

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΑΤΡΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΟΠΗΣ

ΣΠΟΥΔΑΣΤΡΙΑ
ΡΗΓΑ ΣΤΑΥΡΟΥΛΑ

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:
ΜΙΧΟΠΟΥΛΟΥ ΜΑΡΙΑ

ΠΑΤΡΑ 2011

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<u>ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</u>	<u>3</u>
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.....</u>	<u>5</u>
<u>ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΥΣΚΕΥΑΣΙΑΣ</u>	<u>5</u>
<u>ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</u>	<u>5</u>
<u>1.2. ΣΥΣΚΕΥΑΣΙΑ ΚΑΙ ΣΥΝΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ.....</u>	<u>6</u>
<u>1.3. ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΕΣ ΣΥΣΚΕΥΑΣΙΕΣ.....</u>	<u>8</u>
<u>1.4. ΦΟΡΤΩΣΗ ΠΑΛΕΤΩΝ</u>	<u>11</u>
<u>1.5 ΒΙΝ-ΣΥΣΚΕΥΑΣΙΑΣ</u>	<u>13</u>
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....</u>	<u>16</u>
<u>ΤΥΠΟΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΟΠΗΣ ΚΑΙ ΣΥΣΚΕΥΑΣΙΑΣ.....</u>	<u>16</u>
<u>2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</u>	<u>16</u>
<u>2.2 ΒΑΣΙΚΗ ΛΟΓΙΚΗ ΔΟΜΗ</u>	<u>19</u>
<u>2.3 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΕΙΔΗ</u>	<u>27</u>
<u>2.4 ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ.....</u>	<u>28</u>
<u>2.5 ΠΟΣΟΤΗΤΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ.....</u>	<u>29</u>
<u>2.6 ΣΧΗΜΑ ΕΙΚΟΝΩΝ</u>	<u>29</u>
<u>2.7 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΗ ΛΥΣΗ.....</u>	<u>31</u>
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....</u>	<u>39</u>
<u>ΤΑΒΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ ΓΙΑ ΔΥΣΔΙΑΣΤΑΤΑ NON- GUILLOTINE ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΟΠΗΣ.....</u>	<u>39</u>
<u>3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</u>	<u>39</u>
<u>3.2 ΕΠΟΙΚΟΔΟΜΗΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ.....</u>	<u>40</u>
<u>3.3 Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ ΤΑΜΠΟΥ</u>	<u>43</u>
<u>3.3.1 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ</u>	<u>43</u>
<u>3.3.2. ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΠΟΥ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΜΕΛΕΤΗΘΟΥΝ.....</u>	<u>48</u>
<u>3.3.3. ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ.....</u>	<u>49</u>
<u>3.3.4 ΛΙΣΤΑ ΤΑΜΠΟΥ</u>	<u>50</u>
<u>3.4 ΕΝΤΑΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΩΝ</u>	<u>51</u>
<u>3.5 ΡΥΘΜΙΣΗ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ ΤΩΝ ΚΟΜΜΑΤΙΩΝ</u>	<u>52</u>
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.....</u>	<u>54</u>
<u>ΔΗ / ΚΔ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ: ΥΒΡΙΔΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΓΙΑ ΤΑ ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΟΠΗΣ ΧΩΡΙΣ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ</u>	<u>54</u>
<u>ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</u>	<u>54</u>
<u>4.1Η ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ</u>	<u>57</u>
<u>4.2ΜΕΘΟΔΟΣ HEURISTIC.....</u>	<u>58</u>

<u>4.4 Ο ΔΗ / ΚΔ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ: HYBRID ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ</u>	<u>59</u>
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.....</u>	<u>62</u>
<u>ΒΕΛΤΙΩΜΕΝΗ ΕΚΔΟΣΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ WANG ΓΙΑ ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΟΠΗΣ</u>	<u>62</u>
<u>5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</u>	<u>62</u>
<u>5.2 ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗΣ.....</u>	<u>63</u>
<u>5.3 Ο ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΜΕΝΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ.....</u>	<u>64</u>
<u>5.4 Ο ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΜΕΝΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ.....</u>	<u>66</u>
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6.....</u>	<u>70</u>
<u>ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ</u>	<u>70</u>
<u>ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΚΟΠΗΣ ΤΩΝ STOCK PLATES ΣΕ ΜΙΑ ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΕΠΙΠΛΩΝ</u>	<u>70</u>
<u>6.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</u>	<u>70</u>
<u>6.2. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ.....</u>	<u>73</u>
<u>6.3 ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΜΟΤΙΒΟΥ.....</u>	<u>78</u>
<u>6.3.1. ΔΥΟ - ΣΤΑΔΙΑ ΜΟΤΙΒΟΥ ΚΟΠΗΣ</u>	<u>78</u>
<u>6.3.2. ΤΡΕΙΣ - ΦΑΣΕΙΣ ΜΟΤΙΒΟΥ ΚΟΠΗΣ</u>	<u>81</u>
<u>6.3.3. ΜΙΑ ΟΜΑΔΑ ΜΟΤΙΒΟΥ ΚΟΠΗΣ.....</u>	<u>83</u>
<u>6.3.4. ΣΤΑΘΕΡΟ ΚΟΣΤΟΣ ΜΟΤΙΒΟΥ, ΣΗΜΕΙΟ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ ΚΑΙ SAW ΠΑΧΟΣ.....</u>	<u>86</u>
<u>6.4. ΜΟΝΤΕΛΟ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ 1 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ</u>	<u>87</u>
<u>6.4.1. ΕΛΑΧΙΣΤΑ ΑΠΟΒΛΗΤΑ ΕΝΑΝΤΙ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ.....</u>	<u>89</u>
<u>6.4.2. TRADE- OFF ΜΕΤΑΞΥ ΔΥΟ ΚΑΙ ΤΡΙΩΝ ΣΤΑΔΙΩΝ ΜΟΤΙΒΟΥ ΚΟΠΗΣ</u>	<u>92</u>
<u>6.4.3. TRADE – OFF ΜΕΤΑΞΥ ΜΙΑΣ ΚΑΙ ΚΑΜΙΑΣ ΟΜΑΔΑΣ ΜΟΤΙΒΟΥ ΚΟΠΗΣ</u>	<u>95</u>
<u>6.5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ</u>	<u>99</u>
<u>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</u>	<u>101</u>

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο όρος αλγόριθμος χρησιμοποιείται για να δηλώσει μεθόδους που εφαρμόζονται για την επίλυση προβλημάτων. Ωστόσο υπάρχει ένας πιο αυστηρός ορισμός της έννοιας αυτής που είναι ο εξής:

Αλγόριθμος είναι μια πεπερασμένη σειρά ενεργειών, αυστηρά καθορισμένων και εκτελεσμένων σε πεπερασμένο χρόνο, που στοχεύουν στην επίλυση ενός προβλήματος.

Κάθε αλγόριθμος απαραίτητα ικανοποιεί τα επόμενα κριτήρια:

- Είσοδος (input). Καμία, μία ή και περισσότερες τιμές δεδομένων πρέπει να δίνονται ως είσοδοι στον αλγόριθμο. Η περίπτωση που δεν δίνονται τιμές δεδομένων εμφανίζεται όταν ο αλγόριθμος δημιουργεί και επεξεργάζεται κάποιες πρωτογενείς τιμές με τη βοήθεια των συναρτήσεων παραγωγής τυχαίων αριθμών, ή με την βοήθεια άλλων απλών εντολών.
- Έξοδος (output). Ο αλγόριθμος πρέπει να δημιουργεί τουλάχιστον μία τιμή δεδομένων ως αποτέλεσμα προς το χρήστη ή προς έναν άλλο αλγόριθμο.
- Καθοριστικότητα (definiteness). Κάθε εντολή πρέπει να καθορίζεται χωρίς καμία αμφιβολία για τον τρόπο εκτέλεσης της. Λόγου χάριν, μία εντολή διαίρεσης πρέπει να θεωρεί και την περίπτωση, όπου ο διαιρέτης λαμβάνει τη μηδενική τιμή.
- Περατότητα (finiteness). Ο αλγόριθμος να τελειώνει μετά από πεπερασμένα βήματα εκτέλεσης των εντολών του. Μία διαδικασία που δεν τελειώνει μετά από ένα συγκεκριμένο αριθμό βημάτων δεν αποτελεί αλγόριθμο, αλλά λέγεται απλά υπολογιστική διαδικασία (computational procedure).

- Αποτελεσματικότητα (effectiveness). Κάθε μεμονωμένη εντολή του αλγορίθμου να είναι απλή. Αυτό σημαίνει ότι μια εντολή δεν αρκεί να έχει ορισθεί, αλλά πρέπει να είναι και εκτελέσιμη.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΥΣΚΕΥΑΣΙΑΣ

1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα συνεχώς επαναλαμβανόμενα θέματα των προβλημάτων συσκευασίας, ανατομές και διακοσμήσεις σε γρίφους και ψυχαγωγικά μαθηματικά αντανακλούν πολύ γοητεία στους ανθρώπους με αυτές τις προκλήσεις. Τον 10ο αιώνα στην Περσία, ο Abul Wefa παρήγαγε ένα τετραγωνικό πρόβλημα ανατομής που συχνά επανεμφανίζεται και σήμερα. Το Henry Ernest Dudeney's πάζλ ανατομής ήταν γνωστό στις αρχές αυτού του αιώνα, και στις τρεις διαστάσεις Soma Piet Hein του κύβου (Van Delft και Botermans, 1978) στις οποίες τα κομμάτια δεν πρέπει μόνο να έχουν συσκευαστεί σε έναν κύβο, αλλά πρέπει επίσης να είναι αρκετά σταθερά ώστε να ισορροπούν σε ένα κεντρικό σημείο, που είναι ίσως το πιο ενδιαφέρον πρόβλημα συσκευασίας μέχρι σήμερα.

Αυτά τα προβλήματα δεν έχουν περιοριστεί στις προσπάθειες λύσης από τον ερασιτέχνη γρίφος, αλλά έχουν λάβει σοβαρή μαθηματική προσοχή. Βλέπε για παράδειγμα το έργο του Al Brooks et. (1940) και Conway (1964) στο Πανεπιστήμιο του Cambridge, (1964) οριστικά το έργο Lindgren για γρίφους τεμαχισμού, και το έργο του Golomb (1966) σε polyominoes.

Ωστόσο, μόλις πρόσφατα τα προβλήματα βιομηχανικής συσκευασίας έχουν προσεγγιστεί από επιστημονικής σκοπιάς. Η εργασία αυτή ασχολείται με ορισμένες από τις δημοσιευμένες έρευνες στον τομέα αυτό.

1.2. ΣΥΣΚΕΥΑΣΙΑ ΚΑΙ ΣΥΝΑΦΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Η έμφαση του παρόντος εγγράφου είναι πρακτικές λύσεις σε πραγματικά προβλήματα. Έτσι, δεν είναι πρόθεσή μας να καλύψουμε το ευρύ φάσμα μαθηματικής βιβλιογραφίας επί του θέματος, αλλά μερικά αποτελέσματα που αυτά αναφέρονται, εφόσον έχουν αποδειχθεί χρήσιμα για την ανάπτυξη αποτελεσματικών λύσεων. Ωστόσο, θα πρέπει να σημειωθεί ότι το ορθογώνιο πρόβλημα συσκευασίας είναι γνωστό ότι είναι NP-πλήρης και ως εκ τούτου, δεν είναι συχνά δυνατό να δοθούν ακριβή λύσεις μέσα σε εύλογο χρονικό διάστημα. Πρακτικά προβλήματα δεν περιορίζονται σε αυτά που αφορούν ορθογώνια, αλλά λόγω της αυξημένης πολυπλοκότητας των μη ορθογώνιων προβλημάτων που ένα μεγάλο μέρος του δημοσιευμένου έργου μέχρι σήμερα περιορίζεται στην ορθογώνια συσκευασία του ή cuboids. Η έμφαση αυτή αντανακλάται σε αυτό το έγγραφο, αλλά μερικές από τις εργασίες για τη συσκευασία και άλλων σχημάτων θα συζητηθεί.

Οι στενές σχέσεις μεταξύ της συσκευασίας των προβλημάτων και των κλασικών αποθεμάτων κοπής, τη φόρτωση και τα προβλήματα knapsack σημαίνουν ότι τα όρια που χρησιμοποιούνται σε οποιαδήποτε ταξινόμηση θα είναι κάπως ασαφής.

Αυτό οδήγησε σε πολλές συζητήσεις για το πού θα πρέπει να αντλήσει τα όρια για την αναθεώρηση αυτή και εμείς επικρίναμε τελικά τα ακόλουθα κριτήρια.

Έχουμε την άποψη ότι θα πρέπει να επικεντρωθούμε στο έργο που έχουμε βρει σχετικά με την επίλυση πρακτικών προβλημάτων συσκευασίας και ότι ο στόχος δεν θα πρέπει να επαναλάβει υλικό το οποίο έχει επιθεωρηθεί αλλού. Ευτυχώς και τα δύο αυτά κριτήρια μας οδήγησαν στα ίδια συμπεράσματα ως προς το τι πρέπει να περιληφθεί.

Έτσι, δεν έχουμε την πρόθεση να δώσουμε μια λεπτομερή συζήτηση των προβλημάτων που σακίδιο ή της φόρτωσης και αναφέρουμε μόνο το έργο από την περιοχή της κοπής των αποθεμάτων, εάν είναι απολύτως σχετική. Ωστόσο, για την πληρότητα καταλήγουμε σε αυτή την ενότητα με μια πολύ σύντομη περίληψη αυτών των προβληματικών περιοχών, όπου ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να βγάλει άποψη με τις πρόσφατες έρευνες.

Το κλασικό πρόβλημα knapsack είναι γνωστό, όπως συμβαίνει συχνά ως ένα υπο-πρόβλημα σε πολλούς άλλους τομείς, και περιλαμβάνει συσκευασίες σταθερού μήκους του υλικού με ένα σύνολο από μικρότερα μήκη με τέτοιο τρόπο ώστε να μεγιστοποιηθεί η αξία των συσκευασμένων κομματιών. Το πρόβλημα loading είναι μια γενίκευση αυτής στην οποία διάφορα μήκη του υλικού θα πρέπει να συσκευάζονται, και η ορολογία που προέρχεται από μια αναπαράσταση του προβλήματος, όπως αυτή της φόρτωσης πλοίων της σταθερής ικανότητας. Αυτή η έκδοση του προβλήματος είναι ανάλογη με τις διαστάσεις ενός προβλήματος bin-συσκευασίας. Προβλήματα φόρτωσης μπορεί να επεκταθούν σε περισσότερες από μία διάστασης, για παράδειγμα περιορισμοί βάρους μπορεί να εφαρμοστούν παράλληλα με τον περιορισμό της παραγωγικής ικανότητας. Ωστόσο, η υπόθεση ότι οι διαστάσεις είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους γίνεται συνήθως και, επομένως, το πρόβλημα της τοποθέτησης μιας σειράς ορθογωνίων σε ένα μεγαλύτερο ορθογώνιο που δεν μπορεί να είναι πρότυπο οδήγησε με αυτό τον τρόπο. Το πρόβλημα κοπής υλικού περιλαμβάνει την κοπή ενός συγκεκριμένου βιβλίου παραγγελιών των απαιτούμενων τεμαχίων από μια σειρά διπλοτύπων αποθεμάτων.

Μερικές φορές υποδιαιρείται σε δύο προβληματικούς τομείς - του προσδιορισμού ενός υποσυνόλου των διαθέσιμων φύλλων για να κρατήσει σε απόθεμα (το πρόβλημα assortment) και του προσδιορισμού

των κατάλληλων προτύπων κοπής για την τήρηση μιας συγκεκριμένης παραγγελίας από τις καταστάσεις των αποθεμάτων με παράλληλη ελαχιστοποίηση της σπατάλης (το πρόβλημα καθαρής απώλειας). Θεωρητικά πτυχές του προβλήματος κοπής υλικού επιθεωρήθηκαν από τους Χρυσή (1976) και Hinxman (1980). Ο Dychoff et al. (1984) περιλαμβάνουν την ταξινόμηση του υλικού κοπής σε πρακτικά προβλήματα και η έρευνα αυτή ενημερώνεται από Dyckhoff (1990).

Μια συνολική επισκόπηση των προβλημάτων knapsack δίνεται από τους Martello και Toth (1990). Οι πτυχές του προβλήματος φόρτωσης μπορεί να βρεθούν από Eilon και Χριστοφίδης (1971) , Χριστοφίδης και Mingozzi και Toth (1979) και το μονοδιάστατο πρόβλημα bin-συσκευασίας επιθεωρήθηκε από Coffman, Garey και Johnson (1984) με πιο πρόσφατα αποτελέσματα που θα είναι διαθέσιμα από Coffman και Shor (1990).

1.3. ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΕΣ ΣΥΣΚΕΥΑΣΙΕΣ

Οι εφαρμογές κοπής σε τομείς όπως το γυαλί και το μέταλλο που προβλέπεται το νωρίτερο κίνητρο για την εξεύρεση λύσεων για το γενικό πρόβλημα της ορθογώνιας συσκευασίας κομματιών μέσα σε ένα μεγαλύτερο ορθογώνιο που περιέχει.

Ο σχεδιασμός του εξοπλισμού κοπής σήμαινε ότι οι διατάξεις αυτές περιορίζονται σε εκείνα που λαμβάνονται με μια σειρά guillotine περικοπών (δηλαδή περικοπές από το ένα άκρο του, που προηγουμένως έχουν κοπεί ορθογώνια στο απέναντι άκρο). Επιπλέον περικοπές υποτίθεται ότι είναι ορθογώνιες (δηλαδή παράλληλες προς τις πλευρές του φύλλου αποθέματος). Νωρίς την έρευνα σε αυτό το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπισθεί ως μια επέκταση των εργασιών σχετικά με τις διαστάσεις ενός αποθέματος κοπής πρόβλημα.

Το αρχαιότερο σημείωμα χαρτιού φαίνεται να οφείλεται σε Kantorovitch (1939, 1960) το οποίο δεν έχει μεταφραστεί από τη ρωσική μέχρι το 1960. Εν τω μεταξύ, παρόμοια προβλήματα είχαν αντιμετωπίσει οι Paull και Walter (1954), Metzger (1958) και Eilon (1960). Ωστόσο, σε όλες αυτές τις περιπτώσεις, μόνο πολύ μικρά προβλήματα θα μπορούσαν να αντιμετωπιστούν με επιτυχία. Οι Gilmore και Gomory (1961, 1963) αύξησαν αυτή την χρήση με μια μέθοδο παραγωγής στήλης. Η επιτυχία τους με τις διαστάσεις ενός προβλήματος τόνωσε την έρευνα για την δισδιάστατη υπόθεση.

Υπάρχουν πολλές παραλλαγές των δυσδιάστατων προβλημάτων συσκευασίας.

Σε περίπτωση που ο απαιτούμενος αριθμός των τεμαχίων κάθε τύπου είναι απεριόριστος, και η διάρθρωση των υποδειγμάτων περιορίζονται σε εκείνα που λαμβάνονται από guillotine περικοπές, το πρόβλημα προσφέρεται για την εφαρμογή του δυναμικού προγραμματισμού. Η βέλτιστη λύση είναι χτισμένη επάνω με την εξέταση λύσης εντός μικρότερων ορθογώνιων που περιέχουν. Η μέγιστη τιμή που λαμβάνεται από τον τεμαχισμό ενός ορθογώνιου παραλληλόγραμμου με διαστάσεις X από Y θα έχει παραχθεί σε έναν από τους τρεις τρόπους. Αν υπάρχει ένα κομμάτι διαστάσεων X από Y τότε η βέλτιστη τιμή μπορεί απλά να είναι η αξία αυτού του κομματιού.

Εναλλακτικά το ορθογώνιο μπορεί να μειωθεί μέσω της οριζόντιας ή κάθετης διάστασης της. Η βέλτιστη θέση και τιμή που προκύπτει για κάθε κομμένο τύπο υπολογίζεται και το συνολικό ανώτατο όριο παρέχει το απαιτούμενο αποτέλεσμα. Η διαδικασία εφαρμόζεται σε ορθογώνια ώστε να αυξήσει την διάσταση μέχρι τη λύση για ώστε το απαιτούμενο ορθογώνιο να έχει επιτευχθεί. Η προσέγγιση αυτή προτάθηκε αρχικά Gilmore και Gomory (1965). Η βασική σύνθεση έκτοτε βελτιωθεί με διάφορους τρόπους. Για παράδειγμα, Herz (1972) προτείνει τη χρήση της

κανονικής ανατομής που περιορίζει τα επιμέρους ορθογώνια προβλήματα των οποίων οι διαστάσεις είναι αναπόσπαστος συνδυασμός κομματιών μήκους και πλάτους.

Στην πραγματικότητα ο αριθμός των τεμαχίων του συγκεκριμένου είδους είναι συχνά περιορισμένος, καθώς και οι μέθοδοι που περιγράφονται ανωτέρω θα είναι ακατάλληλοι. Αυτή η εκδοχή του προβλήματος είναι γνωστή ως περιορισμένο πρόβλημα αποθέματος κοπής και πολλές διαφορετικές μέθοδοι λύσης έχουν προταθεί. Μια προσέγγιση είναι να χρησιμοποιηθεί μια διαδικασία αναζήτησης δέντρου στο οποίο τα υποκαταστήματα αντιστοιχούν σε λαιμητόμο περικοπές, και οι κόμβοι που ορίζονται από το σύνολο των επί του παρόντος κομμένων ορθογώνιων μαζί με τη θέση της επόμενης περικοπής για το καθένα.

Ένα καλό άνω φράγμα σε κάθε κόμβο μπορεί να επιτευχθεί με τη χαλάρωση του προβλήματος με την απρόσκοπτη έκδοση που περιγράφεται παραπάνω.

Σε ένα τέτοιο αλγόριθμο η απόφαση ως προς τον επόμενο διερευνούμενο κλάδο μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους. Οι Χριστοφίδης και Whitlock (1977) δείχνουν ότι το ορθογώνιο που κόβεται μετά, καθορίζεται από το κομμάτι το οποίο υπερβαίνει το ανώτερο όριο, δεσμεύοντας το μεγαλύτερο ποσό. Το ορθογώνιο που περιέχει τον μέγιστο αριθμό των τεμαχίων αυτού του τύπου στη χαλαρή λύση θα επιλεγεί. Μια εναλλακτική λύση στην αναζήτηση δέντρου που βασίζεται σε περικοπές, είναι να δημιουργήσει τη διάταξη από κοινά διαδοχικά ζεύγη «κόλλημα» από ορθογώνια που παράγουν ένα σύνολο εφικτών subsolutions. Οι περιορισμοί στον αριθμό των τεμαχίων κάθε τύπου τηρούνται για κάθε subsolution που θα παραχθεί. Η διατήρηση των περιορισμών αυτών σημαίνει ότι δεν αρκεί απλώς να αποθηκεύσει τη βέλτιστη εκτίμηση subrectangle κάθε μεγέθους. Έτσι, αυτό μπορεί να θεωρηθεί ως μία ολοκληρωμένη προσέγγιση απαρίθμησης και συνεπώς

ακριβής και στις δύο φορές, αποθήκευση και λύση. Ωστόσο, αρκετοί ερευνητές έχουν αναφέρει την επιτυχία με αυτό το είδος του αλγορίθμου, ιδίως όταν χρησιμοποιείται ως ευρετική και όχι ως μια ακριβή προσέγγιση. Ο αριθμός των subsolutions μπορεί στη συνέχεια να μειωθεί με τη χρήση μιας οριακής τιμής για την αξιολόγηση έκτασης αυτών που διατηρούνται. Βλέπε για παράδειγμα Wang (1983).

1.4. ΦΟΡΤΩΣΗ ΠΑΛΕΤΩΝ

Το πρόβλημα κατά τη φόρτωση παλετών είναι αυτό της συσκευασίας ίδιων ορθογώνιων περιπτώσεων σε μια ορθογώνια περιοχή φόρτωσης ή παλέτας.

Αν και το πρακτικό πρόβλημα υπόκειται σε μια ποικιλία από προβλήματα, και μπορεί να περιλαμβάνει πολλαπλούς στόχους, ο πρωταρχικός στόχος είναι γενικώς εκείνος της μεγιστοποίησης του αριθμού των περιπτώσεων που τοποθετούνται. Αυτή η πτυχή του προβλήματος έχει ευρέως ερευνηθεί. Είναι μια συνήθης απαίτηση ότι οι περιπτώσεις που τοποθετούνται ορθογώνια (δηλαδή, με τις πλευρές τους παράλληλες προς τις πλευρές της παλέτας), και σε στρώσεις. Έτσι, το πρόβλημα μειώνει το δισδιάστατο πρόβλημα της συσκευασίας ενός μεγάλου ορθογωνίου που περιέχει το μέγιστο αριθμό των αντιγράφων ενός μικρότερου ορθογωνίου.

Η πρώτη δημοσίευσε λύσεις για το πρόβλημα φόρτωση παλετών που εμφανίστηκε στα τέλη της δεκαετίας του 1960 και στις αρχές του 1970 και περιλαμβάνει τον καθορισμό μιας βάσης αναφοράς των προτύπων παλετών, οι οποίες φαίνεται να βασίζονται στην ανθρώπινη κρίση. Αυτές μπορούν έπειτα να ελεγχθούν για σκοπιμότητα σε σχέση με κάθε νέο σύνολο της υπόθεσης και παλέτας διαστάσεων, και τα πρότυπα αυτών που παρέχουν το μέγιστο γέμισμα μπορεί να προσδιοριστούν. Η

βελτίωση σε εξαντλητική έρευνα του πλήρους δέσμης σχεδίου δόθηκε από Wright (1973a) και άλλων με τη μορφή ενός γραφήματος παλέτας.

Το μήκος και το πλάτος περίπτωσης εκπροσωπούνται από τους άξονες X και Y του γραφήματος και κατάλληλες διατάξεις που προσδιορίζονται από τις αντίστοιχες του (X, Y) σημείου. Ένα ξεχωριστό γράφημα πρέπει να καταρτίζεται για κάθε διαφορετικό μέγεθος παλέτας. Μόλις το γράφημα και το σχεδιαγράμματα παραχθούν, οι προσεγγίσεις αυτές παρέχουν γρήγορες οδηγίες λύσεις για μια συγκεκριμένη παλέτα. Ενώ οι μέθοδοι αυτοί είναι προφανώς σε θέση να λάβουν «την καλύτερη» λύση (εις) από το δεδομένο σύνολο αναφοράς, βέλτιστου τους εξαρτάται από την πληρότητα της βάσης αναφοράς.

Η έλευση των μικροϋπολογιστών οδήγησε σε ένα νέο κύμα ενδιαφέροντος για το πρόβλημα και τις αυξανόμενες προσδοκίες των χρηστών να μπορούν να χρησιμοποιούν τον υπολογιστή για να απαντήσουν στις what-if ερωτήσεις που σημαίνουν ότι οι ταχείες λύσεις σύντομα έγιναν απαίτηση.

Αυτή η απαίτηση για λύση on-line χωρίς την ανάγκη αναζήτησης μέσα από μια μεγάλη βάση δεδομένων των διατάξεων είχε ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη ενός αριθμού heuristics.

Μια απλή αλλά αποτελεσματική προσέγγιση είναι να εξεταστεί για πρακτικές συναλλαγής που παρέχουν καλή προσαρμογή γύρω από την άκρη της παλέτας και στη συνέχεια την επέκταση αυτών προς το κέντρο για να σχηματίσουν ορθογώνια τεμάχια των περιπτώσεων. Για παράδειγμα Bischoff και Dowsland (1982) χρησιμοποιούν τέσσερα τετράγωνα στην περίμετρο και περιλαμβάνουν ένα επιπλέον βήμα για την πλήρωση αποτελεσματικότητας στο κέντρο της τρύπας. Υπήρξαν πολλές προσπάθειες να επεκτείνουν αυτές τις ιδέες για να συμπεριλάβουν και άλλες διατάξεις από ειδικούς συνδυασμούς ορθογώνιων ταμαχιών. Ο μεγαλύτερος αντίκτυπος της αποτελεσματικής φόρτωσης παλετών

επιτυγχάνεται εξετάζοντας τις επιπτώσεις τους στο στάδιο του σχεδιασμού των προϊόντων. Οι περιπτώσεις που πρέπει να φορτώνεται απευθείας η παλέτα κάθε μία περιέχει έναν αριθμό πρωτογενών μονάδων. Διαφορετικές collations (ρυθμίσεις) αυτών των προκριματικών θα δίνουν σαφώς διαφορετικά μεγέθη περίπτωσης και όλες οι πιθανές επιλογές θα πρέπει να αναλυθούν αν η βέλτιστη χρήση παλέτα πρόκειται να ληφθεί. W.B. Dowsland (1984) δείχνει πως αυτός ο τύπος ανάλυσης μπορεί να επεκταθεί για να δείξει πώς η αλλαγή σχήματος του πρωτογενούς προϊόντος, με την επιφύλαξη διατήρηση ενός όγκου, θα επηρεάσει τον αριθμό των περιπτώσεων κατά το καλύτερο σχέδιο φόρτωσης. Είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί ότι η βάση αυτής της ανάλυσης είναι το γράφημα παλέτας, αλλά στην περίπτωση αυτή το διάγραμμα προκύπτει αναλυτικά, καθώς και τα σχέδια φόρτωσης που έχουν παραχθεί αυτόματα χρησιμοποιούν μία από τις διαθέσιμες heuristics. Μεγάλο μέρος της έρευνας στον τομέα αυτό έχει συνοψιστεί από Isermann (1987). Όπως με όλες τις heuristic μεθόδους, είναι σημαντικό να γνωρίζουμε πόσο κοντά ότι μία είναι πιθανό να είναι η καλύτερη δυνατή λύση.

1.5 BIN-ΣΥΣΚΕΥΑΣΙΑΣ

Μια κατηγορία προβλημάτων με έναν ελαφρώς διαφορετικό στόχο είναι τα δυσδιάστατα προβλήματα bin-συσκευασίας. Εδώ η κατάσταση είναι συνήθως αυτή ενός ορθογωνίου με συγκεκριμένο πλάτος και ύψος απροσδιόριστο, και ένα σετ από κομμάτια των αποθεμάτων, με στόχο την ελαχιστοποίηση του ύψους που απαιτείται για να χωρέσει όλα τα κομμάτια. Μια παραλλαγή αυτής είναι ένα σύνολο κάδων του σταθερό ύψους και πλάτους, με στόχο την τοποθέτηση λόγω των κομματιών σε ένα ελάχιστο αριθμό κάδων.

Θα πρέπει να ακολουθούν τη διάκριση που γίνεται από Coffman και Shor (1990) και να αντιστοιχούν στα παλαιά προβλήματα όπως αυτό της συσκευασίας ταινίας και η δεύτερη ως bin-συσκευασία. Και στα δύο προβλήματα είναι σύνηθες να επιμείνει ότι τα τεμάχια σε ορθογώνια συσκευασία (δηλαδή, με τις πλευρές τους παράλληλες προς τις πλευρές του κάδου) δεν επιτρέπουν την περιστροφή των κομματιών. Αυτό συμβαίνει επειδή το αρχικό κίνητρο για την επίλυση αυτών των προβλημάτων ήταν συχνά στον προγραμματισμό, ειδικός προγραμματισμός ηλεκτρονικών υπολογιστών, εφόσον το πλάτος εκπροσωπείται από απαιτήσεις σε μνήμη και το ύψος εκπροσωπείται σε χρόνο.

Στις εφαρμογές αυτές ο πλήρης κατάλογος των καθηκόντων που πρέπει να προγραμματιστεί μπορεί ή δεν μπορεί να είναι γνωστός εκ των προτέρων. Έτσι, υπάρχουν δύο διαφορετικές παραλλαγές του προβλήματος. Εάν η πλήρης λίστα είναι διαθέσιμη στη συνέχεια, το πρόβλημα (και οι αλγόριθμοι για την επίλυσή του) αναφέρεται ως off-line. Εναλλακτικά, όπου ο πλήρης κατάλογος δεν είναι αρχικά διαθέσιμος ο όρος on-line εφαρμόζεται.

Η παλαιότερη δημοσιευμένη εργασία προβλήματος bin -συσκευασίας ασχολήθηκε με τις διαστάσεις σε μία περίπτωση. Το κλασικό πρόβλημα είναι ότι η ελαχιστοποίηση του αριθμού των κάδων των σταθερών ικανότητας ακέραιο απαιτείται να ανταποκρίνεται σε μια σειρά από τα εν λόγω στοιχεία.

Εναλλακτικές μορφές περιλαμβάνουν τον καθορισμό του αριθμού των κάδων και την ελαχιστοποίηση των κοινών ικανοτήτων τους, ή τον καθορισμό τόσο του αριθμού όσο και της ικανότητας και της μεγιστοποίησης της αξίας του σε συσκευασμένα τεμάχια. Το πρόβλημα αντιμετωπίστηκε με μια σειρά από ευρετικές προσεγγίσεις που αφορούν τους κανόνες για την παραγγελία των κομματιών και για την επιλογή του

κάδου που πρέπει να χρησιμοποιηθούν για το τρέχον κομμάτι. Πολλές από αυτές τις διαφοροποιήσεις είναι που ρωτήθηκαν από το Coffman, Garey και Johnson (1984).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΤΥΠΟΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΟΠΗΣ ΚΑΙ ΣΥΣΚΕΥΑΣΙΑΣ

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το θέμα της κοπής και συσκευασίας (συντομογραφία C & P παρακάτω) χαρακτηρίζεται από το γεγονός ότι τα προβλήματα της, εμφανίζονται, κατ' ουσία με την ίδια λογική δομή αλλά με διαφορετικά ονόματα στη λογοτεχνία, όπως π.χ.:

- Απόθεμα κοπής, προβλήματα καθαρής απώλειας,
- Συσκευασία bin, η διπλή συσκευασία bin, συσκευασία strip, συσκευασία vector, και knapsack προβλήματα (συσκευασίας) ,
- vehicle φορτίο, φόρτωση παλετών, φόρτωση εμπορευματοκιβώτιο, και τα προβλήματα φόρτωσης αυτοκινήτων,
- Ποικιλία, η εξάντληση, το σχεδιασμό, τη διαίρεση, τη διάταξη, ενσωμάτωση, καθώς και προβλήματα των διαμερισμάτων,
- (Ούτε καν) προϋπολογισμού του κεφαλαίου, την αλλαγή των αποφάσεων, την εξισορρόπηση γραμμή, την κατανομή μνήμης, και τα προβλήματα προγραμματισμού πολλαπλών επεξεργαστών.

Αυτή η ανομοιογενής χρήση φαίνεται από τους τίτλους της επιλογής της αγγλικής γλώσσας, όπου οι δημοσιεύσεις καταγράφονται στον πίνακα 1 από συγγραφής, το έτος δημοσίευσης, έννοιας (-ες) που χρησιμοποιούνται στον τίτλο, καθώς και την πειθαρχία που αντιστοιχεί στο όνομα του το περιοδικό ή βιβλίο. Οι δημοσιεύσεις αυτές επιλέγονται γιατί δίνουν ορισμένες έρευνες σχετικά με το θέμα της C & P. Υπάρχουν μερικές έρευνες αυτού του είδους, π.χ. στη γερμανική γλώσσα το βιβλίο του al Terno et. (1987).

Ο πίνακας 1 αντανακλά επίσης την ταχεία ανάπτυξη, καθώς και την ευρεία διασπορά της έρευνας σχετικά με το θέμα αυτό. Με ελάχιστες εξαιρέσεις (Kantorovich, 1939. Brooks et al, 1940) το επιστημονικό έργο ξεκίνησε περίπου τριάντα πέντε χρόνια πριν. Από τότε, έχει υπάρξει μια ραγδαία αύξηση του αριθμού των εγγράφων που ασχολούνται με διάφορες πτυχές και εκτείνεται σε διάφορα περιοδικά και πρακτικά από διαφορετικά έθνη με διαφορετικές γλώσσες και - τέλος, αν μη τι άλλο - των διαφόρων κλάδων, όπως η Διοικητική Επιστήμη, Μηχανολογία Επιστήμες, Πληροφορικής και Πληροφορική, Μαθηματικά καθώς και Επιχειρησιακή Έρευνα (όπως η διεπιστημονική προσέγγιση). Πρώτες έρευνες εμφανίστηκαν στη δεκαετία του εβδομήντα, που έχουν ήδη την υλοποίηση των ισχυρών σχέσεων μεταξύ της περικοπής των προβλημάτων από τη μία πλευρά και των προβλημάτων συσκευασίας από την άλλη (Brown, 1971? Golden, 1976). Ο πίνακας 1 δείχνει ότι περισσότερα από ένα χαρτί που περιέχουν κάποιου είδους έρευνα δημοσιεύεται ετησίως κατά μέσο όρο από το 1980.

Οι έρευνες που δημοσιεύθηκαν μέχρι σήμερα έχουν ασχοληθεί με συγκεκριμένες πτυχές ορισμένων ειδικών τύπων C & P προβλημάτων, κυρίως με αλγόριθμους και μεθόδους λύσης. Δεν υπάρχει, ωστόσο, έρευνα για το όλο θέμα της C & P η οποία να ενσωματώνει συστηματικά τα διάφορα είδη των προβλημάτων και εννοιών. Αυτός είναι ο σκοπός της παρούσας εργασίας. Για την επίτευξη αυτού του στόχου μιας τυπολογίας διαπνέεται από τις βασικές λογικές δομές της C & P που έχει αναπτυχθεί.

Table 1
Surveys on special aspects of C&P

Author(s)	Year	Notion(s)	Discipline
Brown	1971	Packing, depletion	Computer Science
Salkin/de Kluyver	1975	Knapsack	Logistics
Golden	1976	Cutting stock	Industrial Engineering
Hinxman	1980	Trim loss, assortment	Operational Research
Garey/Johnson	1981	Bin packing	Combinatorial Optimization
Israni/Sanders	1982	Cutting stock, layout	Manufacturing
Rayward-Smith/Shing	1983	Bin packing	Mathematics
Coffman et al.	1984	Bin packing	Computer Science
Dowland	1985	Packing	Operational Research
Dyckhoff et al.	1985	Trim loss	Management
Israni/Sanders	1985	Parts nesting	Production
Berkey/Wang	1987	Bin packing	Operational Research
Dudzinski/Walukiewicz	1987	Knapsack	Operational Research
Martello/Toth	1987	Knapsack	Mathematics
Rode/Rosenberg	1987	Trim loss	Engineering/Production
Dyckhoff et al.	1988	Cutting stock	Production

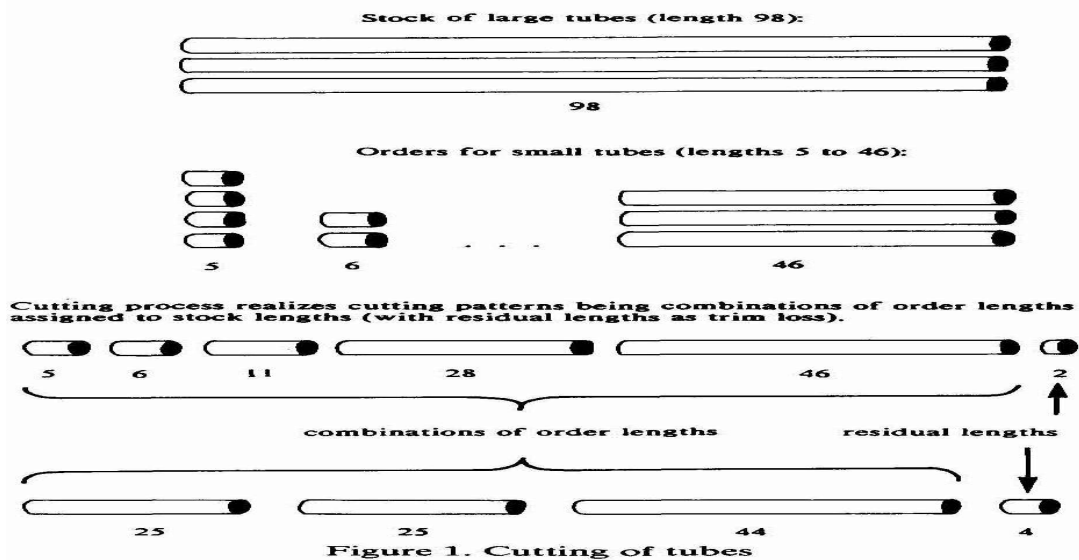
Επιτρέπει τον εντοπισμό των κοινών ιδιοτήτων των προβλημάτων οι οποίες, εκ πρώτης όψεως, φαίνεται να είναι άσχετες. Αντίθετα, οι διαφορές μεταξύ φαινομενικά όμοιων προβλημάτων γίνονται πιο σαφή αναλύοντας τα κύρια χαρακτηριστικά τους. Τα χαρακτηριστικά μπορεί να χρησιμοποιηθούν για να διακρίνουν τους διάφορους στοιχειώδεις και συνδυασμένους τύπους. Σχεδόν κανένα από τα ενιαία χαρακτηριστικά και τους στοιχειώδεις τύπους που συζητούνται είναι εντελώς νέα. Οι περισσότεροι από αυτούς έχουν χρησιμοποιηθεί στη λογοτεχνία πριν. Είναι η συνεπής και συστηματική προσέγγιση για μια ολοκληρωμένη τυπολογία, η οποία είναι νέα (εξ όσων γνωρίζω). Ίσως αυτό μπορεί να αποτελέσει τη βάση για την ενοποίηση των

διαφόρων χρήσεων των εννοιών στη λογοτεχνία και για τη συγκέντρωση μελλοντικής έρευνας σχετικά με ειδικούς τύπους προβλημάτων.

Το επόμενο τμήμα περιγράφει τη βασική λογική δομή των C & P. Επιτρέπει την διαμόρφωση μιας πρώτης πρόχειρης κατάταξης των προβλημάτων C & P. Επιπλέον, παρέχει ένα σύστημα, στο τμήμα 3, όπου τα διάφορα συστηματικά χαρακτηριστικά εντοπίζονται και αναλύονται με περισσότερες λεπτομέρειες, ενώ παρατίθενται παραδείγματα ορισμένων σημαντικών στοιχειώδη ειδών. Για το σκοπό συγκριτικά με τις έννοιες που χρησιμοποιούνται στη λογοτεχνία, το τμήμα 4, χρησιμοποιεί τέσσερα χαρακτηριστικά για την κατασκευή 96 συνδυαστικών τύπων. Από το άρθρο 5, προκύπτει, ότι μερικοί από αυτούς τους τύπους προβλημάτων μπορεί επίσης να σχετίζονται με κατάλληλη λύση προσεγγίσεις που προτείνονται στη βιβλιογραφία. Η τελευταία ενότητα περιλαμβάνει μια καταληκτική παρατήρηση.

2.2 ΒΑΣΙΚΗ ΛΟΓΙΚΗ ΔΟΜΗ

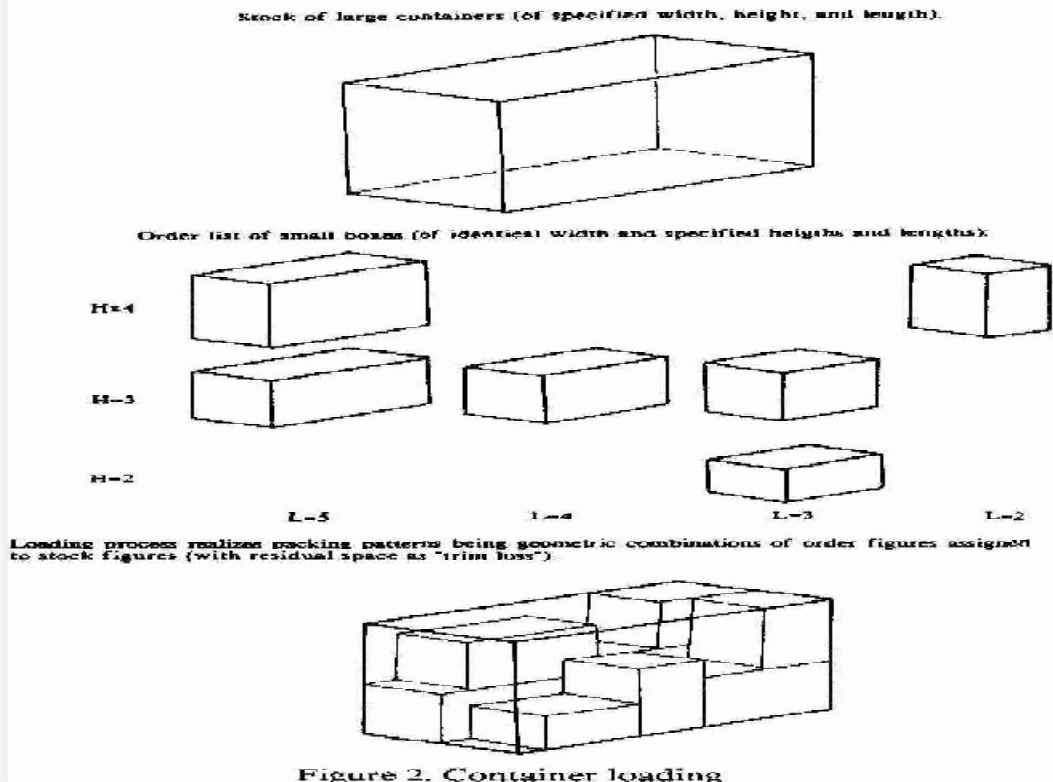
Η βασική λογική δομή των προβλημάτων C & P γίνεται φανερή από την εξέταση μερικών απλών παραδειγμάτων. Το σχήμα 1 απεικονίζει ένα πρόβλημα της κοπής σωλήνων για τις μονάδες θερμότητας θερμαντικών σωμάτων (που περιγράφεται από Heicken και Krnig, 1980).



Από τη μία πλευρά υπάρχει απεριόριστο απόθεμα των μεγάλων σωλήνων με μήκος 98 που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή μικρών σωλήνων. Από την άλλη πλευρά υπάρχει μια λίστα με μικρούς σωλήνες του μήκους 5 έως 46 που πρέπει να παραχθούν προκειμένου να καλύψουν την εβδομαδιαία ζήτηση. Αυτές οι δύο ομάδες, το απόθεμα των μεγάλων αντικειμένων και το βιβλίο παραγγελιών για μικρά αντικείμενα, αποτελούν τα βασικά στοιχεία των προβλημάτων κοπής αποθεμάτων. Οι παραγγελίες για μικρούς σωλήνες συνδυάζονται σχηματίζοντας μοτίβα κοπής που έχουν διατεθεί για μεγάλα αντικείμενα του αποθέματος. Η διαδικασία πρέπει να υπακούει σε ορισμένους στόχους και περιορισμούς και να αφορά συγκεκριμένα χειρωνακτικά προβλήματα.

Ως δεύτερο παράδειγμα το σχήμα 2 απεικονίζει ένα πρόβλημα φόρτωσης του εμπορευματοκιβωτίου (για πρακτικούς περιπτώσεις, βλέπε Gehring et al, 1990, Haessler και Talbot, 1990).

H. Dyckhoff / A typology of cutting and packing problems



H. Dyckhoff/ A typology of cutting and packing problems

Αυτό το είδος του προβλήματος χωρίζεται σε δύο ομάδες των βασικών δεδομένων, από τη μία πλευρά ένα απόθεμα των μεγάλων αντικειμένων που αποτελούνται από ένα ή περισσότερα δοχεία, καθώς και από την άλλη πλευρά μια λίστα με τα μικρότερα αντικείμενα που μπορούν να συσκευάζονται σε δοχεία. Εκτός από ορισμένα ατομικά λόγω στόχων και περιορισμών, η κύρια πτυχή των ανησυχιών φόρτωσης του εμπορευματοκιβωτίου είναι ο γεωμετρικός συνδυασμός των μικρών αντικειμένων στα μοντέλα συσκευασίας, ο οποίος μπορεί να αποδοθεί σε δοχεία του αποθέματος.

Εξ ου και ότι η κοινή λογική δομή των προβλημάτων C & P μπορεί να προσδιοριστεί ως εξής:

(α) Υπάρχουν δύο ομάδες των βασικών δεδομένων του οποίου τα στοιχεία καθορίζουν γεωμετρικά όργανα των σταθερών σχημάτων

(αργότερα ονομάστηκαν "figure") σε ένα ή περισσότερες διαστάσεις χώρου των πραγματικών αριθμών:

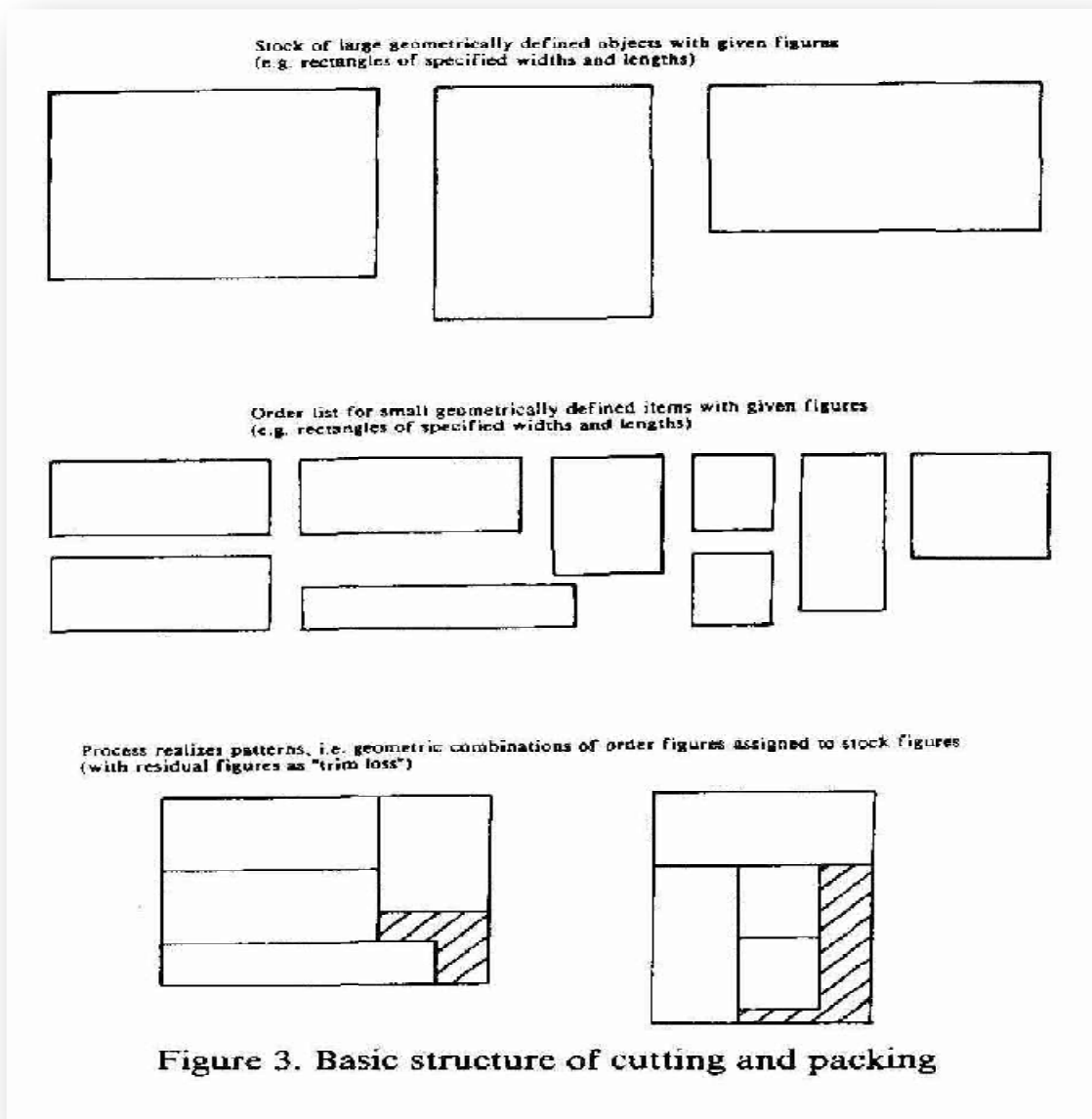
- Το απόθεμα του λεγόμενου "(μεγάλο) αντικείμενο", αφενός, και
- Το βιβλίο λίστα ή σειρά των λεγόμενων "(μικρό) στοιχείο" από την άλλη πλευρά.

(β) Ο τεμαχισμός ή η διαδικασία συσκευασίας αντιλαμβάνεται μοτίβα που είναι γεωμετρικός συνδυασμός των μικρών στοιχείων που έχουν μεγάλα αντικείμενα. Τα υπόλοιπα κομμάτια, δηλαδή τα στοιχεία που εμφανίζονται στη μορφή που δεν ανήκουν σε μικρά στοιχεία, που συνήθως αντιμετωπίζονται ως «καθαρή απώλεια».

Στο παράδειγμα του σχήματος 3 και οι δύο ομάδες, δηλαδή τα αντικείμενα καθώς και τα στοιχεία, χτίζουν ορθογώνια προσδιορίζοντας τα πλάτη και μήκη, σε δισδιάστατο χώρο. Αυτό μπορεί να συμβεί κατά την κοπή πλακών από γυαλί ή από τη φόρτωση παλετών.

Λόγω του κυρίαρχου ρόλου που διαδραματίζουν τα πρότυπα και η φύση τους, όπως γεωμετρικοί συνδυασμοί, μπορεί κανείς να πει ότι τα προβλήματα C & P ανήκουν στον τομέα της «γεωμετρικής Συνδυαστικής».

Σε μια στενή έννοια - όπως φαίνεται από το σχήμα 4 - τα προβλήματα C & P σχετίζονται με τα αντικείμενα και τα αντικείμενα ορίζονται από ένα, δύο ή τρεις χωρικές διαστάσεις του Ευκλείδειου χώρου.



Στις περιπτώσεις προβλημάτων κοπής (απόθεμα) τα μεγάλα αντικείμενα δίνονται από στερεά υλικά κομμένα σε μικρά αντικείμενα, όπως κομμάτια. Συνήθης ύλες χαρτιού και του χαρτοπολτού, μέταλλο, γυαλί, ξύλο, πλαστικό, δέρμα και τα κλωστοϋφαντουργικά προϊόντα.

Δεδομένου ότι η επένδυσή της καθαρής απώλειας βελτιστοποίησης είναι ο κύριος στόχος επίσης μιλάμε και για προβλήματα καθαρής απώλειας.

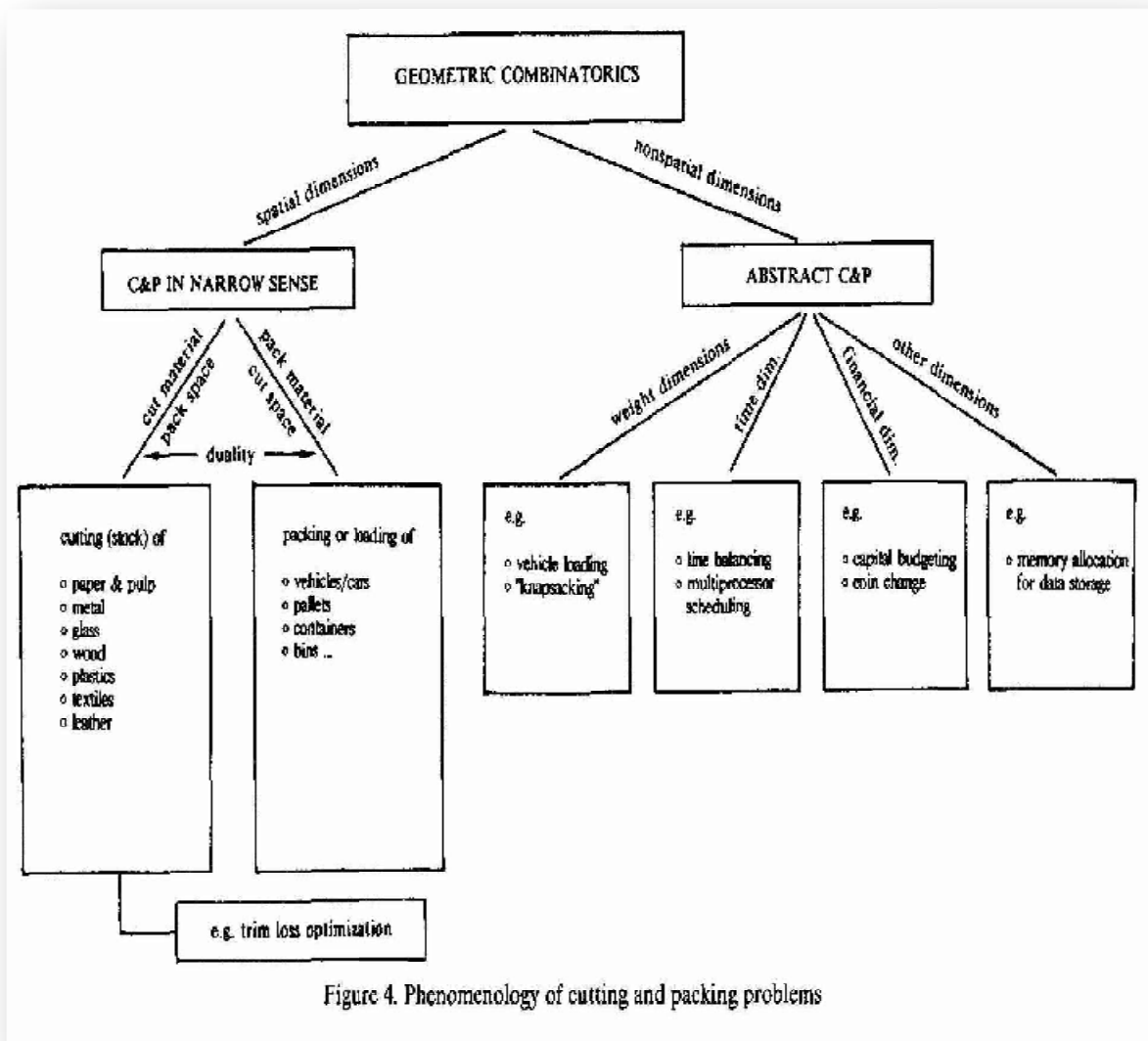


Figure 4. Phenomenology of cutting and packing problems

Προβλήματα συσκευασίας και φόρτωσης με τη στενή έννοια χαρακτηρίζονται από μεγάλα αντικείμενα που ορίζονται ως το κενό, ωφέλιμο χώρο vehicles, αυτοκινήτων, παλέτες, κάδους, τα εμπορευματοκιβώτια, και ούτω καθεξής.

Η συσκευασία μικρών αντικείμενων υλικού μέσα σε αυτά τα αντικείμενα μπορεί επίσης να αντιμετωπίζεται ως το κόψιμο στον κενό χώρο των μεγάλων αντικειμένων μέσα σε ακατοίκητα τμήματα ορισμένα από τα οποία καταλαμβάνονται από μικρά αντικείμενα, τα οποία είναι «καθαρή απώλεια».

Αντίθετα, το πρόβλημα κοπής αποθέματος μπορεί να αντιμετωπίζεται ως συσκευασία του χώρου που καταλαμβάνεται από μικρά αντικείμενα

μέσα σε χώρο που καταλαμβάνονται από μεγάλα αντικείμενα. Με άλλα λόγια: Η ισχυρή σχέση μεταξύ της κοπής και συσκευασίας είναι αποτέλεσμα από τη δυαδικότητα του υλικού και του χώρου, δηλαδή τη δυαδικότητα ενός στερεού υλικού σώματος και του χώρου που καταλαμβάνεται από αυτό.

Επιπλέον, τα C & P μπορούν επίσης να θεωρηθούν σαν μια αφηρημένη, γενικευμένη αίσθηση που πραγματοποιείται σε μη-χωρικές διαστάσεις (βλ. Σχήμα 4). Παραδείγματα όσον αφορά τις διαστάσεις των διαφόρων τύπων είναι:

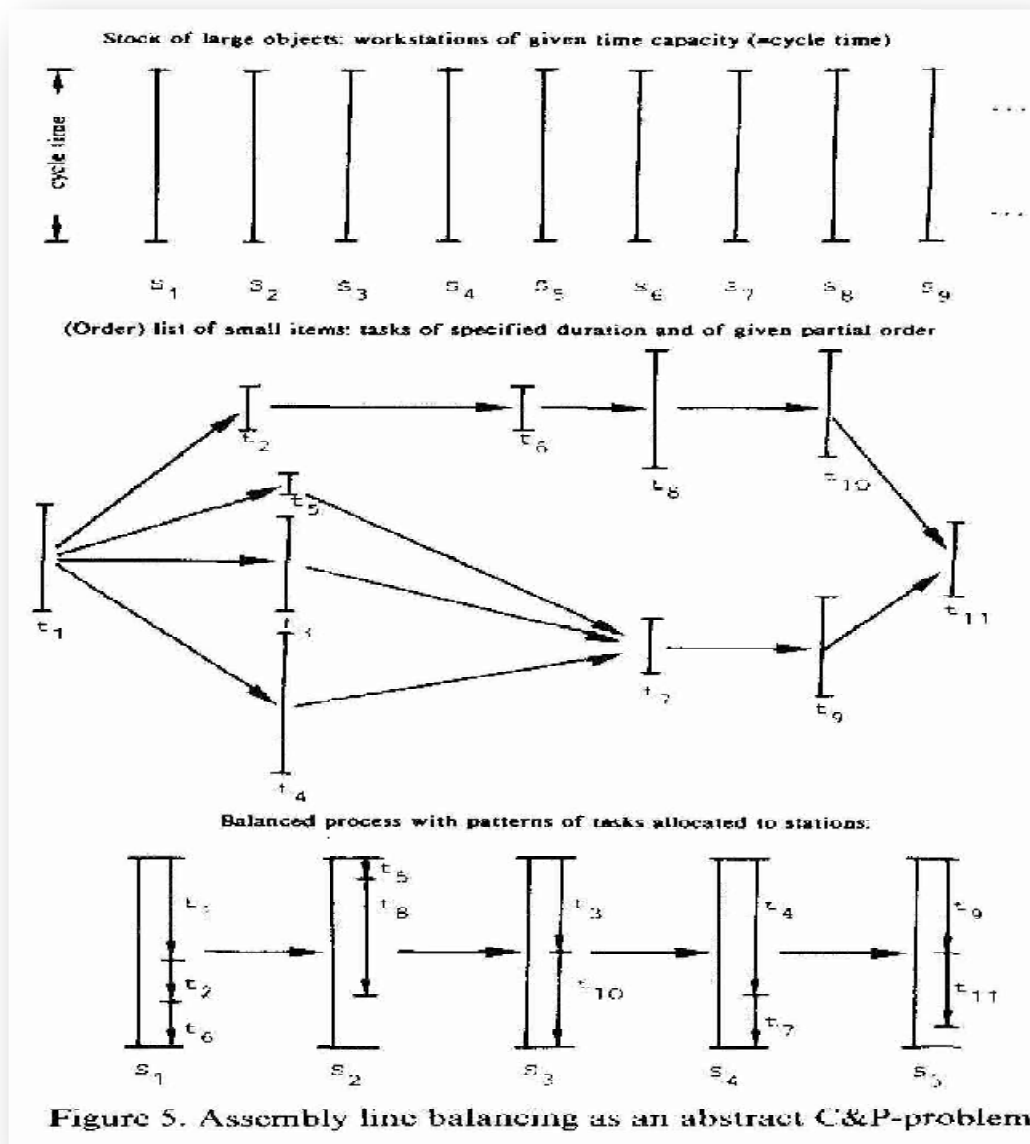
-Knapsacking (Dantzig, 1957) και vehicle loading (Eilon και Christiofides, 1971) για τη διάσταση του βάρους,

- Η συναρμολόγηση εξισορρόπησης γραμμής (Wee και Magazine, 1982) και τον προγραμματισμό πολλών επεξεργαστών (Coffman et al, 1978) για τη διάσταση του χρόνου,

- Το κεφάλαιο του προϋπολογισμού (Lorie και Savage, 1955) και η αλλαγή αποφάσεων (Martello και Toth, 1980? Stehling, 1983) για την οικονομική διάσταση, ή

- Υπολογιστή κατανομή μνήμης για τα δεδομένα των διαστάσεων αποθήκευσης.

Το παράδειγμα της εξισορροπημένης γραμμής συναρμολόγησης θα πρέπει να είναι επαρκεί εδώ για να αποδείξει την ταυτότητα των βασικών λογικών δομών του υλικού και των αφηρημένων προβλημάτων C & P. Όπως φαίνεται από την Εικόνα 5 του αποθέματος των μεγάλων αντικειμένων που ορίζονται από τις θέσεις εργασίας ορισμένου χρόνου ικανότητας, όλα είναι ίσα με τον χρόνο κύκλου. Ο κατάλογος των μικρών αντικειμένων δίνεται από τα καθήκοντα της ειδικής διάρκειας που πρέπει να εκτελεστούν.



Η γραμμή εξισορρόπησης επιτυγχάνεται μέσω μοντέλων καθηκόντων που ανατίθενται στους σταθμούς. Εδώ, ένας ειδικός τύπος περιορισμού θα πρέπει να ληφθεί υπόψη, και συγκεκριμένα λαμβάνοντας υπόψη τη μερική διάταξη των εργασιών. Εκτός από τους πρόσθετους περιορισμούς που η λογική δομή είναι η ίδια όπως και για το κλασικό πρόβλημα συσκευασίας κάδου. Αυτός είναι ο λόγος που η εξισορρόπηση γραμμής έχει επίσης θεωρηθεί «γενικευμένη συσκευασίας bin».

2.3 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΕΙΔΗ

Η λογική δομή των προβλημάτων C & P προβλέπει ένα σύστημα για μια πιο βαθιά συστηματοποίηση. Οι σειρές του πίνακα 2 διαφοροποιούν τα κύρια χαρακτηριστικά της C & P ως προς το ζήτημα αν αναφέρονται σε

- απόθεμα των μεγάλων αντικειμένων,
- κατάλογο των μικρών αντικειμένων,
- πρότυπα και γεωμετρικούς συνδυασμούς των μικρών αντικειμένων για ένα μεγάλο αριθμό το καθένα, ή στον
- τρόπο ταξινόμησης των μικρών αντικειμένων με τα πρότυπα καθώς και τους τρόπους με μεγάλα αντικείμενα.

Οι στήλες του πίνακα 2, ομάδες κύριων χαρακτηριστικών σε γεωμετρικά αυτών, συνδυαστική και αυτών που ανήκουν σε δύο ή άλλα χαρακτηριστικά.

Table 2

Systematization on main characteristics

Characteristics of the ...	Geometrical characteristics	Combinatorial characteristics	Other characteristics
Large objects:	(Dimensionality) Shape of figures	Quantity measurement Assortment Availability	Objectives Status of information Variability
Small items:	In principle like those of the large objects		
Geometric combinations:	Dimensionality Pattern restrictions (admissible figures; kind of cuts; distances; orientation ...)	Pattern restrictions (number of cuts; kind, number, and combination of figures ...)	Objectives Status of information Variability
Assignments:	–	Restrictions for number of stages, order or frequency of patterns ...	Objectives Status of information Variability

2.4 ΔΙΑΣΤΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Το πιο σημαντικό χαρακτηριστικό είναι η διαστατικότητα. Αντί να εξετάζονται ξεχωριστά από την μια τα μεγάλα αντικείμενα, και τα μικρά αντικείμενα από την άλλη, τα αποδίδουμε με το πρόβλημα ή πιο συγκεκριμένα με τα μοτίβα.

Στη συνέχεια, η διάσταση είναι ο ελάχιστος αριθμός των διαστάσεων των πραγματικών αριθμών που είναι απαραίτητοι για να περιγράψουν τη γεωμετρία των σχημάτων. Στοιχειώδης τύποι είναι:

- Μονοδιάστατα,
- Δυσδιάστατα,
- Τρισδιάστατα, και
- Πολυδιάστατα προβλήματα (άνω των τριών διαστάσεων).

Τεσσάρων διαστάσεων προβλήματα μπορεί να λαμβάνονται όταν τρισδιάστατα προβλήματα συσκευασίας στο χώρο έχουν χρόνο ως τέταρτη διάσταση, π.χ. όταν κουτιά πρέπει να αποθηκευτούν σε ένα δοχείο για συγκεκριμένες χρονικές περιόδους χωρίς διακοπές (πχ το ψήσιμο του ψωμιού στο φούρνο). Ένα πολύ ιδιαίτερο είδος για το πολυδιάστατο πρόβλημα είναι το λεγόμενο "vector packing πρόβλημα" (Garey και Johnson, 1981), π.χ. στην περίπτωση του προϋπολογισμού του κεφαλαίου πολλαπλών περιόδων (Lorie και Savage, 1955). Αν και μπορεί να φαίνεται απλή η κατάταξη ενός προβλήματος όσον αφορά τη διάσταση αυτή με μεγάλη διαφορά, δεν συμβαίνει. Για παράδειγμα, η φόρτωση παλετών θεωρείται συνήθως ως δύο διαστάσεων. Εάν, ωστόσο, το ύψος της παλέτας που χτίστηκε από τα στρώματα είναι περιορισμένο μια τρίτη διάσταση είναι η σχετική (Dowland, 1985). Ομοίως, τα δοχεία συχνά φορτώνονται χτίζοντας κάθετες στοίβες και, στη συνέχεια, τοποθετούνται οι στοίβες οριζόντια στη βάση του δοχείου (Gehring et al, 1990. Haessler και Talbot, 1990).

Και στις δύο περιπτώσεις θα μπορούσε κανείς να μιλήσει για διαστατικότητα «2 + 1» αντί για 3. Στη συνέχεια, ωστόσο, τα προβλήματα όπου γυάλινες πλάκες έχουν σπάσει χρησιμοποιώντας μόνο guillotine – cut θα πρέπει να χαρακτηριστούν ως 1 + 1 διάσταση.

2.5 ΠΟΣΟΤΗΤΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

Ένα άλλο κύριο χαρακτηριστικό είναι ο τρόπος μέτρησης της ποσότητας των μεγάλων αντικειμένων και των μικρών αντικειμένων, αντίστοιχα. Δύο περιπτώσεις μπορούν να διακριθούν (Gilmore, 1979):

- Διακριτή (ή «ακέραια») μέτρηση, δηλαδή από φυσικούς αριθμούς, και
- Συνεχής (ή «κλασματική») μέτρηση, δηλαδή με πραγματικούς αριθμούς.

Η πρώτη περίπτωση αφορά τη συχνότητα ή του αριθμού των αντικειμένων ή των στοιχείων ή του προκαθορισμένου σχήματος. Από την άλλη πλευρά, κλασματικές ποσότητες μετρούν όλο το μήκος των διάφορων αντικείμενων ή στοιχείων που έχουν το ίδιο σχήμα («εικόνα») σε σχέση με τις κατάλληλες διαστάσεις, το μήκος των αντικείμενων ή στοιχείων που αθροίζονται σε σχέση με μια επιπλέον διάσταση που δεν είναι απαραίτητη για την γεωμετρία των σχημάτων. Αντί του μήκους μπορεί επίσης να είναι το βάρος ή η διάμετρος, π.χ. των κυλίνδρων. Το συνδυασμένο είδος των μονοδιάστατων προβλημάτων με τη συνεχή μέτρηση συνήθως ονομάζεται «one-and-a-half-dimensional" (1.5 διαστάσεων?.. Dyckoff et al, 1985).

2.6 ΣΧΗΜΑ ΕΙΚΟΝΩΝ

Ένα άλλο κύριο χαρακτηριστικό των προβλημάτων C & P που σχετίζεται άμεσα με την διάσταση είναι η μορφή των στοιχείων των μεγάλων αντικειμένων και των μικρών αντικείμενων.

Η μορφή ενός αντικειμένου ή ενός στοιχείου ορίζεται ως η γεωμετρική αναπαράσταση της στο χώρο των σχετικών διαστάσεων. Αντικείμενα ή στοιχεία του ίδιου σχήματος έχουν την ίδια γεωμετρική αναπαράσταση με εξαίρεση κάποιες μεταφράσεις εντός του χώρου των σχετικών διαστάσεων. Η παραμέληση των μεταφράσεων αυτών κατά ένα ποσοστό είναι μοναδικό και καθορίζεται από:

- Τη μορφή,
- Το μέγεθος, και
- Τον προσανατολισμό.

Τα στοιχεία της ίδιας μορφής διαφέρουν πολύ σε μέγεθος ή σε προσανατολισμό (ή στη θέση), στο σχετικό χώρο.

Για περισσότερες διαστάσεις των προβλημάτων ένα σημαντικό ερώτημα είναι αν η μορφή των στοιχείων είναι

- Τακτική, ή
- Παράτυπη.

Η τακτική μορφή μπορεί να περιγραφεί λίγες παραμέτρους. Η συντριπτική πλειοψηφία των προβλημάτων που θεωρείται στη λογοτεχνία ασχολείται με τις εν λόγω τακτικές μορφές, ειδικά σε ορθογώνιες ή τετράγωνες μορφές.

Παράτυπη μορφή με ακόμα μη-κυρτό, μη συμμετρικό σχήμα είναι, χαρακτηριστική για ορισμένες βιομηχανίες (π.χ. μετάλλων, κλωστοϋφαντουργίας, υποδημάτων, ή βιομηχανίες κατεργασίας ξύλου). Στοιχεία διαφορετικά ,το πολύ ,σε μέγεθος μπορεί να γίνουν ταυτόσημα (από μεταφράσεις) με την αλλαγή της κλίμακας μέτρησης εξίσου σε όλες τις σχετικές διαστάσεις. Ανάλογα με την διαστατικότητα, το μέγεθος ενός αριθμός μπορεί να μετρηθεί από το μήκος, την έκτασή , ή τον όγκο του.

Μια σημαντική πτυχή για την ευκολία ή δυσκολία για την επίλυση ενός συγκεκριμένου προβλήματος συχνά καθορίζεται από το σχετικό

μέγεθος των αντικειμένων και των στοιχείων (βλέπε π.χ. Haessler και Talbot, 1990).

Τα στοιχεία ίδιας μορφής και μεγέθους διαφέρουν πολύ ως προς τον προσανατολισμό τους (θέση), δηλαδή συγκλίνουν. Τρεις σημαντικές υποθέσεις που αφορούν τον προσανατολισμό μπορούν να διακριθούν:

(1) Αν «επιτρέπεται κάθε προσανατολισμός», τότε, τα αντικείμενα και τα στοιχεία, με σύγκλιση του σχήματος, μπορούν να μην διακρίνονται για το πρόβλημα στο ‘hand’

(2) Αν «επιτρέπεται στροφή μόλις 90 μοιρών », τότε, μόνο τα αντικείμενα και τα στοιχεία με τα αντίστοιχα σχέδια θεωρούνται ως ταυτόσημα.

(3) Αν ο «προσανατολισμός είναι σταθερός», τότε, τα αντικείμενα και τα στοιχεία είναι σύμφωνα σχέδια που διαφοροποιούνται εκτός από εκείνα που μπορεί να γίνουν πανομοιότυπα με τις μεταφράσεις.

Με αυτούς τους ορισμούς μπορεί κανείς να δηλώσει ότι οι μονοδιάστατοι αριθμοί έχουν όλοι ίσες μορφές και κατευθύνσεις: Στο μόνο που διαφέρουν είναι ως προς το μέγεθός, δηλαδή το μήκος τους. Παραδείγματα οριστικής (κανονικής) δυσδιάστατης μορφής είναι κύκλοι και τετράγωνα, ενώ ορθογώνια με διαφορετικές αναλογίες του πλάτους και μήκους αποτελούν διαφορετικά (τακτικά) έντυπα.

2.7 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΗ ΛΥΣΗ

Όπως ήδη προαναφέρθηκε, ο κύριος στόχος εδώ είναι να αναπτύξουμε μια συνεπή και συστηματική προσέγγιση σε μια συνολική τυπολογία ενσωμάτωσης όλων των ειδών των προβλημάτων C & P. Μια τέτοια τυπολογία μπορεί να αποτελέσει τη βάση για την ενοποίηση της διαφορετικής χρήσης εννοιών στη λογοτεχνία και για τη συγκέντρωση μελλοντικής έρευνας σχετικά με συγκεκριμένους τύπους προβλημάτων.

Ένα σημαντικό καθήκον στη συνέχεια θα είναι να συνδυάσετε προβλήματα τύπων με προσεγγιστικές λύσεις, δηλαδή να βρείτε τις κατάλληλες μεθόδους για κάθε συγκεκριμένο τύπο προβλήματος και αντιστρόφως, να εντοπίσετε διάφορους τύπους προβλημάτων που μπορούν να λυθούν με μια συγκεκριμένη μέθοδο. Ένας γενικός τύπος της μεθόδου λύσης ονομάζεται "προσέγγιση της λύσης".

Ανάλογα με τα προβλήματα, μια τυπολογία των μεθόδων λύσης μπορεί επίσης να αναπτυχθεί. Λόγω των εξαιρετικών υφιστάμενων ερευνών (βλ. πίνακες 1 και 4), μόνο μια πολύ πρόχειρη τυπολογία διατυπώνεται εδώ. Επιπλέον, η συζήτηση θα επικεντρωθεί σε ορισμένους από τους παραπάνω καθορισμένους τύπους προβλημάτων ώστε να δείξουμε τον τρόπο που συνδέονται ορισμένες προσεγγιστικές λύσης.

Ο πίνακας 4 διακρίνει μεταξύ του αντικειμένου ή του στοιχείου - oriented, προσεγγίσεις από τη μια πλευρά και μοτίβο oriented προσεγγίσεις από την άλλη πλευρά. Οι μέθοδοι της πρώτης κατηγορίας αναθέτουν αμέσως αντικείμενα σε στοιχεία ενώ για μοτίβα προσανατολισμένα σε προσεγγίσεις κατασκευάζουμε πρώτα σχήματα και στη συνέχεια εκχωρήσουμε μεγάλα αντικείμενα, καθώς και μικρά αντικείμενα σε ορισμένα από αυτά τα πρότυπα. Ο πίνακας 4 δεν παρέχει μια απότομη ταξινόμηση. Για παράδειγμα, «ένα μοτίβο - τύπου» - προκύπτει όταν παλέτες που φορτώνονται με ίδια προϊόντα - μπορεί να θεωρηθούν ότι υπάρχει ένα μόνο μεγάλο αντικείμενο. Οι μέθοδοι αυτού του τύπου που ισχύουν στην μονοδιάστατη περίπτωση είναι γνωστοί ως συνδυαστικοί αλγόριθμοι, όπως αυτοί για το συνηθισμένο πρόβλημα knapsack. Στις περισσότερες διαστάσεις οι βασικές δυσκολίες είναι γεωμετρικές, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις των non - orthogonal μοντέλων και μη ορθογώνιων ή ακόμη και των ανορθόδοξων αριθμητικών στοιχείων.

Table 4
Solution approaches

Object- or item-oriented		Pattern-oriented	
Exact methods	Approximation algorithms	One pattern	Several patterns
E.g. branch and bound, dynamic programming (cf. Golden, 1976)	Bin packing algorithms (cf. Coffman et al., 1984)	Knapsack algorithms, various methods in more dimensions (cf. Hinxman, 1980; Dowland, 1985; Terno et al., 1987; etc.)	LP-based and general heuristics (cf. Hinxman, 1980; Stadler, 1988; Farley, 1988; etc.)

Παρά το γεγονός ότι μεγάλο μέρος των πρόσφατων εργασιών έχει αφιερωθεί για την κατασκευή δύο διαστάσεων μοτίβου, ο πίνακας 1 δεν περιέχει καμία πλήρη έρευνα του θέματος αυτού. Έγγραφα σχετικά με τα τρισδιάστατα προβλήματα που εξακολουθούν να είναι πολύ σπάνια, τα περισσότερα από αυτά γραφήκαν τα τελευταία χρόνια. Η τυπολογία των προσεγγιστικών λύσεων στον πίνακα 4 βασίζεται στην συνδυαστική πτυχή των C & P προβλημάτων. Κάνεις ρητά δεν αναφέρεται στις γεωμετρικές ιδιότητες. Εξ ου και τα γεωμετρικά προβλήματα, που απορρέουν κυρίως από τις διαστάσεις και το σχήμα των αριθμών, που είναι περίπου το ίδιο όπως σε ένα μοτίβο περίπτωσης. Ως εκ τούτου, προκειμένου να χαρακτηριστούν οι άλλες προσεγγίσεις και να αποδειχτούν οι βασικές διαφορές τους, αρκεί να εξετάσουμε μονοδιάστατα προβλήματα, κυρίως τρεις εκδοχές του ακόλουθου τύπου: Υπάρχουν δύο κατάλογοι S και D, που ονομάζονται «απόθεμα» και «ζήτηση», και αποτελούνται από έναν άπειρο αριθμό μεγάλων αντικειμένων sh πανομοιότυπου μήκους L ($h = 1, 2, \dots$) και έναν πεπερασμένο αριθμό μικρών αντικειμένων dk με μήκος lk ($k = 1, \dots, K$),

αντίστοιχα. Η ζήτηση πρέπει να εκπληρωθεί, δηλαδή όλα τα στοιχεία πρέπει να κοπούν ή να συσκευαστούν σε αντικείμενα του αποθέματος S . Ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων μεγάλων αντικείμενων.

(1) Ο κατάλογος D αποτελείται από μόνο μερικά μικρά στοιχεία, δηλαδή ο αριθμός K είναι μικρός, π.χ. $K = 10$ (τύπου $1/V/I/F$, αργότερα ονομάστηκε « vehicle loading τύπου).

(2) Ο κατάλογος D περιέχει πολλά μικρά αντικείμενα, π.χ. πολλές εκατοντάδες, όπου τα περισσότερα από τα στοιχεία έχουν διαφορετικά μήκη (bin packing τύπου $1/V/I/M$).

(3) Ο κατάλογος D περιλαμβάνει πολλά μικρά αντικείμενα, π.χ. χιλιάδες αλλά στοιχεία από αυτά είναι σχετικά λίγα από τα διαφορετικά μήκη, π.χ. μικρότερη των πενήντα (cutting stock τύπου $1/V/I/R$).

Οι τρεις εκδόσεις είναι ειδικές περιπτώσεις των γενικών τύπων προβλημάτων $1/V/I/F$, $1/V/I/M$ και $1/V/I/R$ (και μπορεί να θεωρηθούν ως «βασικοί τύποι», όπως με την έννοια που αναφέρεται στο τέλος του τμήματος

(4) Η έρευνα του Golden (1976) εξακολουθεί να είναι μια καλή εισαγωγή στη κύρια προσεγγιστική λύση: αντικείμενο-στοιχείο προσανατολισμού, ακριβής ή προσεγγιστικός αλγόριθμος στις δύο πρώτες περιπτώσεις, το προσανατολισμένο μοτίβο heuristics στην τρίτη περίπτωση. Πιο πρόσφατα έγγραφα σχετικά με αντίστοιχες μεθόδους λύσης αναφέρονται στον πίνακα 4. Ως εκ τούτου, μια σύντομη επισκόπηση θα πρέπει να αρκεί εδώ.

Εκτός από τους περιορισμούς που αφορούν μια ενδεχομένως υφιστάμενη μερική σειρά μικρών αντικειμένων, το γενικό μαθηματικό μοντέλο των τριών εκδόσεων είναι ουσιαστικά το ίδιο με το μοντέλο ακέραιου προγραμματισμού της γραμμής συναρμολόγησης

εξισορρόπησης στην περίπτωση της ελαχιστοποίησης του αριθμού των καθιερωμένων σταθμών εργασίας.

Πρόκειται για έναν υπαινιγμό για την πολυπλοκότητα του από πρόσθετους περιορισμούς που οδηγεί σε μια μικρότερη σειρά εφικτών λύσεων και, ως εκ τούτου συνήθως σε ταχύτερες λύσεις όσον αφορά τις μεθόδους του δέντρου απόφασης. Στην πραγματικότητα, το πρόβλημα σε γενικές γραμμές είναι NP-πλήρες (Garey και Johnson, 1979). Η φόρτωση του οχήματος τύπου (1) μπορεί, ωστόσο, να επιλυθεί ακριβώς με τις μεθόδους του κλάδου και φραγής ή με τον δυναμικό προγραμματισμό. Τέτοιες μέθοδοι συζητήθηκαν για πρώτη φορά από Eilon και Χριστοφίδης (1971), όπου τα μεγάλα αντικείμενα είναι τα οχήματα του κανονικού μεγέθους και των μικρό- δεμάτων αντικείμενων που έχουν διαφορετικά βάρη, π.χ. δέσμες των εφημερίδων. Η έκδοση (1), ωστόσο, δεν είναι ιδιαίτερη πρακτικής σημασίας. Οι άλλες δύο εκδοχές μπορούν γενικά μόνο περίπου να λυθούν, η δεύτερη εκδοχή από γρήγορους αλγορίθμους ονομάζεται "bin συσκευασία-αλγορίθμων". Ένα παράδειγμα είναι ο FFD αλγόριθμος ("First-Fit-Decreasing") με χρόνο πολυπλοκότητας $O(K \log K)$.

Ο αλγόριθμος αυτός φροντίζει τα μικροαντικείμενα από την φθίνουσα σειρά μήκους και στη συνέχεια εκχωρεί ένα προς ένα, σε ένα κατάλληλο μεγάλο αντικείμενο χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο κανόνα: Ένα στοιχείο έχει εκχωρήσει το πρώτο μεγάλο αντικείμενο (bin) του δεδομένου πίνακα $S = (s_1, s_2, \dots)$ μέσα στον οποίο (ακόμη) ταιριάζει.

Μπορεί να αποδειχθεί (αν και με μεγάλη δυσκολία.) (Coffman et al, 1984) ότι αυτός ο απλός αλγόριθμος χρησιμοποιεί κατ'ανώτατο όριο 22,3% αντικείμενα ηλικίας άνω της βέλτιστης λύσης, δηλαδή ποτέ δεν οδηγεί σε περιττή καθαρή απώλεια μεγαλύτερη από 18,2%. Αν τα μήκη των 200 μικρών αντικειμένων είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα μεταξύ 0 και L (το μήκος των μεγάλων αντικειμένων) ο FFD-αλγόριθμος έχει μια

μέση καθαρή απώλεια μόνο 1,9%. Η μέση καθαρή απώλεια μειώνεται στο μηδέν αν ο αριθμός των τεμαχίων, K , τείνει στο άπειρο. Η διάρθρωση της ζήτησης της εκδοχής (3) είναι χαρακτηριστική για την κοπή υλικών από το απόθεμα. Σε αυτή την περίπτωση πολλά μεγάλα αντικείμενα κόβονται με τον ίδιο τρόπο, δηλαδή με το ίδιο μοτίβο. Ως εκ τούτου είναι λογικό πρώτα να κατασκευαστεί σωστά το μοτίβο και στη συνέχεια να αποφασιστεί πόσα αντικείμενα έχουν κοπεί από ένα ορισμένο σχήμα, δηλαδή πόσο συχνά χρησιμοποιείται το μοτίβο. Λαμβάνοντας υπόψη αυτά τα μοτίβα προσεγγίσεις, το πρόβλημα και το μαθηματικό μοντέλο, μπορεί να επαναδιατυπωθεί. Αντικείμενα του ίδιου μήκους l_i δεν διακρίνονται πλέον, αλλά τοποθετούνται στην ίδια ομάδα και υπολογίζονται για την συνολική ζήτηση b_i . (Πρόκειται για μια διαδικασία διαλογής παρόμοια με εκείνη της χρηματοδότησης της ανάπτυξης.) Ένα πρότυπο j περιγράφεται από τους αριθμούς a_{ij} των μικρών αντικειμένων με μήκος l_i ($i = 1, \dots, m$) που εμφανίζονται σε αυτό το μοτίβο. Ορίζω x_j ως ο αριθμός των μεγάλων αντικειμένων μοτίβου κοπής j ($j = 1, \dots, n$) που αποκτά μια συνηθισμένη γραμμική διαμόρφωση προγραμματισμού, με συντελεστές κόστους που ισούται με 1 και με όρους πληρότητα για τις μεταβλητές x_j . Δύο κύριες προσεγγίσεις μπορούν να διακριθούν: heuristics και εκείνες που βασίζονται σε γραμμικούς ελαστικότερους προγραμματισμούς. Heuristics διαδραματίζουν κυρίαρχο ρόλο.

Είναι πολύ ευέλικτοι και επιτρέπουν να ληφθούν υπόψη οι διάφοροι πρόσθετοι περιορισμοί και οι στόχοι που εμφανίζονται στην πράξη, π.χ. τις δαπάνες που προκύπτουν μέσω της αλλαγής του τρόπου διεξαγωγής σε ένα μηχάνημα κοπής. Ένα παράδειγμα είναι η συχνή χρήση της απλής heuristic της «επανεπιλημμένης εξάντλησης μοτίβου» (Haessler, 1971. Cf Pierce, 1964. Wascher et al, 1985).

Η ποιότητα αυτής της heuristic εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το ειδικό πρόβλημα για την επιλογή του «καλού» μοτίβου. Όταν ενσωματωθεί ένα αλληλεπιδράτε το σύστημα υποστήριξης της λήψης αποφάσεων, όπως heuristics είναι σε θέση να λάβει την εμπειρία του χρήστη υπόψη.

Η LP-based προσέγγιση αλγορίθμων πρώτα λύνει το LP-relaxation του ρυθμού με γνώμονα το μοντέλο και στη συνέχεια αναζητά μια ακέραια λύση από περισσότερες ή λιγότερες πολύπλοκες στρατηγικές, συνήθως με την απλή στρογγυλοποίηση προς τα άνω. Πιο σημαντικό είναι το γεγονός ότι στα πρακτικά προβλήματα υπάρχει ένας πολύ μεγάλος αριθμός πιθανών μοτίβων, που συχνά πηγαίνει σε εκατοντάδες εκατομμύρια (Dyckhoff, 1988). Για να ξεπεραστεί αυτή η δυσκολία, μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει την κλασική μέθοδο της «καθυστερημένης γενιάς πρότυπου», που αναπτύχθηκε από Gilmore και Gomory (1961) (Πρβ. Farley, 1988? Stadtler, 1988).

Σε κάθε βήμα της αναθεωρημένης μονόδρομης μεθόδου ένα νέο πρότυπο που αντιστοιχεί σε μια νέα στήλη βελτίωσης της αντικειμενικής αξίας συνάρτησης δημιουργείται. Αυτό γίνεται με την επίλυση των προβλημάτων knapsack με βάση τις τιμές σκιάς στις συνθήκες της ζήτησης.

Εκτός από τις συνήθειες LP-formulation, που ονομάζονται "μοντέλο multi-cut", υπάρχει μια εναλλακτική διατύπωση, που ονομάζεται "μοντέλο one-cut", που ισοδυναμεί με την έννοια ότι επιτρέπει για το ίδιο αποτελεσματικό C & P δυνατότητας και επιδιώκει τον ίδιο στόχο (Dyckhoff, 1988? Stadtler, 1988).

Στην πραγματικότητα, μπορεί να αποδειχθεί ότι υπάρχουν πολύ περισσότερα αντίστοιχα μοντέλα που βρίσκονται ανάμεσα σε αυτές τις δύο ακραίες (Dyckhoff, 1989). Λόγω της ειδικής δομής του, το μοντέλο one - cut μπορεί να λυθεί με γενικευμένο αλγόριθμο δικτύων. Μέχρι

τόρα δεν υπάρχει εξειδικευμένος αλγόριθμος που να είναι ταχύτερος από αυτόν της μεθόδου των Gilmore για το μοντέλο multi-cut (Stadtler, 1988).

Εάν αυτή η μέθοδος δεν είναι διαθέσιμη, το μοντέλο one – cut μπορεί να είναι χρήσιμο στην πράξη, δεδομένου ότι αποτελείται μόνο από εκατοντάδες ή χιλιάδες στήλες αντί για εκατομμύρια αν και ο αριθμός των γραμμών αυξάνεται περισσότερο ή λιγότερο. Ως εκ τούτου, μπορούν συχνά να επιλυθούν με τη βοήθεια των κλασικών LP- αλγορίθμων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

TABU ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ ΓΙΑ ΔΥΣΔΙΑΣΤΑΤΑ NON- GUILLOTINE ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΟΠΗΣ

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα δυσδιάστατα non- guillotine προβλήματα κοπής που εξετάζονται στην παρούσα εργασία αποτελούν την κοπή ενός πεπερασμένου δεδομένου συνόλου μικρών ορθογωνίων κομματιών από ένα μεγάλο απόθεμα ορθογωνίων πάγιων διαστάσεων με μέγιστο κέρδος. Το πρόβλημα εμφανίζεται σε πολλές παραγωγικές διαδικασίες στον τομέα της κλωστοϋφαντουργίας, χαρτί, χάλυβα, γυαλί και ξύλο, όταν μεγάλα αποθέματα φύλλων πρέπει να κοπούν σε μικρά κομμάτια ώστε να ικανοποιήσουν τις απαιτήσεις των πελατών ή όταν ορθογώνια κουτιά πρέπει να τοποθετηθούν σε μεγάλα δοχεία και μόνο δύο διαστάσεων λαμβάνονται υπόψη.

Η αποτελεσματικότητα μοτίβων κοπής μειώνει το ποσό των χαμένων υλικών συσκευασίας και η αποτελεσματικότητα χρησιμοποίησης μοντέλων αυξάνει το χώρο και μετά μειώνει το κόστος της μεταφοράς. Στην εργασία αυτή δεν θα επιβάλλουμε στην κοπή - συσκευασίας μοτίβων τον περιορισμό της μόνο χρήσης guillotine cuts στην οποία κάθε κοπή πρέπει να πάει από τη μια πλευρά του ορθογωνίου ώστε να γίνει η κοπή στην αντίθετη πλευρά. Ο περιορισμός αυτός, ο οποίος είναι πολύ συχνός σε ορισμένες βιομηχανίες όπως το ξύλο ή το γυαλί, έχει επιβληθεί σε πολλές προηγούμενες μελέτες για τη μείωση των προβλημάτων, αλλά δεν είναι απαραίτητος, όταν χρησιμοποιούνται νέες τεχνολογίες για την κοπή και όταν είναι προφανές ότι δεν απαιτούνται προβλήματα συσκευασίας. Χωρίς αυτό τον περιορισμό μπορούμε να επιτύχουμε καλύτερες λύσεις, αλλά η πολυπλοκότητα του προβλήματος

αυξάνεται σημαντικά. Ο ακριβής αλγόριθμος μπορεί να λύσει μόνο μικρά προβλήματα και ως εκ τούτου κάποιες heuristic διαδικασίες που έχουν σχεδιαστεί. Προτείνουμε αρχικά έναν εποικοδομητικό αλγόριθμο και στη συνέχεια ένα νέο αλγόριθμο αναζήτησης ταμπού, ορίζοντας δύο τύπους των κινήσεων και αρκετές εντατικοποίησης και στρατηγικές διαφοροποίησης.

Τα αποτελέσματα της εκτενούς υπολογιστικής μελέτης μας δείχνουν ότι ο προτεινόμενος αλγόριθμος είναι πολύ αποτελεσματικό για ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων.

3.2 ΕΠΟΙΚΟΔΟΜΗΤΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

Στο τμήμα αυτό περιγράφεται εν συντομία ένας εποικοδομητικός αλγόριθμος που θα χρησιμοποιηθεί στον αλγόριθμο αναζήτησης ταμπού. Περισσότερες λεπτομέρειες μπορούν να βρεθούν από Alvarez-Valdes et al. (2005). Κατασκευάζοντας μια λύση η οποία είναι μια επαναληπτική διαδικασία στην οποία συνδυάζουμε δύο βασικά στοιχεία: έναν κατάλογο P κομματιών που ακόμη να κοπούν, αρχικά την πλήρη λίστα των κομματιών, και μια λίστα L κενών τετράγωνων στα οποία ένα κομμάτι μπορεί να κοπεί, αρχικά περιέχει μόνο το ορθογώνιο απόθεμα $R = (L, W)$.

Σε κάθε βήμα ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο που θα επιλεγεί από το L , και από τα κομμάτια P , τοποθετείται σε αυτό ένα κομμάτι που επιλέγεται για να κοπεί.

Αυτό συνήθως παράγει ένα νέο ορθογώνιο που υπεισέλθετε σε L και η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι $L = \emptyset$ ή κανένα από τα υπόλοιπα κομμάτια ταιριάζουν σε ένα από τα υπόλοιπα ορθογώνια.

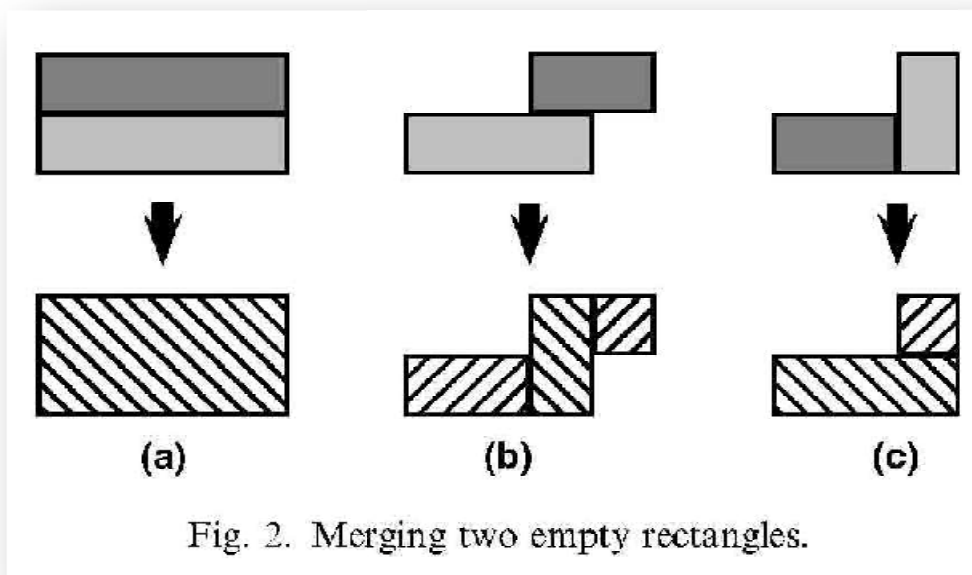
Βήμα 0. Τοποθέτηση αρχικών τιμών

Βήμα 1. Επιλογή ορθογωνίου

Βήμα 2. Επιλογή κομματιού που θα κοπεί

Βήμα 3. Ενημέρωση της λίστας L

Αν και τηρούμε τον κατάλογο των κενών ορθογώνιων L, έχουμε πραγματικά ένα ακανόνιστο, πολυγωνικό κενό χώρο στον οποίο τα κομμάτια που απομένουν να κοπούν μπορεί να θεωρηθούν για την τοποθέτηση. Ένας τρόπος για την προσαρμογή του καταλόγου L στην ευελιξία των non guillotine cuts είναι να συγχωνευθούν κάποια παρόντα ορθογώνια από τη λίστα, την παραγωγή ορισμένων νέων τετράγωνων στην οποία τα κομμάτια που πρέπει να κοπούν θα μπορούν να ταιριάζουν καλύτερα.



Όταν συγχωνεύονται δύο ορθογώνια παραλληλόγραμμα, το πολύ τρία νέα ορθογώνια, μπορεί να εμφανιστούν, συνήθως ένα μεγάλο ορθογώνιο και δύο μικρά.

Μεταξύ των διαφόρων εναλλακτικών λύσεων για τη συγχώνευση θα προσπαθήσουμε να επιλέξουμε το καλύτερο, δηλαδή, εκείνο στο

οποίο είναι δυνατόν να κοπούν τα κομμάτια που βρίσκονται στην λίστα ταξινόμησης Φ καλύτερα.

Με αυτό το στόχο κατά νου, θα επιβληθούν οι ακόλουθες προϋποθέσεις:

1. Εάν η παραγγελία του καλύτερου κομματιού το οποίο ταιριάζει στο μεγάλο ορθογώνιο είναι απολύτως χαμηλότερο από την παραγγελία του κομματιού του αρχικού ορθογώνιου, θα τα συγχωνεύσουμε.
2. Εάν η παραγγελία του καλύτερου κομματιού το οποίο ταιριάζει στο μεγάλο ορθογώνιο είναι ίσο με την παραγγελία των κομματιών του αρχικού ορθογώνιου, θα τα συγχωνεύσουμε, εάν η έκταση του μεγάλου ορθογώνιου είναι μεγαλύτερο από το χώρο του κάθε ενός από τα αρχικά ορθογώνια.
3. Εάν η παραγγελία του καλύτερου κομματιού το οποίο ταιριάζει στο μεγάλο ορθογώνιο είναι αυστηρώς μεγαλύτερο από την παραγγελία των κομματιών του αρχικού ορθογώνιου, δεν τα συγχωνεύουμε.

Στο Σχήμα. 2 βλέπουμε πολλές πιθανές περιπτώσεις. Στο Σχήμα. 2 (α) τα δύο αρχικά ορθογώνια πάντα θα συγχωνεύονται. Το νέο ορθογώνιο είναι μεγαλύτερο από αυτά και όλα τα κομμάτια τοποθέτησης του αρχικού ορθογώνιου θα ταιριάζουν σε αυτό. Στο Σχήμα. 2 (b) τα νέα ορθογώνια δεν είναι μεγαλύτερα από τα αρχικά. Αυτά θα συγχωνευθούν μόνο εάν το νέο κεντρικό ορθογώνιο φιλοξενεί ένα κομμάτι χαμηλότερο από εκείνο το εξάρτημα του αρχικού ορθογώνιου. Στο Σχήμα. 2 (c) ένα από τα νέα ορθογώνια είναι μεγαλύτερο από τα αρχικά και επομένως θα συγχωνευθούν εκτός από το καλύτερο προσαρμοσμένο κομμάτι του αρχικού κάθετου ορθογώνιου που δεν ταιριάζει στα νέα μέλη. Στο τέλος της εποικοδομητικής διαδικασίας, η λύση αποτελείται από μια λίστα μπλοκ B , καθώς και κατάλογο των κενών ορθογώνια L , με συνολική αξία $\sum v_i * x_i$.

3.3 Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗΣ ΤΑΜΠΟΥ

Η ταμπού αναζήτηση είναι πλέον ένας καλά εδραιωμένος αλγόριθμος βελτιστοποίησης (για μια εισαγωγή, ανατρέξτε στο βιβλίο των Glover και Laguna (1997)). Τα βασικά στοιχεία του αλγόριθμου περιγράφονται στις επόμενες επιμέρους ενότητες.

3.3.1 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ

Ο χώρος των λύσεων μέσα στον οποίον κινούμαστε αποτελείται μόνο από εφικτές λύσεις. Σε αυτόν τον χώρο θα καθορίσουμε πολλές κινήσεις για να πάμε από τη μια λύση στην άλλη. Η πρώτη λύση προκύπτει από την εφαρμογή του εποικοδομητικού αλγόριθμου που περιγράφεται στο τμήμα 2.

Διακρίνουμε δύο τύπους κινήσεων: μείωση κατά κατηγορίες και ενσωμάτωση μπλοκ. Σε μείωση κατά κατηγορία, το μέγεθος ενός υπάρχοντος μπλοκ είναι μειωμένο, εξαλείφοντας ορισμένες από τις γραμμές ή στήλες του. Στην εισαγωγή μπλοκ, ένα νέο μπλοκ προστίθεται στο διάλυμα. Και για τις δύο κινήσεις θα παρουσιάσει την πρώτη του συστήματος των διαδικασιών και στη συνέχεια ένα λεπτομερή παράδειγμα.

- block reduction

Βήμα 0. Τοποθέτηση αρχικών τιμών

Βήμα 1. Επιλογή block to reduce

Βήμα 2. Μετακινήσει των υπόλοιπων μπλοκ στις πλησιέστερες γωνίες τους

Βήμα 3. Γέμισμα των κενών τετράγωνων με τα νέα block

Βήμα 4. Συγχώνευση του μπλοκ με την ίδια δομή

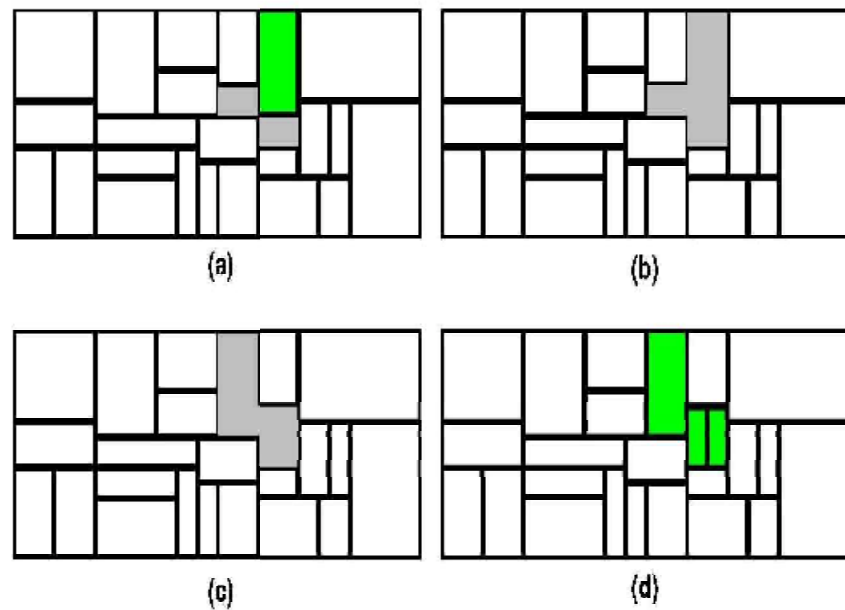


Fig. 3. Block reduction. Instance 3 from Jakobs (1996). (a) Selection, (b) reduction, (c) moving to the corner and (d) fill.

Στην εικόνα 3 βλέπουμε ένα παράδειγμα μιας μειωμένης κίνησης σε μια παρουσία που προτείνει Jakobs (1996) και χρησιμοποιείται αργότερα από Leung et al. (2003). Το ορθογώνιο απόθεμα είναι $R = (120, 45)$, $m = 22$ και $M = 25$ τεμάχια μπορούν να κοπούν από αυτό, εντελώς το γέμισμα. Η εικόνα 3 (α) δείχνει μια λύση με 23 κομμάτια, τα οποία δεν μπορούν να φιλοξενήσουν δύο (6 χ 12) τεμάχια. Το σύνολο L των κενών ορθογώνιων αποτελείται από $R1 = (60, 24, 72, 30)$ και $R2 = (72, 18, 84, 24)$ (με ανοιχτό γκρι χρώμα). Στο Βήμα 1, ένα μπλοκ που αποτελείται από ένα τεμάχιο (12 χ 21) (στο σκούρο γκρι), έχει επιλεγεί να μειωθεί και, επομένως, εξαφανίζεται από τη λύση, δημιουργώντας ένα νέο κενό ορθογώνιο $R3 = (72, 24, 84, 45)$ το οποίο προστίθεται στην L (Σχ. 3 (b)). Στο Βήμα 2, ένα μπλοκ που αποτελείται από ένα κομμάτι (12 χ 15) μεταφέρεται στην πάνω δεξιά γωνία. Ως εκ τούτου, $L = \{R1, R2, R4, R5\}$, όπου $R4 = (60, 30, 72, 45)$ και $R5 = (72, 24, 84, 30)$ (εικόνα 3 (c)).

Στο Βήμα 3 στην εποικοδομητική διαδικασία συμπληρώνονται τα άδεια ορθογώνια. Πρώτον, R1 και R4 συγχωνεύονται, σχηματίζοντας R6 = (60, 24, 72, 45), και R2 και R5 συγχωνεύονται, σχηματίζοντας R7 = (72, 18, 84, 30).

Στη συνέχεια, επιλέγεται το R7 και δύο κομμάτια (6 x 12) κόβονται σε αυτό, γεμίζοντας τα εντελώς. Τέλος, λαμβάνεται το R6 και το αρχικό κομμάτι εξαλείφεται και κόβεται σε αυτό. Η τελική λύση, η οποία είναι η βέλτιστη, φαίνεται στο σχήμα. 3 (d). Η εξέλιξη των κενών ορθογώνιων μπορεί να είναι πιο καθαρή στην εικόνα 4.

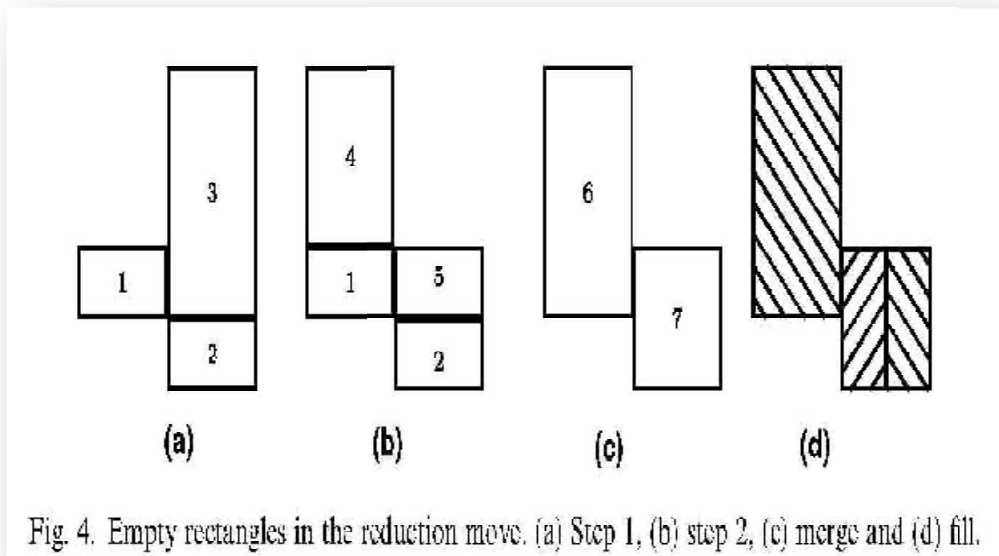


Fig. 4. Empty rectangles in the reduction move. (a) Step 1, (b) step 2, (c) merge and (d) fill.

- Block insertion

Βήμα 0. Τοποθέτηση αρχικών τιμών

Βήμα 1. Επιλογή του block to insert

Βήμα 2. Επιλογή θέσης για να εισαχθεί το νέο μπλοκ

Βήμα 3. Αφαίρεση των κομματιών του διαλύματος επικάλυψης με το ενσωματωμένο μπλοκ

Βήμα 4. Γέμισμα των κενών τετράγωνων με το νέο μπλοκ

Βήμα 5. Συγχώνευση του μπλοκ με την ίδια δομή.

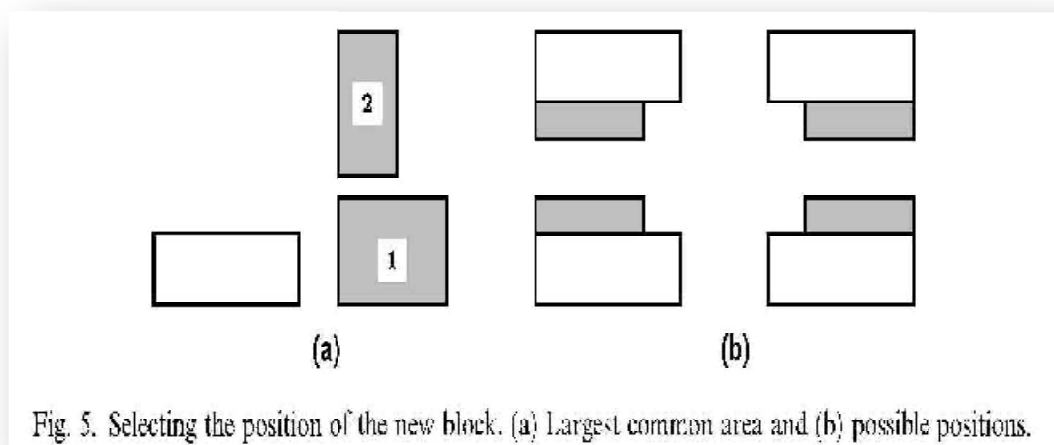


Fig. 5. Selecting the position of the new block. (a) Largest common area and (b) possible positions.

Στο Βήμα 3, δύο στρατηγικές έχουν εξετασθεί για να επιλέξετε τη θέση του νέου μπλοκ. Και στις δύο περιπτώσεις, το μπλοκ τοποθετείται πλήρως ή μερικώς, καλύπτοντας ένα ή περισσότερα κενά ορθογώνια.

- Για κάθε κενό παραλληλόγραμμο εξετάζουμε τέσσερις εναλλακτικές λύσεις στις οποίες μια γωνία του ορθογωνίου επιλέγει την αντίστοιχη γωνία του μπλοκ. Σε περίπτωση που οι διαστάσεις του μπλοκ είναι μεγαλύτερες από εκείνες του ορθογωνίου, το μπλοκ μπορεί να επικαλύπτεται με άλλα τμήματα ή να κατέχει μέρος των λοιπών κενών ορθογώνιων.

- Επιλέξτε μόνο ένα άδειο ορθογώνιο, που προκαλεί τη μεγαλύτερη διασταύρωση με το μπλοκ εάν η κάτω αριστερή γωνία του μπλοκ έχει τοποθετηθεί στην κάτω αριστερή γωνία του ορθογωνίου. Γι' αυτό στο ορθογώνιο, οι τέσσερις εναλλακτικές λύσεις που περιγράφονται παραπάνω λαμβάνονται υπόψη.

Στην εικόνα 5 βλέπουμε ένα παράδειγμα της δεύτερης στρατηγικής. Στην εικόνα 5 (α) δύο κενά ορθογώνια, με γκρι, θεωρούνται για να φιλοξενήσουν το νέο μπλοκ, με λευκό. Στο μεγαλύτερο κοινό χώρο αντιστοιχεί το ορθογώνιο 1, το οποίο επιλέγεται. Στην εικόνα 5 (β) οι τέσσερις γωνίες του κενού ορθογωνίου θεωρούνται για να την γωνία του νέου μπλοκ.

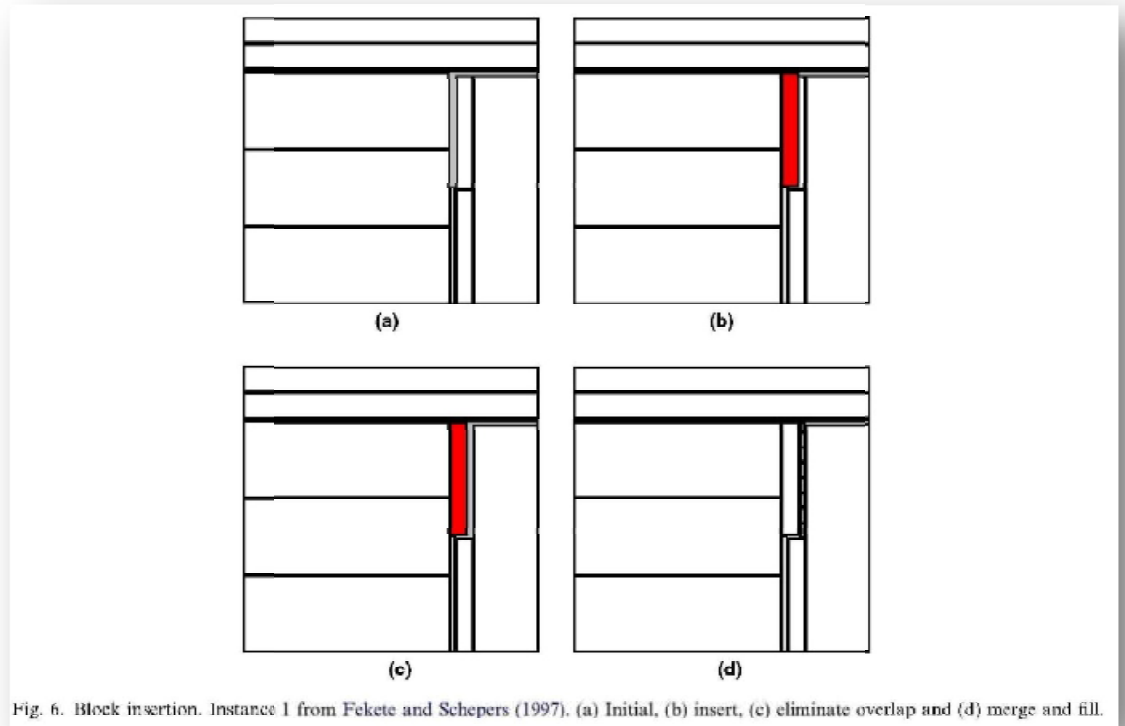


Fig. 6. Block insertion. Instance 1 from Fekete and Schepers (1997). (a) Initial, (b) insert, (c) eliminate overlap and (d) merge and fill.

Στην εικόνα βλέπουμε ένα παράδειγμα μιας εισαγωγικής κίνησης σε μια παρουσία που προτείνονται από Fekete και Schepers (1997) και αργότερα χρησιμοποιήθηκε από Beasley (2004). Το ορθογώνιο απόθεμα είναι $R = (100, 100)$, $m = 15$ και $M = 50$ τεμάχια μπορούν να κοπούν από αυτό. Η εικόνα 6 (α) δείχνει μια λύση της αξίας $z = 27539$. Το σύνολο L των άδειων ορθογώνιων αποτελείται από $R1 = (70,41, 72, 81)$ και $R2 = (72, 80, 100, 81)$.

Στο Βήμα 1 επιλέγουμε ένα κομμάτι $i = 5$ διαστάσεων (6×40) με $Q_i = 5$ και μόνο δύο αντίτυπα στην τρέχουσα λύση και εξετάζουμε ένα μπλοκ B^* ενός κομματιού. Στο Βήμα 2 τοποθετούμε B^* πάνω από $R1$, επιλέγοντας την πάνω αριστερή γωνία του ορθογωνίου για να εντοπίσουμε την επάνω αριστερή γωνία του μπλοκ. B^* που καλύπτει πλήρως την $R1$ και μέρος του $R2$, το οποίο γίνεται $R3 = (76, 80, 100, 81)$. Το B^* επίσης, καλύπτει εν μέρει ένα υπάρχον μπλοκ (Σχήμα 6 (b)). Ως εκ τούτου, στο Βήμα 3, αφαιρούμε όλα τα κομμάτια του αρχικού διαλύματος επικάλυψης με B^* .

Αυτό παράγει δύο νέα κενά ορθογώνια $R4 = (76, 40, 78, 80)$ και $R5 = (72, 40, 76, 41)$ (εικόνα 6 (c)). Στο Βήμα 4, η διαδικασία φόρμας γεμίσματος ξεκινά από αυτή τη λίστα $L = \{ R3, R4, R5 \}$. Πρώτον, $R3$ και $R4$ συγχωνεύονται, παράγουν τις $R6 = (76, 40, 78, 81)$ και $R7 = (78, 80, 100, 81)$. Αν και κανένα από τα υπόλοιπα κομμάτια δεν θα μπορούσαν να ενταχθούν είτε σε $R3$ ή $R4$, ένα κομμάτι i (2×41) εντάσσεται πλέον στο $R6$. Η νέα λύση είναι καλύτερη από την αρχική και έχει αξία $z^* = 27718$, η βέλτιστη για το πρόβλημα (εικόνα 6 (d)).

3.3.2. ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΠΟΥ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΜΕΛΕΤΗΘΟΥΝ

Σε κάθε επανάληψη έχουμε μελετήσει όλες τις πιθανές reduction και insertion κινήσεις παρεμβολής που μπορούν να εφαρμοστούν στην τρέχουσα λύση.

- reduction:

1. Πάρτε κάθε μπλοκ της λύσης, ένα κάθε φορά, σε τυχαία σειρά.
2. Εξετάστε όλες τις δυνατότητες μείωσης της κατευθύνσεις που γειτνιάζουν με τα άδεια ορθογώνια.

- insertion:

1. Επιλέξτε ένα κομμάτι για το οποίο ο αριθμός των αντιγράφων στο διάλυμα, x_i , είναι χαμηλότερος από Q_i , ένα κάθε φορά, σε τυχαία σειρά.
2. Εξετάστε όλα τα πιθανές μπλοκ που μπορούν να κατασκευαστούν με αυτό το κομμάτι.
3. Εξετάστε όλες τις εναλλακτικές λύσεις για τη διάθεση του μπλοκ πάνω σε ένα άδειο ορθογώνιο.

3.3.3. ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

Η αντικειμενική συνάρτηση περιλαμβάνει μόνο τη μεγιστοποίηση της αξίας των κομμένων κομματιών $f(x) = \sum v_i * x_i$. Ωστόσο, εάν οι κινήσεις αξιολογούνται σύμφωνα με τη λειτουργία αυτή, μπορεί να υπάρξουν πολλές κινήσεις με την ίδια αξιολόγηση.

R. Alvarez – Valdes et al. / European Journal of Operational Research 183 (2007) 1167 – 1182

Γι' αυτό, αν υπάρχουν δεσμοί, τους σπάμε, χρησιμοποιώντας μια δευτερεύουσα αντικειμενική συνάρτηση

$$g(x) = k_1 * S + k_2 * |L| + k_3 * C + k_4 * F.$$

- S (Symmetry): Προσπαθούμε να μην διερευνήσουμε συμμετρικές λύσεις, αλλά να προτιμούμε λύσεις στις οποίες άδεια ορθογώνια συγκεντρώνονται συνήθως προς τα δεξιά και στην κορυφή του ορθογωνίου αποθέματος. $S = 1$ αν δεν υπάρχει συμμετρική λύση με τα απόβλητα αυτά πιο συγκεντρωμένα προς τα δεξιά και στην κορυφή. Διαφορετικά, $S = 0$.

- |L| (Αριθμός κενών ορθογώνιων): Αν είναι εφικτό, προτιμάμε λύσεις στις οποίες ο αριθμός των κενών ορθογώνιων θα είναι όσο το δυνατόν χαμηλότερος.

- C (centered and concentrated wastes): Εμείς προτιμούμε λύσεις στις οποίες τα άδεια ορθογώνια είναι στο κέντρο και συμπυκνωμένα όσο το δυνατόν περισσότερο, γιατί αυτό θα καταστήσει πιο εύκολη την συγχωνεύσει τους και θα αποκτηθεί χώρος για περισσότερα κομμάτια. Θεωρούμε ότι το μικρότερο ορθογώνιο ER περιέχει όλα τα κενά ορθογώνια και $C = 1 - (0,75 * rd + 0,25 * ra)$

όπου rd είναι η απόσταση από το κέντρο του ER στο κέντρο του ορθογωνίου αποθέματος, διαιρείται με την απόσταση από το κέντρο του

ορθογωνίου αποθέματος προς την κάτω αριστερή γωνία του, και ra είναι ο τομέας της ER διαιρούμενος από την περιοχή του ορθογωνίου αποθέματος.

- F (σκοπιμότητα): Σε διπλά περιορίζονται τα προβλήματα, η αρχική λύση μπορεί να μην είναι εφικτή. Σε αυτή την περίπτωση $F = 1$. Διαφορετικά, $F = 0$.

Τα κριτήρια αυτά προστίθενται στην δευτερεύουσα λειτουργία με κάποια βάρη που αντανακλούν τη σχετική σημασία τους, σύμφωνα με τα αποτελέσματα της προκαταρκτικής υπολογιστικής εμπειρίας σε ένα υποσύνολο των προβλημάτων. Στην τρέχουσα εφαρμογή, τα βάρη είναι τα εξής:

<u>Criterion</u>	<u>Coefficient</u>	<u>Weight</u>
Symmetry	k1	5000
Empty rectangles	k2	-950
Centered empty rectangles	k3	50
<u>Feasibility</u>	k4	<u>-50000</u>

3.3.4 ΛΙΣΤΑ ΤΑΜΠΟΥ

Ο κατάλογος ταμπού περιέχει για κάθε διάλυμα το ακόλουθο ζεύγος χαρακτηριστικών: την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και το μικρότερο ορθογώνιο ER που περιέχουν όλα τα κενά ορθογώνια του. Μια κίνηση είναι ταμπού, αν αυτά τα δύο χαρακτηριστικά της νέας λύσης ταιριάζουν με ένα ζευγάρι της λίστας ταμπού. Το μέγεθος του καταλόγου ταμπού ποικίλλει δυναμικά. Μετά από ένα δεδομένο αριθμό των επαναλήψεων χωρίς τη βελτίωση της λύσης, το μήκος είναι τυχαία επιλεγμένο από το $[0,25 * M, 0,75 * M]$, όπου $M = \sum_i Q_i$. Το κριτήριο φιλοδοξία μας επιτρέπει να προχωρήσουμε σε μια λύση ταμπού εάν αυτό βελτιώνει την καλύτερη λύση που έχει επιτευχθεί μέχρι σήμερα.

3.4 ΕΝΤΑΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΩΝ

Οι κινήσεις που έχουμε ορίσει περιλαμβάνουν ένα υψηλό επίπεδο διαφοροποίησης. Ωστόσο, έχουμε συμπεριλάβει δύο στρατηγικές διαφοροποίησης:

(1). Long – term memory

Καθ' όλη τη διαδικασία αναζήτησης, κρατάμε στη μνήμη τη συχνότητα του κάθε κομματιού που περιλαμβάνεται στις λύσεις. Οι πληροφορίες αυτές χρησιμοποιούνται για σκοπούς τόσο της διαφοροποίησης όσο και της εντατικοποίησης. Όταν χρησιμοποιούνται για τη διαφοροποίηση, είμαστε υπέρ της κινήσεις των κομματιών που δεν εμφανίζονται πολύ συχνά στα διαλύματα, προκαλώντας νέα κομμάτια να εμφανιστούν. Όταν χρησιμοποιείται για την εντατικοποίηση, θεωρούμε μόνο τα κομμάτια που αντιστοιχούν σε λύσεις υψηλής ποιότητας και τότε ευνοούμε τα κομμάτια που εμφανίζονται ξανά στις νέες λύσεις. Σε μια φάση της διαφοροποίησης, η συνάρτηση μεταβάλλεται αναιρώντας έναν όρο που είναι το άθροισμα των συχνοτήτων των τεμαχίων που περιλαμβάνονται στις λύσεις:

$$F(x) \hat{=} f(x) - \Sigma \text{freq} (p_i)$$

Σε μια φάση εντατικοποίησης, η αντικειμενική συνάρτηση τροποποιείται με την προσθήκη ενός όρου που αντικατοπτρίζει τη συχνότητα των κομματιών από το σύνολο των εκλεκτών λύσεων E

$$F(x) \hat{=} f(x) + k \Sigma \text{freq} (p_i)$$

(2). Restarting

Σύμφωνα με τον δευτερεύοντα στόχο της λειτουργίας, έχουμε την τάση να διερευνήσουμε λύσεις για την ικανοποίηση του κριτηρίου

συμμετρίας. Μετά από ένα συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων χωρίς βελτίωση, η καλύτερη γνωστή λύση, η τρέχουσα λύση αλλάζει πραγματοποιώντας μια οριζόντια και κατακόρυφη συμμετρία σε αυτό. Η νέα λύση που λαμβάνεται με αυτόν τον τρόπο θα είναι αρκετά διαφορετική από τις πρόσφατες λύσεις και γίνεται δεκτή ως νέο σημείο εκκίνησης για την αναζήτηση.

3.5 ΡΥΘΜΙΣΗ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ ΤΩΝ ΚΟΜΜΑΤΙΩΝ

Καθ' όλη την επαναληπτική διαδικασία έχουμε την καλύτερη γνωστή λύση της αξίας v_{best} . Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτή την τιμή για την προσαρμογή P_i κάποιων κομματιών που πρέπει να αναφέρονται, αν θέλουμε να βελτιώσουμε τη λύση, και Q_j μερικών κομματιών των οποίων η εγγραφή δεν θα μας επέτρεπε να βελτιωθεί η λύση.

- Αύξηση των κάτω ορίων P_i

Ας προσδιορίσουμε $total\ pieces = \sum v_i * Q_i$ η συνολική αξία των διαθέσιμων κομματιών. Αν υπάρχει ένα κομμάτι i τέτοιο ώστε $P_i < Q_i$, και $total\ pieces - (Q_i - P_i) * v_i \leq v_{best}$, μια λύση με τα ελάχιστα P_i αντίγραφα αυτού του τύπου του κομματιού που δεν μπορεί να βελτιώσει την καλύτερη γνωστή λύση. Κάθε καλύτερη λύση πρέπει να περιλαμβάνει περισσότερα κομμάτια αυτού του τύπου και P_i μπορεί να αυξηθεί.

Αν υπολογίσουμε t ως $\max t : total\ pieces - t * v_i > v_{best}$
 $t \geq 0, t \leq Q - P_i$:

Τότε, $P_i = Q_i - t$. Αυτό το βελτιωμένο κατώτερο όριο μπορεί να είναι χρήσιμο για την εποικοδομητική φάση, στην οποία τα κομμάτια με $P_i > 0$ κόβονται πρώτα, και στη φάση βελτίωσης, στην οποία τα

κομμάτια στα κάτω όρια δεν αφαιρούνται από την τρέχουσα λύση.

• Μείωση των άνω ορίων Q_i

Ας προσδιορίσουμε $R = \sum P_i * l_i * w_i$ η περιοχή των κομματιών που πρέπει να αναγράφονται σε κάθε εφικτή λύση, $R_v = \sum P_i * v_i$, η αξία αυτών των κομματιών, $e_i = v_i / (l_i * w_i)$, η αποτελεσματικότητα του κομματιού i και $e_{max} = \max \{e_i, i = 1, \dots, m\}$, η μέγιστη αποδοτικότητα των κομματιών. Εάν υπάρχει ένα i κομμάτι, με $Q_i > P_i$ και $e_i < e_{max}$ ικανοποιούν:

$$Q_i * l_i * w_i (e_{max} - e_i) \geq e_{max} * (L * W - R) + R_v - v_{best}$$

Οποιαδήποτε λύση με Q_i αντίγραφα αυτού του κομματιού δεν μπορεί να βελτιώσει την καλύτερη γνωστή λύση. Ως εκ τούτου, σε οποιαδήποτε καλύτερη λύση του αριθμού των αντιγράφων του i κομματιού θα πρέπει να περιοριστεί κάτω του Q_i . Αν υπολογίσουμε t ως $\max t :$

$$t * l_i * w_i * (e_{max} - e_i) < e_{max} * (L * W - R) + R_v - v_{best}$$

$$t \geq 0, t \leq Q_i - P_i,$$

Τότε $Q_i = P_i + t$. Η μείωση τού ανώτερου ορίου μπορεί να είναι χρήσιμη όταν κατασκευαστεί και βελτιωθεί η λύση στα επόμενα βήματα. Σε ορισμένες περιπτώσεις, Q_i μπορεί να οριστεί σε 0 και τότε το αντίστοιχο κομμάτι δεν θεωρείται πλέον για κοπή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΔΗ / ΚΔ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ: ΥΒΡΙΔΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΓΙΑ ΤΑ ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΟΠΗΣ ΧΩΡΙΣ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το πρόβλημα της κοπής ενός δεδομένου μικρού συνόλου ορθογώνιων κομματιών από ένα μεγάλο ορθογώνιο απόθεμα παγίων διαστάσεων, με την ελάχιστη σπατάλη ή το μέγιστο κέρδος είναι μια γενίκευση του γνωστού μονοδιάστατου knapsack προβλήματος .

Το πρόβλημα αυτό ονομάζεται στη βιβλιογραφία ως δυσδιάστατο πρόβλημα guillotine κοπής (TDGC). Μια σειρά από μικρότερα κομμάτια ορίζει cutting problems αν αυτά τα κομμάτια μπορεί να παραχθούν από μια σειρά πιθανών περικοπών στα ορθογώνια αποθέματα.

Η αστάθμιστη εκδοχή θεωρεί ότι το κέρδος του κάθε κομματιού είναι ακριβώς η περιοχή του και ο στόχος είναι να βρεθεί το μοτίβο κοπής που θα ελαχιστοποιεί τα απόβλητα ή το αχρησιμοποίητο τμήμα εντός του ορθογωνίου αποθέματος.

Η σταθμισμένη εκδοχή θεωρεί ότι κάθε κέρδος είναι ανεξάρτητο της περιοχής του τεμαχίου, το οποίο είναι μια φυσική γενίκευση της στην προηγούμενη έκδοση, αλλά αναζητούμε ένα μοτίβο κοπής που μεγιστοποιεί το συνολικό κέρδος. Όταν ο αριθμός των επαναλήψεων κάθε τύπου κομματιού στο μοτίβο κοπής δεν περιορίζεται, το πρόβλημα ονομάζεται απεριόριστη TDGC και συμβολίζεται UTDGC. Εάν ο αριθμός των περιστατικών κάθε τύπου τεμαχίων περιορίζεται από την τιμή ζήτησης (το ανώτερο όριο), τότε το πρόβλημα αναφέρεται ως

περιορισμένο δισδιάστατο guillotine πρόβλημα κοπής αποθέματος και συμβολίζεται (CTDGC).

Τα προβλήματα κοπής έχουν μελετηθεί πρώτα από Kantorovich και αργότερα από τους Gilmore και Gomory για τις εμπορικές ή βιομηχανικές χρήσεις.

Μεταξύ των προφανών παραδειγμάτων που εκτελούνται είναι τα ευέλικτα εργαστήρια παραγωγής γυαλιού, μεταλλικών φύλλων, τα κλωστοϋφαντουργικά προϊόντα, ηλεκτρονικών υπολογιστών και συστήματα πολλών επεξεργαστών. Σε αυτά τα είδη των εφαρμογών, ο στόχος είναι είτε η ελαχιστοποίηση των αποβλήτων είτε η μεγιστοποίηση της συνολικής χρησιμότητας των χρησιμοποιούμενων διαθέσιμων υλικών σε αποθέματα πραγματοποιώντας ποσότητες σε ορθογώνια κομμάτια.

Για το σταθμισμένο πρόβλημα UTDGC, Gilmore και Gomory , προτάθηκε ένας ακριβής αλγόριθμος που βασίζεται σε δυναμικές μεθόδους προγραμματισμού το οποίο αργότερα βελτιώθηκε με Beasley. Προφανώς, ο αλγόριθμος ισχύει επίσης και για την αστάθμιστη περίπτωση (δηλαδή, $c_i = l_i * w_i$, όπου l_i και w_i υποδηλώνουν, αντίστοιχα, το μήκος και το πλάτος του i κομματιού και c_i το κέρδος της), αλλά στην προκειμένη περίπτωση ο αλγόριθμος Herz είναι πιο αποδοτικός. Ανάμεσα στα πιο γνωστά heuristics, βρίσκουμε το πρώτο που προτείνει al Morabito et. ο οποίος χρησιμοποιεί την depth-first και hill-climbing αναζήτηση στρατηγικών (που χαρακτηρίζει τον αλγόριθμο από DH), για την επίλυση περίπου της αστάθμιστης υπόθεσης.

Η δεύτερη προτάθηκε από Fayard και Zissimopoulos με βάση την επίλυση μιας σειράς μονοδιάστατων προβλημάτων Knapsack χρησιμοποιώντας μια μέθοδο δυναμικού προγραμματισμού (συμβολίζεται με KD), τις σταθμισμένες και αστάθμιστες περιπτώσεις.

Αυτές οι heuristic έχουν χαρακτηριστεί ως ο γνωστός καλύτερα στην πράξη, διότι ο καθένας από αυτούς είναι σε θέση να λύσει μεγάλες περιπτώσεις του προβλήματος εντός μικρού υπολογιστικού χρόνου. Το πρόβλημα CTDGC μελετήθηκε για πρώτη φορά από Χριστοφίδης και Whitlock οι οποίοι έχουν προτείνει την depth-first μέθοδο αναζήτησης. Οι Viswanathan και Bagchi έχουν προτείνει μια άλλη προσέγγιση που βασίζεται σε μια καλύτερη πρώτη μέθοδο αναζήτησης. Ένα από τα καλύτερα γνωστά heuristics για το πρόβλημα CTDGC, που προτάθηκε από Wang μπορεί να δώσει μια βέλτιστη λύση στο πλαίσιο κάποιων υποθέσεων. Αυτή η ευρετική βελτιώθηκε από Βάσκο και αργότερα από Oliveira και Ferreira.

Σε γενικές γραμμές, προκειμένου να μειωθεί το πιθανό απόθεμα κοπής, θεωρούμε δύο περιορισμούς:

1. όλα εφαρμόζουν περικοπές τύπου guillotine, δηλαδή μια οριζόντια ή κατακόρυφη τομή πάνω σε ένα (υπο) ορθογώνιο είναι μια περικοπή από το ένα άκρο του (υπο) ορθογώνιου στο αντίθετο άκρο το οποίο είναι παράλληλο προς τα δύο εναπομείναντα άκρα (βλ. Σχήμα 1a).

2. Όλα τα κομμάτια περιστρέφονται, δηλαδή ένα κομμάτι μήκους l και w το πλάτος του είναι διαφορετικό από ένα κομμάτι του w το μήκος και το πλάτος l (κατά $l \neq w$).

Αυτοί οι περιορισμοί, ωστόσο, δεν περιορίζουν σημαντικά το πεδίο εφαρμογής των αιτήσεων, δεδομένου ότι ένας μεγάλος αριθμός πραγματικών εφαρμογών φυσικά εμφανίζεται με τους περιορισμούς αυτούς. Μια λύση στο πρόβλημα non guillotine (Εικόνα. λίβρες), μπορεί να βρεθεί στο Beasley [λ], και μια περιορισμένη περίπτωση non orthogonal κοπής έχει μελετηθεί από Rinnoy και al. [14]. Αυτή η εργασία είναι οργανωμένη ως εξής: στην επόμενη ενότητα, σας παρουσιάζει επισήμως τόσο το σταθμισμένο, όσο και το αστάθμιστο

προβλήματα UTDGC. Στο τμήμα 3, περιγράφουμε τις πιο σημαντικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται στη βιβλιογραφία για την επίλυση ακριβώς και περίπου των δύο εκδοχών του προβλήματος.

Στο τμήμα 4, παρουσιάζουμε την υβριδική προσέγγιση, η οποία βασίζεται στον δυναμικό προγραμματισμό, depth - first αναζήτηση και hill- climbing στρατηγικές. Τέλος, στο τμήμα 5 δίνουμε μια πειραματική αιτιολόγηση της υβριδικής προσέγγισης σε σύγκριση με την καλύτερη όντως γνωστή heuristics λόγω al Morabito et. (για τον αστάθμιστο περίπτωση) και Beasley (σταθμισμένη υπόθεση).

4.2 Η ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

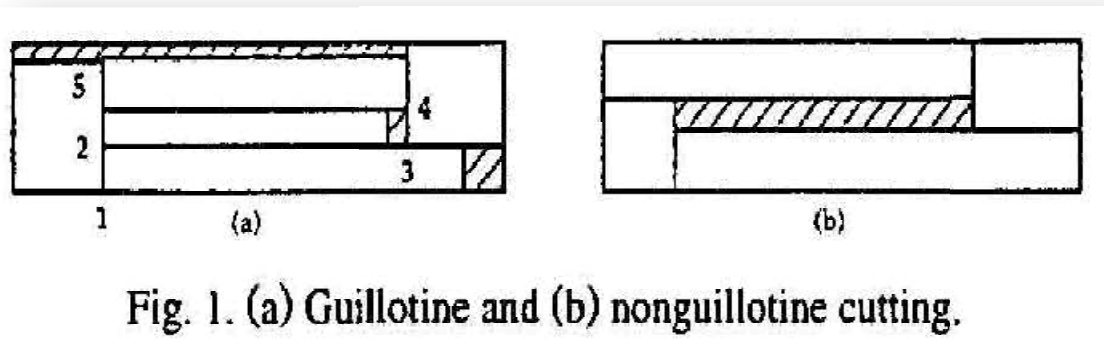
Ένα υπόδειγμα του (μη) σταθμισμένου προβλήματος UTDGC είναι καθορισμένο από το τρίδυμο (R, Φ, c) , $R = (L, W)$ είναι η αρχική ορθογώνια πλάκα, με μήκος L και το πλάτος W . Τα μικρότερα ορθογώνια κομμάτια που εκπροσωπούνται από το σύνολο $\Phi = \{p_1, \dots, p_n\}$ τέτοιο ώστε κάθε p_i κομμάτι να έχει διαστάσεις $(l_i, w_i) < (L, W)$. Το c είναι το κέρδος (βάρος), φορέας τέτοιος ώστε $c = (c_1, \dots, c_n)$.

Ας Φ είναι ένα πεπερασμένο σύνολο το οποίο αντιπροσωπεύει τα διαφορετικά πρότυπα κοπής του προβλήματος. Κάθε διάνυσμα $\xi \in \Phi$ αποτελείται από εξαρτήματα n τέτοια ώστε $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_n)$, όπου ξ_i δηλώνει τον αριθμό των περιστατικών των i th-κομματιών της ξ . Έστω F μια συνάρτηση ορίζεται ως εξής:

$$F: \Phi \rightarrow \mathbb{N} \text{ τέτοιο ώστε } F(\xi) = \sum c_i \cdot \xi_i, \xi_i \in \mathbb{N}, \text{ και } c_i \in \mathbb{N} \text{ για } i = 1, \dots, n$$

όπου l_i, w_i, L και W είναι θετικοί ακέραιοι, $c_i = l_i \cdot w_i$ για όχι σταθμισμένη περίπτωση, και $c_i \neq l_i \cdot w_i$, για σταθμισμένη περίπτωση. (Συμβολίζουμε με \mathbb{N} το σύνολο των θετικών ακέραιων.) Μια βέλτιστη λύση του προβλήματος είναι ένα ζευγάρι (ξ^*, F^*) , έτσι ώστε το

μοτίβο κοπής ξ^* να προσφέρει την καλύτερη σχέση ποιότητας λύσης και συμβολίζεται με $F^* = C^* t^* \xi^*$.



4.3 ΜΕΘΟΔΟΣ HEURISTIC

Γενικά, η διαδικασία αναζήτησης μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα αναπτυγμένο δέντρο τέτοιο ώστε κάθε στάδιο του δέντρου να αντιπροσωπεύει ένα σύνολο υπο- προβλημάτων και το σύνολο των ακμών που συνδέουν δύο διαδοχικά στάδια αντιπροσωπεύουν μια σχέση μεταξύ των κόμβων. Οι Herz και Χριστοφίδης και Whitlock έχουν χρησιμοποιήσει αυτή την αναπαράσταση, την οποία ονόμασαν γράφημα δομής. Ένας ισχυρός αναδρομικός αλγόριθμος αναζήτησης δέντρου δόθηκε για την επίλυση ακριβώς του αστάθμιστου προβλήματος UTDGC.

Τα χρησιμοποιούμενα όρια κάνουν τον αλγόριθμο ιδιαίτερα αποτελεσματικό για την επίλυση του προβλήματος σε περιπτώσεις με μικρό μέγεθος.

Οι δύο στρατηγικές από κοινού χρησιμοποιούν μια τεχνική έξυπνης μεθόδου.. Ένας προσεγγιστικός αλγόριθμος (KD) παρουσιάστηκε για την

επίλυση του ίδιου προβλήματος με βάση ένα μονοδιάστατο πρόβλημα knapsack που είναι αποτελεσματικό για σχετικά μεγάλου μεγέθους προβλήματα. Αυτός ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί επίσης γράφημα δομής, αλλά θεωρεί ότι μόνο το πρώτο στάδιο του δέντρου, σε αντίθεση με τον αλγόριθμο DH (οι συγγραφείς ονόμασαν ένα προσεγγιστικό and / or γράφημα), ο οποίος συνίσταται στην ανάπτυξη ενός δέντρου περιορίζεται από depth παραμέτρους.

Στη συνέχεια, παρουσιάζουμε μια υβριδική προσέγγιση, που συνδυάζει τους αλγόριθμους DH και KD, οι οποίοι επιτρέπουν την ανάπτυξη ενός γενικού αλγόριθμου για το σταθμισμένο και αστάθμιστο πρόβλημα UTDGC. Ο αλγόριθμος αποτελεί μια γενίκευση των δύο αλγόριθμων, που παρουσιάστηκαν στο [5,12]. Όπως έχουμε παρατηρήσει, ο αλγόριθμος KD βασίζεται στο δυναμικό προγραμματισμό για την παροχή μιας καλής λύσης με χαμηλότερο του ιδανικού, αλλά δεν εκμεταλλεύεται την εσωτερική υπο περιοχή. Ωστόσο, ο αλγόριθμος DH χρησιμοποιεί μια εξερεύνηση με το βάθος των παραμέτρων, αλλά στην αρχή και στο εσωτερικό των κόμβων εισάγει απλά heuristics για την απόκτηση άνω και κάτω ορίων (επεξεργασίας μόνο των αστάθμιστο υπόθεση).

Στην επόμενη ενότητα, θα δούμε πώς μπορούν να συνδυαστούν οι δύο αυτές τεχνικές και να προσφέρουν μια νέα αποτελεσματική ευρετική λύση για μεγάλες περιπτώσεις του προβλήματος (για σταθμισμένες και αστάθμιστες περιπτώσεις).

4.4 Ο DH / KD ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ: HYBRID ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Ο αλγόριθμος βασίζεται στην depth-first στρατηγική αναζήτησης που χαρακτηρίζει το πρόβλημα ως UTDGC. Όπως είπαμε παραπάνω, η

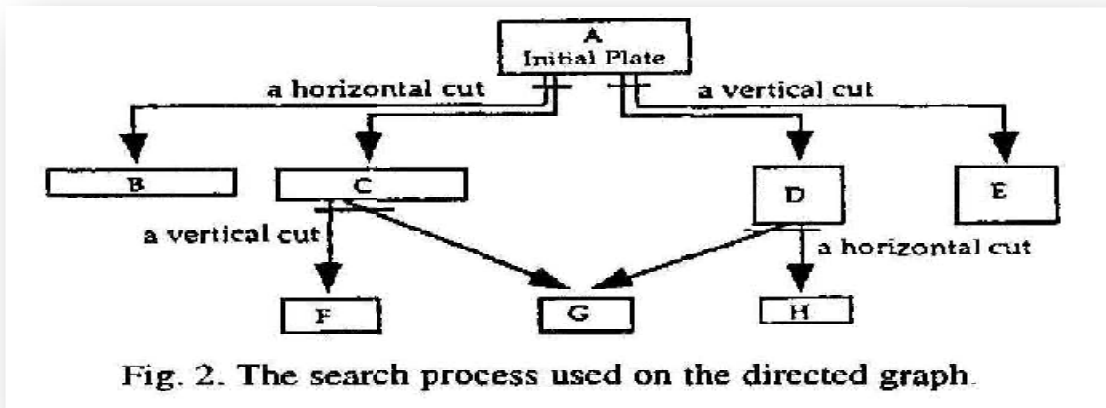
διαδικασία αναζήτησης μπορεί να θεωρηθεί ως μια αναζήτηση σε ένα κατευθυνόμενο κόμβο. Όπου κάθε κόμβος αναπαριστά ένα υπο-πρόβλημα και κάθε τόξο αντιπροσωπεύει μια σχέση μεταξύ ορισμένων κόμβων. Γενικά, μπορούμε να ορίσουμε ένα πρόβλημα ως μια αναζήτηση σε μια γραφική παράσταση, καθορίζοντας τον αρχικό κόμβο, τον τελικό κόμβο και τους κανόνες που ορίζουν τις επιτρεπόμενες κινήσεις.

Για το πρόβλημα UTDGC, η αρχική πλάκα μπορεί να εκπροσωπείται από τον αρχικό κόμβο και τα μικρότερα ορθογώνια κομμάτια εκπροσωπούνται από τους τελικούς κόμβους. Η επιτρεπόμενη κίνηση είναι οι πιθανές περικοπές σε ένα (υπο) ορθογώνιο. Ωστόσο, τα διάφορα τεμάχια μπορεί να εφαρμοστούν στην αρχική ορθογώνια πλάκα (Α στην Εικόνα. 2), που αντιστοιχεί στο βαθμό διακλάδωσης του κόμβου.

Μετά από κάθε κοπή, δύο ενδιάμεσοι κόμβοι δημιουργούνται οι οποίοι αντιστοιχούν σε δύο επόμενα (υπο) ορθογώνια (Β και Γ στο σχήμα. 2 δημιουργούνται με την εφαρμογή οριζόντιας περικοπής του Α, D και E που λαμβάνονται με τη χρήση μιας κάθετης κοπής σε Α) . Άλλα τεμάχια μπορεί να εφαρμοστούν στα προκύπτουσα ενδιάμεσα (υπο) ορθογώνια και ούτω καθεξής, έως ότου τα δεδομένα ορθογώνια κομμάτια να βρεθούν ως το τελικό κόμβο. Η εικόνα. 2 παρέχει περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τη διαδικασία αναζήτησης. Προκειμένου να αντιμετωπίσουμε έναν πεπερασμένο ανατομικό αριθμό διαφοροποιούμε το μήκος και το πλάτος κάθε ορθογωνίου ή κάθε υπο περιοχής χωρίς να χάσουμε το βέλτιστο. Ο Herz [81] έδειξε πως μια τέτοια διαφοροποίηση μπορεί να επιτευχθεί με το συνδυασμό όλων των διαστάσεων των τεμαχίων του σετ Φ (κοίτα επίσης [4]) και του συνόλου

των σημείων σχετικά με τον οριζόντιο, αντίστοιχο κάθετο άξονα, για ένα (υπο) ορθογώνιο (α, β) δίνεται από

$$P_t = \{x \mid x = \sum l_i * t_i \leq a_i * t_i \in \mathbb{N}, w_i \leq \beta_i\} \text{ resp. } P_w = \{y \mid y = \sum w_i * t_i \leq \beta, t_i \in \mathbb{N}, l_i \leq a\}$$



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΒΕΛΤΙΩΜΕΝΗ ΕΚΔΟΣΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ WANG ΓΙΑ ΔΥΟ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΟΠΗΣ

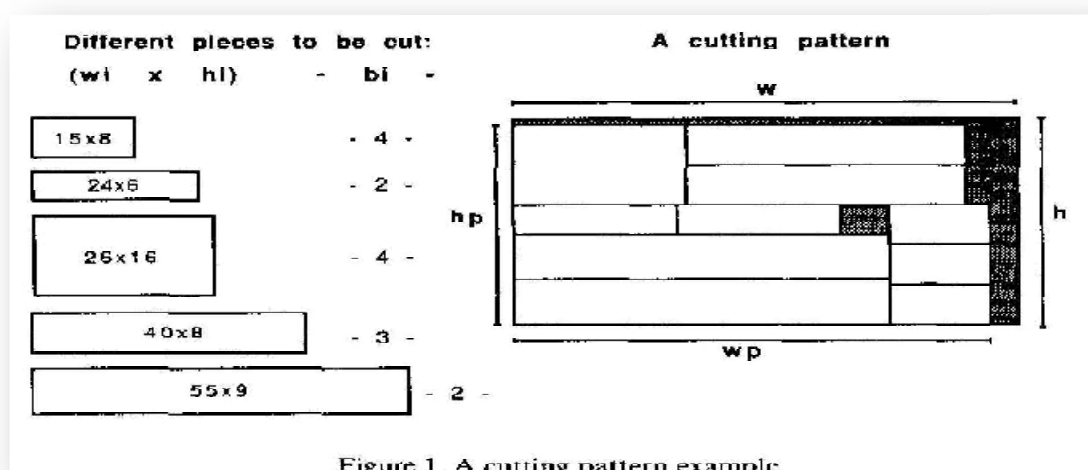
5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα δύο διαστάσεων κοπής προβλήματα μπορούν να περιγραφούν ως το πρόβλημα της κοπής μιας σειράς ορθογώνιων κομματιών από ένα ορθογώνιο φύλλο υλικού, την ελαχιστοποίηση των αποβλήτων. Φαίνεται στο πλαίσιο των διαφόρων διαδικασιών παραγωγής, όπως αυτές στο γυαλί, χάλυβα, ξύλο ή χαρτί βιομηχανίες. Μια ιδιάζουσα περίπτωση αυτού του προβλήματος προκύπτει όταν ο αριθμός των φορών που ένα κομμάτι μπορεί να χρησιμοποιηθεί πάνω σε εργαστήριο μοτίβο οριοθετείται - το περιορισμένο δισδιάστατο κοπής πρόβλημα. Συχνά, μια πρόσθετη δυσκολία, θεωρείται: οι περικοπές πρέπει να είναι λαιμητόμος περικοπές, δηλαδή, όλα τα τεμάχια που πρέπει να πάνε από το ένα άκρο του ορθογωνίου πρέπει να είναι στην αντίθετη άκρη και να είναι παράλληλες με τα άλλα δύο άκρα. Στην επόμενη ενότητα μια πιο ακριβή περιγραφή του προβλήματος που έχουμε να κάνουμε παρουσιάζεται. Οι διαφορετικές προσεγγίσεις για την επίλυσή τους έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία.

Η εργασία αυτή εισάγει τον τροποποιημένο αλγόριθμο που είναι μια βελτιωμένη έκδοση του αλγορίθμου που αναπτύχθηκε από Wang. Και οι δύο αλγόριθμοι περιγράφονται στο τμήμα 3. Πρόθεσή μας είναι να δείξουμε ότι η τροποποίηση του αλγορίθμου Wang βελτιώνει σημαντικά την αποδοτικότητά του. Αυτό θα γίνει σαφές στο τμήμα 4, όπου παρουσιάζονται οι υπολογιστικές δοκιμές. Οι δύο αλγόριθμοι εφαρμόστηκαν σε έναν μικροϋπολογιστή και διαφορετικές δοκιμές που έγιναν θα μας επιτρέψουν να παρακολουθήσουμε την απόδοσή τους και να συγκρίνομε την σχετική αποτελεσματικότητά τους.

5.2 ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗΣ

Στην εργασία αυτή θεωρούμε περιορισμένο μόνο φύλλο υλικού δισδιάστατων κοπής προβλήματα. Εικάζεται ότι όλα τα τεμάχια είναι λαμητόμος περικοπές. Το μοτίβο κοπής είναι ένας συνδυασμός από ορθογώνια κομμάτια, που λαμβάνονται από ένα υπάρχον σύνολο, που μπορεί να κοπεί από ένα φύλλο υλικού και όπου ο αριθμός των φορών που ένα κομμάτι μπορεί να εμφανιστεί είναι περιορισμένος. Μόνο εξομαλύνονται τα πρότυπα, με την έννοια που υποβλήθηκε από Christotides και Whitlock θα δημιουργηθούν και θα ληφθούν υπόψη.



Το μοτίβο κοπής στη συνέχεια, ορίζεται από το πλάτος του, το ύψος του και τον αριθμό των φορών που κάθε κομμάτι εμφανίζεται από κοινού με την αντίστοιχη τοποθεσία του μοτίβου κοπής. Ας καθορίσουμε τους εξής συμβολισμούς:

w : Stock πλάτος φύλλου.

h : Stock ύψος φύλλου.

m : Αριθμός διαφορετικά κομμάτια που πρόκειται να κοπούν.

W_p : Πλάτος μοτίβου κοπής.

h_p : Ύψος μοτίβου κοπής.

w_i : Πλάτος κομμάτι i .

h_i : Ύψος κομματιού i .

b_i : Ανώτατος αριθμός των φορών που το i κομμάτι μπορεί να χρησιμοποιηθεί.

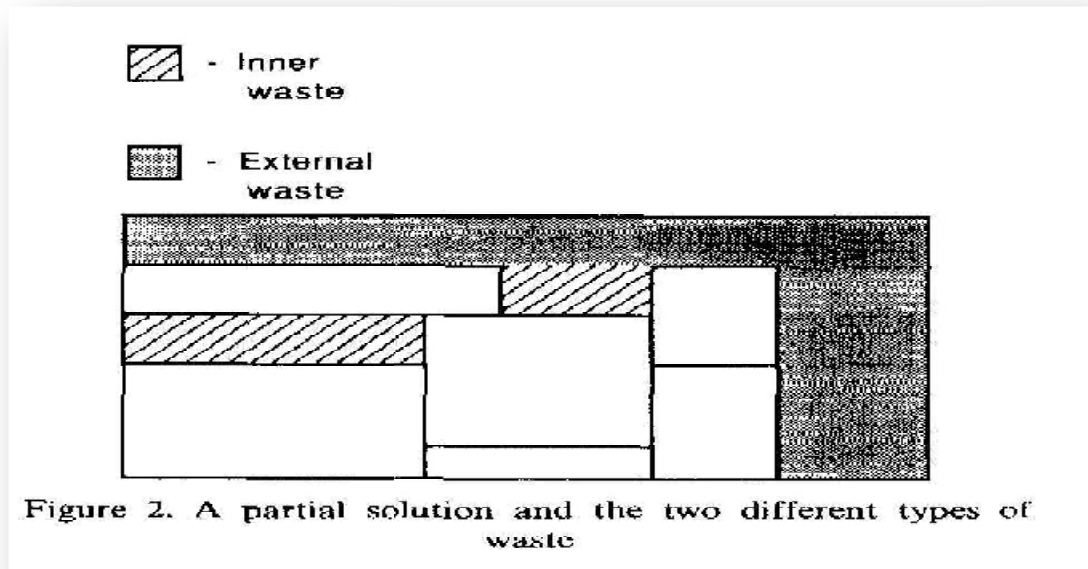
x_i : Αριθμός φορών ότι το κομμάτι I χρησιμοποιείται αποτελεσματικά στο μοτίβο κοπής.

Το μοτίβο κοπής θα πρέπει στη συνέχεια να ικανοποιήσει $W_p \leq w$ και $h_p \leq h$. Το σχήμα 1 δείχνει guillotine μοτίβο κοπής και απεικονίζει τα τμήμα της που ορίζονται από τους συμβολισμούς. Μια βέλτιστη λύση αυτού του προβλήματος είναι ένα μοτίβο κοπής, όπως ορίζεται ανώτερα, που ελαχιστοποιεί τα απόβλητα, δηλαδή, είναι μια λύση από το ακόλουθο πρότυπο: Minimize $wh - \sum x_i * w_i * h_i$ υπόκεινται σε $0 \leq x_i \leq b_i$, $1 \leq I \leq m$, ακέραιος x_i .

5.3 Ο ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΜΕΝΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

Εδώ περιγράφουμε τη βελτιωμένη έκδοση του αλγορίθμου Wang για το αρμονικό περιορισμένο μόνο φύλλο υλικού δισδιάστατου προβλήματος, χρησιμοποιώντας guillotine μοτίβα, όπως περιγράφεται στην προηγούμενη ενότητα. Είναι ένας συνδυαστικός αλγόριθμος που δημιουργεί τα πρότυπα κοπής με τη διαδοχική προσθήκη των κομματιών ή ομάδες κομματιών (δηλαδή, μερικές λύσεις) σε κάθε άλλους, δημιουργώντας με τον τρόπο αυτό νέες μερικές λύσεις. Για να αποφευχθεί η εκρηκτική αύξηση του αριθμού των επιμέρους λύσεων που προκαλούνται, ο Γουάνγκ καθορίζει ένα επίπεδο φιλοδοξίας που μερικές λύσεις πρέπει να πληρούν: ο αλγόριθμος απορρίπτει μερικές λύσεις όπου τα απόβλητα υπερβαίνουν ένα ποσοστό της έκτασης φύλλου υλικού. Ας εξετάσουμε, τους ακόλουθους δύο τύπους αποβλήτων:

- Το εσωτερικό των αποβλήτων, που συνδέεται με τα απόβλητα της μερικής λύσης που δημιουργήθηκε από αυτό το μοτίβο.
- Το εξωτερικό των αποβλήτων που είναι η διαφορά μεταξύ της λογιστικής αποθήκης και του χώρου που καταλαμβάνεται από τη μερική λύση.



Αλγόριθμος Wang μπορεί να περιγραφεί ως εξής:

Επιλέξτε μια τιμή για β ;

$F(0) := \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$;

$L(0) := F(0)$;

$K := 0$;

Καθώς $F(k)$ δεν είναι άδειο κάνε

$K := k + 1$;

$F(k) := \{ \}$;

παράγει όλες τις επιμέρους λύσεις S_k προσθέτοντας όλα τα στοιχεία του

$F(k-1)$ σε όλα τα στοιχεία του $L(k-1)$

για κάθε

εάν S_k ταιριάζει στο φύλλο αποθέματος και τον αριθμό των φορών που μπορεί ένα κομμάτι i να εμφανίζεται στο S_k δεν είναι μεγαλύτερο από b_i και το εσωτερικό των αποβλήτων στο S_k δεν είναι μεγαλύτερη από βw_h

τότε $F(k) := F(k) \cup S_k$;

$L(k) := L(k-1) \cup F(k)$;

$M := k$;

Επιλέξτε το στοιχείο του $L(M)$ με τουλάχιστον το σύνολο των αποβλήτων;

Η παράμετρος β είναι κρίσιμης σημασίας για την επίτευξη ισορροπίας μεταξύ μακρούς χρόνου εκτέλεσης και αποδεικνύει την βελτιστότητας του διαλύματος (το καλύτερο πρότυπο επιλέγεται, κατά την έννοια του και έχει τις λιγότερες του συνόλου των απορριμμάτων), αυτό σε συνδυασμό με το ακόλουθο θεώρημα:

Θεώρημα.

Αν η συνολική σπατάλη T_t ενός p μοτίβου, που λαμβάνεται με μια σταθερή τιμή της β , ικανοποιεί $T_t \leq \beta w_h$, τότε p είναι ένα βέλτιστο μοτίβο.

5.4 Ο ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΜΕΝΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

Ο τροποποιημένος αλγόριθμος είναι το αποτέλεσμα μιας μεταβολής στο επίπεδο φιλοδοξίας, το κριτήριο απόρριψης των ανεπιθύμητων λύσεων, στον αλγόριθμο που μόλις περιέγραψα. Προκειμένου να διασφαλιστεί η βέλτιστη λύση που βρέθηκε από τον αλγόριθμο, η συνολική σπατάλη T της λύσης πρέπει να ικανοποιεί $T \leq \beta w_h$. Όταν είναι απαραίτητο να διαθέτουμε βέλτιστες λύσεις, ο

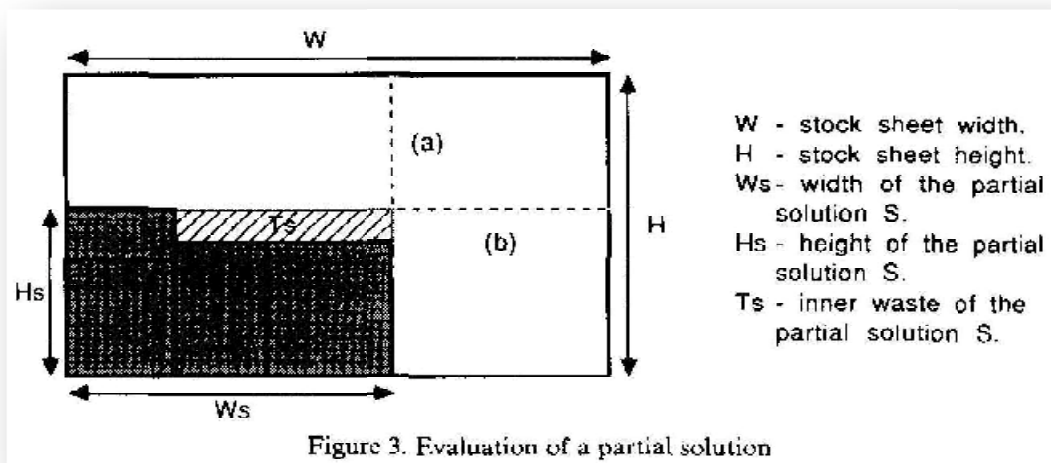
αλγόριθμος WANG παίρνει πάρα πολύ χρόνο και χρησιμοποιεί πάρα πολύ μνήμη.

Η ιδέα του τροποποιημένου αλγορίθμου είναι να απορρίψει το συντομότερο δυνατό τις επιμέρους λύσεις που θα επιφέρουν το μοτίβο κοπής του οποίου το σύνολο των αποβλήτων είναι σίγουρα μεγαλύτερο από βwh, δηλαδή, δεν θα πληροί την προϋπόθεση βελτιστότητας που έδωσε το παραπάνω θεώρημα. Έτσι, προχωρώντας με τη φύση κλάδου και φραγής του αλγορίθμου, το κατώτερο όριο για το τελικό σύνολο των αποβλήτων κάθε μερικής λύσης που μπορεί να προέρχεται, βρίσκεται. Με άλλα λόγια, για κάθε χτισμένη μερική λύση (εμβρυϊκά πρότυπο) ο τροποποιημένος αλγόριθμος για την αξιολόγηση των αποβλήτων, η οποία, στην καλύτερη περίπτωση, θα έχει σχέδιο. Εάν αυτή η τιμή είναι μεγαλύτερη από βwh, τότε η μερική λύση απορρίπτεται. Για το σκοπό αυτό, στη χωρίς περιορισμούς λύση προβλήματος, αφού όταν $b_i = 0$ για όλα τα i , το βέλτιστο μοτίβο αποβλήτων δεν είναι μεγαλύτερο από το βέλτιστο μοτίβο αποβλήτων όταν b_i είναι πεπερασμένο. Το απεριόριστο δυσδιάστατο πρόβλημα κοπής μπορεί εύκολα και αποτελεσματικά να λυθεί με τη βοήθεια του δυναμικού προγραμματισμού, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο που προτάθηκε από Gilmore και Gomory. Αν VM είναι η μέγιστη τιμή που είναι δυνατόν να ληφθεί από ένα ορθογώνιο πλάτους x και y ύψους, στη συνέχεια, ένας πίνακας που συνδέει την VM τιμή σε κάθε ζεύγος (x, y) , είναι χτισμένος.

Για την απόκτηση αυτών των αξιών υποτίθεται ότι το ορθογώνιο χωρίζεται από τη λαιμητόμο περικοπή και ότι δεν υπάρχουν όρια στον αριθμό των τεμαχίων κάθε τύπου. Όπως και στην περίπτωση μας, η αξία των κομματιών είναι ίση με περιοχές τους, το ελάχιστο μ αποβλήτων T_m δίνεται από

$$T_m = x y - VM.$$

Ο πίνακας αυτός υπολογίζεται μόνο μια φορά και όλες οι επόμενες αξιολογήσεις της περιοχής δεν καταλαμβάνονται από κάθε μερική λύση οπότε είναι απλή αναγνώσει πίνακα. Θα ονομάσουμε $T_m(x, y)$ ως η αξία των αποβλήτων που έχει ανατεθεί στη θέση (x, y) του πίνακα. Ας S : είναι μια μερική λύση, όπως αυτή εκπροσωπείται στο σχήμα 3, βwh : το μέγιστο των αποβλήτων που επιτρέπεται για κάθε μερική λύση, T : είναι το κατώτερο όριο για τα απόβλητα στο τμήμα του φύλλου αποθέματος που δεν καταλαμβάνεται από την S , T_s : είναι το εσωτερικό των αποβλήτων του S .



Η μερική λύση θα ικανοποιήσει τότε το νέο επίπεδο φιλοδοξίας, αν $T_s + T \leq \beta wh$ όπου T υπολογίζεται από τον τύπο $T = \min(T_m(w - w_s, h) + T_m(w_s, h - h_s), T_m(w, h - h_s) + T_m(w - w_s, h_s))$. Τα δύο επιχειρήματα της ελάχιστης λειτουργίας αντιστοιχούν, αντιστοίχως, για την υπόθεση της διαίρεσης της περιοχής που δεν καταλαμβάνεται από την S είτε με (α) είτε με (β) (βλ. Σχήμα 3). Θα πρέπει να επισημανθεί ότι η προϋπόθεση βελτιστότητας δίνεται από το ανώτερο θεώρημα και παραμένει σε ισχύ όταν το επίπεδο φιλοδοξίας έχει αλλάξει από την $T_s \leq \beta wh$ σε νέα μορφή του συγκροτήματος της $T_s + T \leq \beta wh$, αυτή τη φορά σε σχέση με το τροποποιημένο αλγόριθμο. Στην πραγματικότητα, ας T_i^* είναι το σύνολο των αποβλήτων του

βέλτιστου τρόπου διεξαγωγής και β^* είναι η λιγότερο αξία β που εξακολουθεί να επιτρέπει τη δημιουργία ενός βέλτιστου προτύπου. Ας υποθέσουμε ότι η συνολική σπατάλη T_t από το καλύτερο ρ μοτίβο, παράγεται από το τροποποιημένο αλγόριθμο με μια σταθερή τιμή του β , που δεν είναι μεγαλύτερη τότε β_{wh} . Αν ρ δεν είναι το βέλτιστο πρότυπο, τότε $\beta < \beta^*$ και οι ακόλουθες ανισότητες:

$T_t \geq (T_s + T)^* = \beta^* wh \geq \beta_{wh} \geq T_t$, σε αντίθεση με το βέλτιστο του T_t^* . Έτσι, αν η $T_t \leq \beta_{wh}$ τότε ρ είναι ένα βέλτιστο μοτίβο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ

ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΚΟΠΗΣ ΤΩΝ STOCK PLATES ΣΕ

ΜΙΑ ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΕΠΙΠΛΩΝ

6.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στην παρούσα μελέτη αναλύθηκαν πρακτικές πτυχές της εφαρμογής ενός μοντέλου κοπής αποθέματος για μια Βραζιλιάνικη εταιρεία η οποία κατασκευάζει έπιπλα σε μεγάλη κλίμακα, με υψηλό βαθμό τυποποίησης. Το μοντέλο βασίζεται στην κλασική προσέγγιση των Gilmore και Gomory (1965, Επιχειρησιακή Έρευνα, 14, 94 - 120), το οποίο συνδυάζει ένα γραμμικό πρόγραμμα και μια διαδικασία παραγωγής στήλης. Εκτός από τη μείωση σε δύο στάδια και τριών σταδίων guillotine μοτίβου κοπής, έχουμε επίσης μια ομάδα guillotine μοτίβου που βελτιώνει την παραγωγικότητα του εξοπλισμού κοπής. Παραδείγματα που προέρχονται από την εταιρεία επίπλων χρησιμοποιούνται για να τονίσουν την ανταλλαγή που εμπλέκεται, ειδικότερα την ανταλλαγή μεταξύ του απλού μοτίβου κοπής και του μοτίβου που αποφέρει λιγότερο υλικό αποβλήτων, αλλά μειώνει την παραγωγικότητα του μηχανήματος κοπής.

Στην παρούσα μελέτη αναλύσαμε το πρόβλημα κοπής αποθεμάτων της Βραζιλιάνικης εταιρίας επίπλων με ιδιαίτερα τυποποιημένα προϊόντα που παράγονται σε μεγάλη κλίμακα. Το πρόβλημα είναι πώς να κόψει ένα σύνολο αντικειμένων (ορθογώνιες πλάκες από ξύλο fibre), με γνωστά μεγέθη και ποσότητες, για να παράγει ένα σύνολο από στοιχεία (μικρότερα ορθογώνια πλάκες) με συγκεκριμένα μεγέθη και απαιτήσεις. Τα αντικείμενα είναι διαθέσιμα σε απόθεμα, ή μπορούν να ληφθούν από τους προμηθευτές σε σύντομο χρονικό διάστημα. Τα στοιχεία είναι μέρος της παραγωγής, π.χ. τραπέζια, καρέκλες, ντουλάπες, ντουλάπες, κ.λπ. που κατασκευάζονται από τις εταιρείες.

Δεδομένου ότι το συνολικό ποσό των αντικειμένων είναι, σε γενικές γραμμές, επαρκώς μεγάλο για να παράγει όλα τα παραγγελθέντα προϊόντα του οριζόντιου προγραμματισμού (συνήθως από 1 ή 2 εβδομάδες), το πρόβλημα είναι να καθορίσει ένα σύνολο εφικτών μοτίβων κοπής, δηλαδή μοτίβα που παράγουν όλα τα παραγγελθέντα αντικείμενα.

Ένα άμεσο κριτήριο για την αξιολόγηση των λύσεων είναι η σπατάλη υλικού, δηλαδή θα προτιμήσουμε λύσεις με τα χαμηλότερα απόβλητα υλικού.

Παρ' όλα αυτά, εάν τα αντικείμενα έχουν διαφορετικό κόστος, η ελάχιστη λύση αποβλήτων μπορεί να είναι λιγότερη οικονομική. Αυτό υποδηλώνει το κόστος των υλικών ως ένα εναλλακτικό κριτήριο λύσης. Το ελάχιστο κόστος λύσης καθίσταται ιδιαίτερα σημαντικό για την εταιρεία επίπλων για την οποία το κόστος των αντικειμένων (πρώτες ύλες) μπορεί να αντιπροσωπεύσει περισσότερο από το ένα τρίτο του συνολικού κόστους της σε ορισμένα προϊόντα. Αυτή η λύση μπορεί επίσης να είναι χρήσιμη για την υποστήριξη της απόφασης διαχείρισης των αποθεμάτων.

Διαφορετικές πρακτικές εκδοχές θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά την επίλυση αυτού του προβλήματος κοπής, ιδίως όσον αφορά το μηχάνημα κοπής, το οποίο αποτελεί εμπόδιο στην παραγωγή της εταιρείας επίπλων.

Υπάρχουν μη τετριμμένες ανταλλαγές για να αναλυθούν, π.χ. ανταλλαγή μεταξύ του απλούστερου μοτίβου κοπής (π.χ. μια ομάδα guillotine μοτίβου) και του μοτίβου που παράγει λιγότερα απόβλητα (π.χ. δύο σταδίων και τριών σταδίων μοτίβα), αλλά απαιτεί περισσότερο χρόνο επεξεργασίας και, με αυτόν τον τρόπο, μειώνεται η παραγωγικότητα του εξοπλισμού.

Ένα άλλο παράδειγμα είναι η ανταλλαγή μεταξύ των οφελών του συνδυασμού περισσότερων προϊόντων σε μια παραγωγή που τρέχει για τη μείωση των απορριμμάτων, και την αντίστοιχη δυσκολία στον έλεγχο της παραγωγής, της εργασίας στη διαδικασία, λόγω της ημερομηνίας, κλπ.

Αν και υπάρχουν αρκετά άρθρα στη βιβλιογραφία που ασχολούνται με το πρόβλημα κοπής αποθεμάτων στη βιομηχανία επίπλων (π.χ. Gilmore και Gomory 1965, Foronda και Carino 1991, Yanasse et al. 1991, Carnieri et al. 1994), δεν γνωρίζουμε προηγούμενα έργα που επεξεργάζονται τα ανωτέρω θέματα, π.χ. ανταλλαγή μεταξύ του απλούστερου μοτίβου κοπής και του μοτίβου που παράγει λιγότερα απόβλητα αλλά απαιτεί περισσότερο χρόνο επεξεργασίας. Προκειμένου να αναλυθεί αυτή η ανταλλαγή, έχουμε το πρότυπο ενός γκρουπ μοτίβου, όπως ακέραιο τετραγωνικό πρόγραμμα και παρουσιάζουμε απλά heuristics για την επίλυσή που βασίζονται στην παρόν διατύπωση.

Συζητήσαμε επίσης πώς επεκτείνουν το κλασικό πρότυπο οι Gilmore και Gomory (1965) συναλλάσσοντας one- group και non-one- group μοτίβου. Ένας από τους στόχους του παρόντος εγγράφου είναι να δείξει ότι η μεγάλη μείωση των μοντέλων μπορεί να εφαρμοστεί διαδοχικά και να αναλύσει μια εταιρεία επίπλων με ιδιαίτερα τυποποιημένα προϊόντα που παράγονται σε μεγάλη κλίμακα. Παραδείγματα που προέρχονται από τη μελέτη περίπτωσης που χρησιμοποιείται για να τονίσει την αποτελεσματικότητα της προσέγγισης.

Για τις έρευνες και τα ειδικά ζητήματα σχετικά με τα προβλήματα κοπής και συσκευασίας των βιομηχανικών τους εφαρμογών, οι αναγνώστες μπορούν να συμβουλευτούν Brown (1971), Χρυσή (1976), Hinxman (1980), Dyckho. και Waescher (1990), Lirov (1992), Dowsland και Dowsland (1992), Sweeney και Paternoster (1992), Dyckho. και

Finke (1992), Martello (1994a, 1994b), Bischo. και Waescher (1995), Mukhacheva (1997), Dyckho. et al. (1997), Arenales et al. (1999) και οι ηλεκτρονικές βάσεις δεδομένων του Ειδικού Όμιλος Τόκοι κοπής και συσκευασίας (SICUP, 1999).

6.2. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ

Έπιπλα, π.χ. τραπέζια, καρέκλες, ντουλάπες, ντουλάπια, κ.λπ. παράγονται από ορθογώνιες πλάκες από ξύλο fibres, γνωστό ως hardboards. Πρώτον, αυτές οι πλάκες κόβονται για την παραγωγή ειδών (μικρότερα ορθογώνια), τα οποία είναι μέρη του προϊόντος. Στη συνέχεια, τα στοιχεία περνούν από διάφορα στάδια παραγωγής (π.χ. στα σύνορα και επιφανειακή επεξεργασία, βαφή, συγκόλληση, κ.λπ.) μέχρι να συναρμολογηθούν από κοινού για να καταστεί το τελικό προϊόν. Το κόντρα πλακέ (hardboards) διατίθενται σε διαφορετικά τυποποιημένα μεγέθη, π.χ. (Σε m): 1 :830 x 2:130, 1:830 x 2:750, 2:130 x 2:440, 2:130 x 2:750, 2:130 x 3:050. Εκτός αυτά τα μεγέθη, οι προμηθευτές hardboards, οι οποίοι έχουν επίσης ένα ενδιαφέρον πρόβλημα κοπής αποθέματος στην παραγωγική τους διαδικασία (βλ. Morabito και Garcia, 1998), προτείνουν hardboards με μικρότερα μεγέθη και με ειδικές εκπτώσεις.

Τυπικά μεγέθη αυτών των περικοπών είναι (σε m): 1:220 x 2:440, 1:220 x 2:750, 1:220 x 3:050, 1:245 x 2:440, 1:700 x 2:100, κ.λπ. Τα τυποποιημένα μεγέθη μπορούν να αποκτηθούν σε οποιαδήποτε ποσότητα, ενώ οι περικοπές καλύπτουν καθημερινά τις διαφορετικές παρτίδες με κυμαινόμενες τιμές. Στο τμήμα 4 αναλύουμε ένα παράδειγμα μιας εταιρείας επίπλων χρησιμοποιώντας κάποια από αυτά τα μεγέθη πλάκας και τυπικό εβδομαδιαίο κατάλογο τάξης των 25 τύπους

στοιχείων.

Εξέταση συμβολισμού για μαθηματική διατύπωση

Αντικείμενα N: αριθμός τύπων πινακίδας (hardboards),
LJ x Wj: μέγεθος της πινακίδας τύπου j, j= 1,..., N,
Dj: διαθέσιμη ποσότητα στην πινακίδα τύπου j, j= 1,..., N,
Cj :κόστος μονάδας στην πινακίδα τύπου j, j= 1,..., N (ανάλογη με την πλάκα περιοχής).

Είδη

m :Αριθμός με τους τύπους στοιχείων (μικρότερα ορθογώνια),
lk x wk: μέγεθος του στοιχείου κ τύπο, κ= 1,..., m,
dk: η απαιτούμενη ποσότητα του τύπου στοιχείων κ.
Το μαθηματικό μοντέλο μπορεί να προκύψει από το έργο των Gilmore και Gomory (1963) σχετικά με το μονοδιάστατο πρόβλημα αποθεμάτων.

Σε αυτό το χαρτί, οι συντάκτες ανέλυσαν ένα πρόβλημα εξισορρόπησης μιας μηχανής κατά την οποία η ικανότητα των μηχανών μπορεί να ερμηνεύεται εδώ ως το πιάτο διαθεσιμότητας Dj, j= 1,...,N. Για να περιγράψει το μοντέλο, ας υποθέσουμε αρχικά ότι, για κάθε τύπο πλάκας, όλα τα μοτίβα κοπής ορίζονται (όταν επίλυση του μοντέλου, αυτά τα σχέδια θεωρούνται μόνον εμμέσως). Ας nj να είναι ο αριθμός των πιθανών μοντέλων για την πινακίδα τύπου j.

Για κάθε σχέδιο, έχουμε συνδέσει τα ακόλουθα m x 1 διανύσματα:

$\hat{a}_j = (\hat{a}_{j1}, \hat{a}_{j2}, \dots, \hat{a}_{jn})$, j= 1,...,N

\hat{a}_{j21}	\hat{a}_{j22}	\hat{a}_{j2nj}
....
\hat{a}_{jam1}	\hat{a}_{jam2}	\hat{a}_{jamj}

όπου a_{ijk} είναι ο αριθμός των φορών που το στοιχείο τύπου k εμφανίζεται στο i μοτίβο, πινακίδας j . Οι μεταβλητές απόφασης είναι x_{ij} , ο αριθμός των πινακίδων του τύπου j κόβεται με το μοτίβο i , $i = 1, \dots, n_j$, $j = 1, \dots, N$. Ας $d = (d_1, d_2, \dots, d_m)$ είναι το διάνυσμα της ζήτησης. Το πρόβλημα κοπής με τα ελάχιστα κριτήρια κόστους μπορεί να διατυπωθεί ως:

$$\text{Minimize } f(x_{11}, x_{21}, \dots) = \sum C_1 * x_{i1} + \sum C_2 * x_{i2} + \dots + \sum C_N * x_{iN}$$

(1) Subject to: $\sum a_i * x_{i1} + \sum a_i^2 * x_{i2} + \dots + \sum a_i^N * x_{iN} = d$

(2) $\sum x_{i1} + \sum x_{i2} + \dots + \sum x_{iN} \leq DN$

(3) $x_j \geq 0$, ακέραιος, $i = 1, \dots, n_j$, $j = 1, \dots, N$

(4) Η αντικειμενική συνάρτηση (1) αντιπροσωπεύει το κόστος των πλακών που απαιτούνται για την παραγωγή όλων των αντικείμενων. Αν τα κριτήρια είναι τα ελάχιστα των αποβλήτων, στη συνέχεια, κάθε C_j στο $F(x_{11}, x_{21}, \dots)$ πρέπει να αντικατασταθεί από $L_j * W_j - \sum l_k * w_k * a_{ki}$, δηλαδή τα απόβλητα του i χαρακτήρα χρησιμοποιούν πινακίδα τύπου j . Ο περιορισμός (2) εγγυάται ότι όλα τα d_k παραγγελθέντα προϊόντα τύπου k παράγονται. Ο περιορισμός (3), τη διαθεσιμότητα του κάθε τύπου πλάκας j , $j = 1, \dots, N$, καθώς και ο περιορισμός (4) τις απαιτούμενες μεταβλητές απόφασης ως μη αρνητικούς ακέραιους. Σημειώστε ότι, εάν ο αριθμός των πιθανών μοντέλων είναι πολύ μεγάλος (της εταιρείας επίπλων, ο αριθμός αυτός μπορεί να είναι εκατοντάδες χιλιάδες, ή ακόμα και εκατομμύρια), το μοντέλο (1) - (4) είναι πολύ πιο διαφορετικό προς τη βέλτιστη λύση.

Οι Gilmore και Gomory (1961, 1965) εφάρμοσαν την μέθοδο simplex με μια διαδικασία στήλης παραγωγής για την επίλυση της LP-relaxation των εξισώσεων (1) - (4).

Αυτή η προσέγγιση έχει ευρέως χρησιμοποιηθεί για την επίλυση προβλημάτων κοπής σε διάφορες βιομηχανικές διεργασίες. Οι συνεισφορές σε αυτή τη μέθοδο έχουν την λύση του συνδυαστικού υπο

προβλήματος βελτιστοποίησης της παραγωγής μιας στήλης στο γραμμικό πρόγραμμα. Για να ξεκινήσει τη μέθοδο simplex, η τεχνητή μεταβλητή μπορεί να εφαρμοστεί και μια πρώτη βάση αποτελείται από τις στήλες της artificial μεταβλητής που συνδέεται με τον περιορισμό (2), μαζί με την χαλαρή μεταβλητή στήλης που συνδέεται με τον περιορισμό (3).

Η παραγωγική στήλη προέρχεται από την απλή παρατήρηση ότι οι στήλες του μοντέλου (1) - (4) μπορούν να δημιουργούνται διαδοχικά επαναλαμβανόμενες, αντί να αποθηκεύονται εκ των προτέρων. Ας π να είναι ο μονόδρομος πολλαπλασιαστής φορέας που συνδέεται με τον περιορισμό (2), και θ_j να είναι ο πολλαπλασιαστής που συνδέεται με τον j th περιορισμό στην εξίσωση (3), όπου $j = 1, \dots, N$. Το $(m + N) \times 1$ διάνυσμα (π, θ) , είναι ο πολλαπλασιαστής διανύσματος που αντιστοιχεί στην τρέχουσα κατάσταση. Στη συνέχεια, το σχετικό κόστος των μεταβλητών x_{ij} δίνεται από τον τύπο:

$$c_j - (\pi, \theta) (a_i^j) = C_j - \pi a_i^j - \theta_j, e^j$$

όπου e^j είναι ο $N \times 1$ διάνυσμα με 1 στο συστατικό j και 0 στα υπόλοιπα συστατικά στοιχεία [βλ. περιορισμούς (2) και (3)]. Η εφαρμογή των Dantzig κριτηρίων για να επιλέξετε μια στήλη για να εισέλθουν στην βάση (δηλαδή, η μεταβλητή με το χαμηλότερο κόστος), έχουμε:

$$\min \{ C_j - \pi a_i^j - \theta_j \}$$

(5)

Δεδομένου ότι οι a_i^j φορείς έχουν την ίδια νομοθεσία σε σχηματισμό (διότι αντιστοιχούν σε μοτίβα κοπής), προκύπτει ότι το πρόβλημα (5) αποτελείται από την επίλυση του υπο προβλήματος: μεγιστοποίηση πa_i^j τέτοιο ώστε a_i^j αντιστοιχεί σε μείωση μοτίβου για πλάκα $L_j \times W_j$.

(6)

Παρατηρήστε ότι το πρόβλημα (6) είναι ισοδύναμο με το πρόβλημα (5), διότι έχουμε υποτίθεται το κόστος πινακίδας τύπου j , C_j , να είναι ανεξάρτητο από το πώς το μοτίβο κόβεται. Αν τα κριτήρια είναι το ελάχιστο των αποβλήτων

$$(C_j \quad \mathbf{B} \quad L_j^* \quad W_j - \sum l_k^* w_k \quad * a_{kj}^{\wedge} j)$$

θα πρέπει απλώς να επαναπροσδιορίσουμε τον συντελεστή της αντικειμενικής συνάρτησης στην εξίσωση από:

$$p_k \quad \mathbf{B} \quad p_k - l_k^* \quad * \quad w_k$$

Αυτό ισχύει επειδή η λειτουργία των αποβλήτων είναι γραμμικά ορισμένη όσον αφορά τον αριθμό των στοιχείων του τύπου k . Στην ενότητα 3 θα συζητήσουμε κατηγορίες μοτίβων κοπής για τις οποίες το επιπλέον κόστος της διαδικασίας κοπής θα πρέπει να θεωρείται και οι δαπάνες αυτές να μην διαφέρουν γραμμικά με τον αριθμό των στοιχείων του μοτίβου. Το πρόβλημα (6) πρέπει επιλυθεί για κάθε τύπο πλάκας $j = 1, \dots, N$. Για κάθε j , έχουμε αποκτήσει ένα μοτίβο κοπής που αντιπροσωπεύεται από ένα διάνυσμα $a^{\wedge} j$.

$$\text{Αν } C_j - p_a^{\wedge} s - \theta_j = \min \{ C_j - p_a^{\wedge} s - \theta_j \} \geq 0$$

(7)

τότε η σημερινή βάση είναι η βέλτιστη και η LP-relaxation έχει λυθεί. Σε αντίθετη περίπτωση, $C_j - p_a^{\wedge} s - \theta_j < 0$ και η στήλη $(a^{\wedge} s^T \quad * \quad e^{\wedge} s^T)$ μπαίνει στην βάση. Η επιλογή της στήλης που θα εγκαταλείψουμε τη βάση ακολουθεί τα βήματα της μεθόδου simplex. Η διαδικασία αυτή είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για το πρόβλημα κοπής των επίπλων της εταιρείας, όπου οι απαιτήσεις d_k είναι επαρκώς μεγάλες (συνήθως της τάξης του εκατοντάδες ή χιλιάδες? δείτε τα παραδείγματα στο σημείο 4) και λίγα στοιχεία είναι που παράγονται σε κάθε σχέδιο (το πολύ δεκάδες αντικείμενα), έτσι ώστε η τιμή της βασικής μεταβλητής είναι μεγάλη και μια απλή στρογγυλοποίηση της παράγει ικανοποιητικά

αποτελέσματα. Ο ακέραιος μονοδιάστατων και δυσδιάστατων προβλημάτων κοπής μετοχών έχουν ληφθεί υπόψη στη βιβλιογραφία (π.χ. Haessler 1980, Βανς et al. 1994, Waescher και Gau 1996, Riehme et al. 1996), και διάφορα heuristics έχουν αναπτυχθεί για να βρεθεί ένας ακέραιος αριθμός λύσης, αντί της απλής στρογγυλοποίησης.

6.3 ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΜΟΤΙΒΟΥ

Ο φορέας μεταβλητής a^j του προβλήματος (6) αντιστοιχεί σε μια μείωση πρότυπου για την πλάκα $L \times W_j$ και, ως εκ τούτου, υπόκειται σε ένα σύνολο κανόνων από τη διαδικασία τεμαχισμού. Μερικές φορές η μαθηματική διατύπωση των περιορισμών που ορίζουν το εφικτό μοτίβο κοπής είναι μη τετριμμένη. Στην ενότητα αυτή εν συντομία επανεξετάζουμε πως το πρόβλημα (6) μπορεί να λυθεί για τις περιπτώσεις των δύο σταδίων και τριών σταδίων guillotine κοπής, και παρουσιάζουμε άλλον κανόνα κοπής που ονομάζεται μία ομάδα τέτοια που, αν και παράγει υψηλότερα επίπεδα των αποβλήτων, αυξάνει την κοπή της παραγωγικότητας διαδικασίας της εταιρείας επίπλων. Έχουμε αποδείξει ότι μία ομάδα μοτίβου μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ακέραιο μη-γραμμικό πρόγραμμα και παρουσιάζουμε απλά heuristics για την επίλυσή του με βάση τη διατύπωση αυτή. Για λόγους απλούστευσης, οι διαδικασίες που παρουσιάζονται εξετάζουν μόνο έναν τύπο πλάκας, π.χ. πλάκες μέγεθος $L \times W$ και το κόστος C . Αν έχουμε διαφορετικούς τύπους πλακών, η διαδικασία θα πρέπει να επαναλαμβάνεται για κάθε τύπο.

6.3.1. ΔΥΟ - ΣΤΑΔΙΑ ΜΟΤΙΒΟΥ ΚΟΠΗΣ

Στην εταιρεία επίπλων ο εξοπλισμός κοπής είναι σε θέση να παράγει μόνο guillotine cuts στις πλάκες. Μια κοπή θεωρείται τύπος guillotine εάν,

όταν εφαρμόζεται σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, παράγει δύο νέα ορθογώνια. Οι Gilmore και Gomory (1965) παρουσίασαν μια απλή και αποτελεσματική μέθοδο για να λύσουν το πρόβλημα (6), όταν το μοτίβο κοπής λαμβάνεται από τη λαιμητόμο περικοπή, το πολύ, σε δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο, παράλληλα διαμήκη guillotine cuts παράγονται στην πλάκα, χωρίς να κινείται η πλάκα, για να παράγει μια σειρά από ταινίες. Στο δεύτερο στάδιο, αυτές οι ταινίες ωθούνται, μία προς μία, και οι υπόλοιπες παράλληλες εγκάρσιες guillotine cuts φτιάχνονται από κάθε ταινία. Αν δεν υπάρχει ανάγκη για πρόσθετη περικοπή (δηλαδή όλα τα στοιχεία έχουν το ίδιο πλάτος σε κάθε ταινία), το πρότυπο ονομάζεται exact two-stage guillotine, αλλιώς, ονομάζεται non-exact.

Η μέθοδος που αναπτύχθηκε από τους Gilmore και Gomory (1965) για την παραγωγή σε δύο στάδια μοτίβου περιλαμβάνει δύο φάσεις. Στη πρώτη φάση, τα μοτίβα κοπής καθορίζονται για κάθε ταινία του μεγέθους

$(L, w_j), j \in D_w$ όπου $D_w = \{j \mid w_j \text{ διάφορο } w_i, I > j, i, j = 1, \dots, m\}$ είναι το σύνολο των διαφορετικών πλατών. Στη συνέχεια, η δεύτερη φάση αποφασίζει πόσες φορές κάθε ταινία θα πρέπει να χρησιμοποιείται. Σημειώστε ότι χρειαζόμαστε μόνο ένα μοτίβο κοπής για κάθε ταινία, αυτή που ορίζει την καλύτερη αξία για $\sum \pi_i \cdot \lambda_{ij}$ όπου λ_{ij} είναι ο αριθμός των στοιχείων του τύπου i σε μια λωρίδα τύπου j . Η διαδικασία δύο σταδίων για την μη ακριβή υπόθεση εν συντομία παρουσιάζεται παρακάτω:

Πρώτη φάση.

Ας $W_j = \{i \mid w_i \leq w_j, i = 1, \dots, m\}$ και $V_j, j \in D_w$ ορίζονται ως:

$$V_j = \max \sum \pi_i \cdot \lambda_{ij} \quad (8)$$

$$\sum \pi_i \cdot \lambda_{ij} \leq L \quad (9)$$

$$\lambda_{ij} \geq 0, \text{ ακέραιος}, i=1, \dots, m \quad (10)$$

Δεύτερη φάση.

Ας μ_j είναι ο αριθμός των τύπου j ταινίες στην πλάκα $j \in DW$. Τότε

$$\max \sum V_j * \mu_j \quad (11)$$

$$\sum w_j * \mu_j \leq W \quad (12)$$

$$\mu_i \geq 0, \text{ ακέραιος}, j \in DW \quad (13)$$

Η διαδικασία μπορεί εύκολα να προσαρμοστεί για να αντιμετωπίσει την ακριβή υπόθεση (εικόνα 1α) επανεξετάζοντας απλά την W_j της πρώτης φάσης ως $W_j = \{ i \mid w_i = w_j, i = 1, \dots, m \}$. Το μοτίβο κοπής που λαμβάνεται με τη λύση των εξισώσεων (6) - (8) και (9) - (11) δίνεται από:

$$a_1 = \sum \lambda_{1j} * \mu_j$$

$$a_2 = \sum \lambda_{2j} * \mu_j$$

.....

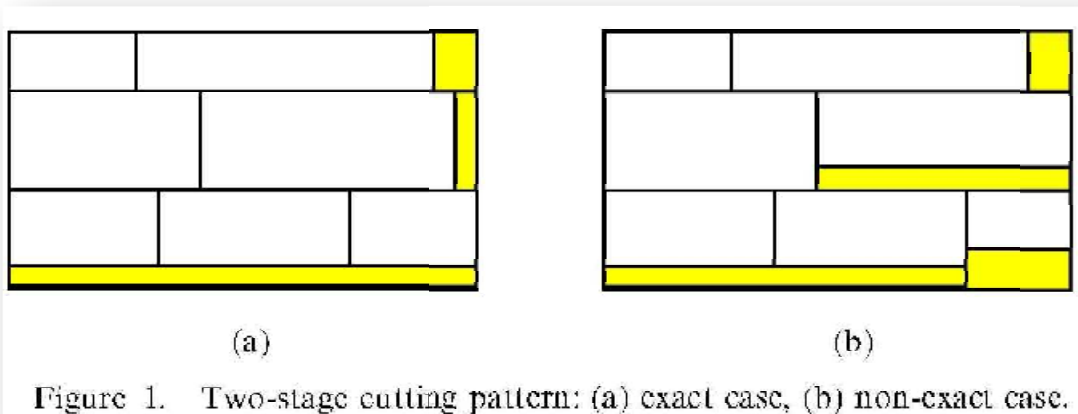


Figure 1. Two-stage cutting pattern: (a) exact case, (b) non-exact case.

$$a_m = \sum \lambda_{mj} * \mu_j$$

Ας m_w είναι ο αριθμός των στοιχείων του DW . Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το $m_w + 1$ knapsack πρόβλημα των εξισώσεων (8) - (10) και (11)- (13) παράγει το βέλτιστο μοτίβο για την πλάκα μεγέθους $L \times W$, λαμβάνοντας υπόψη τις περικοπές του πρώτου σταδίου τις παράλληλες των πλακών μήκους L (η βελτιστότητα προέρχεται από το γεγονός ότι οι ταινίες κόβονται ανεξάρτητα). Στο τμήμα 3.3 θεωρούμε το μοτίβο ενός ομίλου όπου οι ταινίες δεν είναι ανεξάρτητες). Η διαδικασία

πρέπει να επαναλαμβάνεται τώρα εξετάζοντας τις κοπές του πρώτου σταδίου τις παράλληλες των πλακών πλάτους W . Σημειώστε ότι αυτή η επανάληψη απαιτεί τη λύση άλλων $m L + 1$ knapsack προβλημάτων, όπου $m L$ είναι ο αριθμός των στοιχείων στη $DW = \{j | l_j \text{ διάφορο } l_i, i > j, i, i=1, \dots, m\}$. Τα μοτίβα κοπής θα πρέπει να προσδιορίζονται για κάθε είδος πλάκας, και το μοτίβο με το υψηλότερο σχετικό κόστος θα πρέπει να επιλέγεται (βλ. εξίσωση (7)).

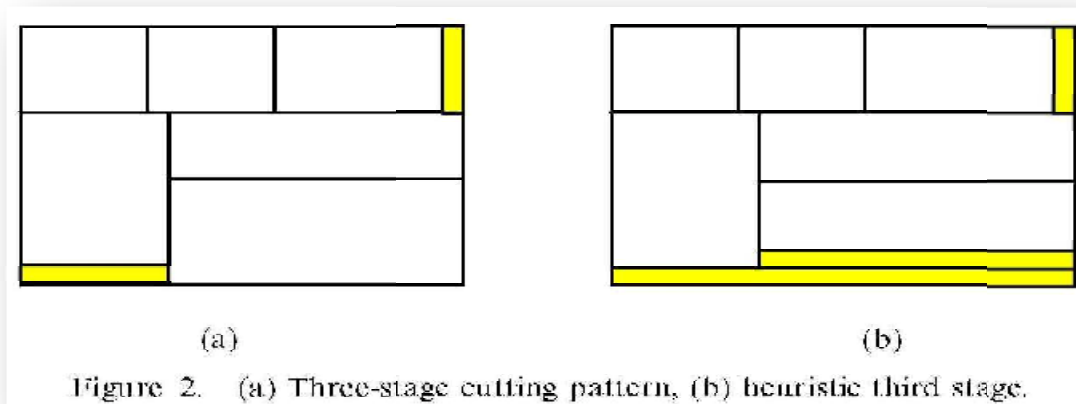
6.3.2. ΤΡΕΙΣ - ΦΑΣΕΙΣ ΜΟΤΙΒΟΥ ΚΟΠΗΣ

Ο εξοπλισμός κοπής της εταιρείας επίπλων είναι σε θέση να κόψει guillotine μοτίβα, το πολύ σε, τρία στάδια. Συγκεκριμένες προσεγγίσεις για τη δημιουργία τριών σταδίων μοτίβων κοπής μπορεί να βρεθούν, π.χ. σε Gilmore και Gomory (1965), και Beasley (1985).

Gilmore και Gomory (1965) συζήτησαν μια προσέγγιση με βάση την εφαρμογή της διαδικασίας σε δύο στάδια(8) - (14) σε κάθε λωρίδα του μεγέθους $L \times w$, $w \leq W$, όπου W είναι κάθε γραμμικός συνδυασμός των πλατών w_1, w_2, \dots, w_m (δηλ. $w = \sum a_i \cdot w_i$, $a_i \geq 0$, ακέραιος).

Ο Beasley (1985) παρουσίασε δυναμικούς τύπους προγραμματισμού με χώρους που αναφέρουν ότι εξαρτάται από το μέγεθος των συνόλων που αποτελείται από όλους τους γραμμικούς συνδυασμούς των μηκών l_1, l_2, \dots, l_m και το πλάτος των w_1, w_2, \dots, w_m σε $L \times W$ (κανονικό σετ). Είναι προφανές ότι τα μειονεκτήματα αυτών των προσεγγίσεων είναι ότι οι υπολογιστικές απαιτήσεις, ανάλογα με το μέγεθος του προβλήματος, μπορούν να είναι υπερβολικές. Στη συνέχεια παρουσιάζουμε ένα απλό heuristic που παράγει καλά αποτελέσματα για

την εταιρεία επίπλων (Morabito 1989) και πρακτικά συνεπάγεται την ίδια υπολογιστική προσπάθεια ως διαδικασία σε δύο στάδια.



Εξετάστε και πάλι την πρώτη φάση της διαδικασίας (8) - (14) για τη μη ακριβή υπόθεση, όπου στοιχεία τύπου $i \in W_j$ (δηλαδή i τέτοιο ώστε $w_i \leq w_j$) θα πρέπει να επιλέγονται και να είναι τοποθετημένα σε μία λωρίδα μεγέθους $L \times w_j$. Σημειώστε ότι, για κάθε θέση $i \in W_j$, μπορούμε να οργανώσουμε $\lfloor w_j / w_i \rfloor$ αντικείμενα σε όλο το πλάτος w_j της ταινίας (εικόνα 2β), αντί για ένα μόνο σημείο, όπως και στην αρχική διαδικασία. Έτσι, η heuristic αντικαθιστά π_i εξίσωση (8) από $\lfloor w_j / w_i \rfloor \pi_i$, και λ_{ij} στην εξίσωση (14) από $\lfloor w_j / w_i \rfloor \lambda_{ij}$ (όπου $\lfloor x \rfloor$ δηλώνει τον μεγαλύτερο ακέραιο μικρότερο ή ίσο με x). Το υπόλοιπο μέρος της διαδικασίας σε δύο στάδια παραμένει όπως και πριν.

6.3.3. ΜΙΑ ΟΜΑΔΑ ΜΟΤΙΒΟΥ ΚΟΠΗΣ

Λόγω των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών του μηχανήματος κοπής, τα one group guillotine patterns είναι εκείνα που απαιτούν το μικρότερο χρόνο επεξεργασίας. Αυτά τα μοτίβα ανήκουν σε μια ειδική κατηγορία δύο σταδίων μοτίβα στα οποία στο δεύτερο στάδιο κοπής εκτελούνται ταυτόχρονα οι ταινίες που προκύπτουν από το πρώτο στάδιο κοπής (Gilmore και Gomory 1965). Αυτό σημαίνει ότι το δεύτερο στάδιο κοπής παράγεται μαζί με το πρώτο στάδιο κοπής, χωρίς τη μετακίνηση των ταινιών και, με αυτόν τον τρόπο, σώζουμε χρόνο επεξεργασίας. Εδώ θεωρούμε μόνο την ακριβή περίπτωση όπου δεν υπάρχει ανάγκη για πρόσθετη περικοπή (εικόνα 3). Οι Gilmore και Gomory (1965) συζήτησαν επίσης p -group μοτίβα, $p > 1$, τα οποία είναι λιγότερο ενδιαφέρον για την εταιρεία επίπλων. Σημείωση ότι μία ομάδα μοτίβου μπορεί να μην είναι ομοιογενή (ένα μοτίβο είναι ομοιογενές, αν περιέχει μόνο τα στοιχεία του ίδιου τύπου), όπως φαίνεται στην εικόνα 3. Μια ομάδα μοτίβου μπορεί μαθηματικά να μοντελοποιείται ως εξής. Σημειώστε ότι, αν και είναι απλούστερη από two – stage μοτίβο, μια πρόσθετη δυσκολία εισάγεται επειδή οι ταινίες δεν μπορούν πια να κόβονται ανεξάρτητες. Αυτή η υπόθεση της ανεξαρτησίας ήταν απαραίτητη για την επικύρωση Gilmore και Gomory της αποσύνθεσης της μεθόδου.

Ας R_i να το παραγγείλει ορθογώνιο $l_i \times w_i$, $i = 1, \dots, m$. Εξετάστε $m \times m$ matrix $\Pi = (\pi_{ik})$, ορίζονται ως:

$$\pi_{ik} = \begin{cases} \pi_r & \text{αν } R_r = l_i \times w_k \\ 0 & \text{αλλιώς,} \end{cases}$$

Όπου π_r είναι ο απλός πολλαπλασιαστής που συνδέεται με την r th πίεση στην εξίσωση (2).

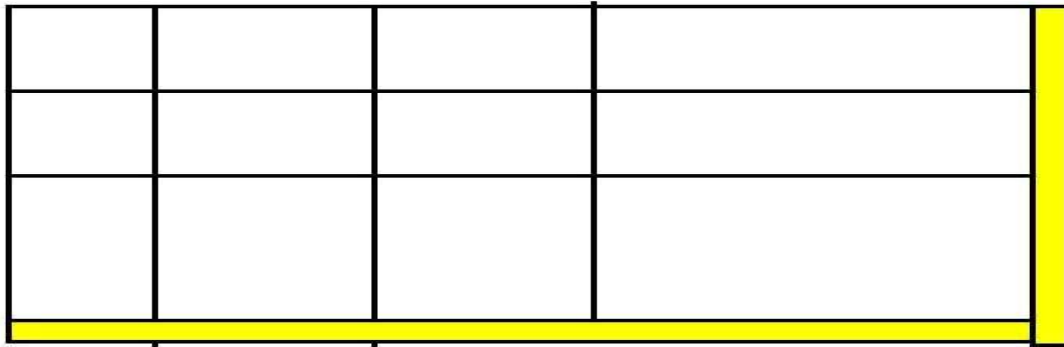


Figure 3. One-group cutting pattern.

Σημειώστε ότι $\pi_{ii} = \pi_i, i=1, \dots, m$. Για παράδειγμα, ας $R_1 = 1 \times 2$, $R_2 = 1 \times 3$ και $R_3 = 1 \times 4$. Τότε, $\pi_{11} = \pi_1$, $\pi_{12} = \pi_2$ ($R_2 = 1l_1 \times w_2$) και $\pi_{13} = \pi_3$ ($R_3 = 1l_1 \times w_3$). Με άλλα λόγια, τα μη μηδενικά στοιχεία της i th γραμμής του πίνακα Π , αντιστοιχούν σε αντικείμενα με το ίδιο l_i μήκος, καθώς και τα μη μηδενικά στοιχεία της k στήλης αντιστοιχούν με θέματα του ίδιου πλάτους w_k .

Οι μεταβλητές που ορίζουν one-group μοτίβο είναι οι εξής:

$l_i =$ ο αριθμός των φορών που η l_i μήκος κόβεται

$\mu_k =$ ο αριθμός των φορών που η w_k πλάτος κοπής

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι το προϊόν $l_i * \mu_k$ ορίζει τον αριθμό των στοιχείων μεγέθους $l_i \times w_k$ στο μοτίβο (βλέπε σχήμα 3). Έτσι, οι τάσεις μίας ομάδας με το χαμηλότερο κόστος λαμβάνεται με την επίλυση των παρακάτω ακέραιων τετραγωνικών προγραμμάτων:

$$\text{Maximize } \sum \pi_{ik} * l_i * \mu_k \quad (15)$$

$$\text{Subject to: } \sum l_i * l_i \leq L \quad (16)$$

$$\sum w_k * \mu_k \leq W \quad (17)$$

$$l_i \geq 0, \quad \mu_k \geq 0, \quad \text{ακέραιος}, \quad i, \quad k = 1, \dots, m \quad (18)$$

Η heuristic λύση του προβλήματος (15) - (18) μπορεί να αποκτηθεί καθορίζοντας $\mu_k, k=1, \dots, m$ (ή $l_i, i=1, \dots, m$) και λύνοντας το, να προκύπτει το knapsack πρόβλημα. Συγκεκριμένα, μια απλή heuristic λύση δίνεται από τον τύπο (βλέπε παράγραφο 4 για υπολογιστική

αποτελέσματα):

$$M_j = [W/w_j], \mu_k = 0, k=1, \dots, m, k \text{ διάφορο } j, \text{ για κάθε } j \in Dw \quad (19)$$

Με άλλα λόγια, η ταινία $L \times w_j$ επαναλαμβάνεται μ_j φορές. Με μ διάνυσμα σταθερό, μπορούμε να καθορίσουμε λ διάνυσμα, το οποίο ορίζει το μοτίβο της ταινίας $L \times w_j$. Σημειώστε ότι, λόγω της παραπάνω επιλογής, συνάγεται ότι $\lambda_i^* \mu_k = 0$ για k διάφορο του μηδενός, γιατί π_{ij} διάφορο του μηδενός 0 αν και μόνο αν $i \in W_j$ (στοιχεία της ίδιας ταινίας w_j), η αντικειμενική συνάρτηση (14) μπορεί να ξαναγραφτεί ως:

$$[W/w_j] \sum \pi_{ij}^* \lambda_i = [W/w_j] \sum \pi_i^* \lambda_i. \quad (20)$$

Επιπλέον, χωρίς βλάβη της γενικότητας, μπορούμε να ορίσουμε $\lambda_p = 0$ για όλα τα p που δεν ανήκουν στο W_j . Ως εκ τούτου, ο περιορισμός στην εξίσωση

$$(16) \text{ γίνεται: } \sum \lambda_i^* \lambda_i \leq L \quad (21)$$

Εν περιλήψει, καθορίζοντας μ σύμφωνα με την εξίσωση (19), παίρνουμε το πρόβλημα στις εξισώσεις (8) - (10), δηλαδή: $V_j = \text{maximize } \sum \pi_i^* \lambda_i, \text{ s.t.: } \sum \lambda_i^* \lambda_i \leq L, \lambda_i \geq 0, \text{ ακέραιος, } i=1, \dots, m$ και η λύση της εξίσωσης (19) αντιστοιχεί στην ομογενούς λύση των εξισώσεων (11) - (13).

Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία αυτή για κάθε $j \in Dw$ και επιλέγοντας την καλύτερη λύση μεταξύ τους, έχουμε μια ευρετική διαδικασία για την επίλυση των προβλημάτων (15) - (18):

$$\text{Max } j \in Dw \{ [W/w_j] V_j \}, \quad (22)$$

Σημειώστε ότι, με αυτόν τον τρόπο, εμείς επιλέγουμε τα πολυτιμότερα μοτίβα μεταξύ όλων των μοτίβων που αποτελούνται από ταινίες του ίδιου τύπου $(L, w_j), j \in \{2, \dots, Dw\}$. Επίσης, μπορούμε να ορίσουμε το διάνυσμα λ : $\lambda_j = [L/l_j], \lambda_i = 0, i=1, \dots, m, i \text{ διάφορο } j, \text{ για κάθε } j \in DL$

$$(23) \quad \text{και τότε, έχουμε}$$

μια άλλη heuristic για την επίλυση προβλημάτων (15) - (18):

$$\text{Max } \sum_j \varepsilon_j \text{DL} \{ [L/ l_j] V_j \}, \quad (24)$$

όπου $V_j = \text{maximize } \sum \mu_k^* \text{ με } s.t.: \sum w_k^* \mu_k \leq W, \mu_k \geq 0, \text{ ακέραιος, } k=1, \dots, m$
 $L_j = \{k \text{ τέτοιο } \text{ ώστε } w_k = w_j\}.$

6.3.4. ΣΤΑΘΕΡΟ ΚΟΣΤΟΣ ΜΟΤΙΒΟΥ, ΣΗΜΕΙΟ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ ΚΑΙ SAW ΠΑΧΟΣ

Στην αντικειμενική συνάρτηση (1) έχουμε υπόψη ότι ο συντελεστής C_j της μεταβλητής x_{ij} (αριθμός πινακίδων του τύπου j χρησιμοποιώντας το σχήμα i) είναι ανεξάρτητος του τρόπου διεξαγωγής i . Επειδή η μία ομάδα μοτίβου είναι εκείνη που απαιτεί το συντομότερο χρόνο επεξεργασίας, ένας απλός προσεγγιστικός τρόπος περιγραφής του κόστους κοπής ενός πιο σύνθετου μοτίβου είναι να αυξήσουμε το κόστος της πλάκας, π.χ. να προσθέσουμε στο C_j το σταθερό κόστος i που συνδέεται με τον πρόσθετο χρόνο που απαιτείται για την επεξεργασία του μοτίβου i . Ο συντελεστής x_{ij} στην αντικειμενική συνάρτηση (1) γίνεται:

$$C_{ij} = \{C_j + d_i \text{ εάν } I \text{ δεν είναι 1-group μοτίβο } C_j \text{ διαφορετικά}\} \quad (25)$$

Στη συνέχεια, σε κάθε επανάληψη simplex, ψάχνουμε πρώτα για ένα μοτίβο ενός ομίλου με αρνητικό σχετικό κόστος που να εισαγάγετε στη βάση [δηλαδή πρόβλημα (6) λύνεται με την προϋπόθεση ότι a_j αντιστοιχεί σε ένα μοτίβο ενός ομίλου]. Αν η κατάσταση (7) επαληθεύεται, τότε ψάχνουμε για ένα non- one- stage μοτίβο [δηλ. πρόβλημα (6) έχει λυθεί για την ακριβή και μη ακριβή σε δύο στάδια και τριών σταδίων μοτίβα]. Σε αυτή την περίπτωση, η δοκιμή βέλτιστου (7) θα πρέπει να αλλάξει λαμβάνοντας υπόψη την εξίσωση (25) . Μέχρι στιγμής έχουμε υπόψη ότι τα αντικείμενα κόβονται με σταθερό προσανατολισμό, δηλαδή υποτίθεται ότι δεν έχουμε αντικείμενα που

μπορούν να περιστραφούν κατά 90 μοίρες και να τοποθετηθούν εντός του μοτίβου. Παρ' όλα αυτά, στην εταιρεία επίπλων, μπορούμε να έχουμε μέρος των στοιχείων με σταθερό προσανατολισμό και μέρος αυτών χωρίς. Στην περίπτωση αυτή, αρκεί να εξεταστούν οι εξισώσεις (8) - (10) κάθε στοιχείου τύπου I χωρίς σταθερό προσανατολισμό ως δύο διαφορετικούς τύπους μεγεθών $l_i \times w_i$ και $w_i \times l_i$, αντίστοιχα (σημειώστε ότι τα σύνολα DW και DL θα πρέπει να επανεξεταστούν). Επιπλέον, η ποσότητα των αντικειμένων i (είτε $l_i \times w_i$ είτε $w_i \times l_i$) του μοτίβου θα πρέπει να συνθέτει την i th συνιστώσα του φορέα a στην εξίσωση (14).

Για παράδειγμα, υποθέσουμε ότι το σημείο τύπου 1 δεν έχει σταθερό προσανατολισμό, και εξετάζουμε ένα νέο τύπο στοιχείου $(m+1)$, με $l_{m+1} = w_1$ και $w_{m+1} = l_1$. Ο συντονισμός a_1 στην εξίσωση (14) θα πρέπει να υπολογίζεται από:

$$a_1 = \sum_j (\lambda_{1j} + \lambda_{m+1j}) \mu_j.$$

Υποτίθεται επίσης, ότι μέχρι σήμερα μπορεί το πάχος του μηχανήματος κοπής να αγνοείται. Χωρίς να έχουμε απώλεια της γενικότητας, εξετάζουμε το πάχος απλά, προσθέτοντας το στο μέγεθος των πλακών των αποθεμάτων και των στοιχείων, όταν επιλύουμε τα προβλήματα (8) - (10) και (11) - (13). Για παράδειγμα, τα νέα μεγέθη των πινακίδων και τα στοιχεία του τύπου i θα πρέπει να είναι $(L + \sigma) \times (W + \sigma)$ και $(l_i + \sigma) \times (w_i + \sigma)$, όπου σ είναι το πάχος του πριονιού (Gilmore και Gomory 1965).

6.4. ΜΟΝΤΕΛΟ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ 1 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Στην ενότητα αυτή θα συζητήσουμε μερικές λεπτομέρειες σχετικά με την υπολογιστική υλοποίηση του μοντέλου των τμημάτων 2 και 3, και θα αναλύσουμε τα υπολογιστικά αποτελέσματα που προκύπτουν από

τα παραδείγματα της εταιρείας επίπλων. Συγκρίνουμε τα κριτήρια των ελάχιστων αποβλήτων και του ελάχιστου κόστους, και αναλύουμε το trade-off μεταξύ των δύο σταδίων και τριών σταδίων κοπής μοτίβου, και μεταξύ one-group και non- one- group μοτίβου κοπής. Για την επίλυση της LP-relaxation του μοντέλου (1) - (4), θα εφαρμόσουμε τον simplex αλγόριθμο με τη διαδικασία παραγωγής στήλης που περιγράφεται στην παράγραφο 3. Για τη φάση 1 της simplex, έχουμε δημιουργήσει αρχικές βασικές λύσεις όπως αναφέρθηκε στο τμήμα 2.

Τα γραμμικά συστήματα που συμμετέχουν στον αλγόριθμο simplex λύθηκαν εφαρμόζοντας την μέθοδο εξάλειψης Gauss με μερική σπαστή (τα μεγέθη των εν λόγω συστημάτων για την εταιρεία επίπλων ήταν της τάξης των δεκάδων). Τέλος, τα προβλήματα knapsack (8) - (10) και (11) - (13) είχαν αντιμετωπιστεί από τη λεξικογραφική μέθοδο που περιγράφεται από τους Gilmore και Gomory (1963).

Οι Gilmore και Gomory (1963) συνιστούν την χρήση μιας στάσης κριτηρίων (cut ff) για τη διακοπή του αλγορίθμου simplex σε περιπτώσεις όπου, μετά από μερικές επαναλήψεις, οι βελτιώσεις στην αντικειμενική συνάρτηση είναι ασήμαντες. Στην παρούσα εργασία θα υλοποιηθούν τα κριτήρια της διακοπής της μεθόδου simplex, εάν οι τελευταίες 10 επαναλήψεις δεν μειώνουν την αξία της αντικειμενικής συνάρτησης από, τουλάχιστον, 0,1%. Οι εφαρμογές αυτές κωδικοποιούνται στη γλώσσα Pascal (Turbo-Pascal 5.5) και τα υπολογιστικά αποτελέσματα των επόμενων πινάκων είχαν παραχθεί από Pentium 100 μικροϋπολογιστή. Η ανοχή του 10^{-6} θεωρήθηκε, για κινητής υποδιαστολής λάθη.

6.4.1. ΕΛΑΧΙΣΤΑ ΑΠΟΒΛΗΤΑ ΕΝΑΝΤΙ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ

Εξετάστε το παράδειγμα των πινάκων 1 και 2. Παρουσιάζονται τα στοιχεία για τις αποθεματικές πλάκες στον πίνακα 1. Στην πραγματικότητα, οι τύποι πλάκας 1, 2 και 3, δεν ήταν διαθέσιμοι στην εταιρεία αποθέματος κατά τη στιγμή του προγραμματισμού της παραγωγής, αλλά θα μπορούσαν να παρασχεθούν σε σύντομο χρονικό διάστημα με έκπτωση 10% σε σύγκριση με το κόστος των τύπων πλάκας 4 και 5 (σημειώστε στην τελευταία στήλη του πίνακα 1 ότι οι πινακίδες έχουν διαφορετικό κόστος ανά μονάδα επιφάνειας).

Type j	$L_j(m)$	$W_j(m)$	D_j	$C_j (\$)$	$C_j/L_jW_j (\$/m^2)$
1	1.220	2.750	975	3.3550	1.00
2	1.220	3.050	2872	3.7210	1.00
3	1.700	2.100	2305	3.5700	1.00
4	1.830	2.750	391	5.5917	1.11
5	2.130	2.440	3452	5.7747	1.11
Total			9995		

Table 1. Data of the $N = 5$ types of stock plates.

Ο πίνακας 2 παρουσιάζει τα στοιχεία για τα παραγγελθέντα προϊόντα. Τα στοιχεία δεν έχουν σταθερό προσανατολισμό (δηλαδή μπορούν να περιστρέφονται κατά 90 μοίρες) και το πάχος πριονιού είναι $\sigma = 0,004$ m.

Type k	$l_k(m)$	$w_k(m)$	d_k
1	0,454	2,130	4321
2	0,454	2,060	713
3	0,256	1,425	735
4	0,390	1,425	735
5	0,454	1,342	1447
6	0,454	0,636	1034
7	0,484	1,352	1050
8	0,666	1,440	2030
9	0,345	0,610	1384
10	0,351	1,187	4410
11	0,405	0,698	2940
12	0,341	0,780	5066
13	0,395	1,585	735
14	0,415	1,675	735
15	0,384	0,551	368
16	0,454	1,105	803
17	0,454	0,778	751
18	0,338	0,431	1280
19	0,454	1,578	1156
20	0,454	0,674	550
21	0,680	0,803	630
22	0,322	0,485	7308
23	0,322	1,445	5040
24	0,328	0,670	2376
25	0,205	1,368	630
Total			48 227

Table 2. Data of the $m = 25$ types of ordered items.

Στον πίνακα 3 συγκρίνονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τα δύο κριτήρια: το ελάχιστο των αποβλήτων και το ελάχιστο κόστος (βλέπε ενότητα 3.1), λαμβάνοντας υπόψη μόνο μη ακριβή, σε δύο στάδια πρότυπα κοπής (8) - (14). Όλες οι τιμές του πίνακα αντιστοιχούν στην απλή στρογγυλοποίηση της βέλτιστης λύσης της LP-relaxation των προβλημάτων (1) - (4) [υπενθυμίσουμε ότι η μεταβλητές (1) - (4) είναι ακέραιοι αριθμοί]. Για παράδειγμα, τα ελάχιστα απόβλητα και οι ελάχιστες τιμές κόστους βρέθηκαν με τη μέθοδο simplex και ήταν 501.3m² (ήτοι 2,32%) και \$ 22 597,77, αντίστοιχα. Μετά τη μεταβλητή στρογγυλοποίησης, οι τιμές αυτές άλλαξαν σε 501.4m² (2,32%) και \$ 22

598.07 (πίνακας 3), δηλαδή αποκλίσεις μικρότερες από 10,3 σε σχέση με την αξία της βέλτιστης relaxed λύσης .

R. Morabito and M. Arenales

	Minimum waste solution	Minimum cost solution
Total waste (m ²)	501.4 (2.32%)	1100.6 (4.96%)
Total cost (\$)	23 652.84	22 598.07
Number of plates cut	4413	5836
Area of plates cut (m ²)	21 572.3	22 173.3
Number of items produced	48 228	48 230
Area of items produced (m ²)	21 071.0	21 072.7
Number of patterns used	26	27
Number of iterations	218	184
Total runtime (min)	0.5	0.4

Table 3. Comparison between the minimum waste and minimum cost solutions.

Η μεγαλύτερη διακύμανση του σημείου των απαιτήσεων είναι 0,3% (πράγματι, από τη σημείωση του πίνακα 3 και οι δύο λύσεις παράγουν 48 228 και 48 230 αντικείμενα, αντίστοιχα, τα οποία είναι πολύ κοντά στις αρχικές απαιτήσεις των τιμών 48 227 τεμαχίων).

Type <i>j</i>	Minimum waste solution		Minimum cost solution	
	Utilization	Cost (\$)	Utilization	Cost (\$)
1	0	0	640	2147.20
2	0	0	2143	7974.10
3	798	2848.86	2305	8228.85
4	391	2186.35	391	2186.35
5	3224	18 617.63	357	2061.57
Total	4413	23 652.84	5836	22 598.07

Table 4. Utilization of stock plates in the minimum waste and minimum cost solutions

Στον πίνακα 4 τα στοιχεία του αποθέματος πινακίδας χρησιμοποιούνται στην ελάχιστη αποβλήτων και στο ελάχιστο κόστος λύσης. Παρατηρήστε ότι οι λύσεις είναι αρκετά διαφορετικές σε σχέση με τη χρησιμοποίηση τύπων πλάκας. Για παράδειγμα, το ελάχιστο κόστος λύσης αξιοποιεί όλα τα είδη πλακών, συγκεκριμένα, όλες οι διαθέσιμες πλάκες των τύπων 3 και 4 (συγκρίνετε τους πίνακες 1 και 4).

Από την άλλη αντίθετα, η λύση των ελάχιστων αποβλήτων χρησιμοποιεί μόνο πλάκες των τύπων 3, 4 και 5, ιδίως, όλες οι διαθέσιμες πλάκες του τύπου 4. Οι λύσεις αυτές μπορούν να είναι χρήσιμες για την υποστήριξη των αποφάσεων για τη διαχείριση των αποθεμάτων και την επανεξέταση των πολιτικών που εγκρίθηκαν στις απογραφές. Στην πραγματικότητα, μετά την εφαρμογή του μοντέλου της εταιρείας, ο διευθυντής παραγωγής ανέφερε ότι το μοντέλο αυτό χρησιμοποιείται επίσης για να βοηθήσει στη διαδικασία της απόκτησης πλακών αποθεμάτων.

Αξίζει να σημειωθεί ότι για αυτό το παράδειγμα, κάθε βάση αποτελείται από 30 στήλες (δηλαδή χρησιμοποιούνται $m + N$ γραμμικά ανεξάρτητες στήλες), δηλαδή το πολύ 30 μοτίβα κοπής. Η ελάχιστη λύση αποβλήτων χρησιμοποιεί μόνο 26 μοτίβα, ενώ το ελάχιστο κόστος λύσης απαιτεί 27 μοτίβα. Οι υπόλοιπες βασικές στήλες αντιστοιχούν στις στήλες με τις βασικές relaxed μεταβλητές. Για παράδειγμα, για το ελάχιστο κόστος λύσης, οι άλλες τρεις στήλες αντιστοιχούν στις relaxed μεταβλητές που συνδέονται με τη διαθεσιμότητα των περιορισμών των τύπων πινακίδας 1, 2 και 5 (συγκρίνετε τους πίνακες 1 και 4).

6.4.2. TRADE- OFF ΜΕΤΑΞΥ ΔΥΟ ΚΑΙ ΤΡΙΩΝ ΣΤΑΔΙΩΝ ΜΟΤΙΒΟΥ ΚΟΠΗΣ

Το τρίτο στάδιο κοπής μειώνει την παραγωγικότητα του εξοπλισμού λόγω του επιπλέον χρόνου επεξεργασίας. Λαμβάνοντας

υπόψη ότι, από τη μία πλευρά, ο εξοπλισμός κοπής είναι μια δυσχέρεια παραγωγής και, από την άλλη πλευρά, το κόστος των υλικών αποβλήτων είναι σημαντικό στην εταιρεία επίπλων, μια ενδιαφέρουσα trade-off είναι να επιλέξουμε μεταξύ των εύκολων μοτίβων κοπής, π.χ. σε δύο στάδια, τα οποία εξοικονομούν χρόνο επεξεργασίας, και τριών σταδίων πρότυπα που μπορούν να σώσουν τα άχρηστα υλικά. Για να φανεί αυτό το trade-off, λύσαμε το παράδειγμα της ενότητας 4.1 με τα κριτήρια ελάχιστων αποβλήτων τόσο για τα ακριβές δύο σταδίων και τριών σταδίων μοτίβα κοπής. Ο πίνακας 5 συγκρίνει τα επιτευχθέντα αποτελέσματα.

Παρόμοια με τον πίνακα 3, όλες οι τιμές του πίνακα αντιστοιχούν στην απλή στρογγυλοποίηση της χαλαρής βέλτιστης λύσης που λαμβάνεται με την Μέθοδος Simplex. Για παράδειγμα, οι ελάχιστες τιμές των αποβλήτων που βρέθηκαν για τις δύο περιπτώσεις ήταν 826,8 m² (3,78%) και 474.7m (2,20%), αντίστοιχα. Μετά την στρογγυλοποίηση της μεταβλητές, οι τιμές αυτές άλλαξαν σε 827.3m² (3,78%) και 474.7m² (2,20%, βλέπε πίνακα 5), δηλαδή αποκλίσεις κάτω του 10,3 από relaxed βέλτιστη λύση. Η μεγαλύτερο διακύμανση του στοιχείου της ζήτησης ήταν 0,8%. (Σημείωση ότι στον πίνακα 3, οι δύο λύσεις παραγωγής είναι 48 253 και 48 227 αντικείμενα, αντίστοιχα, τα οποία είναι πολύ κοντά στην αρχική απαίτηση αξίας 48 227.)

	Exact two-stage solution	Three-stage solution
Total waste (m ²)	827.3 (3.78%)	474.7 (2.20%)
Number of plates cut	4599	4379
Area of the plates cut (m ²)	21 911.0	21 545.8
Number of items produced	48 253	48 227
Area of the items produced (m ²)	21 083.7	21 071.2
Number of patterns used	26	26
Number of iterations	127	168
Total runtime (min)	0.1	0.6

Table 5. Comparison between the exact two-stage and three-stage minimum waste solutions

Στον πίνακα 6 τα αποθέματα πλακών χρησιμοποιούν ακριβείς δύο και τριών σταδίων λύσεις.

Type j	Exact two-stage solution	Three-stage solution
1	53	0
2	314	165
3	839	556
4	391	391
5	3001	3267
Total	4599	4379

Table 6. Utilization of stock plates in the exact two-stage and three-stage solutions.

Όπως ήταν αναμενόμενο, η ακριβής λύση των δύο σταδίων (3,78%), οδηγεί σε αύξηση των αποβλήτων από την μη ακριβή λύση δύο σταδίων (2,32%, πίνακες 3 και 5).

Από την άλλη πλευρά, το τρίτο στάδιο λύσης (2,20%), αποδίδει χαμηλότερα απόβλητα. Εκτιμώντας τον χρόνο διεκπεραίωσης των δύο σταδίων (ακριβής και μη ακριβής) και τριών σταδίων μοτίβα, ο σχεδιαστής παραγωγής μπορεί να επιλέξει την καλύτερη λύση, λαμβάνοντας υπόψη τα οφέλη της μείωσης των απορριμμάτων και της αύξησης της παραγωγικότητας κατά τη διαδικασία τεμαχισμού. Εναλλακτικά, αυτός ή αυτή μπορεί να προσθέσει στην πλάκα κόστους ένα εκτιμώμενο κόστος, ανάλογο προς το επιπλέον χρόνο επεξεργασίας των τριών σταδίων κοπής όσον αφορά τα δύο στάδια, και να επιλέξει το ελάχιστο μοντέλα κόστους, όπως στο τμήμα 3.3. Η ιδέα αυτή εξετάζεται παρακάτω.

6.4.3. TRADE – OFF ΜΕΤΑΞΥ ΜΙΑΣ ΚΑΙ ΚΑΜΙΑΣ ΟΜΑΔΑΣ ΜΟΤΙΒΟΥ ΚΟΠΗΣ

Για να φανεί το trade Off μεταξύ one group και non- one –group μοτίβων, ας εξετάσουμε ένα άλλο παράδειγμα που προέρχεται από την εταιρεία επίπλων. Πλάκες μεγέθους 1,850 x 3,670 m θα πρέπει να χρησιμοποιούνται για την παραγωγή όλων των στοιχείων του πίνακα 7.

Όπως και στο παράδειγμα των πινάκων 1 και 2, υποθέτουμε ότι τα στοιχεία δεν έχουν κανένα σταθερό προσανατολισμό (δηλαδή να μπορούν να περιστρέφεται 90 μοίρες) και το πάχος πριονιού είναι 0,004 m. Για την ευκολία της παρουσίασης, ας υποθέσουμε ότι το μοναδιαίο κόστος των πινακίδων είναι \$ 1 και είναι ένας επαρκής αριθμός αυτών των πινακίδων να προσκομίσει όλα τα στοιχεία. Για να αποφευχθεί η τοπική διαταραχή λόγω της μεταβλητής στρογγυλοποίησης, η ανάλυσή

μας επικεντρώνεται στην χαλαρή επίλυση των προβλημάτων (1) - (4), η οποία παράγει ακριβώς 13 227 σημεία (πίνακας 7). Ο πίνακας 8 παρουσιάζει τα αποτελέσματα που επιτεύχθηκαν με τη διαφοροποίηση του σταθερού κόστους στην εξίσωση (25) από \$ 0,00 έως \$ 0.15 (δηλαδή από 0% έως 15% της αξίας της πλάκας). Για λόγους απλούστευσης, τα αποτελέσματα παράγονται λαμβάνοντας υπόψη τα non- one- group μοτίβα ως non- exact two- stage μοτίβα.

Σημειώστε στον πίνακα 8, ότι, καθώς αυξάνουμε το σταθερό κόστος (πρώτη στήλη του πίνακα 8), η ποσοστό των πλακών με non-one-group μοτίβο μειώνεται (τελευταία στήλη), ακολουθώντας μια αύξηση των waste υλικών (τρίτη και τέταρτη στήλη).

Type k	$h_k (m)$	$w_k (m)$	d_k
1	0.274	0.609	630
2	0.274	0.380	1260
3	0.330	0.425	630
4	0.361	0.650	630
5	0.270	0.348	315
6	0.270	0.705	893
7	0.328	0.718	2520
8	0.300	0.705	90
9	0.330	0.465	4410
10	0.330	0.480	315
11	0.330	0.465	630
12	0.250	1.956	112
13	0.302	0.674	118
14	0.270	0.674	181
15	0.270	0.636	493
Total			13 227

Table 7. Data of the $m = 15$ types of ordered items.

Fixed cost (\$)	Total minimum cost (\$)	Waste material (m ²)	Percentage waste (%)	Number of plates cut	Proportion of non-one-group patterns (%)
0.00	348.71	63.3	2.67	348.7	93.4
0.01	351.73	64.0	2.70	348.8	83.7
0.02	354.68	66.3	2.80	349.1	77.7
0.03	357.19	71.3	3.00	349.9	69.4
0.05	361.30	96.2	4.01	353.6	43.4
0.10	363.64	153.8	6.26	362.0	4.4
≥ 0.15	364.29	169.1	6.84	364.3	0.0

Table 8. Solutions obtained for different values of the fixed cost of non-one-group patterns.

Συγκεκριμένα, εάν το σταθερό κόστος είναι 0,02 δολάρια, δηλαδή η αξία αντιστοιχεί στο 2% της πινακίδας αξίας, το κόστος της ελάχιστης λύσης αποβλήτων (τελευταία στήλη του πίνακα 8) αυξάνεται από 348,71 δολάρια για 355,22 δολάρια, δηλαδή αύξηση κατά 6,51 δολάρια (δεδομένου ότι 93,4% των μοντέλων είναι non-one-group). Από την άλλη πλευρά, το ελάχιστο κόστος λύσης είναι 354,68 δολάρια (τρίτη γραμμή του Πίνακα 8). Η αύξηση του ποσοστού των αποβλήτων είναι μικρή (από 2,67% σε 2,80%, ή μόνο 0,13%, συγκρίνουν την πρώτη και την τρίτη γραμμή) σε σύγκριση με τα ελάχιστα απόβλητα λύσης. Σε αυτή την περίπτωση, σημειώνουν ότι το ποσοστό των πλακών με μία ομάδα μοτίβου μειώνεται από 93,4% σε 77,7%, αλλά ο συνολικός αριθμός των πλακών κοπής παραμένει σχεδόν ο ίδιος. Αν το σταθερό κόστος είναι μεγαλύτερο ή ίσο με 0,15 δολάρια (τελευταία γραμμή του πίνακα 8), τότε είναι καλύτερα να κόψουμε όλες τις πλάκες με μια ομάδα μοτίβου.

Τα στοιχεία του πίνακα 8 μπορεί να είναι πολύ χρήσιμα για έναν διευθυντή παραγωγής που χρειάζεται να καθορίσει το καλύτερο σύνολο των μοτίβων κοπής, λαμβάνοντας υπόψη trade off μεταξύ της οικονομία του υλικού (σχέδια με χαμηλότερα επίπεδα των αποβλήτων) και τα ωφέλει της αύξηση της παραγωγικότητας της διαδικασίας (απλούστερη μοτίβα, π.χ. μια ομάδα) και, με αυτόν τον τρόπο, την μείωση των υπερωριών, αποφεύγοντας επιπλέον βάρδιες, ικανοποιώντας τις προβλεπόμενες ημερομηνίες, κλπ. Το σχήμα 4 απεικονίζει μία trade off καμπύλη για το παραπάνω παράδειγμα (τέταρτη και έκτη στήλη του πίνακα 8).

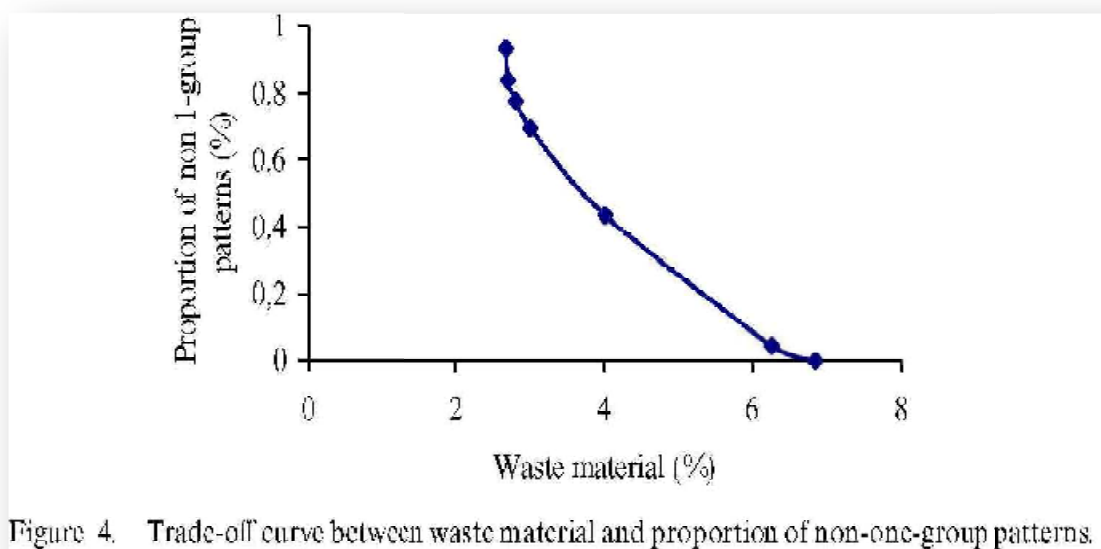


Figure 4. Trade-off curve between waste material and proportion of non-one-group patterns.

6.5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ ΓΙΑ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

Σε αυτή την εργασία αναλύθηκαν πρακτικές πτυχές της εφαρμογής ενός μοτίβου κοπής αποθέματος σε μια βραζιλιάνικη εταιρεία επίπλων. Το μοντέλο βασίστηκε στην κλασική προσέγγιση του Gilmore και Gomory (1965), το οποίο συνδυάζει ένα γραμμικό πρόγραμμα και μια παραγωγική διαδικασία στήλης.

Διαφορετικοί κανόνες για την παραγωγή ενός μοτίβου κοπής ήταν να μελετηθούν στα πλαίσια των εναλλακτικών αντικειμενικών συναρτήσεων.

Μία trade off καμπύλη απεικονίζεται και δείχνει την διακύμανση των αποβλήτων, καθώς η αναλογία one- group μοτίβου κοπής αυξάνεται ώστε να βελτιώσει της παραγωγικότητας του μηχανήματος κοπής. Πέραν του ότι είναι χρήσιμο για τον προγραμματισμό της παραγωγής διαδικασίας κοπής, το μοντέλο μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για την εξαγωγή μιας πολιτικής απογραφής για τα αποθέματα πλακών.

Το πρόβλημα κοπής αποθέματος είναι μέρος του προγραμματισμού της παραγωγής της εταιρείας και η λύση του μοντέλου (1) – (4) παράγει ένα σύνολο μοτίβων κοπής το οποίο δεν μπορεί πάντα να κόβεται σε οποιαδήποτε σειρά, καθώς τα στοιχεία που λαμβάνονται πρέπει να ομαδοποιούνται για την παραγωγή των προϊόντων και μπορεί να υπάρχουν περιορισμοί για το έργο της διαδικασίας και διαφορετικά προϊόντα λόγω ημερομηνίας λήξης. Η αλληλουχία μοτίβου έχει μελετηθεί σε λογοτεχνία με διαφορετικούς στόχους, π.χ. ελαχιστοποίηση της εξάπλωσης της τάξης και του αριθμού των προϊόντων (ένα προϊόν είναι ανοικτό εάν το αίτημα του είναι μόνο η παραγωγή) κατά τη διάρκεια της παραγωγής του μοτίβου κοπής (Madsen 1988, Yuen 1995,

Yuen και Richardson 1995, Yanasse 1997). Για να εφαρμοστούν στη βιομηχανία επίπλων, αυτές οι προσεγγίσεις θα πρέπει να προσαρμοστούν ώστε να συμπεριλαμβάνουν πρόσθετους περιορισμούς, όπως π.χ. ημερομηνίες λήξης προϊόντων και εργασία σε περιορισμούς των διεργασιών. Στην πράξη, λόγω των δυσκολιών μιας ολοκληρωμένης ανάλυσης της κοπής και του προβλήματος αλληλουχίας, ο προγραμματισμός της παραγωγής της εταιρείας ορίζει τις παραγωγικές παρτίδες κατά τρόπο ώστε οι ημερομηνίες λήξεως και η εργασία σε περιορισμένες διεργασίες να μπορούν να ικανοποιούνται μετά την επίλυση του προβλήματος κοπής.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ARENALES,M.,MORABITO,R. and YANASSE,H. (eds), 1999, Special issue: cutting and packing problems. *Pesquisa Operacional*, 19(2), 107± 299.

BEASLEY, J., 1985, Algorithms for unconstrained two-dimensional guillotine cutting. *Journal of the Operational Research Society*, 36, 297± 306.

BISCHOFF, E. and WAESCHER, G. (eds), 1995, Special issue: cutting and packing. *European Journal of Operational Research*, 84(3).

BROWN,A., 1971, *Optimum Packing and Depletion* (New York, NY: Elsevier Science).

CARNIERI,C.,GUILLERMO,A. and GAVINHO,L., 1994, Solution procedures for cutting lumber into furniture parts. *European Journal of Operational Research*, 73, 495± 501.

DOWSLAND, K. and DOWSLAND, W., 1992, Packing problems. *European Journal of Operational Research*, 56, 2± 14.

DREXL, A. and KIMMS,A., 1997, Lot sizing and scheduling survey and extensions. *European Journal of Operational Research*, 99, 221± 235.

DYCKHOFF, H. and FINKE, U., 1992, *Cutting and Packing in Production and Distribution: Typology and Bibliography* (Heidelberg: Springer).

DYCKHOFF, H., SCHEITHAUER, G. and TERNO, J., 1997, Cutting and packing. In *Annotated Bibliographies in Combinatorial Optimisation*, edited by M. Amico, F. Martello and S. Martello (New York, NY: Wiley), pp. 393± 414.

DYCKHOFF, H. and WAESCHER, G. (eds), 1990, Special issue: cutting and packing. *European Journal of Operational Research*, 44(2).

FARLEY, A., 1983, Practical adaptations of the Gilmore Gomory approach to cutting stock problems. *OR Spektrum*, 10, 113± 123.

FORONDA, S. and CARINO, H., 1991, A heuristic approach to the lumber allocation and manufacturing in hardwood dimension and furniture manufacturing. *European Journal of Operational Research*, 54, 151± 162.

GILMORE, P. and GOMORY, R., 1961, A linear programming approach to the cutting stock problem. *Operations Research*, 9, 849± 859.

GILMORE, P. and GOMORY, R., 1963, A linear programming approach to the cutting-stock problem II. *Operations Research*, 11, 863± 888.

GILMORE, P. and GOMORY, R., 1965, Multistage cutting stock problems of two and more dimensions. *Operations Research*, 14, 94± 120.

GOLDEN, B., 1976, Approaches to the cutting stock problem. *AIIE Transactions*, 8, 265± 274.

HAESSLER,R., 1980, A note on computational modifications to the Gilmore± Gomory cutting stock algorithm. *Operations Research*, 28, 1001± 1005.

HIFI, M., 1997, The DH/KD algorithm: a hybrid approach for unconstrained two-dimensional cutting problems. *European Journal of Operational Research*, 97, 41± 52.

HIFI,M. and ZISSIMOPOULOS,V., 1996, A recursive exact algorithm for weighted two-dimensional cutting. *European Journal of Operational Research*, 91, 553± 564.

HINXMAN, A., 1980, The trim-loss and assortment problems: a survey. *European Journal of Operational Research*, 5, 8± 18.

LIROV, Y. (ed.), 1992, Special issue: cutting stock: geometric resource allocation. *Mathematical and Computer Modelling*, 16(1).

MADSEN,O., 1988, An application of travelling-salesman routines to solve pattern-allocation problems in the glass industry. *Journal of the Operational Research Society*, 39, 249± 256.

MARTELLO,S. (ed.), 1994a, Special issue: Knapsack, packing and cutting. Part I: One dimensional knapsack problems. *INFOR*, 32(2).

MARTELLO, S. (ed.), 1994b, Special issue: Knapsack, packing and cutting. Part II: Multidimensional knapsack and cutting stock problems.

INFOR, 32(4).

MORABITO,R., 1989, Corte de estoque bidimensional. Dissertation, ICMSC, Universidade de SaA o Paulo, SaA o Carlos, SP, Brazil.

MORABITO,R. and ARENALES,M., 1994, An and/or-graph approach to the container loading problem. International Transactions in Operational Research, 1, 59± 73.

MORABITO, R. and GARCIA,V., 1998, The cutting stock problem in a hardboard industry: a case study. Computers & Operations Research, 25, 469± 485.

MUKHACHEVA, E.A. (ed.), 1997, Decision Making Under Conditions of Uncertainty: Cutting± Packing Problems (Ufa, Russia: The International Scienti® c Collection).

RIEHME, J., SCHEITHAUER, G. and TERNO, J., 1996, The solution of two-stage guillotine cutting stock problems having extremely varying order demands. European Journal of Operational Research, 91, 543± 552.
SICUP, 1999, Special Interest Group on Cutting and Packing

SWEENEY, P. and PATERNOSTER, E., 1992, Cutting and packing problems : a categorised, application-oriented research bibliography. Journal of the Operational Research Society, 43, 691± 706.

VANCE, P., BARNHART, C., JOHNSON, E. and NEMHAUSER, G., 1994, Solving binary cutting stock problems by column generation and branch-and-bound. Computational Optimisation and Applications, 3, 111± 130.

WAESCHER, G. and GAU, T., 1996, Heuristics for the integer one-dimensional cutting stock problem: a computational study. *OR Spektrum*, 18, 131± 144.

YANASSE,H., 1997, On a pattern sequencing problem to minimise the maximum number of open stacks. *European Journal of Operational Research*, 100, 454± 463.

YANASSE,H., ZINOBER, A. and HARRIS, R., 1991, Two-dimensional cutting stock with multiple stock sizes. *Journal of the Operational Research Society*, 42, 673± 683.

YUEN, B., 1995, Improved heuristics for sequencing cutting patterns. *European Journal of Operational Research*, 87, 57± 64.

YUEN,B. and RICHARDSON,K., 1995, Establishing the optimality of sequencing heuristics for cutting stock problems. *European Journal of Operational Research*, 84, 590± 598.