



**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΑΤΡΩΝ**

**ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ**

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**«ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗΝ  
ΕΠΛΥΣΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ  
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ»**

**ΣΠΟΥΔΑΣΤΕΣ: ΑΜΑΞΟΠΟΥΛΟΣ ΙΩΑΚΕΙΜ**

**ΣΤΑΥΡΟΠΟΥΛΟΥ ΧΡΙΣΤΙΝΑ**

**ΕΠΟΠΤΕΥΟΥΣΑ ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ: ΚΑΛΑΠΟΔΗ ΑΛΕΚΑ**

**ΠΑΤΡΑ 2011**

# Περιεχόμενα

<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup></b> .....	7
<b>Ο νόμος της Προσφοράς και της Ζήτησης</b> .....	7
1.1 Θεωρία ζήτησης.....	7
1.1.1 Έννοια και ορισμός της ζήτησης .....	7
1.1.2 Νόμος της ζήτησης.....	7
1.1.3 Η καμπύλη ζήτησης .....	8
1.1.4 Πίνακας ζήτησης .....	9
1.1.5 Γραμμική συνάρτηση ζήτησης.....	9
1.1.6 Ατομική και συνολική ζήτηση .....	10
1.1.7 Παράγοντες που επηρεάζουν τη ζήτηση των αγαθών .....	11
1.1.8 Τιμές σχετικών Αγαθών .....	11
1.1.9 Μετατοπίσεις της καμπύλης ζήτησης .....	12
1.2 Θεωρία προσφοράς .....	13
1.2.1 Έννοια και ορισμός της προσφοράς.....	13
1.2.2 Πίνακας και καμπύλη προσφοράς: .....	13
1.2.3 Παράγοντες που επηρεάζουν την προσφορά. ....	14
1.2.4 Ατομική και συνολική προσφορά .....	14
1.3 Ισορροπία αγοράς .....	15
1.3.1 Ο συνδυασμός ζήτησης και προσφοράς .....	15
1.4 Είδη Ελαστικότητας .....	20
1.4.1 Η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή .....	20
1.4.2 Ελαστικότητα ζήτησης ως προς το εισόδημα .....	24
1.4.3 Ελαστικότητα προσφοράς.....	25
1.4.4 Σταυροειδής ελαστικότητα.....	26
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup></b> .....	28
<b>Βασικά Οικονομικά Μεγέθη</b> .....	28
2.1 Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν.....	28
2.1.1 Οι συνιστώσες του Α.Ε.Π. (GDP) .....	29

2.1.2	Η μέτρηση του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος.....	29
2.1.3	Προβλήματα μέτρησης του Α.Ε.Π.....	30
2.1.4	Είδη Α.Ε.Π. ....	32
2.2	Πληθωρισμός.....	39
2.2.1	Πληθωρισμός ζήτησης (demand pull inflation).....	40
2.2.2	Πληθωρισμός κόστους ή προσφοράς (cost/supply pull inflation)...	40
2.2.3	Στασιμοπληθωρισμός (stagflation) .....	41
2.3	Ανεργία .....	42
2.3.1	Το φυσικό ποσοστό ανεργίας.....	43
2.3.2	Είδη Ανεργίας.....	43
2.3.3	Νόμος του Okun.....	44
2.4	Υπόδειγμα IS/LM.....	45
2.4.1	Καμπύλη LM.....	46
2.4.2	Καμπύλη IS .....	47
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 .....</b>		<b>52</b>
<b>Βασικά Χρηματιστηριακά Μεγέθη .....</b>		<b>52</b>
3.1	Μετοχές .....	52
3.1.1	Αξίες Μετοχών.....	53
3.1.2	Μέρισμα .....	54
3.2	Ομόλογα .....	56
3.2.1	Βασικά χαρακτηριστικά ομολόγων: .....	58
3.2.2	Είδη Ομολόγων .....	62
3.3	Χαρτοφυλάκιο Επενδύσεων.....	63
3.3.1	Διαχείριση Χαρτοφυλακίου .....	63
3.3.2	Παραδοσιακή και Σύγχρονη Θεωρία Διαχείρισης Χαρτοφυλακίου	65
3.3.3	Κίνδυνος.....	65
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 .....</b>		<b>67</b>
<b>Θεωρία Δεικτών .....</b>		<b>67</b>
4.1.	Χρηματοοικονομικοί Δείκτες.....	67
4.1.1.	Δείκτης Χρέους .....	68

4.1.2.	Δείκτης Ρευστότητας.....	69
4.1.3	Δείκτης Απόδοσης ή Αποτελέσματος.....	71
4.1.4	Δείκτης Δραστηριότητας.....	74
4.2	Χρηματιστηριακοί Δείκτες.....	76
4.2.1	Δείκτες Αγοράς .....	77
4.2.2	Συνδυασμός Δεικτών.....	79
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5</b>	.....	<b>83</b>
<b>Εφαρμογές Τεχνολογίας στην Οικονομία</b>	.....	<b>83</b>
5.1	Κρυπτογραφία.....	83
5.1.1	Τι μπορούμε να επιτύχουμε με την κρυπτογράφηση .....	84
5.1.2	Συμμετρική κρυπτογραφία: .....	86
5.1.3	Ασύμμετρη κρυπτογραφία ή δημοσίου κλειδιού: .....	87
5.1.4	Αλγόριθμοι κατακερματισμού:.....	87
5.1.5	Η κρυπτογράφηση στο μέλλον: Κβαντική κρυπτογραφία .....	88
5.1.6	Οι εφαρμογές της κρυπτογραφίας στην οικονομία .....	89
5.1.6.1	Ηλεκτρονικές επιχειρήσεις. ....	89
5.1.6.2	Έξυπνες κάρτες.....	90
5.1.6.3	Ηλεκτρονικές Επιταγές.....	91
5.1.6.4	Ψηφιακές υπογραφές .....	91
5.1.7	Πρωτόκολλα ασφαλείας .....	92
5.1.8	Υλοποίηση συναλλαγής με τη χρήση του πρωτοκόλλου SET- μέθοδοι πληρωμών. ....	95
5.2	Βελτιστοποίηση.....	97
5.2.1	Γραμμικός προγραμματισμός .....	97
5.2.1.1	Χαρακτηριστικά προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού .....	98
5.2.1.2	Προϋποθέσεις εφαρμογής του γραμμικού προγραμματισμού .....	99
5.2.1.3	Γενική Διατύπωση προβλήματος ΓΠ .....	99
5.2.1.4	Τα Στάδια της Μεθόδου.....	101
5.2.1.5	Γραφική μέθοδος επίλυσης προβλημάτων ΓΠ.....	102
5.2.1.6	Επίλυση άσκησης ΓΠ με τη βοήθεια του Solver από το Excel.....	105

5.2.2 Δυναμικός Προγραμματισμός .....	107
5.2.2.1 Χαρακτηριστικά προβλημάτων Δυναμικού Προγραμματισμού: Η αρχή της βελτιστοποίησης του Bellman.....	108
5.2.2.2 Η γενική σχέση .....	109
5.2.2.3 Δυναμικός προγραμματισμός και αβεβαιότητα.....	109
5.2.2.4 Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα της Μεθόδου του Δυναμικού Προγραμματισμού .....	110
5.2.3 Δένδρα αποφάσεων.....	111
5.2.4 Μαρκοβιανή ανάλυση.....	114
5.2.4.1 Βασικές παραδοχές μαρκοβιανής ανάλυσης .....	114
5.2.5 Εφαρμογές της Βελτιστοποίησης .....	115
5.2.5.1 Προσομοίωση .....	115
5.2.5.2 Γιατί χρησιμοποιούνται τα μοντέλα προσομοίωσης; .....	118
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>	<b>133</b>

## Πρόλογος

Στην πτυχιακή εργασία μας με τίτλο «Εφαρμογές Μαθηματικών στην Επίλυση Χρηματοοικονομικών Προβλημάτων», προσπαθήσαμε να αναδείξουμε τη χρησιμότητα των μαθηματικών τύπων στη μελέτη των οικονομικών μεγεθών.

Οι βασικές μαθηματικές μέθοδοι καθώς και οι τύποι στους οποίους καταλήγουν είναι απαραίτητο εργαλείο για τη μελέτη και κατανόηση της σύγχρονης οικονομικής επιστήμης.

Δεν επικεντρωνόμαστε στην ανάπτυξη του μαθηματικού υπόβαθρου, αλλά χρησιμοποιούμε τύπους, καμπύλες και μεθόδους προκειμένου να συστηματοποιήσουμε, να κωδικοποιήσουμε και σε μερικές περιπτώσεις να οπτικοποιήσουμε θεωρητικά οικονομικά αποτελέσματα.

Τα μαθηματικά οικονομικά είναι μια προσέγγιση στην οικονομική ανάλυση, η οποία μπορεί να έχει ως αντικείμενο Μικροοικονομική θεωρία, Μακροοικονομική θεωρία, Δημόσια Οικονομική, Χρηματοοικονομικά κ.α. Η κύρια διαφορά μεταξύ «μαθηματικών οικονομικών» και «οικονομικών» έγκειται κυρίως στο γεγονός ότι στην πρώτη, οι υποθέσεις και τα συμπεράσματα διατυπώνονται με μαθηματικά σύμβολα αντί για λέξεις και με εξισώσεις αντί για προτάσεις. Στην εργασία μας, εστιάζουμε στην εφαρμογή των μαθηματικών στη συμπερασματική συλλογιστική αντί της επαγωγικής μελέτης και προφανώς δεν παρουσιάζουμε όλα τα μαθηματικά εργαλεία που χρησιμοποιούνται από οικονομολόγους αλλά μόνο αυτά που σχετίζονται άμεσα με το βασικό πλαίσιο λειτουργίας μιας επιχείρησης στη σύγχρονη οικονομική πραγματικότητα.

Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι η θεωρητική προσέγγιση και τα εμπειρικά δεδομένα είναι συμπληρωματικά και αμοιβαία ενισχυόμενα στοιχεία. Ωστόσο, η μαθηματική προσέγγιση έχει τα ακόλουθα πλεονεκτήματα:

- Η γλώσσα που χρησιμοποιείται είναι πιο ακριβής
- Έχουμε πολλά μαθηματικά θεωρήματα στη διάθεσή μας
- Μπορούμε εύκολα να επεκταθούμε σε μεγάλο αριθμό διαστάσεων
- Διευκολύνεται η μοντελοποίηση και κατά συνέπεια η χρήση προγραμμάτων για τους απαραίτητους υπολογισμούς
- Επιτρέπεται η στατιστική ανάλυση και παρέχεται η δυνατότητα κατασκευής υποδειγμάτων που οδηγούν σε ασφαλείς προβλέψεις.

Στη εργασία αυτή, η οποία διαρθρώνεται σε πέντε κεφάλαια παρουσιάζονται έννοιες όπως : θεωρία ζήτησης και προσφοράς καθώς και ο συνδυασμός τους, Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν, ανεργία, κάποια βασικά χρηματιστηριακά μεγέθη, χρηματοοικονομικοί και χρηματιστηριακοί δείκτες, βελτιστοποίηση και κρυπτογραφία.

Ειδικότερα, στο πρώτο κεφάλαιο εξετάσουμε τους παράγοντες που καθορίζουν τις τιμές των αγαθών καθώς και τις επιδράσεις στις ποσότητές τους που αγοράζονται και πωλούνται καθώς και τον τρόπο με τον οποίο συνδέονται η ζήτηση με την προσφορά.

Στο δεύτερο κεφάλαιο αναλύονται έννοιες οικονομικών μεγεθών όπως το Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν, ο πληθωρισμός, η ανεργία και τα υποδείγματα IS/LM.

Στο τρίτο κεφάλαιο περιλαμβάνονται βασικά χρηματιστηριακά μεγέθη τα οποία αφορούν κατά κύριο λόγο επενδυτές. Ο σκοπός τους είναι η κατάλληλη διαχείρισή τους, μέσω αγοραπωλησιών ή ανταλλαγών, στην πάροδο του χρόνου για τη δημιουργία μέγιστου δυνατού κέρδους.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρατηρούμε ότι η χρησιμοποίηση των χρηματοοικονομικών δεικτών είναι μια αποτελεσματική μέθοδος για να συνοψίσουμε ένα μεγάλο αριθμό χρηματοοικονομικών δεδομένων, προκειμένου να αξιολογηθούν και να συγκριθούν με τις επιδόσεις των επιχειρήσεων.

Στο πέμπτο κεφάλαιο αναλύουμε τη μέθοδο της κρυπτογραφίας και της εφαρμογές της καθώς και τις τεχνικές που χρησιμοποιούν τα μοντέλα βελτιστοποίησης.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup>

## Ο νόμος της Προσφοράς και της Ζήτησης

Τα εργαλεία ζήτησης και προσφοράς αποτελούν αναπόσπαστο μέρος της οικονομικής ανάλυσης. Σε αυτό το κεφάλαιο θα εξετάσουμε τους παράγοντες που καθορίζουν τις τιμές των αγαθών καθώς και τις επιδράσεις στις ποσότητες τους που αγοράζονται και πωλούνται καθώς και τον τρόπο με τον οποίο συνδέονται η ζήτηση με την προσφορά. (Για το κεφάλαιο αυτό χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία από τις πηγές [5], [7], [13], [21], [22], [28], [31], [33]).

### 1.1 Θεωρία ζήτησης

#### 1.1.1 Έννοια και ορισμός της ζήτησης

Ζήτηση ενός προϊόντος ονομάζουμε τις διάφορες ποσότητες τις οποίες ένας ή περισσότεροι καταναλωτές θέλουν και μπορούν να αγοράσουν στις αντίστοιχες τιμές σε ορισμένο χρόνο και τόπο.

Η ζήτηση είναι μια πραγματοποιήσιμη επιθυμία και η κατανάλωση μια πραγματοποιήσιμη ζήτηση. Ο όρος ζήτηση διαφέρει από τη ζητούμενη ποσότητα

Η ζήτηση ενός προϊόντος μπορεί να εκφραστεί:

- 1) Αριθμητικά, με τον «πίνακα ζήτησης»
- 2) Αλγεβρικά, με τη «συνάρτηση ζήτησης»
- 3) Γεωμετρικά, με την «καμπύλη ζήτησης»

#### 1.1.2 Νόμος της ζήτησης

Για τα περισσότερα αγαθά όταν αυξάνεται η τιμή μειώνεται η ζητούμενη ποσότητα και αντιστρόφως. Η αρνητική αυτή σχέση μεταξύ τιμής και ζητούμενης ποσότητας είναι τόσο γενική που οι οικονομολόγοι την ονομάζουν «νόμο της ζήτησης».



Η ζητούμενη ποσότητα ενός προϊόντος κατά μονάδα χρόνου και σε ορισμένο τόπο σχετίζεται αντιστρόφως ανάλογα προς την τιμή του, με την προϋπόθεση ότι όλοι οι υπόλοιποι παράγοντες, που επίσης επηρεάζουν τη ζήτηση του, παραμένουν αμετάβλητοι.

Ο νόμος της ζήτησης ισχύει για 2 λόγους:

- 1) Επίδραση ή αποτέλεσμα υποκατάστασης: υποκατάστατα θεωρούνται δύο ή περισσότερα προϊόντα, όταν το ένα μπορεί να χρησιμοποιηθεί αντί του άλλου για να ικανοποιήσει την ίδια ανάγκη π.χ. βούτυρο και μαργαρίνη.
- 2) Επίδραση ή αποτέλεσμα εισοδήματος: η ζήτηση για αγαθά υψηλότερης ποιότητας τείνει να αυξάνεται όταν αυξάνεται το εισόδημα

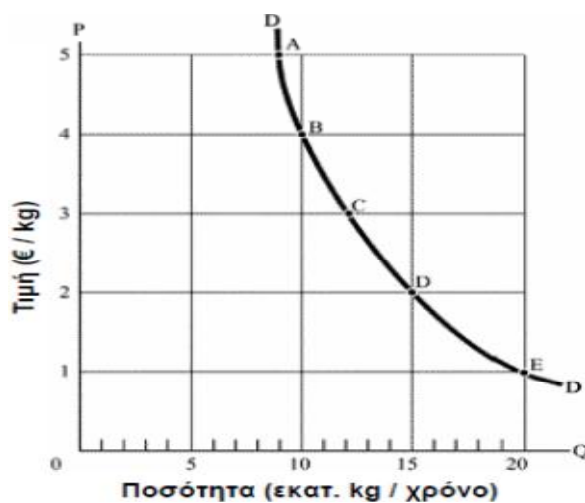
### 1.1.3 Η καμπύλη ζήτησης

Η καμπύλη ζήτησης ενός αγαθού δείχνει την ζητούμενη ποσότητα που ο καταναλωτής είναι διατεθειμένος να αγοράσει σε κάθε τιμή. Αποτυπώνει δηλαδή τη σχέση που συνδέει τη ζητούμενη ποσότητα ενός αγαθού με την τιμή του αγαθού στην αγορά

Η καμπύλη ζήτησης είναι κατερχόμενη (έχει αρνητική κλίση):

- Όταν η τιμή μειώνεται, η ζητούμενη ποσότητα αυξάνεται
- Όταν η τιμή αυξάνεται, η ζητούμενη ποσότητα μειώνεται

Η κλίση της καμπύλης διαφέρει ανάλογα με το είδος του αγαθού και η απεικόνισή της είναι ως εξής:



Σχήμα 1

Η αρνητική κλίση της καμπύλης ζήτησης αντανακλά το νόμο της φθίνουσας οριακής χρησιμότητας των αγαθών, σύμφωνα με τον οποίο: η χρησιμότητα (ωφέλεια) που προκύπτει από την κατανάλωση μιας επιπλέον μονάδας ενός αγαθού μειώνεται όλο και περισσότερο, καθώς η ποσότητα που καταναλώνεται αυξάνει.

#### 1.1.4 Πίνακας ζήτησης

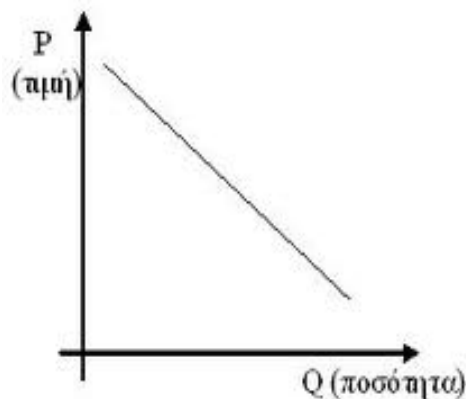
Ο πίνακας ζήτησης, είναι ο πίνακας που δείχνει τη σχέση μεταξύ της τιμής ενός αγαθού και της ζητούμενης ποσότητας που θέλουν οι καταναλωτές μια δεδομένη χρονική περίοδο.

Τιμή (σε €/ Kg)	Ποσότητα (σε Kg)
1	20
5	18

Για λόγους απλοποίησης και ευκολίας, θα ασχοληθούμε με τη γραμμική συνάρτηση ζήτησης η οποία ορίζεται η εξής:  $Q_d = a - \beta \cdot P$

#### 1.1.5 Γραμμική συνάρτηση ζήτησης

Η γραμμική συνάρτηση ζήτησης έχει τον τύπο  $Q_d = a - \beta \cdot P$  και είναι ευθεία γραμμή. Η σταθερά  $a$  είναι πάντα θετικός αριθμός ενώ ο συντελεστής  $\beta$  εξαρτάται από την κλίση της ευθείας και είναι πάντα αρνητικός αριθμός, αφού η κλίση της ευθείας εκφράζει την αρνητική σχέση μεταξύ ζητούμενης ποσότητας και τιμής.



Σχήμα 2

Η ποσότητα ενός αγαθού που είναι διατεθειμένο να αγοράσει ένα άτομο σε μια συγκεκριμένη περίοδο είναι συνάρτηση της τιμής του αγαθού, του εισοδήματος του ατόμου και των υπολοίπων παραμέτρων.

Αν διατηρήσουμε όλες τις παραμέτρους σταθερές πλην της τιμής (*ceteris paribus*) μπορούμε να βρούμε την ατομική καμπύλη ζήτησης του αγαθού ως συνάρτηση της εκάστοτε τιμής και της ζητούμενης ποσότητας.

Αν υποθέσουμε προς στιγμήν ότι όλες οι άλλες μεταβλητές εκτός της τιμής παραμένουν αμετάβλητες (*ceteris paribus*), ο παρακάτω πίνακας δίνει υποθετικά στοιχεία για τη ζήτηση ενός νοικοκυριού για κρέας κάθε μήνα:

Πίνακας ζήτησης (demand schedule)	
P (€)	Qd (κιλά)
8	1
6	2
4	4

### 1.1.6 Ατομική και συνολική ζήτηση

Η συνολική ή αγοραία ζήτηση για ένα αγαθό προκύπτει ως το οριζόντιο άθροισμα όλων των ατομικών καμπυλών ζήτησης για αυτό το αγαθό. Έστω μια αγορά με 3 μόνο καταναλωτές Α, Β, και Γ:

P	QA	QB	QΓ	QD(συνολική ζήτηση)
25	70	40	120	230
20	100	60	150	310
15	140	100	190	430

### 1.1.7 Παράγοντες που επηρεάζουν τη ζήτηση των αγαθών

Η ζήτηση εκφράζει τις ανάγκες και τις επιθυμίες μιας κοινωνίας για ένα αγαθό και εξαρτάται από:

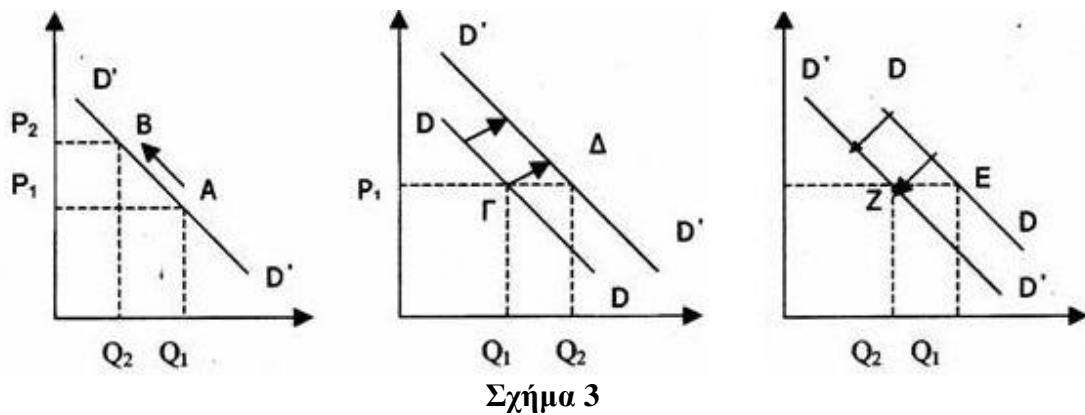
- Την τιμή του αγαθού
- Το εισόδημα
- Τις τιμές των άλλων αγαθών (υποκατάστατα–συμπληρωματικά)
- Τις προτιμήσεις των καταναλωτών
- Τις προσδοκίες των καταναλωτών
- Τις τιμές συμπληρωματικών προϊόντων
- Το ύψος των σταθερών οικογενειακών δαπανών
- Τις ευκολίες πληρωμής
- Τον πληθωρισμό
- Την διαφήμιση
- Την τυποποίηση - συσκευασία
- Το εμπορικό σήμα
- Το επάγγελμα καταναλωτών
- Το μορφωτικό επίπεδο των καταναλωτών
- Την ηλικία και φύλλο των καταναλωτών
- Τον αριθμό των αγοραστών
- Άλλους παράγοντες (καιρικές συνθήκες, κυβερνητική πολιτική)

### 1.1.8 Τιμές σχετικών Αγαθών

Όταν μία άνοδος της τιμής ενός αγαθού οδηγεί στην αύξηση της ζήτησης ενός άλλου αγαθού, τότε τα δύο αγαθά ονομάζονται **υποκατάστατα** (καφές - τσάι).

Όταν μία άνοδος της τιμής ενός αγαθού οδηγεί στη μείωση της ζήτησης ενός άλλου αγαθού, τότε τα δύο αγαθά ονομάζονται **συμπληρωματικά** (καφές - ζάχαρη).

### 1.1.9 Μετατοπίσεις της καμπύλης ζήτησης



**Αλλαγή της ζητούμενης ποσότητας**, πρόκειται για μία μετακίνηση πάνω στην καμπύλη ζήτησης η οποία προέρχεται από μία αλλαγή στην τιμή του προϊόντος (Σχ.3 περίπτωση 1).

**Αλλαγή της ζήτησης**, πρόκειται για μία μετακίνηση της καμπύλης ζήτησης, είτε προς τα αριστερά είτε προς τα δεξιά, η οποία προέρχεται από τις αλλαγές σε μεταβλητές εκτός της τιμής (Σχ.3 περίπτωση 2 & 3).

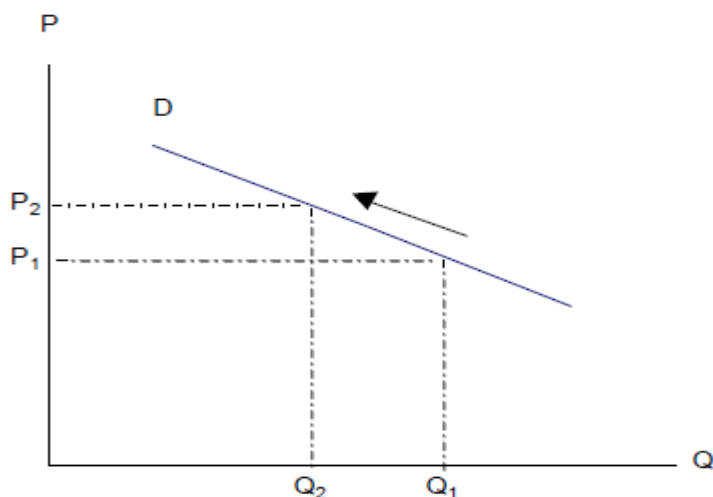
---

#### Παράδειγμα 1

Συνήθως τα μέτρα για την μείωση του καπνίσματος στον πληθυσμό είναι δύο κατηγοριών:

1. Ανακοινώσεις δημοσίων ιδρυμάτων, υποχρεωτική αναγραφή ότι το κάπνισμα βλάπτει την υγεία, απαγόρευση της διαφήμισης, και
2. Επιβολή φόρων.

Τα μέτρα της πρώτης κατηγορίας μετατοπίζουν την καμπύλη ζήτησης του σχήματος 4 (μείωση ζήτησης), ενώ τα μέτρα της δεύτερης κατηγορίας αυξάνουν την τιμή προκαλώντας μείωση της ζητούμενης ποσότητας



Σχήμα 4

## 1.2 Θεωρία προσφοράς

### 1.2.1 Έννοια και ορισμός της προσφοράς

Η άλλη πλευρά της αγοράς είναι η προσφορά. Όταν η τιμή ενός αγαθού είναι υψηλή, η πώλησή του είναι επικερδής, άρα η προσφερόμενη ποσότητα είναι μεγάλη, και το αντίστροφο. Η θετική αυτή σχέση μεταξύ τιμής και προσφερόμενης ποσότητας ονομάζεται νόμος της προσφοράς. Ισχύει βέβαια υπό την προϋπόθεση ότι οι λοιποί παράγοντες παραμένουν αμετάβλητοι.

Για λόγους απλοποίησης και ευκολίας, θα ασχοληθούμε με τη γραμμική συνάρτηση προσφοράς η οποία ορίζεται η εξής:  $Q_s = \gamma + \delta \cdot P$

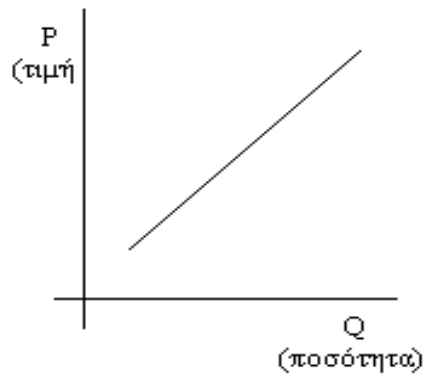
### 1.2.2 Πίνακας και καμπύλη προσφοράς:

Ο πίνακας προσφοράς, είναι ο πίνακας που δείχνει τη σχέση μεταξύ της τιμής ενός αγαθού και της προσφερόμενης ποσότητας.

Τιμή (σε €/ Kg)	Ποσότητα (σε Kg)
40	300
50	500

**Η καμπύλη προσφοράς**, είναι το διάγραμμα το οποίο απεικονίζει την σχέση μεταξύ της τιμής ενός αγαθού και της προσφερόμενης ποσότητας

**Ο Νόμος της Προσφοράς**, μας λέει ότι η καμπύλη προσφοράς έχει θετική κλίση (θετική σχέση μεταξύ τιμής - προσφερόμενης ποσότητας).



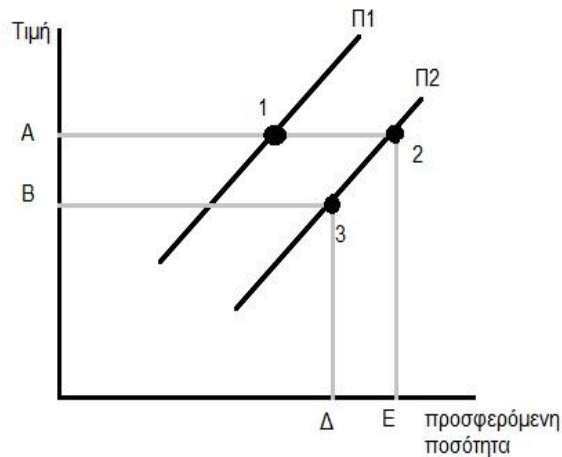
Σχήμα 5

### 1.2.3 Παράγοντες που επηρεάζουν την προσφορά.

- Η τεχνολογία και η παραγωγικότητα
- Οι τιμές των παραγωγικών συντελεστών
- Οι τιμές των άλλων αγαθών (ανταγωνιστικά ή συμπληρωματικά αγαθά από την πλευρά της προσφοράς)
- Τυχαίοι, φυσικοί ή άλλοι παράγοντες(καιρικές συνθήκες, απεργίες)
- Οι προσδοκίες των παραγωγών ως προς την τιμή
- Οι φόροι και επιδοτήσεις
- Ο αριθμός των επιχειρήσεων

### 1.2.4 Ατομική και συνολική προσφορά

Η συνολική ή αγοραία προσφορά για ένα αγαθό προκύπτει ως το οριζόντιο άθροισμα όλων των ατομικών καμπυλών προσφοράς γι' αυτό το αγαθό.



Σχήμα 6

**Αλλαγή της προσφερόμενης ποσότητας**, πρόκειται για μία μετακίνηση πάνω στην καμπύλη προσφοράς η οποία προέρχεται από μία αλλαγή στην τιμή του προϊόντος (από το σημ. 2 στο σημ. 3)

**Αλλαγή της προσφοράς**, πρόκειται για μία μετακίνηση της καμπύλης προσφοράς είτε προς τα αριστερά είτε στα δεξιά η οποία προέρχεται από αλλαγές σε μεταβλητές εκτός της τιμής (από το σημείο 2 στο σημείο 1).

## 1.3 Ισορροπία αγοράς

### 1.3.1 Ο συνδυασμός ζήτησης και προσφοράς

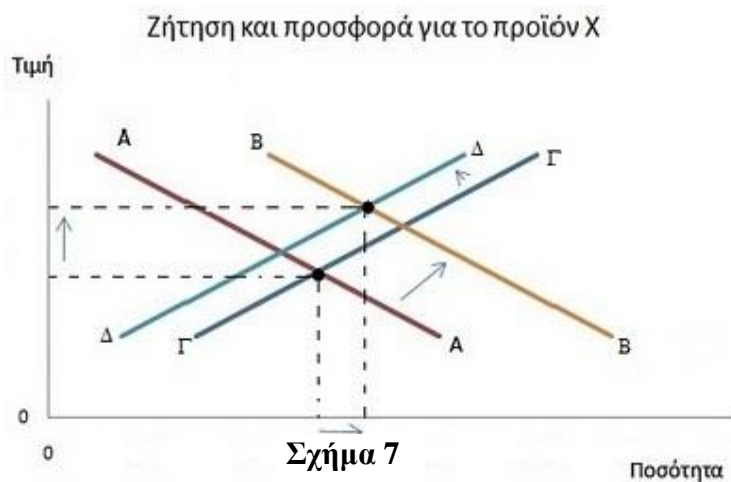
Ισορροπία της αγοράς είναι το σημείο τομής των καμπυλών ζήτησης και προσφοράς. Η τιμή στο σημείο αυτό ονομάζεται τιμή ισορροπίας και η ποσότητα ονομάζεται ποσότητα ισορροπίας.

Η τιμή ισορροπίας ονομάζεται επίσης και τιμή εκκαθάρισης της αγοράς. Ισορροπία είναι η κατάσταση όπου οι δυνάμεις της προσφοράς και ζήτησης εξισορροπούν μεταξύ τους δηλαδή η ισορροπία αγοράς επέρχεται όταν η προσφορά είναι ίση με την ζήτηση,  $Q_d = Q_s$ . Στην τιμή ισορροπίας η ποσότητα που οι αγοραστές είναι πρόθυμοι να αγοράσουν είναι ακριβώς ίση με την ποσότητα που οι πωλητές είναι πρόθυμοι και ικανοί να πουλήσουν. Οι συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς μας δίνουν δυο ισότητες με τρεις αγνώστους ( $Q_d$ ,  $Q_s$ ,  $P$ ). Η λύση του ολικού συστήματος εξισώσεων μας δίνει τη μοναδική λύση στο πρόβλημά μας, δηλ. τη τιμή και την ποσότητα ισορροπίας. Το σύστημα των 3 αγνώστων είναι το παρακάτω:

$$Q_d = a - \beta \cdot P \quad (1), \quad Q_d = a - \beta \cdot P \quad (2), \quad Q_d = Q_s \quad (3)$$



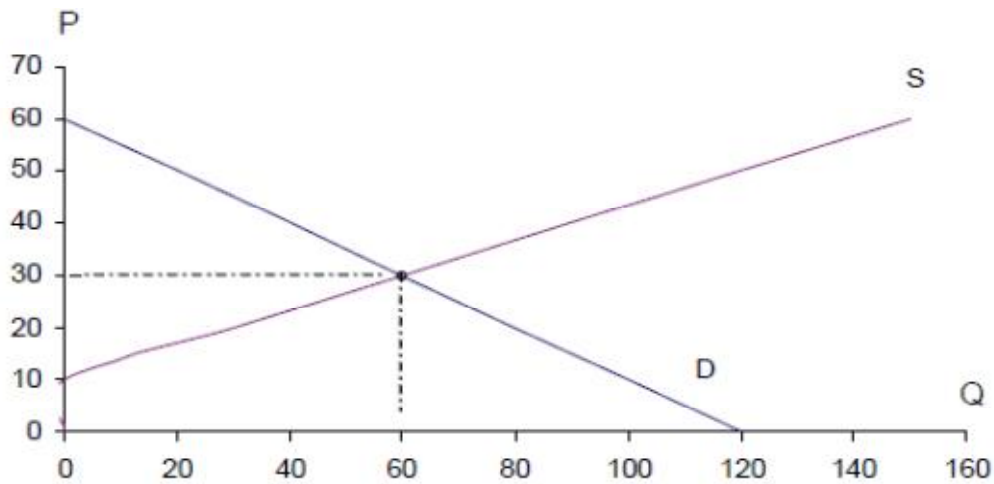
Χρησιμοποιώντας τώρα τα διαγράμματα των δύο θεωριών προκύπτει το ενιαίο διάγραμμα ισορροπίας ως εξής:



Αν η τιμή είναι μεγαλύτερη από την τιμή ισορροπίας τότε υπάρχει υπερβάλλουσα προσφορά, ενώ αν η τιμή είναι μικρότερη από την τιμή ισορροπίας τότε υπάρχει υπερβάλλουσα ζήτηση.

Σε τέτοιες περιπτώσεις, η ποσότητα που ανταλλάσσεται είναι η μικρότερη από τις δύο (προσφερόμενη και ζητούμενη ποσότητα) και υπάρχει τάση προσαρμογής της τιμής προς το επίπεδο ισορροπίας.

P	QD	QS	
0	120	0	Υπερβάλλουσα ζήτηση
10	100	0	Υπερβάλλουσα ζήτηση
20	80	30	Υπερβάλλουσα ζήτηση
<b>30</b>	<b>60</b>	<b>60</b>	<b>Ισορροπία</b>
40	40	90	Υπερβάλλουσα προσφορά
50	20	120	Υπερβάλλουσα προσφορά
60	0	50	Υπερβάλλουσα προσφορά



Σχήμα 8

**Ποσότητα ισορροπίας**, είναι η ποσότητα η οποία εξισορροπεί τις δυνάμεις της προσφοράς και της ζήτησης. Διαγραμματικά, είναι το σημείο στο οποίο διασταυρώνονται η πρόσφορα και η ζήτηση. Στο συγκεκριμένο διάγραμμα μπορούμε να δούμε και τις επιδράσεις που υπάρχουν σε περιπτώσεις μετατόπισης της τιμής ή της ζητούμενης ποσότητας και πως επηρεάζονται από αυτό οι καμπύλες ζήτησης και προσφοράς αλλά και το σημείο ισορροπίας.

### Παράδειγμα 2

Η συνάρτηση ζήτησης είναι  $Q_d = 150 - 5P$  ενώ η συνάρτηση προσφοράς  $Q_s = 30 + 10P$ . Να βρεθεί η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας.

#### Λύση

Ξέρουμε ότι σε κατάσταση ισορροπίας  $Q_d = Q_s$

Επομένως  $150 - 5P = 30 + 10P \Rightarrow 150 - 30 = 5P + 10P \Rightarrow 120 = 15P$  άρα  $P = 8$ ,

$Q_d = 150 - 5P = 150 - 5 \cdot 8 = 110 \Rightarrow Q_d = 110$

$Q_s = 30 + 10P = 30 + 10 \cdot 8 = 110 \Rightarrow Q_s = 110$

Άρα η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας είναι:  $P_e = 8$  και  $Q_e = 110$

Η παραπάνω προσέγγιση είναι όταν βρισκόμαστε σε **κατάσταση ελεύθερης αγοράς**. Υπάρχουν όμως περιπτώσεις που η κυβερνήσεις εφαρμόζουν πολιτικές για να διαφυλάξουν τα συμφέροντα και να βοηθήσουν ορισμένες ομάδες παραγωγών ή καταναλωτών αντίστοιχα. Τέτοια παραδείγματα είναι το λάδι, η σταφίδα αλλά και τα ενοίκια καθώς και η βενζίνη σε περιόδους απεργιών. Έτσι λοιπόν η κυβέρνηση καθορίζει μια μέγιστη τιμή (πλαφόν), ενώ σε άλλες

περιπτώσεις μια ελάχιστη τιμή (price floors). Πιο γενικά ισχύουν τα εξής για αγορές εκτός ισορροπίας:

Πλεόνασμα (ελάχιστη τιμή)

- η τιμή είναι μεγαλύτερη της τιμής ισορροπίας.
- οι παραγωγοί δεν μπορούν να πουλήσουν όση ποσότητα θα ήθελαν στην τρέχουσα τιμή.

Έλλειμμα (μέγιστη τιμή)

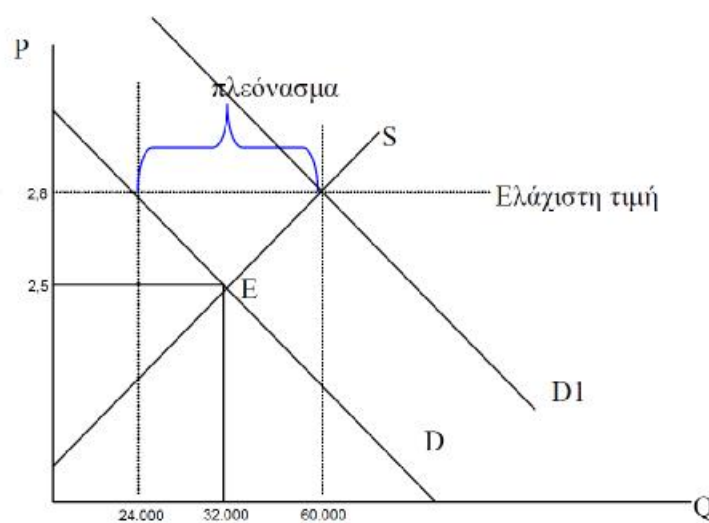
- η τιμή είναι μικρότερη της τιμής ισορροπίας.
- οι καταναλωτές δεν μπορούν να αγοράσουν όση ποσότητα θα ήθελαν στην τρέχουσα τιμή.

---

### Παράδειγμα 3

#### Ελάχιστη τιμή (price floors)

Η ελάχιστη τιμή τίθεται όταν η κυβέρνηση θέλει να προστατεύσει τους παραγωγούς ενός προϊόντος όπως της σταφίδας και του λαδιού. Ο ελεύθερος ανταγωνισμός καθορίζει τη τιμή ισορροπίας του αγαθού η οποία θεωρείται πολύ χαμηλή. Εάν η τιμή ισορροπίας είναι 2,5€ το λίτρο, η ζητούμενη εβδομαδιαία ποσότητα είναι 32.000 λίτρα την εβδομάδα. Εάν όμως η κυβέρνηση καθορίζει την τιμή στα 2,80€, σε αυτή τη τιμή η ζητούμενη ποσότητα είναι 24.000 λίτρα ενώ η προσφορά είναι 60.000 λίτρα. Υπάρχει λοιπόν ένα πλεόνασμα στην αγορά ίσον με 36.000 λίτρα τα οποία πρέπει η κυβέρνηση να τα αγοράσει για να "καθαρίσει" την αγορά.



Σχήμα 9

Οι παραγωγοί εισπράττουν:

$2,5 \cdot 60.000$  (προσφορά) = **150.000€**

Οι καταναλωτές πληρώνουν:

$2,5 \cdot 24.000$  (ζητούμενη ποσότητα) = **60.000€**

Η κυβέρνηση έχει ένα κόστος:

$2,5 \cdot 36.000$  (απόθεμα αγοράς) = **90.000€**

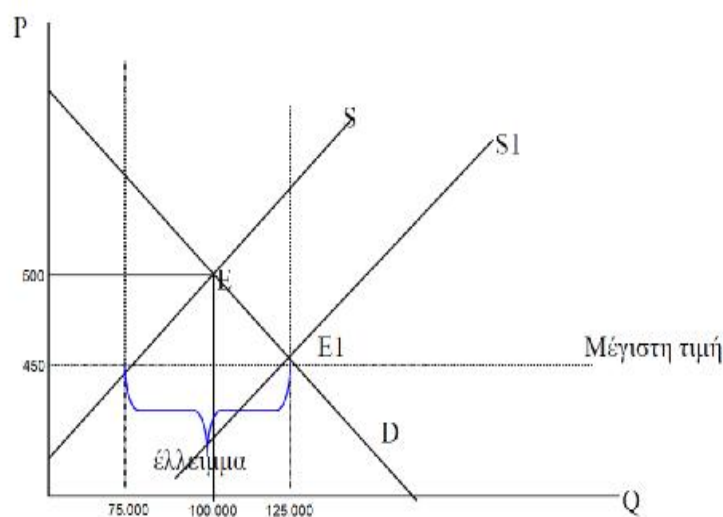
**Έσοδα παραγωγών = δαπάνες καταναλωτών + κόστος της κυβέρνησης**

---

## Παράδειγμα 4

### Μέγιστη τιμή (πλαφόν)

Η μέγιστη τιμή τίθεται όταν η κυβέρνηση θέλει να προστατεύσει τους καταναλωτές ενός προϊόντος ή υπηρεσίας όπως τα ενοίκια. Ο ελεύθερος ανταγωνισμός καθορίζει τη τιμή ισορροπίας του αγαθού ή της υπηρεσίας σε ένα επίπεδο το οποίο θεωρείται πολύ υψηλό. Εάν η τιμή ισορροπίας του ενοικίου στην ελεύθερη αγορά είναι 500€ το μήνα, η ζητούμενη και η προσφερόμενη ποσότητα ετησίως είναι 100.000 διαμερίσματα. Εάν όμως η κυβέρνηση καθορίσει την τιμή στα 450€, σε αυτή τη τιμή η ζητούμενη ποσότητα είναι 125.000 διαμερίσματα ενώ η προσφορά είναι 75.000 διαμερίσματα. Υπάρχει λοιπόν ένα έλλειμμα στην αγορά ίσον με 50.000 διαμερίσματα. Σε αυτή τη περίπτωση αναπτύσσεται η **μαύρη αγορά**.



Σχήμα 10

## 1.4 Είδη Ελαστικότητας

### 1.4.1 Η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή

Η ελαστικότητα ζήτησης μετράει τον τρόπο με τον οποίο η ζητούμενη ποσότητα αντιδρά όταν η τιμή του αγαθού ή της υπηρεσίας μεταβάλλεται (αυξάνει ή μειώνεται). Με άλλα λόγια μετράει τον βαθμό ευαισθησίας της ζητούμενης ποσότητας στις μεταβολές της τιμής ενός αγαθού ή υπηρεσίας. Οι τύποι της ελαστικότητας είναι οι παρακάτω:

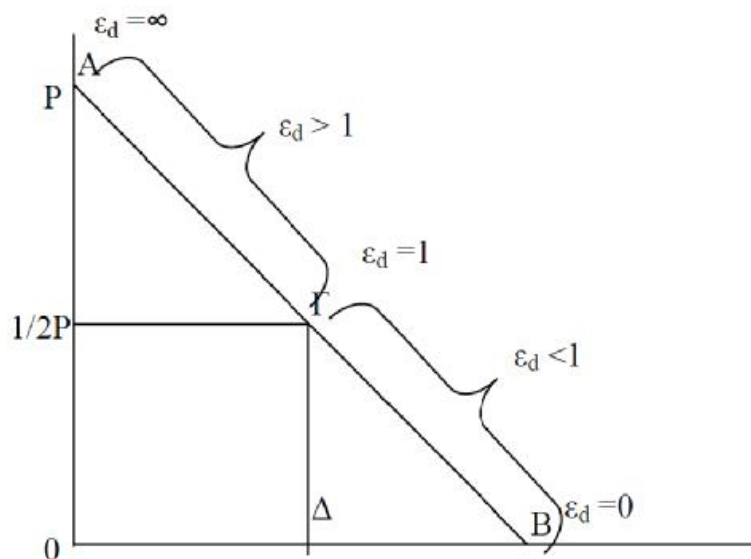
$$e_d = \frac{\% \text{ μεταβολή στην ζητούμενη ποσότητα}}{\% \text{ μεταβολή στην τιμή}}$$

$$e_d = \frac{\text{μεταβολή στην ζητούμενη ποσότητα}}{\text{αρχική ποσότητα}} \div \frac{\text{μεταβολή στην τιμή}}{\text{αρχική τιμή}}$$

$$e_d = \frac{\Delta Q}{Q} \div \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{P}{Q}, \text{ όπου } e_d \text{ η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή}$$

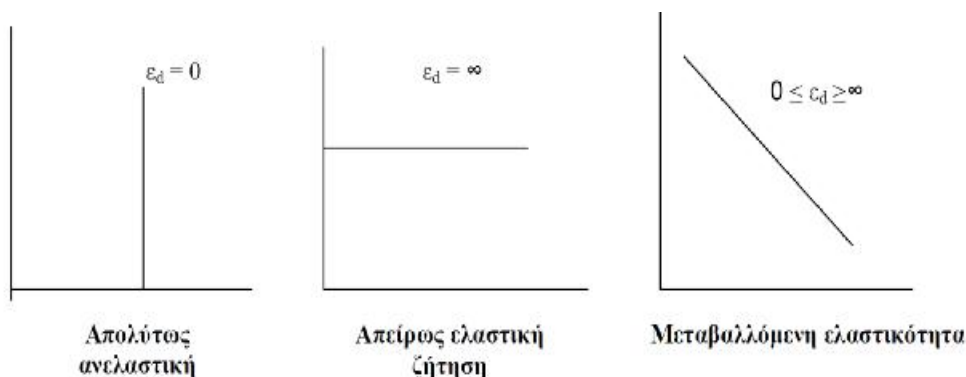
### Βαθμός ελαστικότητας

Η ελαστικότητα ζήτησης ανάλογα με τις τιμές που λαμβάνει μπορεί να ταξινομηθεί σε:

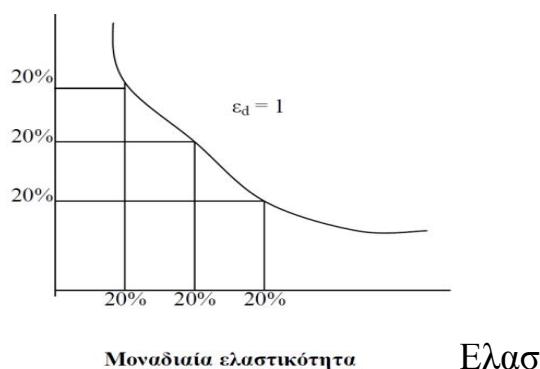


Σχήμα 111

- Ελαστική, δηλ. μεγαλύτερη από την μονάδα ( $e_d > 1$ ), *σχήμα 11*
- Ανελαστική, δηλ. μικρότερη από την μονάδα ( $e_d < 1$ ), *σχήμα 11*
- Μοναδιαία, δηλ. ίση με την μονάδα ( $e_d = 1$ ), *σχήμα 11 και 13*
- Απείρως ελαστική, δηλ. ίση με το μηδέν ( $e_d = 0$ ), σημείο Β στο διάγραμμα, *σχήμα 11 και 12*
- Απολύτως ανελαστική, δηλ. ίση με το  $\infty$  ( $e_d = \infty$ ), σημείο Α στο διάγραμμα, *σχήμα 11 και 12*



Σχήμα 112



Σχήμα 113

Ο βαθμός ελαστικότητας έχει μεγάλη σημασία για τις επιχειρήσεις, κυβερνήσεις και για διάφορους οργανισμούς με οικονομικό χαρακτήρα, και αυτό γιατί οι οργανισμοί μπορούν να υπολογίσουν τι αντίκτυπο μπορεί να έχει η μεταβολή της τιμής επί των εσόδων τους ή των κερδών τους. Έτσι, εάν η ελαστικότητα είναι μοναδιαία, μια μεταβολή της τιμής δεν έχει κανένα αντίκτυπο στα έσοδα. Αντιθέτως, εάν η ζήτηση είναι ελαστική, μια μείωση της τιμής αυξάνει τα έσοδα της επιχείρησης, ενώ εάν είναι ανελαστική η μείωση της τιμής μειώνει τα έσοδα της επιχείρησης.

Ελαστικότητα Ζήτησης	Μεταβολή Τιμής	Συνολικά Έσοδα
Ελαστική	Αυξάνεται	Μειώνονται
Ελαστική	Μειώνεται	Αυξάνονται
Ανελαστική	Αυξάνεται	Αυξάνονται
Ανελαστική	Μειώνεται	Μειώνονται
Μοναδιαία	Αυξαν. ή Μειών.	Σταθερά

### Παράγοντες που επηρεάζουν την ελαστικότητα

Υπάρχουν πολλοί παράγοντες που μπορούν να επηρεάσουν την ελαστικότητα ζήτησης όπως:

- 1) Η ύπαρξη υποκατάστατων δηλαδή αγαθά με (σχεδόν απόλυτα) υποκατάστατα
- 2) Το είδος του προϊόντος:
  - i. Αναγκαία Αγαθά  $\rightarrow$  Ανελαστική Ζήτηση (Φάρμακα)
  - ii. Αγαθά Πολυτελείας  $\rightarrow$  Ελαστική Ζήτηση (Σκάφος αναψυχής)
- 3) Ο χρόνος:
  - i. Μεγάλος χρονικός ορίζοντας  $\rightarrow$  Ελαστική Ζήτηση
  - ii. Μικρός χρονικός ορίζοντας  $\rightarrow$  Ανελαστική Ζήτηση
- 4) Η πολλαπλή ή η μοναδικότητα χρήση του προϊόντος
- 5) Ποσοστό εισοδήματος που αφιερώνεται στην αγορά του αγαθού

---

### Παράδειγμα 5

Όταν η τιμή του αγαθού 'Α' είναι 200€ τότε η ζητούμενη ποσότητα είναι 300€. Εάν η τιμή αυξηθεί κατά 25% η συνολική δαπάνη των καταναλωτών για το αγαθό γίνεται 62.500€. Ζητούνται:

- α) να υπολογισθεί η ελαστικότητα ζήτησης του αγαθού
- β) εάν η επιχείρηση θέλει να αυξήσει τα έσοδα της ποια τιμολογιακή πολιτική πρέπει να ακολουθήσει;

### Λύση

α) Η αύξηση της τιμής  $P_1$  κατά 25% μας δίνει την τιμή  $P_2$  όπου  
 $P_2 = P_1 + 0,25 * P_1 = 250$

Στην τιμή των  $P_2 = 250$  η συνολική δαπάνη είναι 62.500 δηλ.  
 $P_2 * Q_2 = 62.500 \hat{U} Q_2 = 250$

Υπολογίζουμε την ελαστικότητα ζήτησης από τα δεδομένα  $P_1 = 200$ ,  $Q_1 = 300$ ,

$$E_d = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1} \times \frac{P_1}{Q_1} = \frac{250 - 300}{250 - 200} \times \frac{200}{300} = -0.6667$$

$$P_2 = 250, Q_2 = 250$$

β) Επειδή η ελαστικότητα ζήτησης είναι κατ' απόλυτη τιμή μικρότερη από την μονάδα  $|ED| = 0,6667$  άρα έχουμε ανελαστική ζήτηση, για να αυξήσει τα έσοδα της η επιχείρηση πρέπει να αυξήσει την τιμή του προϊόντος.

---

### Παράδειγμα 6

Η συνολική ζήτηση για τα αγαθά Α και Β σε δύο διαδοχικά έτη ήταν: Για το αγαθό Α 25.000 και 30.000 μονάδες αντίστοιχα. Για το αγαθό Β 10.000 και 8.000 μονάδες αντίστοιχα.

Αν το εισόδημα από το ένα έτος στο άλλο αυξήθηκε κατά 10%, να υπολογιστεί η εισοδηματική ελαστικότητα των αγαθών.

### Λύση

Εάν το εισόδημα αυξήθηκε κατά 10% μπορούμε να θέσουμε  $Y_1 = 100$  και  $Y_2 = 110$  ακόμη έχουμε  $Q_1 = 25.000$ ,  $Q_2 = 30.000$ , και να υπολογίσουμε την εισοδηματική ελαστικότητα.

$$E_Y = \frac{Q_2 - Q_1}{Y_2 - Y_1} \times \frac{Y_1}{Q_1} = \frac{30.000 - 25.000}{110 - 100} \times \frac{100}{25.000} = 2$$

Ομοίως για το αγαθό Β έχουμε  $Y_1 = 100$  και  $Y_2 = 110$ ,  $Q_1 = 8.000$  και  $Q_2 = 10.000$ , άρα:

$$E_Y = \frac{Q_2 - Q_1}{Y_2 - Y_1} \times \frac{Y_1}{Q_1} = \frac{8.000 - 10.000}{110 - 100} \times \frac{100}{10.000} = -2$$

Αφού η εισοδηματική ελαστικότητα είναι  $E_A = 2$  και  $E_B = -2$  αντίστοιχα:

- το Α είναι "Κανονικό αγαθό"  $\hat{a}$  Ελαστική Ζήτηση
- το Β είναι "Κατώτερο αγαθό"  $\hat{a}$  Ανελαστική Ζήτηση



### 1.4.2 Ελαστικότητα ζήτησης ως προς το εισόδημα

Εισοδηματική ελαστικότητα είναι η αντίδραση των καταναλωτών στη ζητούμενη ποσότητα ενός αγαθού, που οφείλεται στις μεταβολές του εισοδήματός τους, δηλαδή μέτρα τον βαθμό αντίδρασης του καταναλωτή σε διακυμάνσεις του εισοδήματός του, όταν όλοι οι άλλοι προσδιοριστικοί παράγοντες παραμένουν σταθεροί (*Ceteris paribus*). Η εισοδηματική ελαστικότητα δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$e_Y = \frac{\Delta Q}{Q} \div \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta Q}{\Delta Y} \times \frac{Y}{Q}, \text{ όπου } e_Y \text{ η εισοδηματική ελαστικότητα}$$

#### Τύπος Εισοδηματικής Ελαστικότητας

Αγαθά	Εισοδηματική Ελαστικότητα
Κανονικά	$> 0$
Κατώτερα	$< 0$
Πολυτελή	$> 1$ à Ελαστικά
Πρώτης ανάγκης	$0 < X < 1$ à Ανελαστικά

Μία αύξηση του εισοδήματος, οδηγεί σε αύξηση της ζητούμενης ποσότητας των κανονικών αγαθών και σε μείωση της ζητούμενης ποσότητας των κατώτερων αγαθών.

Παράγοντες που επηρεάζουν την εισοδηματική ελαστικότητα ζήτησης:

- το αρχικό επίπεδο εισοδήματος
- το μέγεθος αλλαγής του εισοδήματος
- το είδος του προϊόντος
- η χρονική περίοδος
- το μελλοντικό εισόδημα των καταναλωτών

Για πιο συνοπτική και ξεκάθαρη αντίληψη της εισοδηματικής ελαστικότητας δημιουργείται ο παρακάτω πίνακας:

Εισοδηματική ελαστικότητα	Μεταβολή εισοδήματος	Κατανάλωση προϊόντος
Θετική	Αύξηση εισοδήματος	Αύξηση κατανάλωσης πρ.
Αρνητική	Μείωση εισοδήματος	Μείωση κατανάλωσης πρ.
Μηδενική	Αυξομείωση εισοδήματος	Αμετάβλητη κατανάλωση πρ.
Μοναδιαία	Αυξομείωση εισοδήματος	Ισοποσοστιαία αυξομείωση καταν. Πρ.
Ελαστική	Αυξομείωση εισοδήματος κατά 1 μον.	Αυξομείωση ανάλογα σε μικρότερο %
Ανελαστική	Αυξομείωση εισοδήματος κατά 1 μον.	Αυξομείωση ανάλογα σε μεγαλύτερο %

### 1.4.3 Ελαστικότητα προσφοράς

Ο βαθμός αντίδρασης της προσφερόμενης ποσότητας σε μεταβολές της τιμής μετράται από την ελαστικότητα προσφοράς ως προς την τιμή.

$$e_s = \frac{\% \text{ μεταβολή στην προσφερόμενη ποσότητα}}{\% \text{ μεταβολή στην τιμή}}$$

$$e_s = \frac{\text{μεταβολή στην προσφερόμενη ποσότητα}}{\text{αρχική ποσότητα}} \div \frac{\text{μεταβολή στην τιμή}}{\text{αρχική τιμή}}$$

$$e_s = \frac{\Delta S}{S} \div \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta S}{\Delta P} \times \frac{P}{S}, \text{ όπου } e_s \text{ η ελαστικότητα προσφοράς ως προς την τιμή}$$

Η ελαστικότητα προσφοράς ανάλογα με τις τιμές που λαμβάνει μπορεί να ταξινομηθεί σε:

- Τέλεια ελαστική, δηλαδή  $e_s = \infty$
- Ελαστική, δηλαδή  $e_s > 1$
- Μοναδιαία ελαστική, δηλαδή  $e_s = 1$
- Ανελαστική, δηλαδή  $e_s < 1$
- Τέλεια ανελαστική, δηλαδή  $e_s = 0$

## Παράγοντες που επηρεάζουν την ελαστικότητα

Υπάρχουν διάφοροι παράγοντες που μπορούν να επηρεάσουν την ελαστικότητα προσφοράς όπως:

- **Ευκολία μεταβολής της προσφοράς**

Παραθαλάσσια γη έχει ανελαστική προσφορά επειδή είναι σχεδόν αδύνατο να «παραχθεί» περισσότερη. Αντίθετα τα βιομηχανικά προϊόντα έχουν ελαστική προσφορά επειδή οι επιχειρήσεις που τα παράγουν μπορούν να αυξήσουν το χρόνο λειτουργίας τους ανταποκρινόμενοι σε μια αύξηση των τιμών.

- **Χρονικός Ορίζοντας**

Η προσφορά είναι συνήθως πιο ανελαστική κατά τη βραχυχρόνια περίοδο γιατί οι επιχειρήσεις δεν μπορούν να μεταβάλλουν εύκολα το μέγεθος των εργοστασίων τους για να παράγουν περισσότερη ή λιγότερη ποσότητα ενός αγαθού. Η προσφορά είναι συνήθως πιο ελαστική κατά τη μακροχρόνια περίοδο γιατί οι επιχειρήσεις μπορούν να χτίσουν και να θέσουν σε λειτουργία νέα εργοστάσια ή να κλείσουν παλιά. Επιπλέον νέες επιχειρήσεις μπορούν να εισέλθουν στη αγορά και παλιές μπορούν να την εγκαταλείψουν.

### 1.4.4 Σταυροειδής ελαστικότητα

Η σταυροειδής ελαστικότητα ζήτησης δείχνει την ποσοστιαία μεταβολή της ζητούμενης ποσότητας ενός αγαθού X, που προκαλεί μια ποσοστιαία μεταβολή της τιμής του αγαθού Y,  $P_Y$ , δηλαδή,

$$e_{xy} = \frac{\Delta X/X}{\Delta P_Y/P_Y} = \frac{P_Y}{X} \times \frac{\Delta X}{\Delta P_Y}, \text{ όπου } e_{xy} \text{ η σταυροειδής ελαστικότητα}$$

Το πρόσημο της σταυροειδούς ελαστικότητας μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό, ανάλογα με το αν τα αγαθά είναι υποκατάστατα ή συμπληρωματικά, αντίστοιχα. Όσο καλύτερα υποκατάστατα είναι δύο αγαθά, τόσο μεγαλύτερη αναμένεται να είναι η μεταξύ τους, θετική, σταυροειδής ελαστικότητα. Ομοίως, όσο περισσότερο συμπληρωματικά είναι δύο αγαθά, τόσο μεγαλύτερη είναι η μεταξύ τους, αρνητική, σταυροειδής ελαστικότητα.

Θα πρέπει να σημειωθεί εδώ, ότι ο χαρακτηρισμός δύο αγαθών X και Y ως υποκατάστατων ή συμπληρωματικών, πρέπει να γίνεται, αφού προηγουμένα έχει αφαιρεθεί το αποτέλεσμα εισοδήματος της μεταβολής της τιμής (με σταθερό δηλαδή το πραγματικό εισόδημα). Εάν αυτό δεν γίνει, τότε είναι

δυνατόν τα αγαθά να είναι συμπληρωματικά και να εμφανίζονται ως υποκατάστατα ή και το αντίθετο.

Βάσει της σταυροειδούς ελαστικότητας ζήτησης τα τρόφιμα μπορούν να ταξινομηθούν στις εξής τρεις κατηγορίες αγαθών:

- **Υποκατάστατα ή ανταγωνιστικά:** η σταυροειδής ελαστικότητα ζήτησης τους είναι θετική, π.χ. το κρασί είναι ανταγωνιστικό αγαθό ως προς τη μύρα.
- **Συμπληρωματικά:** η σταυροειδής ελαστικότητα ζήτησης είναι αρνητική, π.χ. η ζάχαρη με τον καφέ είναι συμπληρωματικά προϊόντα.
- **Ουδέτερα ή ανεξάρτητα:** η σταυροειδής ελαστικότητα ζήτησης είναι ίση με μηδέν, π.χ. το αλάτι και το μήλο, είναι ουδέτερα προϊόντα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup>

### Βασικά Οικονομικά Μεγέθη

Αν παρατηρήσουμε τα στοιχεία μιας οικονομίας για μεγάλες χρονικές περιόδους, θα δούμε ότι η οικονομική δραστηριότητα, δηλαδή η παραγωγή, το εισόδημα, η απασχόληση κ.α., άλλες φορές αυξάνεται γρήγορα, άλλες αργά και άλλες μειώνεται. Αυτές οι οικονομικές διακυμάνσεις παρουσιάζουν μια συστηματική κυκλικότητα και παρόλο που επαναλαμβάνονται δεν είναι ίδιες ως προς την ένταση και τη διάρκειά τους. Δύο από τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι περισσότερες από τις ανεπτυγμένες οικονομίες είναι το φαινόμενο του πληθωρισμού, που διαταράσσει την ομαλή λειτουργία του οικονομικού συστήματος και ασκεί σημαντικές επιδράσεις σε όλους τους τομείς της οικονομίας και η ανεργία που απορρυθμίζει την οικονομική και κοινωνική σταθερότητα της χώρας. (Για το κεφάλαιο αυτό χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία από τις πηγές [5], [9], [11], [18], [24], [27], [32], [34], [37]).

#### 2.1 Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν

Το **Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν (Α.Ε.Π.)** (Gross Domestic Product - GDP) είναι το σύνολο όλων των προϊόντων και αγαθών που παράγει μια οικονομία, εκφρασμένο σε χρηματικές μονάδες, δηλαδή η συνολική αξία όλων των τελικών αγαθών (υλικών και άυλων) που παράχθηκαν εντός μιας χώρας σε διάστημα ενός έτους, ακόμα και αν μέρος αυτού παράχθηκε από παραγωγικές μονάδες που ανήκουν σε κατοίκους του εξωτερικού. Πιο απλά:

- 1) Είναι το άθροισμα όλων των καθαρών τελικών πωλήσεων εντός μιας γεωγραφικής περιοχής για ένα χρονικό διάστημα, συνήθως ένα έτος.
- 2) Το άθροισμα της προστιθέμενης αξίας που παράγεται σε μια δεδομένη γεωγραφική περιοχή σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα.
- 3) Το άθροισμα των αμοιβών των συντελεστών παραγωγής. Τα εισοδήματα που αποκτώνται από οικονομικές δραστηριότητες εντός μιας γεωγραφικής περιοχής κατά τη διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος.

**Το Ακαθάριστο Εθνικό Προϊόν** (Gross National Product - GNP) είναι το Προϊόν ή Εισόδημα που αποκτούν οι κάτοικοι μιας χώρας ανεξάρτητα σε ποια χώρα το αποκτούν, δηλαδή η συνολική αξία όλων των τελικών αγαθών (υλικών και άυλων) που αποκτούν οι κάτοικοι μιας χώρας σε διάστημα ενός έτους. Διαφέρει από το Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν στο ότι συμπεριλαμβάνεται και το εισόδημα που απέκτησαν οι κάτοικοι μιας χώρας στο εξωτερικό.

### 2.1.1 Οι συνιστώσες του Α.Ε.Π. (GDP)

Το Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν εκφράζεται μαθηματικά ως εξής:  
**GDP = C + I + Δinv + G + NX à (X – M)**

όπου : (C) κατανάλωση, (I) ακαθάριστες επενδύσεις σε πάγιο κεφάλαιο, (Δinv) μεταβολή αποθεμάτων, (G) δημόσιες δαπάνες για την αγορά αγαθών και υπηρεσιών, (X) εξαγωγές και (M) εισαγωγές η αλλιώς (NX) εισαγωγές μείον εισαγωγές.

- **Κατανάλωση (consumption)** είναι η δαπάνη που πραγματοποιούν τα νοικοκυριά για την αγορά αγαθών και υπηρεσιών.
- **Επένδυση (investment)** είναι η δαπάνη για την αγορά κεφαλαιουχικού εξοπλισμού, αποθεμάτων και κτιρίων, συμπεριλαμβανόμενης και της δαπάνης για την αγορά νέων κατοικιών.
- **Δημόσιες δαπάνες (government purchase)** είναι οι δαπάνες για την αγορά αγαθών και υπηρεσιών τις οποίες πραγματοποιούν η τοπική αυτοδιοίκηση, οι κυβερνήσεις των πολιτειών και η ομοσπονδιακή κυβέρνηση. π.χ: αγορά υποβρυχίου για το ναυτικό.
- **Καθαρές εξαγωγές (net exports)** είναι η δαπάνη για αγορά αγαθών-υπηρεσιών που παράγονται στην εγχώρια αγορά και αγοράζονται από αλλοδαπούς (εξαγωγές) μείον τη δαπάνη για αγορά ξένων αγαθών-υπηρεσιών που πωλούνται στην εγχώρια αγορά (εισαγωγές).

**Αποπληθωριστής του Α.Ε.Π. ή Δείκτης Τιμών του Α.Ε.Π.** είναι ένας αριθμοδείκτης που μετρά τις μεταβολές όλων των τιμών των αγαθών και υπηρεσιών που παράγονται σε μια οικονομία, δηλαδή του ΑΕΠ. Ισούται με το λόγο του ονομαστικού ΑΕΠ στο έτος βάσης προς το ονομαστικό ΑΕΠ στο έτος που έχει επιλεγεί ως βάση επί εκατό.

### 2.1.2 Η μέτρηση του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος

Το ακαθάριστο εγχώριο προϊόν είναι ένας πολύ καλός δείκτης μέτρησης της παραγωγής μιας οικονομίας. Σύμφωνα με τον ορισμό του ΑΕΠ, περιλαμβάνει

την αξία πώλησης των τελικών αγαθών ή την προστιθέμενη αξία τους σε όλα τα στάδια παραγωγής. Η αξία της πώλησης εμφανίζεται με τη μορφή της δαπάνης που γίνεται από τους φορείς μιας οικονομίας (νοικοκυριά, επιχειρήσεις, κράτος) για την απόκτηση των προϊόντων και των υπηρεσιών που έχουν παραχθεί. Η παραγωγή όμως των προϊόντων και υπηρεσιών γίνεται από τους συντελεστές παραγωγής, οι οποίοι αμείβονται για τη συμβολή τους στην παραγωγή με εισόδημα.

Επομένως υπάρχουν δύο όψεις όσον αφορά τη μέτρηση του ΑΕΠ. Η μία είναι η πλευρά της δαπάνης, που προκύπτει ως άθροισμα όλων των δαπανών για την απόκτηση της παραγωγής σε ένα έτος και η άλλη είναι η πλευρά του εισοδήματος, που προκύπτει ως άθροισμα των εισοδημάτων που δημιουργούνται από την παραγωγή σε ένα έτος. Η ισότητα αυτής της συνολικής δαπάνης και του συνολικού εισοδήματος μιας οικονομίας, που μας δίνει ως αποτέλεσμα το ΑΕΠ, υφίσταται, επειδή κάθε συναλλαγή έχει δύο πλευρές, την αγορά και την πώληση. Η δαπάνη των αγοραστών για προϊόντα και υπηρεσίες, είναι ταυτόχρονα εισόδημα για τους πωλητές και παραγωγούς των προϊόντων και υπηρεσιών αυτών.

Ο υπολογισμός του ΑΕΠ μιας οικονομίας είτε ως δαπάνη, είτε ως εισόδημα είναι πολύπλοκος και γίνεται από ειδικές υπηρεσίες σε κάθε χώρα. Στην Ελλάδα η μέτρηση του ΑΕΠ γίνεται από την Εθνική Στατιστική Υπηρεσία, την Υπηρεσία των Εθνικών Λογαριασμών του Υπουργείου Εθνικής Οικονομίας και ειδικές υπηρεσίες της Τράπεζας της Ελλάδος.

### **2.1.3 Προβλήματα μέτρησης του Α.Ε.Π.**

**1. Οι εκτός αγορών δραστηριότητες:** το ποσοστό συμμετοχής των γυναικών στο εργατικό δυναμικό έχει αυξηθεί κατά τη μεταπολεμική περίοδο. Ωστόσο, η αύξηση στο μετρημένο ΑΕΠ υπερεκτιμά την αληθινή αύξηση στην παραγωγή, επειδή αυτή έχει συνδυαστεί με τη μείωση στις εκτός αγορών δραστηριότητες, δηλ στην παραγωγή που πραγματοποιείται εκτός των επίσημων αγορών και συνεπώς παραλείπεται στους υπολογισμούς του ΑΕΠ.

**2. Δυσκολία αξιολόγησης των κρατικών δαπανών:** Ένα σημαντικό μερίδιο των κρατικών δαπανών διατίθεται για την παροχή υπηρεσιών στο κοινό, μέσω της αστυνομίας και την πυροσβεστικής, της παιδείας, της συλλογής απορριμμάτων κλπ. Εάν αυτές τις υπηρεσίες τις παρείχε ο ιδιωτικός τομέας, θα μπορούσαμε να μετρήσουμε το ΑΕΠ χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των τελικών πωλήσεων βάσει των τιμών πώλησης. Ωστόσο, οι κυβερνήσεις συνήθως δεν πουλούν αυτές τις υπηρεσίες, κι έτσι δεν έχουμε καμία εμπορική μέτρηση αυτής

της αξίας. Αντίθετα, αξιολογούμε την παραγωγή βάσει του κόστους των εισροών, πχ μετράμε την κατάσταση μισθοδοσίας της αστυνομίας αντί για την αξία των υπηρεσιών της.

**3. Αδήλωτο εισόδημα:** δεν είναι όλο το εισόδημα που δε μετράμε, εισόδημα εκτός αγορών. Ένα μέρος του εισοδήματος κερδίζεται στις αγορές αλλά απλώς δε δηλώνεται για φορολογικούς λόγους, πχ: οι γονείς που παρέχουν φροντίδα κατά τη διάρκεια της ημέρας στα παιδιά τους, δεν υπολογίζεται ως εισόδημα, ούτε από τους λογιστές του εθνικού εισοδήματος ούτε από την εφορία, που είναι υπεύθυνη για τους φόρους εισοδήματος. Εάν όμως κάποιο άλλο άτομο παρέχει φροντίδα κατά τη διάρκεια της ημέρας στην οικογένεια, επί πληρωμή, και δεν αναφέρει το εισόδημα, αυτή η συναλλαγή δεν θα συμπεριληφθεί στο ΑΕΠ, αν και θα έπρεπε. Ένα μέρος αυτού του αδήλωτου εισοδήματος εμφανίζεται στο ΑΕΠ επειδή μπορεί να υπολογισθεί έμμεσα, αλλά αυτό δε συμβαίνει με όλο το εισόδημα.

**4. Παραποιημένες αγορές:** υπάρχει πρόβλημα όταν παραποιούνται αγορές. Οι οικονομίες της ανατολικής Ευρώπης των οποίων ο προγραμματισμός έχει γίνει εκ των προτέρων δε βασιζόταν πολύ στις δυνάμεις της αγοράς για να καθορίσουν τις τιμές. Ως εκ τούτου, οι τιμές διαφορετικών αγαθών και υπηρεσιών συχνά διέφεραν σημαντικά από τις αξίες που είχαν δώσει τα νοικοκυριά σε αυτά τα αγαθά. Κατά τη διαδικασία της μετάβασης, αυτές οι οικονομίες έχουν υποστεί σημαντικές μετατοπίσεις στις τιμές και τον καταμερισμό των πόρων.

**5. Ρύπανση και άλλες περιβαλλοντικές καταστροφές:** η ποιότητα ζωής επηρεάζεται πολύ από την ποσότητα των αγαθών που παράγονται στις αγορές ή στα σπίτια. Η ποιότητα της ατμόσφαιρας και του νερού, για παράδειγμα, είναι καθοριστικοί παράγοντες για την υγεία και την πιθανή διάρκεια ζωής. Ωστόσο η διατήρηση ενός καλού περιβάλλοντος, ή αντίστροφα, η καταστροφή του περιβάλλοντος, δεν περιλαμβάνονται στους υπολογισμούς του ΑΕΠ.

Η παράλειψη αυτή έχει δυο συνέπειες. Πρώτον καθιστά το ΑΕΠ ως ανεπαρκή μέτρηση της εθνικής ευημερίας. Δεύτερον και ίσως πιο σημαντικό, κάνει την αξιολόγηση των οφελών των περιβαλλοντικών προγραμμάτων πιο δύσκολη.



## 2.1.4 Είδη Α.Ε.Π.

Το ΑΕΠ διακρίνεται σε **ονομαστικό** (nominal GDP), όταν υπολογίζεται σε τρέχουσες τιμές της αγοράς, και σε **πραγματικό** (real GDP), όταν υπολογίζεται σε σταθερές τιμές, δηλαδή σε τιμές που επικράτησαν κατά τη διάρκεια ενός έτους, το οποίο χρησιμοποιείται ως έτος βάσης. Η έννοια «πραγματικό ΑΕΠ» αναφέρεται στο παρατηρούμενο πραγματικό ΑΕΠ και συμβολίζεται με  $Y$ . Δεν αναφέρεται στο **δυνητικό** πραγματικό ΑΕΠ, δηλαδή στο ΑΕΠ που θα παραγόταν αν απασχολούνταν όλοι οι διαθέσιμοι συντελεστές παραγωγής. Το δυνητικό ΑΕΠ ονομάζεται και προϊόν πλήρους απασχολήσεως (full employment output) και συμβολίζεται με  $Y_f$ .

### Το Ονομαστικό και Πραγματικό Α.Ε.Π.

**Το ονομαστικό Α.Ε.Π.** μετρά την αξία (σε χρημ. μονάδες) των τελικών αγαθών και υπηρεσιών που παράγονται σε δεδομένη χρονική στιγμή.

**Το πραγματικό Α.Ε.Π.** μετρά την αγοραστική δύναμη των αγαθών και υπηρεσιών, δηλαδή την ποσότητα παραγωγής σε σταθερές χρηματικές μονάδες. Το πραγματικό ΑΕΠ μετράται από την διαίρεση του ονομαστικού ΑΕΠ με ένα δείκτη τιμών.

Ακαθάριστο Εθνικό Προϊόν <b>GNP</b>	Καθαρό εισόδημα από το εξωτερικό	Καθαρό εισόδημα από το εξωτερικό			
	<b>NX</b>	Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν <b>GDP</b>	Αποσβέση παγίου Κεφαλαίου <b>D</b>	Αποσβέση παγίου Κεφαλαίου <b>D</b>	Αποσβέση παγίου Κεφαλαίου <b>D</b>
	<b>G</b>		Καθαρό Εθνικό Προϊόν <b>NNP</b>		
	<b>I</b>				
	<b>C</b>		Εθνικό Εισόδημα <b>NI</b>	Αμοιβές Κεφαλαίου (ιδιοαπασκόληση, έγγυες πρόσοδοι Τόκοι, κέρδη) <b><math>Y_{kd}</math></b>	
		Αμοιβές Εξαρτημένης εργασίας <b><math>W_d</math></b>			

Γραφική απεικόνιση διαφόρων μετρήσεων εθνικού εισοδήματος

Σχήμα 14

## Το κατά κεφαλήν πραγματικό Α.Ε.Π.

$$\text{Κατα Κεφαλήν Πραγματικό Α. Ε. Π.} = \frac{\text{πραγματικό ΑΕΠ}}{\text{πληθυσμός}}$$

- 1) Το κατά κεφαλήν ΑΕΠ δίνει το προϊόν που θα αντιστοιχούσε σε κάθε κάτοικο μιας οικονομίας αν η διανομή ήταν ίση
- 2) Όσο μικρότερη η ισοκατανομή τόσο πιο αξιόπιστο μέτρο το κατά κεφαλήν ΑΕΠ και το αντίθετο
- 3) Το κατά κεφαλήν ΑΕΠ μετρά το βιοτικό επίπεδο της χώρας

**Το κατά κεφαλήν πραγματικό ΑΕΠ χρησιμοποιείται ως μέτρο της ευημερίας μίας χώρας.** Ως τέτοιο, έχει το μειονέκτημα ότι αγνοεί τα εξής:

- 1) Τα αγαθά και τις υπηρεσίες που παράγονται στο σπίτι από τον ίδιο τον οικοκύρη ή την οικοκυρά.
- 2) Τα αγαθά και τις υπηρεσίες που ανταλλάσσονται στην παραοικονομία, όταν, πχ: ένας παραγωγός πορτοκαλιών πωλεί τα πορτοκάλια του απ' ευθείας στον καταναλωτή, χωρίς τιμολόγιο.
- 3) Τη ρύπανση του περιβάλλοντος, η οποία πολλές φορές συνοδεύει την παραγωγή αγαθών.
- 4) Τη βελτίωση της ποιότητας.
- 5) Την ανάπαυση, η οποία βεβαίως αυξάνει την ευημερία.

## Καθαρό Εθνικό Προϊόν

Για να παραμείνει το πραγματικό κεφάλαιο της οικονομίας ανέπαφο, πρέπει η φθορά την οποία υφίσταται κατά την παραγωγική διαδικασία να αντικατασταθεί από την τρέχουσα παραγωγή. Δηλαδή μέρος του ΑΕΠ πρέπει να χρησιμοποιηθεί για την αντικατάσταση του κεφαλαίου που έχει φθαρεί. Το εθνικό προϊόν που απομένει ονομάζεται καθαρό εθνικό προϊόν (ΚΕΠ) και δίνεται από τον τύπο:

$$\text{Κ.Ε.Π.} = \text{Α.Ε.Π.} - \text{Αποσβέσεις}$$

## Παράδειγμα 7

Μια εικονική οικονομία σοκολάτας στηρίζεται στις 3 παρακάτω επιχειρήσεις:

Επιχείρηση Α Α.Ε.		Επιχείρηση Β Α.Ε.		Επιχείρηση Γ Α.Ε.	
Πωλήσεις	2.500	Πωλήσεις	2.000	Πωλήσεις	9.000
Μισθοί	1.500	Μισθοί	1.000	Μισθοί	4.000
Ενοίκια	500	Απόσβεση	400	Απόσβεση	1.000
Απόσβεση	600			Αγορά α' ύλης από Α	2.500
				Αγορά εξοπλισμού από Β	2.000
				Απόθεμα α': αρχή περ.	1.000
				Απόθεμα α': τέλος περ.	2.000
Α' ύλη		Εξοπλισμός		Σοκολατοβιομηχανία	

Πίνακας 1

Να υπολογιστεί το Α.Ε.Π. ξεχωριστά ως:

- 1) Αξία τελικού προϊόντος
- 2) Προστιθέμενη αξία
- 3) Άθροισμα εισοδημάτων συντελεστών παραγωγής
- 4) Να βρεθεί και το καθαρό εθνικό προϊόν (Κ.Ε.Π.)

### Λύση:

Σύμφωνα λοιπόν με τα δεδομένα της άσκησης ισχύουν τα εξής:

1) Με την μέθοδο της αξίας του τελικού προϊόντος, στην ουσία αθροίζουμε τις δαπάνες για τα τελικά προϊόντα προς κατανάλωση άρα,

$$GDP = C + I + \Delta inv + G + X - M$$

C: 9.000 (Σοκολάτες που εμπορεύεται η Επιχείρηση Γ Α.Ε.)

I: 2.000 (Επενδύσεις σε νέο πάγιο εξοπλισμό που αγοράζει η Γ από Β)

$\Delta inv$ :  $2.000 - 1.000 = 1.000$  (Μεταβολή των αποθεμάτων από αρχή μέχρι τέλος περιόδου)

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι:  $A.E.P. = 8.000 + 1.500 + 1.000$

$$A.E.P. = 12.000$$

2) Με την μέθοδο της προστιθέμενης αξίας θα ισχύει ότι, η προστιθέμενη αξία κάθε επιχείρησης είναι η διαφορά της αξίας των τελικών αγαθών μιας επιχείρησης μείον την αξία των ενδιάμεσων αγαθών που αγοράζει από άλλες επιχειρήσεις άρα

	Επιχειρήσεις			
	A A.E.	B A.E.	Γ A.E.	Σύνολο
Αξία τελικών αγαθών (C+I+Δinv)	2.500	2.000	12.000*	16.500
(-) αξία ενδιάμεσων αγαθών που αγοράζει από άλλες επιχειρήσεις	0	0	4.500**	4.500
Προστιθέμενη αξία (ΠΑ)	2.500	2.000	7.5000	12.000

Πίνακας 1

\* Αξία τελικών αγαθών  $\hat{a}$  9.000 (C) + 2.000 (I) + 1.000 (Δinv) = 12.000

\*\* αξία των ενδιάμεσων αγαθών που αγοράζει από άλλες επιχειρήσεις  $\hat{a}$   
 = 2.500 (A' ύλη από A A.E.) + 2.500 (Εξοπλισμός από B A.E.) = 4.500

Οπότε έχουμε: A.E.Π. = Σ (ΠΑ) = 2.500 + 2.000 + 7.500 = 12.000

3) Άθροισμα εισοδημάτων συντελεστών παραγωγής

Ας δώσουμε πρώτα κάποιους τύπους που θα ακολουθήσουν:

Εισοδήματα = Μισθοί + Ενοίκια + Τόκοι + Κέρδη

Κέρδη = Αξία τελικού πρ. - (Αξία ενδιάμεσων αγαθών από άλλες επιχειρήσεις + Μισθοί + Ενοίκια)

	Επιχειρήσεις			
	A A.E.	B A.E.	Γ A.E.	Σύνολο
Αξία τελικών αγαθών (C+I+Δinv)	2.500	2.000	12.000*	16.500
(-) Αξία ενδιάμεσων αγαθών που αγοράζει από άλλες επιχειρήσεις	0	0	4.500**	4.500
(-) Μισθοί	1.500	1.000	4.000	6.500
(-) Ενοίκια	500	0	0	500
Κέρδη	500	1.000	3.500	5.000

Πίνακας 2

Ο υπολογισμός του Α.Ε.Π. με βάση τα εισοδήματα γίνεται ως εξής:  
 Εισοδήματα = Μισθοί + Ενοίκια + Τόκοι + Κέρδη (χωρίς τόκους)

	Επιχειρήσεις			Σύνολο
	Α Α.Ε.	Β Α.Ε.	Γ Α.Ε.	
Μισθοί	1.500	1.000	4.000	6.500
Ενοίκια	500	0	0	500
Κέρδη	500	1.000	3.500	5.000
Συν. εισοδημάτων	2.500	2.000	7.500	12.000 = Α.Ε.Π.

Πίνακας 3

4) Α.Ε.Π. = 12.000

Αποσβέσεις: (600 + 400 + 1.000) = 2.000

Κ.Ε.Π. = Α.Ε.Π. - Αποσβέσεις ⇒ Κ.Ε.Π. = 10.000

### Παράδειγμα 8

Ε) Δίνονται οι παρακάτω πληροφορίες που αφορούν μια οικονομία

Έτος	Ονομαστικό Α.Ε.Π.	Πραγματικό Α.Ε.Π.
1990	1400	100
2000	3500	220

Πίνακας 4

- 1) Ποια η αξία του Α.Ε.Π. του 2000 σε σταθερές τιμές του 1990
- 2) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής του πραγματικού Α.Ε.Π. από 1990-2000
- 3) Να υπολογιστεί ο ρυθμός πληθωρισμού για την παραπάνω περίοδο
- 4) Αν η αξία του ονομαστικού Α.Ε.Π. του 2000 ήταν 3300, χωρίς να μεταβληθούν τα υπόλοιπα στοιχεία, να υπολογιστεί το πραγματικό Α.Ε.Π. του 2000. Άλλαξε ο ρυθμός μεταβολής του Α.Ε.Π. ??

Λύση:

$$1) \text{ Πραγματικό Α.Ε.Π.} = \frac{\text{Ονομαστικό Α.Ε.Π.}}{\text{Αποπληθωριστή Α.Ε.Π.}} = \frac{3500}{100} = 35 \text{ χ.μ.}$$

2) Το ονομαστικό Α.Ε.Π. μεταξύ 1990 και 2000 αυξήθηκε κατά

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{Y_{2000} - Y_{1990}}{Y_{1990}} \times 100 = \frac{3500 - 1400}{1400} \times 100 = 150\%$$

Ο Αποπληθωριστής του Α.Ε.Π. μεταξύ 1990 και 2000 αυξήθηκε κατά

$$\frac{\Delta P^{AE\Pi}}{P^{AE\Pi}} = \frac{P_{2000}^{AE\Pi} - P_{1990}^{AE\Pi}}{P_{1990}^{AE\Pi}} \times 100 = \frac{220 - 100}{100} \times 100 = 120\%$$

Η μεταβολή του πραγματικού Α.Ε.Π. ισούται (κατά προσέγγιση) με την διαφορά των δύο ρυθμών μεταβολής, δηλαδή

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta Y}{Y} - \frac{\Delta P^{AE\Pi}}{P^{AE\Pi}} = 150\% - 120\% = 30\%$$

3) Ο ρυθμός πληθωρισμού

$$\frac{\Delta P^{AE\Pi}}{P^{AE\Pi}} = \frac{P_{2000}^{AE\Pi} - P_{1990}^{AE\Pi}}{P_{1990}^{AE\Pi}} \times 100 = \frac{220 - 100}{100} \times 100 = 120\%$$

4) Αν το ονομαστικό Α.Ε.Π. του 2000 είναι 3300 χ.μ. , το πραγματικό Α.Ε.Π. είναι:

$$\text{Πραγματικό ΑΕΠ} = \frac{\text{Ονομαστικό ΑΕΠ}}{\text{Αποπληθωριστή ΑΕΠ}} = \frac{3300}{220} = 15 \text{ χμ}$$

Το ονομαστικό Α.Ε.Π. μεταξύ 1990 και 2000 αυξήθηκε κατά

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{Y_{2000} - Y_{1990}}{Y_{1990}} \times 100 = \frac{3300 - 1400}{1400} \times 100 = 135,7\%$$

Ο Αποπληθωριστής του ΑΕΠ μεταξύ 1990-2000 αυξήθηκε κατά 120%

Η μεταβολή του πραγματικού Α.Ε.Π. ισούται (κατά προσέγγιση) με την διαφορά των δύο ρυθμών μεταβολής, δηλαδή

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta Y}{Y} - \frac{\Delta P^{AE\Pi}}{P^{AE\Pi}} = 135,7\% - 120\% = 15,7\%$$

---

### Παράδειγμα 9

Μια οικονομία βασίζεται στις παρακάτω συναρτήσεις:

$$\text{Κατανάλωση: } C = 500 + 0,50 (Y - T)$$

$$\text{Πάγιοι φόροι: } T = 200 + 0,20 Y$$

$$\text{Επενδύσεις: } I = 100 + 0,10 Y$$

$$\text{Δημόσιες δαπάνες: } G = 100$$

1) Να υπολογιστεί το πραγματικό εισόδημα ισορροπίας

2) Να υπολογιστεί ξανά το πραγματικό εισόδημα ισορροπίας αν αυξηθούν οι κρατικές δαπάνες κατά 50%

3) Ποιο είναι το ύψος του πολλαπλασιαστή

Λύση:

1) Το εισόδημα ισορροπίας  $Y$  δίνεται από:

$$Y = C + I + G$$

$$Y = 500 + 0,50 (Y - 200 - 0,20 Y) + 100 + 0,10 Y + 100 \quad \text{à}$$

$$Y = 500 + 0,50 Y - 100 - 0,10 Y + 100 + 0,10 Y + 100 \quad \text{à}$$

$$Y - 0,60 Y + 0,10 Y - 0,10 Y = 500 - 100 + 100 + 100 \quad \text{à}$$

$$0,40 Y = 600 \quad \text{à} \quad Y = 1500$$

2) αν αυξηθούν οι κρατικές δαπάνες κατά 50% τότε θα έχουμε

$$(G = 100 + 100 \cdot 0,50) \quad \text{άρα} \quad G^* = 150$$

$$Y^* = C + I + G^*$$

$$Y = 500 + 0,50 (Y - 200 - 0,20 Y) + 100 + 0,10 Y + 150 \quad \text{à}$$

$$Y = 500 + 0,50 Y - 100 - 0,10 Y + 100 + 0,10 Y + 150 \quad \text{à}$$

$$Y - 0,60 Y + 0,10 Y - 0,10 Y = 500 - 100 + 100 + 150 \quad \text{à}$$

$$0,40 Y = 650 \quad \text{à} \quad Y^* = 1625$$

3) Ο πολλαπλασιαστής δημοσίων δαπανών ορίζεται ως η μεταβολή του εισοδήματος που προκαλείται από την μεταβολή των δημοσίων δαπανών και δίνεται από τον τύπο  $\frac{\Delta Y}{\Delta G}$  επομένως έχουμε

$$\Delta Y = Y_{G150} - Y_{G100} = 1625 - 1500 = 125$$

$$\Delta G = G^* - G = 150 - 100 = 50$$

Οπότε ο αρχικός τύπος μας δίνει το εξής:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta G} = \frac{125}{50} \quad \text{à} \quad \frac{\Delta Y}{\Delta G} = 2,50$$

## 2.2 Πληθωρισμός

Πληθωρισμός είναι η ποσοστιαία μεταβολή του γενικού επιπέδου των τιμών μιας οικονομίας μέσα σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο. Ο πληθωρισμός μπορεί να είναι είτε θετικός, είτε αρνητικός (οπότε μιλάμε για αντιπληθωρισμό), όπως για παράδειγμα στην Ιαπωνία την τελευταία δεκαετία. Ας σημειωθεί ότι πληθωρισμός είναι η κίνηση των τιμών. Δεν υφίσταται όταν οι τιμές σταθεροποιηθούν, ανεξαρτήτως αν είναι υψηλές ή όχι. Σε μια οικονομία όταν μετράμε τον πληθωρισμό, στην ουσία μελετάμε την ποσοστιαία μεταβολή του επιπέδου των τιμών, όχι για το σύνολο των αγαθών ή παροχή υπηρεσιών που καταναλώνονται, αλλά για κάποια συγκεκριμένα αγαθά ή υπηρεσίες, το σύνολο των οποίων παλαιότερα καλούνταν "καλάθι της νοικοκυράς", ενώ πλέον χρησιμοποιείται το πολιτικά ορθότερο "καλάθι του καταναλωτή".

Για να μετρηθεί ο πληθωρισμός, λαμβάνεται υπόψη το ποσοστό μεταβολής του επιπέδου τιμών κατά την διάρκεια μιας ορισμένης χρονικής περιόδου.

Από πολλές οικονομικές θεωρίες ο πληθωρισμός θεωρείται ένα Νομισματικό Φαινόμενο, δηλαδή ότι ο πληθωρισμός είναι αποτέλεσμα μόνο της αυξημένης προσφοράς χρήματος. Έτσι η ύπαρξη πληθωρισμού δεν επηρεάζει τα μεγέθη της πραγματικής οικονομίας (ως πραγματικά μεγέθη, ορίζονται οι Δημόσιες Δαπάνες, οι Ιδιωτικές Επενδύσεις, και η Ιδιωτική Κατανάλωση.) Αυτό είναι και γνωστό ως κλασική διχοτομία. Ένα παράδειγμα είναι ο υψηλός πληθωρισμός στην Ελλάδα της δεκαετίας του 80 που οφειλόταν εν μέρει στην εκτύπωση χρήματος από την Τράπεζα της Ελλάδος για να καλύψει τις αυξημένες παροχές που προσέφερε η κυβέρνηση.

Άλλες θεωρίες βρίσκουν ότι πληθωρισμός μπορεί να έχει ρίζες και σε μη νομισματικά φαινόμενα. Οι Κεϋνσιανιστές οικονομολόγοι για παράδειγμα, πιστεύουν ότι υπάρχουν τριβές στην οικονομία που μπορούν να προκαλούν πληθωρισμό. Για τους Κεϋνσιανιστές υπάρχει μια αντίστροφη σχέση ανεργίας και πληθωρισμού, ώστε όταν ανεβαίνει το ένα πέφτει το άλλο. Αυτή η σχέση περιγράφεται με την καμπύλη Phillips η οποία γράφεται ως εξής:

$$\pi = \pi^e - b \cdot (u_t - u^e)$$



### **2.2.1 Πληθωρισμός ζήτησης (demand pull inflation)**

Ο πληθωρισμός ζήτησης εκδηλώνεται σε οικονομίες που έφτασαν ή πλησιάζουν να φτάσουν σε επίπεδο πλήρους απασχόλησης των συντελεστών παραγωγής (φάση κρίσης ή κορυφής). Συγκεκριμένα, δημιουργείται όταν η συνολική ζήτηση αγαθών και υπηρεσιών αυξάνεται με γρηγορότερο ρυθμό από τη δυνατότητα της οικονομίας να παράγει προϊόν (συνολική προσφορά), με αποτέλεσμα να εμφανίζεται στην οικονομία υπερβάλλουσα ζήτηση, δηλαδή ζήτηση που υπερβαίνει το προϊόν πλήρους απασχόλησης που μπορεί να παράγει μια οικονομία. Απόρροια των προηγούμενων είναι η αύξηση του γενικού επιπέδου τιμών, χωρίς να επηρεάζονται το πραγματικό προϊόν ή εισόδημα και η απασχόληση στην οικονομία.

Η καταπολέμηση του πληθωρισμού ζήτησης γίνεται με αυστηρές μακροοικονομικές πολιτικές, οι οποίες μειώνουν την υψηλή συνολική ζήτηση αγαθών και υπηρεσιών, δηλαδή με συσταλτική νομισματική πολιτική (μείωση της προσφοράς χρήματος ή αύξηση των επιτοκίων), με συσταλτική δημοσιονομική πολιτική (μείωση των δημόσιων δαπανών και αύξηση των φορολογικών συντελεστών) και με σφικτή εισοδηματική πολιτική (μείωση ονομαστικών μισθών).

### **2.2.2 Πληθωρισμός κόστους ή προσφοράς (cost/supply pull inflation)**

Ο πληθωρισμός κόστους ή προσφοράς ορίζεται ως η συνεχής αύξηση των τιμών που οφείλεται στην αυτόνομη αύξηση του κόστους παραγωγής των εγχώριων επιχειρήσεων, ανεξάρτητα από το μέγεθος της συνολικής ζήτησης, και συνεπώς προκαλείται από τη μείωση της συνολικής προσφοράς ώστε, σε κάθε επίπεδο παραγωγής, να απαιτείται τώρα ένα υψηλότερο επίπεδο τιμών.

Ο πληθωρισμός της προσφοράς είναι ο πληθωρισμός που προκύπτει από μείωση της προσφοράς χρήματος. Η μείωση αυτή οφείλεται σε:

- 1) Αύξηση μισθών ταχύτερη από την αύξηση της εργατικής παραγωγικότητας
- 2) Αύξηση κερδών μεγαλύτερη από την αύξηση της αποδοτικότητας του κεφαλαίου
- 3) Ανατίμηση των εισαγόμενων πρώτων υλών
- 4) Αύξηση των συντελεστών έμμεσης φορολογίας
- 5) Αύξηση του κόστους δανειακών κεφαλαίων

Η αύξηση του κόστους των εγχώριων επιχειρήσεων οφείλεται στους ακόλουθους λόγους:

- 1) Στις πιέσεις των εργατικών συνδικάτων για αυξήσεις μισθών και ημερομισθίων: Αν η αύξηση των μισθών και των ημερομισθίων, δεν συνοδεύεται από ανάλογη αύξηση της παραγωγικότητας, τότε αυξάνεται το μοναδιαίο κόστος εργασίας και άρα το κόστος παραγωγής, γεγονός που αναγκάζει τους παραγωγούς να αυξήσουν τις τιμές οπότε και εμφανίζεται πληθωρισμός κόστους.
- 2) Στις συνθήκες ατελούς ανταγωνισμού στις αγορές: Οι επιχειρήσεις που λειτουργούν υπό μονοπωλιακό ή/και ολιγοπωλιακό καθεστώς αφενός επιβάλλουν υψηλότερες τιμές σε σχέση με αυτές που λειτουργούν υπό καθεστώς ανταγωνισμού και αφετέρου έχουν μεγαλύτερη δυνατότητα μετακύλισης στους καταναλωτές τυχόν αυξήσεων στο κόστος παραγωγής με τη μορφή υψηλότερων τιμών πώλησης των αγαθών. Ακόμη, οι επιχειρήσεις αυτές παράγουν προϊόντα και υπηρεσίες, πχ: ενέργεια, τα οποία αποτελούν πρώτη ύλη για την παραγωγή προϊόντων-υπηρεσιών άλλων επιχειρήσεων και άρα τυχόν αύξηση του κόστους παραγωγής στις πρώτες, διαχέεται σε ολόκληρη την οικονομία
- 3) Στις αυξήσεις των άλλων στοιχείων του κόστους, όπως πχ: το κόστος των πρώτων υλών, καυσίμων, εργοδοτικών εισφορών κ.ά.
- 4) Στους υψηλούς φορολογικούς συντελεστές.
- 5) Στις άσχημες κλιματολογικές συνθήκες.
- 6) Στη χαμηλή παραγωγικότητα εργασίας.

Τέλος, τα συνηθέστερα μέτρα εναντίον του πληθωρισμού κόστους που λαμβάνει το κράτος σχετίζονται με την απελευθέρωση των αγορών, την αποκέντρωση του συστήματος συλλογικών διαπραγματεύσεων, τη μείωση των επιχειρηματικών φορολογικών συντελεστών, τα προγράμματα κατάρτισης και διά βίου εκπαίδευσης κ.ά.

### 2.2.3 Στασιμοπληθωρισμός (stagflation)

Ο στασιμοπληθωρισμός είναι το φαινόμενο της συνύπαρξης ή ακόμα και της ταυτόχρονης αύξησης πληθωρισμού κόστους και ανεργίας (οικονομικής στασιμότητας). Οι λόγοι που προκαλούν το φαινόμενο του στασιμοπληθωρισμού και άρα μειώνουν συνεχώς τη συνολική προσφορά αγαθών και υπηρεσιών έχουν ήδη παρουσιαστεί κατά την ανάλυση του πληθωρισμού κόστους.

Η καταπολέμηση του στασιμοπληθωρισμού είναι δύσκολη γιατί η σφιχτή νομισματική ή και δημοσιονομική πολιτική που λαμβάνει το κράτος για την καταπολέμηση του πληθωρισμού αυξάνει την ανεργία, ενώ αντίστροφα τα μέτρα που λαμβάνει για την καταπολέμηση της ανεργίας αυξάνουν τον πληθωρισμό.

Για την αντιμετώπιση του στασιμοπληθωρισμού το κράτος δεν θα πρέπει να λάβει μέτρα καθώς η οικονομία έχει από μόνη της την τάση να αυτορυθμίζεται μέσω της ευκαμψίας των τιμών και των μισθών στο επίπεδο της πλήρους απασχόλησης χωρίς πληθωρισμό. Αυτό συμβαίνει διότι όταν οι εργαζόμενοι αντιληφθούν την αύξηση του γενικού επιπέδου τιμών και τη συνακόλουθη μείωση των πραγματικών τους εισοδημάτων θα πιέσουν για αυξήσεις στους ονομαστικούς μισθούς, οι οποίες θα αυξήσουν το κόστος των επιχειρήσεων με αποτέλεσμα να μειωθεί η ζητούμενη ποσότητα εργασίας από τις τελευταίες και άρα να αυξηθεί η ανεργία. Η υπερβάλλουσα αυτή προσφορά εργασίας από τα άτομα (ανεργία), λόγω της υπόθεσης της ευκαμψίας των ονομαστικών μισθών, θα οδηγήσει με τη σειρά της σε μείωση των ονομαστικών μισθών, αφού οι άνεργοι, ανταγωνιζόμενοι μεταξύ τους, θα δεχτούν να δουλέψουν με χαμηλότερους μισθούς και άρα θα αυξηθούν η απασχόληση και η παραγόμενη - προσφερόμενη ποσότητα αγαθών, ώστε τελικά να καταπολεμηθεί ο στασιμοπληθωρισμός.

## 2.3 Ανεργία

Ανεργία είναι η κατάσταση ενός ατόμου, που, ενώ είναι ικανό, πρόθυμο και διαθέσιμο να απασχοληθεί, δεν δύναται να βρει εργασία και εμφανίζεται όταν υπάρχει πλεονάζουσα προσφορά εργασίας.

Ανεργία, συνεπώς, υπάρχει στην οικονομία όταν ο διαθέσιμος παραγωγικός συντελεστής εργασία δεν απασχολείται πλήρως. Όπως είναι φυσικό σε περιόδους οικονομικής ανάκαμψης ο αριθμός των ανέργων μειώνεται γιατί αυξάνεται η απασχόληση, ενώ σε περιόδους ύφεσης παρατηρείται το αντίθετο.

Η ακριβής μέτρηση του αριθμού των ανέργων είναι δύσκολη και γι' αυτό το ποσοστό είναι συνήθως υποεκτιμημένο.

Αυτό συμβαίνει γιατί υπάρχει η κεκρυμμένη ανεργία (αγρότες, αυτοαπασχολούμενοι σε οικογενειακές επιχειρήσεις) και επιπλέον επικρατεί η υπόθεση του αποθαρρυσμένου εργάτη, δεδομένου ότι πολλοί μη εργαζόμενοι έχουν απογοητευθεί και δε δηλώνουν ότι ζητούν εργασία. Αυτό οδηγεί πολλές φορές στο παράδοξο αποτέλεσμα όπου ενώ αυξάνεται η απασχόληση εν τούτοις δεν μειώνεται το μέγεθος του ποσοστού ανεργίας.

### 2.3.1 Το φυσικό ποσοστό ανεργίας

Το συνολικό εργατικό δυναμικό ( $N$ ) μιας οικονομίας ορίζεται ως το άθροισμα των απασχολουμένων ( $E$ ) και των ανέργων που ζητούν εργασία ( $U$ ), δηλαδή είναι:

$$u = \frac{N - E}{N} = \frac{U}{N}$$

### 2.3.2 Είδη Ανεργίας

#### Ανεργία Τριβής

Η ανεργία τριβής προέρχεται από την εκούσια μετακίνηση των ατόμων μεταξύ διαφορετικών επαγγελμάτων και αφορά το χρονικό διάστημα που κάποιος εγκαταλείπει την εργασία του μέχρι την πρόσληψή του σε κάποια άλλη εργασία. Η ανεργία τριβής έχει μόνιμο χαρακτήρα λόγω της συνεχής μετακίνησης των ατόμων στην αγορά εργασίας. Το ποσοστό των ανέργων από την ανεργία τριβής δεν είναι το ίδιο σε όλα τα επαγγέλματα.

#### Εποχική Ανεργία

Η εποχική ανεργία οφείλεται σε εποχικές μεταβολές της συνολικής ζήτησης εργασίας. Χαρακτηριστικοί κλάδοι όπου εμφανίζεται εποχική ανεργία είναι η γεωργία και ο τουρισμός. Το φαινόμενο της εποχικής ανεργίας εντάσσεται συνήθως στην ανεργία τριβής, γιατί υπάρχει το ενδεχόμενο οι εποχικά άνεργοι να βρουν προσωρινή απασχόληση κάπου αλλού. Σε αυτή την περίπτωση εποχική ανεργία υπάρχει μέχρι τη στιγμή που θα βρεθεί η προσωρινή απασχόληση.

#### Κυκλική Ανεργία

Η κυκλική ανεργία οφείλεται στην ανεπάρκεια της συνολικής ζήτησης εργασίας, δηλαδή οι κενές θέσεις εργασίας είναι λιγότερες από τον αριθμό των ατόμων που επιθυμούν να εργαστούν. Το φαινόμενο αυτό παρατηρείται σε περιόδους ύφεσης. Είναι ένα κατ' εξοχήν βραχυχρόνιο οικονομικό πρόβλημα, το οποίο μπορεί να περιορίσει η οικονομική πολιτική. Για την μείωση της κυκλικής ανεργίας λαμβάνονται κατά κανόνα δημοσιονομικά και νομισματικά μέτρα.

## Διαρθρωτική Ανεργία

Η διαρθρωτική ανεργία οφείλεται στην αδυναμία της προσφοράς εργασίας να προσαρμόζεται στις συνεχώς μεταβαλλόμενες ανάγκες της αγοράς εργασίας. Οι μεταβολές στην αγορά εργασίας οφείλονται στις μεταβολές των προτιμήσεων των καταναλωτών, στις μεταβολές των τεχνικών συνθηκών παραγωγής και στις μεταβολές στη σύνθεση του ΑΕΠ. Η καταπολέμηση της διαρθρωτικής ανεργίας γίνεται κυρίως με την επαγγελματική κατάρτιση και μετεκπαίδευση του εργατικού δυναμικού.

### 2.3.3 Νόμος του Okun

Ο νόμος του Okun βασίζεται στην υπόθεση ότι στην αγορά εργασίας εξασφαλίζονται συνθήκες πλήρους απασχόλησης. Σύμφωνα με το νόμο του Okun, η διαφορά μεταξύ του προϊόντος πλήρους απασχόλησης μιας οικονομίας και του πραγματικού επιπέδου προϊόντος, αυξάνει κατά 2,5 ποσοστιαίες μονάδες για κάθε μοναδιαία αύξηση της ανεργίας.

Η αλγεβρική έκφραση του νόμου του Okun είναι:

$$\frac{P_t - P_r}{P_t} = 2.5 \cdot (u_r - u_t)$$

Όπου:

$P_t$  = προϊόν πλήρους απασχόλησης

$P_r$  = πραγματικό επίπεδο προϊόντος

$u_r$  = πραγματικό ποσοστό ανεργίας

$u_t$  = φυσικό ποσοστό ανεργίας

---

### Παράδειγμα 10

Από την επεξεργασία στατιστικών στοιχείων έχει βρεθεί ότι η καμπύλη Phillips σε μια χώρα είναι:  $\pi = 9 + \pi^e - 0,5 \cdot u$

α) Ποιο είναι το φυσικό ποσοστό ανεργίας

β) Πόσο θα μεταβληθεί το ποσοστό της ανεργίας από μια απροσδόκητη αύξηση του πληθωρισμού από 2% στο 4%

Λύση

$$\pi = \pi^e - b \cdot (u_t - u^e)$$

α) Η γενική μορφή της καμπύλης Phillips είναι  $\pi = \pi^e - b \cdot (u_t - u^n)$ , όπου  $b > 0$ . Θα πρέπει, λοιπόν, να μετατρέψουμε την συνάρτηση που μας δίνεται στη γενική αυτή μορφή.

$$\pi = 9 + \pi^e - 0.5 \cdot v \Rightarrow \pi = 0.5 \cdot 18 + \pi^e - 0.5 \cdot v \Rightarrow \pi = \pi^e - 0.5 \cdot v + 0.5 \cdot 18 \Rightarrow \pi = \pi^e - 0.5 \cdot (v + 18).$$

Προκύπτει ότι το φυσικό ποσοστό ανεργίας είναι  $v^n = 18\%$ .

β) Σύμφωνα με την ανταλλακτική σχέση μεταξύ πληθωρισμού και ανεργίας που εκφράζει η καμπύλη Phillips, η απροσδόκητη αύξηση του πληθωρισμού,  $\pi = \pi_{-1}$ , απαιτεί να παραμείνει η ανεργία για ένα χρονικό διάστημα κάτω από το φυσικό της ποσοστό  $v_t = 18\%$ . Συγκεκριμένα, εφόσον θέλουμε να είναι  $\pi - \pi_{-1} = 2\%$ , δηλαδή  $\pi = \pi_{-1} + 2\%$ , γράφουμε την καμπύλη Phillips ως εξής:  $\pi = \pi_{-1} + 2\% = \pi_{-1} - 0.5 \cdot (v - 18\%)$ . Έτσι, παίρνουμε,  $-0.5 \cdot (v - 18\%) = 2\%$  και  $v = -0.14$  ή  $14\%$ . Δηλαδή, για να αυξηθεί ο πληθωρισμός κατά  $2\%$ , πρέπει για ένα διάστημα το ποσοστό της ανεργίας να είναι  $14\%$ , με άλλα λόγια, η κάτω από το φυσικό ποσοστό ανεργία, ή κυκλική ανεργία, πρέπει να διατηρηθεί σε επίπεδο:

$$v - v^n = 18\% - 14\% = 4\%.$$

## 2.4 Υπόδειγμα IS/LM

Το υπόδειγμα IS/LM (IS model) απεικονίζει τη σχέση μεταξύ των επιτοκίων και του παραγόμενου προϊόντος (Α.Ε.Π.) τόσο στην αγορά αγαθών και υπηρεσιών (πραγματική οικονομία) όσο και στην αγορά χρήματος. Η καμπύλη IS αντιπροσωπεύει την πραγματική οικονομία (παραγωγή προϊόντων, παροχή υπηρεσιών), και είναι φθίνουσα. Η καμπύλη LM αντιπροσωπεύει την επίδραση του χρηματοοικονομικού τομέα, και είναι αύξουσα.

Το υπόδειγμα IS/LM είναι ένα από τα σημαντικότερα εργαλεία της σύγχρονης μακροοικονομικής θεωρίας. Για διάφορους λόγους όμως, οι αγορές μπορεί να μην ισορροπούν, τότε η πραγματική προσφορά μπορεί να αποκλίνει από τη ζήτηση, οι αγορές να μην εκκαθαρίζουν "αυτόματα", και οι καμπύλες IS/LM που απεικονίζουν τη "γενική ισορροπία" όλων των αγορών (προϊόντων, υπηρεσιών και χρήματος) να μην είναι παρά ένα απλό υπόδειγμα.

Μια άλλη βάσιμη κριτική (Pasinetti) αφορά τη χρονική εξάρτηση των μεγεθών που περιγράφει η IS/LM, καθώς η τομή των δύο καμπυλών υπονοεί ταυτόχρονη ισορροπία. Στην πραγματικότητα όμως, και επίσης σύμφωνα με την περιγραφή του Keynes, πρόκειται για μια αναδρομική χρονική ακολουθία διαδοχικών και εναλλασσόμενων αποφάσεων στην "αγορά κεφαλαίων" και στην "αγορά αγαθών".

## 2.4.1 Καμπύλη LM

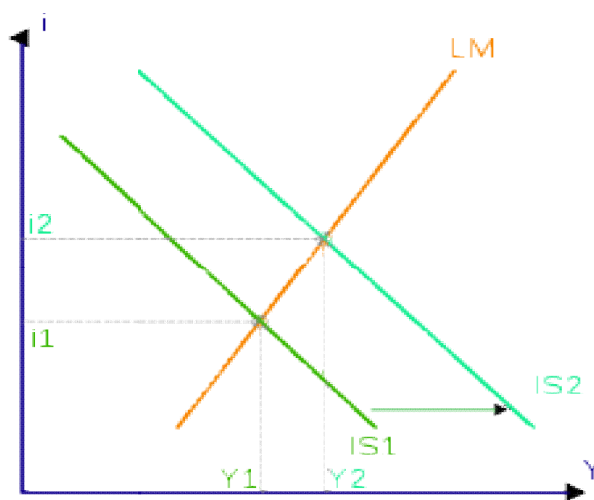
Η καμπύλη LM είναι μια αύξουσα καμπύλη, που συσχετίζει το πραγματικό ΑΕΠ ( $Y$ ) με το επιτόκιο ( $i$ ). Κάθε ένα σημείο της LM αντιπροσωπεύει ένα σημείο ισορροπίας μεταξύ της συνολικής προσφοράς χρήματος και της συνολικής ζήτησης χρήματος. Δηλαδή κάθε ένα σημείο της LM αντιπροσωπεύει ένα σημείο όπου του αριστερό μέλος της εξίσωσης  $M / P = L(i, Y)$  ισούται με το δεξί της μέλος. Το αριστερό μέλος αντιπροσωπεύει πραγματικές μετρούμενες ποσότητες. « $M$ »' είναι η συνολική ποσότητα (προσφορά) χρήματος και « $P$ »' το γενικό επίπεδο τιμών. Το δεξί μέλος αντιπροσωπεύει την καμπύλη ζήτησης χρήματος ή απλά ζήτηση χρήματος, που είναι συνάρτηση του **επιτοκίου** ( $i$ ) και του πραγματικού **ΑΕΠ** ( $Y$ ).

Η συνολική ποσότητα χρήματος, τουλάχιστον βραχυπρόθεσμα, είναι σταθερή και καθορίζεται από την κεντρική τράπεζα και τις εμπορικές τράπεζες.

Η ζήτηση χρήματος σημαίνει απλά την κατακράτηση ρευστοποιήσιμων μετρητών σε λογαριασμούς και καταθέσεις,

- 1) για λόγους καθημερινών συναλλαγών
- 2) για λόγους κερδοσκοπικούς

έναντι της δέσμευσης σε μακροπρόθεσμα ομόλογα. Όσο μεγαλύτερο το προϊόν (εισόδημα) μιας οικονομίας τόσο μεγαλύτερη η ζήτηση χρήματος για σκοπούς συναλλακτικούς. Ενώ όσο μεγαλύτερο το επιτόκιο τόσο μεγαλύτερη η ζήτηση χρήματος για κερδοσκοπία.



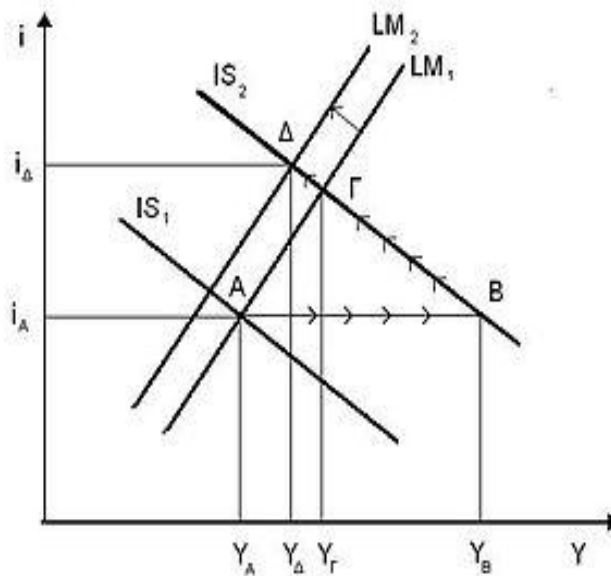
Σχήμα 145

## 2.4.2 Καμπύλη IS

Κάθε ένα σημείο της IS αντιπροσωπεύει ένα σημείο ισορροπίας μεταξύ της συνολικής επένδυσης (Investment) και της συνολικής αποταμίευσης (Saving). Η καμπύλη IS αντιπροσωπεύει την πραγματική οικονομία (παραγωγή προϊόντων, παροχή υπηρεσιών). Μείωση των επιτοκίων αυξάνει την παραγωγή. Η καμπύλη IS όπως ήδη αναφέρθηκε παραπάνω, είναι φθίνουσα. Με μείωση του επιτοκίου, η οικονομία μεταβάλλεται πάνω στη καμπύλη IS προς σημείο ισορροπίας, το οποίο αντιστοιχεί σε μεγαλύτερο προϊόν.

Μετατόπιση της IS: Στο Σχήμα 15 δίνεται ένα υποθετικό παράδειγμα μετατόπισης της IS προς τα δεξιά. Υποθέτοντας ότι το συνολικό προϊόν  $Y$  σαν συνάρτηση του επιτοκίου δίνεται από φθίνουσα γραμμική σχέση, τότε έχουμε έναν όρο ανάλογο του επιτοκίου με αρνητικό πρόσημο και έναν σταθερό όρο. Η μετατόπιση της IS δεξιά γίνεται με αύξηση του σταθερού όρου, που αποκαλείται "αυτόνομες επενδύσεις".

Σε μια πραγματική οικονομία έχει υποστηριχθεί ότι αυτό μπορεί να γίνει με αύξηση των κρατικών δαπανών και επενδύσεων. Δυστυχώς όμως δεν ισχύει μια απλή "υδραυλική" σχέση. Στην πραγματικότητα, η μετατόπιση της IS δεξιά μπορεί να οδηγήσει την LM αριστερά, και η οικονομία να ισορροπήσει τελικά σε σημείο με το ίδιο συνολικό προϊόν, αν και με ψηλότερο επιτόκιο.



Σχήμα 16



Στο σχήμα 16, διακρίνονται οι επιδράσεις της χρηματοδοτούμενης από έλλειμμα (έκδοση ομολόγων) αύξησης των κρατικών δαπανών σύμφωνα με το υπόδειγμα IS/LM. Με αρχικό σημείο το Α η δημοσιονομική επέκταση μετατοπίζει σημαντικά την IS προς τα δεξιά, το οποίο σημαίνει αύξηση του συνολικού εισοδήματος από ΥΑ σε ΥΒ, η οποία ακολουθείται, βάση της επίδρασης στη ζήτηση χρήματος, από άνοδο του επιτοκίου και συνεπώς μείωση των επενδύσεων και πτώση του εισοδήματος πάλι σε ΥΓ, δηλαδή κινείται πάνω στην IS προς το σημείο ισορροπίας Γ.

Ωστόσο η επίδραση των "αποφάσεων χαρτοφυλακίου" λόγω της προσφοράς επιπλέον ομολόγων σημαίνει ότι θα υπάρξει και (μικρή) μετατόπιση της LM αριστερά, επομένως το εισόδημα καταλήγει να είναι ΥΔ και το επιτόκιο  $i_D$ . Με άλλα λόγια υπάρχει σε κάποιο βαθμό η λεγόμενη "εκτόπιση του ιδιωτικού τομέα" με μείωση των ιδιωτικών επενδύσεων. Το ακριβές μέγεθος αυτής της "εκτόπισης" εξαρτάται από τις ελαστικότητες της ζήτησης χρήματος και των επενδύσεων ως προς το εισόδημα και το επιτόκιο.

**Επιτόκιο**, είναι το κόστος του χρήματος, δηλαδή η τιμή για τη χρήση συγκεκριμένου χρηματικού κεφαλαίου για συγκεκριμένη χρονική περίοδο. Υπάρχουν πολλά είδη επιτοκίων μέσα σε μια καπιταλιστική οικονομία. Επιτόκιο δανεισμού, καταθέσεως, πιστωτικών καρτών, διατραπεζικό, διακρατικό και πολλά άλλα. Συνήθως όταν αναφερόμαστε στο επιτόκιο ως τιμή εννοούμε μια συνισταμένη που αντιπροσωπεύει όλα τα είδη των επιτοκίων. Όλα τα είδη των επιτοκίων έχουν την ίδια κατεύθυνση, δηλαδή είτε όλα αυξάνονται, είτε όλα μειώνονται.

---

### ***Παράδειγμα 11***

*Αν το επιτόκιο δανεισμού είναι 4 % εννοούμε πως αν κάποιος θέλει να αγοράσει σήμερα κάποιες χρηματικές μονάδες (να δανειστεί χρήμα) θα πρέπει στο τέλος της περιόδου αναφοράς να πληρώσει μαζί με το κεφάλαιο που αγόρασε και 4 % επιπλέον.*

- 1) Σύμφωνα με την καθημερινή πρακτική το σύννηθες χρονικό διάστημα κατά το οποίο υπολογίζεται το επιτόκιο είναι το ένα έτος 360 ημέρες (όχι 365) χωρίς όμως να αποκλείονται και άλλα χρονικά διαστήματα.*
- 2) Το επιτόκιο αποτελεί τον τόκο κεφαλαίου για 100 χρηματικές μονάδες γι' αυτό συνήθως εκφράζεται ως ποσοστό επί τοις εκατό.*

*Το επιτόκιο υπόκειται σε αλλαγές που αντανακλούν τις συνθήκες της αγοράς. Ωστόσο η ρύθμιση των επιτοκίων δεν γίνεται αυτόματα, αλλά με αποφάσεις των κεντρικών τραπεζών. Τα κριτήρια με βάση τα οποία λαμβάνονται οι αποφάσεις*

μπορεί να είναι αρκετά σύνθετα, αφορούν στο σχεδιασμό της νομισματικής πολιτικής μιας οικονομίας, και είναι από τα κεντρικά θέματα που εξετάζει η μακροοικονομική.

---

### **Παράδειγμα 12**

Σε μια κλειστή οικονομία ισχύουν:

$$C = 90 + 0,80 Y$$

$$I = 160 - 40 r$$

$$\text{Προσφορά χρήματος } M = 400$$

$$\text{Ζήτηση χρήματος για συναλλαγματικούς σκοπούς: } M_r = 0,20 Y$$

$$\text{Ζήτηση χρήματος για κερδοσκοπικούς σκοπούς: } M_s = 200 - 20r$$

1) Να βρεθεί τόσο μαθηματικά όσο και διαγραμματικά η γενική ισορροπία της οικονομίας δηλαδή το εισόδημα και το επιτόκιο ισορροπίας που εξασφαλίζουν ταυτόχρονα την ισορροπία στις αγορές αγαθών και χρήματος.

2) Αν οι αυτόνομες επενδύσεις των επιχειρήσεων αυξηθούν κατά 20% και η προσφορά του χρήματος αυξηθεί κατά 25 μονάδες, τότε να εξετάσετε ξεχωριστά κάθε μια από τις 2 παραπάνω μεταβολές και να βρείτε τις νέες τιμές ισορροπίας του εισοδήματος και του επιτοκίου.

**Λύση:**

1) Συνθήκη ισορροπίας στην αγορά αγαθών και υπηρεσιών (IS)

$$Y = C + I \Rightarrow Y = 90 + 0,80 Y + 160 - 40r \Rightarrow Y - 0,80 Y = 160 + 90 - 40r$$

$$\Rightarrow 0,20 Y = 250 - 40r \Rightarrow Y = (250 - 40r) / 0,2 \Rightarrow Y = 1250 - 200r$$

Συνθήκη ισορροπίας στην αγορά χρήματος (LM)

$$M = M_r + M_s \Rightarrow 400 = 0,20 Y + 200 - 20r \Rightarrow 400 - 200 + 20r = 0,20 Y \Rightarrow 200$$

$$+ 20r = 0,20 Y \Rightarrow Y = (200 + 20r) / 0,2 \Rightarrow Y = 1000 + 100r$$

- Από τις δύο παραπάνω σχέσεις έχουμε:

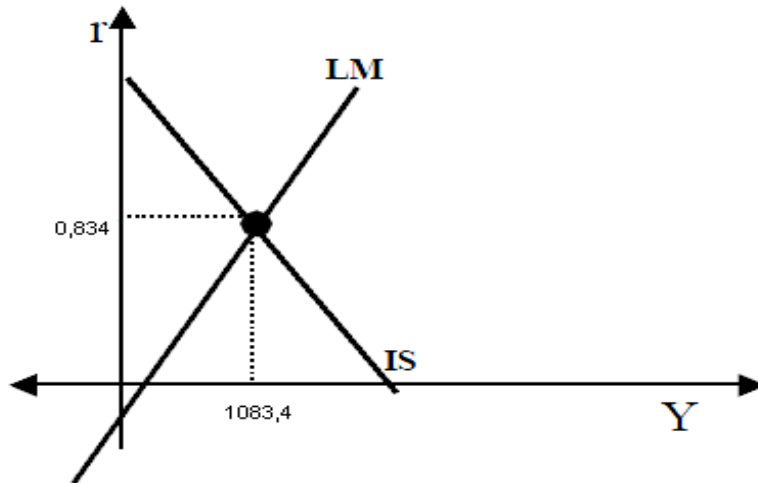
$$IS = LM \Rightarrow Y = 1250 - 200r \text{ και } Y = 1000 + 100r$$

$$1250 - 200r = 1000 + 100r \Rightarrow 1250 - 1000 = 200r + 100r \Rightarrow 250 = 300r$$

$$\Rightarrow r = 5/6 \text{ ή } r = 0,834$$

- Αντικαθιστώντας το  $r$  σε οποιαδήποτε  $Y$  θα έχω:

$$\text{Για LM } \Rightarrow Y = 1000 + 100r \Rightarrow Y = 1000 + 100 \cdot 0,834 \Rightarrow Y = 1.083,4$$



Σχήμα 17

2) Οι αυτόνομες επενδύσεις των επιχειρήσεων αυξάνονται κατά 20%

Αφού οι  $I_0$  αυξάνουν κατά 20% αυτό σημαίνει ότι τελικά γίνονται

$$I_0 = 160 + 160 \cdot (0,20) = 192$$

Οπότε τώρα πρέπει να βρούμε την νέα εξίσωση  $IS'$

$$Y = C + I \Rightarrow Y = 90 + 0,80 Y + 192 - 40r \Rightarrow 0,2 Y = 282 - 40r \Rightarrow$$

$$Y = 1410 - 200r \text{ (νέα σχέση } IS')$$

- Από τις δύο παραπάνω σχέσεις έχουμε:

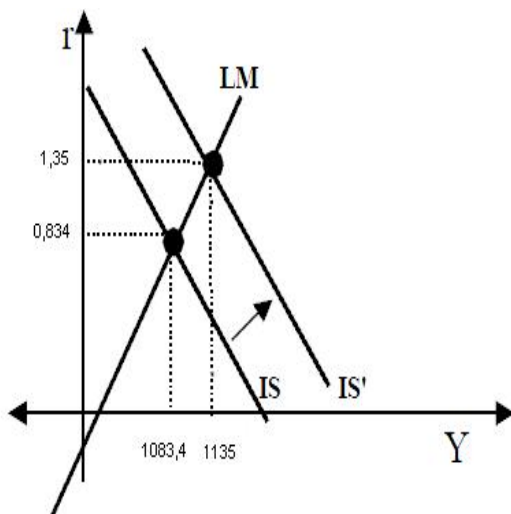
$$IS' = LM \Rightarrow Y = 1410 - 200r \text{ και } Y = 1000 + 100r$$

$$1410 - 200r = 1000 + 100r \Rightarrow 1410 - 1000 = 200r + 100r \Rightarrow 410 = 300r$$

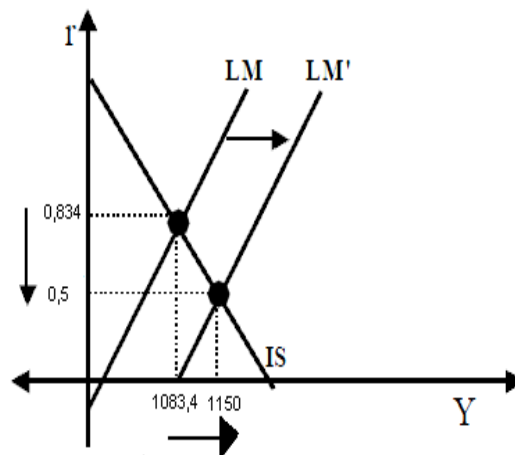
$$\Rightarrow r = 4,1/3 \text{ ή } r = 1,35$$

- Αντικαθιστώντας το  $r$  σε οποιαδήποτε  $Y$  θα έχω:

$$\text{Για } LM \Rightarrow Y = 1000 + 100r \Rightarrow Y = 1000 + 100 \cdot 1,35 \Rightarrow Y = 1.135$$



Σχήμα 18



Σχήμα 19

Η προσφορά χρήματος αυξάνει κατά 25 μονάδες

Αφού οι  $M$  αυξάνει κατά 25 μονάδες αυτό σημαίνει ότι τελικά γίνονται

$$M = 400 + 25 \Rightarrow M = 425$$

Οπότε τώρα πρέπει να βρούμε την νέα εξίσωση  $LM'$

$$M = M_r + M_s \Rightarrow 425 = 0,20 Y + 200 - 20r \Rightarrow 225 + 20r = 0,20 Y \Rightarrow$$

$$Y = (225 + 20r) / 0,20 \Rightarrow Y = 1100 + 100r \text{ (νέα σχέση } LM')$$

Από τις δύο παραπάνω σχέσεις έχουμε:

$$IS = LM' \Rightarrow Y = 1250 - 200r \text{ και } Y = 1100 + 100r$$

$$1250 - 200r = 1100 + 100r \Rightarrow 150 = 300r \Rightarrow r = 0,50$$

- Αντικαθιστώντας το  $r$  σε οποιαδήποτε  $Y$  θα έχω:

$$\text{Για } LM' \Rightarrow Y = 1100 + 100r \Rightarrow Y = 1100 + 100 \cdot 0,5 \Rightarrow Y = 1.150$$

---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### Βασικά Χρηματιστηριακά Μεγέθη

Το παρακάτω κεφάλαιο περιλαμβάνει βασικά χρηματιστηριακά μεγέθη τα οποία αφορούν κατά κύριο λόγο επενδυτές. Ο σκοπός τους είναι η κατάλληλη διαχείρισή τους, μέσω αγοραπωλησιών ή ανταλλαγών, στην πάροδο του χρόνου για τη δημιουργία μέγιστου δυνατού κέρδους. (Για το κεφάλαιο αυτό χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία από τις πηγές [2], [3], [8], [15], [17], [23], [29], [30]).

#### 3.1 Μετοχές

**Μετοχή** είναι ένα από τα ίσα μερίδια, στα οποία διαιρείται το κεφάλαιο μιας ανώνυμης εταιρίας. Η μετοχή, ως αξιόγραφο, ενσωματώνει τα δικαιώματα του μετόχου που πηγάζουν από τη συμμετοχή του στην ανώνυμη εταιρία. Τα δικαιώματα αυτά, είναι ανάλογα του αριθμού μετοχών που κατέχει ο μέτοχος. Ενδεικτικά δικαιώματα που προκύπτουν από την κατοχή μετοχών είναι το ποσοστό ίσο με τον αριθμό των μετοχών που κατέχει ο μέτοχος προς το σύνολο των μετοχών της εταιρείας, του μερίσματος από τα διανεμόμενα κέρδη της εταιρίας, καθώς και αντίστοιχο ποσοστό από την περιουσία της εταιρίας, σε περίπτωση που αυτή διαλυθεί. Αντίστοιχα έχει και τον αναλογούντα αριθμό ψήφων στην Γενική Συνέλευση των μετόχων, εκτός εάν κατέχει μετοχές άνευ ψήφου.

Οι μετοχές μπορεί να διακρίνονται σε κοινές, προνομιούχες και επικαρπίας, ονομαστικές και ανώνυμες, μετά ψήφου ή χωρίς ψήφο, σε διαπραγματεύσιμες σε Χρηματιστήριο ή σε μη διαπραγματεύσιμες.

**Η κοινή μετοχή** είναι ο πιο συνηθισμένος τύπος μετοχής και περιλαμβάνει όλα τα βασικά δικαιώματα ενός μετόχου, όπως δικαίωμα συμμετοχής στα κέρδη, στην έκδοση νέων μετοχών, στο προϊόν της εκκαθάρισης, καθώς και δικαίωμα ψήφου στη Γενική Συνέλευση της εταιρείας και συμμετοχής στη διαχείρισή της.

**Η προνομιούχος μετοχή** προσφέρει απλά ένα προβάδισμα έναντι των κατόχων κοινών μετοχών, στη λήψη μερίσματος και στη λήψη του προϊόντος της εκκαθάρισης σε περίπτωση διάλυσης της επιχείρησης, αλλά συνήθως στερείται του δικαιώματος ψήφου και συμμετοχής στη διαχείριση της επιχείρησης.

**Οι μετοχές επικαρπίας** δίνουν όλα τα δικαιώματα των κοινών μετοχών στους κατόχους τους, εκτός από : α. συμμετοχή στη διανομή του πρώτου μερίσματος και β. συμμετοχή στη διανομή του μετοχικού κεφαλαίου κατά την εκκαθάριση

**Οι ονομαστικές μετοχές** μπορεί να έχουν το όνομα του μετόχου πάνω και γι' αυτό καλούνται ονομαστικές. Κάποιες κατηγορίες εταιρειών, όπως οι κατασκευαστικές και οι επενδυτικές, έχουν υποχρεωτικά ονομαστικές μετοχές.

Πολλές μετοχές εταιρειών δεν αναγράφουν όνομα, οπότε καλούνται **ανώνυμες μετοχές**.

Όταν μια επιχείρηση που έχει εκδώσει μετοχές έχει κέρδη, μπορεί να μοιράσει μέρος των κερδών αυτών στους μετόχους της με την μορφή μερίσματος, που αντιστοιχεί σε κάποιο ποσό ανά μετοχή.

### **3.1.1 Αξίες Μετοχών**

#### **Ονομαστική αξία μετοχής**

Η ονομαστική αξία μιας μετοχής προκύπτει από τη διαίρεση του μετοχικού κεφαλαίου που έχει καταβληθεί στο ταμείο της εταιρείας με τον αριθμό των μετοχών που έχουν εκδοθεί.

---

#### **Παράδειγμα 13**

*Αν μια εταιρεία με μετοχικό κεφάλαιο 500.000.000€ εκδώσει 20.000.000 μετοχές η ονομαστική αξία της είναι 25€.*

---

Η απόφαση για το ύψος της ονομαστικής αξίας είναι πολύ σημαντική και κρίσιμη διότι αν έχει πολύ υψηλή τιμή θα είναι δύσκολο σε νέους μετόχους να επενδύσουν στην εταιρεία. Αν πρόκειται για Ανώνυμη Εταιρεία οι μετοχές της οποίας ανήκουν σε λίγα άτομα, τότε συνήθως οι μετοχές που εκδίδονται είναι λίγες και η ονομαστική αξία τους είναι υψηλή.

#### **Λογιστική αξία (Εσωτερική αξία) μετοχής**

Ως λογιστική αξία ορίζεται το πηλίκο της καθαρής παρουσίας της εταιρείας προς τον αριθμό των μετοχών της. Η καθαρά περιουσία υπολογίζεται από τη σχέση **Κ.Π= Ενεργητικό-κυρίως παθητικό**

## Χρηματιστηριακή αξία μετοχής

Αν η Α.Ε έχει εισαχθεί στο χρηματιστήριο, κατά συνέπεια οι μετοχές της διαπραγματεύονται καθημερινά, διαμορφώνεται μια τιμή ως αποτέλεσμα της προσφοράς και της ζήτησης της μετοχής. Αυτή η τιμή ονομάζεται "Χρηματιστηριακή αξία μετοχής". Η χρηματιστηριακή αξία δεν απεικονίζει πάντα την πραγματική αξία μιας μετοχής αλλά σε αυτήν εμπεριέχονται και οι προσδοκίες των επενδυτών είτε είναι αρνητικές είτε θετικές.

## Πραγματική αξία μετοχής

Ως πραγματική αξία μιας μετοχής ονομάζεται το πηλίκο Καθαρά περιουσία/αριθμός μετοχών. **Κ.Π. = Ενεργητικό + υπεραξία – Παθητικό**

## Τιμές μετοχής

Εκτός από την ονομαστική, τη λογιστική και τη χρηματιστηριακή αξία υπάρχουν και άλλες τρεις αξίες που καθορίζουν τις επενδυτικές επιλογές τόσο των εταιρειών όσο και των επενδυτών που θέλουν να αγοράσουν μετοχές μιας Α.Ε είτε στην αρχή της σύστασης τους είτε σε κάποια αύξηση μετοχικού κεφαλαίου. Οι αξίες αυτές είναι οι παρακάτω:

### Τιμή μετοχής στο άρτιο:

Όταν μια μετοχή διατίθεται στους επενδυτές στην ονομαστική αξία της, τότε λέμε ότι διατίθεται στο άρτιο

#### 1. Τιμή μετοχής υπέρ το άρτιο

Αν μια μετοχή δίδεται σε τιμή μεγαλύτερη από την ονομαστική αξία τότε λέμε ότι η μετοχή έχει τιμή υπέρ το άρτιο. Η διαφορά της τιμής αυτής αν πρόκειται για αύξηση κεφαλαίου τότε καλύπτει το επενδυτικό σχέδιο μιας εταιρείας, αν πρόκειται για μεταπώληση από κάποιο μέτοχο είναι το κέρδος του από την πώληση.

#### 2. Τιμή μετοχής υπό το άρτιο

Αντίθετη από την τιμή υπέρ το άρτιο, που όμως απαγορεύεται στην Ελλάδα.

### 3.1.2 Μέρισμα

Στο τέλος κάθε οικονομικής χρήσης, οι εταιρείες διανέμουν ένα ποσό από τα καθαρά κέρδη στους μετόχους τους, το μέρισμα. Εκ πρώτης άποψης το μέρισμα φαίνεται να είναι ένα πολύ μικρό ποσό, αλλά αν αναλογιστεί κανείς ότι δίδεται ανά μετοχή, μπορεί να αποτελέσει ένα καλό εισόδημα. Επίσης το ύψος του μερίσματος καθορίζει και την μερισματική απόδοση της εταιρείας. Όσο πιο

καλή μερισματική απόδοση έχει τόσο πιο μεγάλη αξία έχει η μετοχή της. Το ύψος του μερίσματος αποφασίζεται στη γενική συνέλευση της εταιρείας.

Αυτοί που ισχυρίζονται ότι τα μερίσματα δεν έχουν σχέση με την αποτίμηση του μετοχικού κεφαλαίου, υποστηρίζουν ότι τα μερίσματα δεν παίζουν κανένα όλο στη λήψη επενδυτικών αποφάσεων και ότι δεν επηρεάζουν το αποτέλεσμα των κερδών που δημιουργούνται από τις επενδυτικές στρατηγικές. Το επιχείρημά τους είναι ότι τα μερίσματα είναι η τελευταία πληρωμή που πρέπει να γίνει, αφού ληφθούν όλες οι άλλες αποφάσεις. Επειδή τα κέρδη και το κόστος των κοινών μετοχών δεν αλλάζουν όταν αλλάζει η μερισματική πολιτική, θα μπορούσε να πει κανείς ότι η αξία της επιχείρησης δεν αλλάζει. Επίσης θεωρείται δεδομένο ότι η επιχείρηση πρέπει να επανεπενδύσει όλα τα αδιανέμητα κέρδη της, αρκεί βέβαια, η απόδοση να είναι τουλάχιστον ίση (αν όχι υψηλότερη) από οποιαδήποτε απόδοση θα μπορούσαν να πετύχουν οι επενδυτές στην αγορά.

Μια άλλη ομάδα οικονομολόγων υποστηρίζει ότι τα μερίσματα, πράγματι, έχουν σημασία για τον προσδιορισμό της αξίας μιας επιχείρησης. Ισχυρίζονται ότι, στον πραγματικό κόσμο, τα μερίσματα είναι σημαντικά για τους μετόχους και, εφόσον ισχύει αυτό, παίζουν κάποιο ρόλο στη διαδικασία αποτίμησης. Οι υποστηρικτές αυτής της άποψης δηλώνουν ότι είναι τρεις οι λόγοι για τους οποίους οι επενδυτές προτιμούν τα μερίσματα και η αξία της επιχείρησης επηρεάζεται από τη διανομή μερισμάτων.

Πρώτον, ένα χρηματικό μέρισμα σήμερα, αξίζει περισσότερο από ένα μελλοντικό χρηματικό ποσό που θα προέλθει από τα επανεπενδεδυμένα αδιανέμητα κέρδη. Όταν μια επιχείρηση καταβάλει μερίσματα τοις μετρητοίς, μειώνει την αβεβαιότητα των επενδυτών. Αυτό μειώνει τον κίνδυνο και αυτό το γεγονός με τη σειρά του μειώνει το προεξοφλητικό επιτόκιο (Κ<sub>ε</sub>). Αυτό σημαίνει ότι το προεξοφλητικό επιτόκιο που αποδίδεται στα μερίσματα (Κ<sub>μ</sub> μερισμάτων) είναι χαμηλότερο από το προεξοφλητικό επιτόκιο που αποδίδεται στα μελλοντικά παρακρατηθέντα κέρδη.

### **Κ μερισμάτων < Κ παρακρατηθέντων κερδών**

Αν η αξία μιας μετοχής προσδιορίζεται με την προεξόφληση της μελλοντικής ροής των αποδόσεων, τότε το χαμηλότερο προεξοφλητικό επιτόκιο που θα έχει αποδοθεί στα μερίσματα, θα επηρεάσει ευνοϊκά την αξία των μετοχών.

Δεύτερον, το «ενημερωτικό περιεχόμενο» της ενέργειας της διανομής των μερισμάτων είναι ένας ακόμα σημαντικός παράγοντας που συσχετίζει τα μερίσματα από την αποτίμηση των μετοχών. Όταν μια επιχείρηση διανέμει



μερίσματα, δείχνει στους επενδυτές ότι αναμένει να δημιουργήσει τα κέρδη που είναι απαραίτητα για την καταβολή αυτών των μερισμάτων στο μέλλον. Αντίστροφα, όταν μια επιχείρηση σταματά τη διανομή μερισμάτων, δηλώνει στους επενδυτές ότι κάτι δεν πάει καλά. Οποιαδήποτε μεταβολή της μερισματικής πολιτικής θα επηρεάσει τη στάση των επενδυτών απέναντι στην επιχείρηση, γεγονός που με τη σειρά του θα επηρεάσει την τρέχουσα τιμή της μετοχής.

Μερικές φορές μια επιχείρηση μειώνει τα μερίσματα για να διατηρήσει τη βάση της ρευστότητάς της και μπορεί να πείσει τους επενδυτές ότι, μακροπρόθεσμα, τα επανεπενδεδυμένα κέρδη να οδηγήσουν σε πολύ υψηλότερα μερίσματα.

Τρίτον, το φαινόμενο των «ευκαιριακών επενδυτών» υποδηλώνει ότι ορισμένοι επενδυτές χρειάζονται ή προτιμούν το τρέχον εισόδημα από ένα μελλοντικό εισόδημα. Αυτό ισχύει ιδιαίτερα για τους επενδυτές χαμηλού ή μέσου εισοδήματος, οι οποίοι δεν ενδιαφέρονται και τόσο για τις υψηλότερες αποδόσεις που μπορεί να καταβληθούν κάποια στιγμή στο μέλλον. Αυτή η ομάδα των οπαδών των μερισμάτων προτιμά τις μετοχές που αποφέρουν σταθερά μερίσματα και προσφέρουν υψηλή μερισματική απόδοση.

Στον κόσμο της θεωρίας είναι δυνατό να δημιουργήσουμε ένα ελεγχόμενο περιβάλλον και να παρουσιάσουμε μια καλή υπόθεση για να υποστηρίξουμε τη συγκεκριμένη θέση. Θεωρητικά, η απόφαση για την ανάληψη μιας επένδυσης και για τον κατάλληλο προγραμματισμό ώστε να επιτευχθεί συγκεκριμένη αύξηση κερδών είναι ανεξάρτητη από τη μερισματική πολιτική.

## 3.2 Ομόλογα

Ένα ομόλογο είναι ένα χρεόγραφο, για το οποίο ο εκδότης έχει την υποχρέωση να καταβάλει, στη λήξη της σύμβασης, την ονομαστική αξία αυτού και στην περίπτωση των ομολόγων με κουπόνι, σε τακτά προκαθορισμένα διαστήματα ποσό χρημάτων (το κουπόνι). Άλλοι όροι μπορούν επίσης να συνδεθούν με την έκδοση ομολόγου, όπως η υποχρέωση για τον εκδότη να παρέχει ορισμένες πληροφορίες στον κάτοχο ομολόγων ή άλλοι περιορισμοί στη συμπεριφορά του εκδότη. Τα ομόλογα εκδίδονται γενικώς για ένα καθορισμένης διάρκειας χρονικό διάστημα (η λεγόμενη ωριμότητα), μεγαλύτερο του ενός έτους.

Ένα ομόλογο είναι απλώς ένα δάνειο, το οποίο αντλείται από τον εκδότη του δανείου όχι μέσω της τραπεζικής διαμεσολάβησης αλλά μέσω των κεφαλαιαγορών. Ο εκδότης είναι ο οφειλέτης, ο κάτοχος ομολόγων ο δανειστής

και το κουπόνι (αν υπάρχει) είναι ο τόκος. Τα ομόλογα επιτρέπουν στον εκδότη να χρηματοδοτήσει μακροπρόθεσμες επενδύσεις με εξωτερικά κεφάλαια. Μπορεί κανείς λοιπόν να διακρίνει ότι τα στοιχεία που προσδίδουν σε ένα ομόλογο την ταυτότητά του είναι πρώτον ο εκδότης, δεύτερον το κουπόνι (αν υπάρχει) με βάση το οποίο θα γίνονται οι τακτικές πληρωμές και τρίτον η χρονική διάρκεια της σύμβασης. Χρεόγραφα με ωριμότητα μικρότερη του ενός έτους είναι είτε γραμμάτια ή συναλλαγματικές και θεωρούνται εργαλεία της αγοράς χρήματος.

Τα ομόλογα και οι μετοχές είναι και τα δύο χρεόγραφα, αλλά η διαφορά είναι ότι οι κάτοχοι μετοχών είναι ιδιοκτήτες ενός μέρους (τμήματος) της εκδότριας εταιρείας (έχουν εταιρικό μερίδιο), ενώ οι κάτοχοι ομολόγων είναι στην ουσία δανειστές του εκδότη. Επίσης τα ομόλογα έχουν συνήθως έναν καθορισμένο χρόνο ή ωριμότητα, μετά την πάροδο της οποίας το ομόλογο εξαγοράζεται ενώ οι μετοχές μπορούν να είναι, κατά κάποιο τρόπο, αόριστου χρόνου. Τέλος, η πληρωμή του αντίστοιχου κουπονιού ενός ομολόγου προηγείται της απόδοσης μερίσματος από την αντίστοιχη εταιρεία (γεγονός πολύ σημαντικό σε περίπτωση πτώχευσης της εταιρείας και επιπλέον, ο κάτοχος του ομολόγου μπορεί να προσφύγει στη δικαιοσύνη στην περίπτωση που δεν του αποδοθεί το κουπόνι του, ενώ με το μερίσμα μιας μετοχής δεν ισχύει κάτι τέτοιο).

Τα κύρια σημεία των ομολόγων είναι τα εξής:

- Εκδότης: Είναι ο χρηματοοικονομικός οργανισμός (τράπεζα, εταιρεία, κράτος) ο οποίος δανείζεται κεφάλαια από τους επενδυτές με την έκδοση του ομολόγου: (μπορεί να είναι η κυβέρνηση ή μια εταιρεία).
- Τοκομερίδιο (κουπόνι): Οι περιοδικές πληρωμές τόκου που καταβάλλονται στον κάτοχο του ομολόγου.
- Απόδοση (Yield): Το καθαρό κέρδος από την αγορά των ομολόγων, το οποίο βασίζεται στην τιμή αγοράς και τον τόκο που θα αποκομίσει μέσω των κουπονιών ο επενδυτής.
- Απόδοση στη λήξη (yield to maturity): Η απόδοση που αποφέρει ένα ομόλογο από την ημερομηνία αγοράς έως την ημερομηνία λήξης του.
- Απόδοση κατά την ημερομηνία εξαγοράς (yield to call): Η απόδοση που αποφέρει ένα ομόλογο από την ημερομηνία αγοράς μέχρι την ημερομηνία εξαγοράς του από τον εκδότη του

Όπως προαναφέραμε τα βασικά χαρακτηριστικά είναι ο εκδότης, το κουπόνι αλλά και χρονική διάρκεια της σύμβασης. Δεν είναι μόνο αυτά όμως.

### 3.2.1 Βασικά χαρακτηριστικά ομολόγων:

1. **Ονομαστική Αξία (Face Value):** Είναι το αρχικό ποσό έκδοσης του χρεογράφου το οποίο ο εκδότης υπόσχεται να αποπληρώσει στην ημερομηνία λήξης του ομολόγου.
2. **Τιμή (Price):** Η τιμή του ομολόγου ορίζεται με βάση το εκατό (100), το οποίο αντιστοιχεί στην ονομαστική του αξία. Όταν η τιμή του ομολόγου είναι υψηλότερη από την ονομαστική του αξία, δηλαδή υπέρ το άρτιο (100), το ομόλογο διαπραγματεύεται με ανατίμηση (premium). Όταν η τιμή του ομολόγου είναι χαμηλότερη από την ονομαστική του αξία, δηλαδή υπό το άρτιο (100), το ομόλογο διαπραγματεύεται με έκπτωση (discount). Με βάση τα ανωτέρω, διακρίνουμε τις εξής τιμές:
  - i) **Τιμή Έκδοσης (Issue Price):** Η τιμή στην οποία διατίθεται το ομόλογο από τον εκδότη του, κατά την έκδοσή του.
  - ii) **Τιμή Αγοράς:** Η τιμή στην οποία ο επενδυτής αγοράζει το ομόλογο.
  - iii) **Τιμή Πώλησης:** Η τιμή στην οποία ο επενδυτής πουλάει το ομόλογο.
  - iv) **Τιμή Αποπληρωμής (Redemption Price):** Η τιμή στην οποία αποπληρώνει ο εκδότης τον επενδυτή, κατά την λήξη του.
3. **Ονομαστικά (nominal bond):** είναι τυπωμένο σε ένα κομμάτι χαρτί (paper form) και έχει τυπωμένο το όνομα του κατόχου.
4. **Ημερομηνία Έκδοσης (Issue Date):** Ημερομηνία έκδοσης ομολόγου.
5. **Ημερομηνία Λήξης (Maturity Date):** Ημερομηνία λήξης ομολόγου.
6. **Επιτόκιο / Τοκομερίδιο (Coupon) έκδοσης:** Είναι το επιτόκιο βάσει του οποίου υπολογίζονται οι τόκοι του ομολόγου σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο (συνήθως μήνας, τρίμηνο, εξάμηνο, ή έτος) και εκφράζεται ως ποσοστό επί τοις 100 (%), επάνω στην ονομαστική αξία του ομολόγου. Το κουπόνι, το οποίο ορίζεται κατά την έκδοση του ομολόγου, μπορεί να είναι σταθερό ή κυμαινόμενο.
7. **Επιτόκιο Έκδοσης (coupon rate):** Υπάρχουν ομόλογα σταθερού επιτοκίου (fixed rate bond), δηλαδή ομόλογα που πληρώνουν το ίδιο τοκομερίδιο σε όλη την διάρκεια της ζωής τους, και ομόλογα μεταβλητού ή κυμαινόμενου επιτοκίου (adjustable, variable rate bond), δηλαδή ομόλογα των οποίων το επιτόκιο μεταβάλλεται κατά την διάρκεια της ζωής τους σύμφωνα με κάποιο άλλο βασικό επιτόκιο. Για παράδειγμα τα γραμμάτια κυμαινόμενου επιτοκίου, είναι γραμμάτια τα οποία έχουν ένα επιτόκιο το οποίο δεν είναι σταθερό αλλά κυμαίνεται ανάλογα με τα επιτόκια της αγοράς. Το ποσό του τοκομεριδίου κάθε γραμματίου κυμαινόμενου επιτοκίου θα είναι

συνδεδεμένο με ένα επιτόκιο αναφοράς, δηλαδή ένα βραχυπρόθεσμο επιτόκιο της αγοράς.

---

*Παράδειγμα:14*

*Ένα συνηθισμένο επιτόκιο αναφοράς είναι για τα ομόλογα που αποτιμώνται σε ευρώ είναι το EURIBOR: ένα ομόλογο κυμαινόμενου επιτοκίου μπορεί να εκδοθεί π.χ. με επιτόκιο EURIBOR + 2%. Αυτό σημαίνει ότι ο εκδότης θα πληρώνει στον κάτοχο τοκομερίδια 2% πάνω από το εκάστοτε επιτόκιο EURIBOR. Το ποσοστό μεταξύ του επιτοκίου του τοκομεριδίου και του επιτοκίου αναφοράς είναι το λεγόμενο περιθώριο (margin).*

---

- 8. Συχνότητα τοκομεριδίου (coupon frequency):** Τα τοκομερίδια καθορίζονται από το επιτόκιο έκδοσης και η συχνότητα πληρωμής τους διαφέρει από έκδοση σε έκδοση. Παράδειγμα: Τα τοκομερίδια σε κρατικά ομόλογα συνήθως πληρώνονται μία φορά τον χρόνο, εκτός των τοκομεριδίων ομολογιών Η.Π.Α. όπου η πληρωμή γίνεται δύο φορές το χρόνο.
- 9. Ωριμότητα ή ημερομηνία λήξης (maturity):** η ημερομηνία κατά την οποία ο εκδότης έχει να αποπληρώσει το ονομαστικό ποσό. Εφ' όσον όλες οι πληρωμές έχουν γίνει, ο εκδότης δεν έχει πλέον καμία υποχρέωση προς τους κατόχους ομολόγων μετά την ημερομηνία λήξης. Η ωριμότητα μπορεί να είναι οποιοδήποτε χρονικό διάστημα, αν και οι χρεωστικοί τίτλοι με διάρκεια μικρότερη του ενός έτους συχνά αντιμετωπίζονται ως προϊόντα χρηματαγοράς και όχι ως ομόλογα. Τα περισσότερα ομόλογα έχουν διάρκεια μέχρι και τριάντα χρόνια. Ορισμένα ομόλογα έχουν εκδοθεί με διάρκεια μέχρι και εκατό χρόνια, και μερικά δεν ωριμάζουν ποτέ.
- 10. Δεδουλευμένος Τόκος (Accrued Interest):** Είναι ο οφειλόμενος από τον εκδότη αλλά μη απαιτητός ακόμα από τον επενδυτή (κάτοχο του ομολόγου) τόκος που έχει σωρευτεί μεταξύ της ημερομηνίας τελευταίας πληρωμής τοκομεριδίου και της ημερομηνίας πώλησης του ομολόγου.
- 11. Δικαιώματα ανάκλησης ή επιστροφής:** είναι τα ειδικά ομόλογα, για τα οποία εξ αρχής υπάρχει πρόβλεψη, ενσωματωμένου σε αυτά δικαιώματος του εκδότη (αρχικού πωλητή), να αγοράσει τα ομόλογα πριν από τη λήξη τους (ή/και) δικαίωμα του κατόχου (αγοραστή), να τα πωλήσει στον αρχικό εκδότη πριν από τη λήξη τους. Αυτές οι προβλεπόμενες συναλλαγές, γίνονται με προκαθορισμένες τιμές σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές.

- 12.Μετατρέψιμα σε μετοχές ή άλλα αξιόγραφα:** ο κάτοχος μπορεί να μετατρέψει τα ομόλογα σε κοινές μετοχές της εκδότριας εταιρείας ή σε μετρητά ίσης αξίας, σε συμφωνημένη τιμή.
- 13.Εγγύηση / Ενέχυρο ομολόγου:** Το ποσό πληρωμής είναι εγγυημένο από κάποιον άλλο πέραν του εκδότη του ομολόγου
- 14.Εύλογη Αξία (Fair Value):** Είναι το άθροισμα της παρούσας αξίας των μελλοντικών χρηματοροών του ομολόγου (κουπόνια και ονομαστικό ποσό στη λήξη).
- 15.Απόδοση μέχρι τη Λήξη (Yield to Maturity):** Είναι η απόδοση που θα αποκομίσει ο επενδυτής ενός ομολόγου κρατώντας το έως την λήξη του και εκφράζεται ως ποσοστό επί τοις 100 (%).
- 16.Απλό Περιθώριο (Quoted Margin):** (είναι χαρακτηριστικό των ομολόγων κυμαινόμενου επιτοκίου). Το Απλό Περιθώριο είναι το σταθερό ποσοστό κατά το οποίο το τοκομερίδιο του ομολόγου διαφέρει από το επιτόκιο αναφοράς. Παραδείγματος χάριν, εάν ένα ομόλογο κυμαινόμενου επιτοκίου πληρώνει τοκομερίδιο LIBOR + 2%, το 2% αποτελεί το απλό περιθώριο του ομολόγου, καθορίζεται κατά την έκδοση του ομολόγου και είναι συνήθως σταθερό μέχρι την ημερομηνία λήξης του. Το Απλό Περιθώριο μπορεί επίσης να μην αναφέρεται ως ποσοστό επί της εκατό, αλλά σε μονάδες βάσης (Basis Points), όπου οι 100 μονάδες βάσης αντιστοιχούν σε 1%.
- 17.Προεξοφλητικό Περιθώριο (Discount Margin):** Στα ομόλογα κυμαινόμενου επιτοκίου, το προεξοφλητικό περιθώριο (discount margin) εκφράζει το περιθώριο (margin) του ομολόγου σε σχέση με το αντίστοιχο επιτόκιο αναφοράς, βάση της τρέχουσας τιμής, το απλό περιθώριο (quoted margin) και της υπολειπόμενης διάρκειας του ομολόγου μέχρι την λήξη του. Το προεξοφλητικό επιτόκιο μεταβάλλεται κατά την διάρκεια ζωής του ομολόγου βάσει των προαναφερθέντων παραγόντων.
- 18.Διαβάθμιση Εξασφάλισης:** Προτεραιότητα κάλυψης των απαιτήσεων των κατόχων σε περίπτωση εκκαθάρισης της εταιρείας του εκδότη.
- i. Senior Debt Instruments: Τίτλοι υψηλής εξασφάλισης
  - ii. Subordinated Debt Instruments: Τίτλοι μειωμένης εξασφάλισης
  - iii. Tier 2 Capital: Συμπληρωματικά Ίδια Κεφάλαια.
  - iv. Lower Tier 2 Capital: Πρόσθετα Συμπληρωματικά Κεφάλαια.
  - v. Upper Tier 2 Capital: Κύρια Συμπληρωματικά Κεφάλαια.
  - vi. Tier 1 Capital: Βασικά Ίδια Κεφάλαια.
  - vii. Lower Tier 1 Capital: Πρόσθετα Βασικά Ίδια Κεφάλαια
  - viii. Upper Tier 1 Capital: Κύρια Βασικά Ίδια Κεφάλαια

**19. Πιστοληπτική Διαβάθμιση:** Αφορά την κατάταξη των ομολόγων με βάση τον πιστωτικό κίνδυνο που αυτά εμπεριέχουν και ο οποίος απορρέει κυρίως από τον εκδότη τους. Εξωτερικοί Οργανισμοί Πιστοληπτικής Αξιολόγησης (Ε.Ο.Π.Α.) εκτιμούν τον πιστωτικό κίνδυνο (Κίνδυνος Πτώχευσης) των εκδοτών των ομολόγων όπως κυβερνήσεων, χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων, επιχειρήσεων και γενικά των εκδοτών χρεογράφων σταθερού εισοδήματος. Αναλυτικότερα, οι Ε.Ο.Π.Α. συγκεντρώνουν και διασταυρώνουν πληροφορίες από πολλές πηγές που αφορούν τον εκδότη των χρεογράφων, την αγορά στην οποία αναπτύσσει τη δραστηριότητά του, τη γενική οικονομική του κατάσταση, τη φύση του χρεογράφου και γενικότερα την ικανότητα του εκδότη να ανταποκριθεί στις υποχρεώσεις του απέναντι στον κάτοχο ομολόγου. Τα αποτελέσματα αυτά πρέπει να αξιολογούνται από τους επενδυτές, οι οποίοι πρέπει να σταθμίζουν τους πιθανούς κινδύνους μη αποπληρωμής ή πτώσης της αγοραίας τιμής των ομολόγων. Λόγω των διαφόρων τύπων των εκδιδόμενων χρεογράφων, για παράδειγμα βραχυπρόθεσμα ή μακροπρόθεσμα ομόλογα που αντιπροσωπεύουν χρέος υψηλής ή μειωμένης εξασφάλισης, διαφορετικά χρεόγραφα (Issues) του ίδιου εκδότη μπορούν να έχουν διαφορετική αξιολόγηση. Οι τρεις πιο γνωστοί Ε.Ο.Π.Α. που αναπτύσσουν τη δράση τους σε διεθνές επίπεδο χρησιμοποιούν τις εξής κλίμακες για την πιστοληπτική διαβάθμιση των ομολόγων:

**19.1.** Standards and Poor's και Fitch:

**19.1.1.** Μακροπρόθεσμη Αξιολόγηση: AAA, AA+, AA, AA-, A+, A, A-, BBB+, BBB, BBB-, BB+, BB, BB-, B+, B, B-, CCC+, CCC (σε αυτήν την κατηγορία έχει υποβαθμίσει ο οίκος την πιστοληπτική ικανότητα της Ελλάδας), CCC-, CC, C, RD, D.

**19.1.2.** Βραχυπρόθεσμη Αξιολόγηση: F1+, F1, F1-, F2, F3, B, C, D.

**19.2.** Moody's Investors Service:

**19.2.1.** Μακροπρόθεσμη Αξιολόγηση: Aaa, Aa1, Aa2, Aa3, A1, A2, A3, Baa1, Baa2, Baa3, Ba1, Ba2, Ba3, B1, B2, B3, Caa1 (σε αυτήν την κατηγορία έχει υποβαθμίσει ο οίκος την πιστοληπτική ικανότητα της Ελλάδας), Caa2, Caa3, Ca, C.

**19.2.2.** Βραχυπρόθεσμη Αξιολόγηση: P-1, P-2, P-3, NP.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η τιμή των ομολόγων επηρεάζεται σε αρκετά μεγάλο βαθμό από την πιστοληπτική τους διαβάθμιση και από τυχόν αλλαγή της κατά τη διάρκεια της ζωής του ομολόγου.

**20. Διάρκεια Ομολόγου:**

- i. Η διάρκεια αποτελεί ένα μέτρο της ταχύτητας αποπληρωμής ενός ομολόγου και επιτρέπει την σύγκριση ομολόγων με διαφορετικούς τρόπους αποπληρωμής και ίδια ημερομηνία λήξης. Ένας απλός τρόπος υπολογισμού είναι ο Bond duration.

- ii. Η διάρκεια είναι επίσης χρήσιμη ως μέτρο κινδύνου γιατί αποτελεί προσέγγιση της ευαισθησίας της αγοραίας αξίας ενός ομολόγου στις μεταβολές του επιτοκίου.

Τα ομόλογα προσφέρουν κάποια πλεονεκτήματα αλλά δεν παύουν να εγκυμονούν κινδύνους. Ας δούμε τα βασικότερα εξ' αυτών:

**Πλεονεκτήματα** που διακρίνονται στα ομόλογα:

- i. Σταθερό εισόδημα σε τακτά χρονικά διαστήματα.
- ii. Το εισόδημα από συγκεκριμένες κατηγορίες ομολόγων δεν φορολογείται.

**Κίνδυνοι** που διακρίνονται στα ομόλογα:

- i. Πληθωρισμός: Σε περίπτωση ομολόγων σταθερού επιτοκίου υπάρχει πιθανότητα η αξία των ομολόγων να διαβρωθεί από τον πληθωρισμό.
- ii. Επιτόκια: Οι τιμές των ομολόγων κινούνται σε αντίθετη τροχιά με τις τιμές των επιτοκίων. Άρα όταν υπάρχει αύξηση στα επιτόκια υπάρχει μείωση στις τιμές των ομολόγων ενώ οι τιμές των ομολόγων αυξάνονται όταν υπάρχει μείωση στα επιτόκια.
- iii. Πιστοληπτικός Κίνδυνος: Υπάρχει κίνδυνος ο εκδότης να είναι χαμηλής οικονομικής φερεγγυότητας και να αδυνατεί να αποπληρώσει το χρέος του στον επενδυτή.
- iv. Κίνδυνος Ρευστότητας: Η ρευστοποίηση των ομολόγων εξαρτάται από τη προσφορά ή τη ζήτηση. Υπάρχει ζήτηση για ομόλογα υψηλής φερεγγυότητας αλλά όχι για επισφαλή ομόλογα

### 3.2.2 Είδη Ομολόγων

Τα ομόλογα κατατάσσονται σε διάφορες κατηγορίες:

1. Ανάλογα με τον Εκδότη
  - i) Κυβερνητικό ομόλογο (treasury bond)
  - ii) Επιχειρηματικό ομόλογο (corporate bond)
  - iii) Δημοτικό ομόλογο (municipal bond)
  - iv) Υπερεθνικό ομόλογο (supranational bond)
2. Ανάλογα με το είδος του επιτοκίου (τοκομερίδιο) που πληρώνουν διακρίνονται σε σταθερού και κυμαινόμενου επιτοκίου.
3. Ανάλογα με τον τρόπο που ο επενδυτής εισπράττει τις αποδόσεις του ομολόγου, υπάρχουν ομόλογα με κουπόνι και ομόλογα χωρίς κουπόνι (zero coupon bonds).
4. Ανάλογα με την διάρκεια ζωής τους, υπάρχουν ομόλογα διάρκειας μερικών μηνών έως και ομόλογα που δεν έχουν λήξη (διηνεκείς ομολογίες) όπου το κουπόνι καταβάλλεται από τον εκδότη επ' άπειρο. Τα ομόλογα λαμβάνουν πιστοληπτική αξιολόγηση η οποία εξαρτάται από την οικονομική φερεγγυότητα των εκδοτών, καθώς και από την ικανότητα εξόφλησης των οφειλών τους. Το έργο της αξιολόγησης των εκδοτών

αναλαμβάνουν εξειδικευμένοι διεθνείς οίκοι ( S & P, Moody's, Fitch ). Ανάλογα με την πιστοληπτική αξιολόγηση που λαμβάνει ένα ομόλογο κατηγοριοποιείται σε υψηλής φερεγγυότητας (investment bonds), (βαθμολόγηση AAA – BBB από S &P) και χαμηλής φερεγγυότητας / επισφαλές ομόλογο (junk bond) (βαθμολόγηση από BB - C από S & P). Η πιστοληπτική ικανότητα των ομολόγων είναι άμεσα συνδεδεμένη με την απόδοση τους. Τα ομόλογα χαμηλής πιστοληπτικής ικανότητας έχουν υψηλότερη απόδοση 1 (yield) σε σχέση με αυτή των ομολόγων καλύτερης πιστοληπτικής ικανότητας

5. Αναλόγως με το κουπόνι και το είδος των πληρωμών
6. Ομόλογα που διαπραγματεύονται με έκπτωση από την ονομαστική τους αξία και πραγματοποιούν μόνο μια καταβολή κεφαλαίου στην λήξη τους (discount securities)
  - i) **Έντοκο γραμμάτιο** (treasury bill): Τίτλοι μικρής διάρκειας, οι οποίοι πωλούνται στους επενδυτές σε χαμηλότερη τιμή από την τελική ονομαστική τους αξία. Έχουμε εκδόσεις διάρκειας 13, 26 και 52 εβδομάδων.
  - ii) **Ομόλογο μηδενικού επιτοκίου** (Zero coupon bond): Ομόλογα που δεν προβλέπουν ενδιάμεσες πληρωμές κουπονιών. Συνήθως έχουν διάρκεια από 1 έως 3 χρόνια.

### 3.3 Χαρτοφυλάκιο Επενδύσεων

Η Επένδυση μπορεί να οριστεί ως μια δέσμευση κεφαλαίων για ένα χρονικό διάστημα, η οποία αναμένεται να αποφέρει πρόσθετα κεφάλαια στον επενδύτη. Κάθε επένδυση απαιτεί να αποφύγει ο επενδυτής να καταναλώσει κεφάλαια του, προκειμένου να επιδιώξει μια αβέβαιη μελλοντική ωφέλεια. Άρα κάθε επένδυση σε κάποιο βαθμό ενέχει κίνδυνο.

Η διαδικασία της επένδυσης σε χρεόγραφα μπορεί να διαιρεθεί σε δυο μέρη. Στην ανάλυση χρεογράφων και στη διαχείριση χαρτοφυλακίου. Η ανάλυση χρεογράφων ορίζεται ως η προσπάθεια να καθαρισθεί εάν ένα χρεόγραφο έχει αποτιμηθεί σωστά από τους επενδυτές στην αγορά. Χαρτοφυλάκιο λέγεται ένας συνδυασμός διαφόρων περιουσιακών στοιχείων τα οποία κατέχει ένας επενδύτης.

#### 3.3.1 Διαχείριση Χαρτοφυλακίου

Η διαχείριση επενδύσεων αναπτύχθηκε στα τέλη του 1950. Είναι προέκταση της χρηματοοικονομικής θεωρίας, δεν αφορά τις επενδύσεις μεμονωμένα αλλά, από ένα πλήθος επενδύσεων επιλέγει τον κατάλληλο συνδυασμό με την μέγιστη απόδοση. Βρίσκει άμεση εφαρμογή σε χρεόγραφα.



Η θεωρία χαρτοφυλακίου βασίζεται στην εργασία του H. Markowitz που αφορούσε στον καθορισμό του άριστου χαρτοφυλακίου. Με τον όρο διαχείριση χαρτοφυλακίου εννοούμε τις απαραίτητες ενέργειες που ο κάθε επενδυτής πρέπει να πραγματοποιήσει, για κάθε χαρτοφυλάκιο που δημιουργεί, έτσι ώστε να διασφαλιστεί το κεφάλαιο το οποίο έχει επενδυθεί. Ορίζεται ως η διαδικασία συνδυασμού διαφόρων χρεογράφων σε ένα χαρτοφυλάκιο, το οποίο δημιουργείται ανάλογα από τις ανάγκες του κάθε επενδυτή, η παρακολούθηση του χαρτοφυλακίου αυτού και η αποτίμηση της απόδοσης του. Κάθε επενδυτής μπορεί να επιλέξει μεταξύ διαφόρων μορφών επένδυσης που άλλοτε εμπεριέχουν κίνδυνο (όπως είναι οι μετοχές και τα εταιρικά ομόλογα) και άλλοτε όχι (όπως είναι τα κρατικά ομόλογα).

Κάθε επενδυτής όμως προτού προχωρήσει στον καταρτισμό του χαρτοφυλακίου του οφείλει να κατατάξει τον εαυτό του σε μια από τις τρεις παρακάτω κατηγορίες ανάλογα με τις προσωπικές του επενδυτικές προτιμήσεις.

1. Επενδυτής που απεχθάνεται τον κίνδυνο (risk averter), δηλαδή επενδυτής ο οποίος απορρίπτει επενδυτικά προγράμματα που εμπεριέχουν κίνδυνο. Συνήθως αυτού του είδους επενδυτές προτιμούν καταθέσεις σε τράπεζες ή κρατικά ομόλογα.
2. Ουδέτερος επενδυτής (risk neutral), δηλαδή επενδυτής που διαμορφώνει το χαρτοφυλάκιο του εξετάζοντας τον αναλαμβανόμενο κίνδυνο και την προσδοκώμενη απόδοση.
3. Επενδυτής που επιθυμεί την ανάκυψη υψηλού κινδύνου (risk lover), δηλαδή επενδυτής που προτιμάει να προσαρμόζει σε υψηλά επίπεδα της προσδοκώμενες αποδόσεις και γι' αυτό το λόγο επιλέγει επενδύσεις με υψηλό κίνδυνο.

Η διαχείριση Χαρτοφυλακίου περιλαμβάνει τα παρακάτω τρία στάδια δραστηριοτήτων:

### **1. Ανάλυση αξιόγραφων**

Στο στάδιο αυτό εξετάζονται από τις διαθέσιμα χρεόγραφα αυτά τα οποία προβλέπονται να έχουν μεγαλύτερη απόδοση.

### **2. Ανάλυση Χαρτοφυλακίου**

Στο στάδιο αυτό προβλέπεται η απόδοση ενός χαρτοφυλακίου (συνδυασμός χρεογράφων) και οι πιθανότητες κινδύνου του.

### **3. Επιλογή Χαρτοφυλακίου**

Στο στάδιο αυτό, από τα χαρτοφυλάκια τα οποία ελαχιστοποιούν τον κίνδυνο σε σχέση με την απόδοσή τους, επιλέγεται ένα που θα ταιριάζει στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του επενδυτή όπως αναφέραμε παραπάνω. Τα χαρακτηριστικά ενός επενδυτή εξαρτώνται από το πόσα χρήματα θέλει να επενδύσει και από το χρονικό διάστημα που θέλει να επενδύσει.

Η διαχείριση του χαρτοφυλακίου κατηγοριοποιείται σε:

- i. **Ενεργητική διαχείριση**(active portfolio), δηλαδή επενδυτικές αποφάσεις μετρίου και υψηλού κινδύνου, με υψηλή απόδοση
- ii. **Παθητική διαχείριση χαρτοφυλακίου** (passive portfolio), δηλαδή επενδυτικές αποφάσεις χωρίς κίνδυνο

### 3.3.2 Παραδοσιακή και Σύγχρονη Θεωρία Διαχείρισης Χαρτοφυλακίου

Η παραδοσιακή διαχείριση χαρτοφυλακίου έχει να κάνει κυρίως με την δημιουργία ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου το οποίο θα απαρτίζεται από μια ευρεία ποικιλία χρεογράφων. Οι διαχειριστές παραδοσιακών χαρτοφυλακίων αποστρέφονται τον κίνδυνο για αυτό και επιθυμούν να επενδύουν σε γνωστές εταιρείες για τρεις λόγους. Ο πρώτος λόγος είναι ότι επειδή αυτές οι εταιρείες είναι γνωστές στην αγορά ως επιτυχημένες, μια επένδυση σε αυτές θεωρείται λιγότερο επικίνδυνη από την επένδυση σε λιγότερο γνωστές επιχειρήσεις. Ο δεύτερος λόγος είναι ότι οι έμπειροι διαχειριστές, επιδιώκουν να επενδύουν σε μεγάλες εταιρείες επειδή τα χρεόγραφα αυτών των επιχειρήσεων είναι περισσότερο ρευστά και διατίθενται σε μεγάλες ποσότητες. Ο τρίτος και τελευταίος λόγος έχει να κάνει με το γεγονός ότι οι διαχειριστές των παραδοσιακών χαρτοφυλακίων προτιμούν τις γνωστές εταιρείες επειδή λόγω της φήμης τους είναι ευκολότερο να πείσουν τους πελάτες να επενδύσουν σε αυτές.

Η μοντέρνα θεωρία χαρτοφυλακίου, χρησιμοποιεί αρκετά βασικά στατιστικά μέτρα για την ανάπτυξη ενός σχεδίου για το χαρτοφυλάκιο. Η στατιστική διαφοροποίηση αποτελεί σημαντικό παράγοντα στην επιλογή χρεογράφων για την δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου.

### 3.3.3 Κίνδυνος

Ο κίνδυνος ορίζεται ως η απόκλιση του πραγματοποιηθέντος αποτελέσματος από μια μέση αναμενόμενη αξία. Κίνδυνος μπορεί επίσης να θεωρηθεί η πιθανότητα να υπάρξει ζημία ή κέρδος από την επένδυση σε κάποιο περιουσιακό στοιχείο. Οι πιθανότητες να υπάρξει κέρδος ή ζημία είναι μεγάλες ή μικρές ανάλογα με το βαθμό κινδύνου που σχετίζετε μια συγκεκριμένη επένδυση. Άλλωστε κάθε επένδυση στηρίζεται στην προσδοκία της απόδοσης. Η απόδοση μιας επένδυσης μπορεί να είναι είτε η πρόσθετη εισροή εισοδήματος, είτε η κεφαλαιακή απόδοση. Έτσι, άλλες επενδύσεις προσφέρουν πρόσθετο κεφάλαιο και άλλες πιθανή ανατίμηση του επενδύομένου κεφαλαίου. Στην δεύτερη κυρίως περίπτωση η μελλοντική απόδοση δεν είναι εκ των πρότερων γνωστή. Πρέπει να διαχωρίσουμε την αναμενόμενη από την πραγματοποιούμενη απόδοση. Η αναμενόμενη απόδοση ισοδύναμη με τον αποδεχόμενο κίνδυνο. Ο κίνδυνος εκφράζει την αβεβαιότητα ότι η πραγματοποιούμενη απόδοση δεν θα είναι ίση με την αναμενόμενη απόδοση. Εάν δεν υπήρχε αβεβαιότητα δεν θα υπήρχε και κίνδυνος.

Τα χαρακτηριστικά του κινδύνου είναι ο χρόνος και η μεταβλητότητα. Ο κίνδυνος είναι αυξανόμενη συνάρτηση του χρόνου. Όσο περισσότερο είναι το κεφάλαιο επενδύμενο τόσο είναι μεγαλύτερος ο κίνδυνος το κεφαλαίο να υποστεί ζημία. Οι επενδύσεις που δεν έχουν σταθερές αποδόσεις στο χρόνο πάντα είναι επικίνδυνες. Υπάρχει η άποψη από κάποιους ότι οι μακροχρόνιες θέσεις σε τίτλους ακόμα και σαν τις μετοχές είναι πάντα αποδοτικές σωρεύτηκα στο τέλος της περιόδου επένδυσης. Υπάρχει και η άποψη ότι οι μακροχρόνιες αποδόσεις μπορεί να έχουν θετική απόδοση για το επενδύμενο κεφάλαιο αλλά βραχυχρόνια μπορεί να υποστούν σοβαρές ζημίες.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### Θεωρία Δεικτών

Η χρησιμοποίηση των χρηματοοικονομικών δεικτών είναι μια αποτελεσματική μέθοδος για να συνοψίσουμε ένα μεγάλο αριθμό χρηματοοικονομικών δεδομένων, προκειμένου να αξιολογηθούν και να συγκριθούν με τις επιδόσεις των επιχειρήσεων. Οι δείκτες χρησιμοποιούνται από τους επενδυτές και τους αναλυτές για την αξιολόγηση της χρηματοοικονομικής δομής, της ρευστότητας, της αποδοτικότητας και της αποτελεσματικότητας των επιχειρήσεων. Έτσι, ενώ τα ποσά που επενδύονται στα διάφορα στοιχεία του ισολογισμού, πιθανόν να μεταβάλλονται, οι σχέσεις όμως μεταξύ των διαφόρων ομάδων περιουσιακών στοιχείων και στοιχείων του παθητικού θα πρέπει να παραμείνουν σχεδόν αμετάβλητες. Οπότε αν υπάρχουν αλλαγές στις παραπάνω σχέσεις, οι χρηματοοικονομικοί δείκτες πρέπει να δίνουν στον εκάστοτε ενδιαφερόμενο την απαιτούμενη πληροφόρηση. (Για το κεφάλαιο αυτό χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία από τις πηγές [14], [15], [19]).

#### 4.1. Χρηματοοικονομικοί Δείκτες

Για να μελετήσουμε τους χρηματοοικονομικούς δείκτες υπάρχουν τέσσερις χρηματοοικονομικές καταστάσεις:

- 1) Τα αποτελέσματα χρήσης
- 2) Ο ισολογισμός
- 3) Η κατάσταση μεταβολών χρηματοοικονομικής θέσης
- 4) Η κατάσταση αποθεμάτων

Η χρηματοοικονομική ανάλυση γίνεται για να προσδιοριστούν οι δυνάμεις και οι αδυναμίες της επιχείρησης και να διαπιστωθεί κατά πόσο είναι χρηματοοικονομικά ισχυρή και κερδοφόρα σε σχέση με τις άλλες επιχειρήσεις και κατά πόσο διαχρονικά βελτιώνεται η επιδεινώνεται η χρηματοοικονομική της θέση.

Οι επενδυτές χρειάζονται αυτές τις πληροφορίες για να μπορέσουν να εκτιμήσουν τις μελλοντικές χρηματικές ροές της επιχείρησης αλλά και τους αντίστοιχους κινδύνους που εγκυμονούν.

Οι χρηματοοικονομικοί δείκτες είναι πιο χρήσιμοι όταν χρησιμοποιούνται με τους παρακάτω τρόπους:

- 1) Μια χρονολογική σειρά ενός δείκτη της ίδιας επιχείρησης εξετάζεται για να διαπιστωθεί η τάση.
- 2) Οι δείκτες μιας επιχείρησης συγκρίνονται με το μέσο όρο των αντίστοιχων δεικτών του κλάδου στον οποίο υπάγεται η επιχείρηση.
- 3) Οι χρονολογικές σειρές δεικτών μιας επιχείρησης συγκρίνονται με τις αντίστοιχες των κύριων ανταγωνιστών της.

Οι χρηματοοικονομικοί δείκτες διακρίνονται σε πέντε κατηγορίες:

- 1) Δείκτες χρηματοοικονομικής μόχλευσης και περιουσιακής διάρθρωσης (χρέους)
- 2) Δείκτες ρευστότητας
- 3) Δείκτες απόδοσης ή αποτελέσματος
- 4) Δείκτες δραστηριότητας
- 5) Δείκτες αγοράς (αγοραίας αξίας ή αποτίμησης)

#### 4.1.1. Δείκτης Χρέους

Οι δείκτες της χρηματοοικονομικής μόχλευσης μετρούν το βαθμό της χρηματοδότησης της επιχείρησης με ξένα κεφάλαια. Έτσι, η διοίκηση της επιχείρησης και οι δανειστές της μπορούν να έχουν την απαραίτητη πληροφόρηση, για να διαπιστώσουν το περιθώριο ασφάλειας που παρέχεται από το ύψος των ιδίων κεφαλαίων της επιχείρησης. Όσο χαμηλότερος είναι ο δείκτης χρέους, τόσο μικρότερη είναι η χρηματοοικονομική εξάρτηση και αντίθετα, όσο υψηλότερος είναι ο δείκτης χρέους, τόσο μεγαλύτερη είναι η χρηματοοικονομική εξάρτηση.

#### Δείκτης Δανειακής Επιβάρυνσης ΔΔΕ

$$\text{Δείκτης Δανειακής Επιβάρυνσης} = \frac{\text{Ξένα Κεφάλαια}}{\text{Σύνολο Ενεργητικού}}$$

Ένας υψηλός δείκτης τείνει να μεγεθύνει τα κέρδη, ενώ ένας χαμηλός μπορεί να σημαίνει ότι τα δάνεια της επιχείρησης δε χρησιμοποιούνται αποτελεσματικά.

Ενώ ο δείκτης χρέους δε δίνει μεγάλες πληροφορίες στους επενδυτές για τις προοπτικές αύξησης της απόδοσης της επιχείρησης, ο δείκτης είναι ζωτικής σημασίας για την ανάλυση των ισολογισμών. Εάν, για παράδειγμα, έχουμε μια ύφεση ή καθοδική κυκλική φάση στην οικονομία, η δύναμη των ισολογισμών γίνεται σημαντικότερη για τους επενδυτές.

Μπορεί να καθορίσει εάν μια επιχείρηση έχει μια αρκετά ισχυρή οικονομική θέση να επιζήσει μιας σκληρής περιόδου. Εκείνες που είναι ανίκανες να πληρώσουν για το χρέος τους, χρεοκοπούν. Μια επιχείρηση με μεγάλο δείκτη χρέους μπορεί να χάσει την πιστοληπτική της ικανότητα ή και να υποβαθμιστεί η υπάρχουσά της, με συνέπεια να δανείζεται με πολύ υψηλό κόστος, με όλες τις συνέπειες αυτού.

Τέλος, αν ο δείκτης χρέους είναι πολύ σημαντικός, σε καμία περίπτωση ο επενδυτής δε μπορεί να βασίζεται μόνο σε αυτόν, χωρίς να συνυπολογίσει άλλα μεγέθη και δείκτες. Μαζί, κι έχοντας μια σφαιρική εικόνα, μπορεί να ξεχωρίσει τις υγιείς επιχειρήσεις με τα χαμηλά επίπεδα χρέους και την αφθονία των μετρητών και τις προβληματικές επιχειρήσεις που είναι υπερχρεωμένες και αντιμετωπίζουν προβλήματα ρευστότητας.

#### 4.1.2. Δείκτης Ρευστότητας

Οι δείκτες αυτής της κατηγορίας μετρούν την ικανότητα της επιχείρησης να ανταπεξέλθει στις βραχυπρόθεσμες υποχρεώσεις της. Η χρηματοοικονομική θέση μιας επιχείρησης θεωρούμε ότι είναι ισχυρή όταν:

- 1) Έχει την ικανότητα να εξοφλεί τους βραχυπρόθεσμους πιστωτές της και να καταβάλλει τους τρέχοντες τόκους και μερίσματα που οφείλει.
- 2) Διατηρεί συνθήκες χρηματοοικονομικής διαχείρισης που της εξασφαλίζουν ευνοϊκή πιστοληπτική κατάσταση.

Γενικά, όσο υψηλότερη είναι η αξία των δεικτών αυτής της κατηγορίας, τόσο μεγαλύτερο είναι και το περιθώριο ασφάλειας που κατέχει η επιχείρηση για να καλύψει τα βραχυπρόθεσμα χρέη. Η δυνατότητα της επιχείρησης να μετατρέψει τα κυκλοφοριακά στοιχεία της σε μετρητά για να καλύψει τα χρέη της είναι ύψιστης σημασίας όταν επιδιώκουν οι πιστωτές την πληρωμή.

Οι δείκτες ρευστότητας χρησιμοποιούνται για να καθορίσουν εάν μια επιχείρηση θα είναι σε θέση να συνεχίσει τη δραστηριότητά της σε περιόδους ανησυχίας. Στην ουσία οι δείκτες ρευστότητας ελέγχουν το βαθμό φερεγγυότητας μιας επιχείρησης. Δύο γνωστοί δείκτες που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της ρευστότητας μιας επιχείρησης είναι:

#### Δείκτης Κυκλοφοριακής Ρευστότητας ÷ ΔΚΡ

$$\Delta\text{ΚΡ} = \frac{\text{κυκλοφορούν ενεργητικό}}{\text{βραχυπρόθεσμες υποχρεώσεις}}$$

Ο δείκτης κυκλοφοριακής ρευστότητας δείχνει το δυνητικό απόθεμα ρευστότητας της επιχείρησης. Οι τιμές του δείκτη πρέπει να είναι μεγαλύτερες της μονάδας. Συγκεκριμένα, όσο μεγαλύτερος της μονάδας είναι ο δείκτης, τόσο πιο επαρκής είναι η ικανότητα της επιχείρησης να καλύπτει τις βραχυπρόθεσμες υποχρεώσεις της.

Η κυκλοφοριακή ρευστότητα δε μετρά πάντα τον πραγματικό βαθμό ρευστότητας μια επιχείρησης. Προφανώς μια επιχείρηση με μεγάλα ταμειακά αποθέματα και εμπορεύσιμα χρεόγραφα είναι πιο ρευστή από μια επιχείρηση με μεγάλα αποθέματα και μεγάλες προθεσμίες είσπραξης των εισπρακτέων λογαριασμών. Ένας πιο λεπτομερής δείκτης για την αντιμετώπιση του προβλήματος της σύνθεσης των περιουσιακών στοιχείων θα έπρεπε να εξαιρεί το στοιχείο του ενεργητικού με τη μικρότερη ρευστότητα:

### Δείκτης Άμεσης Ρευστότητας à ΔΑΡ

$$\Delta A P = \frac{\text{Κυκλοφορούν ενεργητικό} - \text{αποθέματα}}{\text{βραχυπρόθεσμες υποχρεώσεις}}$$

Ο δείκτης άμεσης ρευστότητας εξαιρεί τη λιγότερο ρευστοποιήσιμη κατηγορία αποθεμάτων και επικεντρώνεται στα στοιχεία που ρευστοποιούνται με μεγαλύτερη ευχέρεια και προσδιορίζει αν μια επιχείρηση θα είναι σε θέση να ανταποκριθεί στις υποχρεώσεις της προς τους πιστωτές στην περίπτωση που αντιμετωπίσει μια καταστροφική πτώση στις πωλήσεις.

---

#### Παράδειγμα 1

Να υπολογιστεί ο δείκτης κυκλοφοριακή ρευστότητα μιας επιχείρησης που έχει κυκλοφορούν ενεργητικό αξίας 1.000.000 € και βραχυπρόθεσμες υποχρεώσεις ύψους 400.000 €. Στην συνέχεια να υπολογιστεί το ίδιο εάν 200.000 € δεσμεύονται σε αποθέματα.

Λύση:

$$\Delta K P = \frac{\text{κυκλοφορούν ενεργητικό}}{\text{βραχυπρόθεσμες υποχρεώσεις}} = \frac{1.000.000}{400.000} = 2,5$$

$$\Delta A P = \frac{\text{Κυκλοφορούν ενεργητικό} - \text{αποθέματα}}{\text{βραχυπρόθεσμες υποχρεώσεις}} = \frac{1.000.000 - 200.000}{400.000} = 2$$

Είναι σημαντικό να τονίσουμε πως, ακόμα και όταν δυο επιχειρήσεις έχουν το ίδιο ποσό κυκλοφορούντος ενεργητικού, η επιχείρηση με τα περισσότερα στοιχεία κυκλοφορούντος που είναι ευκολότερα ρευστοποιήσιμα, όπως είναι τα μετρητά και τα εμπορεύσιμα χρεόγραφα, θα βρίσκεται σε καλύτερη κατάσταση ρευστότητας και θα μπορεί να ανταποκριθεί στις υποχρεώσεις των βραχυπρόθεσμων δανείων της με μεγαλύτερη ευκολία.

Δείκτης Κάλυψης Τόκων (ΔΚΤ), φανερώνει την ευχέρεια της επιχείρησης να καλύψει τους (χρεωστικούς) τόκους των δανείων της από λειτουργικά πλεονάσματα. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του δείκτη αυτού τόσο μικρότερος θεωρείται ο κίνδυνος αδυναμίας ανταπόκρισης της επιχείρησης στις υποχρεώσεις προς τους δανειστές της. Βέβαια, οι τόκοι, θα μπορούσαν να εξυπηρετηθούν από εξωτερικές πηγές, όπως π.χ. από αύξηση του μετοχικού κεφαλαίου. Όμως, αυτό θα ήταν ανορθόδοξο διότι θα υποδήλωνε ανεπαρκή αποδοτικότητα των στοιχείων του ενεργητικού στα οποία έχουν επενδυθεί τα δανειακά κεφάλαια. Παρά το γεγονός ότι δεν είναι δυνατός ο προσδιορισμός ενός άριστου ΔΚΤ, θα μπορούσε να λεχθεί ότι, πρακτικά, όταν αυτός παίρνει τιμές ανώτερες του 3 υπαινίσσεται ευχέρεια κάλυψης των χρεωστικών τόκων.

#### Δείκτης Κάλυψης Τόκων ÷ ΔΚΤ

$$\Delta. \text{Κ. Τ} = \frac{\text{Καθαρά Κέρδη} + \text{Τόκοι}}{\text{Τόκοι}} = \dots \rightarrow \frac{\text{Καθαρά Κέρδη}}{\text{Τόκοι}} = (\Delta. \text{Κ. Τ.} - 1)$$

#### 4.1.3 Δείκτης Απόδοσης ή Αποτελέσματος

Οι δείκτες απόδοσης είναι μια κατηγορία δεικτών που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της αποδοτικότητας μιας επιχείρησης, (οι επενδυτές, οι μέτοχοι και τα χρηματοοικονομικά στελέχη προσέχουν ιδιαίτερα την αποδοτικότητα των επιχειρήσεων). Η αποδοτικότητα των δεικτών δεν υπολογίζεται μόνο με έναν τρόπο, αλλά με τους παρακάτω δείκτες:

- 1) Δείκτης μικτού περιθωρίου κέρδους (Δ.Μ.Π.Κ.)
- 2) Δείκτης αποδοτικότητας επενδυμένων κεφαλαίων (Δ.Α.Ε.Κ.)
- 3) Δείκτης αποδοτικότητας καθαρής θέσης (Δ.Α.Κ.Θ)
- 4) Δείκτης αποδοτικότητας ενεργητικού (Δ.Α.Ε.)



Για όλους τους παραπάνω δείκτες, μια αύξηση στην τιμή της αναλογίας, σημαίνει ότι η επιχείρηση χάνει ένα μεγάλο ποσοστό του εισοδήματός της στις δαπάνες. Εάν οι δείκτες αποδοτικότητας παίρνουν χαμηλότερες τιμές, τότε αυτό είναι ένα καλό σημάδι για τις τράπεζες και τους μετόχους της επιχείρησης. Επίσης η αποδοτικότητα είναι και ένα καλό σημάδι κερδοφορίας.

---

### **Δείκτης Μικτού Περιθωρίου Κέρδους (Δ.Μ.Π.Κ.)**

Ο δείκτης αυτός μπορεί να υπολογιστεί σαν ποσοστό μεικτού περιθωρίου κέρδους επί των πωλήσεων ή καθαρού περιθωρίου κέρδους επί των πωλήσεων. Ο δείκτης είναι χρήσιμος καθώς μας δίνει πληροφόρηση για την αποτελεσματικότητα της δραστηριότητας της επιχείρησης και για την ακολουθούμενη πολιτική τιμών.

$$\text{Δ. Μ. Π. Κ.} = \frac{\text{Μικτό Κέρδος}}{\text{Πωλήσεις}} = \frac{\text{Πωλήσεις} - \text{Κόστος Πωληθέντων}}{\text{Πωλήσεις}}$$

Το μικτό περιθώριο κέρδους δείχνει πόσο αποτελεσματικά χρησιμοποιεί η διοίκηση μιας επιχείρησης τα υλικά και την εργασία κατά τη διαδικασία παραγωγής.

Αντιπροσωπεύει το ποσοστό των συνολικών εισπράξεων των πωλήσεων που η επιχείρηση διατηρεί μετά από την αφαίρεση των άμεσων δαπανών που συνδέονται με την παραγωγή των αγαθών και υπηρεσιών που πωλούνται από την επιχείρηση.

Ο αριθμοδείκτης αυτός, είναι πολύ σημαντικός γιατί παρέχει ένα μέτρο αξιολόγησης της αποδοτικότητας των επιχειρήσεων. Δείχνει δηλαδή τη λειτουργική αποτελεσματικότητα μιας επιχείρησης και την πολιτική τιμών αυτής. Όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμοδείκτης μικτού κέρδους, τόσο καλύτερη από άποψης κερδών είναι η θέση της επιχείρησης γιατί μπορεί να αντιμετωπίσει μια ενδεχόμενη αύξηση του κόστους των πωλούμενων προϊόντων της.

---

### **Δείκτης Αποδοτικότητας Συνολικών Κεφαλαίων (Δ.Α.Σ.Κ.)**

Ο δείκτης αυτός είναι σημαντικός, διότι εξετάζει τις δυνατότητες της επιχείρησης για αξιοποίηση των κεφαλαίων που της έχουν χορηγήσει οι μέτοχοι, οι δανειστές και γενικότερα οι πιστωτές (=συνολικά κεφάλαια). Η αμοιβή των κεφαλαίων αυτών είναι τα καθαρά κέρδη και οι τόκοι, γι' αυτό χρησιμοποιούνται ως αριθμητής.

$$\Delta. \text{ A. } \Sigma. \text{ K.} = \frac{\text{Καθαρά κέρδη} + \text{Τόκοι}}{\text{Σύνολο Ενεργητικού}}$$

---

#### **Δείκτης Αποδοτικότητας Ενεργητικού (Δ.Α.Ε.)**

Ο δείκτης αυτός φανερώνει την ικανότητα μιας επιχείρησης να μπορεί να επιζήσει οικονομικά και να προσελκύσει κεφάλαια που προσφέρονται για επένδυση.

$$\Delta. \text{ A. } \text{ E.} = \frac{\text{Καθαρά Κέρδη Χρήσης}}{\text{Σύνολο Ενεργητικού}}$$

---

#### **Δείκτης Περιθωρίου Καθαρού Κέρδους (Δ.Π.Κ.Κ.)**

Είναι ο δείκτης που συγκρίνει τα καθαρά έσοδα με τις πωλήσεις. Με τον συγκεκριμένο δείκτη, όσο χαμηλότερα διατηρούνται οι δαπάνες της επιχείρησης, τόσο ψηλότερος θα είναι ο Δ.Π.Κ.Κ.

$$\Delta. \text{ Π. Κ. Κ.} = \frac{\text{Καθαρά κέρδη μετά την αφαίρεση των φόρων}}{\text{Πωλήσεις}}$$

---

#### **Δείκτης Αποδοτικότητας Ιδίων Κεφαλαίων (Δ.Α.Ι.Κ.)**

Ο παραπάνω δείκτης απεικονίζει την κερδοφόρα δυναμικότητα μιας επιχείρησης και παρέχει ένδειξη του κατά πόσο επιτεύχθηκε ο στόχος πραγματοποίησης ενός ικανοποιητικού αποτελέσματος από την χρήση των κεφαλαίων του μετόχου. Αποτελεί βασικό δείκτη, τον οποίο η διοίκηση μιας επιχείρησης τείνει να προβάλλει με τον πιο επιφανή τρόπο στον ετήσιο απολογισμό χρήσης σε περίπτωση θετικού αποτελέσματος.

$$\Delta. \text{ A. I. K.} = \frac{\text{Καθαρά Κέρδη}}{\text{Ίδια Κεφάλαια}}$$

---

#### **Δείκτης Περιθωρίου Κέρδους Εκμετάλλευσης (Δ.Π.Κ.Ε.)**

Τα περιθώρια κέρδους εκμετάλλευσης δείχνουν κατά πόσο κατάφερε η διοίκηση της επιχείρησης να δημιουργήσει κέρδη από την κύρια δραστηριότητα της επιχείρησης. Ο δείκτης δίνεται από τον λόγο των λειτουργικών εσόδων (κέρδη μετά την αφαίρεση του κόστους των πωληθέντων και των λειτουργικών εξόδων αλλά και πριν την αφαίρεση των τόκων και των φόρων) προς τις πωλήσεις.

$$\Delta. \Pi. \text{Κ. Ε.} = \frac{\text{Λειτουργικά Κέρδη}}{\text{Πωλήσεις}}$$

---

#### **Δείκτης Αποδοτικότητας Επενδύσεων (Δ.Α.Ε.)**

Ο συγκεκριμένος δείκτης επινοήθηκε από συγκεκριμένη εταιρία (Du Pont Company) για δική της χρήση αλλά σήμερα έχει υιοθετηθεί από πολλές εταιρίες. Ο τύπος που δίνει τον Δ.Α.Ε. συγκρίνει τον τρόπο με τον οποίο η επιχείρηση δημιουργεί κέρδη και τον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιεί τα στοιχεία του ενεργητικού της για δημιουργία πωλήσεων.

$$\Delta. \text{Α. Ε.} = \frac{\text{Καθαρά Έσοδα}}{\text{Σύνολο Ενεργητικού}}$$

---

#### **4.1.4 Δείκτης Δραστηριότητας**

Με τους δείκτες αυτής της κατηγορίας μπορούμε να μετρήσουμε το βαθμό αποτελεσματικής χρησιμοποίησης των διαφόρων κατηγοριών περιουσιακών στοιχείων της επιχείρησης.

Στην συγκεκριμένη κατηγορία ανήκουν πάρα πολλοί δείκτες γι' αυτό θα τους παραθέσουμε επιγραμματικά και θα αναφέρουμε δύο λόγια για τον κάθε επιμέρους δείκτη καθώς και την σχέση από την οποία δίνεται.

---

#### **Α) Κυκλοφοριακή Ταχύτητα Αποθεμάτων (Κ.Τ.Αποθ.)**

Με τον δείκτη Κ.Τ.Α. βρίσκεται η ταχύτητα με την οποία τα αποθέματα μιας επιχείρησης μετατρέπονται σε πωλήσεις και εισπρακτέους λογαριασμούς.

$$\text{Κ. Τ. Αποθ.} = \frac{\text{Πωλήσεις}}{\text{Μέσο Ύψος Αποθεμάτων Αρχής και Τέλους Χρήσης}}$$

---

### **Β) Μέση Διάρκεια Παραμονής Αποθεμάτων (Δ.Π.Α.)**

Με αυτόν τον δείκτη μετράμε την χρονική περίοδο που πρέπει να περιμένει η επιχείρηση για την πώληση και αντικατάσταση των εμπορευμάτων της.

$$\text{Δ. Π. Α.} = \frac{365}{\text{Κυκλοφοριακή Ταχύτητα Αποθεμάτων}}$$

---

### **Γ) Κυκλοφοριακή Ταχύτητα Απαιτήσεων (Κ.Τ.Απαι.)**

Με τον δείκτη Κ.Τ.Α. βρίσκεται η ταχύτητα με την οποία οι απαιτήσεις μιας επιχείρησης μετατρέπονται σε εισπρακτέους λογαριασμούς.

$$\text{Κ. Τ. Απαι.} = \frac{\text{Πωλήσεις}}{\text{Μέσο ύψος Απαιτήσεων Αρχής και Τέλους Χρήσης}}$$

---

### **Δ) Δείκτης Ταχύτητας Είσπραξης Απαιτήσεων (Δ.Τ.Ε.Α.)**

Ο παραπάνω δείκτης δείχνει αν οι απαιτήσεις μιας επιχείρησης είναι πολύ μεγάλες σε σύγκριση με τις πωλήσεις της. Ανάλογος με την ταχύτητα είσπραξης των απαιτήσεων είναι ο χρόνος δέσμευσης των απαιτήσεων. Πρακτικά, μεγάλη ταχύτητα στην είσπραξη των απαιτήσεων σημαίνει μικρότερη πιθανότητα ζημιών από επισφαλείς πελάτες.

$$\text{Δ. Τ. Ε. Α.} = \frac{\text{Κύκλος Εργασιών}}{\text{Απαιτήσεις}}$$

---

### **Ε) Μέση Διάρκεια Είσπραξης Απαιτήσεων (Μ.Δ.Ε.Α.)**

$$\text{Μ. Δ. Ε. Α.} = \frac{365}{\text{Κυκλοφοριακή Ταχύτητα Απαιτήσεων}}$$

---

### Στ) Κυκλοφοριακή Ταχύτητα Παγίων Περιουσιακών Στοιχείων (Κ.Τ.Π.Π.Σ.)

Ο δείκτης αυτός παρέχει πληροφόρηση στον χρηματοοικονομικό διευθυντή της επιχείρησης και μπορεί να πάρει τις ανάλογες αποφάσεις για την πραγματοποίηση νέων επενδύσεων σε πάγια περιουσιακά στοιχεία.

$$\text{Κ. Τ. Π. Π. Σ.} = \frac{\text{Πωλήσεις}}{\text{Μέσο Ύψος Παγίων Απαιτήσεων Αρχής και Τέλους Χρήσης}}$$

---

### Ζ) Κυκλοφοριακή Ταχύτητα Συνόλου των Περιουσιακών Στοιχείων (Κ.Τ.Σ.Π.Σ.)

$$\text{Κ. Τ. Σ. Π. Σ.} = \frac{\text{Πωλήσεις}}{\text{Μέσο Ύψος Συνόλου Ενεργητικού Αρχής και Τέλους Χρήσης}}$$

---

## 4.2 Χρηματιστηριακοί Δείκτες

Η δημιουργία χρηματιστηριακών αγορών επέβαλλε την καθιέρωση κάποιων μέτρων τα οποία έχουν την δυνατότητα να μετράνε τις γενικές τάσεις και διαθέσεις ολόκληρης της αγοράς. Αυτά τα μέτρα ονομάστηκαν χρηματιστηριακοί δείκτες με σκοπό να αντικατοπτρίζουν όσο το δυνατόν καλύτερα την γενική συμπεριφορά της αγοράς.

Ένας χρηματιστηριακός δείκτης δεν είναι τίποτε άλλο παρά ένα καλάθι επιλεγμένων μετοχών από το σύνολο των εταιριών που είναι εισηγμένες στη χρηματιστηριακή αγορά. Καθώς οι μετοχές που αποτελούν τον δείκτη προοδεύουν, οι ανοδικές τάσεις αντικατοπτρίζονται στον δείκτη.

Ένας κλαδικός ή συγκεντρωτικός δείκτης (narrow based index) μετράει και παρακολουθεί την συμπεριφορά συγκεκριμένων μετοχών ενός κλάδου ή ενός τμήματος του κλάδου. Τέτοιοι κλαδικοί δείκτες είναι ο τραπεζικός, κατασκευαστικός, επενδυτικός, τεχνολογίας κ.α.

Οι κύριοι λόγοι ύπαρξης ενός χρηματιστηριακού δείκτη είναι οι εξής:

- 1) Η καταγραφή της πορείας των αποδόσεων της αγοράς.
- 2) Οι μεταβολές του χρηματιστηριακού δείκτη πρέπει να απεικονίζουν το σφυγμό και την πορεία της ελληνικής οικονομίας.
- 3) Η αξιολόγηση της απόδοσης ενός μετοχικού χαρτοφυλακίου κρίνεται ως ικανοποιητική από τη στιγμή που υπερβαίνει την απόδοση του Γενικού Δείκτη (η έστω έχει μικρότερη κάμψη, όταν ο Γ.Δ. κατέρχεται). Με τον

ίδιο τρόπο βοηθά στην αξιολόγηση χαρτοφυλακίων που δημιουργούν επενδυτές για δική τους χρήση.

- 4) Ο υπολογισμός του κινδύνου που συνεπάγεται η επένδυση σε μία μετοχή. Συγκεκριμένα, μέσω της εκτίμησης του δείκτη BETA (b) υπολογίζεται η μέση ανταπόκριση της τιμής μιας συγκεκριμένης μετοχής στις μεταβολές του Γ.Δ.Τ. των μετοχών.
- 5) Η σύγκριση της μεταβολής του Δ.Τ. του Χ.Α.Α. σε σχέση με τις μεταβολές των δεικτών στα διεθνή χρηματιστήρια. Η σύγκριση αυτή καθίσταται ολοένα και πιο αναγκαία, όσο πιο έντονη γίνεται η κινητικότητα των κεφαλαίων μεταξύ διεθνών κεφαλαιαγορών.

Οι πιο γνωστοί Ελληνικοί δείκτες είναι ο Γ.Δ. 60, ο FTSE 20, ο FTSE 40 οι οποίοι παρακολουθούν την συμπεριφορά συγκεκριμένων κλάδων, ενώ στο εξωτερικό υπάρχουν δείκτες οι οποίοι συμπεριλαμβάνουν έως και 5.000 μετοχές όπως ο Wilshire 5.000 (ΗΠΑ). Άλλοι μικρότεροι είναι ο Russel 2.000 (ΗΠΑ), ο S&P 500 (ΗΠΑ), ο Nikkei 225 (Ιαπωνία), ο FTSE 100 (Αγγλία), ο CAC 40 (Γαλλία), ο DAX 30 (Γερμανία) κ.α.

#### 4.2.1 Δείκτες Αγοράς

Οι δείκτες αυτοί συγκρίνουν την αγοραία τιμή της μετοχής με τα κέρδη της επιχείρησης και με τη λογιστική αξία της μετοχής. Παρέχουν στη διοίκηση πληροφόρηση για το τι πιστεύουν οι επενδυτές για την επίδοση της επιχείρησης στο παρελθόν και για το ποιες είναι οι μελλοντικές προοπτικές της.

Κατά την εξέταση των οικονομικών καταστάσεων μιας επιχείρησης, οι επενδυτές, πάσχουν από υπερφόρτωση πληροφοριών καθώς υπάρχουν τόσες πολλές διαφορετικές οικονομικές τιμές. Έτσι, οι δείκτες αγοράς, προσπαθούν να απλοποιήσουν αυτή τη διαδικασία αξιολόγησης με τη σύγκριση των σχετικών στοιχείων που βοηθούν τους ενδιαφερόμενους να αποκτήσουν μια εκτίμηση της αξιολογούμενης απόδοσης.

---

#### **Παράδειγμα 15**

*Ο πιο γνωστός τύπος αξιολόγησης μιας επένδυσης είναι η P/E αναλογία, που είναι το πηλίκο της τιμής προς τα κέρδη. Σε γενικές γραμμές αυτός ο δείκτης κατατάσσει την αξία των επιχειρήσεων σε σχέση με τα κέρδη τους ανά μετοχή. Μια εταιρεία με υψηλή απόδοση, η οποία αναπτύσσεται με ταχείς ρυθμούς, έχει*

καλή διαχείριση και σχετικά χαμηλό βαθμό κινδύνου, έχει συνήθως υψηλό P/E, ενώ μια εταιρεία με κακή απόδοση έχει χαμηλό δείκτη P/E.

---

Είναι ένα από τα κυριότερα μέτρα που χρησιμοποιούνται για να καθοριστεί αν μια μετοχή είναι υπερτιμημένη ή υποτιμημένη. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο υπολογισμός του δείκτη P/E είναι κάτι σχετικά εύκολο, σε αντίθεση με την ερμηνεία του αποτελέσματος που προκύπτει, η οποία μπορεί να είναι σχετικά δύσκολη ή και ευμετάβλητη.

Για τον καθορισμό του P/E διαιρούμε απλά την τρέχουσα χρηματιστηριακή τιμή της μετοχής με τα αντίστοιχα κέρδη της εταιρίας ανά μετοχή για τους τελευταίους 12 μήνες ή για το πιο πρόσφατο έτος ή ακόμα και για το προβλεπόμενο έτος. Τα κέρδη ανά μετοχή είναι το σύνολο των κερδών της επιχείρησης κατά τη διάρκεια του τελευταίου δωδεκαμήνου διαιρεμένο με το συνολικό αριθμό των εισηγμένων διαπραγματευόμενων μετοχών της. Τα συγκεκριμένα μεγέθη είναι διαθέσιμα στους ετήσιους, εξαμηνιαίους ή τριμηνιαίους ισολογισμούς της επιχείρησης.

$$\text{Δείκτης } \frac{P}{E} = \frac{\text{Τιμή Μετοχής}}{\text{Κέρδη Μετοχής}}$$

---

### **Παράδειγμα 16**

Θα υπολογίσουμε το P/E της εταιρείας "ΑΒΓ" για την οποία θα υποθέσουμε ότι είναι εισηγμένη στο ΧΑΑ. Γνωρίζουμε ότι:

τιμή μετοχής = 3,85 €

καθαρά κέρδη μ.φ. τελευταίων 12 μηνών = 11.400.000 €

αριθμός υπό διαπραγμάτευση μετοχών = 38.000.000

**Λύση:**

$11.400.000 / 38.000.000 = 0,3$  € ανά μετοχή

$3,85 / 0,3 = 12,83$  φορές, που είναι ο δείκτης P/E για την εταιρεία "ΑΒΓ"

Το P/E αυτό απλά σημαίνει ότι η μετοχή πωλείται 12,83 φορές τα κέρδη ή διαφορετικά ότι για τον επενδυτή που θα αγοράσει σήμερα τη συγκεκριμένη μετοχή, θα χρειαστεί να περάσουν 12,83 χρόνια προκειμένου η εταιρεία να επιτύχει αθροιστικά κέρδη που θα ισοδυναμούν με τη σημερινή τιμή της μετοχής.

---

Είναι σημαντικό να γνωρίζουμε ότι το P/E των μετοχών αλλάζει καθημερινά, καθώς οι τιμές των μετοχών μεταβάλλονται, αλλά και ετησίως όταν ανακοινώνονται τα κέρδη της εταιρείας. Αυτό σημαίνει ότι για τη λήψη μιας επενδυτικής απόφασης, ο δείκτης P/E πρέπει να υπολογίζεται λαμβάνοντας υπόψη τα πιο πρόσφατα διαθέσιμα στοιχεία.

#### 4.2.2 Συνδυασμός Δεικτών

Ο συνδυασμός μερικών χρηματοοικονομικών δεικτών μπορεί να δώσει πρόσθετες χρήσιμες πληροφορίες, πχ: ο δείκτης της απόδοσης των συνολικών επενδυμένων κεφαλαίων της επιχείρησης μπορεί να συνδυαστεί με τον δείκτη της κυκλοφοριακής ταχύτητας του συνόλου των περιουσιακών στοιχείων και του δείκτη μεικτού περιθωρίου κέρδους.

Η επιδίωξη της επιχείρησης είναι η επίτευξη όσο το δυνατόν μεγαλύτερης απόδοσης στα συνολικά υπενδεδυμένα κεφάλαιά της. Αυτό περιορίζεται από τον ανταγωνισμό που αναπτύσσεται στην αγορά. Οπότε αν η αναμενόμενη απόδοση στα υπενδεδυμένα κεφάλαια είναι δεδομένη λόγω του ανταγωνισμού, οι επιχειρήσεις αντιμετωπίζουν μια σχέση ανταλλαγής μεταξύ του μεγέθους του δείκτη κυκλοφοριακής ταχύτητας και του μεικτού περιθωρίου κέρδους.

#### *Παράδειγμα 17*

*Επιχείρηση παρουσιάζει τον παρακάτω ισολογισμό του έτους 2010:*

<b>ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΟ</b>		<b>ΠΑΘΗΤΙΚΟ</b>	
<i>Καθαρά Πάγια</i>	<i>100.000</i>	<i>Μετοχικό Κεφάλαιο</i>	<i>60.000</i>
<i>Αποθέματα</i>	<i>35.000</i>	<i>Αποθεματικό Κεφάλαιο</i>	<i>60.000</i>
<i>Πελάτες</i>	<i>42.000</i>	<i>Μακροπρόθεσμα Δάνεια</i>	<i>40.000</i>
<i>Χρεόγραφα</i>	<i>13.000</i>	<i>Πιστωτές</i>	<i>10.000</i>
<i>Ταμείο</i>	<i>10.000</i>	<i>Γραμμάτια Πληρωτέα</i>	<i>30.000</i>
<b>ΣΥΝΟΛΟ ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΟΥ</b>	<b>200.000</b>	<b>ΣΥΝΟΛΟ ΠΑΘΗΤΙΚΟΥ</b>	<b>200.000</b>

*Πίνακας 5*



Ο λογαριασμός Αποτελέσματα Χρήσεως την ίδια περίοδο παρουσιάζει την παρακάτω μορφή (σε χιλιάδες ευρώ):

Πωλήσεις (επί πιστώσει)	500.000
Κόστος Πωληθέντων	350.000
Μικτό Κέρδος	120.000
Διοικητικά έξοδα	50.000
Λειτουργικό κέρδος	60.000
Τόκοι	10.000
Έκτακτη ζημία	25.000
Καθαρό κέρδος προ φόρων	35.000
Φόρος με 25%	10.000
Καθαρό κέρδος	30.000

#### Πίνακας 6

Να αξιολογηθεί η συγκεκριμένη επιχείρηση με βάση αριθμοδείκτες που θα υπολογιστούν.

$$1) \quad \Delta K P = \frac{\text{κυκλοφορούν ενεργητικό}}{\text{βραχυπρόθεσμες υποχρεώσεις}} = \frac{100.000}{40.000} = \mathbf{2,5} \rightarrow \mathbf{250\%}$$

Ο Δ.Κ.Ρ. δείχνει σε γενικές γραμμές το περιθώριο ασφαλείας που έχει στην διάθεση της μια επιχείρηση για να ικανοποιήσει τις βραχυπρόθεσμες υποχρεώσεις της.

$$2) \quad \Delta A P = \frac{\text{Κυκλοφορούν ενεργητικό-αποθέματα}}{\text{βραχυπρόθεσμες υποχρεώσεις}} = \frac{100.000-35.000}{40.000} = \mathbf{1,625} \rightarrow \mathbf{162.5\%}$$

Αυτός ο δείκτης υποδηλώνει ότι η επιχείρηση μπορεί να ανταποκριθεί με ευκολία στις βραχυπρόθεσμες υποχρεώσεις της, γιατί δεν φαίνεται να αντιμετωπίζει πρόβλημα στην άντληση κεφαλαίων από άλλα στοιχεία του κυκλοφορούντος ενεργητικού. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα ο δείκτης θα έπρεπε να είναι 2,5 και ο δείκτης 1,625 υποδηλώνει πως η επιχείρηση πρέπει να προσπαθήσει να μειώσει τα αποθέματα της ή να αυξήσει την αξία των υπολοίπων ρευστοποιήσιμων στοιχείων της.

$$3) \quad \Delta.Μ.Π.Κ. = \frac{\text{Πωλήσεις} - \text{Κόστος Πωληθέντων}}{\text{Πωλήσεις}} = \frac{500.000 - 350.000}{500.000} = \mathbf{0,3 \rightarrow 30\%}$$

Το μικτό περιθώριο κέρδους δείχνει πόσο αποτελεσματικά χρησιμοποιεί η διοίκηση μιας επιχείρησης τα υλικά και την εργασία κατά την διαδικασία της παραγωγής.

$$4) \quad \Delta.Α.Ε. = \frac{\text{Καθαρά Κέρδη Χρήσης}}{\text{Σύνολο Ενεργητικού}} = \frac{30.000}{200.000} = \mathbf{0,15 \rightarrow 15\%}$$

Η επιχείρηση έχει 15% πιθανότητα να προσελκύσει κεφάλαια για επένδυση.

$$5) \quad \Delta.Π.Κ.Ε. = \frac{\text{Λειτουργικά Κέρδη}}{\text{Πωλήσεις}} = \frac{60.000}{500.000} = \mathbf{0,12 \rightarrow 12\%}$$

Η επιχείρηση κατάφερε κατά 12% να δημιουργήσει κέρδη από την κύρια δραστηριότητά της.

$$6) \quad \Delta.Π.Κ.Κ. = \frac{\text{Καθαρά κέρδη}}{\text{Πωλήσεις}} = \frac{30.000}{500.000} = \mathbf{0,06 \rightarrow 6\%}$$

Το περιθώριο του καθαρού κέρδους της επιχείρησης είναι 6%

$$7) \quad \Delta.Α.Ι.Κ. = \frac{\text{Καθαρά Κέρδη}}{\text{Ιδια Κεφάλαια}} = \frac{30.000}{60.000} = \mathbf{0,5 \rightarrow 50\%}$$

Το ποσοστό απόδοσης των μετόχων της επιχείρησης είναι 50%

$$8) \quad \Delta.Α.Σ.Κ. = \frac{\text{Καθαρά κέρδη} + \text{Τόκοι}}{\text{Σύνολο Ενεργητικού}} = \frac{30.000 + 10.000}{200.000} = \mathbf{0,2 \rightarrow 20\%}$$

Η επιχείρηση αξιοποιεί κατά 20% τα κεφάλαια που της έχουν χορηγηθεί από μετόχους, δανειστές ή πιστωτές

$$9) \quad \text{Κ.Τ.Αποθ.} = \frac{\text{Πωλήσεις}}{\text{Μέσο Ύψος Αποθεμάτων Αρχής και Τέλους Χρήσης}} = \frac{500000}{35000} = \mathbf{14,28}$$

Τα αποθέματα της επιχείρησης μετατρέπονται σε εισπρακτέους λογαριασμούς μετά από 14,28 μέρες.

$$10) \quad \Delta.Π.Α. = \frac{365}{\text{Κυκλοφοριακή Ταχύτητα Αποθεμάτων}} = \frac{365}{14,28} = \mathbf{25,56}$$

Η επιχείρηση έχει αναμονή 25,56 ημερών για την πώληση και αντικατάσταση των εμπορευμάτων της.

$$11) \text{ Κ.Τ.Απαιτ.} = \frac{\text{Πιστωτικές Πωλήσεις}}{\text{Μέσο ύψος Απαιτήσεων Αρχής και Τέλους Χρήσης}} = \frac{500000}{42000} = 11,9$$

Οι απαιτήσεις της επιχείρησης μετατρέπονται σε εισπρακτέους λογαριασμούς μετά από 11,9 μέρες.

$$12) \text{ Μ.Δ.Ε.Α.} = \frac{365}{\text{Κυκλοφοριακή Ταχύτητα Απαιτήσεων}} = \frac{365}{11,6} = 30,67$$

Η επιχείρηση έχει αναμονή 30,67 ημερών για την είσπραξη των απαιτήσεων της..

$$13) \text{ Κ.Τ.Π.Π.Σ.} = \frac{\text{Πωλήσεις}}{\text{Μέσο Ύψος Παγίων Απαιτήσεων Αρχής και Τέλους Χρήσης}} = \frac{500000}{100000} = 5$$

$$14) \text{ Κ.Τ.Σ.Π.Σ.} = \frac{\text{Πωλήσεις}}{\text{Μέσο Ύψος Συνόλου Ενεργ. Αρχής και Τέλους Χρήσης}} = \frac{500000}{200000} = 2,5$$

$$15) \text{ Δείκτης καλύψεως τόκων} = \frac{\text{Κ.Π.Τ.Φ}}{\text{Τόκοι}} = \frac{60.000}{10.000} = 6$$

Καθώς ο δείκτης έχει τιμή >3 (=6) υπάρχει ευχέρεια κάλυψης των χρεωστικών τόκων της επιχείρησης.

$$16) \text{ Δ.Δ.Ε.} = \frac{\text{Ξένα Κεφάλαια}}{\text{Σύνολο Ενεργητικού}} = \frac{60.000}{200.000} = 0,3 \rightarrow 30\%$$

Ο δείκτης είναι σχετικά υψηλός οπότε τείνει να μεγαθύνει τα κέρδη της επιχείρησης.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### Εφαρμογές Τεχνολογίας στην Οικονομία

Η ραγδαία εξάπλωση του διαδικτύου τα τελευταία χρόνια και η χρήση του για εμπορικούς σκοπούς, δημιούργησε νέες ανάγκες στο χώρο των επιχειρήσεων. Προκειμένου να συμβαδίσουν με τις τεχνολογικές αλλαγές και να παραμείνουν ανταγωνιστικές, καλούνται να δημιουργήσουν κάποιες υποδομές. Σε αυτόν τον τομέα βρίσκει έδαφος η επιστήμη της κρυπτογραφίας που χρησιμοποιείται για να καλύψει την ανάγκη της εμπιστευτικότητας στο ηλεκτρονικό εμπόριο.

Από την άλλη πλευρά, η βελτιστοποίηση σχετίζεται με την άριστη χρησιμοποίηση των περιορισμένων πόρων μιας επιχείρησης ή ενός οργανισμού με στόχο την επίτευξη της μεγιστοποίησης του κέρδους ή της ελαχιστοποίησης του κόστους, μέσα στο πλαίσιο ορισμένων περιορισμών και δυνατοτήτων της επιχείρησης. (Για το κεφάλαιο αυτό χρησιμοποιήθηκαν στοιχεία από τις πηγές [1][4][6][10][12][16][20][25][26][35][36][ ][ ][ ])

#### 5.1 Κρυπτογραφία

Η κρυπτογραφία είναι ένας κλάδος της επιστήμης της κρυπτολογίας, η οποία ασχολείται με την μελέτη της ασφαλούς επικοινωνίας. Ο κύριος στόχος της είναι να παρέχει μηχανισμούς για 2 ή περισσότερα μέλη να επικοινωνήσουν χωρίς κάποιος άλλος να είναι ικανός να διαβάσει την πληροφορία εκτός από τα μέλη. Η λέξη κρυπτολογία αποτελείται από την ελληνική λέξη «κρυπτός» και την λέξη «λόγος» και χωρίζεται σε δύο κλάδους: την Κρυπτογραφία και την Κρυπτανάλυση.

Ιστορικά η κρυπτογραφία χρησιμοποιήθηκε για την κρυπτογράφηση μηνυμάτων δηλαδή μετατροπή της πληροφορίας από μια κανονική κατανοητή μορφή σε έναν γρίφο, που χωρίς την γνώση του κρυφού μετασχηματισμού θα παρέμενε ακατανόητος. Η επιθυμία προστασίας του περιεχομένου των μηνυμάτων οδήγησε στην επινόηση και χρήση κρυπτογραφικών τεχνικών και συστημάτων, τα οποία επιτρέπουν το μετασχηματισμό μηνυμάτων ή δεδομένων κατά τέτοιο τρόπο ώστε να είναι αδύνατη η υποκλοπή του περιεχομένου τους κατά τη μετάδοση ή αποθήκευσή τους.

Κύριο χαρακτηριστικό των παλαιότερων μορφών κρυπτογράφησης ήταν ότι η επεξεργασία γινόταν πάνω στην γλωσσική δομή. Στις νεότερες μορφές η κρυπτογραφία κάνει χρήση του αριθμητικού ισοδύναμου, η έμφαση έχει μεταφερθεί σε διάφορα πεδία των μαθηματικών, όπως διακριτά μαθηματικά, θεωρία αριθμών, θεωρία πληροφορίας κτλ.

Η κρυπτογραφία παρέχει 4 βασικές λειτουργίες (αντικειμενικοί σκοποί):

- **Εμπιστευτικότητα (Confidentiality):** Πρόκειται για την προστασία των δεδομένων ενάντια σε μη εξουσιοδοτημένη πρόσβαση ή γνωστοποίησή τους. Η υπηρεσία αυτή υλοποιείται μέσω μηχανισμών ελέγχου πρόσβασης στην περίπτωση αποθήκευσης δεδομένων και μέσω κωδικοποίησης κατά την αποστολή τους
- **Ακεραιότητα (Integrity):** Είναι η προστασία των δεδομένων ενάντια σε μη εξουσιοδοτημένη τροποποίηση ή αντικατάστασή τους. Παρέχεται από μηχανισμούς κρυπτογραφίας όπως οι ηλεκτρονικές υπογραφές.
- **Πιστοποίηση (Authentication):** Πρόκειται για την επιβεβαίωση της ταυτότητας ενός ατόμου ή της πηγής αποστολής των πληροφοριών. Κάθε χρήστης που επιθυμεί να επιβεβαιώσει την ταυτότητα ενός άλλου προσώπου ή εξυπηρετητή με τον οποίο επικοινωνεί, βασίζεται στην πιστοποίηση
- **Μη -Άρνηση Αποδοχής (Non-Repudiation):** Συνδυάζει τις υπηρεσίες της Πιστοποίησης και της Ακεραιότητας. Ο αποστολέας δεδομένων δεν μπορεί να αρνηθεί ότι δημιούργησε και απέστειλε το μήνυμα. Η κρυπτογραφία παρέχει ηλεκτρονικές υπογραφές, κατά συνέπεια μόνο ο αποστολέας του μηνύματος θα μπορούσε να κατέχει τη συγκεκριμένη υπογραφή.

### **5.1.1 Τι μπορούμε να επιτύχουμε με την κρυπτογράφηση**

Η κρυπτογράφηση μπορεί να παίξει σημαντικό ρόλο στις καθημερινές μας υπολογιστικές και επικοινωνιακές μας ανάγκες:

- Η κρυπτογράφηση μπορεί να προστατεύσει πληροφορίες αποθηκευμένες στον υπολογιστή μας από πρόσβαση ενός τρίτου, με ή χωρίς άδεια.
- Η κρυπτογράφηση μπορεί να προστατεύσει πληροφορίες κατά τη διάρκεια της μεταφοράς από ένα υπολογιστικό σύστημα σε άλλο.
- Η κρυπτογράφηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εμποδίσει και να εντοπίσει τυχαίες ή σκόπιμες αλλαγές στα δεδομένα μας.
- Η κρυπτογράφηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να επικυρώσει την ταυτότητα του δημιουργού.

**Κρυπτογράφηση (encryption):** ονομάζεται η διαδικασία μετασχηματισμού ενός μηνύματος σε μια ακατανόητη μορφή με τη χρήση κάποιου κρυπτογραφικού αλγόριθμου έτσι ώστε να μη μπορεί να διαβαστεί από κανέναν εκτός του νόμιμου παραλήπτη. Η αντίστροφη διαδικασία, όπου από το κρυπτογραφημένο κείμενο παράγεται το αρχικό μήνυμα ονομάζεται «αποκρυπτογράφηση».

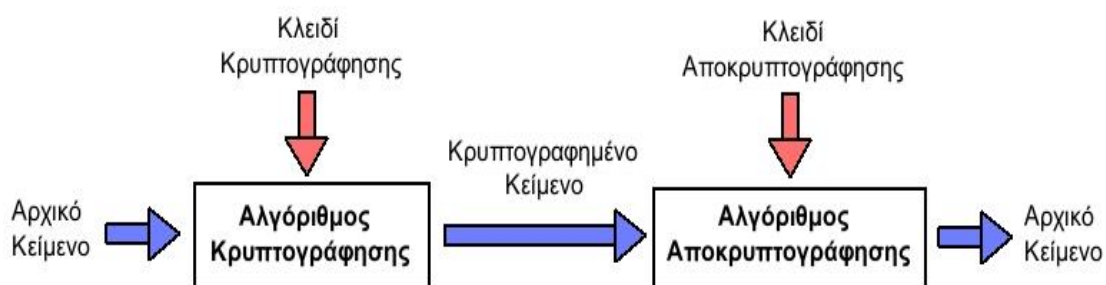
**Αρχικό κείμενο (plaintext):** είναι το μήνυμα το οποίο αποτελεί την είσοδο σε μια διεργασία κρυπτογράφησης.

**Κρυπτογραφημένο κείμενο (chiphertext):** είναι το αποτέλεσμα της εφαρμογής ενός κρυπτογραφικού αλγόριθμου πάνω στο αρχικό κείμενο.

**Κρυπτογραφικός αλγόριθμος (cipher):** είναι η μέθοδος μετασχηματισμού δεδομένων σε μια μορφή που να μην επιτρέπει την αποκάλυψη των περιεχομένων τους από μη εξουσιοδοτημένα μέρη. Κατά κανόνα ο κρυπτογραφικός αλγόριθμος είναι μια πολύπλοκη μαθηματική συνάρτηση. Οι κρυπτογραφικοί αλγόριθμοι χρησιμοποιούν κατά κανόνα κρυπτογραφικά κλειδιά, η τιμή των οποίων επηρεάζει την κρυπτογράφηση και αποκρυπτογράφηση.

**Κλειδί (key):** είναι ένας αριθμός αρκετών bit που χρησιμοποιείται ως είσοδος στη συνάρτηση της κρυπτογράφησης.

Η διαδικασία της κρυπτογράφησης και αποκρυπτογράφησης φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 20

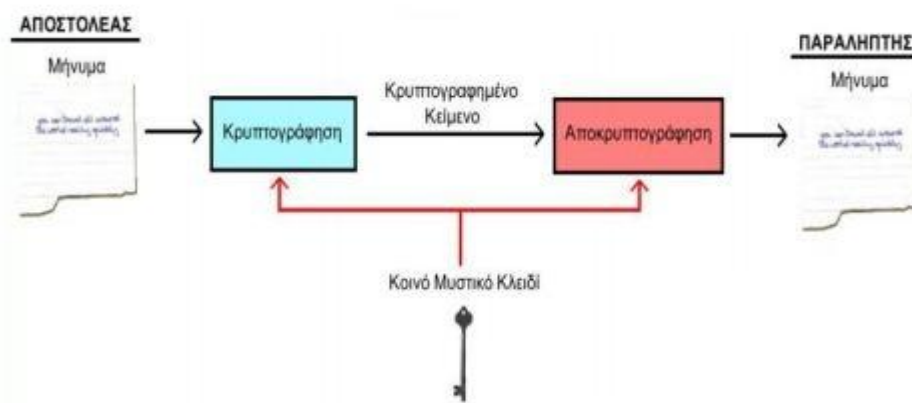
Η κρυπτογράφηση και αποκρυπτογράφηση ενός μηνύματος γίνεται με τη βοήθεια ενός αλγόριθμου κρυπτογράφησης (cipher) και ενός κλειδιού κρυπτογράφησης (key). Συνήθως ο αλγόριθμος κρυπτογράφησης είναι γνωστός οπότε η εμπιστευτικότητα του κρυπτογραφημένου μηνύματος που μεταδίδεται, βασίζεται κατά κύριο λόγο στη μυστικότητα του κλειδιού κρυπτογράφησης. Το μέγεθος του κλειδιού μετριέται σε bits και παίρνει τιμές από 0 έως 255 καθώς επίσης εξαρτάται και από τον αλγόριθμο που χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή του. Όσο αυξάνεται ο βαθμός πολυπλοκότητας του αλγορίθμου, τόσο

μειώνεται η πιθανότητα να τον προσπελάσει κάποιος. Ο αλγόριθμος κρυπτογράφησης λειτουργεί σε συνδυασμό με ένα κλειδί (key), για την κρυπτογράφηση του απλού κειμένου. Το ίδιο απλό κείμενο κωδικοποιείται σε διαφορετικά κρυπτογραφήματα όταν χρησιμοποιούνται διαφορετικά κλειδιά. Διαφορετικοί αλγόριθμοι κρυπτογράφησης απαιτούν διαφορετικά μήκη κλειδιών για να πετύχουν το ίδιο επίπεδο ανθεκτικότητας κρυπτογράφησης.

Υπάρχουν πολλοί τρόποι με τους οποίους μπορούν να κατηγοριοποιηθούν τα κρυπτογραφικά συστήματα. Ο πιο σημαντικός όμως είναι ανάλογα με τον αριθμό κλειδιών που χρησιμοποιούν.

### 5.1.2 Συμμετρική κρυπτογραφία:

Σύμφωνα με τη συμμετρική κρυπτογραφία, ο αποστολέας του μηνύματος χρησιμοποιεί ένα κλειδί, κρυπτογραφεί το μήνυμα και στη συνέχεια ο παραλήπτης χρησιμοποιεί το ίδιο κλειδί και αποκρυπτογραφεί το μήνυμα. Δηλαδή χρησιμοποιείται το ίδιο κλειδί κατά την κρυπτογράφηση και αποκρυπτογράφηση του μηνύματος.



Σχήμα 21

Υπάρχουν αρκετοί αλγόριθμοι που ανήκουν σε αυτή την κατηγορία, όπως είναι οι :

- DES (Data Encryption Standard)
- triple DES,
- RC2, RC4, RC5,
- IDEA (International Data Encryption Algorithm)
- AES (Advanced Encryption Standard)

### **Πλεονεκτήματα**

1. Μικρός χρόνος για κωδικοποίηση /αποκωδικοποίηση
2. Εύκολη μαθηματική υλοποίηση
3. Δύσκολη η κρυπτανάλυση (εύρεση του κλειδιού)

### **Μειονεκτήματα**

1. Ανάγκη για ασφαλή φύλαξη του κλειδιού
2. Ανάγκη για ασφαλή διανομή του κλειδιού

### **5.1.3 Ασύμμετρη κρυπτογραφία ή δημοσίου κλειδιού:**

Αντίθετα από τη συμμετρική κρυπτογραφία, η ασύμμετρη χρησιμοποιεί ένα ζεύγος μαθηματικά συνδεδεμένων κλειδιών. Πιο συγκεκριμένα παράγονται δύο κλειδιά, το δημόσιο και το ιδιωτικό. Με αυτό τον τρόπο κάποιος γνωστοποιεί το δημόσιο κλειδί του ενώ παράλληλα κρατάει μυστικό το ιδιωτικό κλειδί του. Στη συνέχεια, εάν κάποιος θέλει να επικοινωνήσει μαζί του, χρησιμοποιεί το δημόσιο κλειδί και κρυπτογραφεί τα δεδομένα, τα αποστέλλει και στη συνέχεια ο παραλήπτης χρησιμοποιεί το ιδιωτικό του κλειδί και τα αποκρυπτογραφεί. Τα δεδομένα που κρυπτογραφούνται με το δημόσιο κλειδί, αποκρυπτογραφούνται μόνο με το ιδιωτικό. Για αυτό και η ευρεία γνωστοποίηση του δημοσίου κλειδιού δεν αποτελεί κίνδυνο για την ασφάλεια των δεδομένων. Ο πιο γνωστός αλγόριθμος αυτού του είδους είναι ο RSA που σχεδιάστηκε το 1977 και πήρε το όνομα του από τους Ron Rivest, Adi Shamir και Len Adleman. Θεωρείται αρκετά ασφαλής σε συνδυασμό πάντα με το μήκος του κλειδιού που θα χρησιμοποιηθεί.

### **Πλεονεκτήματα**

- 1) Εύκολη διανομή των δημοσίων κλειδιών
- 2) Οποιοσδήποτε μπορεί να στείλει κρυπτογραφημένο μήνυμα που μόνο ο παραλήπτης μπορεί να αποκρυπτογραφήσει

### **Μειονεκτήματα**

- 1) Μεγάλος χρόνος για κρυπτογράφηση και αποκρυπτογράφηση
- 2) Μαθηματικά απαιτητικές διαδικασίες
- 3) Κίνδυνος παραγοντοποίησης του δημοσίου κλειδιού και εύρεσης του ιδιωτικού κλειδιού

### **5.1.4 Αλγόριθμοι κατακερματισμού:**

Υπάρχουν και οι αλγόριθμοι κατακερματισμού (hash functions), όπου σύμφωνα με αυτό τον τρόπο κρυπτογραφίας, ο αλγόριθμος παίρνοντας σαν είσοδο το αρχικό μήνυμα (plaintext) το μετατρέπει σε μια καθορισμένου μήκους



τιμή κατακερματισμού (hash value). Έτσι θα έλεγε κανείς ότι δε χρησιμοποιείται καθόλου κλειδί. Με τη χρήση των αλγόριθμων κατακερματισμού, το περιεχόμενο καθώς και το μέγεθος του αρχικού μηνύματος είναι αδύνατο να ανακτηθούν από το κρυπτογραφημένο μήνυμα, καθώς επίσης είναι σχεδόν αδύνατο δυο διαφορετικά αρχικά μηνύματα να έχουν την ίδια τιμή κατακερματισμού.

Ο λόγος που χρησιμοποιούνται τρεις διαφορετικοί τύποι κρυπτογράφησης είναι ότι καθένα είναι ιδανικός για διαφορετικές εφαρμογές. Για παράδειγμα οι αλγόριθμοι κατακερματισμού είναι ιδανικοί για την ακεραιότητα δεδομένων γιατί οποιαδήποτε αλλαγή γίνει στα περιεχόμενα του μηνύματος, θα οδηγήσει στην αλλαγή ολόκληρου του μηνύματος. Η συμμετρική κρυπτογράφηση βρίσκει εφαρμογή στην ανταλλαγή μηνυμάτων γιατί είναι πολύ πιο γρήγορη από την ασύμμετρη κρυπτογράφηση, ενώ η ασύμμετρη κρυπτογράφηση παρέχει τη δυνατότητα μη άρνησης αποδοχής, αφού αν ο παραλήπτης μπορεί να λάβει το δημόσιο κλειδί, το οποίο παράγεται με τη χρήση του ιδιωτικού κλειδιού, τότε μόνο ο αποστολέας θα μπορούσε να είχε στείλει το μήνυμα.

### **5.1.5 Η κρυπτογράφηση στο μέλλον: Κβαντική κρυπτογραφία**

Η κβαντική κρυπτογραφία συνίσταται στην εκμετάλλευση κάποιων ιδιοτήτων ενός φυσικού συστήματος, οι οποίες προβλέπονται από την κβαντομηχανική, έτσι ώστε να δημιουργηθεί ένα κλειδί κρυπτογράφησης, το οποίο θα εξασφαλίζει ένα ασφαλές κανάλι επικοινωνίας μεταξύ των κατόχων του.

Το κύριο χαρακτηριστικό της κβαντικής κρυπτογραφίας, που τη διαφοροποιεί από τις άλλες μεθόδους κρυπτογράφησης, είναι ότι οι μετέχοντες στο ασφαλές κανάλι έχουν τη δυνατότητα να καταλάβουν πότε και αν κάποιος υποκλέπτει την επικοινωνία τους. Αυτό συμβαίνει γιατί η διαδικασία της μέτρησης διαταράσσει το κβαντικό σύστημα (που είναι το κλειδί) κι έτσι αυτό υφίσταται αλλοιώσεις. Τις αλλοιώσεις αυτές μπορούν να τις αναγνωρίσουν οι μετέχοντες με κάποιους αλγόριθμους, να τις διορθώσουν κι έτσι να εξασφαλίσουν μια απόλυτα ασφαλή επικοινωνία.

Σε αντίθεση με την κλασσική κρυπτογραφία που βασίζεται πάνω σε ιδιότητες υπολογιστικής πολυπλοκότητας κάποιων συγκεκριμένων μαθηματικών συναρτήσεων, η κβαντική κρυπτογράφηση βασίζεται πάνω στα θεμέλια της κβαντικής μηχανικής.

Οι υπάρχουσες μέθοδοι κβαντικής κρυπτογράφησης χρησιμοποιούν τις φυσικές ιδιότητες του συστήματος μόνο για την παραγωγή του κλειδιού, καθώς η ίδια η μεταφορά της πληροφορίας γίνεται με τον κλασσικό τρόπο και για την κρυπτογράφηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιοσδήποτε από τους αλγόριθμους

κρυπτογράφησης. Στην πλειοψηφία των περιπτώσεων, ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται είναι ο OTP (one-time pad) γιατί έχει αποδειχτεί ότι είναι απαραβίαστος σε συνδυασμό με τη χρήση ενός τυχαίου κλειδιού.

### **5.1.6 Οι εφαρμογές της κρυπτογραφίας στην οικονομία**

Η ανάπτυξη του ηλεκτρονικού εμπορίου ξεκινά τη δεκαετία του 1970 με την εμφάνιση των συστημάτων ηλεκτρονικής μεταφοράς χρηματικών πόρων μεταξύ τραπεζών. Η μεταφορά των χρηματικών πόρων γίνεται μέσω ασφαλών ιδιωτικών δικτύων, τα οποία αλλάζουν τη μορφή των παραδοσιακών χρηματοοικονομικών αγορών.

Στη δεκαετία του 1980 έκανε την εμφάνισή της η τεχνολογία ηλεκτρονικής επικοινωνίας που βασιζόταν στην αρχιτεκτονική της ανταλλαγής μηνυμάτων (συστήματα EDI και ηλεκτρονικό ταχυδρομείο). Με αυτό τον τρόπο γίνεται εφικτή η διεκπεραίωση επικοινωνιακών δραστηριοτήτων ηλεκτρονικά, συνεπώς γρηγορότερα και με χαμηλότερο κόστος.

Στη δεκαετία του 1990 τα δίκτυα ηλεκτρονικής επικοινωνίας και το internet δίνουν τη δυνατότητα μιας νέας μορφής επικοινωνίας όπως το ηλεκτρονικό ταχυδρομείο, η ηλεκτρονική συνδιάσκεψη, η ηλεκτρονική συνομιλία, οι ομάδες αναζήτησης, η ηλεκτρονική μεταφορά αρχείων κλπ.

Έπειτα η εμφάνιση του παγκόσμιου ιστού, η ευρεία χρήση των windows και η επικράτηση των προσωπικών ηλεκτρονικών υπολογιστών συντελούν στην ανάπτυξη του ηλεκτρονικού εμπορίου.

Τέλος, το 2000 με την καθιέρωση μεθόδων κρυπτογράφησης του περιεχομένου των μηνυμάτων και εξακρίβωσης της ταυτότητας του αποστολέα, γίνονται πιο ασφαλείς οι διεθνείς ηλεκτρονικές συναλλαγές και κατά συνέπεια πιο προσιτές από τους χρήστες του διαδικτύου.

#### **5.1.6.1 Ηλεκτρονικές επιχειρήσεις.**

Τα τελευταία χρόνια η εξέλιξη του internet και των νέων τεχνολογιών πληροφοριών και επικοινωνίας άλλαξε τον τρόπο που οι επιχειρήσεις πραγματοποιούν τις δραστηριότητές τους. Χρησιμοποιώντας αυτό το ευέλικτο μέσο κατάφεραν να εκμεταλλευτούν τις δυνατότητές που τους προσφέρει και σε συνδυασμό με την υπάρχουσα εμπορική τους δραστηριότητα, να στηρίξουν και την ηλεκτρονική τους παρουσία. Ο ανταγωνισμός όμως είναι ιδιαίτερα σκληρός στην ψηφιακή οικονομία, επομένως οι επιχειρήσεις που θα καταφέρουν να προσαρμοστούν καλύτερα στα νέα δεδομένα θα είναι αυτές που θα αποκτήσουν και συγκριτικό πλεονέκτημα.

Ένας πολύ κρίσιμος αλλά και καθοριστικός παράγοντας για την ευρεία διάδοση, χρήση και αποδοχή του ηλεκτρονικού εμπορίου πάνω από ανοικτά συστήματα και δίκτυα είναι η ασφάλεια των συναλλαγών. Ο δισταγμός των περισσότερων επιχειρήσεων αλλά και των καταναλωτών οφείλεται κυρίως στην ανησυχία για την ασφάλεια του δικτύου αλλά και των συναλλαγών που λαμβάνουν χώρο σε αυτό. Υπάρχουν πολλές περιπτώσεις καταστροφής δεδομένων, εξαπάτησης/ κλοπής χρημάτων, παραποίησης εγγράφων, υποκλοπής προσωπικών δεδομένων κλπ. γεγονότα που μεγαλώνουν την ανασφάλεια των χρηστών για τη διεκπεραίωση των συναλλαγών τους μέσω του διαδικτύου. Το διαδίκτυο, άλλωστε, βασίζεται σε ανοικτά πρότυπα που σε συνδυασμό με την ελεύθερη ανταλλαγή πληροφοριών μπορεί να οδηγήσουν στη σκέψη ότι διαδίκτυο και ασφάλεια είναι δυο όροι αμοιβαία αποκλειόμενοι. Αυτό, όμως, απέχει από την πραγματικότητα αφού μια ποικιλία προτύπων, πρωτοκόλλων και εφαρμογών που βασίζονται σε τεχνικές κρυπτογράφησης καλύπτουν το όλο εύρος, από ασφάλεια σε επίπεδο πακέτου μέχρι ασφάλεια σε επίπεδο εφαρμογών.

Συμπερασματικά, η δημιουργία ασφαλούς περιβάλλοντος στο ηλεκτρονικό εμπόριο σημαίνει την προστασία των δικτυακών πόρων από ενδεχόμενες απειλές και κινδύνους και γενικότερα την εγγύηση του ίδιου, τουλάχιστον, επιπέδου ασφαλείας με το παραδοσιακό εμπόριο. Στο σημείο αυτό, κάνει την εμφάνισή του ο διαχειριστής (manager) ασφαλείας της ηλεκτρονικής επιχείρησης, ο οποίος θα πρέπει να ερευνήσει και να αναλύσει τους κινδύνους και στη συνέχεια καλείται να επιλέξει και να υλοποιήσει ένα πλάνο ασφαλείας. Το τελικό πλάνο/ σύστημα που θα επιλεγεί για να ελέγχει και να προστατεύει τις πληροφορίες της επιχείρησης που ταξιδεύουν στο διαδίκτυο, θα είναι αυτό που μεγιστοποιεί το λόγο \*κόστος προς απόδοση\*.

#### **5.1.6.2 Έξυπνες κάρτες**

Οι έξυπνες κάρτες είναι μικροσκοπικοί υπολογιστές που έχουν το μέγεθος και τη φόρμα μιας πιστωτικής κάρτας, πάνω στην οποία είναι ενσωματωμένο ένα ολοκληρωμένο κύκλωμα (chip). Το ολοκληρωμένο αυτό κύκλωμα περιέχει επαφές εισόδου/εξόδου και μπορεί να περιέχει μόνο μνήμη ή και μικροεπεξεργαστή. Ένα παράδειγμα έξυπνης κάρτας είναι η κάρτα SIM που χρησιμοποιείται στο σύστημα κινητής τηλεφωνίας. Οι έξυπνες κάρτες μπορούν να αποθηκεύσουν μεγάλη ποσότητα δεδομένων και παρέχουν δυνατότητες κρυπτογράφησης και χειρισμού ηλεκτρονικών υπογραφών για την ασφάλεια των περιεχομένων τους.

Η έξυπνη κάρτα χρησιμοποιείται κυρίως στις εξής εφαρμογές:

1. Τραπεζικές συναλλαγές (συσκευές ΑΤΜ, πιστωτικές κάρτες, κάρτες ανάληψης κτλ.)
2. Συναλλαγές με υπηρεσίες κοινής ωφέλειας
3. Συστήματα ασφαλείας υπολογιστών
4. Συστήματα απαγόρευσης πρόσβασης σε μη εξουσιοδοτημένο προσωπικό.
5. Κινητή τηλεφωνία
6. Αυτόματα μηχανήματα πώλησης αγαθών

### 5.1.6.3 Ηλεκτρονικές Επιταγές

Το σύστημα των ηλεκτρονικών επιταγών είναι ουσιαστικά η ηλεκτρονική εφαρμογή του συστήματος των έντυπων επιταγών. Μια ηλεκτρονική επιταγή έχει όλα τα χαρακτηριστικά που διαθέτει η έντυπη και στην πραγματικότητα αποτελεί ένα μήνυμα προς την τράπεζα του αποστολές για τη μεταφορά κεφαλαίων από ένα λογαριασμό σε έναν άλλο. Σε αντιστοιχία με την παραδοσιακή διαδικασία, η ηλεκτρονική επιταγή αποστέλλεται αρχικά στον αποδέκτη ο οποίος την υπογράφει και την προωθεί στην τράπεζα προκειμένου να λάβει το αντίστοιχο ποσό. Από άποψη ασφαλείας, η ηλεκτρονική επιταγή θεωρείται καλύτερη από την έντυπη, γιατί ο αριθμός λογαριασμού του αποστολέα κωδικοποιείται με το δημόσιο κλειδί της τράπεζας, χωρίς να αποκαλύπτεται στον έμπορο. Τα χαρακτηριστικά των μηχανισμών ασφαλείας στις ηλεκτρονικές επιταγές είναι

- Κρυπτογράφηση
- Η ψηφιακή υπογραφή
- Τα πιστοποιητικά

### 5.1.6.4 Ψηφιακές υπογραφές

Η Ψηφιακή Υπογραφή είναι ένα μαθηματικό σύστημα που χρησιμοποιείται για την απόδειξη της γνησιότητας ενός ψηφιακού μηνύματος ή εγγράφου. Μια έγκυρη ψηφιακή υπογραφή δίνει στον παραλήπτη την πιστοποίηση ότι το μήνυμα που δημιουργήθηκε ανήκει στον αποστολέα που το υπέγραψε ψηφιακά και ότι δεν αλλοιώθηκε κατά την μεταφορά.

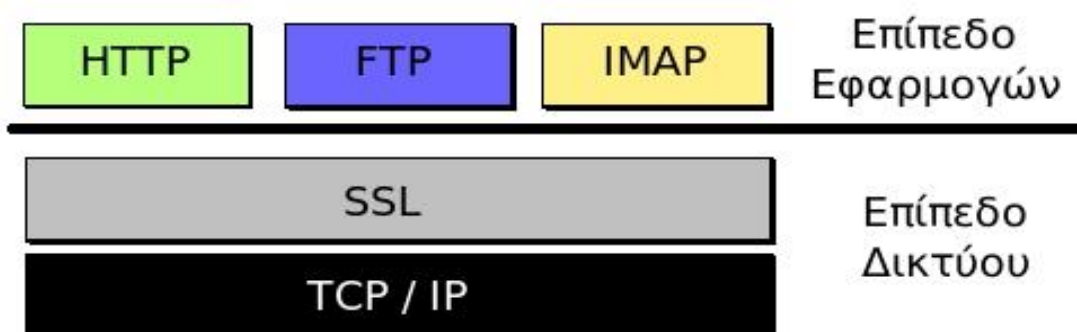
Σε μερικές χώρες όπως τις ΗΠΑ και κάποιες χώρες της Ευρωπαϊκής Ένωσης, οι ψηφιακές υπογραφές έχουν και νομική υπόσταση. Οι ψηφιακές υπογραφές σε ψηφιακά έγγραφα είναι παρόμοιες με τις αντίστοιχες χειρόγραφες υπογραφές σε έντυπα έγγραφα. Όταν οι ψηφιακές υπογραφές υλοποιούνται - εφαρμόζονται σωστά (με χρήση ασφαλών κρυπτογραφικών αλγορίθμων), είναι πολύ δυσκολότερο να πλαστογραφηθούν σε σχέση με τις αντίστοιχες χειρόγραφες. Επίσης το φυσικό πρόσωπο που ψηφιακά υπογράφει το ψηφιακό έγγραφο δεν μπορεί να ισχυριστεί ότι δεν το υπέγραψε (όσο το ιδιωτικό κλειδί

που χρησιμοποίησε δεν υποκλάπηκε). Κάποιες υλοποιήσεις των ψηφιακών υπογραφών προσθέτουν και την ημερομηνία υπογραφής του εγγράφου, ώστε και τον ιδιωτικό κλειδί να υποκλαπεί, η ψηφιακή υπογραφή να είναι έγκυρη. Η ψηφιακή υπογραφή μπορεί να προστεθεί σε οποιαδήποτε σειρά από bits (δηλαδή δεδομένα): παραδείγματα χρήσης είναι τα μηνύματα ηλεκτρονικού ταχυδρομείου, έγγραφα, μηνύματα που στέλνονται στο Διαδίκτυο κλπ. Πολλοί οργανισμοί υιοθετούν την χρήση των ψηφιακών υπογραφών ώστε να αποφεύγεται η αποστολή τυπωμένων εγγράφων (επικυρωμένα με χρήση σφραγίδων και υπογραφών).

Ένα πρόβλημα με τις ψηφιακές υπογραφές είναι ότι δεν γνωρίζουμε αν το δημόσιο κλειδί που έχουμε ανήκει σε αυτόν που ισχυρίζεται ότι είναι. Για αυτό ακριβώς τον λόγο υπάρχει ο Πάροχος Υπηρεσιών Πιστοποίησης ο οποίος είναι ένας οργανισμός-οντότητα ο οποίος πιστοποιεί την σχέση ενός ανθρώπου με το δημόσιο κλειδί του. Ο Πάροχος Υπηρεσιών Πιστοποίησης θα πρέπει να εμπνέει εμπιστοσύνη γιατί είναι η αρχή η οποία εκδίδει ψηφιακά πιστοποιητικά. Τα ψηφιακά πιστοποιητικά ταυτοποιούν ένα δημόσιο κλειδί με τον δικαιούχο του. Πολλές φορές αυτός που υπογράφει ψηφιακά ένα ηλεκτρονικό έγγραφο, ενδέχεται να επισυνάψει στο έγγραφο μαζί με την ψηφιακή υπογραφή και το ψηφιακό πιστοποιητικό του δημόσιου κλειδιού.

### 5.1.7 Πρωτόκολλα ασφαλείας

Σήμερα υπάρχουν πολλά πρωτόκολλα που υπόσχονται ασφαλή μετακίνηση των δεδομένων μεταξύ των δικτύων. Για το διαδίκτυο υπάρχουν τρεις εναλλακτικές: το πρωτόκολλο SSL (Secure Sockets Layer), το Secure Http και το SET (Secure Electronic Transaction)



Σχήμα 22

## SSL

Το πρωτόκολλο SSL (secure Socket Layer) αναπτύχθηκε από την εταιρεία Netscape και σχεδιάστηκε για να παρέχει ασφάλεια κατά τη μετάδοση ευαίσθητων δεδομένων στο διαδίκτυο. Χρησιμοποιεί μεθόδους

κρυπτογράφησης των δεδομένων που ανταλλάσσονται μεταξύ δύο συσκευών δημιουργώντας μια ασφαλή σύνδεση μεταξύ τους μέσω του διαδικτύου. Το πρωτόκολλο αυτό χρησιμοποιεί το TCP/IP για τη μεταφορά των δεδομένων και είναι ανεξάρτητο από την εφαρμογή που χρησιμοποιεί ο τελικός χρήστης. μπορεί να παρέχει υπηρεσίες ασφαλούς μετάδοσης πληροφοριών σε πρωτόκολλα ανώτερου επιπέδου όπως για παράδειγμα το HTTP (προβολή ιστοσελίδων), το FTP (μεταφορά αρχείων), το IMAP (email). Άρα αυτό που στην ουσία κάνει το SSL είναι να παίρνει πληροφορίες από τις εφαρμογές υψηλότερων επιπέδων, να τις κρυπτογραφεί και να τις μεταδίδει στο διαδίκτυο και να εγγυάται ένα ασφαλές κανάλι επικοινωνίας και μεταφοράς ευαίσθητων δεδομένων μεταξύ του χρήστη και του server, όπως για παράδειγμα οι αριθμοί πιστωτικών καρτών.

Για την κρυπτογράφηση των δεδομένων που μεταφέρονται μέσω SSL χρησιμοποιείται συνδυασμός κρυπτογράφησης με συμμετρικό και σύμμετρο κλειδί. Η κρυπτογράφηση με συμμετρικού κλειδιού είναι πιο γρήγορη και αποδοτική σε σχέση με την κρυπτογράφηση ασύμμετρου κλειδιού, ενώ η δεύτερη παρέχει καλύτερες τεχνικές.

## Http

Το πρωτόκολλο http αποτελεί το βασικό πρωτόκολλο για την ανταλλαγή της πληροφορίας στα πλαίσια του Παγκόσμιου Ιστού. Ανήκει στο στρώμα εφαρμογών του διαδικτύου και υλοποιείται ως δύο προγράμματα: ένα πρόγραμμα πελάτη (client program) κι ένα πρόγραμμα εξυπηρετητή (server program). Σκοπός του είναι να καθορίσει τις απλές συναλλαγές μεταξύ του πελάτη κι ενός εξυπηρετητή http. Πρόκειται για ένα πρωτόκολλο επιπέδου εφαρμογής της ομάδας των πρωτοκόλλων TCP/IP, το οποίο χρησιμοποιεί το πρωτόκολλο TCP για τη μετάδοση των μηνυμάτων. Οι αρχές λειτουργίας του πρωτοκόλλου είναι οι εξής:

1. Το πρωτόκολλο HTTP χρησιμοποιεί το μοντέλο αίτησης/απόκρισης, δηλαδή ένας πελάτης HTTP στέλνει ένα μήνυμα αίτησης προς έναν εξυπηρετητή HTTP, ο οποίος με τη σειρά του επιστρέφει ένα μήνυμα απόκρισης.
2. Η δομή των μηνυμάτων αίτησης και απόκρισης είναι παρόμοια με αυτή των μηνυμάτων ηλεκτρονικού ταχυδρομείου, δηλαδή αποτελούνται από γραμμές χαρακτήρων, οι οποίες περιέχουν τις επικεφαλίδες και το σώμα του μηνύματος που χωρίζονται μεταξύ τους με μια κενή γραμμή.
3. Το πρωτόκολλο HTTP αναπτύχθηκε ως πρωτόκολλο χωρίς μνήμη, δηλαδή δε διατηρεί καμιά πληροφορία για μια σύνδεση μετά τη διεκπεραίωση μιας σχετικής αίτησης.

## Secure Http

Όταν χρησιμοποιείται το πρωτόκολλο μεταφοράς υπερκειμένου (http), οι πληροφορίες που μεταφέρονται από και προς το διακομιστή του ιστού, μπορούν να υποκλαπούν ή να αλλοιωθούν, καθώς το http δε χρησιμοποιεί κάποιο τρόπο ώστε να παρέχει ασφάλεια των δεδομένων που μεταφέρει και να πιστοποιεί τους χρήστες του. Το Secure http αναπτύχθηκε με σκοπό να εξαλειφθούν οι αδυναμίες του http και να παρέχει ασφαλείς μηχανισμούς επικοινωνίας μεταξύ http πελατών και εξυπηρετητών και να τους δώσει τη δυνατότητα για ασφαλείς εμπορικές συναλλαγές. Είναι ένα ασφαλές πρωτόκολλο που σχεδιάστηκε για χρήση με το απλό http. Παρέχει ένα πλήθος από μηχανισμούς ασφαλείας και στους πελάτες και στους εξυπηρετητές με συμμετρικές υπηρεσίες και δυνατότητες και για τους δύο, ενώ παράλληλα διατηρεί το μοντέλο επικοινωνίας και τα χαρακτηριστικά του http. Με το HTTP-S καμία ευαίσθητη πληροφορία δεν είναι ανάγκη να μεταδοθεί στο διαδίκτυο ανεξέλεγκτα. Παρέχει πλήρη ευελιξία σε αλγόριθμους συμμετρικής και ασύμμετρης κρυπτογραφίας και αλγορίθμων κατακερματισμού και κωδικοποιεί κάθε μήνυμα ξεχωριστά παρέχοντας πιστοποίηση μεταξύ browser και διακομιστή ιστού. Συνεπώς το HTTP-S έχει συμβάλει σημαντικά στην ανάπτυξη του ηλεκτρονικού εμπορίου και στις ασφαλείς συναλλαγές μέσω διαδικτύου.

## SET

Το SET (Secure Electronic Transaction) είναι ένα πρωτόκολλο εμπορικών συναλλαγών με τη χρήση καρτών σε ανοικτά δίκτυα, το οποίο αναπτύχθηκε από την MasterCard και την Visa σαν μια μέθοδος εξασφάλισης των συναλλαγών με τη χρήση καρτών μέσω του διαδικτύου. Η διαδικασία περιλαμβάνει ένα αριθμό ελέγχων ασφαλείας που πραγματοποιείται με τη χρήση ψηφιακών πιστοποιητικών που χορηγούνται στους εμπλεκόμενους αγοραστές, εμπόρους και τράπεζες. Το SET έχει δημιουργηθεί βάση συγκεκριμένων προδιαγραφών που προήλθαν από τις απαιτήσεις των επιχειρήσεων και αφορούσαν τις συναλλαγές τους. Αυτές οι προδιαγραφές είναι:

1. παροχή προστασίας των οικονομικών δεδομένων ή και άλλων που διακινούνται μαζί τους από υποκλοπή
2. διασφάλιση της ακεραιότητας των δεδομένων.
3. παροχή διαδικασιών πιστοποίησης ταυτότητας του κατόχου της κάρτας.
4. παροχή υπηρεσιών πιστοποίησης των εμπόρων που μπορούν να δεχτούν την πληρωμή με τη χρήση τέτοιας μεθόδου.
5. διασφάλιση της χρήσης των καλύτερων τεχνικών ασφαλείας και σχεδίασης συστημάτων για την προστασία όλων των νόμιμα εμπλεκόμενων πλευρών.

6. η δημιουργία ενός πρωτοκόλλου το οποίο να είναι ανεξάρτητο από τους μηχανισμούς ασφαλείας του επιπέδου μεταφοράς χωρίς όμως να αποτρέπει τη χρήση τους
7. να είναι διαλειτουργικό, δηλαδή όλοι οι κύριοι browsers δουλεύουν με όλους τους κύριους servers

### **5.1.8 Υλοποίηση συναλλαγής με τη χρήση του πρωτοκόλλου SET- μέθοδοι πληρωμών.**

Ο έμπορος ανοίγει λογαριασμό σε τράπεζα αποδέκτη (Acquiring Bank). Η τράπεζα αποδέκτης καθορίζει ποιες πιστωτικές κάρτες θα γίνονται δεκτές στις συναλλαγές. Ο πελάτης δίνει τα στοιχεία της πιστωτικής του κάρτας στον έμπορο πάνω στο διαδίκτυο.

Ο έμπορος μεταβιβάζει με ασφάλεια τα στοιχεία που δέχτηκε στο διατραπεζικό σύστημα επεξεργασίας χρεώσεων και διαπιστώνει την πιστοληπτική ικανότητα του πελάτη, χάρη στην αυτόματη επικοινωνία με την τράπεζα έκδοσης της πιστωτικής κάρτας του πελάτη (Issuing Bank). Η μεταφορά των χρημάτων στο λογαριασμό των εμπόρων γίνεται σε μεταγενέστερο στάδιο λόγω των νομικών περιορισμών που διέπουν το ηλεκτρονικό εμπόριο.

Τα προαπαιτούμενα για την υλοποίηση του πρωτοκόλλου SET είναι:

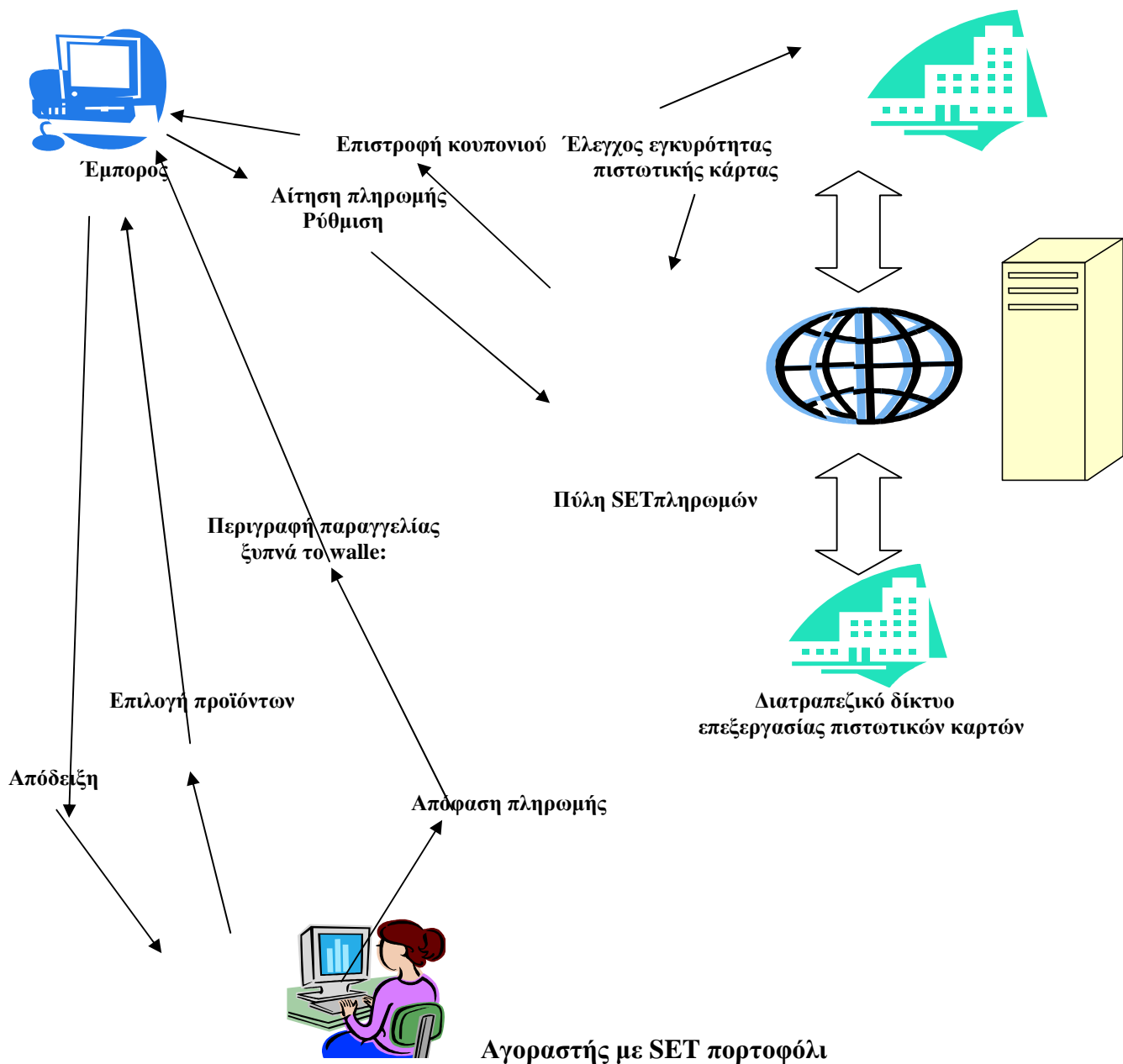
- 1) Λογισμικό, ηλεκτρονικό πορτοφόλι (SET wallet) το οποίο είναι ενσωματωμένο στους φυλλομετρητές (browsers).
- 2) Πιστοποιητικό πωλητή, υπογεγραμμένο με το δημόσιο κλειδί της «τράπεζας αποδέκτη» και το δημόσιο κλειδί του εκδοτικού οργανισμού της κάρτας διαδοχικά.
- 3) Προαιρετικά πιστοποιητικό πελάτη από την τράπεζα έκδοσης της πιστωτικής κάρτας.

Τα στάδια της συναλλαγής φαίνονται στο παρακάτω σχήμα όπου:

- 1) Ο πελάτης αλληλεπιδρά με το web site του πωλητή για να διαλέξει τα προϊόντα που θα αγοράσει.
- 2) Ο πωλητής στέλνει μια περιγραφή της παραγγελίας η οποία ενεργοποιεί το SET πορτοφόλι του πελάτη.
- 3) Ο πελάτης ελέγχει την παραγγελία και μεταβιβάζει στη βαθμίδα SET του πωλητή την απόφασή του να πληρώσει.
- 4) Ο πωλητής στέλνει την αίτηση πληρωμής στη πύλη μεταγωγής πληρωμής (payment gateway). Στο SET ο πωλητής δε γνωρίζει τα εμπιστευτικά χαρακτηριστικά της πιστωτικής κάρτας του πελάτη, απλώς τα μεταβιβάζει στη SET πύλη πληρωμών για τον έλεγχο εγκυρότητας.



- 5) Η πύλη μεταγωγής πληρωμής ελέγχει την εγκυρότητα της πιστωτικής κάρτας του πελάτη μέσω του διατραπεζικού δικτύου επεξεργασίας πιστωτικών καρτών.
- 6) Η πύλη μεταγωγής πληρωμής επιστρέφει ένα κουπόνι κλεισίματος παραγγελίας στον πωλητή.
- 7) Ο πωλητής στέλνει απόδειξη στο πορτοφόλι του πελάτη (customer wallet).
- 8) Ο πωλητής χρησιμοποιεί το κουπόνι κλεισίματος παραγγελίας, αργότερα, για να ρυθμίσει την αποπληρωμή της εμπορικής πράξης.



Σχήμα 23: Τα στάδια συναλλαγής.

## 5.2 Βελτιστοποίηση

Τα διοικητικά στελέχη που συμμετέχουν σε μια ομάδα λήψης αποφάσεων, πρέπει να αποκτήσουν την ικανότητα αναγνώρισης και εφαρμογής της πλέον κατάλληλης μεθόδου για την επίλυση του προβλήματος που εξετάζει η ομάδα λήψης αποφάσεων.

Τα μοντέλα βελτιστοποίησης είναι γνωστά και ως μοντέλα μαθηματικού προγραμματισμού και είναι η δημοφιλέστερη τεχνική λήψης αποφάσεων. Χρησιμοποιούνται κυρίως για τη βέλτιστη κατανομή πόρων μεταξύ εναλλακτικών δραστηριοτήτων, κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας. Επικεντρώνονται στον εντοπισμό του βέλτιστου προγράμματος, με το οποίο κατανέμονται με τον καλύτερο δυνατό τρόπο οι περιορισμένοι διαθέσιμοι πόροι ή μέσα μιας οικονομικής μονάδας ώστε να ικανοποιούνται οι προκαθορισμένοι στόχοι της.

Κάποιες από τις τεχνικές που χρησιμοποιούνται για τη βελτιστοποίηση, είναι οι:

- 1) Γραμμικός προγραμματισμός
- 2) Δυναμικός προγραμματισμός
- 3) Δένδρα αποφάσεων
- 4) Ανάλυση Markov

### 5.2.1 Γραμμικός προγραμματισμός

Γραμμικός Προγραμματισμός είναι η διαδικασία εύρεσης μιας βέλτιστης λύσης μιας γραμμικής συνάρτησης, η οποία να είναι συμβατή με ένα πεπερασμένο σύνολο γραμμικών ανισοτήτων, δηλαδή, ο γραμμικός προγραμματισμός περιγράφει ένα μοντέλο που αφορά τη μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση μιας γραμμικής συνάρτησης κάτω από κάποιους γραμμικούς περιορισμούς. Από την οικονομική σκοπιά, ο γραμμικός προγραμματισμός είναι μια τεχνική που ασχολείται με το πρόβλημα της κατανομής των περιορισμένων πόρων ενός συστήματος σε ανταγωνιζόμενες δραστηριότητες κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο (καθώς και με άλλα προβλήματα με ανάλογη ή παραπλήσια διαμόρφωση). Θεωρείται σαν μια από τις πιο σπουδαίες μαθηματικές ανακαλύψεις των μέσων χρόνων του εικοστού αιώνα και στις μέρες μας αποτελεί ένα μοντέλο ευρείας χρήσης για καθημερινά ζητήματα των περισσότερων μεσαίου και μεγάλου μεγέθους εμπορικών - βιομηχανικών εταιρειών. Ο όρος «προγραμματισμός» δεν έχει την έννοια του «προγραμματισμού ηλεκτρονικών υπολογιστών» αλλά αυτήν του «σχεδιασμού». Ο γραμμικός προγραμματισμός ασχολείται με τη σχεδίαση των δραστηριοτήτων του συστήματος που περιγράφει για να προκύψει το άριστο αποτέλεσμα, το αποτέλεσμα δηλαδή εκείνο, που μεταξύ όλων των δυνατών εναλλακτικών λύσεων πραγματώνει τον προκαθορισμένο σκοπό κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Ο γραμμικός προγραμματισμός παρουσιάζει, επίσης, ιδιαίτερο

ενδιαφέρον για τη θεωρητική πληροφορική. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μοντελοποίηση και την επίλυση πολλών συνδυαστικών προβλημάτων τα οποία εκ πρώτης όψεως δεν σχετίζονται με το γραμμικό προγραμματισμό. Έτσι, ο ελλειψοειδής αλγόριθμος (ο πρώτος αλγόριθμος πολυωνυμικού χρόνου για το γραμμικό προγραμματισμό) ή οι πιο πρόσφατες **μέθοδοι των εσωτερικών σημείων** μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αποδοτική επίλυση πολλών συνδυαστικών προβλημάτων, όπως για παράδειγμα ο υπολογισμός βέλτιστων ροών σε ένα δίκτυο, η εύρεση ενός μέγιστου ταιριάσματος (maximal matching) σε ένα γράφο, ή ενός χρωματισμού σε ένα τέλειο γράφημα. Η αρχική μαθηματική διατύπωση του προβλήματος καθώς και μια συστηματική διαδικασία λύσης του, η **μέθοδος Simplex**, οφείλεται στον G. B. Dantzig στα 1947. Νωρίτερα διάφορα προβλήματα τύπου γραμμικού προγραμματισμού είχαν διαμορφωθεί και επιλυθεί. Τα σημαντικότερα από αυτά αφορούν το πρόβλημα μεταφοράς (Hitchcock 1941, Koopmans 1949) και το πρόβλημα της διαίτας (Stigler 1945). Ο Dantzig ήταν όμως ο άνθρωπος που κατασκεύασε το γενικό πλαίσιο και ταυτόχρονα ανακάλυψε μέθοδο επίλυσης του.

Πολλά από τα προβλήματα που έχουμε να αντιμετωπίσουμε ανάγονται σε γραμμικά προβλήματα. Κλασικά παραδείγματα αποτελούν τα προβλήματα προγραμματισμού των πληρωμάτων σε μια αεροπορική εταιρία, ο υπολογισμός του συνδυασμού πρώτων υλών σε ένα εργοστάσιο που μεγιστοποιεί το κέρδος του τελικού προϊόντος, ή ο υπολογισμός των ροών αυτοκινήτων σε ένα οδικό δίκτυο, ή του φόρτου πληροφοριών σε ένα δίκτυο επικοινωνίας.

### 5.2.1.1 Χαρακτηριστικά προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού

Αν και οι εφαρμογές των προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού είναι ποικίλες, όλα τα προβλήματα έχουν μερικά κοινά χαρακτηριστικά:

- Σε όλα τα προβλήματα ΓΠ αποβλέπουμε στη μεγιστοποίηση του κέρδους ή την ελαχιστοποίηση του κόστους αντίστοιχα. Το κέρδος ή κόστος δίνεται από μια γραμμική συνάρτηση των μεταβλητών του προβλήματος η οποία αποκαλείται αντικειμενική συνάρτηση
- Κάθε πρόβλημα του ΓΠ περιλαμβάνει μια σειρά μεταβλητών που αντιπροσωπεύουν τις ποσότητες που πρέπει να προσδιοριστούν μέσω της επίλυσης του προβλήματος ώστε να επιτευχθεί η μεγιστοποίηση ή η ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης.
- Σε όλα τα προβλήματα ΓΠ υπάρχουν περιορισμοί οι οποίοι περιορίζουν τη δυνατότητα απεριόριστης αύξησης της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης. Όταν πρόκειται για ελαχιστοποίηση του κόστους οι περιορισμοί του προβλήματος περιορίζουν το βαθμό στον οποίο η ελάττωση του κόστους είναι εφικτή.
- Σε όλα τα προβλήματα ΓΠ υπάρχουν εναλλακτικές λύσεις, από τις οποίες θα επιλεγεί η βέλτιστη

### 5.2.1.2 Προϋποθέσεις εφαρμογής του γραμμικού προγραμματισμού

Έχοντας εξετάσει κάποιες περιπτώσεις όπου είναι δυνατό να εφαρμοστεί ο γραμμικός προγραμματισμός και τη γενική διατύπωση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού είναι σημαντικό να εξετάσουμε τις απαιτούμενες προϋποθέσεις για την εφαρμογή του σ' ένα οποιοδήποτε πρόβλημα βελτιστοποιήσεως. Αυτές είναι που περιορίζουν γενικά το φάσμα των δυνατοτήτων εφαρμογής του γραμμικού προγραμματισμού. Οι προϋποθέσεις που πρέπει να ισχύουν είναι οι εξής:

1. **Γραμμικότητα:** όλες οι συναρτήσεις του προβλήματος, αντικειμενική συνάρτηση και περιορισμοί πρέπει να είναι γραμμικές ως προς τις άγνωστες μεταβλητές  $x_1, x_2, \dots, x_r$ . Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να ισχύουν οι ιδιότητες της αναλογικότητας και της προσθετικότητας, δηλαδή εάν  $y$  είναι μια συνάρτηση  $r$  μεταβλητών και  $a_1, a_2, \dots, a_r$  είναι σταθερές, πρέπει να ισχύει:  $y(a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_r x_r) = a_1y(x_1) + a_2y(x_2) + \dots + a_r y(x_r)$ . Σε πολλές περιπτώσεις στις οποίες δεν ισχύει απόλυτα η προϋπόθεση της γραμμικότητας μπορεί να γίνει μια αρκετά καλή προσέγγιση με γραμμικές συναρτήσεις
2. **Διαιρετότητα:** όλες οι δραστηριότητες είναι συνεχείς και μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε θετική τιμή. Δηλαδή ο ΓΠ δεν είναι κατάλληλος για προβλήματα που οι μεταβλητές λήψης απόφασης είναι ακέραιοι. Όταν η υπόθεση της διαιρετότητας δεν ισχύει, υπάρχουν δύο ενδεχόμενα: α) να αγνοηθεί η υπόθεση αυτή και να λυθεί το πρόβλημα με μεθόδους ΓΠ και οι τιμές των μεταβλητών να στρογγυλοποιηθούν στην πιο κοντινή ακέραια μονάδα και β) όταν οι τιμές των μεταβλητών είναι μικρές (πχ 0 ή 1) όπως σε πολλά προβλήματα επενδύσεων που πρέπει να χρησιμοποιηθούν τεχνικές ακέραιου προγραμματισμού.
3. **Καθοριστικότητα:** ο ΓΠ είναι καθοριστικό μοντέλο και προϋποθέτει ότι όλες οι παράμετροι του προβλήματος είναι γνωστές και με απόλυτη βεβαιότητα.. Δεν παίρνει υπόψη ότι όλοι οι συντελεστές είναι προσεγγίσεις, όταν υπολογίζει μια συγκεκριμένη λύση. Γι' αυτό πρέπει να γίνεται ανάλυση ευαισθησίας.

### 5.2.1.3 Γενική Διατύπωση προβλήματος ΓΠ

Ένα γραμμικό πρόβλημα είναι το πρόβλημα της μεγιστοποίησης μιας γραμμικής συνάρτησης ωφέλειας (ή ελαχιστοποίησης μιας συνάρτησης κόστους), η οποία εξαρτάται από ένα σύνολο μεταβλητών απόφασης  $x_1, \dots, x_n$ , με την προϋπόθεση ότι τηρούνται κάποιοι περιορισμοί ως προς τις τιμές των μεταβλητών αυτών, οι οποίοι εκφράζονται μέσα από ένα σύνολο γραμμικών ισοτήτων και/ή ανισοτήτων. Ο πιο διαδεδομένος τρόπος

αναπαράστασης (καλείται γενική μορφή-general form) ενός γραμμικού προβλήματος φαίνεται στο σχήμα

$$\begin{aligned} \text{Maximize} \quad & z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\ \text{Subject to} \quad & \alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_2 + \dots + \alpha_{1n}x_n \{ \leq, =, \geq b_1 \} \\ & \alpha_{21}x_1 + \alpha_{22}x_2 + \dots + \alpha_{2n}x_n \{ \leq, =, \geq b_2 \} \\ & \vdots \\ & \alpha_{m1}x_1 + \alpha_{m2}x_2 + \dots + \alpha_{mn}x_n \{ \leq, =, \geq b_m \} \end{aligned}$$

$$x_j \geq 0, j=1, 2, \dots, n$$

όπου  $\alpha_{ij}$ ,  $b_i$ ,  $c_j$  είναι γνωστές σταθερές

**Οι μεταβλητές** είναι τα δομικά στοιχεία του προβλήματος που μπορεί να επηρεάσει ο αναλυτής. Για το λόγο αυτό συχνά αναφέρονται και ως μεταβλητές ελέγχου ή μεταβλητές απόφασης.

Η συνάρτηση  $f(x) = \sum_{j=1}^r c_j x_j$  ονομάζεται **αντικειμενική συνάρτηση** (objective function) και είναι γραμμική ως προς τις μεταβλητές  $x_j$ ,  $j=1, 2, \dots, r$ . Οι συντελεστές  $c_j$ ,  $j=1, 2, 3, \dots, n$  της αντικειμενικής συνάρτησης γενικά αναφέρονται σαν αντικειμενικοί συντελεστές. Σε προβλήματα μεγιστοποίησης χαρακτηρίζονται σαν συντελεστές κέρδους ενώ σε προβλήματα ελαχιστοποίησης σαν συντελεστές κόστους.

Η συνθήκη  $x_j \geq 0$ ,  $j=1, 2, \dots, n$  αναφέρεται και ως συνθήκη της μη αρνητικότητας.

**Λύση** ενός προβλήματος ΓΠ ονομάζεται κάθε συνδυασμός τιμών  $x_1, x_2, \dots, x_n$  των μεταβλητών απόφασης το οποίο ικανοποιεί τους περιορισμούς του προβλήματος.

**Εφικτή ή δυνατή λύση** είναι κάθε λύση που ικανοποιεί τους περιορισμούς της μη αρνητικότητας.

**Βέλτιστη** είναι κάθε εφικτή λύση η οποία βελτιστοποιεί την αντικειμενική Πληκτρολογήστε την εξίσωση εδώ.συνάρτηση.

Συνήθως σε ένα πρόβλημα ΓΠ υπάρχουν άπειρες λύσεις κι επιδιώκουμε την εύρεση της βέλτιστης δυνατής λύσης.

Αν όλοι οι περιορισμοί είναι εξισώσεις ή ανισότητες της ίδιας φοράς, ένα πρόβλημα ΓΠ μπορεί να διατυπωθεί με τη χρήση πινάκων ως εξής:

$$z = \mathbf{max} \quad f(x) = c^T x$$

$$Ax \{ \leq, =, \geq \} b$$

$$X \geq 0$$

Όπου:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_r \end{pmatrix} \in \mathbf{M}_{r \times 1}, \quad c = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ c_r \end{pmatrix} \in \mathbf{M}_{r \times 1}, \quad \mathbf{0} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \in \mathbf{M}_{r \times 1}, \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_r \end{pmatrix} \in \mathbf{M}_{r \times 1}$$

$$\text{και } A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mr} \end{pmatrix} \in \mathbf{M}_{m \times r}$$

Με  $\mathbf{M}_{m \times r}$  παριστάνουμε το διανυσματικό χώρο των  $m \times r$  πινάκων. Η σπουδαιότητα της διατύπωσης αυτής έγκειται στο ότι μπορεί με τον παραπάνω τρόπο να διατυπωθεί με σαφήνεια μια μεγάλη ποικιλία οικονομικών, επιστημονικών, βιομηχανικών, επιχειρηματικών και κοινωνικών προβλημάτων.

#### 5.2.1.4 Τα Στάδια της Μεθόδου

Η αντιμετώπιση ενός προβλήματος όπου πρέπει να ληφθεί η βέλτιστη απόφαση περιλαμβάνει συνήθως τα εξής στάδια:

1. **Αναγνώριση και περιγραφή του προβλήματος.** Δεν αρκεί μόνο η παρατήρηση των συμπτωμάτων, αλλά πρέπει να εντοπιστούν οι αιτίες του προβλήματος. Επίσης πρέπει να εξεταστεί αν συνδέεται με άλλα προβλήματα και πρέπει να καθοριστούν οι στόχοι με αντικειμενικό τρόπο. Είναι το πιο σημαντικό βήμα γιατί οποιοδήποτε λάθος θα οδηγήσει σε αποτυχία τα επόμενα στάδια.
2. **Καθορισμός των παραμέτρων του προβλήματος.** Ποιοι παράγοντες επηρεάζουν τη λύση και πως μπορούμε να τους μεταβάλουμε ώστε να έχουμε εναλλακτικές λύσεις.
3. **Εντοπισμός των περιορισμών του προβλήματος.** Ποιοι είναι οι περιορισμοί ή τα όρια μέσα στα οποία μπορούμε να κινηθούμε.
4. **Αναζήτηση λύσεων και επιλογή της Βέλτιστης λύσης.** Αφού βρεθούν οι εφικτές λύσεις, επιλέγεται η Βέλτιστη λύση, με βάση των αντικειμενικό στόχο που θέσαμε στο βήμα 1.
5. **Δοκιμή και υλοποίηση-εφαρμογή της Βέλτιστης λύσης.** Στο τελευταίο βήμα η προτεινόμενη λύση δοκιμάζεται και αν επιτύχει, εφαρμόζεται στο πραγματικό πρόβλημα. Είναι το πιο δύσκολο βήμα γιατί ακόμη και η τέλεια λύση αν εφαρμοστεί λάθος θα αποτύχει.

**Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης χαρακτηρίζεται σαν πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού (π.γ.π.) όταν:**

1. Αφορά την μεγιστοποίηση (ή ελαχιστοποίηση) μιας γραμμικής συνάρτησης των αγνώστων (μεταβλητών). Η συνάρτηση αυτή ονομάζεται αντικειμενική συνάρτηση.
2. Οι τιμές των αγνώστων (μεταβλητών) ικανοποιούν ένα σύνολο περιορισμών. Κάθε περιορισμός πρέπει να είναι μια γραμμική εξίσωση ή ανίσωση.
3. Κάθε μεταβλητή  $x_j$  είναι μη αρνητική  $x_j \geq 0$  ή δεν έχει περιορισμό στο πρόσημο  $x_j \in \mathbb{R}$

### 5.2.1.5 Γραφική μέθοδος επίλυσης προβλημάτων ΓΠ

Τα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού που έχουν 2 ή 3 μεταβλητές απόφασης, μπορούν να λυθούν και γραφικά. Προβλήματα με δυο μεταβλητές υλοποιούνται στο επίπεδο (δυο διαστάσεις), ενώ προβλήματα με τρεις μεταβλητές υλοποιούνται στον χώρο (τρεις διαστάσεις).

Για να φτάσουμε στην λύση του προβλήματος γραφικά, πρέπει να εκτελέσουμε τα παρακάτω βήματα:

- 1) σχεδιασμός όλων των περιορισμών γραφικά
- 2) εύρεση εφικτής περιοχής
- 3) εύρεση άριστης ή βέλτιστης λύσης

Το τελευταίο βήμα υλοποιείται με δυο τρόπους προσέγγισης της επίλυσης.

Ο πρώτος τρόπος είναι η προσέγγιση της απαρίθμησης και ελέγχου όλων των ακραίων σημείων (κορυφών) της εφικτής περιοχής. Εντοπίζουμε τις συντεταγμένες όλων των κορυφών της εφικτής περιοχής και επιλέγουμε εκείνη που μεγιστοποιεί (ή ελαχιστοποιεί) την αντικειμενική συνάρτηση.

Ο δεύτερος τρόπος είναι η προσέγγιση της χάραξης των καμπύλων ίσου κέρδους (ή κόστους) της αντικειμενικής συνάρτησης. Βρίσκουμε το σημείο όπου η ισοκερδής εφάπτεται της εφικτής περιοχής πριν την εγκαταλείψει.

Όταν σε ένα ΠΓΠ υπάρχουν δυο μεταβλητές απόφασης είναι εφικτή η γραφική επίλυσή του. Αν και η πρακτική σημασία της γραφικής μεθόδου είναι πολύ μικρή, εντούτοις η εξέταση της γεωμετρικής απεικόνισης του ΠΓΠ σε δύο διαστάσεις οδηγεί σε πολύ χρήσιμες παρατηρήσεις για το χαρακτηριστικά της βέλτιστης λύσης και μας προσφέρει μια διαισθητική εικόνα του ΠΓΠ. Θα περιγράψουμε αυτή τη μέθοδο με τη βοήθεια παραδείγματος.

---

### **Παράδειγμα 17**

*Έστω το ακόλουθο ΠΓΠ*

$$Z = \max: 5x_1 + 7x_2$$

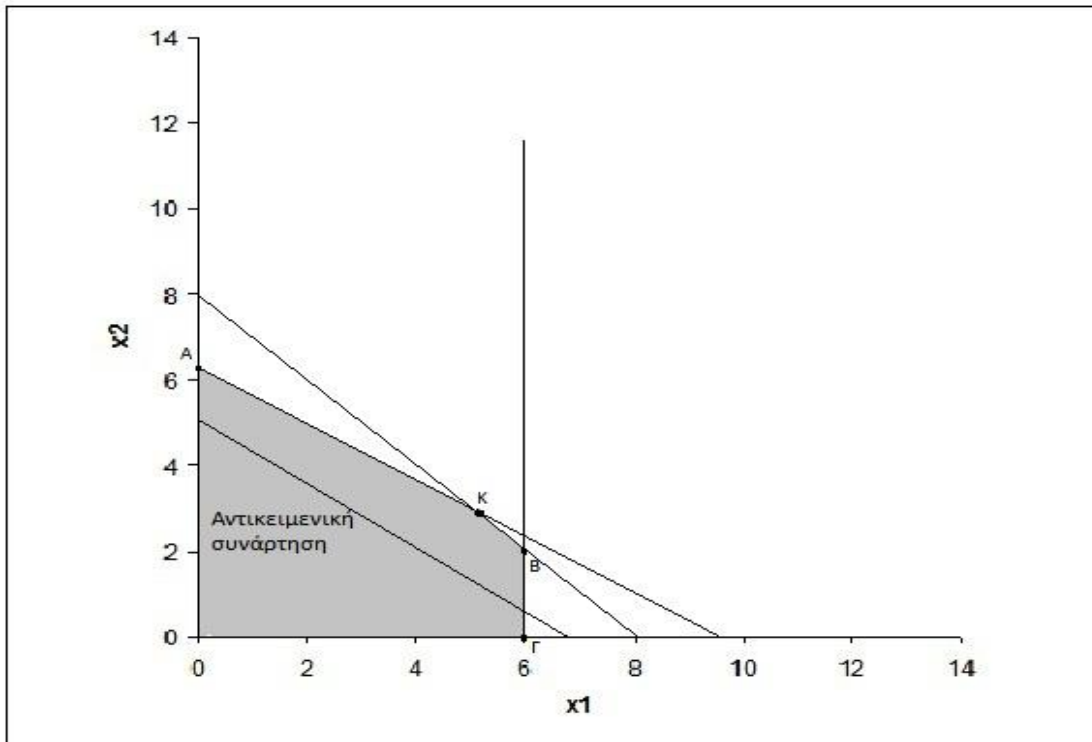
$$\text{Περιορισμοί } 1. x_1 \leq 6 \quad 2. 2x_1 + 3x_2 \leq 19 \quad 3. x_1 + x_2 \leq 8$$

#### Λύση

*Στο δυσδιάστατο χώρο κάθε μια από τις ανισώσεις ορίζει ένα ημιεπίπεδο. Η τομή όλων των ημιεπιπέδων είναι το σύνολο όλων των εφικτών λύσεων  $S$  που παρουσιάζεται ως η σκιασμένη περιοχή στο σχήμα*

---





Σχήμα 24

Για να υπολογίσουμε τη βέλτιστη λύση προχωράμε ως εξής. Για κάθε πραγματική σταθερά  $Z$  το σύνολο των σημείων με κέρδος ίσο με  $Z$  είναι μια γραμμή με εξίσωση  $\max: 5x_1 + 7x_2 = c$ , όπου  $c = (5, 3)$  και  $x = (x_1, x_2)$ .

Διαφορετικές τιμές του  $Z$  μας δίνουν διαφορετικές γραμμές παράλληλες μεταξύ τους στο κάθετο διάνυσμα  $C$ . Η μετατόπιση των γραμμών αυτών προς την κατεύθυνση του διανύσματος των συντελεστών κέρδους οδηγεί στη μεγιστοποίηση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης. Άρα για να μεγιστοποιήσουμε την αντικειμενική συνάρτηση μετακινούμαστε προς την κατεύθυνση του  $C$  χωρίς όμως να εγκαταλείψουμε την περιοχή εφικτών λύσεων  $S$ , δηλαδή θα πρέπει η γραμμή που αντιστοιχεί στην αντικειμενική συνάρτηση να έχει σημεία τομής με την περιοχή των εφικτών λύσεων. Στην περίπτωσή μας βλέπουμε ότι το κέρδος μεγιστοποιείται όταν η ευθεία της αντικειμενικής συνάρτησης διέρχεται από το σημείο  $(x_1, x_2) = (5, 3)$  της περιοχής των εφικτών λύσεων. Άρα αυτή είναι η βέλτιστη λύση του ΠΓΠ που εξετάζουμε.

### 5.2.1.6 Επίλυση άσκησης ΓΠ με τη βοήθεια του Solver από το Excel

#### Παράδειγμα 18

Μια εταιρεία ετοιμάζεται να εισάγει στην αγορά ένα νέο προϊόν. Για το σκοπό αυτό θα προχωρήσει στο επόμενο τρίμηνο σε μια διαφημιστική εκστρατεία. Έχει επιλέξει την τηλεόραση, το ραδιόφωνο, τα περιοδικά και την εφημερίδα. Η εταιρεία αποφάσισε ότι η αποδοτικότητα της εκστρατεία θα μετρηθεί με ένα μοναδιαίο δείκτη ακροαματικότητας GRV για το κάθε μέσο. Η εταιρεία αντιμετωπίζει τους εξής περιορισμούς:

- 1) Το συνολικό κόστος της εκστρατείας δεν πρέπει να υπερβαίνει τα 150000€
- 2) Το διαφημιστικό πλάνο να είναι τέτοιο ώστε τουλάχιστον 1000000 πιθανοί αγοραστές να εκτεθούν στο μήνυμα
- 3) Η εταιρεία ενώ δεν επιθυμεί να δαπανήσει πάνω από 75000€ στην τηλεόραση, ζήτησε την ύπαρξη τουλάχιστον 10 καταχωρήσεων στην τηλεόραση
- 4) Λόγω της συχνότητας εκδόσεως των περιοδικών, δε μπορούν να τοποθετήσουν περισσότερες από 12 διαφημίσεις σε περιοδικά.
- 5) Η εταιρεία επιθυμεί να χρησιμοποιήσει τουλάχιστον 10 διαφημίσεις στο ραδιόφωνο και όχι περισσότερες από 50 στον ημερήσιο τύπο.

Σκοπός της εταιρεία είναι να μεγιστοποιηθεί ο δείκτης GRV.

Διαφημιστικά μέσα	Κόστος ανά καταχώρηση σε €	Εκτιθέμενος πληθυσμός ανά καταχώρηση	Δείκτης GRV
περιοδικά	600	10000	55
ημερήσιος τύπος	1200	15000	85
κυριακάτικος τύπος	1800	25000	90
ραδιόφωνο	300	8000	20
πρωινή ζώνη	4400	10000	65
απογευματινή ζώνη	5900	25000	100
βραδινή ζώνη	6500	30000	90

$X_1$ : αριθμός διαφημίσεων στα περιοδικά

$X_2$ : αριθμός διαφημίσεων στον ημερήσιο τύπο

$X_3$ : αριθμός διαφημίσεων στον κυριακάτικο τύπο

$X_4$ : αριθμός διαφημίσεων στο ραδιόφωνο

$X_5$ : αριθμός διαφημίσεων στην πρωινή ζώνη

$X_6$ : αριθμός διαφημίσεων στην απογευματινή ζώνη

$X_7$ : αριθμός διαφημίσεων στη βραδινή ζώνη

Max z:  $55x_1 + 85x_2 + 90x_3 + 20x_4 + 65x_5 + 100x_6 + 90x_7$

## Περιορισμοί

1.  $600x_1 + 1200x_2 + 1800x_3 + 300x_4 + 4400x_5 + 5900x_6 + 6500x_7 \leq 150000$
2.  $10000x_1 + 15000x_2 + 25000x_3 + 8000x_4 + 10000x_5 + 25000x_6 + 30000x_7 \geq 1000000$
3.  $4400x_5 + 5900x_6 + 6500x_7 \leq 75000$
4.  $x_1 \leq 12$
5.  $x_4 \geq 10$
6.  $x_2 \leq 50$
- $x_i \geq 0$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2		περιοδικά	ημερ.τύπος	κυριακ.τύπος	ράδιο	πρωινή ζώνη	απογ.ζώνη	βραδινή ζώνη	GRV	
3		0	0	0	0	0	0	0		0
4		55	85	90	20	65	100	90		
5										
6									χρησιμοποιηθέντα	διαθέσιμα
7	περιορισμός 1	600	1200	1800	300	4400	5200	6500	0	150000
8	περιορισμός 2	10000	15000	25000	8000	10000	250000	30000	0	1000000
9	περιορισμός 3	0	0	0	0	4400	5900	6500	0	75000
10	περιορισμός 4	0	0	0	0	1	1	1	0	10
11	περιορισμός 5	1	0	0	0	0	0	0	0	12
12	περιορισμός 6	0	0	0	1	0	0	0	0	10
13	περιορισμός 7	0	1	0	0	0	0	0	0	50
14										
15										
16										
17										
18										

A	B	C	D	E	F	G
1	Microsoft Excel 11.0 Αναφορά απάντησης					
2	Φύλλο εργασίας: [επιλογι διαφμιστικου mesou.xls]Φύλλο1					
3	Ημερομηνία δημιουργίας αναφοράς: 10/4/2011 8:18:47 μμ					
4						
5						
6	Κελί προορισμού (Μέγιστο)					
7	Κελί	Όνομα	Αρχική τιμή	Τελική τιμή		
8	\$I\$3	GRV	8146,666667	8146,666667		
9						
10						
11	Ρυθμιζόμενα κελιά					
12	Κελί	Όνομα	Αρχική τιμή	Τελική τιμή		
13	\$B\$4	περιοδικά	12	12		
14	\$C\$4	ημερ.τύπος	50	50		
15	\$D\$4	κυριακ τύπος	0	0		
16	\$E\$4	ραδιόφωνο	129,3333333	129,3333333		
17	\$F\$4	πρωινή ζώνη	10	10		
18	\$G\$4	απογ.ζώνη	0	0		
19	\$H\$4	βραδ.ζώνη	0	0		
20						
21						
22	Περιορισμοί					
23	Κελί	Όνομα	Τιμή κελιού	Τύπος	Κατάσταση	Απόκλιση
24	\$I\$6	περιορισμός 1 Χρησιμοποιηθέντα	150000	\$I\$6<=\$J\$6	Υποχρεωτικός	0
25	\$I\$7	περιορισμός 2 Χρησιμοποιηθέντα	2004666,667	\$I\$7>=\$J\$7	Μη υποχρεωτικός	1004666,667
26	\$I\$8	περιορισμός 3 Χρησιμοποιηθέντα	44000	\$I\$8<=\$J\$8	Μη υποχρεωτικός	31000
27	\$I\$9	περιορισμός 4 Χρησιμοποιηθέντα	10	\$I\$9>=\$J\$9	Υποχρεωτικός	0
28	\$I\$10	περιορισμός 5 Χρησιμοποιηθέντα	12	\$I\$10<=\$J\$10	Υποχρεωτικός	0
29	\$I\$11	περιορισμός 6 Χρησιμοποιηθέντα	129,3333333	\$I\$11>=\$J\$11	Μη υποχρεωτικός	119,3333333
30	\$I\$12	περιορισμός 7 Χρησιμοποιηθέντα	50	\$I\$12<=\$J\$12	Υποχρεωτικός	0

- 1) Για να πετύχει η εταιρεία μέγιστο δείκτη ακροαματικότητας  $GRV=8146$ , θα πρέπει να κάνει 12 διαφημίσεις στα περιοδικά, 50 διαφημίσεις στον ημερήσιο τύπο, καμία στον κυριακάτικο τύπο, 129 στο ραδιόφωνο, 10 στην πρωινή ζώνη και καμία στην απογευματινή και βραδινή ζώνη
- 2) Πρέπει να δαπανήσει 150000 € για διαφημίσεις, δηλαδή να δαπανήσει όλο το αρχικό που είχε διαθέσιμο
- 3) Πρέπει 2004666 να είναι οι πιθανοί αγοραστές του προϊόντος της εταιρείας, δηλαδή 1004666 παραπάνω από τον ελάχιστο στόχο που είχε θέσει.
- 4) Πρέπει να δαπανήσει 44000€ για διαφήμιση στην τηλεόραση και να μείνουν 31000€ διαθέσιμα για παραπάνω διαφήμιση στην τηλεόραση.
- 5) Πρέπει να πραγματοποιήσει 10 διαφημίσεις στην τηλεόραση, δηλαδή όσο ήταν και το ελάχιστο όριο διαφημίσεων στην τηλεόραση που είχε θέσει η εταιρεία.
- 6) Πρέπει να πραγματοποιήσει 12 διαφημίσεις στα περιοδικά, δηλαδή όσο ήταν ο μέγιστος στόχος που είχε θέσει η εταιρεία
- 7) Πρέπει να πραγματοποιήσει 129 διαφημίσεις στα περιοδικά, δηλαδή 119 παραπάνω από τον ελάχιστο στόχο που είχε θέσει για διαφήμιση στο ραδιόφωνο
- 8) Πρέπει να πραγματοποιήσει 50 διαφημίσεις στον ημερήσιο τύπο, δηλαδή όσο ήταν ο μέγιστος στόχος διαφημίσεων για τον ημερήσιο τύπο, που είχε θέσει σα στόχο.

### 5.2.2 Δυναμικός Προγραμματισμός

Ο Δυναμικός Προγραμματισμός είναι μία υπολογιστική μέθοδος η οποία εφαρμόζεται όταν πρόκειται να ληφθεί μία σύνθετη απόφαση η οποία προκύπτει από τη σύνθεση επιμέρους αποφάσεων που αλληλοεξαρτώνται. Η αλληλοεξάρτηση μπορεί να προκύπτει επειδή οι αποφάσεις είτε παρουσιάζουν κάποια χρονική διαδοχή, όπως στην περίπτωση της συντομότερης διαδρομής σε ένα γράφημα, είτε συνδέονται με κοινούς περιορισμούς, όπως στην περίπτωση κατανομής περιορισμένων μέσων σε ανταγωνιστικές δραστηριότητες. Οι αποφάσεις αυτές λαμβάνονται σε ένα περιβάλλον γνωστών συνθηκών (ντετερμινιστικός δυναμικός προγραμματισμός) ή ακόμα και σε ένα περιβάλλον αβεβαιότητας (στοχαστικός δυναμικός προγραμματισμός).

Η μέθοδος επίλυσης τέτοιων προβλημάτων βασίζεται στη διασύνδεση των επιμέρους αποφάσεων με κατάλληλη αναδρομική σχέση ώστε η σύνθεση των επιμέρους αποφάσεων να δίνει την τελικά ζητούμενη απόφαση. Το αρχικό πρόβλημα διασπάται σε επιμέρους υποπροβλήματα τα οποία συνδέονται με τη βοήθεια κατάλληλων αναδρομικών σχέσεων.

Για να καλυφθούν όλες οι εκδοχές από τη διασύνδεση των επιμέρους προβλημάτων, τα υποπροβλήματα αυτά λύνονται παραμετρικά, δηλαδή για όλες τις δυνατές τιμές ορισμένων παραμέτρων.

Χαρακτηριστικό του Δυναμικού Προγραμματισμού είναι ότι δεν υπάρχει γενικευμένη διατύπωση της μεθόδου που να έχει άμεση λειτουργική ισχύ. Οι αναδρομικές σχέσεις που συνεπάγεται η μέθοδος διαφοροποιούνται ριζικά από πρόβλημα σε πρόβλημα.

### **5.2.2.1 Χαρακτηριστικά προβλημάτων Δυναμικού Προγραμματισμού: Η αρχή της βελτιστοποίησης του Bellman**

Τα προβλήματα Δυναμικού Προγραμματισμού παρουσιάζουν τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- 1) Οι αποφάσεις λαμβάνονται διαδοχικά.
- 2) Το πρόβλημα μπορεί να διαιρεθεί σε βήματα (φάσεις) και σε κάθε βήμα απαιτείται να ληφθεί μια "στρατηγική" απόφαση.
- 3) Κάθε βήμα έχει ένα ορισμένο αριθμό "καταστάσεων" που συνδέονται με αυτό.
- 4) Το αποτέλεσμα μιας στρατηγικής απόφασης που λαμβάνεται σε κάθε βήμα είναι να μετατρέπει την παρούσα κατάσταση σε μια κατάσταση που συνδέεται με το επόμενο βήμα.
- 5) Με κάθε απόφαση συνδέεται ένα κέρδος ή μία ζημία (κόστος).
- 6) Ο αντικειμενικός σκοπός, που εκφράζεται από την αντικειμενική συνάρτηση, είναι να μεγιστοποιηθεί το συνολικό κέρδος ή να ελαχιστοποιηθεί η συνολική ζημία, ή γενικότερα να επιτευχθεί το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα.
- 7) Τέλος, ο τρόπος με τον οποίο βρεθήκαμε σε μια κατάσταση ενός βήματος είναι άσχετος με τις αποφάσεις που θα επακολουθήσουν. Δηλαδή οι αποφάσεις που θα επακολουθήσουν εξαρτώνται μόνο από την κατάσταση στην οποία βρισκόμαστε και όχι από τον τρόπο με τον οποίο βρεθήκαμε σ' αυτήν την κατάσταση.

Τέτοια προβλήματα διέπονται από την ακόλουθη "αρχή του Bellman" που χαρακτηρίζει τη βέλτιστη λύση: «Μια βέλτιστη διαδοχή αποφάσεων έχει την ιδιότητα ότι, ανεξάρτητα από τις αρχικές αποφάσεις, οι αποφάσεις που απομένουν πρέπει να συνιστούν μια βέλτιστη στρατηγική (πολιτική) σε σχέση με την κατάσταση που απορρέει από τις αρχικές αποφάσεις».

### 5.2.2.2 Η γενική σχέση

Μπορούμε να εκφράσουμε φορμαλιστικά τις παραπάνω ιδιότητες χρησιμοποιώντας ορισμένους συμβολισμούς. Έστω:

- $n$  : ο αριθμός των φάσεων που απομένουν, δηλαδή  $n$  είναι ο δείκτης αρίθμησης των φάσεων αρχίζοντας από το τέλος.  
 $x_n$  : η μεταβλητή που καθορίζει την απόφαση στη φάση  $n$  (από το τέλος).  
 $s$  : η μεταβλητή που καθορίζει την κατάσταση που βρισκόμαστε.  
 $f_n(s, x_n)$  : η συνάρτηση που εκφράζει το βέλτιστο αποτέλεσμα για τις  $n$  τελευταίες φάσεις μαζί, όταν στη  $n$ -οστή - από το τέλος - βρισκόμαστε στην κατάσταση  $s$  και παίρνουμε την απόφαση που καθορίζει η μεταβλητή  $x_n$ .  
 $r(x_n, s)$  : το κέρδος ή ζημία που προκύπτει όταν βρισκόμαστε στην κατάσταση  $s$  της  $n$ -οστής φάσης και πάρουμε την απόφαση  $x_n$ .  
 $T(x_n, s)$  : η κατάσταση της φάσης  $n-1$  στην οποία μας οδηγεί η απόφαση  $x_n$  που λαμβάνεται όταν βρισκόμαστε στην κατάσταση  $s$  της  $n$ -οστής φάσης.

Τότε ισχύει η αναδρομική σχέση:

$$f_n(s) = \max_{x_n} \{r_n(x_n, s) + f_{n-1}(T(x_n, s))\}$$

Έστω  $\bar{x}_n$  η τιμή της  $x_n$  που δίνει τη βέλτιστη τιμή της ( ). Τότε έχουμε:

$$f_n(s) = \max_{x_n} (f(x_n, s) = f(\bar{x}_n, s))$$

Συνήθως οι τιμές ( ) για τα διάφορα  $s$  είναι εύκολο να βρεθούν. Έτσι μπορούμε να εφαρμόσουμε αναδρομικά τη σχέση που βρήκαμε και να επωφεληθούμε από το γεγονός ότι η τιμή του  $s$  είναι συνήθως καθορισμένη για την αρχική φάση (την πρώτη από την αρχή). Οι τιμές  $\bar{x}_n$  μας δίνουν τη διαδοχή των αποφάσεων που οδηγούν στη βέλτιστη λύση.

### 5.2.2.3 Δυναμικός προγραμματισμός και αβεβαιότητα

Με την παρουσία αβεβαιότητας η κάθε απόφαση μπορεί να έχει περισσότερα από ένα "δυνατά" αποτελέσματα, το καθένα από τα οποία έχει μια καθορισμένη πιθανότητα να συμβεί και, επίσης, μπορεί να οδηγήσει σε μετασχηματισμό της παρούσας "κατάστασης" σε περισσότερες από μια δυνατές καταστάσεις της επόμενης φάσης, η καθεμιά από τις οποίες έχει μια ορισμένη πιθανότητα να συμβεί.

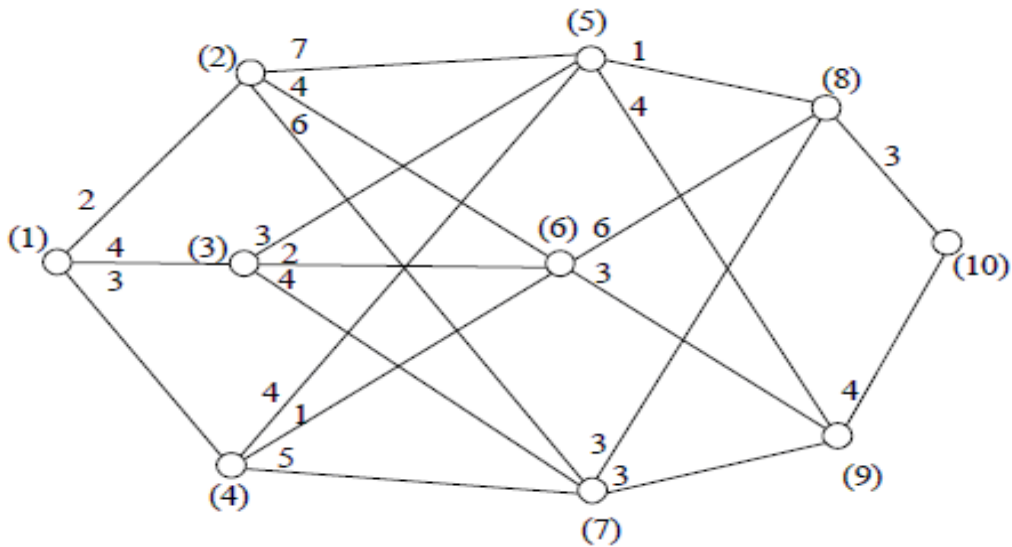
#### 5.2.2.4 Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα της Μεθόδου του Δυναμικού Προγραμματισμού

- Είναι ιδανική για προγραμματισμό μέσω υπολογιστή.
- Είναι εφαρμόσιμη σε μια απεριόριστη κλάση προβλημάτων βελτιστοποίησης (μη γραμμικές, χρονικά μεταβαλλόμενες εξισώσεις κατάστασης, αρκετά πολύπλοκος δείκτης απόδοσης). Ακόμα και σε προβλήματα στοχαστικού βέλτιστου ελέγχου.
- Χειρίζεται περιορισμούς γενικής φύσης, οι οποίοι στην ουσία απλοποιούν τη μέθοδο.
- Καταλήγει σε βέλτιστο έλεγχο κλειστού βρόχου. Δυνατότητα off-line υπολογισμών.
- Εγγυάται για το ολικό ελάχιστο.
- Μειωμένο υπολογιστικό κόστος σε σχέση με αυτό της μεθόδου άμεσης απαρίθμησης.
  - § Για π.χ. έστω ένα βαθμωτό σύστημα με μια μεταβλητή έλεγχο. Δοκιμάζουμε από 5 τιμές έλεγχο και 10 τιμές κατάστασης. Τότε μέσω του δυναμικού
  - § προγραμματισμού, το πλήθος των απαιτούμενων υπολογισμών είναι ίσο με **50N** (γραμμική), ενώ μέσω της άμεσης απαρίθμησης είναι ίσο με (εκθετική).
- Η «κατάρα της διαστατικότητας» αποτελεί τον πιο περιοριστικό παράγοντα στην εξάπλωση της μεθόδου. Υπερβολικές υπολογιστικές απαιτήσεις, ακόμα και για μικρής τάξης συστήματα.
- Δεν είναι δυνατή πάντα η εύρεση μιας αναλυτικής λύσης.

---

#### Παράδειγμα 19

Στο δίκτυο του Σχήματος 2.1 ζητείται να βρεθεί ο συντομότερος δρόμος από τον κόμβο (1) στον κόμβο (10) του δικτύου. Οι αριθμοί στην αρχή κάθε κλάδου παριστάνουν τις επιμέρους αποστάσεις μεταξύ των κόμβων. Αντί να υπολογίσουμε το συνολικό μήκος των ( $3*3*2=$ ) 18 δυνατών διαδρομών από το (1) στο (10), ένας πιο αποτελεσματικός τρόπος να λύσουμε το πρόβλημα είναι να το "σπάσουμε" σε μικρότερα προβλήματα τα οποία λύνουμε διαδοχικά και συνδέουμε τις λύσεις τους. Δηλαδή, αντιμετωπίζουμε το πρόβλημα σε χωριστά βήματα, όπου καθένα αποτελεί την επίλυση ενός επιμέρους προβλήματος που η λύση του δίνει πληροφορίες για την επίλυση του επόμενου προβλήματος, μέχρι να φτάσουμε στο αρχικό πρόβλημα.



Σχήμα 25

Έτσι αρχίζοντας από το τέλος, βρίσκουμε ότι η ελάχιστη διαδρομή από το (8) στο (10) είναι 3 και η ελάχιστη διαδρομή από το (9) στο (10) είναι 4. Οπισθοχωρώντας ένα βήμα ακόμη, βρίσκουμε την ελάχιστη απόσταση από το (5) στο (10) χρησιμοποιώντας τα προηγούμενα αποτελέσματα.

### 5.2.3 Δένδρα αποφάσεων

Σε πολλές περιπτώσεις αντιμετωπίζουμε το πρόβλημα επιλογής μιας σειράς διαδοχικών αλληλένδετων αποφάσεων που το αποτέλεσμα της κάθε μίας επηρεάζει τις επιλογές που ακολουθούν. Σε αυτές τις περιπτώσεις η πιο κατάλληλη απεικόνιση των πληροφοριών και δεδομένων είναι αυτή της δενδροειδούς μορφής μέσω της οποίας γίνεται πιο εύκολη η ανάλυση των στοιχείων.

Η δενδροειδής απεικόνιση αποκαλείται και ως «δένδρο απόφασης» το οποίο αποτελεί μια σχηματική παράσταση ενός προβλήματος επιλογής αποφάσεων.

---

### Παράδειγμα 20

Η πολυεθνική εταιρεία Coca-Cola ενδιαφέρεται για την παραγωγή ενός νέου προϊόντος «vanilla ice». Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει να επενδύσει σε έρευνα για την ανάπτυξη του προϊόντος, η οποία αναμένεται να έχει κόστος 10 μονάδες. Τα αποτελέσματα όμως δεν είναι εξασφαλισμένα. Υπάρχει περίπτωση με πιθανότητα 20% τα αποτελέσματα να είναι απογοητευτικά και όλο το σχέδιο να εγκαταλειφθεί. Σε αντίθετη περίπτωση η προώθηση του νέου προϊόντος δημιουργεί πονοκέφαλο στο τμήμα marketing της επιχείρησης. Υπάρχουν 3 εναλλακτικές στρατηγικές που μπορούν να ακολουθηθούν:



- 1) *Επιθετική στρατηγική (E):* αυτή η στρατηγική εκφράζει ένα κύριο ενδιαφέρον της επιχείρησης στη νέα γραμμή προϊόντος. Συνεπάγεται σημαντική επένδυση σχετικά με νέο πάγιο εξοπλισμό, παραγωγή και διατήρηση υψηλού επιπέδου αποθεμάτων ώστε η ζήτηση να ικανοποιείται άμεσα καθώς και διεθνή καμπάνια προβολής και προώθησης.
- 2) *Μέση στρατηγική (M):* σύμφωνα με αυτή τη στρατηγική, θα μπει σταδιακά στην αγορά αντικαθιστώντας σε κάποιο βαθμό μια υπάρχουσα και ελαφρώς προβληματική σειρά νέων προϊόντων και επομένως δημιουργούνται μικρότερες απαιτήσεις σε νέο πάγιο εξοπλισμό. Η ποσότητα των αποθεμάτων είναι μικρή και η καμπάνια προβολής επιλεκτική σε ορισμένες μόνο περιοχές.
- 3) *Συντηρητική στρατηγική (Σ):* αυτή αποδεικνύει τον περιορισμό της νέας παραγωγής ανάλογα με την υπάρχουσα δυναμικότητα. Μικρή παραγωγή και η καμπάνια προβολής και προώθησης θα γίνεται από τους τοπικούς αντιπροσώπους.

Το τμήμα marketing έχει ομαδοποιήσει την αναμενόμενη ζήτηση του προϊόντος σε τρεις κατηγορίες: Υψηλή – Μέτρια – Χαμηλή.

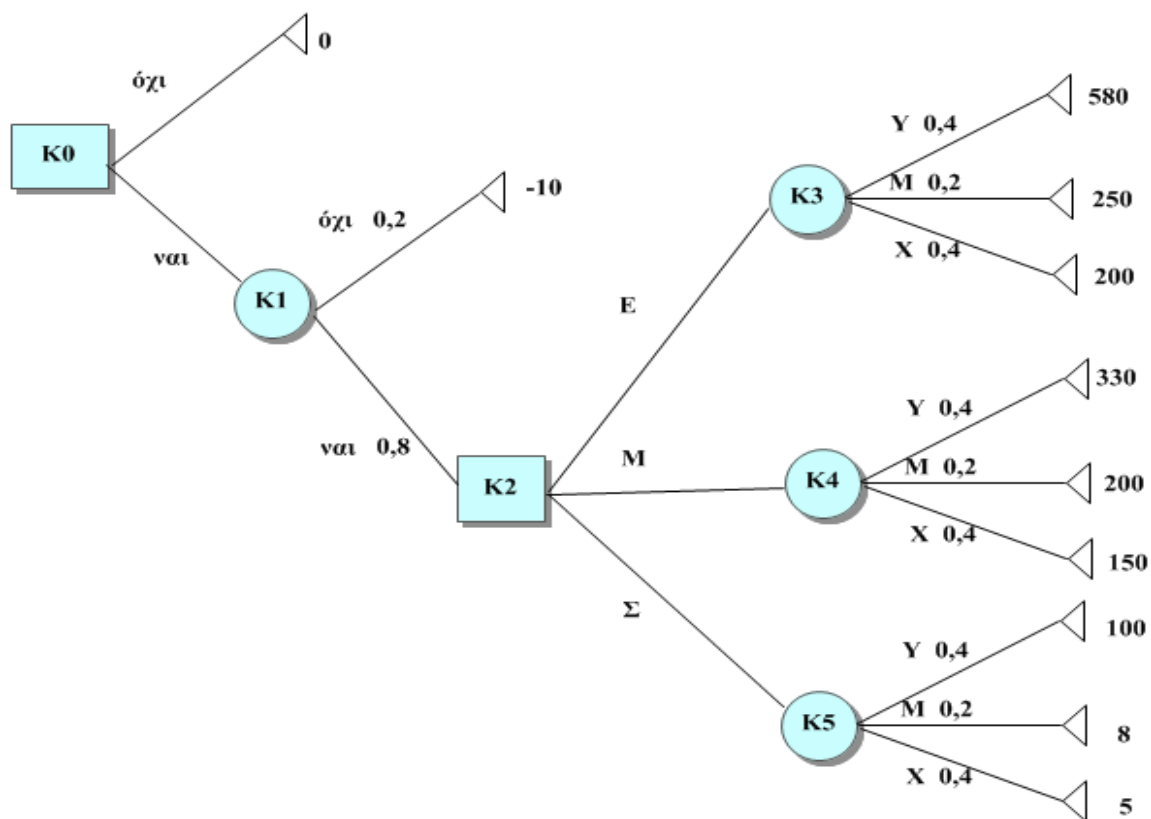
Βασιζόμενη σε ανάλογες περιπτώσεις θεωρεί ότι η πιθανότητα να εμφανιστεί υψηλή ζήτηση είναι 40%, ενώ η αντίστοιχη πιθανότητα για τη μέτρια ζήτηση είναι 20%.

Τα αναμενόμενα ετήσια έσοδα ανάλογα με το ύψος της ζήτησης με τη στρατηγική που θα ακολουθηθεί είναι τα εξής:

Να κατασκευάσετε το δένδρο απόφασης και να αποδείξετε τη βέλτιστη στρατηγική marketing και προώθησης προϊόντος.

Αναμενόμενη Ζήτηση				
Στρατηγικές	Υψηλή	Μέτρια	Χαμηλή	Κόστος Στρατηγικής
<i>E</i>	580	250	200	280
<i>M</i>	330	200	150	130
<i>Σ</i>	100	8	5	50

Χρηματοδότηση ή Θα πετύχει η  
 όχι παραγωγή



Σχήμα 26

$$ANA (K3) = 0,4 \cdot 580 + 0,2 \cdot 250 + 0,4 \cdot 200 = 362$$

$$360 - 280 = 82$$

$$ANA (K4) = 0,4 \cdot 330 + 0,2 \cdot 200 + 0,4 \cdot 150 = 232$$

$$232 - 130 = 102$$

$$ANA (K5) = 0,4 \cdot 100 + 0,2 \cdot 8 + 0,4 \cdot 5 = 43,6$$

$$43,6 - 50 = -6,4$$

$$ANA (K2) = \max \{ 82, 102, -6,4 \} = 102$$

$$ANA (K1) = 0,2 \cdot (-10) + 0,8 \cdot 102 = 79,6$$

$$ANA (K0) = \max \{ 0, 79,6 \} = 79,6$$

Επομένως η επιχείρηση θα προχωρήσει στη χρηματοδότηση και στην παραγωγή του προϊόντος και τα αναμενόμενα κέρδη θα είναι 79,6. Αυτή είναι η βέλτιστη πολιτική – λύση.

## 5.2.4 Μαρκοβιανή ανάλυση

Η ανάλυση Markov αποτελεί μια μεθοδολογία εκτίμησης των πιθανοτήτων της μελλοντικής κατάστασης ενός συστήματος. Η εκτίμηση αυτή βασίζεται στον υπολογισμό των πιθανοτήτων που χαρακτηρίζουν την αλλαγή ή μεταπήδηση του συστήματος από μια δεδομένη κατάσταση σε κάποια άλλη μέσα σε συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα. Οι εφαρμογές της μαρκοβιανής ανάλυσης καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα οικονομικών και επιχειρησιακών προβλημάτων όπως για παράδειγμα η ανάλυση μεριδίων αγοράς ενός προϊόντος, η εκτίμηση των μη εισπρακτέων οφειλών μια επιχείρησης, ο προσδιορισμός της πιθανότητας βλάβης ενός μηχανήματος.

### Αρχική κατάσταση:

Μια από τις βασικές έννοιες της μαρκοβιανής ανάλυσης είναι η αρχική κατάσταση του υπό μελέτη συστήματος. Έστω ότι το πρόβλημα που μελετούμε αφορά την εκτίμηση των μεριδίων αγοράς δυο ανταγωνιστών. Αν την παρούσα χρονική στιγμή, δυο ανταγωνιστές κατέχουν το 60% και 40% της αγοράς αντίστοιχα, το γεγονός αυτό ορίζεται ως η αρχική κατάσταση του συστήματος. Σε δυο μήνες η κατάσταση μπορεί να έχει αλλάξει και τα μερίδια αγοράς των ανταγωνιστών μπορεί να είναι 55% και 45% αντίστοιχα. Σκοπός της μαρκοβιανής ανάλυσης είναι η δυναμική μελέτη των αλλαγών του συστήματος και η πρόβλεψη των τελικών μεριδίων αγοράς των ανταγωνιστών.

Με τον όρο δυναμική εννοούμε την παρατήρηση των αλλαγών του συστήματος σε διαδοχικές χρονικές στιγμές, όπως δηλαδή το σύστημα εξελίσσεται με την πάροδο του χρόνου. Η πρόβλεψη μιας μελλοντικής κατάστασης προϋποθέτει τη γνώση των πιθανοτήτων μεταπήδησης από μία κατάσταση στην άλλη. Στη συγκεκριμένη περίπτωση απαιτείται να εκτιμηθεί η πιθανότητα του γεγονότος ότι κάποιος πελάτης θα αλλάξει την τρέχουσα προτίμησή του που είναι ένα από τα δυο ανταγωνιστικά προϊόντα και θα προτιμήσει το άλλο. Για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα αυτές οι πιθανότητες εκτιμώνται και απεικονίζονται σε έναν πίνακα που αποκαλείται «πίνακας μεταπηδήσεων μεταξύ των καταστάσεων του συστήματος» ή απλώς πίνακας μεταπηδήσεων.

### 5.2.4.1 Βασικές παραδοχές μαρκοβιανής ανάλυσης

Η μαρκοβιανή ανάλυση στηρίζεται στις εξής παραδοχές:

- 1) το σύνολο των πιθανών καταστάσεων στις οποίες μπορεί να βρίσκεται το υπό μελέτη σύστημα είναι πεπερασμένο.
- 2) οι πιθανότητες για τη μεταπήδηση από τη μία κατάσταση σε μια άλλη παραμένουν σταθερές στη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα που αφορά την ανάλυση του συστήματος

- 3) το σύστημα παραμένει αναλλοίωτο όσον αφορά το μέγεθός του και τη σύνθεσή του στη διάρκεια της ανάλυσης.

Σκοπός της μαρκοβιανής ανάλυσης είναι ο προσδιορισμός των πιθανοτήτων των καταστάσεων στις οποίες μπορεί να βρίσκεται το σύστημα στο μέλλον, δεδομένης της τωρινής του κατάστασης. Για τον προσδιορισμό των μελλοντικών πιθανοτήτων είναι απαραίτητο να ορίσουμε τις πιθανότητες μεταπηδήσεως του συστήματος από μια κατάσταση σε κάποια άλλη.

## 5.2.5 Εφαρμογές της Βελτιστοποίησης

### 5.2.5.1 Προσομοίωση

Η προσομοίωση είναι μία μέθοδος επιχειρησιακής έρευνας που χρησιμοποιείται αρκετά συχνά για την επίλυση προβλημάτων και πολλές φορές αντικαθιστά ή υποκαθιστά τη χρήση αναλυτικών μαθηματικών μοντέλων στη μελέτη σύνθετων επιχειρησιακών προβλημάτων.

Η μέθοδος της προσομοίωσης δημιουργήθηκε λόγω των τεραστίων προβλημάτων που συναντούσαν οι επιστήμονες κατά τη μαθηματική μελέτη της συμπεριφοράς και της λειτουργίας των μεγάλων συστημάτων, η περιγραφή των οποίων οδηγούσε σε περίπλοκες μαθηματικές εξισώσεις που η επίλυση τους ήταν αδύνατη ή θα είχε ως αποτέλεσμα την απώλεια χρόνου.

Ένας ορισμός, που βοηθά για την πληρέστερη κατανόηση της έννοιας προσομοίωσης, είναι ο ακόλουθος:

**«Προσομοίωση είναι η αναπαράσταση μερικών χαρακτηριστικών συμπεριφοράς ενός φυσικού συστήματος με συμπεριφορά ενός άλλου εικονικού συστήματος.»**

Γενικώς, στα μοντέλα προσομοίωσης χρησιμοποιούνται μέθοδοι που είναι επαγωγικές και στηρίζονται στην τυχαία δειγματοληψία. Παίρνοντας τυχαία δείγματα είναι δυνατόν να περιγραφεί το «τι συμβαίνει» στο σύστημα που προσομοιώνεται, για μια επιλεγμένη χρονική περίοδο και κάτω από ποικίλους υποθετικούς όρους.

Η βασική ιδέα της προσομοίωσης είναι να αξιοποιήσει κάποια τεχνάσματα για την απομίμηση ενός πραγματικού συστήματος με σκοπό τη μελέτη και κατανόηση των ιδιοτήτων του, της συμπεριφοράς και των χαρακτηριστικών της λειτουργίας του.

Για παράδειγμα εξετάζουμε τα χαρακτηριστικά λειτουργίας ενός νέου αεροπλάνου με την απομίμηση (προσομοίωση) των προϋποθέσεων πτήσης σε μια σήραγγα αέρος. Ο λόγος που το κάνουμε αυτό είναι διότι το κόστος πειραματισμού σε πραγματικές συνθήκες θα ήταν πάρα πολύ υψηλό και πιθανόν να έθετε σε κίνδυνο ανθρώπινες ζωές.

Στο χώρο των επιχειρησιακών προβλημάτων μπορούμε να προσομοιώσουμε τη συμπεριφορά ενός συστήματος τήρησης αποθεμάτων με πειραματισμό πάνω σε ένα μαθηματικό μοντέλο, το οποίο αναπαριστά το σύστημα. Μπορούμε επίσης να πειραματιστούμε προσομοιώνοντας τη λειτουργία μιας τράπεζας με διαφορετικά σχήματα λειτουργίας των ταμείων της: μία ουρά αναμονής, διαχωρισμός των ταμείων ανά είδος συναλλαγής κλπ. Είναι ευνόητο ότι τέτοιοι πειραματισμοί δεν μπορούν να γίνουν με το πραγματικό υπό εξέταση σύστημα.

Ο πειραματισμός σε ένα σύστημα προσομοίωσης μπορεί να εκτελεστεί πάνω σε κάποιο φυσικό μοντέλο όπως ο έλεγχος του αεροπλάνου στη σήραγγα αέρος (εικονική προσομοίωση) ή πάνω σε ηλεκτρονικά ή υδραυλικά αναλογικά μοντέλα διαδικασιών παραγωγής ή οικονομικών συστημάτων (αναλογική προσομοίωση) ή πάνω σε ένα μαθηματικό μοντέλο κάποιου πραγματικού συστήματος, όπως έλεγχος αποθεμάτων, σχέδιο επένδυσης, προγραμματισμός παραγωγής (συμβολική προσομοίωση).

Ο σκοπός πάντα είναι η μελέτη, η ανάλυση και η κατανόηση της συμπεριφοράς του πραγματικού συστήματος μέσω των δοκιμών ή του ελέγχου του μοντέλου κάτω από ποικίλες συνθήκες λειτουργίας. Η τελευταία κατηγορία είναι αυτή που χρησιμοποιείται στην προσομοίωση επιχειρησιακών προβλημάτων.

Η προσομοίωση, που βασίζεται σε μαθηματικά μοντέλα, μπορεί να είναι προκαθορισμένη ή πιθανολογική:

- 1) **Προκαθορισμένη (Deterministic) Προσομοίωση** : Το βασικό χαρακτηριστικό των μοντέλων προκαθορισμένης προσομοίωσης είναι ότι οι τιμές των μεταβλητών λαμβάνουν συγκεκριμένες τιμές. Δηλαδή η προκαθορισμένη προσομοίωση έχει να κάνει με την προσπάθεια της εξέτασης της συμπεριφοράς ενός συστήματος όταν κάποιες μεταβλητές που το επηρεάζουν παίρνουν συγκεκριμένες τιμές.

---

## Παράδειγμα 21

Συνήθως οι διευθυντές επιχειρήσεων καταφεύγουν στην ανάλυση του τύπου «τι θα συμβεί αν...» όταν μελετούν τα προγράμματα χρηματοδότησης, τα σχέδια επενδύσεων, τους μηνιαίους προϋπολογισμούς κ.τ.λ. Έτσι προσπαθούν να πάρουν απαντήσεις στο ερώτημα πως θα επιδράσουν στα παραπάνω μεγέθη γεγονότα όπως π.χ. η αύξηση των επιτοκίου κατά 2 μονάδες, η πιθανή υποτίμηση ενός νομίσματος, η αύξηση του πληθωρισμού, ή τι θα συμβεί αν η τιμή του πετρελαίου αυξηθεί κατά 15% το επόμενο έτος.

---

- 2) **Πιθανολογική (Stochastic) Προσομοίωση** : Η πιθανολογική προσομοίωση έχει να κάνει με τυχαία φαινόμενα. Δηλαδή όταν το πραγματικό σύστημα επηρεάζεται από κάποιες μεταβλητές οι οποίες παρουσιάζουν συνεχείς διακυμάνσεις, όπως για παράδειγμα οι χρόνοι άφιξης των πελατών σε μία τράπεζα, η ημερήσια ζήτηση για ένα προϊόν κ.ά. Σε αυτή την περίπτωση η τυχαία διακύμανση αυτών των μεταβλητών υποτίθεται ότι ακολουθεί κάποια κατανομή πιθανοτήτων (εμπειρική ή θεωρητική).

Η διαδικασία που χρησιμοποιείται για να προσομοιωθεί ένα στοχαστικό σύστημα είναι η γνωστή Monte Carlo προσομοίωση, το όνομα της οποίας προέρχεται από το ομώνυμο καζίνο. Είναι κατά βάση μια αριθμητική μέθοδος η οποία χρησιμοποιεί τυχαίες μεταβλητές για να φτάσει την προσεγγιστική λύση ενός δεδομένου προβλήματος.

Βασιζόμενοι στην αρχή της τυχαίας δειγματοληψίας αντικαθιστούμε στο μαθηματικό μοντέλο τις στοχαστικές μεταβλητές με τυχαίες τιμές σε διάφορες χρονικές στιγμές και κάτω από διαφορετικές συνθήκες ( οι τυχαίες τιμές για κάθε μεταβλητή καταλήγουν σε μια κατανομή πιθανότητας η οποία απομιμείται την πραγματικότητα). Ακόμη περισσότερο μεταβάλλοντας τις τιμές κάποιων παραμέτρων και των ανεξαρτήτων μεταβλητών και επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία του τυχαίου δείγματος, μπορούμε να εκτιμήσουμε την επίδραση τους στη στοχαστική μεταβλητή.

Η μέθοδος της προσομοίωσης όπως έχει αναφερθεί» εφαρμόζεται κατά την περιγραφή συστημάτων στα οποία συναντάμε δυσκολίες στην ανάλυση τους Η εφαρμογή της περιλαμβάνει την κατασκευή ενός του συστήματος, το οποίο θέλουμε να μελετήσουμε και πάνω στο οποίο μπορούμε να δοκιμάσουμε εναλλακτικούς τρόπους δράσης που για διάφορους λόγους δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε στο κυρίως σύστημα. Η μέθοδος της προσομοίωσης μας επιτρέπει, επίσης, να παρατηρήσουμε τη συμπεριφορά ενός συστήματος μέσα

από τον εντοπισμό των βασικών χαρακτηριστικών του, έτσι ώστε να αποκτήσουμε μια πληρέστερη εικόνα του συστήματος.

Στα μοντέλα προσομοίωσης, σε αντίθεση με τα αναλυτικά μοντέλα, η λύση του προβλήματος δεν προκύπτει αφαιρετικά αλλά με πειραματισμό που περιλαμβάνει την εισαγωγή στο μοντέλο καθορισμένων τιμών των στοχαστικών μεταβλητών, κάτω από υποθετικούς όρους, και κατόπιν την παρατήρηση των επιδράσεων τους πάνω στις μεταβλητές κριτηρίου.

**Στοχαστική** ονομάζεται μια μεταβλητή όταν παίρνει τιμές μέσα από κάποιο σύνολο τιμών οι οποίες όμως δεν μπορούν να προβλεφθούν-παρουσιάζουν δηλαδή τυχαίες διακυμάνσεις οι οποίες μπορούν να περιγραφούν μέσω μιας στατιστικής κατανομής.

**Μεταβλητή κριτηρίου** ονομάζεται κάθε εξαρτημένη μεταβλητή της οποίας οι τιμές παρακολουθούνται για την μελέτη και εξαγωγή συμπερασμάτων. Η αντικειμενική συνάρτηση είναι για παράδειγμα μία μεταβλητή κριτηρίου. Σε ένα μοντέλο προσομοίωσης σε αντίθεση με τα αναλυτικά μοντέλα όπου επιδιώκουμε την βελτιστοποίηση μίας ποσότητας που εκφράζεται μέσω της αντικειμενικής συνάρτησης, μπορεί να επιθυμούμε να παρακολουθούμε τη συμπεριφορά περισσοτέρων της μίας μεταβλητών.

### 5.2.5.2 Γιατί χρησιμοποιούνται τα μοντέλα προσομοίωσης;

Τα αναλυτικά μοντέλα είναι πολύ ισχυρά και χρήσιμα «εργαλεία» σε πολλές περιπτώσεις εφαρμογών. Εντούτοις έχουν κάποιους σοβαρούς περιορισμούς, οι σπουδαιότεροι από τους οποίους είναι:

- Στερούνται ικανότητας καθορισμού της διαχρονικής συμπεριφοράς του συστήματος. Τα αναλυτικά δίνουν στον ενδιαφερόμενο μόνο τη γενική λύση του συγκεκριμένου προβλήματος-μία λύση που μπορεί να είναι μοναδική και βέλτιστη, όμως δεν ορίζει κάποιες διαδικασίες λειτουργίας για χρονικά διαστήματα μικρότερα ή μεγαλύτερα από τον σχεδιασμένο ορίζοντα. Για παράδειγμα η λύση ενός προβλήματος παραγωγής με γραμμικό προγραμματισμό και με σχεδιασμένο ορίζοντα ενός έτους, δεν ορίζει κάποιους κανόνες για την αναγωγή της λειτουργίας μήνα προς μήνα, εβδομάδα προς εβδομάδα ή ημέρα προς ημέρα. Ιδιαίτερα δε όταν τα δεδομένα της ζήτησης και παραγωγής παρουσιάζουν τυχαίες διακυμάνσεις. Παρόμοια όταν ένα μοντέλο διατήρησης αποθεμάτων βασίζεται στη μέση ημερήσια ζήτηση, δεν δίνει μια εικόνα για τον κίνδυνο να βρεθεί η επιχείρηση χωρίς στοκ στην περίπτωση κατά την οποία υπάρχουν τυχαίες διακυμάνσεις στη ζήτηση ή καθυστέρηση στις ημερομηνίες παράδοσης. Έτσι αν ο διευθυντής της επιχείρησης επιθυμούσε να έχει κάποια ιδέα για τη χρονική εξέλιξη της συμπεριφοράς

του συστήματος διατήρησης αποθεμάτων μάλλον τα αναλυτικά μοντέλα δεν τον εξυπηρετούν.

- Μεγάλα και σύνθετα πραγματικά συστήματα δεν μπορούν να αναπαρασταθούν επαρκώς με τα συνηθισμένα αναλυτικά μοντέλα. Έτσι θα ήταν εξαιρετικά δύσκολο να δημιουργηθεί ένα μοντέλο που να αναπαριστά τον τρόπο ανάπτυξης ενός πολεοδομικού συγκροτήματος και το οποίο να ενσωματώνει επαρκώς τους σχετικούς οικονομικούς, κοινωνικούς και πολιτικούς παράγοντες. Αλλά και αν ακόμη δημιουργηθεί το κατάλληλο μοντέλο ενός τέτοιου σύνθετου συστήματος, θα είναι μάλλον απίθανο να μελετηθεί με τις γνωστές αναλυτικές τεχνικές.
- Ακόμα και σε περιπτώσεις που είναι δυνατή η απεικόνιση ενός σύνθετου επιχειρηματικού προβλήματος με ένα μαθηματικό μοντέλο, η πολυπλοκότητα του μοντέλου μπορεί να είναι τέτοια που να είναι αδύνατη η επίλυση του με αναλυτικές μεθόδους ή ακόμα και να είναι δυνατή να απαιτείται τεράστιος χρόνος υπολογισμών που να καθιστά τον τρόπο επίλυσης μη πρακτικά εφαρμόσιμο.