εργασίας έχει ως εξής:

PRODUCTION PLANNING				
	ΑΝΟΙΞΗ	ΚΑΛΟΚΑΙΡΙ	ΦΘΙΝΟΠΩΡΟ	ΧΕΙΜΩΝΑΣ
ΖΗΤΗΣΗ	200	300	500	600
ΚΟΣΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	50	55	65	30
ΚΟΣΤΟΣ ΑΠΟΘ.+ ΧΡΗΜ. + ΑΣΦ.	3	3	3	3
ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ	53	58	68	33
ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ	1000	0	0	600
ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΑΠΟΘΕΜΑΤΟΣ ΑΝΑ ΤΡ.	200	300	500	600
ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ		71900		
ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ		0		

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11ο

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΠΡΟΒΛΕΨΕΩΝ

Η σημασία των προβλέψεων είναι δεδομένη στην κατάρτιση του επιχειρησικού προγραμματισμού κάθε επιχείρησης. Ήδη εξετάσαμε αναλυτικά σε προηγούμενο κεφάλαιο την σημασία, τις υπηρεσίες που παρέχουν και το ρόλο τους στον επιχειρησιακό προγραμματισμό. Παράλληλα παρουσιάσαμε όλες τις διαδεδομένες μεθόδους προβλέψεων που μπορεί να χρησιμοποιήσει μια επιχείρηση για να προβλέψει με σχετική ακρίβεια τις πωλήσεις της και όχι μόνο.

Η διενέργεια προβλέψεων "στο χαρτί" μάλλον εύκολη υπόθεση δεν είναι και αυτό κυρίως λόγω της μεγάλης ποσότητας των υπολογισμών που απαιτούνται και κάνουν τη δουλειά του χρήστη δυσχεράστατη. Εξάλλου υπάρχουν πολλές προβλέψεις με πολύπλοκους υπολογισμούς οι οποίες επιπλέον απαιτούν μεγάλο αριθμό δεδομένων και άρα το έργο γίνεται ακόμη πιο δυσχερές.

Αναμφισβήτητα η χρήση Η/Υ αποτελεί μεγάλο πλεονέκτημα για το διενεργούνται προβλέψεων. Στη σημερινή εποχή θα λέγαμε ότι η χρήση Η/Υ θεωρείται δεδομένο εργαλείο κατά τη διενέργεια προβλέψεων και η απουσία χρήσης του δεν συνιστά διενέργεια προβλέψεων αξιόλογης αξιοπιστίας. Έτσι η χρήση Η/Υ δεν αποτελεί πια "πολυτέλεια" αλλά απαραίτητο συστατικό επιτυχούς διενέργειας προβλέψεων.

Στην αγορά υπάρχουν αρκετά έτοιμα πακέτα που διενεργούν προβλέψεις. Τα περισσότερα είναι ίδια με αυτά που διενεργούν εφαρμογές γραμμικού προγραμματισμού. Ήδη λοιπόν έχουμε αναφέρει αξιόλογα στατιστικά πακέτα όπως το SAS(SAS) ή το MPSX(IBM). Για τους λόγους επιλογής ενός πακέτου πιο κατάλληλου για την εργασία που επιθυμεί ο χρήστης ήδη είχαμε αναφερθεί στις εφαρμογές γραμμικού προγραμματισμού. Εμείς να συμπληρώσουμε ότι πριν ο διενεργών προβλέψεων ξεκινήσει στην αγορά software πρέπει να αποφασίσει την κατηγορία προβλέψεων με την οποία θα ασχοληθεί κι' αυτό γιατί κάθε πακέτο δεν διαθέτει όλες τις κατηγορίες προβλέψεων με τις οποίες μπορεί κανείς να ασχοληθεί. Εμείς για τη διενέργεια προβλέψεων θα χρησιμοποιήσουμε το οικονομικό πακέτο Excel 5 for windows της Microsoft Office. Το πακέτο αυτό καλύπτει ένα πολύ μεγάλο μέρος της διενέργειας προβλέψεων που μπορεί κανένας να ασχοληθεί. Αν όμως κάποιος επιθυμεί την ενασχόλησή του με μεθόδους προβλέψεων ανάλυσης τυχαίων (random) χρονοσειρών ή με την κατασκευή ειδικών οικονομετρικών μοντέλων τότε μάλλον πρέπει να καταφύγει σε διαφορετικό ειδικό πακέτο.

Το Excel 5 for windows μας δίνει την άνεση στη διενέργεια μιας μεγάλης σειράς ειδών προβλέψεων. Οποιαδήποτε πρόβλεψη σχετίζεται με πρότυπα εκθετική εξομάλυνσης, ανάλυσης χρονοσειρών ή παλινδρομήσης μπορούν να εκτελεσθούν στο πακέτο που χρησιμοποιούμε. Άρα το Excel 5 for windows μας δίνει τη δυνατότητα στη διενέργεια μιας πολύ ακριβούς πρόβλεψης σε δεδομένα που απεικονίζουν φυσιολογικές καταστάσεις. Σίγουρα όπου επικρατούν άκρως αβέβαιες καταστάσεις το πιο πιθανό είναι το Excel 5 for windows να παρέχει προβλέψεις με μεγάλα σφάλματα. Όμως η μεγαλύτερη κατηγορία των προβλέψεων που συχνά χρειάζονται στην καθημερινή επιχειρησιακο-οικονομική πρακτική δεν απαιτούν προβλέψεις υψηλού κινδύνου αβεβαιότητας.

Κατά τη διενέργεια των προβλέψεων στο Excel 5 το πρώτο βήμα ασφαλώς είναι η εισαγωγή των δεδομένων για το πρόβλημα που θέλουμε να διενεργήσουμε προβλέψεις. Ασφαλώς αυτό είναι απαραίτητο για τη διενέργεια κάθε πρόβλεψης αφού αρχή των προβλέψεων είναι να στηρίζονται σε δεδομένα του παρελθόντος. Εδώ το μόνο που σημειώνουμε είναι η προσοχή από το χρήστη στην εισαγωγή των δεδομένων. Μπορεί μια γραμογράφηση των δεδομένων "στο χαρτί" να μην είναι και η καταλληλότερη στο Excel 5 και να χρειάζονται τροποποιήσεις οι προσθέσεις στο πραγματικό πρότυπο.

Στη συνέχεια για τη διενέργεια των προβλέψεων στην διάθεσή μας είναι χιλιάδες συναρτήσεις που μας παρέχει το Excel 5 συν όσες μπορούμε να δημιουργήσουμε μόνοι μας και με τη βοήθεια του Excel 5 . Έτσι στην περίπτωση που ήδη ξέρουμε τους τύπους των προβλέψεων που θέλουμε να διενεργήσουμε δεν έχουμε παρά να επιλέξουμε την-ις περίοδο-ους για την-ις οποία-ες θέλουμε να διενεργήσουμε πρόβλεψη και στη συνέχεια να καθορίσουμε τα κελιά-προορισμούς στις οποίες θέλουμε να αναγραφούν τα αποτελέσματα των προβλέψεων. Αλλά και να μην θυμόμαστε τους τύπους το ίδιο το πακέτο μπορεί ανά πάσα στιγμή να μας τροφοδοτεί τους απαραίτητους τύπους με αναλυτικές επεξηγήσεις αν εμείς επιθυμούμε.

Ένας πολύ εύκολος και συνάμα πολύ εύχρηστος τρόπος διενέργειας προβλέψεων στο Excel 5 είναι μέσω των γραφημάτων. Με αυτόν τον τρόπο παράλληλα με τη διενέργεια της πρόβλεψης που επιθυμούμε εκτυπόνονται και διαγράμματα που απεικονίζουν με καλύτερο ακόμη τρόπο τη διενέργεια των προβλέψεων. Παράλληλα λοιπόν με την διενέργεια των προβλέψεων και τη λήψη των επιμέρους σφαλμάτων μπορούμε να εξετάζουμε τα αποτελέσματα ακόμη καλύτερα μέσω των χρησιμοποιούμενων σχεδιαγραμμάτων. Τον τρόπος αυτό θα χρησιμοποιήσουμε και εμείς που νομίζουμε ότι είναι και πιο εύχρηστος και πιο αποτελεσματικός.

Μετά την εισαγωγή των δεδομένων δεν έχουμε παρά να επιλέξουμε την εισαγωγή γραφήματος που να απεικονίζει τα δεδομένα για τα οποία θέλουμε να διενεργήσουμε πρόβλεψη. Μπορούμε να επιλέξουμε οποιοδήποτε γράφημα νομίζουμε πως είναι καλύτερο για τα δεδομένα που χειριζόμαστε (bars, lines, διασποράς κ.λ.π.). Αυτά που δεν μας βολεύουν είναι τα "πίτας" και τα αρχναοειδή στα οποία δεν μπορούμε να χειριζόμαστε γραμμές τάσης κ.λ.π. Εμείς για τα παραδείγματά μας ελέγξαμε ότι τα γραφήματα γραμμών (line) απεικονίζουν με τον καλύτερο τρόπο τα δεδομένα μας. Από τη στιγμή που το γράφημα αποτυπωθεί στην περιοχή που εμείς επιλέξαμε, επόμενο βήμα είναι η επιλογή αυτού για να μπορέσουμε να το επεξεργαστούμε.

Κατά την επεξεργασία του γραφήματος υπάρχουν πολλοί τρόποι με τους οποίους μπορούμε να δοκιμάσουμε διαφορετικές μεθόδους προβλέψεων. Ο πιο εύχρηστος είναι είτε με την επιλογή των επιθυμητών επιλογών από το βασικό μενού είτε με τις επιλογές που προτείνει ο υπολογιστής με πάτημα του δεξιού πλήκτρου του mouse , οι οποίες πολλές φορές είναι αρκετές. Σε γράφημα κατά την εισαγωγή γραμμών τάσης που προσπαθούν να προσομοιώσουν την συμπεριφορά των δεδομένων μας προτείνει έξι διαφορετικά είδη. Γραμμικά, λογαριθμικά, εκθετικά, πολυωνυμικά, δύναμης και κυλιόμενου μέσου όρου. Καλό είναι από το μενού να επιλέγουμε την εκτύπωση του τύπου της πρόβλεψης και του σφάλματος πρόβλεψης έτσι ώστε να μπορούμε να τα χρησιμοποιούμε στην διαμόρφωση των δεδομένων μας. Η προσπάθειά μας είναι η ανεύρεση κάποιου προτύπου το οποίο να μας παρέχει με πρόβλεψη όσο το δυνατό χαμηλότερου σφάλματος πρόβλεψης (άρα όσο το δυνατό μεγαλύτερο r^2).

Μετά τον πειραματισμό μας με τις διαφορετικές μεθόδους προβλέψεων επόμενο βήμα είναι η επιλογή του προτύπου μεθόδου που εμείς θα επιλέξουμε. Χρησιμοποιώντας τους τύπους που μας παρέχει αυτούσιους το γράφημα επιλέγουμε τα κελιά (αν δεν τα έχουμε ήδη επιλέξει) στα οποία προορίζονται να εκτυπωθεί η πρόβλεψη. Με την απλή μεταφορά των δεδομένων η διενέργεια των προβλέψεων έχει καθαρά υπολογιστικό χαρακτήρα τα οποία άλλοστε εκτελεί ο υπολογιστής με δική μας επιλογή.

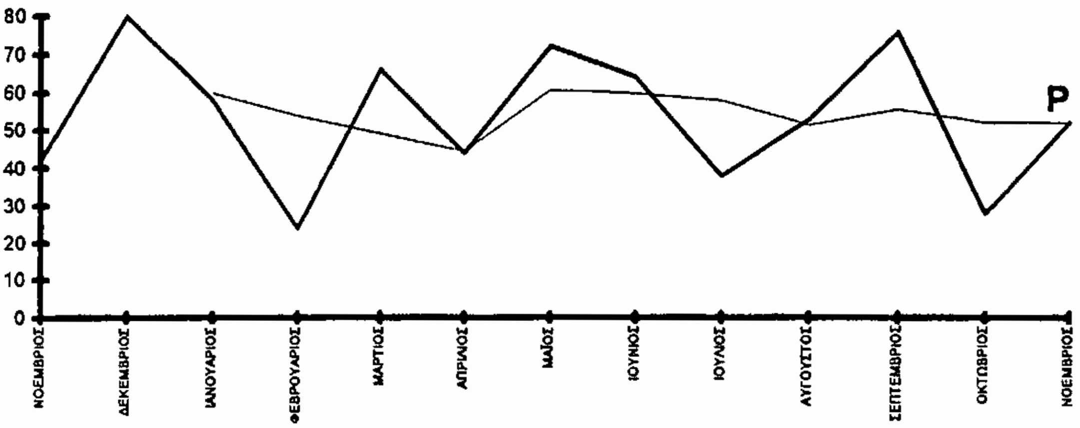
1) ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ A.E.S.

Η επιχείρηση επισκευής ηλεκτρονικών συσκευών Ace Electronic Service αντιμετωπίζει μια ζήτηση για επισκευές με μεγάλη διακύμανση μέσα στο χρόνο. Η μεγάλη αυτή μεταβλητότητα της ζήτησης σημαίνει επιπλέον κόστος για την επιχείρηση εφόσον εξυπηρετεί όλη τη ζήτηση αφού υπάρχουν περιόδοι όπου οι εργαζόμενοί της είναι πάρα πολύ απασχολημένοι και περιόδοι όπου υποαπασχολούνται. Κάθε τεχνικός κατά μέσο όρο εκτελεί 1,5 επισκευές σε 7 ώρες εργασία όλη την ημέρα ενώ υπάρχει δυνατότητα υπερωριών για επιπλέον φόρτο εργασίας.

Στο παρακάτω φύλλο εργασίας απεικονίζονται τα δεδομένα ζήτησης επισκευών και αντίστοιχων εσόδων που δημιουργούνται από την εξυπηρέτηση των όλων πελατών. Αυτό που ζητείται είναι η πρόβλεψη για τον μήνα Νοέμβριο των επισκευών που αναμένεται να εμφανιστούν, βασιζόμενη στα δεδομένα των προηγούμενων 12 μηνών. Να σημειώσουμε ότι απασχολώντας 2 εργαζομένους σε πλήρη εργασία και με υπερωρίες όπου χρειάζεται η επιχείρηση πληρώνει 7 χρηματικές μονάδες για κανονική απασχόληση και 10 για υπερωριακή. Άρα για κάθε μήνα που υπερβαίνει τις 60 επισκευές οι επιπλέον ώρες υπολογίζονται ως υπερωριακό κόστος. Ας δούμε πως διαμορφώνονται τα δεδομένα μας στο πρώτο φύλλο εργασίας:

A.C.S.					
ΠΕΡΙΟΔΟΣ	ΜΗΝΑΣ	ΚΛΗΣΕΙΣ	ΕΣΟΔΑ	ΚΟΣΤΟΣ	ΚΕΡΔΗ
1	ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	42	2060	294	1766
2	ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	80	3840	620	3220
3	ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	58	3016	406	2610
4	ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	24	1392	168	1224
5	ΜΑΡΤΙΟΣ	66	2904	480	2424
6	ΑΠΡΙΛΙΟΣ	44	2376	308	2068
7	ΜΑΪΟΣ	72	4032	540	3492
8	ΙΟΥΝΙΟΣ	64	3200	460	2740
9	ΙΟΥΛΙΟΣ	38	2390	266	2124
10	ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	53	2862	371	2491
11	ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	76	3572	580	2992
12	ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	28	1624	196	1428
	ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ				

Για να προβλέψουμε την ζήτηση για τον μήνα Νοέμβριο κατασκευάζουμε ένα μοντέλο τριών περιόδων κινητών μέσων. Αυτό μπορούμε να το επιτύχουμε κατασκευάζοντας ένα γράφημα που απεικονίζει τα δεδομένα και στη συνέχεια επιλέγοντας και επεξεργάζοντας το γράφημα να καταφέρουμε να διενεργήσουμε την πρόβλεψη. Το γράφημα που σχηματίζεται από τα δεδομένα και παράλληλα η γραφική απεικόνιση της πρόβλεψης είναι η εξής:



Όπως βλέπουμε επιλέγοντας από το μενού όπως ήδη αναφέραμε παραπάνω ο Η/Υ ήδη έχει πραγματοποιήσει την πρόβλεψη για τον νέα μήνα Νοένβριο στηριζόμενος στους προηγούμενους μήνες. Η πρόβλεψη επιτεύχθηκε χρησιμοποιώντας κινητούς μέσους όρους τριών περιόδων αντιπροσωπεύεται με το σημείο Ρ στο σχεδιάγραμμα. Παρατηρούμε ότι η εξίσωση του κινητού μέσου όρου και της πρόβλεψης ισούνται και ταυτίζονται στο σημείο Ρ. Αυτό είναι φυσικό διότι κάναμε πρόβλεψη με βάση δεδομένα 12 μηνών στοχεύοντας στην πρόβλεψη του μήνα Νοεμβρίου. Να σημειώσουμε ότι το σφάλμα πρόβλεψης που δεν επιλέξαμε να εμφανιστεί στο συγκεκριμένο σχεδιάγραμμα ανέρχεται στο 0, 968 που συνιστά μια σχετικά πολύ ακριβή πρόβλεψη.

Ας δούμε τώρα και πως διαμορφώνεται το νέο φύλλο εργασίας μετά την πρόβλεψη. Σύμφωνα με την πρόβλεψη τον μήνα Νοέμβριο αναμένεται να σχηματισθούν 52,3333333 κλήσεις για επισκευές. Οι κλήσεις αυτές εκφράζονται σε σχηματισμό εσόδων ύψους 3035,3333333 ενώ το κόστο επισκευών ανέρχεται σε 366,1111111 . Τα κέρδη τέλος διαμορφώνονται σε 2669,2222222. Το τελικό φύλλο εργασίας μετά την πρόβλεψη έχει ως εξής:

A.C.S.					
ΠΕΡΙΟΔΟΣ	ΜΗΝΑΣ	ΚΛΗΣΕΙΣ	ΕΣΟΔΑ	ΚΟΣΤΟΣ	ΚΕΡΔΗ
1	ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	42	2060	294	1766
2	ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	80	3840	620	3220
3	ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	58	3016	406	2610
4	ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	24	1392	168	1224
5	ΜΑΡΤΙΟΣ	66	2904	480	2424
6	ΑΠΡΙΛΙΟΣ	44	2376	308	2068
7	ΜΑΪΟΣ	72	4032	540	3492
8	ΙΟΥΝΙΟΣ	64	3200	460	2740
9	ΙΟΥΛΙΟΣ	38	2390	266	2124
10	ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	53	2862	371	2491
11	ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	76	3572	580	2992
12	ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	28	1624	196	1428
	ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	52,3333333	3035,3333333	366,1111111	2669,2222222

2) ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ D.B.C.C

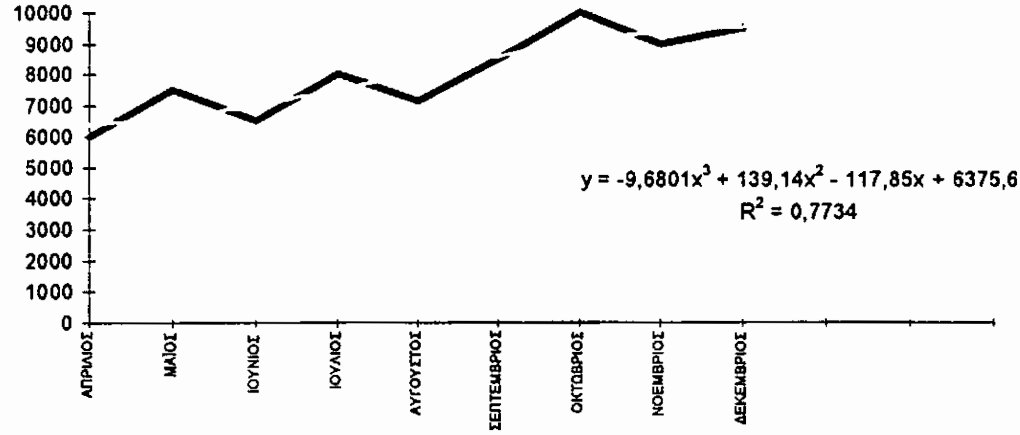
Η επιχείρηση Done Brown Cookie Company με την οποία ασχολούμαστε παράγει μπισκότα υψηλής θρεπτικής αξίας. Για κάθε κούτα μπισκότων (24 πακέτα) που πωλεί η επιχείρηση στους λιανέμπορους εισπράτει 22,55 χρηματικές μονάδες. Η ζήτηση που αντιμετωπίζει η D.B.C.C. αν και δεν μπορεί να θεωρηθεί εποχιακή συχνά έχει μεγάλη διακύμανση μέσα στο χρόνο. Η επιχείρηση αντιμετωπίζει στον κλάδο της έναν πολύ ισχυρό ανταγωνιστή με το ίδιο περίπου προϊόν.

Η επιχείρηση την παρούσα στιγμή αντιμετωπίζει από δύο κορυφαία στελέχη της δύο διαφορετικές απόψεις. Η μία προτείνει την επένδυση σε ένα πιο φιλόδοξο σχέδιο διόγκωσης της παραγωγής της επιχείρησης με το σκεπτικό ότι αυτό θα επιφέρει περισσότερα κέρδη στην επιχείρηση από τις πωλήσεις. Η άλλη άποψη πιο συγκρατημένη υποστηρίζει ότι δεν υπάρχουν ενδείξεις ότι οι πωλήσεις θα είναι αυξανόμενες τους επόμενους μήνες - όπως φαίνεται στο αρχικό παρακάτω φύλλο εργασίας. Προτείνει αυτοσυγκράτηση και αναμονή του επενδυτικού σχεδίου μέχρι ο ανταγωνιστής της επιχείρησης κάνει πρώτος τα σχέδιά του και στη συνέχεια να αποφασισθεί το νέο σχέδιο. Εμείς καλούμαστε να επιλέξουμε πια από τις δύο απόψεις είναι η πιο σωστή και ασφαλώς να την αιτιολογήσουμε.

Το παρακάτω φύλλο εργασίας παρουσιάζει δεδομένα πωλήσεων και κόστους της επιχείρησης της D.B.C.C. και του ανταγωνιστή της. Δουλειά δική μας είναι να διενεργήσουμε τις απαραίτητες προβλέψεις των πωλήσεων και για την D.B.C.C. και για την ανταγωνίστρια επιχείρηση και να αποφασίσουμε πια από τις δύο προτάσεις είναι η πιο σωστή στην παρούσα φάση.

D.B.C.C.				
ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΠΩΛΗΣΕΩΝ Μ.Ο. ΓΙΑ ΤΟΝ ΕΠΟΜΕΝΟ ΧΡΟΝΟ				
ΟΓΚΟΣ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ	ΚΕΡΔΗ		
8000	0,05	400		
9000	0,2	1800		
10000	0,5	5000		
11000	0,2	2200		
12000	0,05	600		
ΚΟΣΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΕΛΕΥΤΑΙΩΝ 9 ΜΗΝΩΝ				
ΜΗΝΑΣ	ΜΟΝΑΔΕΣ	ΥΛΙΚΑ	ΕΡΓΑΤΙΚΑ	ΥΠΕΡΩΡΙΕΣ
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	6000	88500	21000	15200
ΜΑΪΟΣ	7500	107250	24000	17450
ΙΟΥΝΙΟΣ	6500	94900	22100	15950
ΙΟΥΛΙΟΣ	8000	113200	24800	18200
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	7000	101150	23100	16700
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	8500	118825	28475	18950
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	10000	148500	45000	21200
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	9000	126850	32400	19700
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	9500	136075	37525	20450
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ				
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ				
ΜΑΡΤΙΟΣ				
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ				

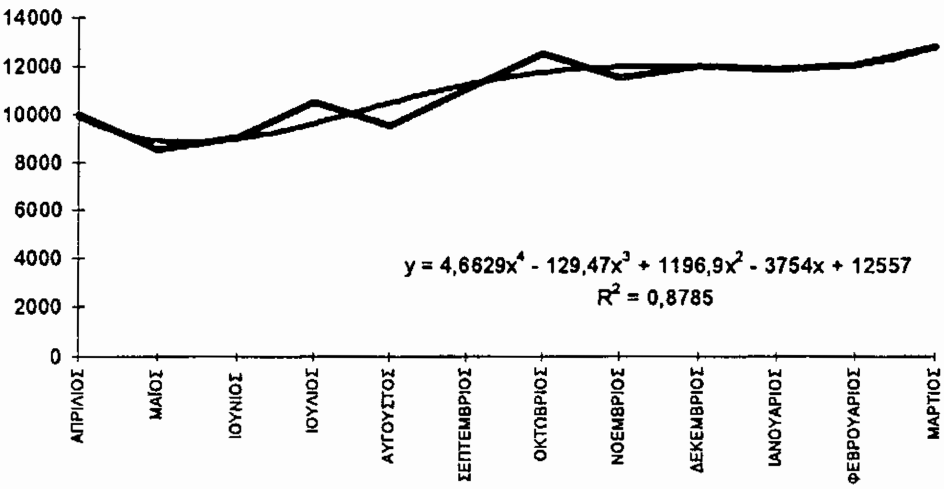
Με βάση αυτά τα δεδομένα διενεργούμε πρόβλεψη για τους τρεις επόμενους μήνες προκειμένου να δούμε πιο από τα δύο σενάρια ταιριάζει με τις προδιαγραφόμενες πωλήσεις. Κατά τη διενέργεια της πρόβλεψης χρησιμοποιήσαμε αρκετά πρότυπα πρόβλεψης σύμφωνα με αυτά που μας προτείνει το πακέτο. Από τα πρότυπα που χρησιμοποιήσαμε αυτό που φαίνεται να προσομοιώνει καλύτερα τα δεδομένα είναι η εξίσωση πολυωνυμικής μορφής. Να σημειώσουμε ότι όλα τα άλλα πρότυπα εμφάνισαν σφάλμα (r^2) κάτω από το 0,7. Το πρότυπο που βλέπουμε στο παρακάτω σχεδιάγραμμα είναι πολυωνυμική εξίσωση τρίτου βαθμού.



Από τα αποτελέσματα φαίνεται καθαρά ότι γενικά υπάρχει πτωτική πορεία των πωλήσεων. Να σημειώσουμε ότι όσο ανεβάζουμε το βαθμό του πωλυονύμου τόσο πιο απαισιόδοξη είναι η πρόβλεψη. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι μάλλον είναι απίθανο η πωλήσεις να συμπεριφερθούν σε διαφορετική κατεύθυνση από την πτωτική πορεία. Όμως πριν ακόμη εξάγουμε τα τελικά σχόλια χρήσιμο είναι να δούμε το φύλλο εργασίας και τη συμπεριφορά των πωλήσεων για τον ανταγωνιστή της επιχείρησης.

ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΡΙΑ D.B.C.C.				
ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΠΩΛΗΣΕΩΝ Μ.Ο. ΓΙΑ ΤΟΝ ΕΠΟΜΕΝΟ ΧΡΟΝΟ				
ΟΓΚΟΣ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ	ΚΕΡΔΗ		
8000	0,05	400		
9000	0,2	1800		
10000	0,5	5000		
11000	0,2	2200		
12000	0,05	600		
ΚΟΣΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΕΛΕΥΤΑΙΩΝ 9 ΜΗΝΩΝ				
ΜΗΝΑΣ	ΜΟΝΑΔΕΣ	ΥΛΙΚΑ	ΕΡΓΑΤΙΚΑ	ΥΠΕΡΩΡΙΕΣ
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	10000	140000	30500	24350
ΜΑΪΟΣ	8500	127075	27025	22175
ΙΟΥΝΙΟΣ	9000	133000	28550	22900
ΙΟΥΛΙΟΣ	10500	144375	32025	25075
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	9500	136565	29875	23625
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	11000	151250	33550	25800
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	12500	173750	47875	27975
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	11500	158125	36675	26525
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	12000	165600	41600	27250
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ				
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ				
ΜΑΡΤΙΟΣ				
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ				

Στα δεδομένα του ανταγωνιστή διενεργήσαμε πρόβλεψη για τους επόμενους τρεις μήνες. Και πάλι τα καλύτερο σφάλμα (r^2) μας απέδωσε το πολυονομικό πρότυπο. Αυτή τη φορά προτιμήσαμε πολυώνυμο τετάρτου βαθμού που μας έδωσε ακόμη καλύτερο σφάλμα άρα η πρόβλεψη είναι ακόμη πιο ακριβής.



Τα νέα αποτελέσματα μάλλο συνηγορούν προς το δεύτερο σενάριο. Φαίνεται καθαρά ότι η ανταγωνίστρια επιχείρηση σύμφωνα με τις προβλέψεις αυξάνει σημαντικά τις πωλήσεις για τους τρεις επόμενους μήνες. Για να μπορέσουμε να έχουμε πιο ακριβή συμπεράσματα παραθέτουμε τα τελικά φύλλα εργασίας με τις αριθμητικές τιμές για κάθε μία επιχείρηση ξεχωριστά ώστε να έχουμε πιο ολοκληρομένη αριθμητική εικόνα των προβλέψεων.

D.B.C.C.				
ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΠΩΛΗΣΕΩΝ Μ.Ο. ΓΙΑ ΤΟΝ ΕΠΟΜΕΝΟ ΧΡΟΝΟ				
ΟΓΚΟΣ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ	ΚΕΡΔΗ		
8000	0,05	400		
9000	0,2	1800		
10000	0,5	5000		
11000	0,2	2200		
12000	0,05	600		
ΚΟΣΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΕΛΕΥΤΑΙΩΝ 9 ΜΗΝΩΝ				
ΜΗΝΑΣ	ΜΟΝΑΔΕΣ	ΥΛΙΚΑ	ΕΡΓΑΤΙΚΑ	ΥΠΕΡΩΡΙΕΣ
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	6000	88500	21000	15200
ΜΑΪΟΣ	7500	107250	24000	17450
ΙΟΥΝΙΟΣ	6500	94900	22100	15950
ΙΟΥΛΙΟΣ	8000	113200	24800	18200
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	7000	101150	23100	16700
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	8500	118825	28475	18950
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	10000	148500	45000	21200
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	9000	126850	32400	19700
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	9500	136075	37525	20450
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	9431	135086,7	37252,45	20301,47
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	9030,977	129356,9	35672,36	19440,37
ΜΑΡΤΙΟΣ	8270,347	118461,8	32667,87	17803,01
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ	$y = -9{,}680x^3 + 139{,}14x^2 - 117{,}85x + 6375{,}6$			

ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΡΙΑ D.B.C.C.				
ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΠΩΛΗΣΕΩΝ Μ.Ο. ΓΙΑ ΤΟΝ ΕΠΟΜΕΝΟ ΧΡΟΝΟ				
ΟΓΚΟΣ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ	ΚΕΡΔΗ		
8000	0,05	400		
9000	0,2	1800		
10000	0,5	5000		
11000	0,2	2200		
12000	0,05	600		
ΚΟΣΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΕΛΕΥΤΑΙΩΝ 9 ΜΗΝΩΝ				
ΜΗΝΑΣ	ΜΟΝΑΔΕΣ	ΥΛΙΚΑ	ΕΡΓΑΤΙΚΑ	ΥΠΕΡΩΡΙΕΣ
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	10000	140000	30500	24350
ΜΑΪΟΣ	8500	127075	27025	22175
ΙΟΥΝΙΟΣ	9000	133000	28550	22900
ΙΟΥΛΙΟΣ	10500	144375	32025	25075
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ	9500	136565	29875	23625
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	11000	151250	33550	25800
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	12500	173750	47875	27975
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	11500	158125	36675	26525
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	12000	165600	41600	27250
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	11858	163640,4	41107,73	26927,54
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	12023,4	165922,9	41681,13	27303,14
ΜΑΡΤΙΟΣ	12817,31	176878,9	44433,35	29105,98
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ	$y = 4{,}662\,x^4 - 129{,}44\,x^3 + 1196{,}5\,x^2 - 3752{,}3\,x + 12556$			

Από τα αποτελέσματα φαίνεται καθαρά η πτωτική πορεία των πωλήσεων της D.B.C.C. της οποίας οι πωλήσεις το μήνα Μάρτιο διαμορφώνονται σε 8270,347 ενώ αντίθετα φαίνεται καθαρά η ανοδική πορεία της ανταγωνίστριας της οποίας οι πωλήσεις διαμορφώνονται στις 12.817,31. Μια γρήγορα ματιά πάντως των δεδομένων φαίνεται ότι η ηγέτιδα επιχείρηση στον κλάδο δεν είναι η D.B.C.C. αλλά μάλλον η ανταγωνίστρια η οποία και μεγαλύτερες πωλήσεις στο σύνολο έχει άρα και μεγαλύτερο μερίδιο αγοράς και οι πωλήσεις εμφανίζουν αργή και σταθερή ανοδική πορεία. Αντίθετα η D.B.C.C. έχει φθίνοντα αύξουσα πορεία στις πωλήσεις της οι οποίες μάλιστα φαίνεται να συρρικνώνονται τους τελευταίους 3 μήνες.

Αν και είναι παρακινδυνευμένο να είμαστε σίγουροι ότι ηγέτιδα επιχείρηση είναι αυτή με τις περισσότερες πωλήσεις, εντούτις, η δυναμική της ανταγωνίστριας επιχείρησης μάλλον προδίδει τον ισχυρισμό μας. Με αυτό το σκεπτικό είναι αρκετά παρακινδυνευμένο η D.B.C.C. να εξαγγείλει πρώτη ένα νέο επενδυτικό πρόγραμμα στον κλάδο. Στην περίπτωση που αυτό αποφασισθεί τότε κατά τη γνώμη μας το πρόγραμμα πρέπει να είναι αρκετό επιθετικό προκειμένου να υπάρχουν αποτελέσματα και επιπλέον η D.B.C.C. να διαθέτει ήδη αρκετά κεφάλαια για την υποστήριξή του.

Είναι χρήσιμο να επισημάνουμε ότι με το υπάρχον παραγωγικό δυναμικό απ' ότι φαίνεται από τα περιθώρια κέρδους ίσως βραχυχρόνια την D.B.C.C. την συμφέρει να λειτουργεί με την υπάρχουσα παραγωγική δυναμικότητα. Άρα ενισχύεται η άποψή μας ότι αν είναι να κατασκευάσει ένα νέο επενδυτικό πρόγραμμα αυτό επιβάλλεται να είναι αρκετά φιλόδοξο και πάνω απ' όλα επιθετικό ώστε να μπορέσει να βελτιώσει τις πωλήσεις της και να εκμεταλευτεί ένα πιθανά μεγαλύτερο μερίδιο αγοράς.

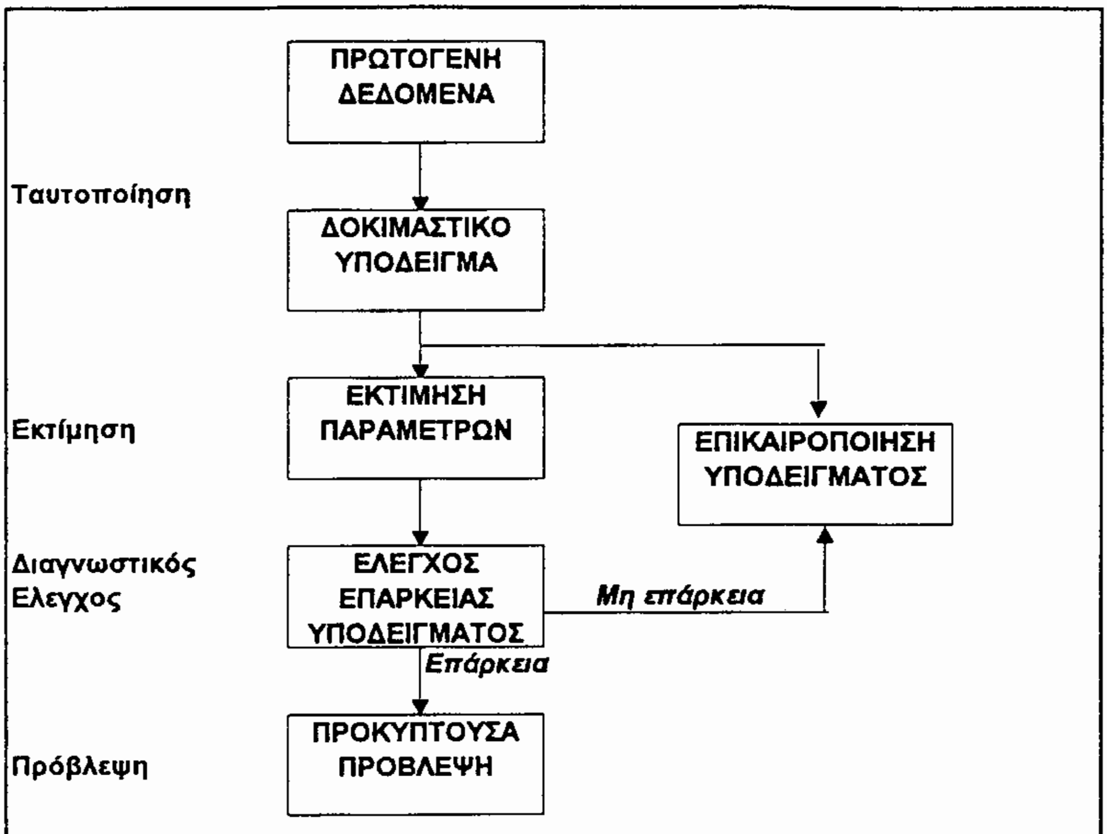
Νομίζουμε ότι με τα αποτελέσματα από τις προβλέψεις της D.B.C.C. και της ανταγωνίστριάς της το δίλλημα στο οποίο έχει πέσει είναι το εξής: Είτε προωθεί ένα πιο συντηρητικό επενδυτικό πρόγραμμα το οποία θα ακολουθήσει αυτό της ανταγωνίστριάς της είτε πρώτη προωθεί ένα υπερ-φιλόδοξο σχέδιο προκειμένου να αιφνιδιάσει την ανταγωνίστριά της. Στην πρώτη περίπτωση το ρίσκο είναι μικρότερο όμως με δεδομένη την απαισιόδοξη πρόβλεψη των πωλήσεων είναι πολύ πιθανό να προσπεραστεί αρκετά από την ανταγωνίστριά της και με τον καιρό να είναι σε πολύ πιο δυσάρεστη θέση από ότι είναι τώρα. Αντίθετα η δεύτερη στρατηγική περιέχει μεγαλύτερους κινδύνους και θα ήταν ανοησία ένα επενδυτικό πρόγραμμα το οποίο θα ήταν αλαζωνικό ως προς την ανταγωνίστρια. Αν υπάρχει άγνοια για την πορεία των πωλήσεων είναι πολύ πιθανό να μην γίνουν τα απαραίτητα βήματα για βελτίωση των εργασιών της D.B.C.C. και το φιλόδοξο επενδυτικό πρόγραμμα να αποτύχει παταγωδώς.

Παρόλη τη δυσμενή κατάσταση των μελλοντικών πωλήσεων της D.B.C.C. νομίζουμε ότι πρέπει να επιλέξει το δεύτερο επενδυτικό σχέδιο αν και απαιτεί μεγαλύτερο ρίσκο και περισσότερα κεφάλαια. Κι αυτό διότι αν δεν ενεργήσει έτσι πολύ σύντομα θα υποσκελισθεί από την ανταγωνίστριά της και πιθανά άλλες ανταγωνίστριες επιχειρήσεις που καραδοκούν. Απλώς πιστεύουμε ότι πρέπει να αναγνωρίσει η D.B.C.C. τη δυσμενή θέση στην οποία έχει επέλθει και έτσι τα επί μέρους προγράμματα παραγωγής, πωλήσεων και marketing να είναι προσεχτικά σχεδιασμένα. Οι συντηριτικές απόψεις μέσα στην D.B.C.C. σε καμία περίπτωση δεν πρέπει να αποτελέσουν αντικείμενο σατυρισμού αλλά αντίθετα αντικείμενο προβληματισμού. Μάλιστα μπορεί από κοινού να βρεθεί ένα σχέδιο που να ικανοποιεί σε ένα σημαντικό βαθμό και τις συντηριτικές ανησυχίες. Εξάλλου νομίζουμε ότι αν γίνει κατανοητή η θέση της επιχείρηση και το τέλμα στο οποίο μπορεί να επέλθει στο άμεσο μέλλον τότε όλοι θα συμφωνήσουν σε ένα προσεχτικά σχεδιασμένο επιθετικό πρόγραμμα.

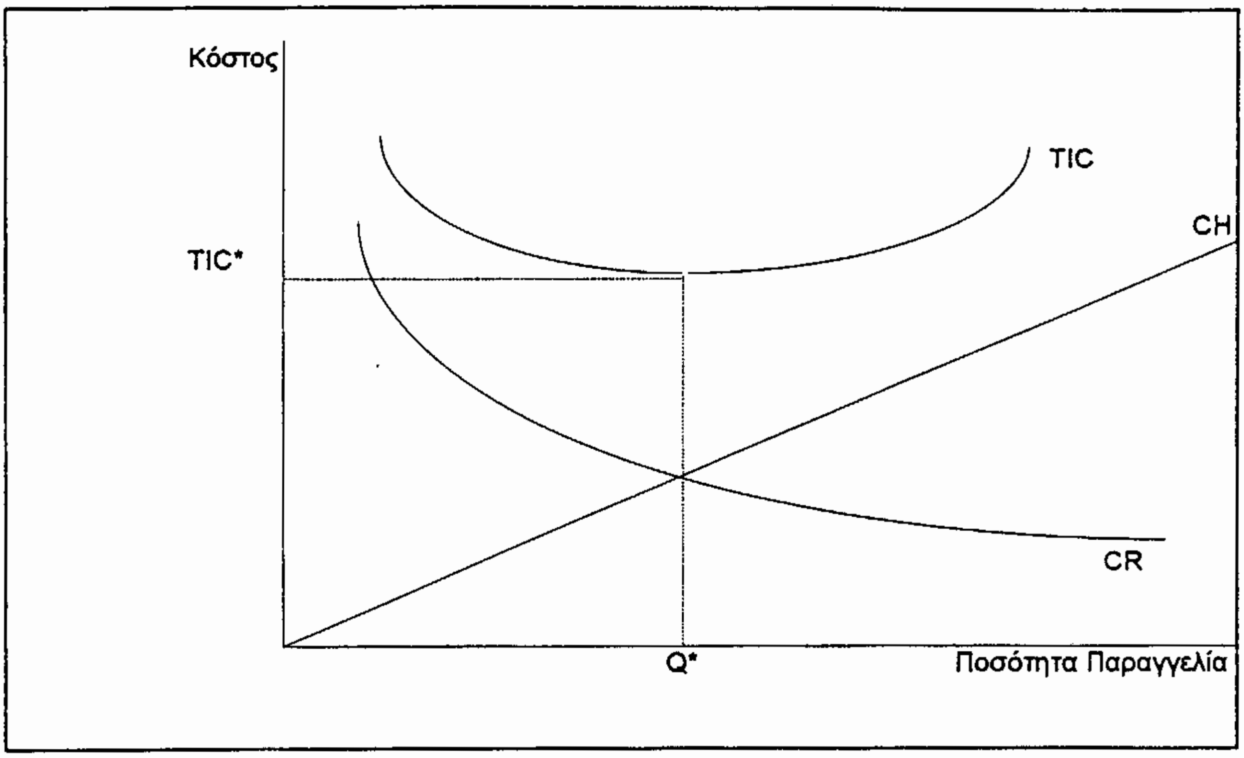
Απ' την άλλη η ανταγωνίστρια της D.B.C.C. δεν έχει και πολλά να φοβηθεί. Με δεδομένη την αύξηση των πωλήσεών της στους επόμενους μήνες εμφανίζεται σε μιά πραγματικά πιο πλεονεκτική θέση. Η μεγάλη της όμως αδυναμία θα είναι ο εφησυχασμός. Σε μια τέτοια περίπτωση είναι πολύ πιθανό να αιφνηδιαστεί από ένα επιθετικό πρόγραμμα της D.B.C.C. και να μην μπορέσει να αναθεωρήσει σε σύντομο χρονικό διάστημα ένα πιθανά συντηρητικό επενδυτικό της πρόγραμμα. Εξάλλου φαίνεται από τα δεδομένα ότι από πλευράς κόστους δεν είναι σε καλύτερη μοίρα από την D.B.C.C. και έτσι για να βελτιώσει τα περιθώρια κέρδους ίσως αναγκαστεί σε μικρή αναθεώρηση της κλίμακας παραγωγής στην οποία λειτουργεί.

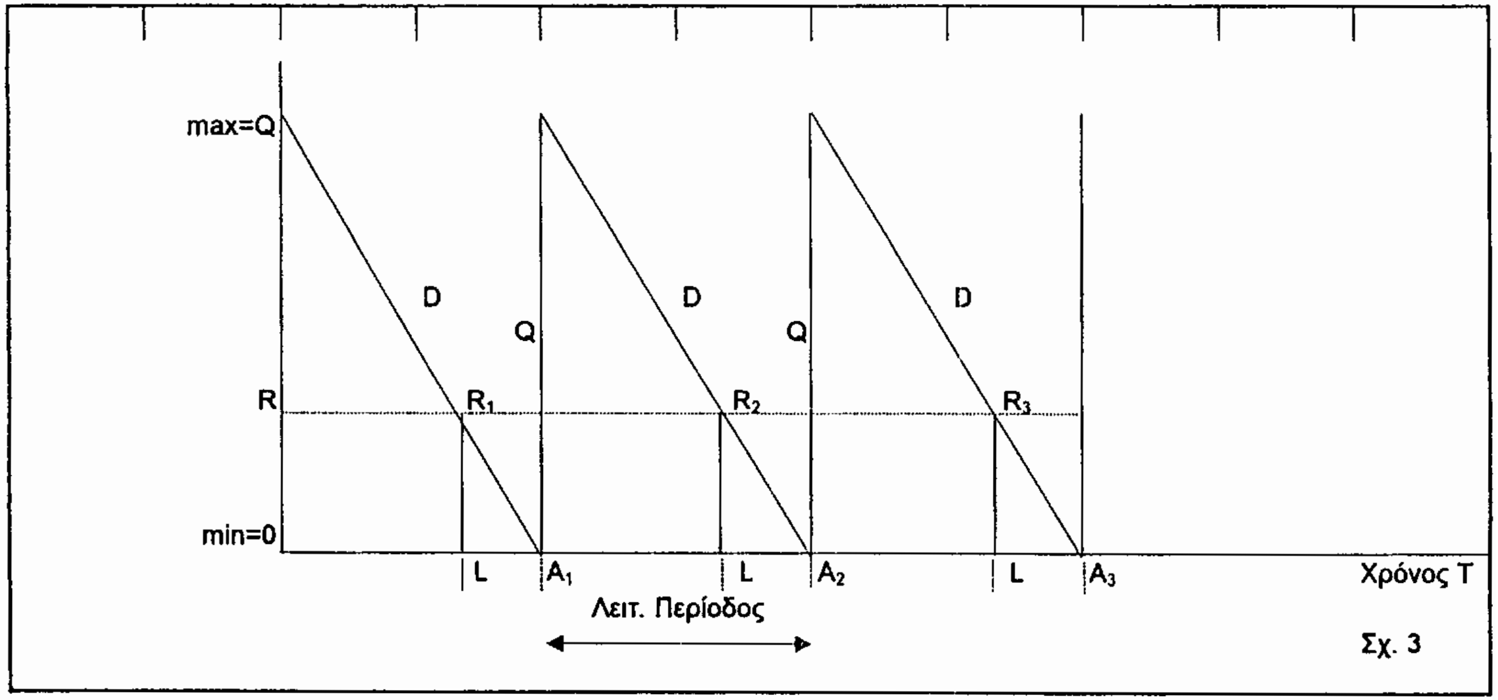
Τέλος να επιστήσουμε την προσοχή στο σφάλμα πρόβλεψης το οποίο είναι μεγαλύτερο για την D.B.C.C. απ' ότι για την ανταγωνίστριά της. Αυτό νομίζουμε ότι πρέπει να προβληματίσει την D.B.C.C. περισσότερο διότι μάλλον πιο απαισιόδοξα μπορεί να είναι τα πράγματα απ' ότι φαίνονται από την διαγραφόμενη πρόβλεψη. Άρα και πάλι ενισχύεται η άποψη που υποστηρίξαμε παραπάνω. Πάντως τίποτε δεν είναι απόλυτο και πιθανά ένα σταθεροποιητικό εξυγειαντικό επιχειρησιακό πρόγραμμα από πλευράς D.B.C.C. να επιφέρει τελικά καλύτερα αποτελέσματα.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

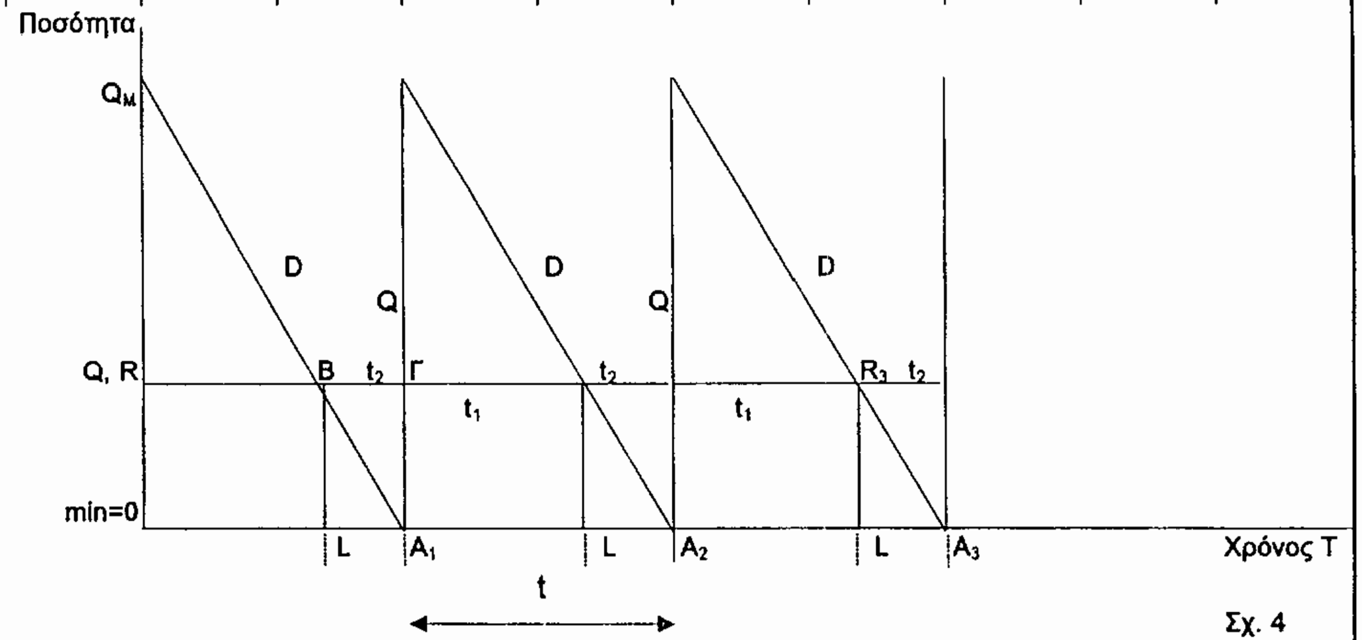

ΠΡΩΤΟΓΕΝΗ ΔΕΔΟΜΕΝΑ
Ταυτοποίηση
ΔΟΚΙΜΑΣΤΙΚΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ
ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ
Εκτίμηση
ΕΠΙΚΑΙΡΟΠΟΙΗΣΗ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ
Διαγνωστικός Ελεγχος
ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ
Μη επάρκεια
Επάρκεια
Πρόβλεψη
ΠΡΟΚΥΠΤΟΥΣΑ ΠΡΟΒΛΕΨΗ

Σχ. 1

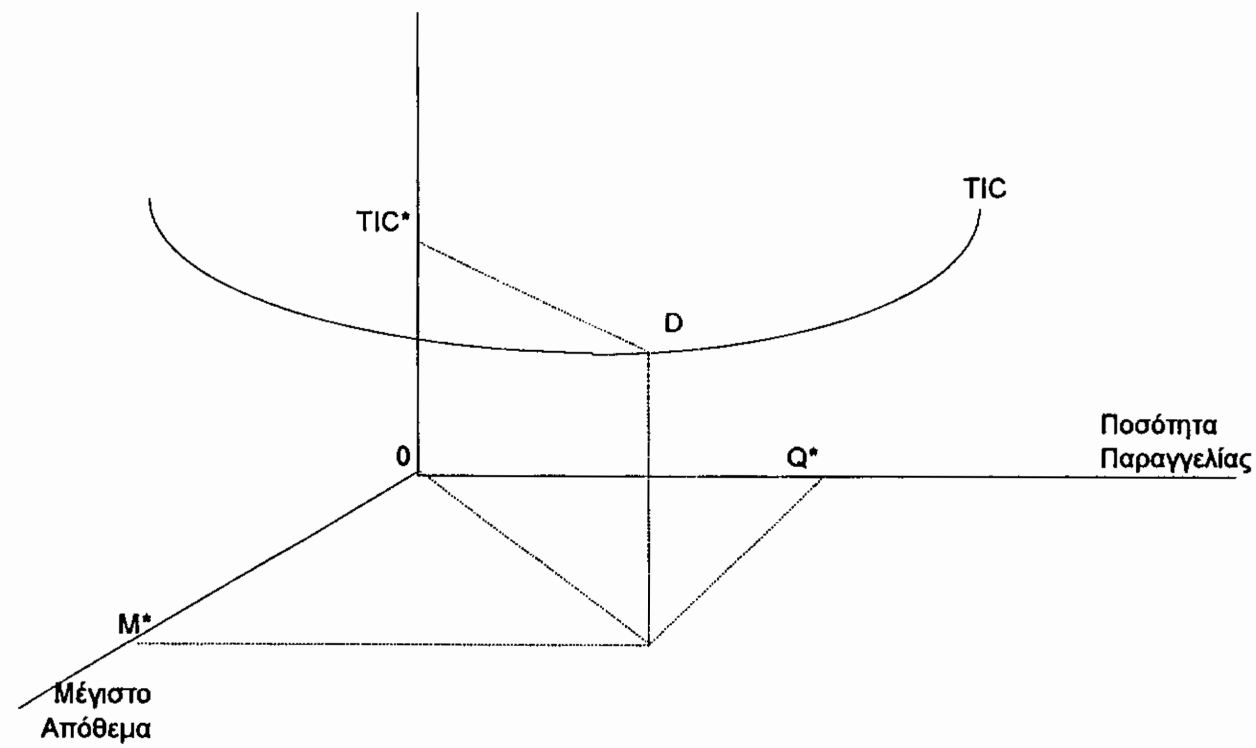

Κόστος
TIC
CH
TIC*
CR
Q*
Ποσότητα Παραγγελία



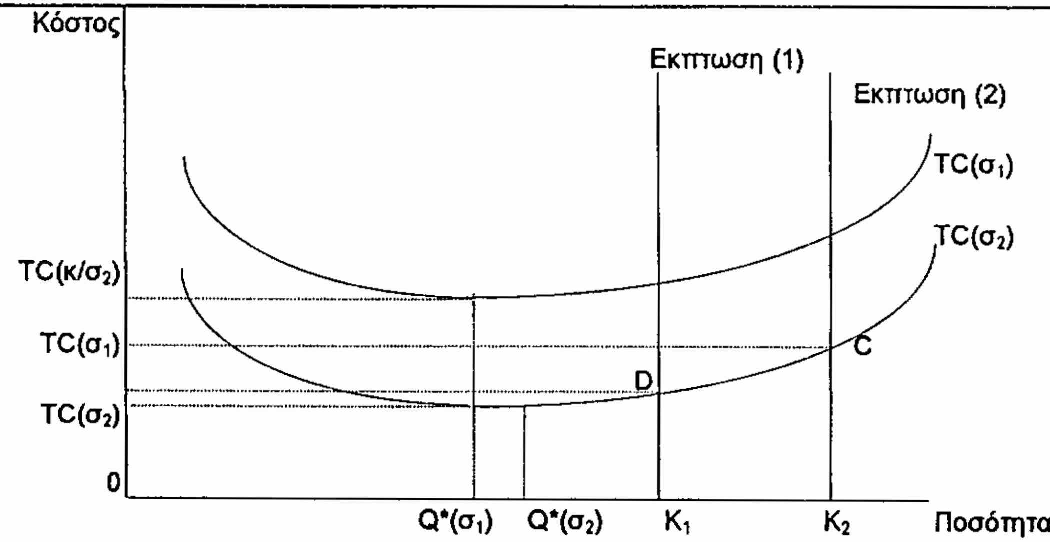
Σχ. 3

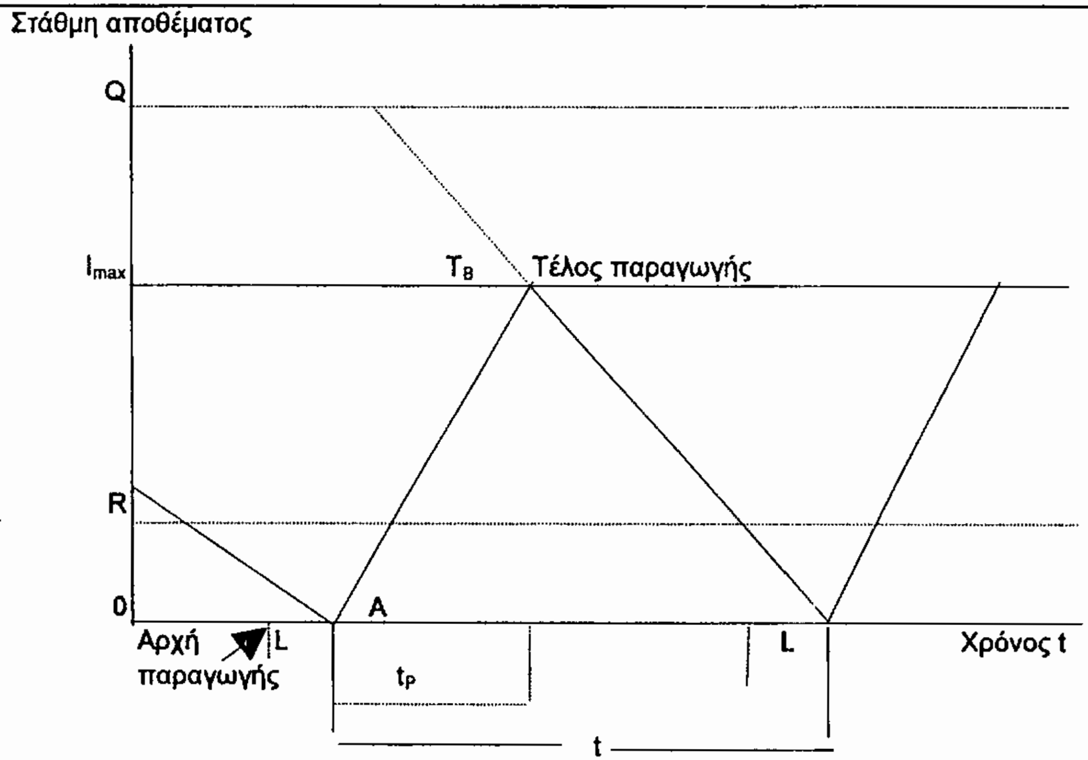

Ποσότητα
Q_M
D
D
D
Q
Q
Q, R
B
t_2
Γ
t_2
R_3
t_2
t_1
t_1
min=0
L
A_1
L
A_2
L
A_3
Χρόνος T
t

Σχ. 4


Συνολικό
Κόστος TIC
TIC
TIC*
D
0
Q*
Ποσότητα
Παραγγελίας
M*
Μέγιστο
Απόθεμα

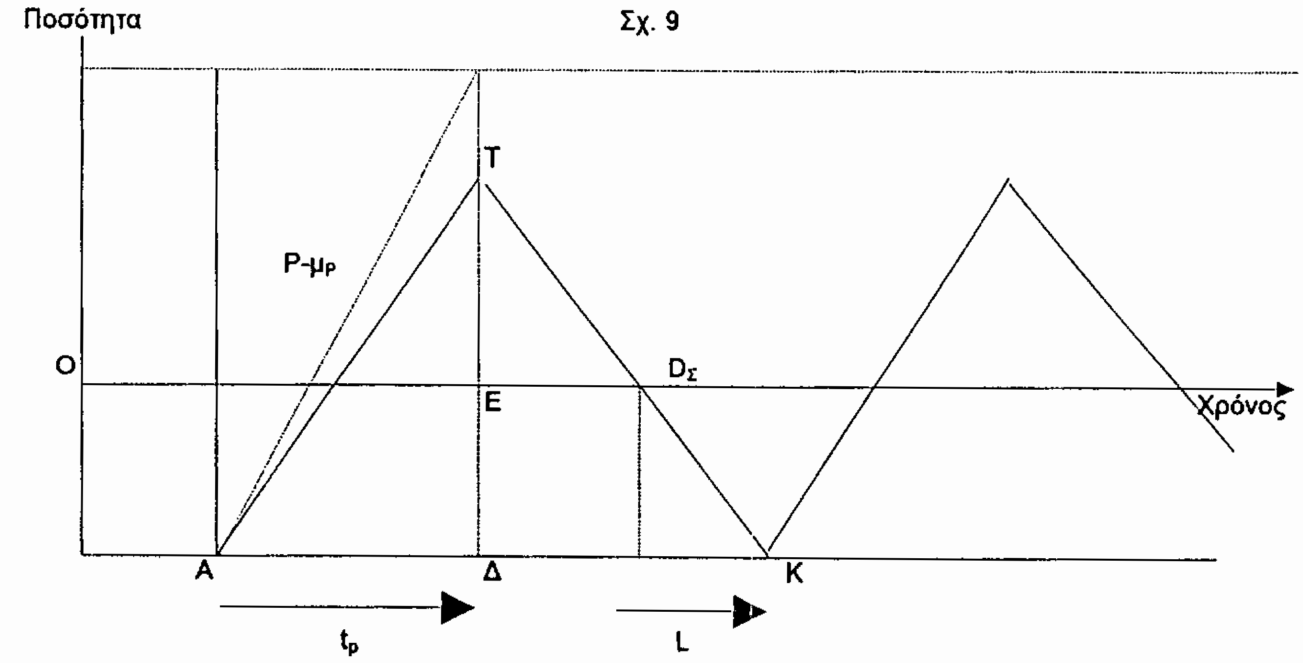
Σχ.5


Κόστος
Εκπτωση (1)
Εκπτωση (2)
TC(σ1)
TC(σ2)
TC(κ/σ2)
TC(σ1)
TC(σ2)
C
D
0
Q*(σ1)
Q*(σ2)
K1
K2
Ποσότητα

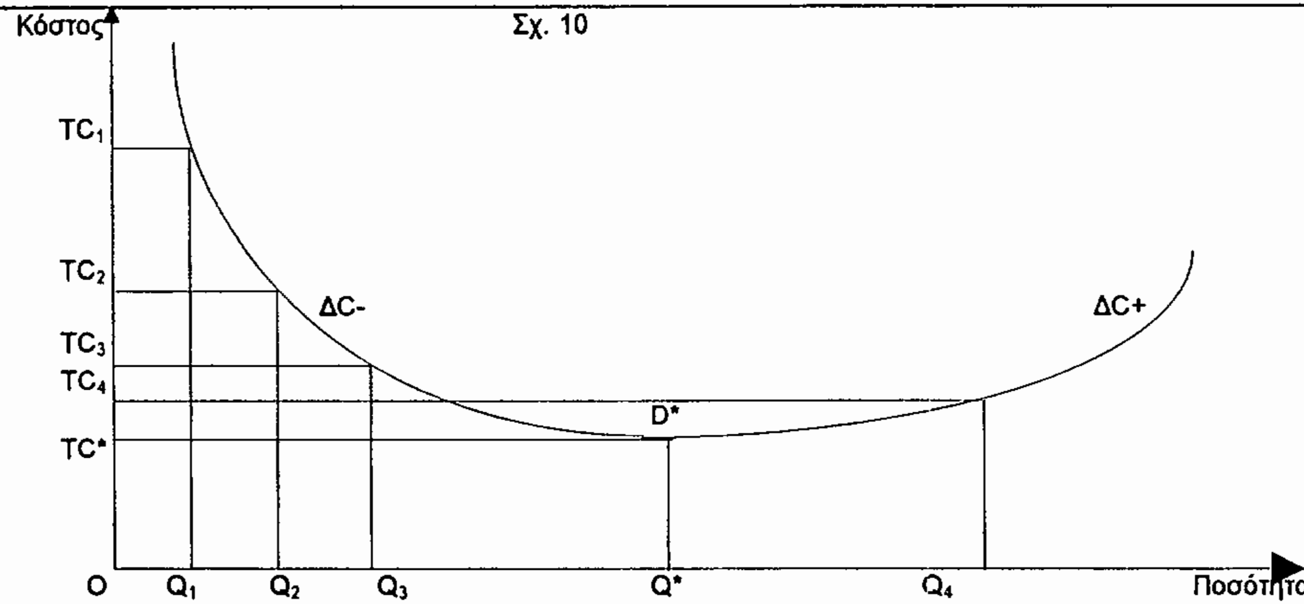

Στάθμη αποθέματος
Q
I_{max}
T_B
Τέλος παραγωγής
R
0
A
Αρχή
παραγωγής
L
t_P
L
Χρόνος t
t

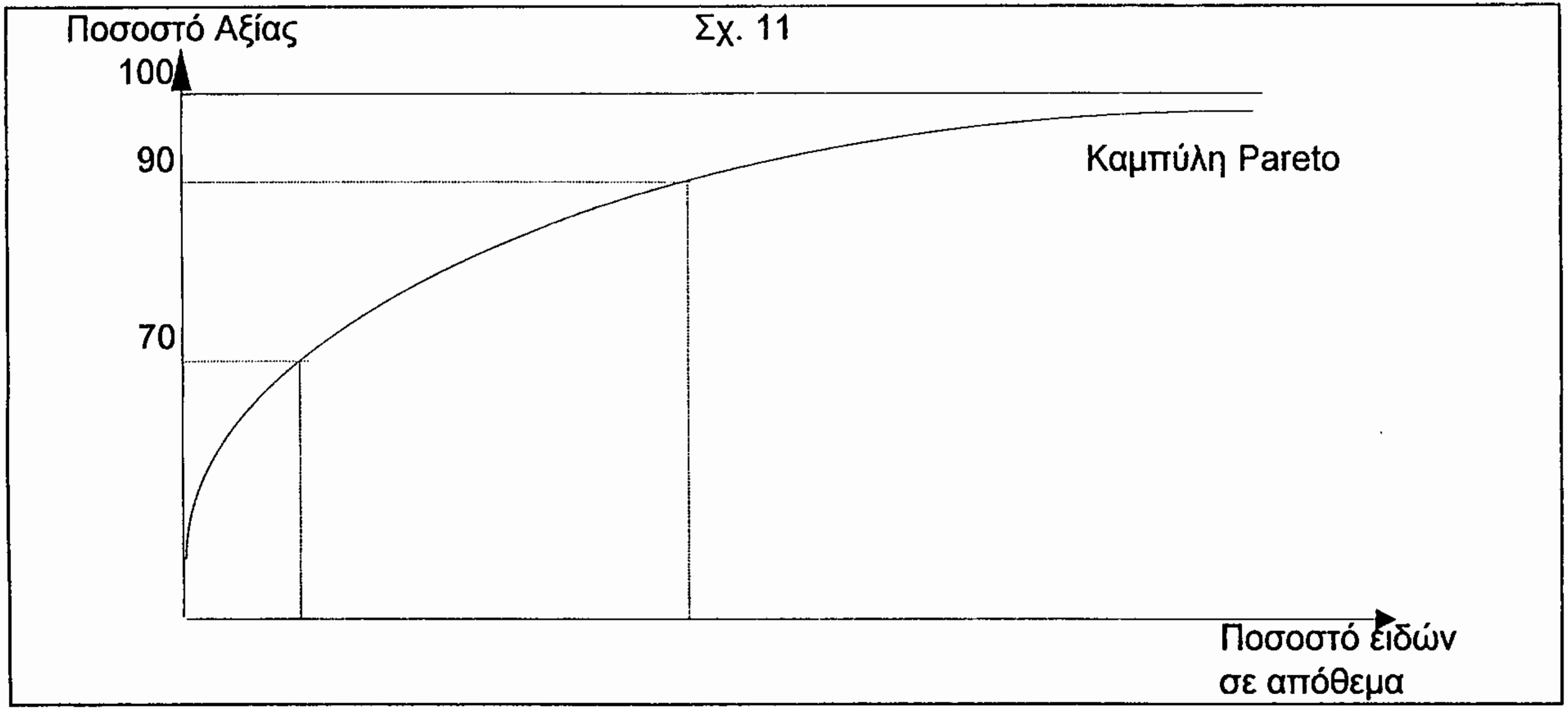
Σχ. 7

Σχ. 9



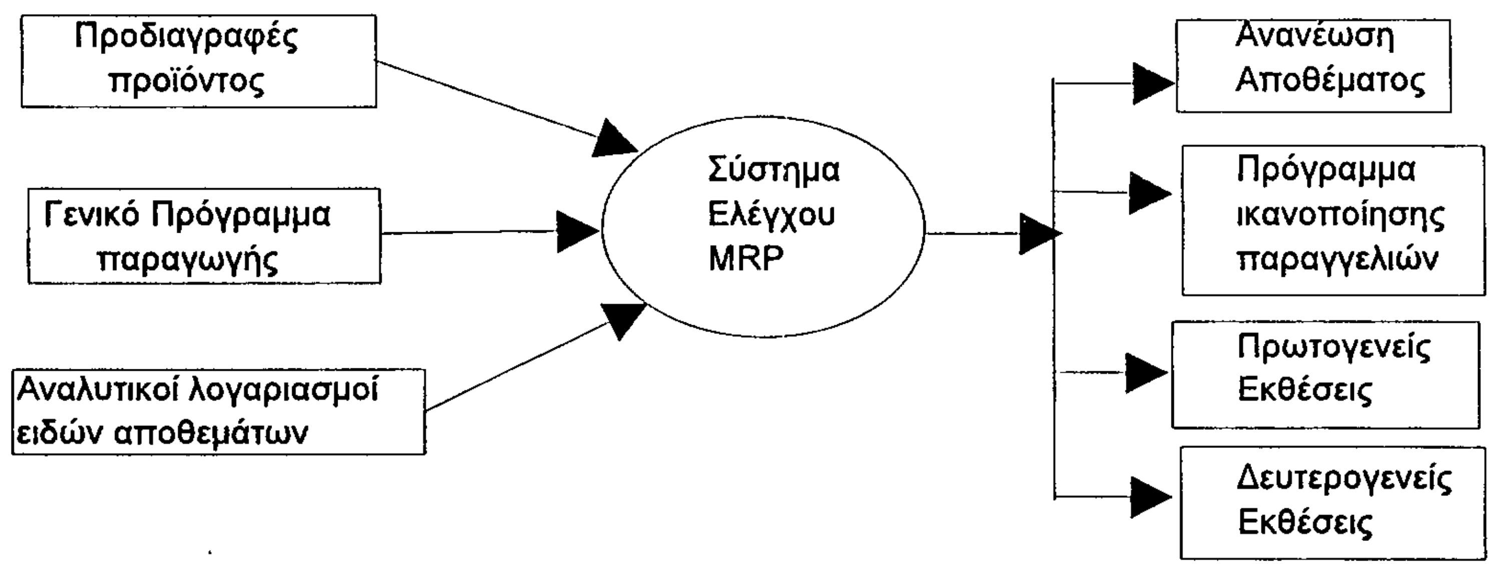
Σχ. 10



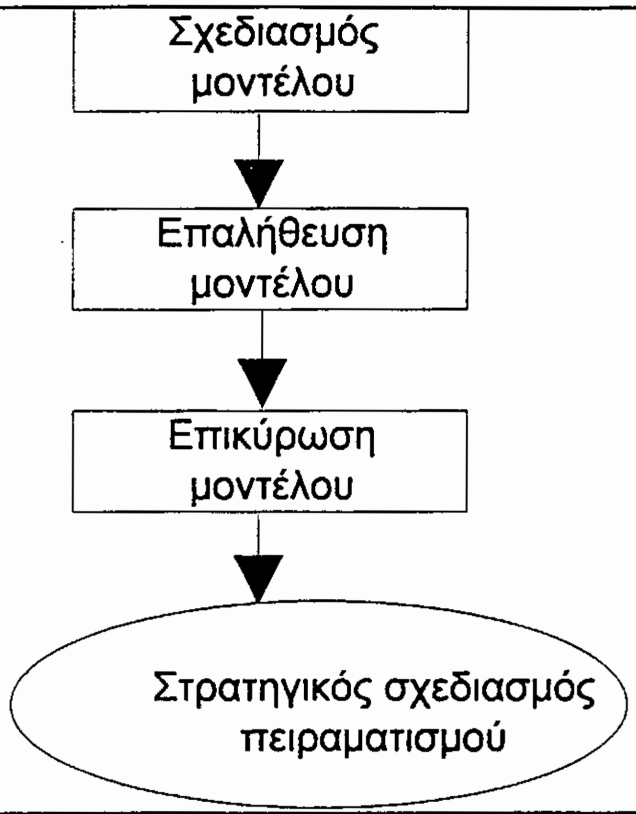

Ποσοστό Αξίας
100
90
70
Καμπύλη Pareto
Ποσοστό ειδών
σε απόθεμα

Σχ. 11

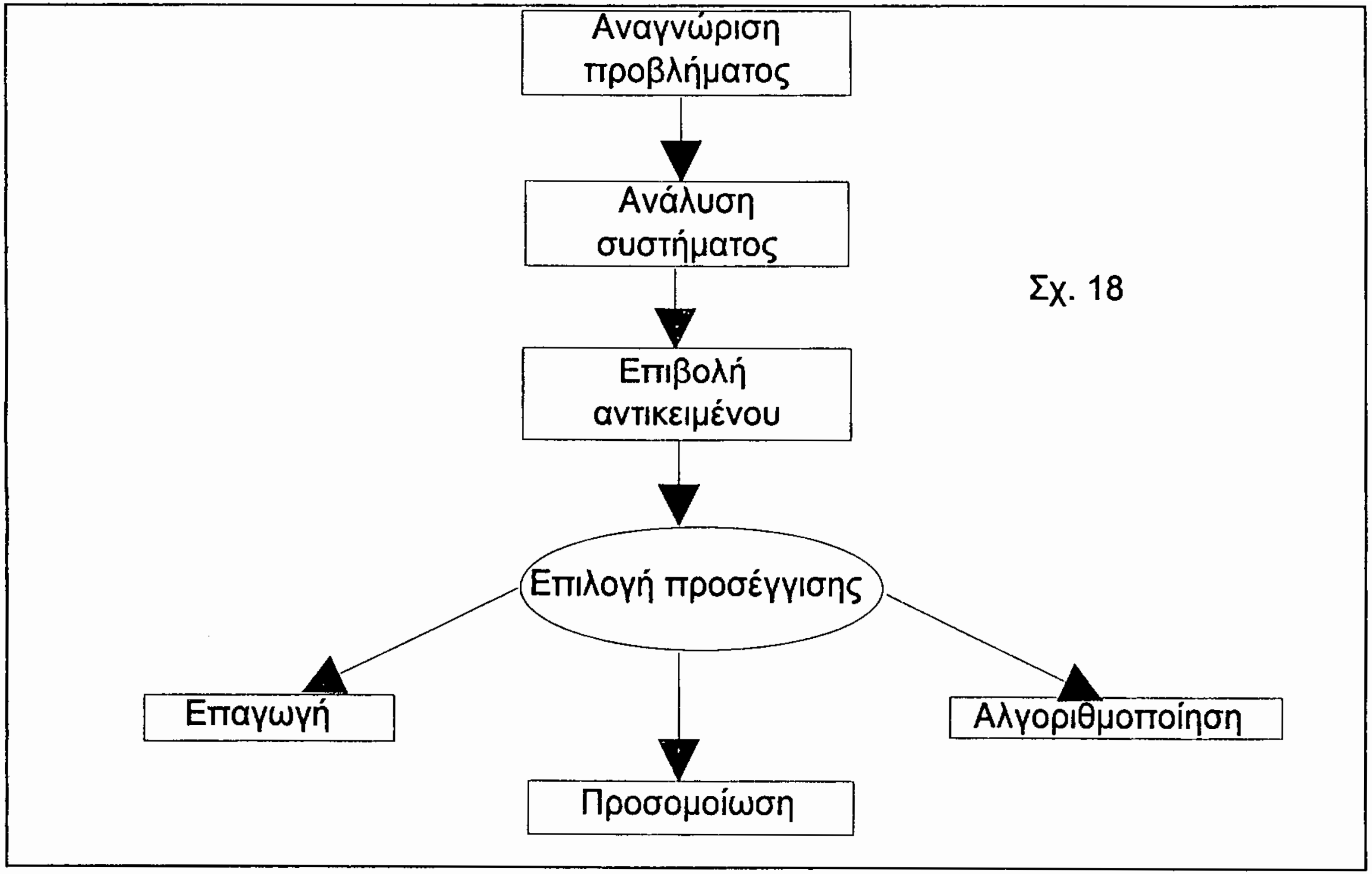
Σχ. 16


Προδιαγραφές προϊόντος
Γενικό Πρόγραμμα παραγωγής
Αναλυτικοί λογαριασμοί ειδών αποθεμάτων
Σύστημα Ελέγχου MRP
Ανανέωση Αποθέματος
Πρόγραμμα ικανοποίησης παραγγελιών
Πρωτογενείς Εκθέσεις
Δευτερογενείς Εκθέσεις

228

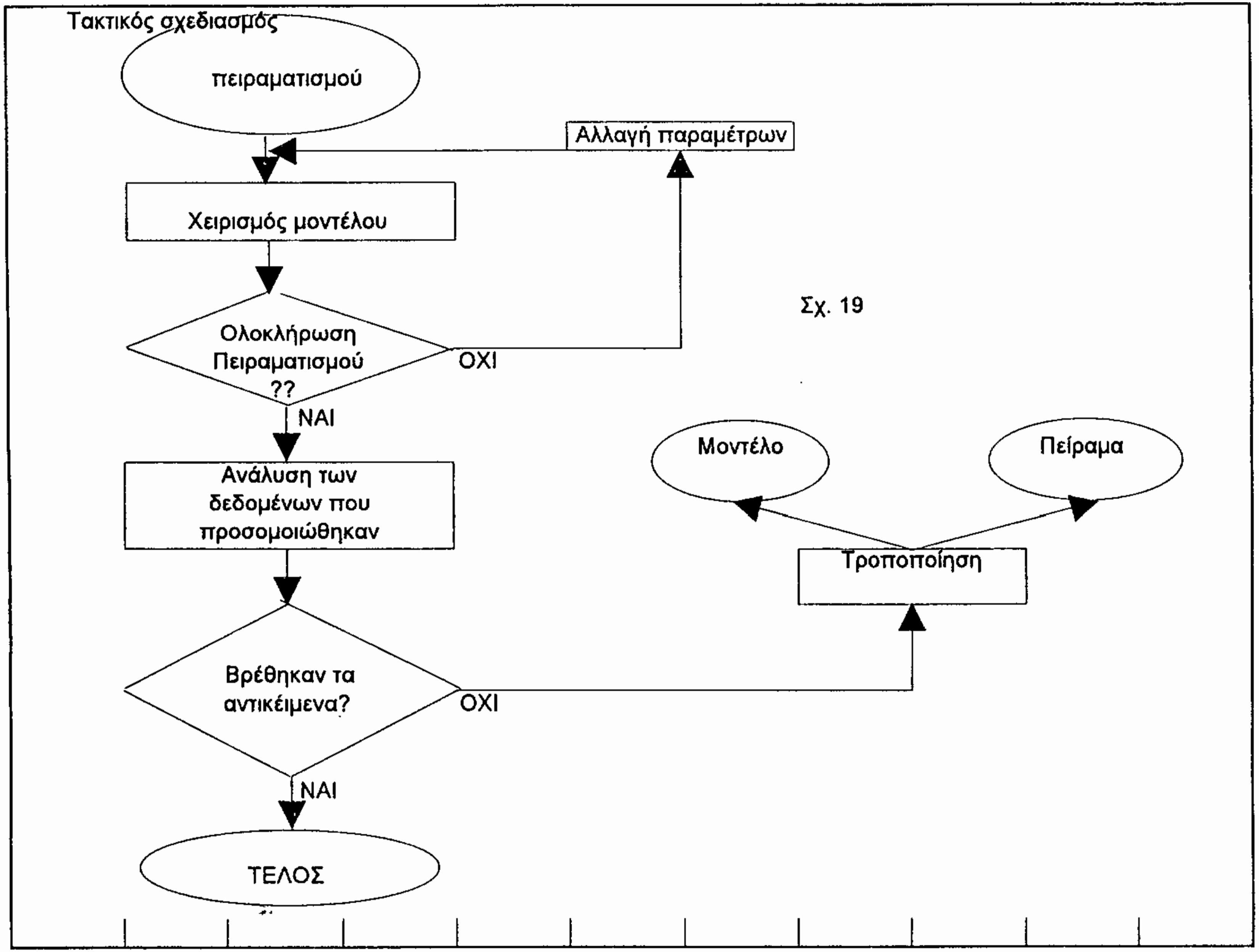

Σχεδιασμός μοντέλου
Επαλήθευση μοντέλου
Επικύρωση μοντέλου
Στρατηγικός σχεδιασμός πειραματισμού

Σχ. 17

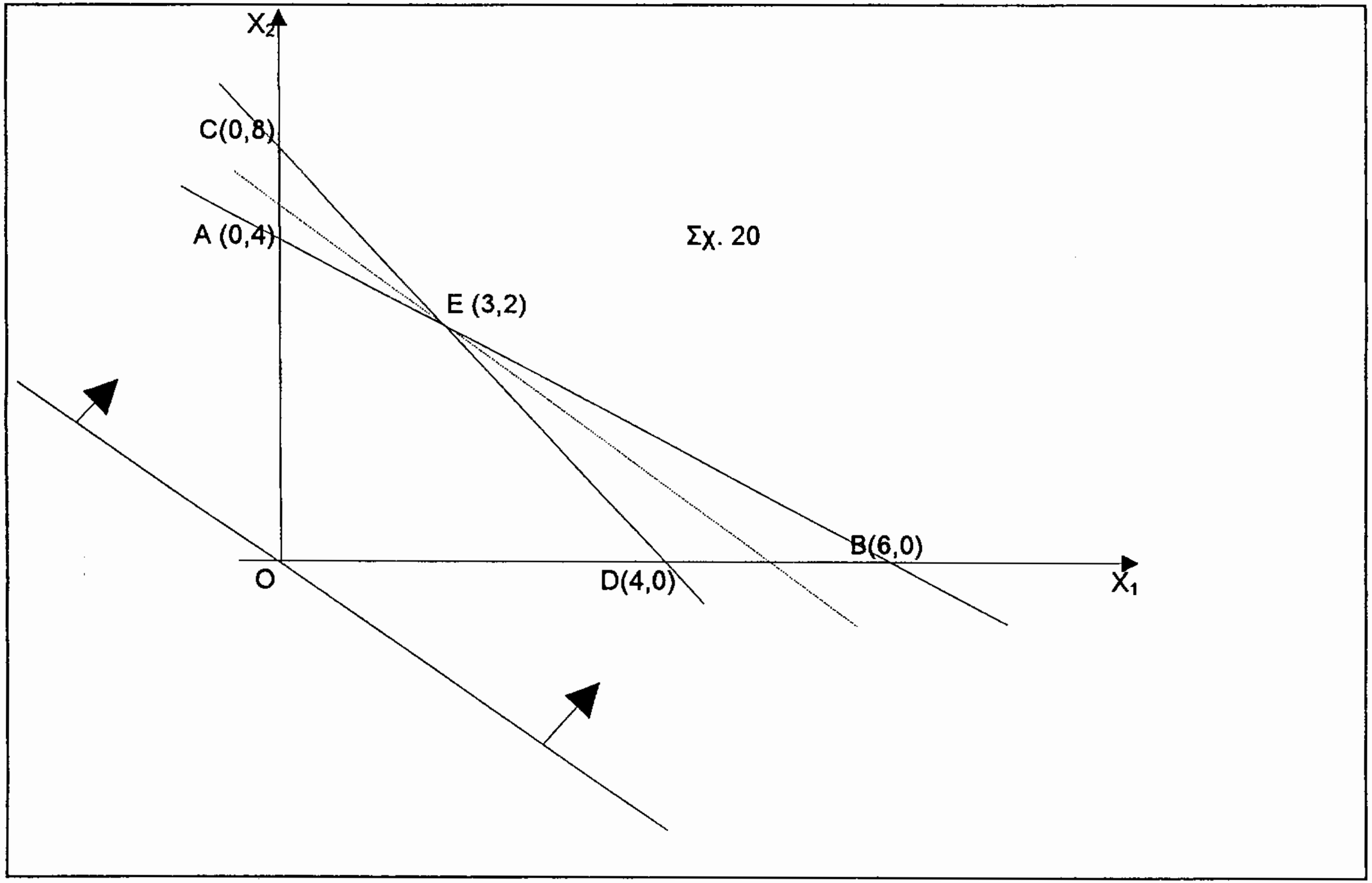

Αναγνώριση προβλήματος
Ανάλυση συστήματος
Επιβολή αντικειμένου
Επιλογή προσέγγισης
Επαγωγή
Προσομοίωση
Αλγοριθμοποίηση

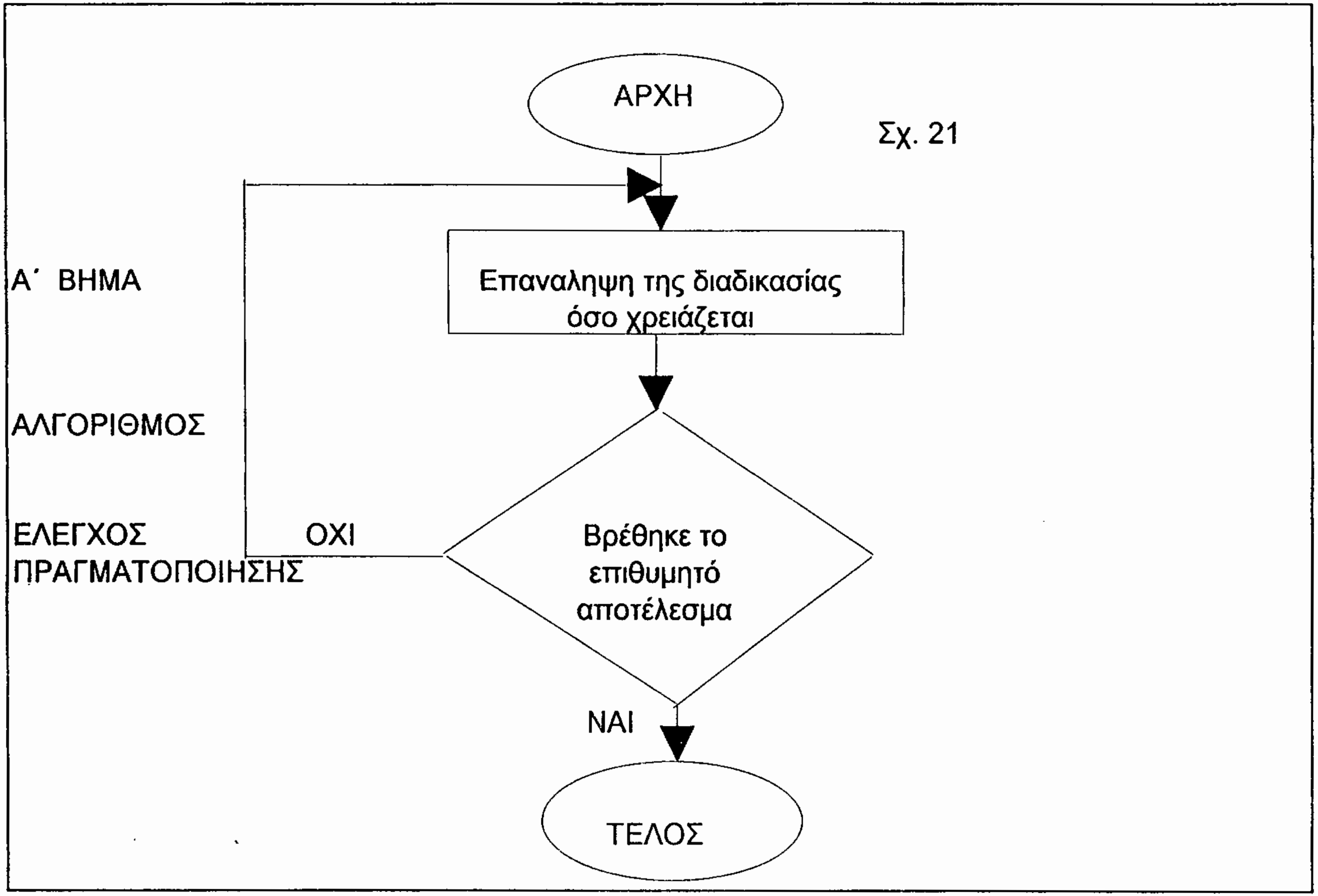
Σχ. 18

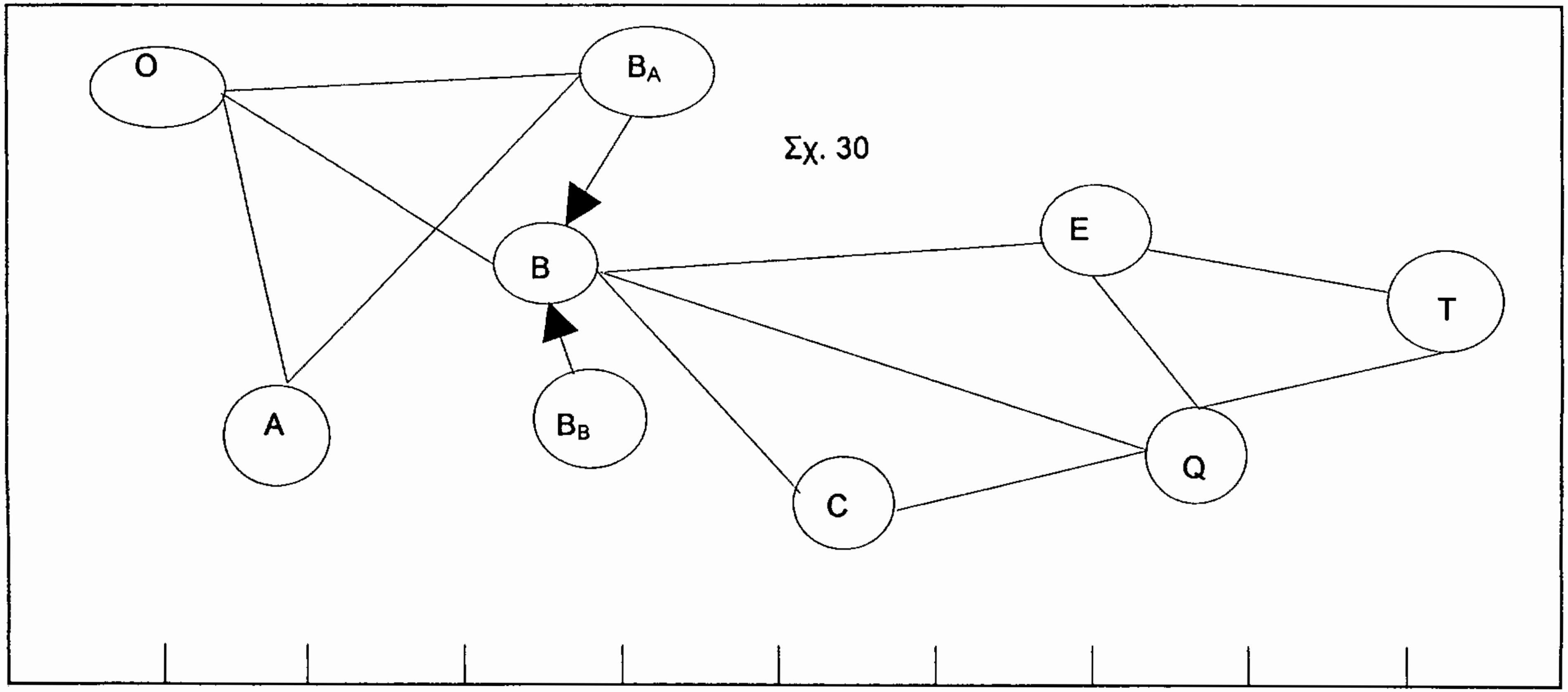
231


Τακτικός σχεδιασμός
πειραματισμού
Αλλαγή παραμέτρων
Χειρισμός μοντέλου
Ολοκλήρωση
Πειραματισμού
??
ΟΧΙ
ΝΑΙ
Ανάλυση των
δεδομένων που
προσομοιώθηκαν
Βρέθηκαν τα
αντικέιμενα?
ΟΧΙ
ΝΑΙ
ΤΕΛΟΣ
Μοντέλο
Πείραμα
Τροποποίηση

Σχ. 19

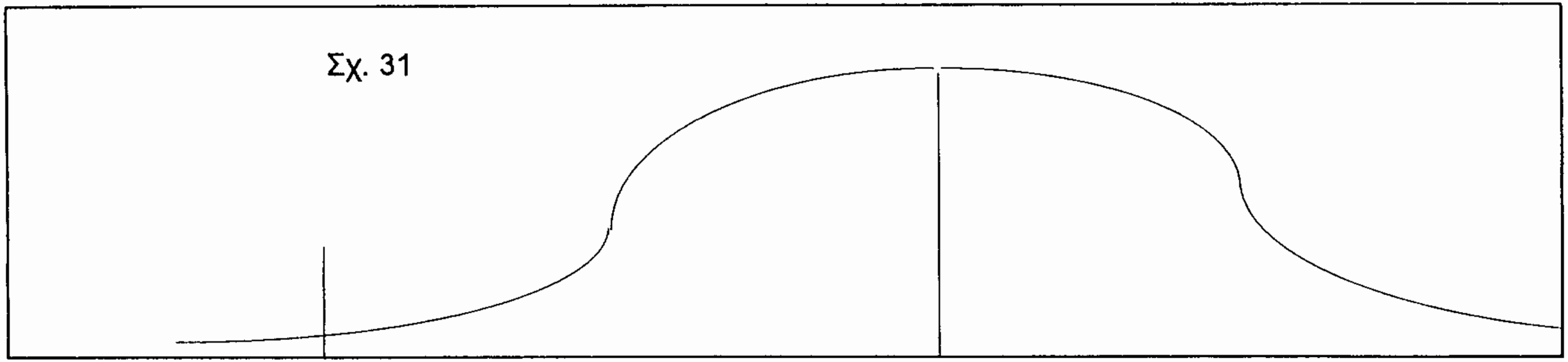

X2
C(0,8)
A (0,4)
Σχ. 20
E (3,2)
B(6,0)
O
D(4,0)
X1


ΑΡΧΗ
Σχ. 21
Α΄ ΒΗΜΑ
Επαναληψη της διαδικασίας όσο χρειάζεται
ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ
ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΡΑΓΜΑΤΟΠΟΙΗΣΗΣ
ΟΧΙ
Βρέθηκε το επιθυμητό αποτέλεσμα
ΝΑΙ
ΤΕΛΟΣ



Σχ. 30

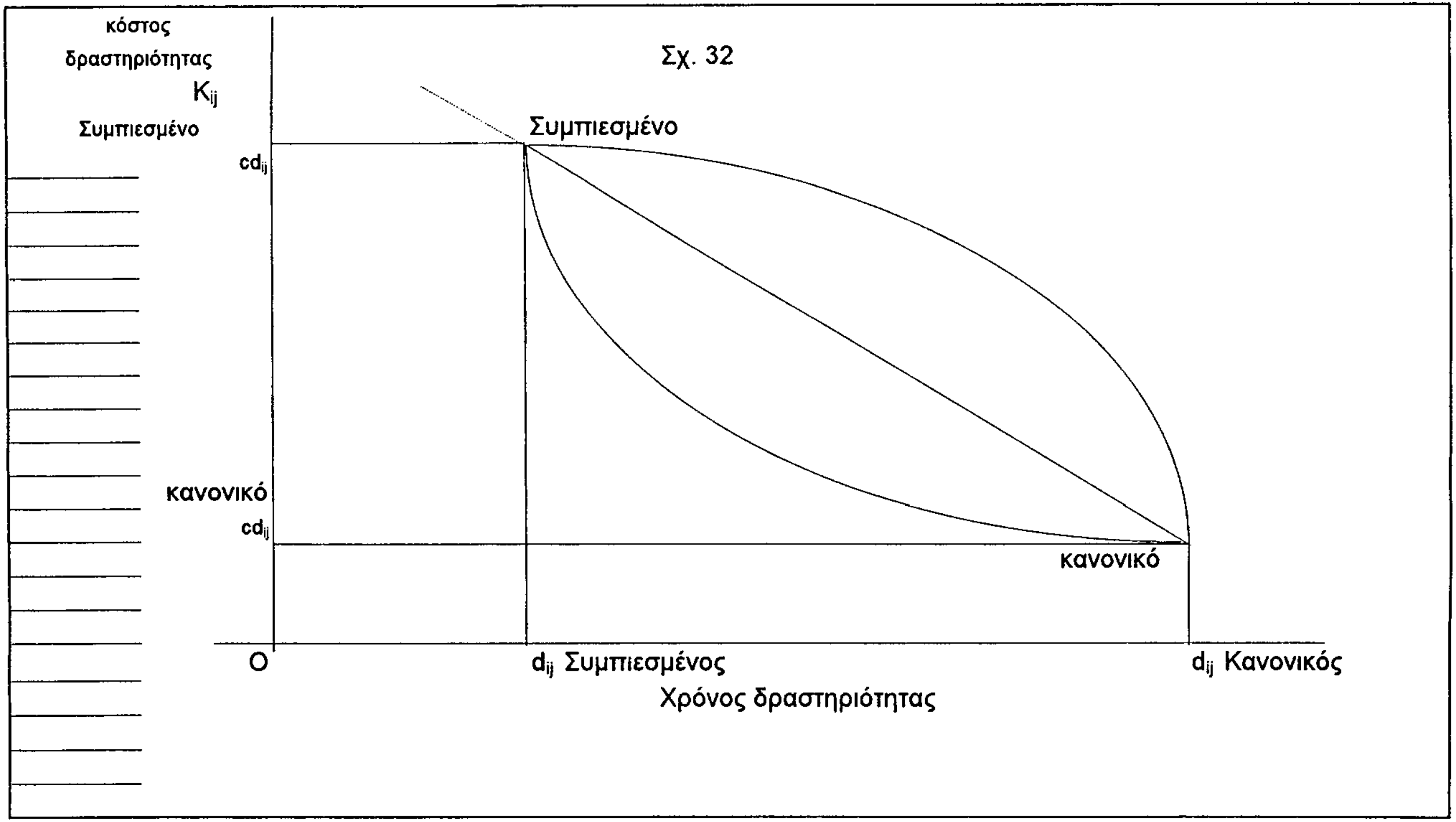
234



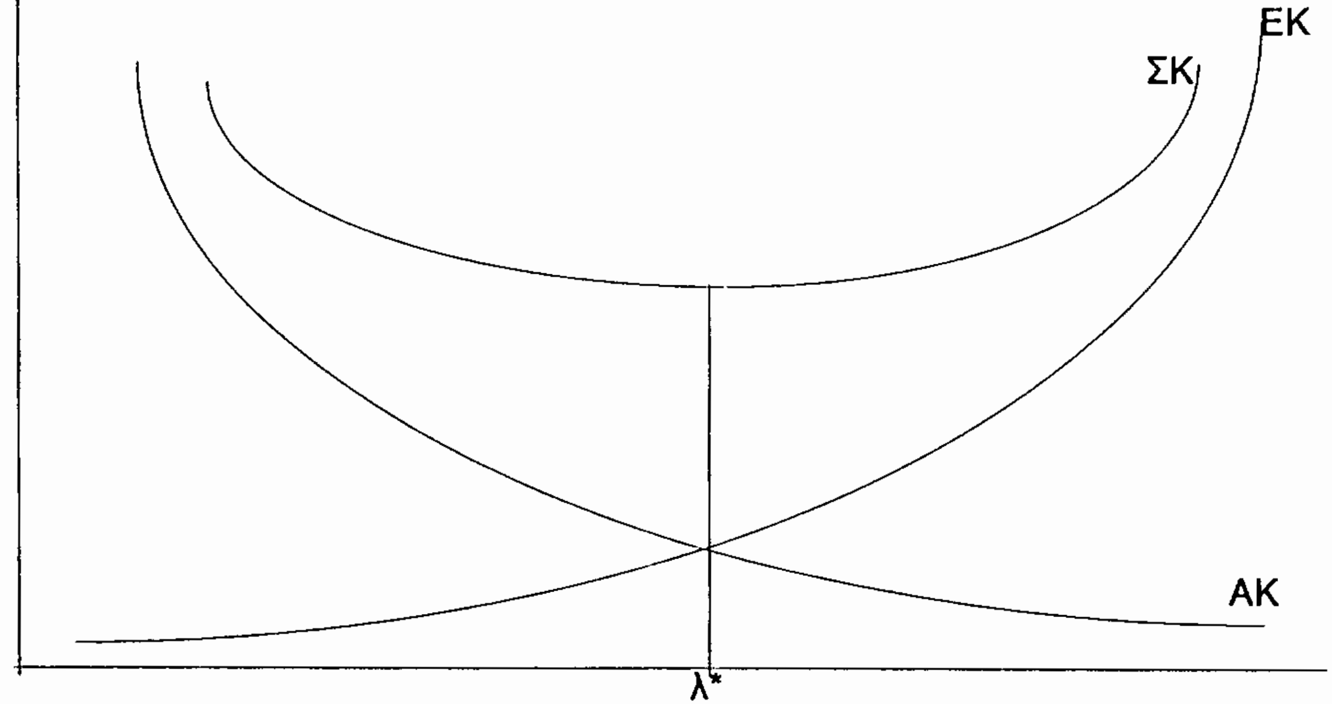
Σχ. 31

235

Σχ. 32


κόστος
δραστηριότητας
K_{ij}
Συμπιεσμένο
cd_{ij}
κανονικό
cd_{ij}
Συμπιεσμένο
κανονικό
O
d_{ij} Συμπιεσμένος
d_{ij} Κανονικός
Χρόνος δραστηριότητας

Σχ. 33



	ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ "Β"		
ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ "Α"	1	2	3
1			
2			
3			

		ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Β" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 1	2	3
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Α"	ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 1	100	200	400
	2	100	0	500
	3	0	-200	-100

			ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Β" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ	
			1	2
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Α"	ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ	1	100	200
		2	100	0

Σχ. 34

244

		ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Β" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 1	2	3
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Α"	ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 1	100	-200	-400
	2	100	0	500
	3	0	-200	-100

Σχ. 35

245

		ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Β"			Minimax Στήλης
		Σ Τ Ρ Α Τ Η Γ Ι Κ Ε Σ			
		1	2	3	
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Α" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ	1	100	200	-400	-400
	2	100	0	500	0
	3	0	-200	-100	-200
Maximum Γραμμής		100	0	500	

maxmin A

minimax B

Σχ. 36

246

	ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Β" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 1	ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Β" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 2
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Α" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 1	100	200
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Α" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 2	300	100

Σχ. 37

		ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Β" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 1	ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Β" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 2	
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Α" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ	1	100	200	100
	2	300	50	250
		200	150	

Σχ. 38

			ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Β" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 1	ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Β" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 2	
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Α"	ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ	1	100	200	250
		2	300	50	100
			150	200	

Σχ. 39

249

			ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Β" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 1	2	
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Α"	ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ.	1	100	200	0,71
		2	300	50	0,29
			0,43	0,57	

Σχ. 40

			ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Β" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 1	ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Β" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 2	
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Α"	ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ	1	100	200	Q
		2	300	50	1-Q
			P	1-P	

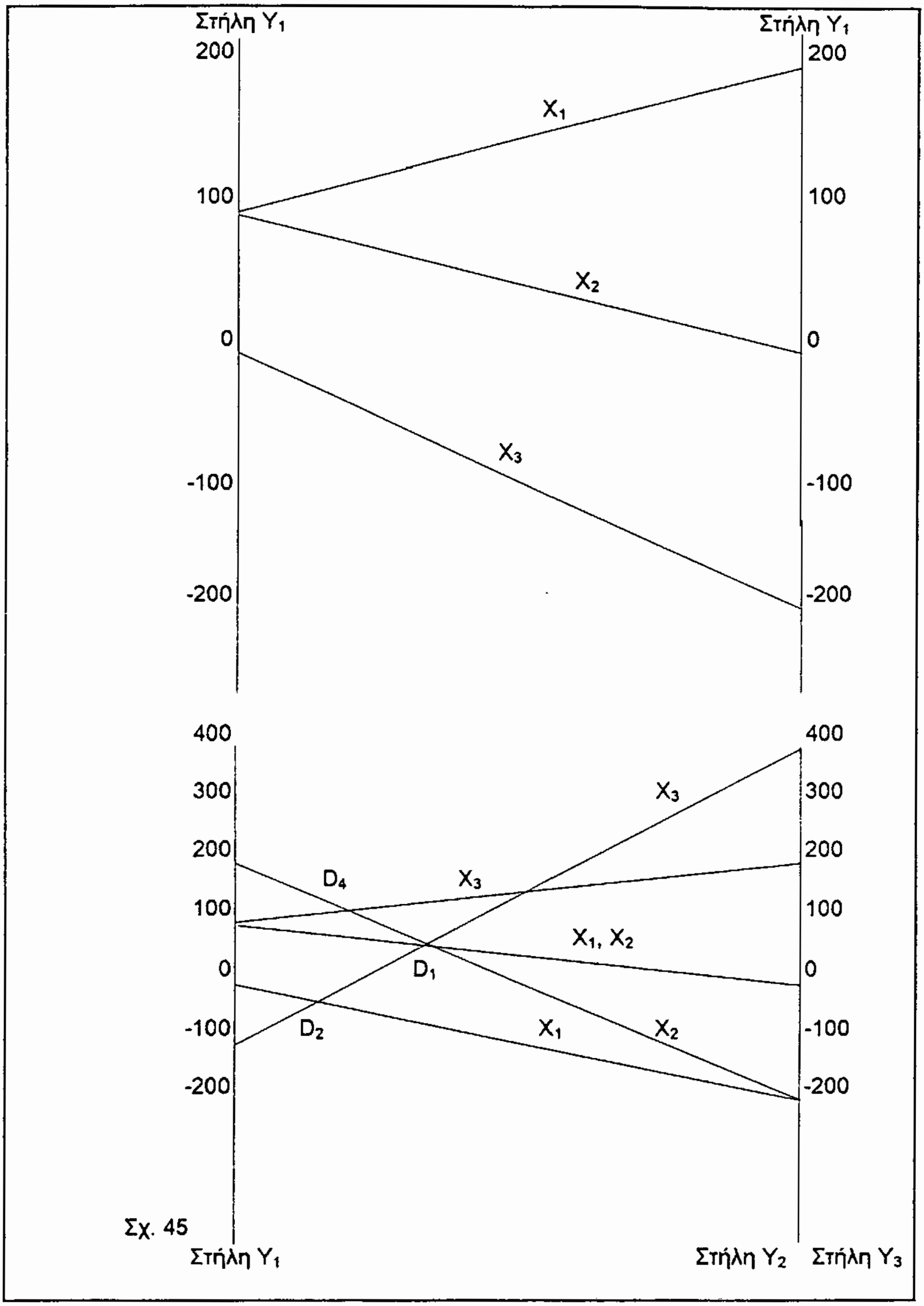
Σχ. 41

			ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Β" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 1	ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Β" ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ 2	
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ "Α"	ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ	1	100	200	0,71
		2	300	50	0,29
			0,43	0,57	Σχ. 42

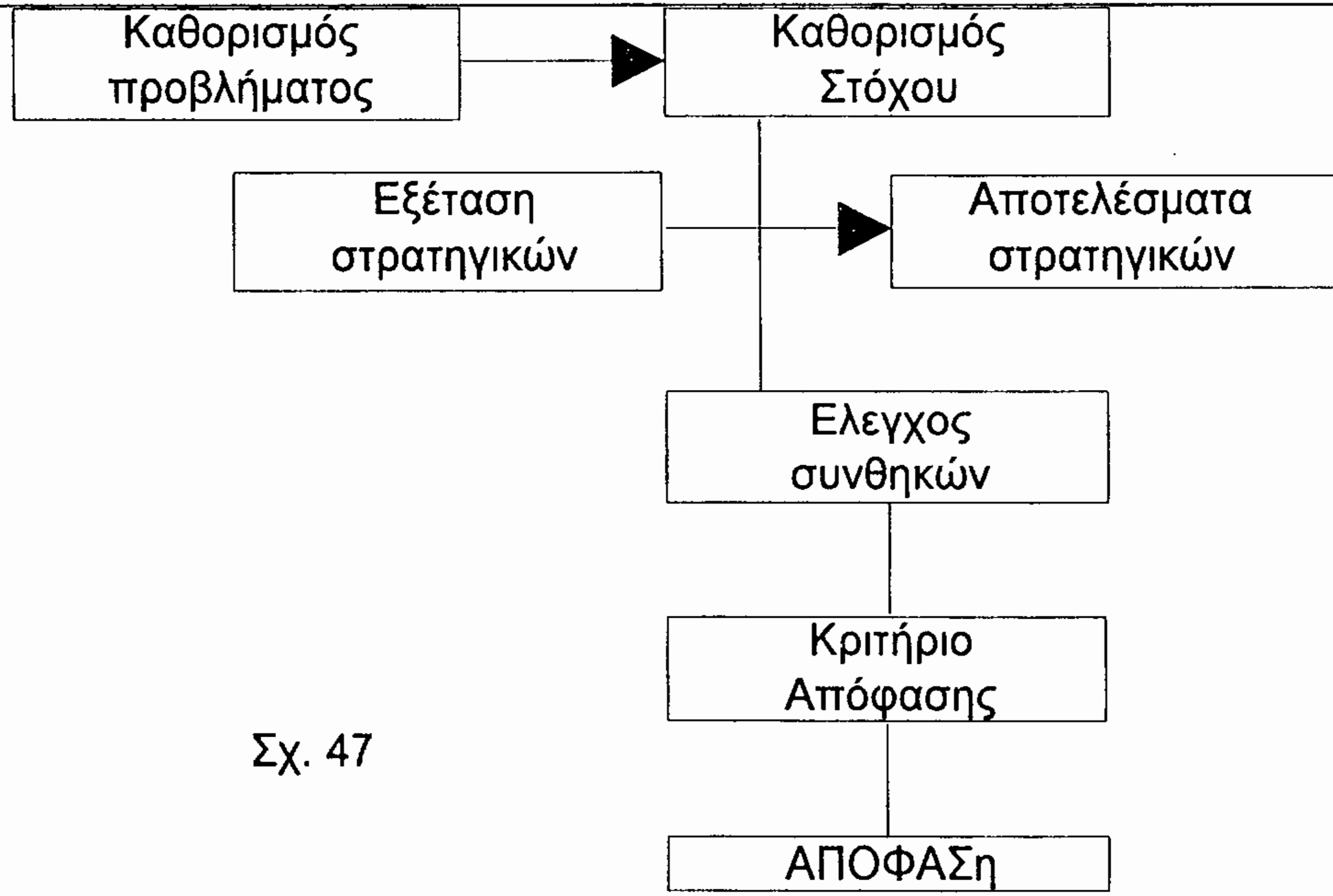
Τιμή	Στρατηγικές	Πιθανότητα τιμής	Προσδοκωμενη τιμη
100	Γραμμή 1, Στήλη 1	0,71X0,43=0,3053	30,53
200	Γραμμή 1, Στήλη 2	0,71X0,57=0,4047	8,94
300	Γραμμή 2, Στήλη 1	0,29X0,93=0,1247	37,41
50	Γραμμή 2, Στήλη 2	0,29X0,57=0,1653	8,265
		1	

Σχ. 43

253


Στήλη Y_1
Στήλη Y_1
200
100
0
-100
-200
X_1
X_2
X_3
400
300
200
100
0
-100
-200
X_3
D_4
X_3
X_1, X_2
D_1
D_2
X_1
X_2
Στήλη Y_1
Στήλη Y_2
Στήλη Y_3

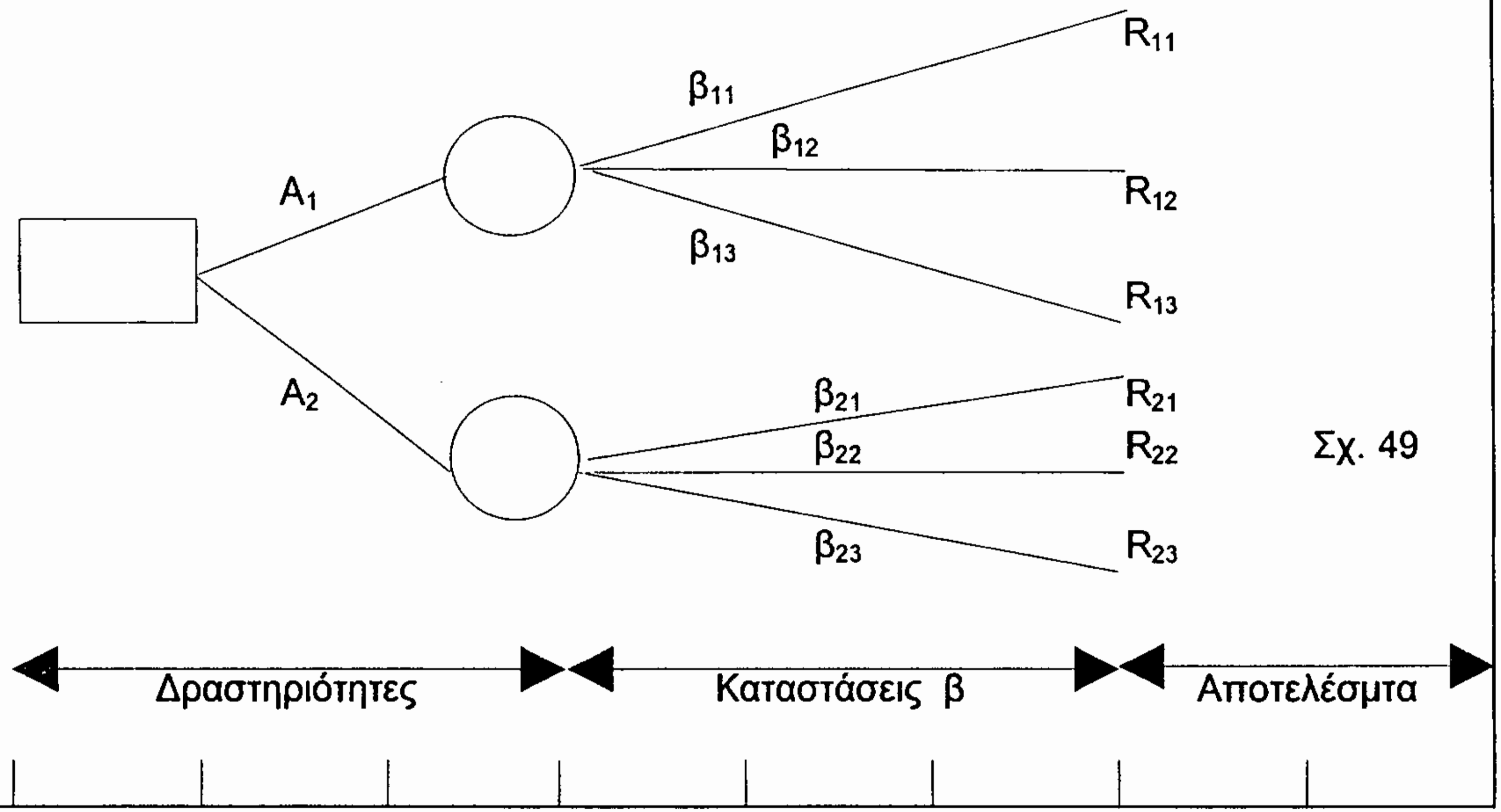
Σχ. 45


Καθορισμός προβλήματος
Καθορισμός Στόχου
Εξέταση στρατηγικών
Αποτελέσματα στρατηγικών
Ελεγχος συνθηκών
Κριτήριο Απόφασης
ΑΠΟΦΑΣη

Σχ. 47

			ΦΥΣΗ				
			β_1	β_2	.....	.....	β_n
			p_1	p_2	....	....	p_n
Ε	Σ	a_1	r_{11}	r_{12}	....	....	r_{1n}
Π	Τ	a_2	r_{21}	r_{22}	....	....	r_{2n}
Ι	Ρ	...					
Χ	Α	...					
Ε	Τ	...					
Ι	Η	...					
Ρ	Γ	...	....	....	....	....	....
Η	Ι	...					
Σ	Κ						
Η	Ε						
	Σ	a_m	r_{m1}	r_{m2}	....	....	r_{mn}

256


A1
A2
β11
β12
β13
β21
β22
β23
R11
R12
R13
R21
R22
R23
Δραστηριότητες
Καταστάσεις β
Αποτελέσματα

Σχ. 49

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1) Professional Sales Management RALPH E. ANDERSON, JOJEPH F. HAIR, ALAN J. BUSH , Mc GRAWL-HILL , 1992

2) Συστήματα αποθεμάτων, ΚΩΣΤΑΣ Ν. ΔΕΡΒΙΤΣΙΩΤΗΣ , Αφών ΚΥΡΙΑΚΙΔΗ, Θεσσαλονίκη 1979

3) Microsoft 's Excel 5 user's guide MARK DODGE, CHRIS KINATA, CRAIG STINSON , MICROSOFT PRESS , THE COBB GROUP, 1994

4) Managerial Economics: Analysis and Planning EVAN J. DOUGLAS , Prentice-Hall International , 3rd Edition , 1987

5) Εισαγωγή στην επιχειρησιακή έρευνα FREDERICK S. HILLIER & GERALD J. LIEBERMAN , Μετάφραση Γιώργος Οικονόμου , Εκδ. Παπαζήση , 1984

6) Μέθοδοι Προβλέψεων JEFFREY JARRETT , Μετάφραση Βάλλια Καραγιάννη , Gutenberg , 1987

7) Εισαγωγή στην επιχειρησιακή έρευνα ΙΩΑΝΝΗΣ ΚΑΡΚΑΖΗΣ , Εκδ. Σμπίλιας , 1987

8) Μαθηματικός προγραμματισμός I - Γραμμικός προγραμματισμός ΣΤΡΑΤΗΣ ΚΟΥΝΙΑΣ , Θεσσαλονίκη 1985

9) Marketing Management - Analysis, Planning, Implementation and Control PHILIP KOTLER , Prentice-Hall , 8th Edition , 1994

10) Selling & Sales Management GEOFFREY LANCASTER & DAVID JOBBER , PINTMAN PUBLISHING , 1994

11) Ειδικά θέματα ποσοτικής ανάλυσης ΑΝΔΡΕΑΣ ΜΑΚΡΗΣ , Εκδ. Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών , 1990

12) Financial Accounting ROBERT F. MEIGS , WALTER B. MEIGS , MARY A. MEIGS , Mc GRAWL-HILL Inc. , 1995

13) Διοίκησης των Αποθεμάτων ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΑΡ. ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΙΟΥ , Εκδ. ΠΑΠΑΖΗΣΗ , 1970

14) Γραμμικός προγραμματισμός και επιχειρηματικαί αποφάσεις ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ Λ. ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ , Θεσσαλονίκη , 1977

15) Εφαρμογές Γραμμικού Προγραμματισμού με τη χρήση Ηλεκτρονικού Υπολογιστή , ΓΡΗΓΟΡΗΣ Π, ΠΡΑΣΤΑΚΟΣ , Α. ΣΤΑΜΟΥΛΗΣ , 1992

16) Operations Research A. RAVINDRAN, J. PHILIPS, D. SOLBERG Willey Son , 1987

17) Τεχνικές επιχειρησιακής έρευνας ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Ι. ΣΑΠΟΥΝΤΖΗΣ , Α. ΣΤΑΜΟΥΛΗΣ , 1992

18) Επιχειρησιακή έρευνα I I - Το πρόβλημα των Αποθεμάτων ΑΡΙΣΤΕΙΔΗΣ Α. ΣΙΣΣΟΥΡΑΣ , Εκδ. Πανεπιστημίου Πατρών , 1990

19) Επιχειρησιακός προγραμματισμός ΚΩΣΤΑΣ Δ. ΤΣΕΚΟΥΡΑΣ , Εκδ. Τ.Ε.Ι. Πάτρας , 1992

20) Decision making through Operations Research ROBERT J. THIERAUF & RICHARD A. GROSSE , John Willey & Sons , 1970

21) Operational research MICHAEL WILKES , Mc GRAWL-HILL , 1989

22) Μαθηματικά Οικονομικο-Διοικητικών επιστημών TARO YAMANE , ΑΝΔΡΕΑΣ ΚΙΝΤΗΣ , Gutenberg , 1994

ΧΡΟΝΙΚΟ

ΑΝΑΛΗΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ: 12/5/96

ΣΥΓΓΡΑΦΗ ΠΡΟΒΛΕΨΕΩΝ: ΚΑΛΟΚΑΙΡΙ '95

ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΕΛΕΓΧΟΥ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ: ΦΘΙΝΟΠΩΡΟ '95

ΣΥΓΓΡΑΦΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ: ΓΕΝΑΡΗΣ '96

ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΥΠΟΛΟΙΠΩΝ ΚΕΦΑΛΑΙΩΝ ΜΕΧΡΙ ΚΑΙ: ΜΑΡΤΙΟΣ '96

ΕΚΤΕΛΕΣΗ CASE STUDIES: ΑΠΡΙΛΙΟΣ '96

ΜΙΞΑΡΙΣΜΑ: ΜΑΪΟΣ '96

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΣΧΕΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ: ΙΟΥΝΙΟΣ '96(ΕΠΙΜΕΛ. Κ.Δ.ΤΣΕΚΟΥΡΑ)

ΤΕΛΙΚΗ ΕΚΤΥΠΩΣΗ: 9 -10/9/1996

ΑΦΙΕΡΩΝΕΤΑΙ: ΣΤΗ ΠΡΟΣΤΑΣΙΑ ΤΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ