



**Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Πάτρας
Σχολή Διοίκησης και Οικονομίας**

**Τμήμα Επιχειρηματικού Σχεδιασμού
και Πληροφοριακών Συστημάτων**

Πτυχιακή Εργασία



**Η Χρήση του προγράμματος GAMBIT στην επίλυση
προβλημάτων στη θεωρία των επιχειρησιακών
παιγνίων**

**Σπουδαστές: Χουλιάρης Βασίλειος
Γιαννακόπουλος Φώτιος**

Εποπτεύων καθηγητής: Δρ. Κουνετάς Κωνσταντίνος

Πάτρα 2013

Υπεύθυνη Δήλωση: Βεβαιώνω ότι είμαι ο συγγραφέας αυτής της πτυχιακής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην πτυχιακή εργασία. Επίσης έχω αναφέρει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επίσης βεβαιώνω ότι αυτή η πτυχιακή εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά ειδικά για τις απαιτήσεις του προγράμματος σπουδών του Τμήματος Επιχειρηματικού Σχεδιασμού και Πληροφοριακών Συστημάτων του ΑΤΕΙ Πάτρας.

Βασίλειος Χουλιάρης 2013

Γιαννακόπουλος Φώτιος 2013

Ευχαριστίες

Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τους γονείς μας για την αμέριστη συμπαράσταση, ηθική και οικονομική που μας έχουν δείξει όλο αυτόν τον καιρό. Συνέβαλαν και αυτοί από τη μεριά τους για να μας βοηθήσουν να πετύχουμε τους στόχους που είχαμε θέσει και στη μετέπειτα πορεία μας.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες στο καθηγητή μας Κύριο Κουνετά Κωνσταντίνο, ο οποίος στη πτυχιακή αυτή εργασία, βοήθησε σημαντικά με την καθοδήγηση του. Με τη συμβολή και τη συνεχόμενη προσπάθεια δημιουργήθηκε η συγκεκριμένη εργασία. Τον ευχαριστούμε θερμά.

Πίνακας περιεχομένων

Ευχαριστίες.....	4
Περίληψη	10
Abstract.....	11
Πρόλογος	12
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	13
1.1 Σκοπός.....	13
1.2 Τι είναι το Gambit.....	13
1.2.1 Ιστορία και εξέλιξη του Gambit	13
1.3 Λειτουργικά συστήματα.....	14
1.4 Εγκατάσταση.....	14
1.5 Γραφικό περιβάλλον του Gambit.....	16
1.5.1 Γραμμή Μενού.....	16
1.5.2 Γραμμή Εργαλείων	21
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	23
2.1 Ορισμός ενός παιγνίου.....	23
2.2 Σύνταξη ενός παιγνίου	23
2.3 Καθαρές και Μικτές Στρατηγικές.....	24
2.4 Είδη Παιγνίων	25
2.4.1 Παίγνια Μηδενικού ή Μη Μηδενικού Αθροίσματος	25
2.4.2 Στατικά και Δυναμικά Παίγνια	26
2.4.3 Διαταραγμένα παίγνια.....	27
2.4.4 Παίγνια διαδοχικών κινήσεων με πλήρη πληροφόρηση	27
2.4.5 Παίγνια διαδοχικών κινήσεων με ελλιπή πληροφόρηση	28
2.4.6 Διαπραγματευτικά παίγνια.....	28
2.4.7 Συνεργατικά παίγνια – Δίλημμα του Κρατουμένου	29
2.5 Λύσεις Παιγνίων	30
2.5.1 Κυρίαρχη στρατηγική	31
2.5.2 Κυριαρχούμενη – Χαλαρή Στρατηγική	31
2.5.3 Ισοροπία Nash.....	33
2.5.4 Λύση Minimax – Maximin	36
2.5.5 Οπισθοβατική Επαγωγή.....	37
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	39
3.1 Πρόβλημα με ισοροπία κατά Nash.	39
3.2 Πρόβλημα με δύο ισοροπίες Nash.....	43

3.3 Κυρίαρχη - Κυριαρχούμενη ισορροπία Nash	46
3.4 Πλήρους Πληροφόρησης – Δίλημμα του Κρατουμένου	50
3.5 Κυρίαρχες στρατηγικές, Ισορροπία Nash	54
3.6 Πίνακας 4X4, παίγνιο πλήρους πληροφόρησης, ισορροπία Nash	58
3.7 Παίγνιο πλήρους πληροφόρησης με δύο ισορροπίες Nash	62
3.8 Πρόβλημα με μεικτές στρατηγικές	65
3.9 Παίγνιο μηδενικού αθροίσματος.....	69
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	73
4.1 Πρόβλημα με ισορροπία κατά Nash	73
4.2 Μεικτές Στρατηγικές.....	79
4.3 Παίγνιο πλήρους πληροφόρησης, οπισθοβατική επαγωγή.....	85
Βιβλιογραφία	92

Πίνακας Γραφημάτων

.....	15
Εικόνα 1: Εκτέλεση του προγράμματος	15
Εικόνα 2: Αρχική οθόνη	16
Εικόνα 3: Γραμμή μενού File	16
Εικόνα 4: Γραμμή μενού Edit.....	17
Εικόνα 5: Γραμμή μενού View	18
Εικόνα 6: Γραμμή μενού Format	19
Εικόνα 7: Γραμμή μενού Tools	20
Εικόνα 8: Δημιουργία νέου δένδρογράμματος.....	21
Εικόνα 9: Δημιουργία νέου παιγνίου με πίνακα.....	21
Εικόνα 10: Στατικό παίγνιο (Πίνακας)	26
Εικόνα 11: Δυναμικό παίγνιο (Δενδρόγραμμα).....	27
Εικόνα 12: Το Δίλημμα του Κρατουμένου.....	29
Εικόνα 13: Πίνακας Παιγνίου κυριαρχίας κινδύνου	31
Εικόνα 13: Πίνακας Παιγνίου κυριαρχίας κινδύνου	34
Εικόνα 14: Πρώτο στάδιο παιγνίου	35
Εικόνα 15: Δεύτερο στάδιο του παιγνίου	35
Εικόνα 16: Παράδειγμα Minimax.....	37

Εικόνα 17: Παίγνιο οπισθοβατικής επαγωγής.....	38
Εικόνα 18: Αρχική οθόνη	39
Εικόνα 19: Καταχώρηση τιμών	40
.....	41
Εικόνα 20: Υπολογισμός ισορροπίας Nash.....	41
Εικόνα 21: Αποτελέσματα υπολογισμού ισορροπίας Nash.....	42
Εικόνα 22: Καταχώρηση τιμών	44
Εικόνα 23: Υπολογισμός ισορροπίας Nash	44
Εικόνα 24: Λύση του προβλήματος.....	45
.....	47
Εικόνα 25: Προσθήκη στήλης	47
Εικόνα 26: Καταχώρηση τιμών	47
Εικόνα 27: Υπολογισμός ισορροπίας Nash	48
Εικόνα 28: Αποτελέσματα υπολογισμού ισορροπίας Nash.....	48
Εικόνα 29: Εύρεση στρατηγικής.....	49
Εικόνα 30:Εμφάνιση κυρίαρχων/κυριαρχούμενων στρατηγικών.....	50
Εικόνα 31: Καταχώρηση τιμών	51
.....	52
Εικόνα 32: Εύρεση στρατηγικής.....	52
.....	52
Εικόνα 33: :Εμφάνιση κυρίαρχων/κυριαρχούμενων στρατηγικών	52
Εικόνα 34: Υπολογισμός ισορροπίας Nash	53
Εικόνα 35: Αποτελέσματα υπολογισμού ισορροπίας Nash.....	53
Εικόνα 36: Καταχώρηση τιμών	55
Εικόνα 37: Εύρεση στρατηγικής.....	55
Εικόνα 38: Εμφάνιση κυρίαρχων/κυριαρχούμενων στρατηγικών.....	56
Εικόνα 39: Υπολογισμός ισορροπίας Nash	56
Εικόνα 40: Αποτελέσματα υπολογισμού ισορροπίας Nash.....	57
Εικόνα 41: Προσθήκη στηλών και γραμμών στον πίνακα	59

Εικόνα 41: Καταχώρηση τιμών	59
Εικόνα 42: Εύρεση στρατηγικής.....	59
Εικόνα 43: Εμφάνιση κυρίαρχων/κυριαρχούμενων στρατηγικών.....	60
Εικόνα 44: Απαλοιφή κυριαρχούμενων στρατηγικών.....	60
Εικόνα 45: Πίνακας 3X3.....	61
Πίνακας 46: Πίνακας 2X2	61
Εικόνα 47: Εύρεση ισορροπίας Nash	62
Εικόνα 48: Καταχώρηση τιμών	63
Εικόνα 49: Υπολογισμός ισορροπίας Nash	64
Εικόνα 50: Λύση του προβλήματος.....	65
Εικόνα 51: Καταχώρηση τιμών	66
Εικόνα 52: Εύρεση στρατηγικής.....	67
Εικόνα 53: Εμφάνιση στρατηγικών	67
Εικόνα 54: Υπολογισμός ισορροπίας Nash	68
Εικόνα 55: Αποτελέσματα υπολογισμού ισορροπίας Nash.....	69
Εικόνα 56: Καταχώρηση τιμών	71
Εικόνα 57: Υπολογισμός ισορροπίας Nash	71
Εικόνα 58: Αποτελέσματα υπολογισμού ισορροπίας Nash.....	72
Εικόνα 59: Αρχική οθόνη	73
Εικόνα 60: Εισαγωγή κίνησης	74
Εικόνα 61: Επιλογή παίκτη για την εισαγωγή κίνησης	75
Εικόνα 62: Επιλογή κινήσεων για το παίκτη 1	75
Εικόνα 63: Δυνατές κινήσεις του παίκτη 1.....	76
Εικόνα 64: Κινήσεις του παίκτη 2	76
Εικόνα 65: Τελικό δενδροδιάγραμμα	77
Εικόνα 66: Μετονομασία στρατηγικών.....	77
Εικόνα 67: Τελική μορφή διαγράμματος.....	78
Εικόνα 68: Υπολογισμός ισορροπίας Nash	78
Εικόνα 69: Λύση προβλήματος	79

Εικόνα 70: Αρχική οθόνη	80
Εικόνα 71: Εισαγωγή κίνησης	81
Εικόνα 72: Επιλογή παίκτη για την εισαγωγή κίνησης	81
Εικόνα 73: Επιλογή κινήσεων για το παίκτη 1	82
Εικόνα 74: Δυνατές κινήσεις του παίκτη 1.....	82
Εικόνα 75: Κινήσεις του παίκτη 2	83
Εικόνα 76: Τελικό δένδροδιάγραμμα	83
Εικόνα 77: Υπολογισμός ισορροπίας Nash	84
Εικόνα 78: Λύση προβλήματος	84
Εικόνα 79: Αρχική οθόνη	86
Εικόνα 80: Εισαγωγή κίνησης	87
Εικόνα 81: Επιλογή παίκτη για την εισαγωγή κίνησης	87
Εικόνα 82: Επιλογή κινήσεων για την Pipeline1	88
Εικόνα 83: Δυνατές κινήσεις της Pipeline 1.....	88
Εικόνα 84: Δυνατές κινήσεις της Pipeline 2.....	89
Εικόνα 85: Τελικό δένδροδιάγραμμα	89
Εικόνα 86: Υπολογισμός ισορροπίας Nash	90
Εικόνα 87: Λύση προβλήματος	90

Περίληψη

Το θεματικό αντικείμενο της παρούσας πτυχιακής εργασίας είναι η επεξήγηση και ανάλυση των προβλημάτων των επιχειρηματικών παιγνίων μέσω του προγράμματος Gambit, όπως επίσης και στην εκτενή αναφορά της λειτουργίας και των δυνατοτήτων του προγράμματος αυτού.

Τελικός στόχος είναι η δημιουργία μιας ολοκληρωτικής εικόνας προς τον ενδιαφερόμενο για το πώς ακριβώς λειτουργεί το πρόγραμμα Gambit. Ειδικότερα ο τεχνικός στόχος της εργασίας είναι με τη βοήθεια του προγράμματος αυτού ο ενδιαφερόμενος να μπορεί να κατανοεί και να εξηγεί τα αποτελέσματα των λύσεων των επιχειρηματικών παιγνίων.

Αρχικά στο θεωρητικό σκέλος της εργασίας αναλύθηκαν και μελετήθηκαν τα βασικότερα είδη των επιχειρηματικών παιγνίων καθώς επίσης και των στρατηγικών επίλυσής τους. Έγινε αναφορά σε ορισμούς, στον τρόπο λειτουργίας, στα χαρακτηριστικά και στα πλεονεκτήματά τους. Ερευνήθηκε ο τρόπος και το είδος που επιλύονται τα επιχειρηματικά παίγνια. Επίσης διερευνήθηκε και επεξηγήθηκε πλήρως το γραφικό περιβάλλον του προγράμματος αυτού, καθώς και η ιστορική αναδρομή στην εξέλιξή του.

Ακολούθως, στο πρακτικό σκέλος της εργασίας έγινε η επίλυση και επεξήγηση όλων των προαναφερόμενων ειδών των επιχειρηματικών παιγνίων.

Το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση των επιχειρηματικών παιγνίων είναι το Gambit 0.2007.12.04.

Abstract

The topic of this present work is both to explain and analyze it through the Gambit program, the problems of theory games, including the extensive reference of the operation and the capabilities of this program.

The ultimate goal is the creation of an integral image regarding the exact way that the Gambit program works. In particular, the technical aim of this study is for the client\candidate to be able to understand and explain the results of solutions of the theory games, through the assistance of this program.

Initially, as far as the theoretical part of the work is concerned, the most significant types of theory games as well as the strategies of their solution were analyzed and studied. There were reported definitions, ways of modes, characteristics and advantages, and simultaneously, there were investigated not only the way but also the kind which resolve the theory games.

Furthermore, both the scenic surrounding and the evolutionary historic overview of this program were explored and elucidated. Subsequently, the resolution and explanation of all the aforementioned sorts of theory games have taken place to the practical part.

The Gambit 0.2007.12.04 is the program which was used for the resolution of the theory games.

Πρόλογος

Στις αρχές του 1920 ξεκίνησε η εξέλιξη μιας νέας θεωρίας, η λεγόμενη θεωρία των παιγνίων, η οποία ύστερα από έναν ολόκληρο αιώνα θα μεταλλασσόταν και θα ήταν αρκετό να ταράξει τα νερά σε όλες τις θετικές και κοινωνικές επιστήμες και όχι μόνο.

Η πρώτη επαφή με την θεωρία των παιγνίων έγινε το 1920 όπου ελάχιστοι επιστήμονες ασχολήθηκαν. Η ουσιαστική ανάπτυξη της θεωρίας των παιγνίων ξεκίνησε το 1928 από ένα άρθρο το οποίο υπογράφηκε από τον John Von Neumann. Στο άρθρο αυτό αναφερόταν η στρατηγική που θα έπρεπε να εφαρμόσουν οι αποκαλούμενοι «παίκτες» σε ασήμαντα κάποια παιχνίδια με στόχο να νικήσουν τον αντίπαλό τους. Κατά την δεκαετία του 1950 διακόσια περίπου άτομα ασχολήθηκαν μόνο, μεταξύ αυτών και ο John Forbes Nash ο οποίος θεμελίωσε τη σύγχρονη θεωρία παιγνίων. Το 1960 κατέληξε μια περίοδο παρακμής. Ωστόσο δε μπορούμε να πούμε το ίδιο και για την δεκαετία του 1970 όπου ξανάρχισε το ενδιαφέρον και μαζί του η “χρυσή” περίοδος της “τρίτης εξέλιξης” της όπου έφτασε στο αποκορύφωμα της περίπου πριν από μια εικοσαετία και συνεχίζεται μέχρι και σήμερα χαρακτηριζόμενη από σημαντικούς διανοητές ως η μοναδική ελπίδα να θεμελιωθούν οι κοινωνικές επιστήμες σε μια κοινή επιστημονική βάση.

Αξιοσημείωτο είναι ένα παράδειγμα το οποίο θα μας βοηθήσει να κατανοήσουμε πόσο εξαιρετικά χρήσιμη είναι η θεωρία παιγνίων. Το 1991 ο Roger Mayer σύγκρινε την ανακάλυψη της κύριας έννοιας της θεωρίας παιγνίων (Ισορροπία Nash) με εκείνη της διπλής έλικας του DNA και διατύπωσε τον ισχυρισμό ότι η ανακάλυψη αυτή μετασχημάτισε την οικονομική επιστήμη σε τόσο εύλογο βαθμό ώστε σήμερα να έχει μεταβληθεί αξιόπιστα στη θεμελίωση της επιστήμης της κοινωνίας. Ουσιαστικά η θεωρία των παιγνίων μας εντάσσει στα παίγνια της ζωής χωρίς να μας παραδίδει σε αυτά, μας εφοδιάζει με εργαλεία ώστε να τα κατανοούμε και στη συνέχεια να τα αλλάζουμε. Πολλοί εξάλλου μέχρι και σήμερα έχουν χρήσει τη θεωρία παιγνίων ως τη γενική θεωρία των πάντων.

Ένα πολύ σημαντικό εργαλείο για την κατανόηση και επίλυση των επιχειρησιακών παιγνίων είναι το πρόγραμμα Gambit. Το πρόγραμμα Gambit δημιουργήθηκε στα μέσα της δεκαετίας του 1980 από τον Richard McKelvey στο Ινστιτούτο Τεχνολογίας της Καλιφόρνια. Η αρχική έκδοση γράφηκε σε BASIC γλώσσα προγραμματισμού, σε ένα απλό γραφικό περιβάλλον. Ο κώδικας αυτός μετατράπηκε σε γλώσσα προγραμματισμού C γύρω στο 1990 με τη βοήθεια του Bruce Bell και διατέθηκε στο κοινό η έκδοση 0.13 το 1991 και το 1992.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1.1 Σκοπός

Η εργασία αυτή επικεντρώνεται στην καθοδήγηση και διευκόλυνση των χρηστών του προγράμματος Gambit για την επίλυση επιχειρησιακών παιγνίων. Πιο συγκεκριμένα παρέχεται η λύση σε γνωστά προβλήματα της θεωρίας των παιγνίων μέσω της χρήσης ενός προγράμματος που έχει αναπτυχθεί ειδικά για τον σκοπό αυτόν. Σαν στόχο έχει να βοηθήσει τον απλό χρήστη όχι μόνο στη λύση αλλά και στην κατανόηση των προβλημάτων.

1.2 Τι είναι το Gambit

Το Gambit είναι ένα σύνολο εργαλείων λογισμικού για να κάνει υπολογισμούς σχετικά με τα πεπερασμένα, μη συνεργατικά παίγνια. Αυτά περιλαμβάνουν ένα γραφικό περιβάλλον για την διαδραστική δημιουργία και ανάλυση των γενικών παιγνίων σε εκτεταμένη ή στρατηγική μορφή, όπως επίσης και μια σειρά από εργαλεία της γραμμής εντολών για τον υπολογισμό των ισοροπιών Nash και άλλων ειδών λύσεων στα παίγνια. Και επίσης μια σειρά από μορφές αρχείων για την αποθήκευση και συμβατότητα παιγνίων με εξωτερικά εργαλεία.

1.2.1 Ιστορία και εξέλιξη του Gambit

Ένα σημαντικό βήμα στην εξέλιξη του Gambit πραγματοποιήθηκε χάρη στην υποτροφία που δόθηκε με την απονομή του βραβείου NSF για αυτό το πρόγραμμα το 1994, με κύριους ερευνητές τους McKelvey και Andrew McLennan, και ως επικεφαλής προγραμματισμού τον Theodore Turocy. Λόγω αυτής της υποτροφίας πραγματοποιήθηκε μια πλήρης επανεγγραφή του προγράμματος Gambit σε γλώσσα προγραμματισμού C++.

Οι υποτροφίες χρηματοδότησαν μια πλήρης επανεγγραφή του Gambit σε γλώσσα προγραμματισμού C++. Το γραφικό περιβάλλον έγινε φορητό (πρόγραμμα που δε χρειάζεται εγκατάσταση) για όλα τα λογισμικά μέσω της χρήσης της wxWidgets library (<http://www.wxwidgets.org>). Η έκδοση 0.94 του Gambit κυκλοφόρησε στα τέλη του καλοκαιριού του 1994, ακολούθησε η έκδοση 0.96 το 1999, και έπειτα η έκδοση 0.97 το 2002. Μέσα σ' αυτό το χρονικό διάστημα, πολλοί μαθητές στο Caltech της Καλιφόρνια και στη Μινεσότα συνέβαλαν στην προσπάθεια του προγραμματισμού, του ελέγχου, και της τεκμηρίωσής του. Η παρούσα σειρά των εκδόσεων του Gambit, αριθμημένα 0.2005 σύμφωνα με την ημερομηνία άφιξης, επικεντρώνεται σε δύο στόχους. Πρώτον, το γραφικό περιβάλλον επαναεγγράφηκε και εκσυγχρονίστηκε, με στόχο την εφαρμογή ορθών αρχών σχεδιασμού, ειδικά σε ότι αφορά στην διευκόλυνση των χρηστών ως προς την εκμάθησή τους στη χρήση του. Δεύτερον, η εσωτερική αρχιτεκτονική του Gambit επαναπροσδιορίστηκε με σκοπό να αυξήσει τη λειτουργικότητα των εργαλείων που παρέχει το Gambit. Ειδικότερα, υπάρχουν πολλοί περισσότεροι ερευνητές που δραστηριοποιούνται στον υπολογισμό της θεωρίας των παιγνίων το 2005, και στην συνέχεια κατά την τελευταία σημαντική φάση της εξέλιξης του Gambit περίπου το 1995, η αρχιτεκτονική του Gambit εξελίσσεται ώστε να αντικατοπτρίζει αυτή προσπάθεια.

1.3 Λειτουργικά συστήματα

Το Gambit είναι ένα πρόγραμμα που σχετίζεται με τα επιχειρησιακά παίγνια και περιέχει εργαλεία για την κατασκευή και την ανάλυση πεπερασμένων και εκτεταμένων στρατηγικών παιγνίων. Το Gambit έχει σχεδιαστεί να είναι συμβατό στα ακόλουθα λογισμικά:

- Linux
- Mac OS X
- Windows.

1.4 Εγκατάσταση

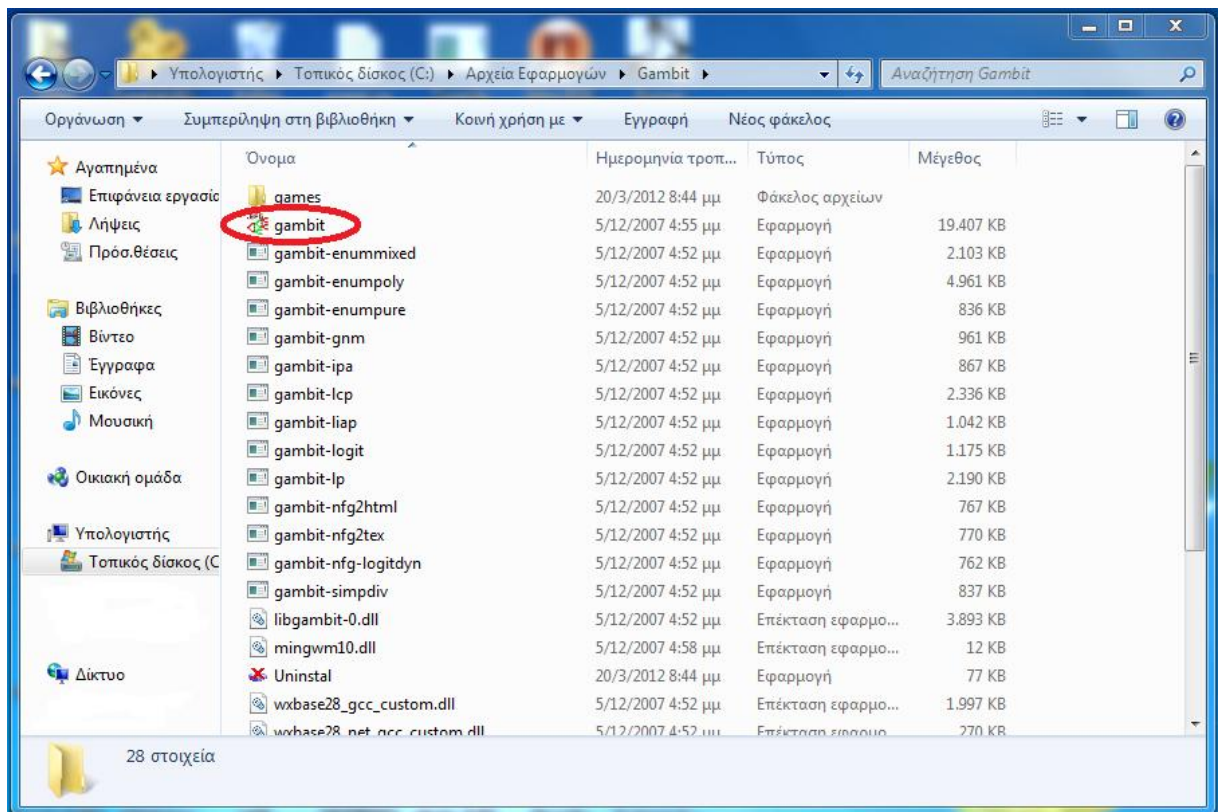
Το Gambit είναι μία εφαρμογή η οποία παρέχεται δωρεάν και μπορεί να εγκατασταθεί εύκολα στον υπολογιστή. Οι εκδόσεις του Gambit είναι διαθέσιμες για κατέβασμα στο: [gambit-0.2007.12.04.exe](#)

Σημείωση: Δεν υπάρχει πρόγραμμα εγκατάστασης των Windows ακόμη διαθέσιμο για την τελευταία έκδοση του Gambit (0.2010.09.01). Η προηγούμενη έκδοση περιέχει όλες τις βασικές λειτουργίες και είναι επαρκής για τους περισσότερους χρήστες. Υπάρχει ένα γνωστό πρόβλημα που αφορά την προβολή δράσεων που κυριαρχούν σε εκτεταμένα παιχνίδια στην έκδοση 0.2007.12.04. Οι χρήστες συμβουλεύονται να αποφεύγουν να χρησιμοποιούν αυτό τη λειτουργία. Το σφάλμα δεν επηρεάζει την ορθότητα των ισορροπιών που υπολογίζονται.

Έχοντας μπει στο παραπάνω link και έχοντας κατεβάσει το πρόγραμμα στον υπολογιστή σας εμφανίζεται στην επιφάνεια εργασίας ένα αρχείο σε μορφή .exe. Στη συνέχεια κάνοντας διπλό κλικ πάνω σε αυτό το αρχείο κάνουμε την εγκατάσταση του προγράμματος.

Αφού τελειώσει η εγκατάσταση για να ανοίξει το πρόγραμμα ακολουθούμε τα εξής βήματα:

Ο Υπολογιστής μου -> Τοπικός δίσκος -> Αρχεία Εφαρμογών -> Gambit

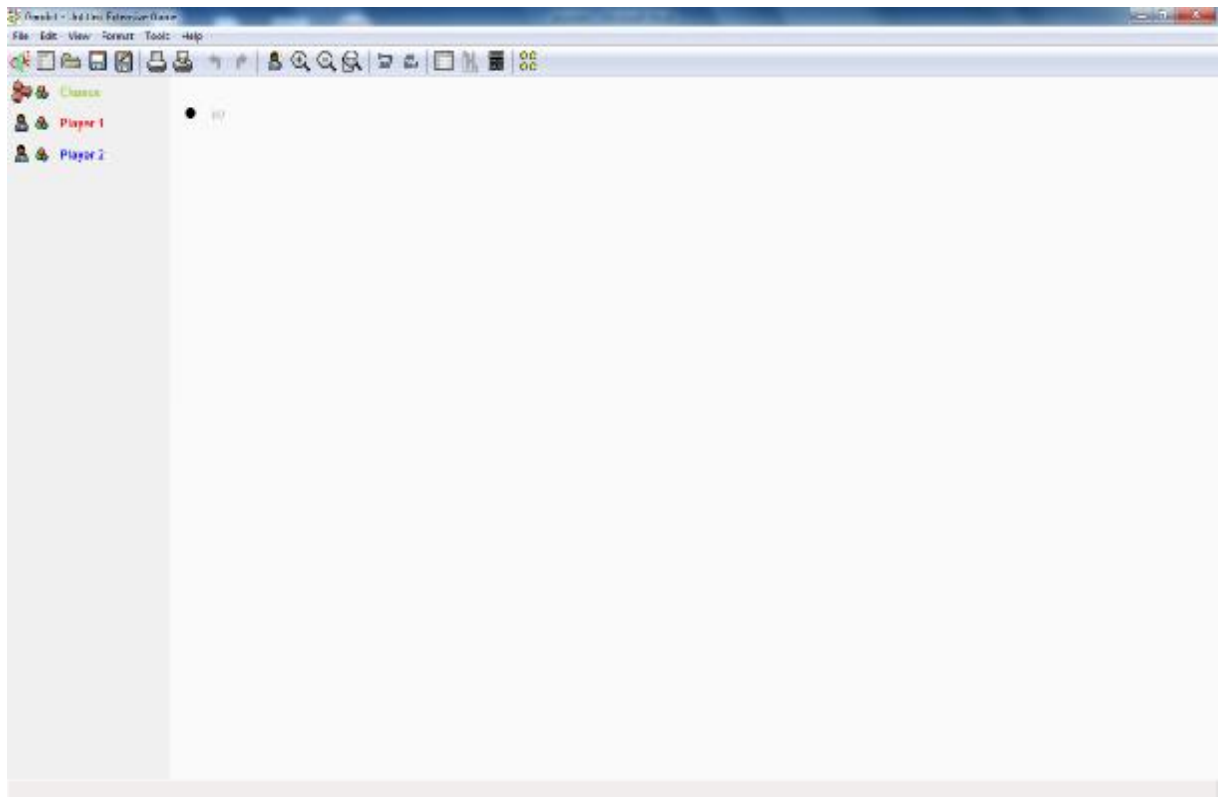


Εικόνα 1: Εκτέλεση του προγράμματος

Κάνοντας διπλό κλικ στο αρχείο που υποδεικνύεται στην Εικόνα 1 εκτελείται η εφαρμογή.

1.5 Γραφικό περιβάλλον του Gambit

Κάνοντας άνοιγμα του προγράμματος εμφανίζεται η αρχική οθόνη του Gambit.

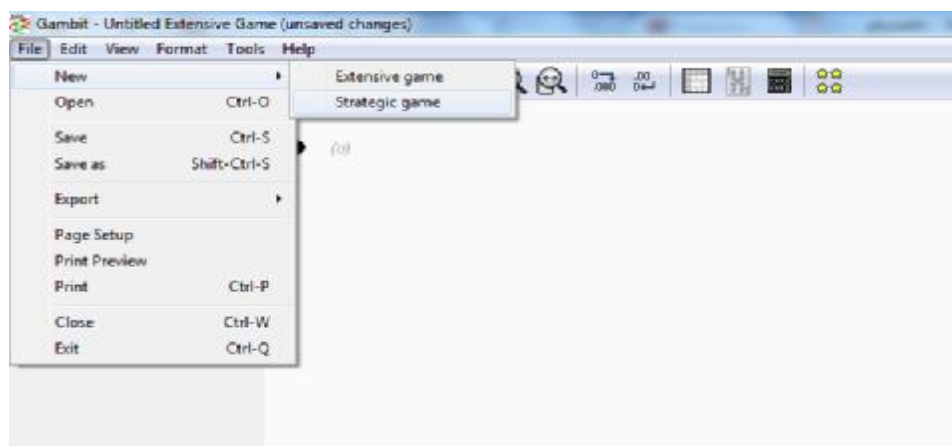


Εικόνα 2: Αρχική οθόνη

1.5.1 Γραμμή Μενού

Στη γραμμή μενού υπάρχουν οι εξής επιλογές:

- **File**

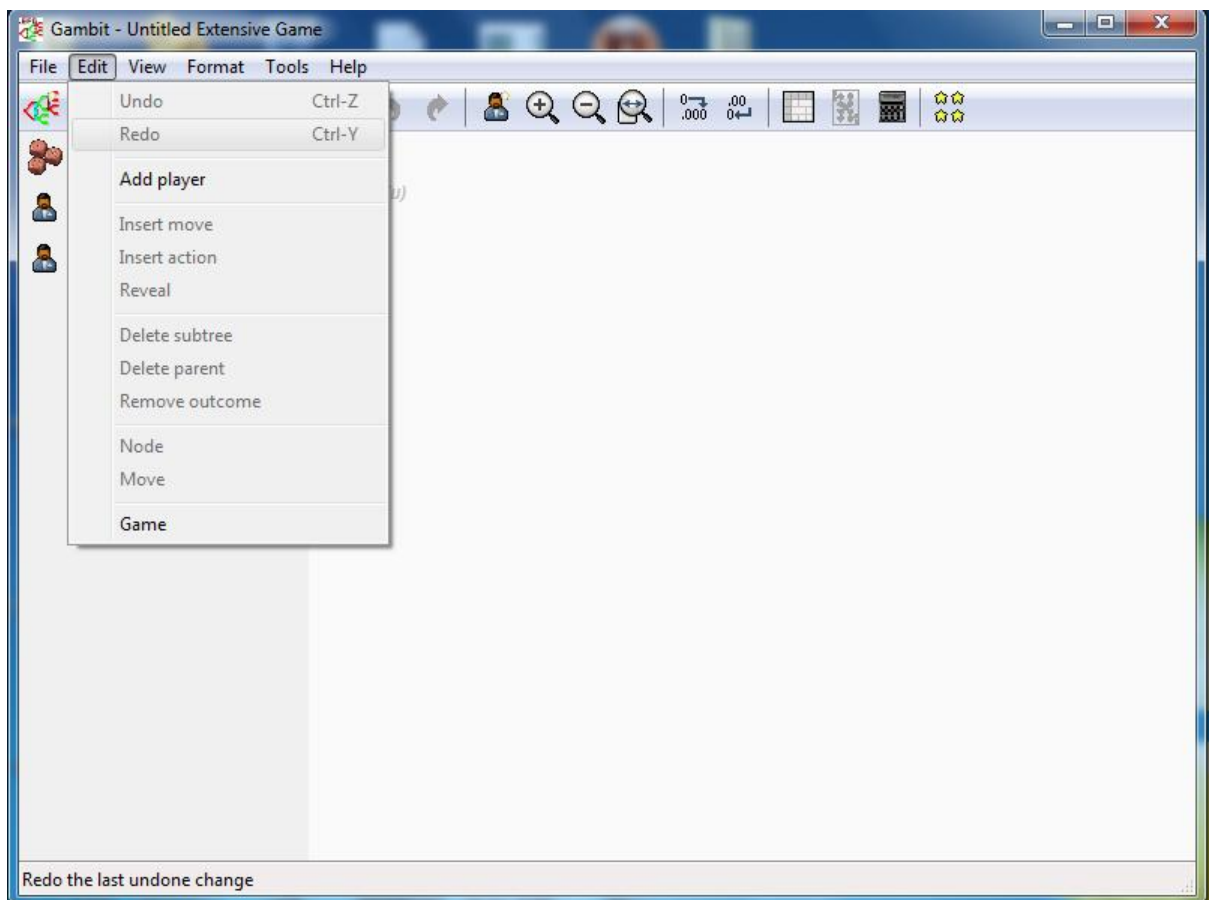


Εικόνα 3: Γραμμή μενού File

Σε αυτό το σημείο έχουμε μία λίστα επιλογών, όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα και μπορούμε με την σειρά να εκτελέσουμε τις εξής ενέργειες:

- ✓ **New:** Επιλέγουμε τη μορφή του παιγνίου που θέλουμε να ξεκινήσουμε (Στατικό-Strategic ή Δυναμικό-Extensive).
- ✓ **Open:** Ανοίγουμε ένα υπάρχον παίγνιο που είναι αποθηκευμένο στον υπολογιστή μας.
- ✓ **Save:** Αποθηκεύουμε το τρέχον παίγνιο.
- ✓ **Save as:** Αποθηκεύουμε το τρέχον παίγνιο και ορίζουμε όνομα στο αρχείο.
- ✓ **Export:** Εξαγωγή του παιγνίου στις παρακάτω μορφές: (BMP, JPEG, PNG, PostScript, SVG).
- ✓ **Page Setup:** Διαμορφώνουμε την σελίδα που θα εκτυπώσουμε (περιθώρια, προσανατολισμός και είδος χαρτιού).
- ✓ **Print Preview:** Προεπισκόπηση της σελίδας που θα εκτυπώσουμε.
- ✓ **Print:** Εκτύπωση.
- ✓ **Close:** Τερματισμός του Gambit.
- ✓ **Exit:** Τερματισμός του Gambit.

- **Edit:**

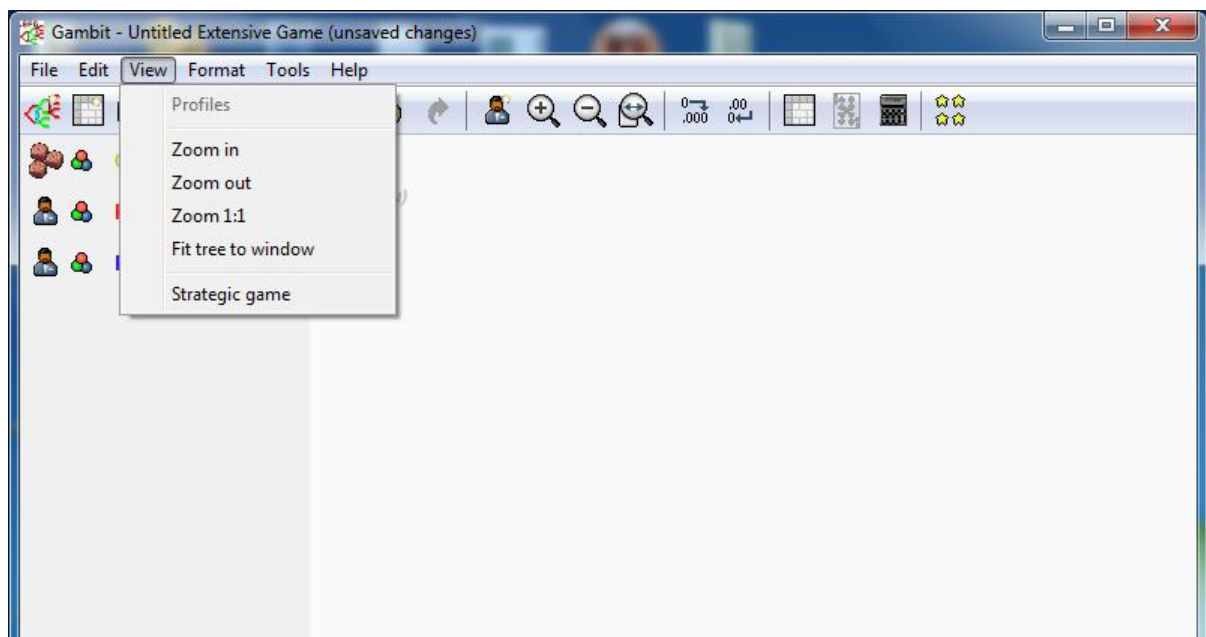


Εικόνα 4: Γραμμή μενού Edit

Σε αυτό το σημείο έχουμε μία λίστα επιλογών, όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα και μπορούμε με την σειρά να εκτελέσουμε τις εξής ενέργειες:

- ✓ **Undo:** Αναίρεση ενέργειας.
- ✓ **Redo:** Ανάκληση αναίρεσης ενέργειας.
- ✓ **Add Player:** Προσθήκη παίκτη στο παίγνιο.
- ✓ **Insert Move:** Εισαγωγή κίνησης.
- ✓ **Insert Action:** Εισαγωγή επιλογής παίκτη.
- ✓ **Reveal:** Εμφάνιση στρατηγικής.
- ✓ **Delete Subtree:** Διαγραφή υποπαιγνιακού δένδρου.
- ✓ **Delete Parent:** Διαγραφή αρχικού δενδροδιαγράμματος.
- ✓ **Remove Outcome:** Αφαίρεση επίλυσης.
- ✓ **Node:** Εισαγωγή κόμβου απόφασης και τερματικού κόμβου.
- ✓ **Move:** Επεξεργασία των ιδιοτήτων της κίνησης του παίκτη.
- ✓ **Game:** Ιδιότητες παιχνίσιου (τίτλος, πληροφορίες και σχόλια παιχνίσιου).

- **View:**

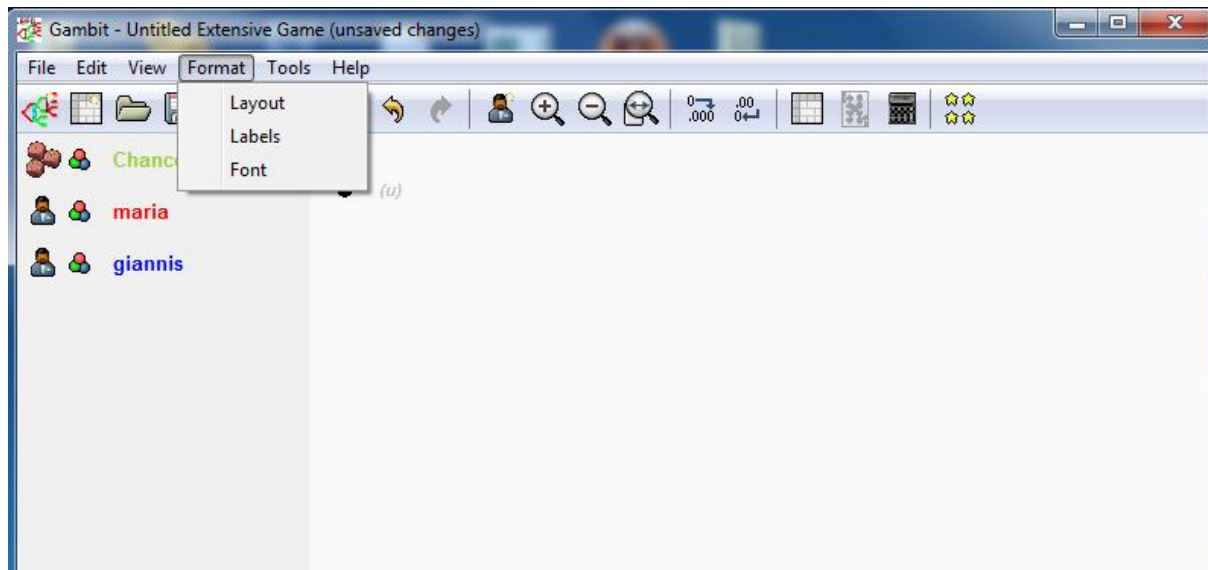


Εικόνα 5: Γραμμή μενού View

Σε αυτό το σημείο έχουμε μία λίστα επιλογών, όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα και μπορούμε με την σειρά να εκτελέσουμε τις εξής ενέργειες:

- ✓ **Profiles:** Εμφάνιση λύσης κάτω από το δενδροδιάγραμμα ή τον πίνακα του προβλήματος.
- ✓ **Zoom in:** Μεγέθυνση εικόνας παιχνίσιου.
- ✓ **Zoom out:** Σμίκρυνση εικόνας παιχνίσιου.
- ✓ **Zoom 1:1:** Επαναφορά στο αρχικό μέγεθος του δενδροδιαγράμματος.

- ✓ **Fit tree to window:** Προσαρμογή μεγέθους του δενδρογράμματος στο παράθυρο του Gambit.
- ✓ **Strategic game:** Μετατροπή δυναμικού παιχνιδιού σε στατικό.
- **Format:**

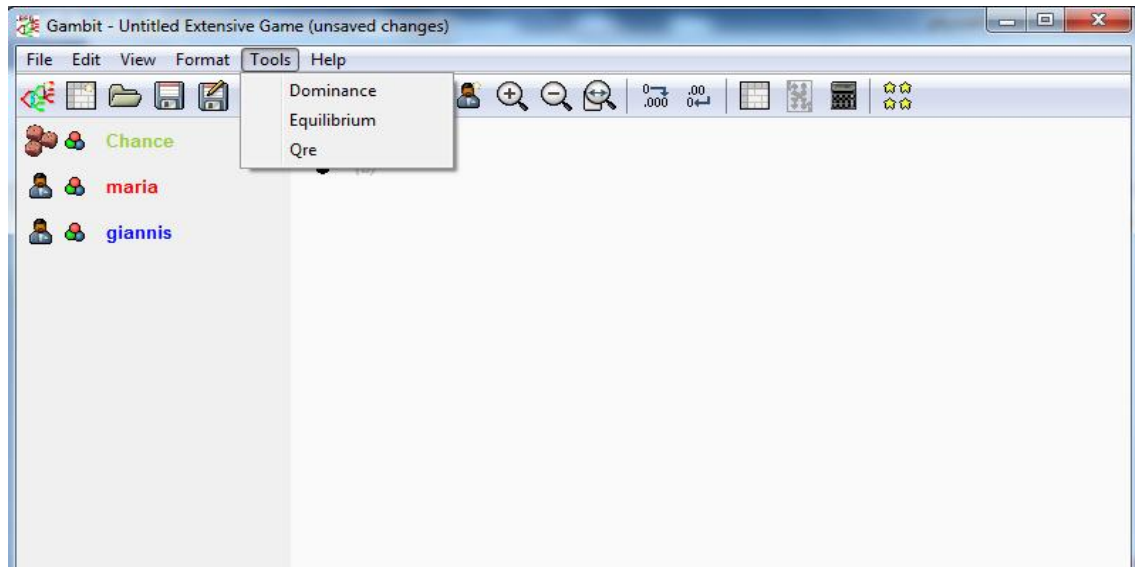


Εικόνα 6: Γραμμή μενού Format

Σε αυτό το σημείο έχουμε μία λίστα επιλογών, όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα και μπορούμε με την σειρά να εκτελέσουμε τις εξής ενέργειες:

- ✓ **Layout:** Μορφοποίηση διάταξης του παιχνιδιού.
- ✓ **Labels:** Προσθήκη ετικετών στις επιλογές των παικτών.
- ✓ **Font:** Σε αυτή την επιλογή μπορούμε να διαμορφώσουμε τη γραμματοσειρά, το μέγεθος των γραμμάτων, το χρώμα όπως και κάποια εφέ αν επιθυμούμε.

Tools:



Εικόνα 7: Γραμμή μενού Tools

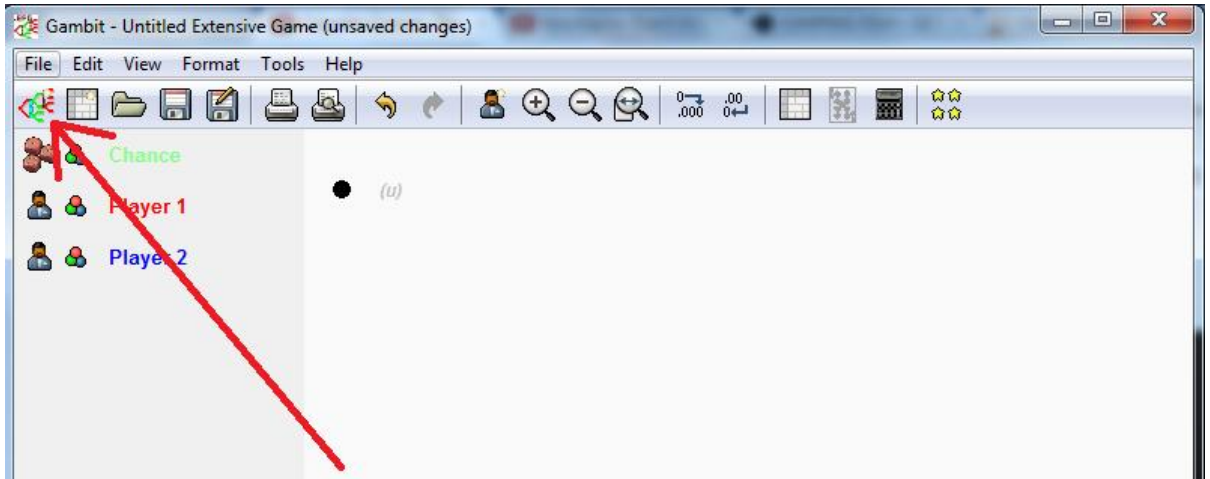
Σε αυτό το σημείο έχουμε μία λίστα επιλογών, όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα και μπορούμε με την σειρά να εκτελέσουμε τις εξής ενέργειες:

- ✓ **Dominance:** Επιλογές σχετικά με την κυριαρχία των στρατηγικών.
- ✓ **Equilibrium:** Επιλογές σχετικά με την λύση του παιγνίου ως προς την ισορροπία του. (υπολογισμός ισορροπίας Nash καθώς επίσης και επιλογή της μεθόδου επίλυσής του).
- ✓ **Qre:** Γραφική απεικόνιση του παιγνίου.

1.5.2 Γραμμή Εργαλείων

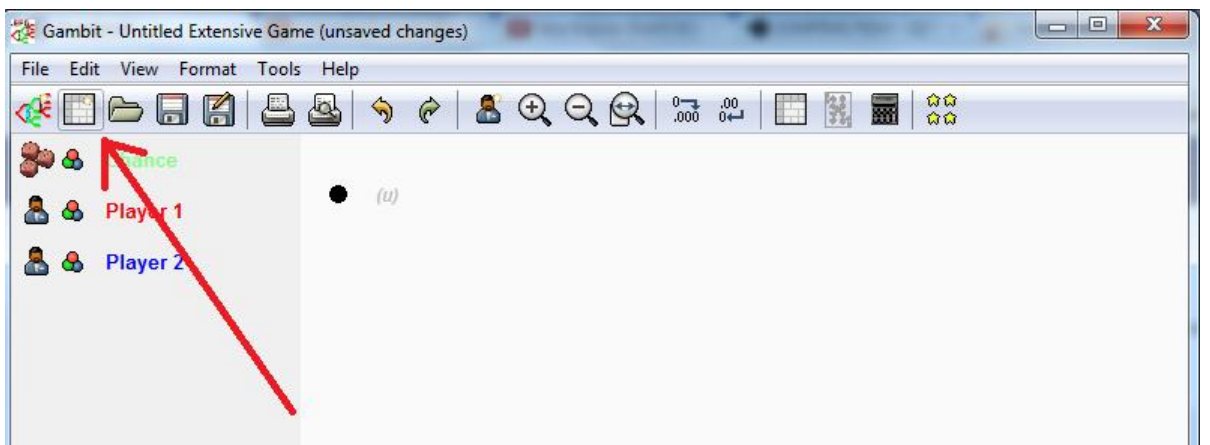
Στη γραμμή εργαλείων υπάρχουν οι εξής επιλογές:

- Δημιουργία ενός νέου δυναμικού παιχνιδιού.



Εικόνα 8: Δημιουργία νέου δενδρογράμματος.

- Δημιουργία ενός νέου στατικού παιχνιδιού.



Εικόνα 9: Δημιουργία νέου παιχνιδιού με πίνακα.

Στη συνέχεια υπάρχουν με την σειρά οι ακόλουθες επιλογές:

- § Άνοιγμα ενός φακέλου.
- § Αποθήκευση του παιχνιδιού.
- § Αποθήκευση σε διαφορετικό φάκελο.
- § Εκτύπωση του παιχνιδιού.
- § Προεπισκόπηση της εκτύπωσης του παιχνιδιού.

- § Αναίρεση.
- § Ανάκληση αναίρεσης.
- § Προσθήκη νέου παίκτη στο παίγνιο.
- § Μεγέθυνση.
- § Σμίκρυνση.
- § Προσαρμογή μεγέθους του παιγνίου στο παράθυρο.
- § Αύξηση δεκαδικών ψηφίων.
- § Μείωση δεκαδικών ψηφίων.
- § Μετατροπή δυναμικού παιγνίου σε στατικό.
- § Εμφάνιση ή απόκρυψη των στρατηγικών του παιγνίου.
- § Υπολογισμός ισορροπίας Nash.
- § Σχετικά με το Gambit και την έκδοση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2.1 Ορισμός ενός παιγνίου

Η θεωρία παιγνίων ασχολείται με την εύρεση της άριστης λύσης κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας. Χρησιμοποιείται στον τρόπο μελέτης για την λήψη αποφάσεων προϋποθέτοντας μια κατάσταση ανταγωνισμού στην οποία πρέπει να υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των παιχτών. Οι παίχτες πρέπει να συναγωνίζονται σύμφωνα με ένα σύνολο κανόνων. Η θεωρία παιγνίων προσφέρει ένα συστηματικό τρόπο για το σχεδιασμό στρατηγικών σε περιπτώσεις όπου η τύχη του ενός εξαρτάται από τις πράξεις των άλλων. Ως παίγνιο ορίζεται μια κατάσταση κατά την οποία δύο ή και περισσότεροι παίχτες επιλέγουν τρόπους ενέργειας που δημιουργούν καταστάσεις ανταγωνιστικής αλληλεξαρτήσεως.

Επίσης η θεωρία παιγνίων αποτελεί ιδανικό εργαλείο για την ερμηνεία πολλών τύπων αποφάσεων, όπως επιχειρήσεις που ανταγωνίζονται με άλλες, άτομα που παίρνουν μέρος σε μια δημοπρασία, άτομα που παίζουν χαρτιά, χώρες σε κατάσταση πολέμου, ζώα που παλεύουν για την λεία τους, καθώς και πολιτικοί εκπρόσωποι που ανταγωνίζονται για την ψήφο τους.

Φυσικά η θεωρία παιγνίων δε θα μπορούσε να μην είχε επηρεάσει και τον οικονομικό παράγοντα. Οι οικονομολόγοι χρησιμοποιούν τη θεωρία αυτή για την ανάλυση μιας σειράς οικονομικών αλληλεπιδράσεων. Στην βιομηχανική οικονομική (industrial organization), το στοιχείο που εξετάστηκε ήταν οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ ανταγωνιστικών ολιγοπωλίων και η θεωρία παιγνίων προσφέρει ένα χρήσιμο πλαίσιο εργασίας για την κατανόηση αυτών των αλληλεπιδράσεων.

Γιατί όμως οι οικονομολόγοι εξετάζουν τη θεωρία παιγνίων; Τα παίγνια είναι ένας βολικός τρόπος για να διαμορφώσουμε τις στρατηγικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των οικονομικών φορέων. Πολλά οικονομικά ζητήματα εμπεριέχουν αυτές τις στρατηγικές αλληλεπιδράσεις, όπως η συμπεριφορά σε ανταγωνιστικές αγορές (π.χ. Coca-Cola εναντίον Pepsi), όπως η συμπεριφορά σε οικονομικές διαπραγματεύσεις (π.χ. εμπόριο) και τέλος όπως η συμπεριφορά στις δημοπρασίες (π.χ. επενδυτικές τράπεζες υποβάλλουν προσφορά στα έντοκα γραμμάτια της εκάστοτε χώρας). Γενικώς η θεωρία των παιγνίων δεν έχει όρια στον οικονομικό τομέα.

2.2 Σύνταξη ενός παιγνίου

Ένα μοντέλο παιγνίου περιλαμβάνει τους παίχτες, τις στρατηγικές, τις ενέργειες, τις πληροφορίες, την ισορροπία Nash, τα προσδοκώμενα οφέλη και το αποτέλεσμα του παιγνίου. Φυσικά οι παίχτες οι ενέργειες και τα αποτελέσματα καθορίζουν του κανόνες ενός παιγνίου.

Παίχτες: είναι αυτοί που λαμβάνουν τις αποφάσεις. Ένα παίγνιο πρέπει να έχει τουλάχιστον δύο ή και παραπάνω παίχτες.

Στρατηγική: είναι οι κανόνες που υπαγορεύουν σε κάθε παίχτη ποια ενέργεια πρόκειται να ακολουθήσει στο κάθε στάδιο στο οποίο βρίσκεται.

Ενέργειες: είναι όλες οι πιθανές ενέργειες ή κινήσεις που μπορεί να κάνει ένας παίχτης κατά τη διάρκεια του παιγνίου.

Πληροφορία: είναι οποιοδήποτε γνωστικό στοιχείο που προέρχεται από επεξεργασία δεδομένων και μας βοηθάει στο πως θα κινηθούμε σε ένα παίγνιο.

Ισορροπία Nash: με άλλα λόγια η ισορροπία Nash, όταν προκύπτει, επιβεβαιώνει τις προσδοκίες όλων των παιχτών των οποίων η συμπεριφορά οδήγησε σε αυτήν την ισορροπία. Η ιδανική αντίδραση σε μια ιδανική στρατηγική του αντιπάλου και το αντίστροφο.

Οφέλη: είναι μια εκτίμηση του ποσού που θα αποκτηθεί σε ένα παίγνιο, όταν όλοι επιλέξουν τις στρατηγικές τους και όταν ολοκληρωθεί το παίγνιο.

Αποτέλεσμα του παιγνίου: είναι το σύνολο των αποτελεσμάτων που θα λάβει ο παίχτης, ύστερα από τις ενέργειες που έχει ακολουθήσει, μετά την ολοκλήρωση του παιγνίου.

2.3 Καθαρές και Μικτές Στρατηγικές

Μια στρατηγική ορίζεται από μια σειρά από κινήσεις ή ενέργειες που ένας παίχτης πρόκειται να ακολουθήσει σε ένα συγκεκριμένο παίγνιο. Η στρατηγική πρέπει να είναι πλήρης, να οριοθετεί τη δράση σε κάθε ενδεχόμενο, συμπεριλαμβανομένων και εκείνης που δεν μπορεί να είναι εφικτή σε μια κατάσταση ισορροπίας. Καθορίζει την κάθε κίνηση του παίχτη σε κάθε πιθανό σημείο ισορροπίας κατά τη διάρκεια ενός παιγνίου. Τέτοιου είδους ενέργειες μπορούν να είναι τυχαίες στην περίπτωση των μικτών στρατηγικών. Άρα λοιπόν η στρατηγική χωρίζεται σε καθαρή και μικτή. Ο κάθε παίχτης επιλέγει ποια στρατηγική θα παίξει, η οποία θα είναι για εκείνον κυρίαρχη στρατηγική. Αυτό σημαίνει ότι ο,τι κι αν παίζει ο αντίπαλος εγώ είμαι ο καλύτερος.

Καθαρή Στρατηγική: Καθαρή στρατηγική είναι αυτή που καθορίζει μια συγκεκριμένη κίνηση ή ενέργεια που ένας παίχτης θα ακολουθήσει σε κάθε πιθανή εφικτή κατάσταση σε ένα παίγνιο, δεδομένου ότι ο αντίπαλος γνωρίζει την στρατηγική που αυτός ακολουθεί. Οι κινήσεις ή οι ενέργειες για την καθαρή στρατηγική δεν μπορούν να είναι τυχαίες. Π.χ. βρίσκομαι στην έρημο και διψάω, η καθαρή μου στρατηγική είναι: ψάχνω για νερό.

Μικτή Στρατηγική: Την μικτή στρατηγική που την χρησιμοποιούμε όταν συναντάμε την απροσδιοριστία. Το κύριο αντικείμενό της είναι η πιθανότητα. Η πιθανότητα μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή από (0-1). Μια μικτή στρατηγική είναι εκείνη κατά την οποία ένας παίχτης παίζει έχοντας στη διάθεση του καθαρές στρατηγικές με ορισμένες πιθανότητες. Ας πούμε ότι έχουμε ένα άτομο που έχει δυο στρατηγικές. Μια μικτή στρατηγική ορίζεται σαν την κατανομή πιθανότητας πάνω στις δύο αυτές στρατηγικές. Άρα πόσες στρατηγικές το άτομο στα χέρια του; Έχει άπειρες. Για παράδειγμα ένα άτομο μπορεί να πάει αριστερά ή δεξιά. Άρα έχει δυο στρατηγικές στα χέρια του: (A , Δ). Η μικτή στρατηγική στην περίπτωση αυτή είναι να πάει δεξιά με πιθανότητα p και αριστερά με $1-p$. Κατά συνέπεια το σύνολο των στρατηγικών που έχει στα χέρια του $0 \leq p \leq 1$. Αυτό που θα επιλέξει τώρα δεν είναι πλέον αριστερά ή δεξιά αλλά θα επιλέξει την πιθανότητα με την οποία θα πάει αριστερά (p). Άρα έχουμε ένα παίγνιο όπου ο αριθμός των στρατηγικών του παίχτη είναι άπειρο αλλά υπάρχει μια αντιστοιχία μεταξύ του υπολογισμού των μεικτών στρατηγικών και του παιγνίου με άπειρες στρατηγικές. Τέλος η στρατηγική θα γραφτεί ως (A,Δ; $p, 1-p$).

Τις μικτές στρατηγικές μπορούμε να τις κατανοήσουμε καλύτερα μέσα από τα επαναλαμβανόμενα παίγνια, όπου ο σκοπός του κάθε παίκτη είναι να διατηρεί την πρόβλεψη του αντιπάλου.

2.4 Είδη Παιγνίων

Σε αυτή την ενότητα θα γνωρίσουμε και θα αναλύσουμε τα είδη των παιγνίων και θα δούμε πως αυτά χωρίζονται:

Έχουμε λοιπόν τις εξής κατηγορίες:

1. Παίγνια μηδενικού ή μη μηδενικού αθροίσματος.
2. Στατικά και δυναμικά παίγνια.
3. Διαταραγμένα παίγνια.
4. Παίγνια με τέλεια ή ατελή, ολοκληρωμένη ή αβέβαιη πληροφόρηση.
5. Διαπραγματευτικά παίγνια.
6. Συνεργατικά παίγνια.

Ένα στρατηγικό παίγνιο είναι ένα μοντέλο όπου έχουμε N παίκτες, καθένας από τους οποίους διαλέγει μόνο μία στρατηγική, η οποία δεν αλλάζει. Σε ένα στρατηγικό παίγνιο υπάρχουν διάφορες συμπεριφορές παικτών:

- Το παίγνιο παίζεται μόνο μία φορά.
- Κάθε παίκτης “ξέρει” το παίγνιο (κάθε παίκτης γνωρίζει όλες τις κινήσεις και τις αποδόσεις του παιγνίου).
- Οι παίκτες είναι ορθολογικοί. Ένας ορθολογικός παίκτης είναι ένας παίκτης που παίζει εγωιστικά, θέλοντας να μεγιστοποιήσει το κέρδος του στο παιχνίδι, ενώ ταυτόχρονα γνωρίζει πως και οι αντίπαλοι του είναι ορθολογιστές.
- Όλοι οι παίκτες διαλέγουν τις κινήσεις τους ταυτόχρονα χωρίς όμως να γνωρίζουν τις επιλογές των άλλων παικτών.

2.4.1 Παίγνια Μηδενικού ή Μη Μηδενικού Αθροίσματος

Στη θεωρία παιγνίων και στην οικονομική θεωρία, ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος περιγράφει μια κατάσταση στην οποία τα κέρδη ή η ζημία του ενός παίκτη αντισταθμίζονται ακριβώς με την ζημία ή τα κέρδη του άλλου. Είναι τα παίγνια εκείνα όπου η απώλεια του ενός παίκτη είναι η αμοιβή του άλλου, οπότε το άθροισμα τους είναι μηδέν. Το μηδενικό άθροισμα μπορεί να θεωρηθεί γενικά ως σταθερό άθροισμα, όπου τα οφέλη και οι απώλειες όλων των παικτών αντιστοιχούν στην ίδια αξία χρήματος, υπερηφάνειας και αξιοπρέπειας. Φυσικά, τα ενδιαφέροντα των παικτών σε ένα τέτοιο παίγνιο είναι εντελώς αντίθετα και βρίσκονται σε σύγκρουση. Επομένως, δεν υπάρχει περίπτωση συνεργασίας των παικτών. Για παράδειγμα το σκάκι είναι ένα παιχνίδι μηδενικού αθροίσματος όπου ο κάθε παίκτης επιδιώκει την νίκη.

2.4.2 Στατικά και Δυναμικά Παίγνια

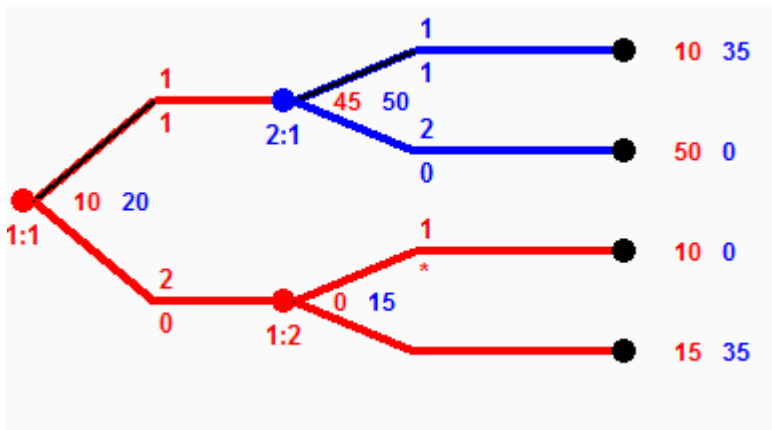
Το παίγνιο στο οποίο οι παίκτες αλληλεπιδρούν μεταξύ τους παίζοντας πολλές φορές το ίδιο παιχνίδι, λέγεται δυναμικό ή επαναλαμβανόμενο. Σε αντίθεση με τα παίγνια όπου οι παίκτες παίζουν ταυτόχρονα και έχουν τουλάχιστον κάποια πληροφορία σχετικά με τις στρατηγικές που επιλέχθηκαν για τους άλλους και επομένως μπορεί να διαδραματίσει για τις ενδεχόμενες κινήσεις του παρελθόντος.

Ένα στατικό παίγνιο είναι ένα παίγνιο στο οποίο όλοι οι παίκτες λαμβάνουν αποφάσεις (ή επιλέγουν μια στρατηγική) ταυτόχρονα, χωρίς γνώση των στρατηγικών που έχουν επιλεγεί από τους άλλους παίκτες. Ακόμη και αν οι αποφάσεις που μπορεί να γίνουν είναι σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, το παιχνίδι είναι ταυτόχρονο, διότι κάθε παίκτης δεν έχει πληροφορίες σχετικά με τις αποφάσεις των άλλων. Έτσι, είναι σαν οι αποφάσεις να λαμβάνονται ταυτόχρονα.

<i>A/B</i>	B1	B2
A1	5 , 5	-100 , 4
A2	0 , 1	0 , 0

Εικόνα 10: Στατικό παίγνιο (Πίνακας)

Με τα δυναμικά παίγνια εισάγουμε την ακολουθία κινήσεων και αφήνουμε τα παίγνια που παίζονται σε λογικό χρόνο. Διαφορετικά αφήνουμε τα παίγνια που είναι σε μορφή μήτρας και μπαίνουμε σε παίγνια που περιγράφονται σε μορφή δένδρου (δενδροδιάγραμμα) όπου ο χρόνος είναι καθορισμένος. Στα δυναμικά παίγνια ή παίγνια ακολουθίας, όπου πρώτα κινείται ο ένας παίκτης, ακολούθως κινείται ο άλλος παίκτης απαιτείται ο περαιτέρω χαρακτηρισμός της πληροφόρησης σε τέλεια και ατελή. Τέλεια είναι η πληροφόρηση όταν σε κάθε σημείο εκκίνησης του παιχνιδιού ο παίκτης που έχει σειρά να κινηθεί γνωρίζει όλη την ιστορία του παιχνιδιού μέχρι τώρα. Επίσης στα δυναμικά παίγνια η εξεύρεση λύσης διευκολύνεται μέσω της εκτατικής παρά της κανονικής μορφής αναπαράστασής τους.



Εικόνα 11: Δυναμικό παίγνιο (Δενδρόγραμμα).

2.4.3 Διαταραγμένα παίγνια

Διαταραγμένο παίγνιο ονομάζουμε το παίγνιο στο οποίο οι παίκτες δεν ελέγχουν απόλυτα τις πράξεις τους. Την κρίσιμη στιγμή της απόφασής τους, υπάρχει μια μικρή πιθανότητα ε έστω και απειροελάχιστη να επιλέξουν μια διαφορετική στρατηγική από αυτή που σκόπευαν να επιλέξουν και αυτό το ορίζουμε ως *τρεμούλα*. Όταν ένας παίχτης «τρέμει» ή *αμφιταλαντεύεται* για την επιλογή του, τότε η επόμενη κίνηση που θα κάνει, υποτίθεται ότι θα καθορίζεται από μια τυχαία διαδικασία και για κάθε κίνηση που θα μπορούσε ενδεχομένως να γίνει σε αυτή την απόφαση κόμβος.

2.4.4 Παίγνια διαδοχικών κινήσεων με πλήρη πληροφόρηση

Παίγνιο διαδοχικών κινήσεων με πλήρη πληροφόρηση είναι ένα παίγνιο όπου κάθε σύνολο πληροφοριών είναι μονοσύνολο. Διαφορετικά θα είναι παίγνιο διαδοχικών κινήσεων με ελλιπή πληροφόρηση, το οποίο θα αναλυθεί πιο κάτω. Έτσι λοιπόν, σε ένα παίγνιο διαδοχικών κινήσεων με πλήρη πληροφόρηση, ο κάθε παίχτης γνωρίζει ακριβώς ποιες επιλογές και κινήσεις έχουν πραγματοποιηθεί στα προηγούμενα στάδια του παιχνιδιού, έως την στιγμή που πρέπει να κάνει την επιλογή του. Γνωρίζει ο παίχτης λοιπόν, όλες τις λεπτομέρειες του παιχνιδιού που είναι απαραίτητες για τον προσδιορισμό της κίνησης του. Μόνο διαδοχικά παίγνια μπορούν να είναι παίγνια με πλήρη πληροφόρηση δεδομένου ότι σε ταυτόχρονα παίγνια κάθε παίχτης δε γνωρίζει τις ενέργειες των άλλων. Σε κάθε παίγνιο πλήρης πληροφόρησης υπάρχει μια ισορροπία Nash και το μόνο που χρειάζεται για να επαληθευτεί αυτό είναι η μέθοδος της προς τα πίσω επαγωγής (*μέθοδος λύσης παιχνιδιών που θα αναφερθεί παρακάτω*).

Η πλήρης πληροφόρηση συχνά συγχέεται με τα πλήρη στοιχεία και αυτό συμβαίνει διότι και τα δύο έχουν παρόμοια ερμηνεία. Τα πλήρη στοιχεία απαιτούν από τον κάθε παίχτη να γνωρίζει τις στρατηγικές και τις προσδοκώμενες αποδόσεις των αντιπάλων τους αλλά όχι και απαραίτητα τις κινήσεις τους.

2.4.5 Παίγνια διαδοχικών κινήσεων με ελλιπή πληροφόρηση

Παίγνια διαδοχικών κινήσεων με ελλιπή πληροφόρηση είναι τα παίγνια στα οποία οι παίκτες είτε δεν έχουν τη δυνατότητα να δουν κάποιες από τις επιλογές που πραγματοποιήθηκαν στα προηγούμενα στάδια του παιχνιδιού, είτε οι παίκτες που παίζουν κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού προτιμούν να μην αποκαλύπτουν τις κινήσεις που πρόκειται να πραγματοποιήσουν στα επόμενα στάδια. Για να κατανοήσουμε καλύτερα τα παίγνια με ελλιπή πληροφόρηση θα πρέπει να λάβουμε υπόψη την έννοια του υποπαιγνίου.

Ένα υποπαιγνίο ενός παιχνιδιού διαδοχικών κινήσεων είναι ένα παίγνιο εκτεταμένης μορφής στο οποίο:

- i. Το δέντρο του είναι κλάδος του αρχικού δέντρου.
- ii. Τα σύνολα πληροφοριών του κλάδου συμπίπτουν με τα σύνολα πληροφοριών του αρχικού παιχνιδιού και δεν συμπεριλαμβάνονται κορυφές που είναι εκτός κλάδου.
- iii. Τα διανύσματα απόδοσης των τερματικών κορυφών του κλάδου είναι ακριβώς τα ίδια με τα διανύσματα απόδοσης του αρχικού παιχνιδιού σε αυτές.

2.4.6 Διαπραγματευτικά παίγνια

Τα διαπραγματευτικά παίγνια αναφέρονται σε περιπτώσεις κατά τις οποίες δύο ή περισσότεροι παίκτες πρέπει να καταλήξουν σε συμφωνία σχετικά με τη διανομή ενός αντικειμένου ή χρηματικού ποσού. Κάθε παίκτης προτιμάει να καταλήγει σε μια συμφωνία, αντί να απέχει από αυτό. Ωστόσο, ο καθένας προτιμάει αυτή η συμφωνία να ευνοεί περισσότερο τα συμφέροντά του. Παραδείγματα τέτοιων καταστάσεων θα μπορούσαν να είναι η διαπραγμάτευση εργασίας, οι διευθυντές μιας εταιρείας, διαπραγματεύονται τις μισθολογικές αυξήσεις, η διαφορά μεταξύ των δύο κοινοτήτων για την κατανομή του κοινού εδάφους ή ακόμη οι προϋποθέσεις για τις οποίες δύο χώρες μπορούν να ξεκινήσουν ένα πρόγραμμα πυρηνικού αφοπλισμού. Το διαπραγματευτικό πρόβλημα λοιπόν, συναντιέται σε όλα τα επίπεδα της κοινωνικής ζωής: από τις σχέσεις των δύο φύλων μέχρι την διανομή του εθνικού εισοδήματος και την φύση του κράτους.

Αναλύοντας αυτά τα είδη προβλημάτων, θα προσέξουμε ότι η διαπραγμάτευση αναζητά μια λύση διευκρινίζοντας ποια συνιστώσα της διαφοράς αντιστοιχεί σε κάθε παίχτη ή χώρα που εμπλέκεται. Οι παίκτες όταν βρίσκονται σε ένα διαπραγματευτικό παίγνιο μπορούν να διαπραγματεύονται ένα σημαντικό ζήτημα που πρέπει να εκληρωθεί σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Το πρόβλημα μπορεί επίσης να διαιρεθεί έτσι ώστε τα τμήματα του συνολικού ζητήματος να αποτελέσουν αντικείμενο διαπραγμάτευσης κατά τη διάρκεια διαφόρων φάσεων.

Σε ένα κλασικό διαπραγματευτικό πρόβλημα, το αποτέλεσμα είναι μια συμφωνία που επετεύχθη μεταξύ όλων των ενδιαφερομένων μερών, ή την κατάσταση του προβλήματος. Είναι σαφές ότι, είναι πολύ δύσκολο να μελετήσουμε πώς τα μεμονωμένα άτομα λαμβάνουν τις αποφάσεις τους για το είδος της συμφωνίας που θα επιτευχθεί. Ωστόσο, η κλασική διαπραγματευτική θεωρία υποθέτει ότι κάθε συμμετέχων σε μια διαπραγματευτική διαδικασία θα επιλέξει μεταξύ των πιθανών συμφωνιών του, ακολουθώντας τη διεξαγωγή της προβλεπόμενης συμφωνίας από την ορθολογική επιλογή του μοντέλου. Υποτίθεται ότι οι προτιμήσεις του κάθε παίχτη λαμβάνονται σύμφωνα με τις προσδοκίες τους και τις ανάγκες τους, όπως έχουν διατυπώσει στο παρελθόν οι John Von Neuman και Morgenstern για την χρησιμότητα της λειτουργίας.

Η απλούστερη μορφή του διαπραγματευτικού προβλήματος αφορά κάθε κατάσταση στην οποία δυο ή περισσότερα άτομα έχουν στη διάθεση τους κοινά οφέλη εφόσον βέβαια καταφέρουν να συνεργαστούν. Η συνεργασία προϋποθέτει βέβαια πως τα μέρη συμφωνούν στην κατανομή των οφελών από την συνεργασία αλλιώς δε θα είναι κανείς από τους δύο κερδισμένος. Οι παίκτες έχουν κίνητρο να συντονιστούν ώστε να αποφύγουν τη σύγκρουση με σκοπό το μέγιστο όφελος.

2.4.7 Συνεργατικά παίγνια – Δίλημμα του Κρατούμενου

Ένα παίγνιο συνεργασίας είναι ένα παίγνιο στο οποίο οι παίκτες έχουν την δυνατότητα να επιβάλλουν συνεταιριστικές συμπεριφορές μεταξύ τους και ως εκ τούτου, ένα παίγνιο δεν ορίζεται ως παίγνιο με παίκτες που πραγματικά θα συνεργαστούν, αλλά ως παίγνιο κατά το οποίο κάθε συνεργασία είναι επιβλητική από έναν εξωτερικό φορέα, για παράδειγμα ενός δικαστή ή της αστυνομίας.

Το Δίλημμα του Κρατούμενου

Ένας από τους θεωρητικούς, ο Albert Tucker, παρουσίασε σε μια ομιλία του, την σημασία της θεωρίας παιγνίων για τις κοινωνικές επιστήμες, με σκοπό να ελκύσει το ενδιαφέρον των ακροατών του. Έτσι λοιπόν, ο Tucker σκαρφίστηκε ένα παίγνιο στο οποίο βάσισε όλη του την διάλεξη. Το παίγνιο αυτό, το οποίο κατηγοριοποιήθηκε ως παίγνιο συνεργασίας και έμεινε στην ιστορία ως *το Δίλημμα του Κρατούμενου*, έμελε να καταστήσει, σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα, την θεωρία παιγνίων, αν όχι δημοφιλή, τουλάχιστον γνωστή σε όλες τις κοινωνικές επιστήμες.

Στο **παράδειγμα** αυτό θα εξετάσουμε πως λειτουργεί το παίγνιο *Δίλημμα του Κρατούμενου*.

Η αστυνομία συλλαμβάνει δύο άτομα, με την κατηγορία της ένοπλης ληστείας, και τους βάζει σε διαφορετικά κελιά. Οι αστυνομικοί είναι σίγουροι πως και οι δύο κρατούμενοι είναι ένοχοι αλλά, δυστυχώς, δεν έχουν αρκετά αποδεικτικά στοιχεία για να τους κρατήσουν. Ο μόνος τρόπος να τους παραπέμψουν σε δίκη, είναι να τους πείσουν να ομολογήσουν.

Ο αξιωματικός υπηρεσίας μπαίνει στο κάθε κελί χωριστά και ρωτάει τον καθένα εάν έχει διαπράξει το έγκλημα ή όχι. Επίσης του δηλώνει ότι, εάν ο ίδιος ομολογήσει και ο άλλος δεν ομολογήσει «θα την γλιτώσει». Εάν όμως δεν ομολογήσει και ο άλλος τον προδώσει θα μπει στη φυλακή για δώδεκα χρόνια. Εάν όμως ομολογήσουν και οι δύο θα μπου φυλακή και οι δύο για τέσσερα χρόνια. Ενώ αν δεν ομολογήσει κανείς θα μπου στη φυλακή για ένα χρόνο. Ο χρόνος που έχουν να αποφασίσουν είναι μία ώρα.

Με λίγα λόγια το παίγνιο αυτό έχει την εξής μορφή:

A/B	Ο Β μιλάει	Ο Β δε μιλάει
Ο Α μιλάει	1 χρόνο ο καθένας	Ελεύθερος ο Β, 12 χρόνια ο Α
Ο Α δε μιλάει	Ελεύθερος ο Α, 12 χρόνια ο Β	4 χρόνια ο καθένας

Εικόνα 12: Το Δίλημμα του Κρατούμενου.

Θυμίζουμε ότι «ορθολογισμός» για τους ειδικούς αυτού του μοντέλου είναι να κοιτάει ο καθένας το συμφέρον του, δηλαδή είτε το μέγιστο όφελος είτε την μικρότερη ζημιά του, λαμβάνοντας υπόψη του ότι και ο άλλος (ο «αντίπαλος»...) θα κάνει το ίδιο. Σύμφωνα λοιπόν με την θεωρία, ο κάθε κρατούμενος, ας πούμε ο Α και ο Β, έχει τις πιο κάτω επιλογές:

Επειδή ο Α δεν μπορεί να εμπιστευτεί «λογικά σκεπτόμενος» τον Β ότι θα κρατήσει το στόμα του κλειστό (οπότε, κρατώντας κι αυτός το δικό του, «κερδίζει» την μικρότερη ποινή), καρφώνει. Επειδή και ο Β απ' την μεριά του κάνει τις ίδιες σκέψεις και τους ίδιους υπολογισμούς, καρφώνει επίσης. Κατά την θεωρία παιγνίων η ευτυχής (και πλήρως ορθολογική κατάληξη) του διλήμματος είναι ότι γίνονται ο ένας προδότης του άλλου και τρώνε από 4 χρόνια φυλακή.

Πρέπει να πούμε ότι σε αυτό το παράδειγμα, όπως και σε κάθε κατάσταση (παίγνιο) της θεωρίας παιγνίων υποθέτουμε ότι οι εμπλεκόμενοι (οι παίκτες) είναι απόλυτα λογικοί και έχουν ως αποκλειστικό γνώμονα τη μεγιστοποίηση του κέρδους ή την ελαχιστοποίηση του κόστους (όπως σε αυτή την περίπτωση). Θα περίμενε ίσως κάποιος ότι δύο λογικοί άνθρωποι θα επέλεγαν το βέλτιστο δυνατό αποτέλεσμα που θα συνέφερε και τους δύο περισσότερο από αυτό που τελικά κατάφεραν, δηλαδή, να κρατήσουν και οι δύο τη σιωπή τους και να πάνε στη φυλακή με μια ποινή μόνο ενός έτους. Πώς κατέληξαν λοιπόν εδώ τα πράγματα; Η απάντηση βρίσκεται στην εμπιστοσύνη που δείχνει ο ένας στην απόφαση του άλλου. Με άλλα λόγια, με δεδομένη κάθε επιλογή του αντίπαλου παίκτη, το αποτέλεσμα του ανταγωνισμού επικρατεί έναντι του αποτελέσματος της συνεργασίας.

Το παραπάνω παράδειγμα καταδεικνύει ότι το «κοινό συμφέρον» δεν είναι πάντα η επιλογή απόλυτα λογικά σκεπτόμενων ατόμων και πολλές φορές απόλυτα λογικά επιλογές μπορούν να οδηγήσουν σε ζημιά για όλους τους εμπλεκόμενους.

2.5 Λύσεις Παιγνίων

Σε αυτή την ενότητα θα γνωρίσουμε και θα αναλύσουμε τις κατηγορίες των παιγνίων και θα δούμε πως αυτές χωρίζονται:

Έχουμε λοιπόν τις εξής κατηγορίες:

1. Κυρίαρχη στρατηγική
2. Κυριαρχούμενη – Χαλαρή Στρατηγική
3. Ισορροπία Nash
4. Λύση Minimax - Maximin
5. Οπισθοβατική επαγωγή

2.5.1 Κυρίαρχη στρατηγική

Μια στρατηγική είναι κυρίαρχη αν εγγυάται σε ένα παίκτη υψηλότερες αποδόσεις από εκείνες που θα είχε αν επέλεγε οποιαδήποτε άλλη στρατηγική, έναντι όλων των πιθανών στρατηγικών του αντιπάλου του.

Γενικά η έννοια της κυρίαρχης στρατηγικής μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην εξεύρεση λύσεων μέσω της διαδικασίας της επαναλαμβανόμενης απόλειψης κυριαρχούμενων στρατηγικών. Οι στρατηγικές που προκύπτουν από την επαναλαμβανόμενη απόλειψη αποκαλούνται εκλογικεύσιμες στρατηγικές. Είναι εκλογικεύσιμες ως στρατηγικές ισορροπίας διότι είναι εκείνες οι οποίες πρόκειται να παιχθούν ως η καλύτερη ανταπάντηση, ως η προσοδοφότερη αντίδραση του κάθε παίκτη στον άλλο δεδομένων των εικασιών τους για το ποιες στρατηγικές δε πρόκειται να παιχθούν.

Παράδειγμα Παιγνίου κυριαρχίας κινδύνου “Risk Dominance”

<i>A/B</i>	B₁	B₂
A₁	5 , 5	-100 , 4
A₂	0 , 1	0 , 0

Εικόνα 13: Πίνακας Παιγνίου κυριαρχίας κινδύνου

Οι παίκτες πριν πάρουν κάποια απόφαση και διαλέξουν ποια στρατηγική θα ακολουθήσουν, κοιτάνε ποια στρατηγική πραγματικά τους ωφελεί, με ποια θα έχουν το μεγαλύτερο δυνατό κέρδος ότι και να κάνει ο αντίπαλος τους. Σε αυτό το σημείο η επιλογή γίνεται με βάση την κυριαρχία των στρατηγικών.

Στο παραπάνω παράδειγμα βλέπουμε πως για τον B παίκτη η στρατηγική B₁ κυριαρχεί της στρατηγικής B₂, αφού (5>4) και (1>0), δηλαδή αν ο A παίκτης διαλέξει την A₁ στρατηγική, ο B θα επιλέξει την B₁ και το ίδιο θα κάνει αν ο A διαλέξει την A₂. Επομένως η καλύτερη κίνηση του είναι να επιλέξει την B₁ στρατηγική.

2.5.2 Κυριαρχούμενη – Χαλαρή Στρατηγική

Η έννοια της κυρίαρχης στρατηγικής που αναπτύξαμε είναι εκείνη της αυστηρής (strict) κυριαρχίας. Υπάρχει ωστόσο και η χαλαρή ή ασθενής (weak) κυριαρχία, η οποία ενδεχομένως να επηρεάζει το αποτέλεσμα της επαναλαμβανόμενης απόλειψης κυριαρχούμενων στρατηγικών. Μία χαλαρά κυρίαρχη στρατηγική αποδίδει στον παίκτη περισσότερο σε μία επιλογή του αντιπάλου και το ίδιο σε μία άλλη.

Μία στρατηγική είναι ασθενώς κυρίαρχη αν εγγυάται σε ένα παίκτη, για κάθε επιλογή του αντιπάλου του, απόδοση τουλάχιστον εξίσου καλή με κάθε άλλη στρατηγική του, όπως και υψηλότερες αποδόσεις για μία τουλάχιστον επιλογή του αντιπάλου του.

Αντίθετα, ασθενώς κυριαρχούμενες στρατηγικές είναι αυτές που συνυπάρχουν στο <<Μενού>> ενός παίχτη με μία ασθενώς κυρίαρχη στρατηγική (δηλαδή στρατηγικές που αποφέρουν σε ένα παίχτη χαμηλότερες αποδόσεις για μία τουλάχιστον από τις κινήσεις του αντιπάλου του και, όσο αναφορά την επιλογή που απομένει, επιφυλάσσει στον παίκτη αποδόσεις που δεν είναι καλύτερες, αλλά ούτε και χειρότερες από εκείνες τις οποίες θα τους απέφερε κάποια άλλη στρατηγική).

Σε συνέχεια από το παραπάνω παράδειγμα, για τις στρατηγικές του παίκτη Α όμως δεν παρατηρούμε το ίδιο. Αυτό γιατί αν ο Α ξέρει πως ο Β θα επιλέξει την B_1 στρατηγική, τον συμφέρει να διαλέξει την A_1 , αφού ($5 > 0$) εάν όμως ο Β διαλέξει την B_2 , ο Α δεν θα επιλέξει πάλι την A_1 αλλά την A_2 αφού ($-100 < 0$). Επομένως για τον Α παίκτη καμιά στρατηγική δεν κυριαρχεί της άλλης.

Αν κάποιος παίκτης έχει κυρίαρχη στρατηγική την ακολουθεί και τότε το παιχνίδι έχει λύση κυρίαρχης στρατηγικής. Όπως είδαμε όμως είναι πολύ πιθανό να μην υπάρχουν πάντα κυρίαρχες στρατηγικές αλλά να υπάρχουν ασθενείς κυριαρχίες.

Μια στρατηγική κυριαρχεί ασθενώς “weakly dominates” εάν για κάθε μία από τις εναλλακτικές στρατηγικές του παίκτη έχει τουλάχιστον ίση απολαβή για όλους τους συνδυασμούς στρατηγικών των υπολοίπων παικτών και καλύτερη απολαβή για τουλάχιστον έναν συνδυασμό στρατηγικών των άλλων παικτών. Όλες οι άλλες εναλλακτικές στρατηγικές ονομάζονται ασθενώς κυριαρχούμενες “weakly dominated strategy”. Στο παραπάνω παίγνιο η στρατηγική A_1 κυριαρχεί ασθενώς της A_2 αφού ($5 > -100$) και ($0 = 0$).

Ο συνδυασμός των στρατηγικών που επιλέχθηκαν από κάθε παίκτη μας δίνει την έννοια της ισορροπίας “equilibrium”. Η ισορροπία στο παίγνιο δηλαδή προέρχεται από τις καλύτερες στρατηγικές μία για κάθε παίκτη στο παιχνίδι. Στο παράδειγμα μας η ισορροπία βρίσκεται στο κελί (A_1, B_1) δηλαδή στη λύση ($5, 5$) αφού η καλύτερη επιλογή για τον Α παίκτη είναι η A_1 , για τον Β παίκτη η B_1 και η τομή τους είναι το κελί (A_1, B_1).

Για να βρούμε αυτήν την ισορροπία εάν υπάρχει κυρίαρχη στρατηγική για κάποιον παίκτη τότε επιλέγεται, όπως αναφέραμε και παραπάνω. Σε περίπτωση όμως που δεν υπάρχει, ο περιορισμός των κυριαρχούμενων στρατηγικών “dominated” μπορεί να οδηγήσει στη δημιουργία νέων κυριαρχούμενων στρατηγικών, οι οποίες με τη σειρά τους θα απαλειφθούν κι αυτές. Ξεκινώντας το παιχνίδι διαγράφονται μία μία οι ασθενώς κυριαρχούμενες στρατηγικές από τις επιλογές του παίκτη και αυτό συνεχίζεται μέχρι να βρεθεί μόνο μία στρατηγική για κάθε παίκτη.

Η διαδικασία αυτή ονομάζεται απαλοιφή κυριαρχούμενων στρατηγικών. Η διαδικασία αυτή είναι απολύτως λογική αφού και οι παίκτες είναι λογικοί και γνωρίζουν πως και οι αντίπαλοι τους είναι λογικοί γεγονός που δείχνει ότι κανένας από αυτούς δεν θα επιλέξει μια στρατηγική η οποία είναι ασθενώς κυριαρχούμενη. Αν απαλείψουμε μόνο κυριαρχούμενες στρατηγικές, η σειρά της απαλοιφής δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα. Ο κίνδυνος υπάρχει μόνο αν απαλείψουμε με λάθος σειρά ασθενώς κυριαρχούμενες στρατηγικές, οδηγώντας μας σε λάθος αποτέλεσμα. Σωστή σειρά θεωρείται η ταυτόχρονη απαλοιφή για όλους τους παίκτες σε κάθε γύρο.

Η σημαντικότερη έννοια ισορροπίας στη θεωρία παιγνίων είναι η ισορροπία Nash που θα αναλύσουμε στην συνέχεια.

2.5.3 Ισορροπία Nash

Ένα μέγεθος που θα προσδιόριζε τον σκοπό ενός παίκτη είναι η λεγόμενη «ισορροπία Nash», μια έννοια που οφείλεται στον νομπελίστα μαθηματικό και οικονομολόγο John Nash, η τυραννισμένη ζωή του οποίου αποτέλεσε το θέμα της γνωστής ταινίας «Ένας υπέροχος άνθρωπος»

Ο John Nash έδειξε ότι σε κάθε στατικό παιχνίδι με ένα πεπερασμένο σύνολο στρατηγικών υπάρχει τουλάχιστον μία κατάσταση ισορροπίας, που αντιστοιχεί σε επιλογές στρατηγικής οι οποίες παρέχουν τη βέλτιστη ανταπόδοση και για τους δύο παίκτες: κανένας παίκτης δεν μπορεί να πετύχει κάτι καλύτερο αλλάζοντας τη στρατηγική του, τη στιγμή που η στρατηγική του άλλου παραμένει αμετάβλητη.

2.5.3.1 Η ζωή του John Nash

Στους βασικούς θεμελιωτές της θεωρίας παιγνίων ανήκει ο John Nash ο οποίος εισήγαγε στα παίγνια την ιδέα της ισορροπίας η οποία χρησιμοποιείται πλέον ευρέως σε όλους τους κλάδους της σύγχρονης επιστήμης.

Ο Nash γεννήθηκε στη Δυτική Βιρτζίνια το 1928. Αν και ενδιαφερόταν για τα μαθηματικά, αποφάσισε να γίνει ηλεκτρολόγος μηχανικός όπως και ο πατέρας του. Όταν το 1945 γράφτηκε στο “Carnegie Institute of Technology” στο Pittsburgh αποφάσισε να γίνει χημικός μηχανικός, κάτι που στην πορεία δεν του άρεσε και έτσι επέστρεψε στα μαθηματικά με τα οποία ασχολήθηκε.

Όταν πήγε το 1948 στο “Princeton” ήταν ήδη ένας από τους κορυφαίους στην θεωρία παιγνίων και είχε ήδη ασχοληθεί με “προβλήματα συμφωνιών”, δηλαδή προβλήματα στα οποία οι παίκτες μοιράζονται κάποια κοινά συμφέροντα. Με τη φράση “αυτός ο άντρας είναι ιδιοφυΐα” περιέγραψε τον John Nash στους υπόλοιπους καθηγητές του Princeton University, ο καθηγητής R. L. Duffin.

Η σημαντικότερη του εργασία όμως ήταν αυτή που ασχολήθηκε με την ισορροπία στη θεωρία παιγνίων και χάρη στην πολύτιμη συμβολή του πήρε το όνομα “Nash ισορροπία”. Ο Nash δημοσίευσε την ιδέα του για την ισορροπία αμέσως σε ηλικία 21 ετών! Μία δισέλιδη αναφορά έγινε το 1950 στο “Proceedings of the National Academy of Sciences”. Με τίτλο “Equilibrium Points in n-Person Games”, το άρθρο δημοσίευσε περιληπτικά την ύπαρξη λύσεων για παίγνια με n παίκτες. Επέκτεινε την έρευνα του και μια μεγαλύτερη έκδοση δημοσιεύτηκε το 1951 στο “Annals of Mathematics” με τίτλο “Non-cooperative Games”.

Αν και δεν έτυχε ευρείας υποδοχής στην αρχή, η προσέγγιση του Nash για την θεωρία παιγνίων, τον οδήγησε στην απόκτηση του βραβείου Νόμπελ στα οικονομικά το 1994. Δεν υπάρχει όμως καμιά αμφιβολία ότι η ανάπτυξη της θεωρίας παιγνίων σε όλους τους τομείς έγινε εφικτή χάρη στην ανακάλυψη του Nash.

Ο Nash σκαρφίστηκε μια γενική “λύση” για όλα τα (πεπερασμένα) παίγνια και απέδειξε ότι κάθε τέτοιο παίγνιο διαθέτει τουλάχιστον μια τέτοια λύση. Έτσι κατάφερε ένα μεγάλο χτύπημα στην απροσδιοριστία.

2.5.3.2 Προσέγγιση ισορροπίας Nash

Το θεώρημα που διατύπωσε ο Nash και έγινε γνωστό σε όλο τον κόσμο αναφέρει πως κάθε παίγνιο με πεπερασμένο πλήθος παικτών και ενεργειών έχει τουλάχιστον ένα σημείο ισορροπίας, σύμφωνα με το οποίο όλοι οι παίκτες επιλέγουν τις πιο συμφέρουσες για αυτούς ενέργειες, γνωρίζοντας και τις επιλογές των αντιπάλων τους. Οι παίκτες σκέφτονται τι μπορεί να διαλέξει ο αντίπαλος τους, προσπαθούν να καταλάβουν τη συμπεριφορά των άλλων και επιλέγουν την στρατηγική τους σύμφωνα με αυτό. Δηλαδή η στρατηγική ενός παίκτη αποτελεί την καλύτερη αντίδραση (απόκριση) στην στρατηγική του άλλου παίκτη. Αυτός ο συνδυασμός στρατηγικών αποτελεί ισορροπία Nash.

Ο παίκτης επιλέγει εκείνη από τις δικές του στρατηγικές, η οποία είναι η καλύτερη απάντηση στην στρατηγική που νομίζει ότι θα επιλέξει ο άλλος παίκτης. Επομένως κανένας παίκτης δεν έχει κίνητρο να φύγει μονομερώς από αυτήν την ισορροπία που έχει δημιουργηθεί. Οι παίκτες καταλαβαίνουν πως βρίσκονται σε ισορροπία αν μια αλλαγή στις στρατηγικές από οποιονδήποτε από αυτούς, οδηγήσει σε χαμηλότερο κέρδος από αυτό που θα είχαν αν παρέμεναν στη σωστή στρατηγική.

Δεδομένου των επιλογών των αντιπάλων, ο παίκτης δεν έχει να κερδίσει κάποιο μεγαλύτερο όφελος και για αυτό δεν αλλάζει στρατηγική.

Όπως είναι φανερό η θεωρία για την ισορροπία Nash, έχει δύο συνιστώσες: πρώτα κάθε παίκτης κάνει την επιλογή του βασιζόμενος στην ορθολογική απόφαση που προέρχεται από τις πεποιθήσεις του για το τι θα πράξει ο αντίπαλος και δεύτερον κάθε πεποίθηση του παίκτη για την επιλογή του αντιπάλου του είναι σωστή.

2.5.3.3 Εφαρμογή ισορροπίας Nash σε Παράδειγμα

Για να κατανοήσουμε πλήρως την έννοια της ισορροπίας Nash, θα χρησιμοποιήσουμε το παράδειγμα από το παίγνιο κυριαρχίας κινδύνου.

Παράδειγμα Παιγνίου κυριαρχίας κινδύνου “Risk Dominance”

<i>A/B</i>	B₁	B₂
A₁	5 , 5	-100 , 4
A₂	0 , 1	0 , 0

Εικόνα 13: Πίνακας Παιγνίου κυριαρχίας κινδύνου

Ξεκινώντας με τον A παίκτη βρίσκουμε ποια στρατηγική θα επιλέξει σε συγκεκριμένη στρατηγική του αντιπάλου. Έστω ότι ο A πιστεύει ότι ο B θα επιλέξει την B₁ στρατηγική. Τότε προφανώς θα επιλέξει εκείνη από τις δύο δικές του στρατηγικές που θα του δώσει το μεγαλύτερο όφελος. Η A₁ θα του δώσει 5 μονάδες ωφέλειας, ενώ η A₂ θα του

δώσει 0 (όπως αναφέραμε και πιο πριν οι πρώτοι αριθμοί σε κάθε κελί αντιστοιχούν στον παίκτη γραμμής, δηλαδή στον A). Άρα θα επιλέξει την A_1 στρατηγική με κέρδος 5. Αυτό το νούμερο το κυκλώνουμε. Αν ο A πιστεύει πως ο B θα διαλέξει την B_2 στρατηγική αυτός φυσικά θα προτιμήσει την A_2 αφού το κέρδος του θα είναι μεγαλύτερο ($-100 < 0$), άσχετα αν πρόκειται για 0 μονάδες.

Ύστερα από τις επιλογές του παίκτη A, ο πίνακας παρουσιάζεται ως εξής:

A/B	B_1	B_2
A_1	5, 5	-100, 4
A_2	0, 1	0, 0

Εικόνα 14: Πρώτο στάδιο παιχνιδιού

Ομοίως κάνουμε και για τον παίκτη B. Αν αυτός νομίζει ότι ο A θα επιλέξει την A_1 στρατηγική, θα προτιμήσει την B_1 στρατηγική που θα του δώσει κέρδος 5 μονάδες και όχι 4 μονάδες (οι δεύτεροι αριθμοί σε κάθε κελί είπαμε πως αναφέρονται στον παίκτη στήλης, δηλαδή στον B). Αν ο B νομίζει για τον A πως θα ακολουθήσει την A_2 στρατηγική, θα προτιμήσει και πάλι την B_1 αφού θα έχει κέρδος 1 μονάδα αντί για 0 μονάδες. Αυτά τα νούμερα τα βάζουμε σε ένα μπλε τετράγωνο.

Ύστερα και από τις επιλογές του B παίκτη ο πίνακας έχει ως εξής:

A/B	B_1	B_2
A_1	5, 5	-100, 4
A_2	0, 1	0, 0

Εικόνα 15: Δεύτερο στάδιο του παιχνιδιού

Η ισορροπία Nash υπάρχει όταν η καλύτερη απόκριση του παίκτη A είναι ίδια με την καλύτερη απόκριση του παίκτη B, όταν δηλαδή σε ένα κελί υπάρχουν οι επιλογές και των δύο παικτών. Αυτό είναι και το σημείο ισορροπίας. Στο παράδειγμα μας ισορροπία έχουμε στο κελί $(A_1, B_1) = (5, 5)$.

Υπάρχουν παιχνίδια που έχουν παραπάνω από μία ισορροπίες Nash, ενώ υπάρχουν και παιχνίδια χωρίς κανένα σημείο ισορροπίας Nash.

Έχουμε αναφέρει πως εκτός από τις καθαρές στρατηγικές έχουμε και τις μικτές. Είπαμε πως η επιλογή μικτής στρατηγικής ισοδυναμεί με το να επιλέξει ο παίκτης τυχαία μεταξύ συγκεκριμένων καθαρών στρατηγικών. Για παράδειγμα μπορούμε να πούμε πως ο παίκτης A θα επιλέξει την A_1 στρατηγική με πιθανότητα p ή την A_2 με πιθανότητα $p-1$. Ο παίκτης δηλαδή που διαλέγει μικτή στρατηγική επιλέγει τις πιθανότητες καθεμιάς από τις καθαρές στρατηγικές που εμπεριέχονται στην συγκεκριμένη μικτή στρατηγική, αφήνοντας τα υπόλοιπα στην τύχη. Όσο και αν φαίνεται παράξενο υπάρχουν πολλές περιπτώσεις στην καθημερινή ζωή όπου οι παίκτες προτιμούν να χρησιμοποιήσουν μικτές στρατηγικές.

Ο Nash κατάφερε επίσης να αποδείξει πως όλα τα πεπερασμένα παίγνια εμπεριέχουν τουλάχιστον ένα σύνολο μικτών στρατηγικών (μία ανά παίκτη) που συνιστά ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές (INMΣ). Όταν υπάρχουν πολλές ισορροπίες Nash (σε καθαρές στρατηγικές), τη λύση δίνει η ισορροπία Nash σε μικτές στρατηγικές.

Ακόμη και αν δεν υπάρχει ισορροπία σε καθαρές στρατηγικές, υπάρχει μία μοναδική ισορροπία σε μικτές στρατηγικές.

Η ισορροπία σε καθαρές στρατηγικές φαίνεται πιο ελκυστική πρόταση από την ισορροπία στις μικτές, αφού δεν χρειάζεται οι παίκτες να επιλέγουν στην τύχη. Όμως από τη στιγμή που δεν υπάρχει ισορροπία σε κάθε παιχνίδι, η ισορροπία σε μικτές στρατηγικές αποκτάει μεγαλύτερη αξία αφού πλέον για κάθε παιχνίδι υπάρχει σίγουρα μία ισορροπία.

2.5.4 Λύση Minimax – Maximin

Η μέθοδος maximin χρησιμοποιείται σε καταστάσεις όπου δεν υπάρχει Nash ισορροπία και θεωρείται ως πιο αυθαίρετος τρόπος εύρεσης λύσης σε παίγνια που αναλύουμε μέχρι αυτό το σημείο της εργασίας. Το πιο σύνηθες παράδειγμα χρήσης της maximin στρατηγικής είναι όταν ο παίκτης A του παιγνίου παίρνει αποφάσεις με σκοπό την μείωση του κέρδους του αντιπάλου παίκτη B. Τότε ο παίκτης B θα χρησιμοποιήσει την maximin μέθοδο με σκοπό να αποφύγει τα χειρίστα για αυτόν αποτελέσματα, επιλέγοντας το μέγιστο όφελος από τα ελάχιστα. Ο αντικειμενικός σκοπός ενός παίκτη που υιοθετεί μία τέτοιου είδους στρατηγική είναι η μεγιστοποίηση της αίσθησης ασφάλειας που νιώθει.

Η διαδικασία επιλογής maximin στρατηγικής έχει ως εξής: Ο παίκτης παρατηρεί τα οφέλη που θα έχει μέσω των στρατηγικών του ανάλογα πάντα με την επιλογή του αντιπάλου. Εντοπίζει τα λιγότερα οφέλη που του αποφέρει η κάθε στρατηγική και έπειτα επιλέγει τη στρατηγική που του δίνει το μέγιστο από αυτά τα ελάχιστα κέρδη.

Σύμφωνα με το κριτήριο minimax, σε ένα στατικό παίγνιο για τον παίκτη A, ο παίκτης A επιλέγει, εκείνη τη στρατηγική που θα του δώσει το μεγαλύτερο από τα ελάχιστα των σειρών (maximin τιμή) και ο παίκτης B επιλέγει εκείνη τη στρατηγική που θα του δώσει το ελάχιστο από τα μέγιστα των στηλών (minimax τιμή). Η maximin τιμή ονομάζεται κατώτερη τιμή και η minimax ανώτερη τιμή του παιγνίου. Όταν οι δύο τιμές ταυτίζονται το παίγνιο έχει λύση με αμιγείς στρατηγικές και η λύση είναι σταθερή (stable) δηλαδή υπάρχει ένα μοναδικό σημείο ισορροπίας που δίνει την τιμή του παιγνίου, V .

	B ₁	B ₂	B ₃	min
A ₁	-1	7	3	-1
A ₂	1	1	2	1*
A ₃	-5	-3	1	-5
max	1*	7	3	V=1

Maximin σημείο → (A₂, B₁)
Minimax σημείο → (A₂, B₁)

Εικόνα 16: Παράδειγμα Minimax

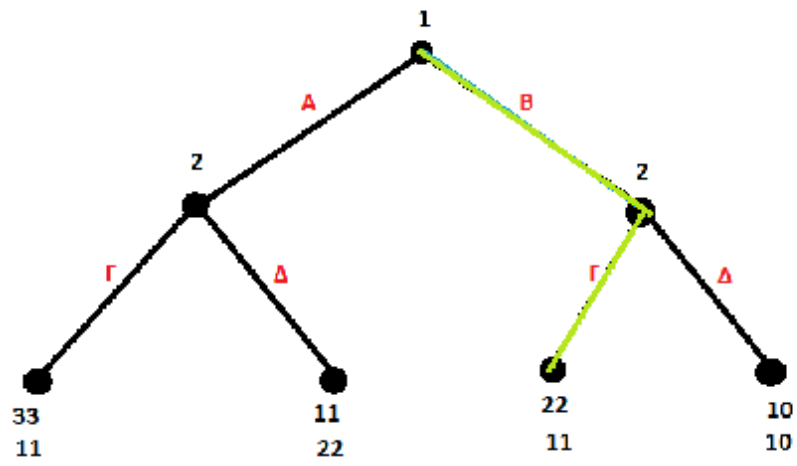
Ο αντικειμενικός σκοπός του A είναι να μεγιστοποιήσει τα κέρδη του, και του B να ελαχιστοποιήσει τη ζημιά του. Θα ισορροπήσουν εκεί όπου ο A θα μεγιστοποιεί το ελάχιστο κέρδος του και ο B θα ελαχιστοποιεί τη μέγιστη ζημιά του. Ουσιαστικά, ισορροπούν εκεί όπου και οι δύο ελαχιστοποιούν τη μέγιστη ζημιά που μπορούν να υποστούν.

2.5.5 Οπισθοβατική - Οπισθογενής Επαγωγή

Η γνωστότερη μέθοδος εξεύρεσης της τέλει ισορροπίας Nash υποπαιγνίων είναι αυτή της οπισθοβατικής επαγωγής που επινοήθηκε από τον Reinhard Selten το 1965. Ο κάθε παίκτης “προβλέπει” την αντίδραση του αντιπάλου στην κίνηση που θα πραγματοποιήσει ο ίδιος, και έπειτα καθορίζει τη στρατηγική που θα ακολουθήσει για να του αποφέρει το μέγιστο όφελος.

Ας δούμε για παράδειγμα το παρακάτω παίγνιο το οποίο περιέχει δύο υποπαιγνια, αυτά που αρχίζουν στους δύο κόμβους απόφασης του παίκτη 2, έχουμε δηλ. τέλεια πληροφόρηση. Κατ’ αρχάς, ο παίκτης 1, εξετάζει νοητικά τα εξής δύο ενδεχόμενα: Έστω ότι ο παίκτης 1, ο εαυτός του, παίζει A, συμφέρει τότε στον παίκτη 2 να παίξει Δ, διότι θα έχει απόδοση 22 και όχι 11 την οποία θα είχε αν έπαιζε Γ. Έστω πάλι ότι ο παίκτης 1 παίζει B, οπότε συμφέρει τον 2 να παίξει Γ γιατί $11 > 10$. Έχοντας, τώρα, ο παίκτης αυτά τα συμπεράσματα όσον αφορά τη συμπεριφορά του 2 στις δικές του κινήσεις, τον συμφέρει μετά να επιλέξει B, αφού τότε ο 2 θα επιλέξει Γ και η απόδοση του παίκτη 1 θα είναι 22 αντί της απόδοσης 11 που θα είχε εάν επέλεγε A και ο παίκτης 2 έπαιζε συνεπώς Δ.

Δηλαδή, βαδίζοντας ο παίκτης 1 από το τέλος του παιγνίου, από το μέλλον, προς τα πίσω, ή κατά την ορολογία, διά της **οπισθοβατικής επαγωγής** του παίκτη 1, το παρακάτω παίγνιο καταλήγει στην κατάσταση που περιγράφεται μέσω της έντονης γραμμής που συνδέει τον αρχικό κόμβο απόφασης με τον τερματικό κόμβο που έχει αποδόσεις (22,11). Γι’ αυτό και η ακολουθία κινήσεων (B,Γ) αποτελεί το **αποτέλεσμα της οπισθοβατικής επαγωγής**, του παιγνίου. Αποτελεί το αποτέλεσμα της μεθόδου επίλυσης του παιγνίου κατά την οποία οι εικασίες για το μέλλον διαμορφώνουν την τρέχουσα συμπεριφορά. Οι εικασίες είναι ότι δε θα παιχτούν κυριαρχούμενες στρατηγικές.



Εικόνα 17: Παίγνιο οπισθοβατικής επαγωγής

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Σε αυτό το κεφάλαιο θα ασχοληθούμε αναλυτικά με την επίλυση των σημαντικότερων κατηγοριών στατικών παιγνίων με τη βοήθεια του προγράμματος Gambit. Θα εξετάσουμε λεπτομερώς προβλήματα με ισορροπία Nash, με κυρίαρχη και κυριαρχούμενη ισορροπία, προβλήματα πλήρους πληροφόρησης και παίγνια με μεικτές στρατηγικές.

3.1 Πρόβλημα με ισορροπία κατά Nash.

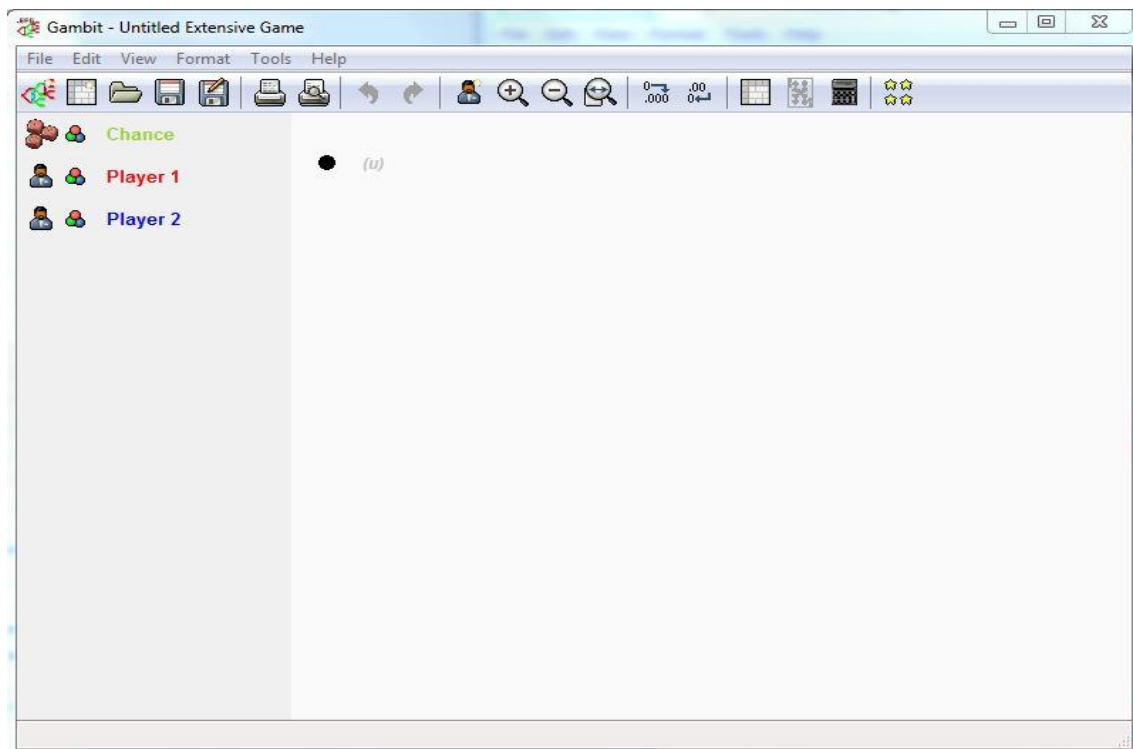
Ποια είναι η ισορροπία κατά Nash στο παρακάτω παίγνιο.

Παίκτης 2			
Παίκτης 1		Αριστερά	Δεξιά
	Πάνω	2, 6	8, -5
	Κάτω	0, 9	12, 3

Λύση στο Gambit

ΒΗΜΑ 1^ο:

Ανοίγουμε το πρόγραμμα Gambit και μας εμφανίζεται η αρχική οθόνη του προγράμματος.

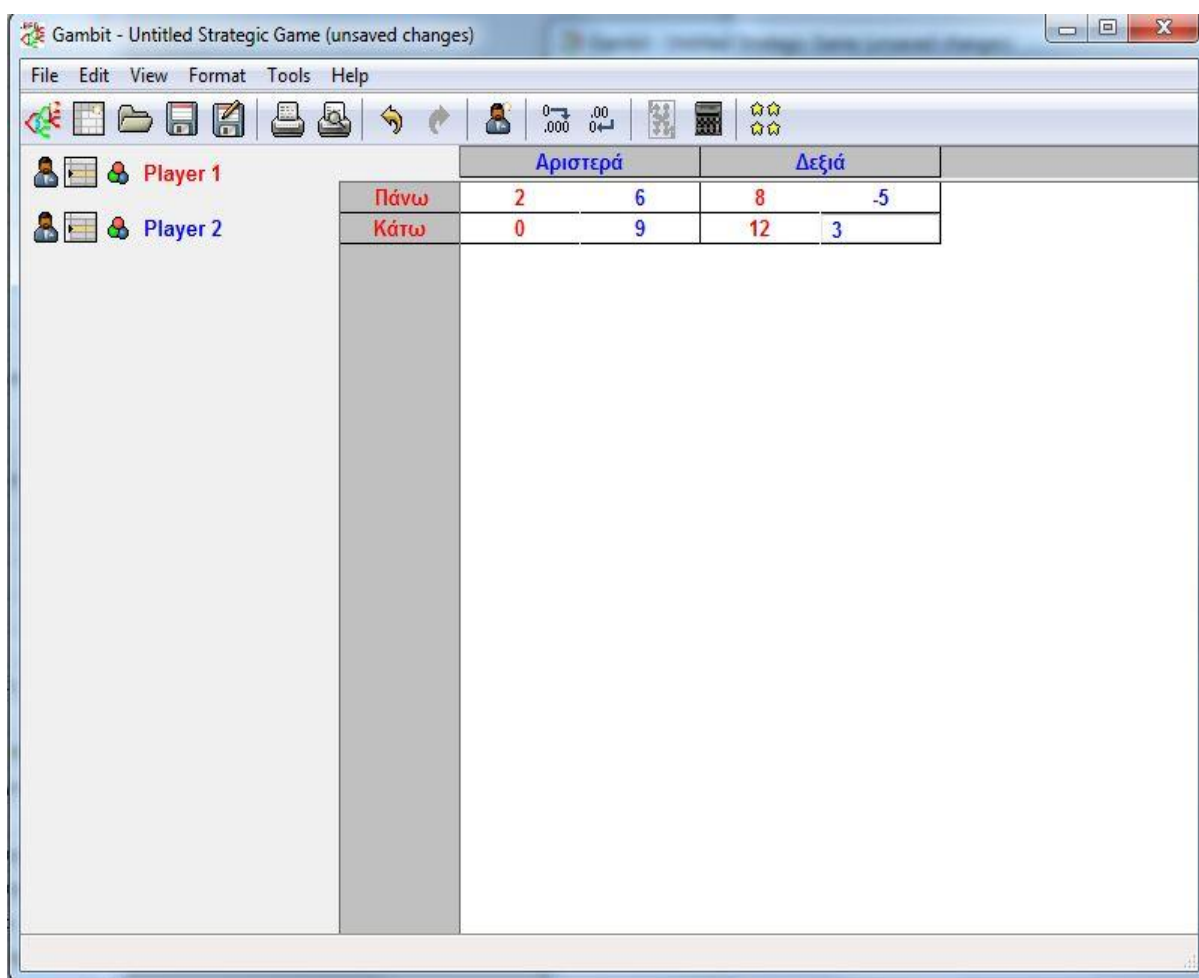


Εικόνα 18: Αρχική οθόνη

ΒΗΜΑ 2^ο:

Αφού έχουμε ανοίξει το πρόγραμμα, και επειδή πρόκειται για στατικό παίγνιο, από την γραμμή εργαλείων επιλέγουμε το δεύτερο εικονίδιο για να δημιουργήσουμε τον πίνακα του προβλήματος και να καταχωρήσουμε τις αντίστοιχες τιμές. Κάνοντας την καταχώρηση εμφανίζεται η παρακάτω οθόνη.

Η καταχώρηση των τιμών στον πίνακα που εμφανίζεται γίνεται κάνοντας ένα κλικ στο πεδίο που μας ενδιαφέρει.

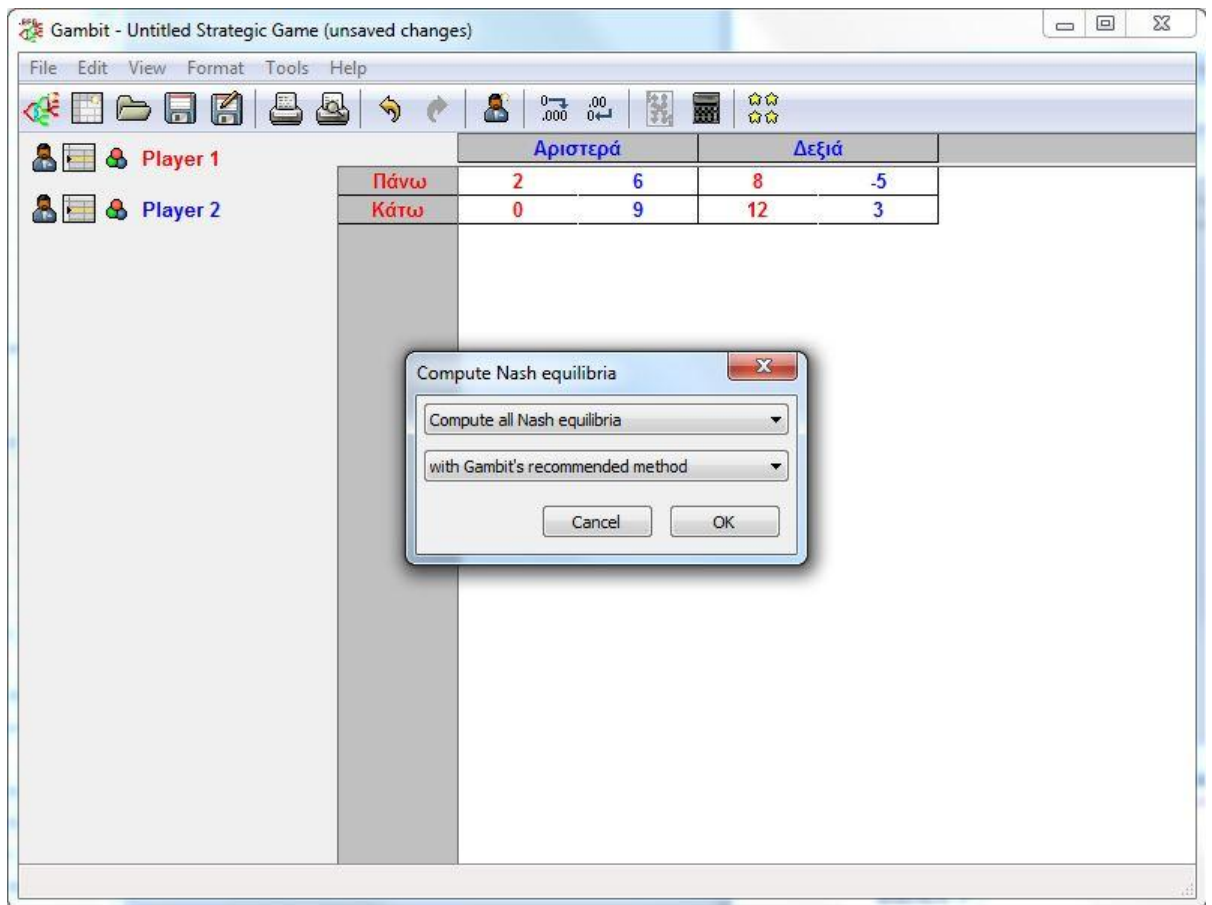


		Αριστερά		Δεξιά	
Player 1	Πάνω	2	6	8	-5
	Κάτω	0	9	12	3
Player 2					

Εικόνα 19: Καταχώρηση τιμών

ΒΗΜΑ 3^ο:

Στη συνέχεια έχοντας ήδη καταχωρήσει τις τιμές, από την γραμμή Menu επιλέγουμε Tools →Equilibrium.

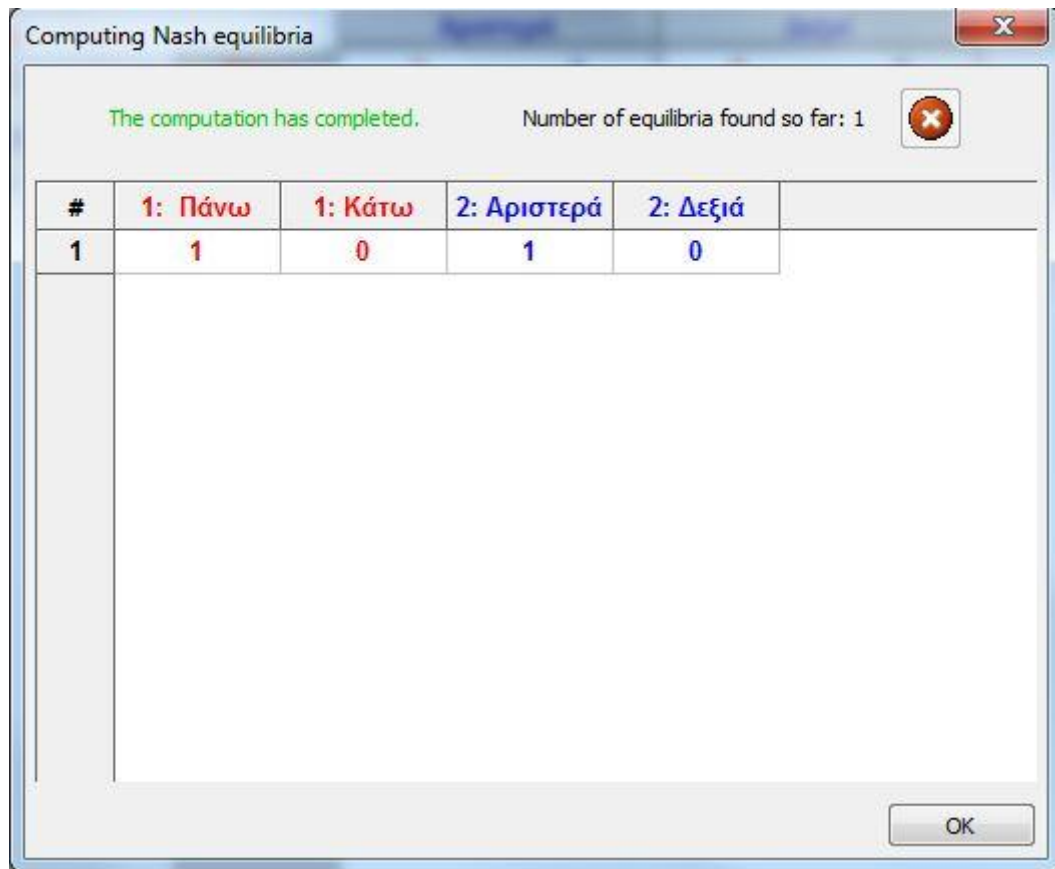


Εικόνα 20: Υπολογισμός ισορροπίας Nash.

Στη συνέχεια εμφανίζεται το παραπάνω παράθυρο. Στο πρώτο πεδίο επιλέγουμε το 'Compute all Nash equilibria', για να υπολογιστούν όλες οι ισορροπίες Nash, σε περίπτωση που υπάρχουν πάνω από μία ισορροπίες. Στο δεύτερο πεδίο επιλέγουμε 'with Gambit's recommended method', για να προχωρήσει η επίλυση σύμφωνα με τη μέθοδο του Gambit.

ΒΗΜΑ 4^ο:

Πατώντας OK στο παραπάνω παράθυρο, εμφανίζεται η λύση του προβλήματος.



Εικόνα 21: Αποτελέσματα υπολογισμού ισορροπίας Nash.

Από το παραπάνω παράθυρο, βλέπουμε την λύση του προβλήματος. Μας εμφανίζεται ότι υπάρχει μόνο μία ισορροπία Nash (ο αριθμός που εμφανίζεται κάτω από το σύμβολο # και μετά την φράση Number of equilibria found so far). Η ισορροπία Nash εμφανίζεται στο κελί **πάνω αριστερά**. Αυτό το καταλαβαίνουμε από τον παραπάνω πίνακα καθώς στις στήλες *Πάνω* και *Αριστερά* εμφανίζεται ο αριθμός ένα (1). Έχουμε κυρίαρχη στρατηγική στον παίκτη 2 (Player 2) στα αριστερά.

3.2 Πρόβλημα με δύο ισορροπίες Nash

Χωρίς να λάβετε υπόψη τις μεικτές στρατηγικές, το παρακάτω παίγνιο έχει ισορροπία κατά Nash; Έχει περισσότερες από μία ισορροπίες κατά Nash; Αν ναι, ποιες είναι;

Παίκτης 1	Παίκτης 2	
	Δυτικά	Ανατολικά
Βόρεια	2, 1	1000, 900
Νότια	3, 2	2, 1

Λύση

Λύνοντας το πρόβλημα χωρίς το πρόγραμμα Gambit, παρατηρούμε ότι δεν έχουμε κυρίαρχες και κυριαρχούσες στρατηγικές. Έτσι με εξαντλητικό έλεγχο βρίσκουμε 2 ισορροπίες κατά Nash, οι οποίες είναι **βόρειο/δυτικά** και **νότιο/ανατολικά**.

Λύση στο Gambit

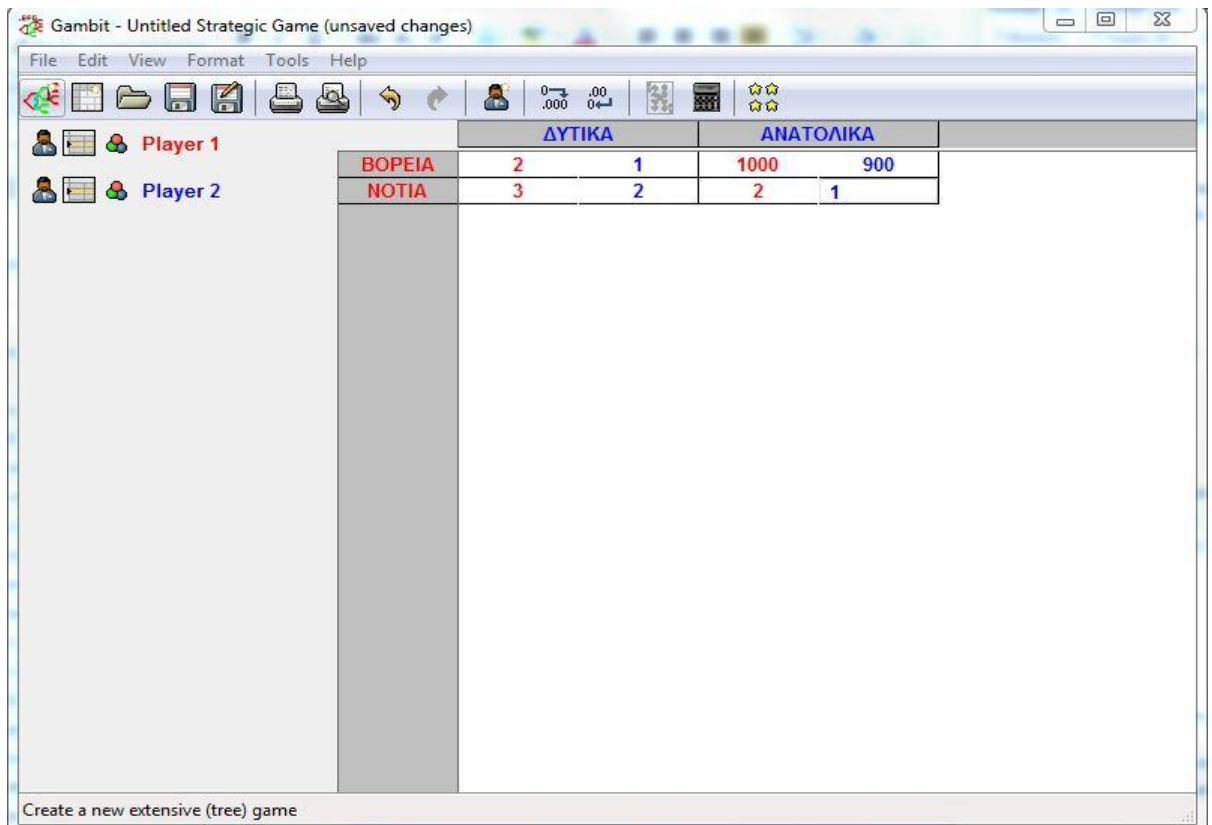
ΒΗΜΑ 1°:

Ανοίγουμε το πρόγραμμα Gambit και μας εμφανίζεται η αρχική οθόνη του προγράμματος.

ΒΗΜΑ 2°:

Αφού έχουμε ανοίξει το πρόγραμμα, και επειδή πρόκειται για στατικό παίγνιο, από την γραμμή εργαλείων επιλέγουμε το δεύτερο εικονίδιο για να δημιουργήσουμε τον πίνακα του προβλήματος και να καταχωρήσουμε τις αντίστοιχες τιμές. Κάνοντας την καταχώρηση εμφανίζεται η παρακάτω οθόνη.

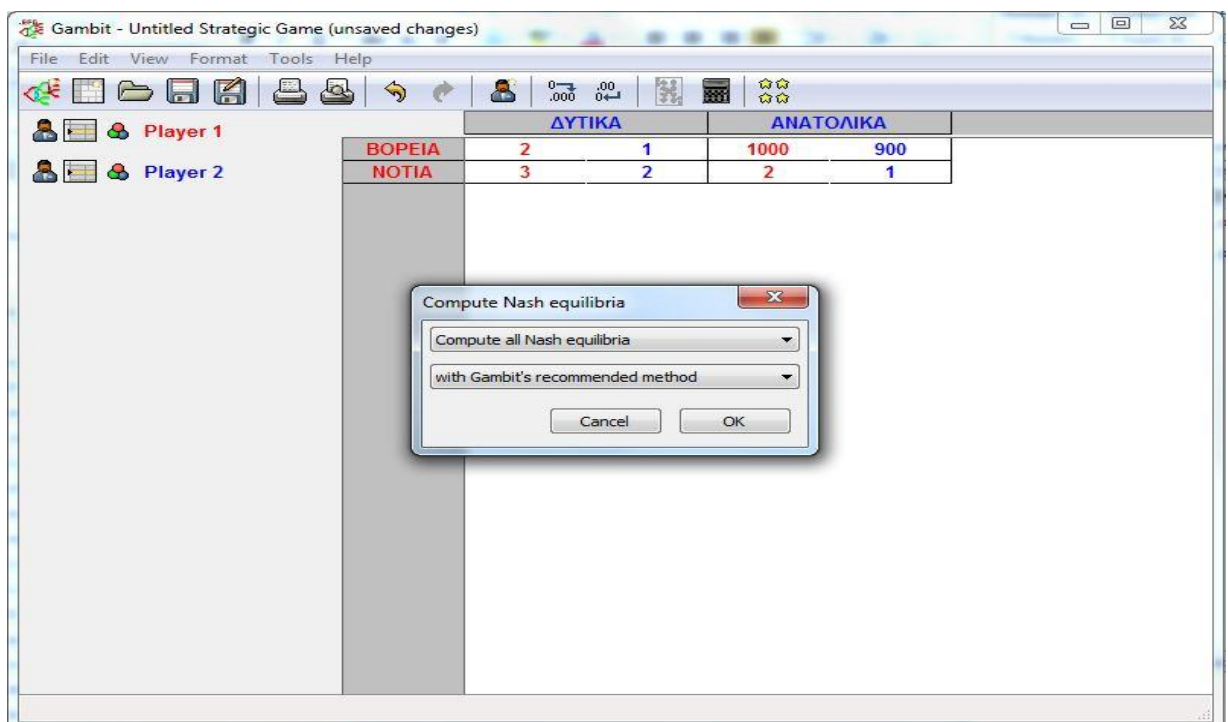
Η καταχώρηση των τιμών στον πίνακα που εμφανίζεται γίνεται κάνοντας ένα κλικ στο πεδίο που μας ενδιαφέρει.



Εικόνα 22: Καταχώρηση τιμών

ΒΗΜΑ 3^ο:

Στη συνέχεια έχοντας ήδη καταχωρήσει τις τιμές, από την γραμμή Menu επιλέγουμε Tools →Equilibrium.



Εικόνα 23: Υπολογισμός ισορροπίας Nash

Στη συνέχεια εμφανίζεται το παραπάνω παράθυρο. Στο πρώτο πεδίο επιλέγουμε το 'Compute all Nash equilibria', για να υπολογιστούν όλες οι ισορροπίες Nash, σε περίπτωση που υπάρχουν πάνω από μία ισορροπίες. Στο δεύτερο πεδίο επιλέγουμε 'with Gambit's recommended method', για να προχωρήσει η επίλυση σύμφωνα με τη μέθοδο του Gambit.

ΒΗΜΑ 4^ο:

Πατώντας OK στο παραπάνω παράθυρο, εμφανίζεται η λύση του προβλήματος.

#	1: ΒΟΡΕΙΑ	1: ΝΟΤΙΑ	2: ΔΥΤΙΚΑ	2: ΑΝΑΤΟΛΙΚΑ
1	$\frac{1}{900}$	$\frac{899}{900}$	$\frac{998}{999}$	$\frac{1}{999}$
2	1	0	0	1
3	0	1	1	0

Εικόνα 24: Λύση του προβλήματος

Όπως αναφέραμε στην εκφώνηση δε θα λάβουμε υπόψη μας τις μεικτές στρατηγικές και δε θα λάβουμε υπόψη μας την πρώτη γραμμή που αναφέρεται σε ισορροπία κατά Nash με μεικτές στρατηγικές. Έτσι από την λύση του προβλήματος θα πάρουμε τις δύο καθαρές ισορροπίες οι οποίες είναι οι #2, #3 **βόρεια-ανατολικά** και **νότια-δυτικά**.

3.3 Κυρίαρχη - Κυριαρχούμενη ισορροπία Nash

Στο παρακάτω παίγνιο έχει μία κυρίαρχη στρατηγική κάποιος παίκτης; Αν ναι, ποιά είναι; Έχει μία κυριαρχούμενη στρατηγική κάποιος παίκτης; Αν ναι, ποιά είναι; Ποιά είναι η ισορροπία κατά Nash σε αυτό το παίγνιο;

Παίκτης 2				
		Αριστερά	Στη Μέση	Δεξιά
Παίκτης 2	Πάνω	15,12	14,8	8,10
	Κάτω	13,11	12,9	5,14

Λύση

Λύνοντας το πρόβλημα χωρίς το πρόγραμμα Gambit, παρατηρούμε ότι ο παίκτης 1 έχει κυρίαρχη στρατηγική το **Πάνω**. Ο παίκτης 2 έχει κυριαρχούμενη στρατηγική (δηλαδή χειρότερη στρατηγική) τη **Μέση**, άρα απαλείφεται. Έτσι με εξαντλητικό έλεγχο βρίσκουμε ότι έχουμε ισορροπία Nash στο **Πάνω/Αριστερά**.

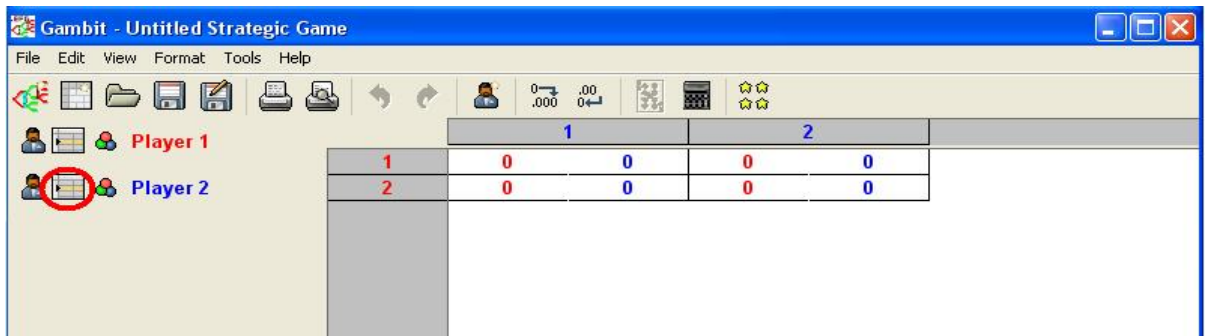
Λύση στο Gambit

ΒΗΜΑ 1^ο:

Ανοίγουμε το πρόγραμμα Gambit και μας εμφανίζεται η αρχική οθόνη του προγράμματος

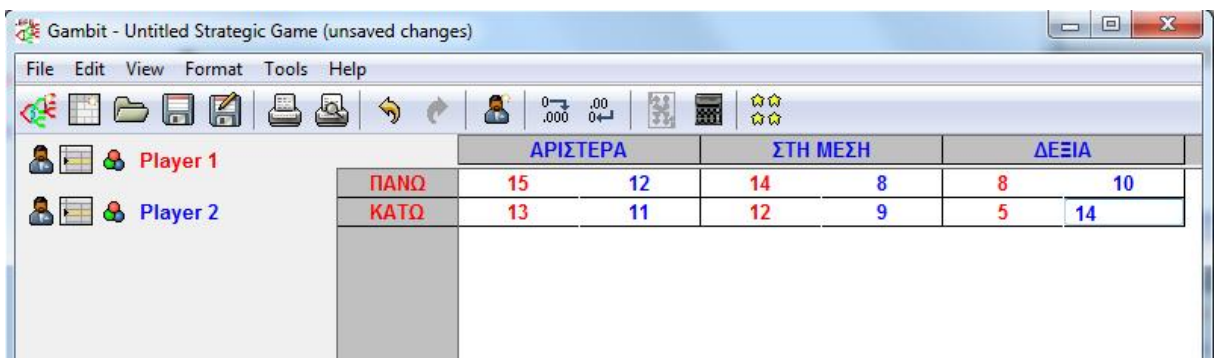
ΒΗΜΑ 2^ο:

Αφού έχουμε ανοίξει το πρόγραμμα, και επειδή πρόκειται για στατικό παίγνιο, από την γραμμή εργαλείων επιλέγουμε το δεύτερο εικονίδιο για να δημιουργήσουμε τον πίνακα του προβλήματος. Επειδή το συγκεκριμένο παίγνιο είναι 2X3 και ο πίνακας που μας εμφανίζεται είναι 2X2 πατώντας το κουμπί,



Εικόνα 25: Προσθήκη στήλης

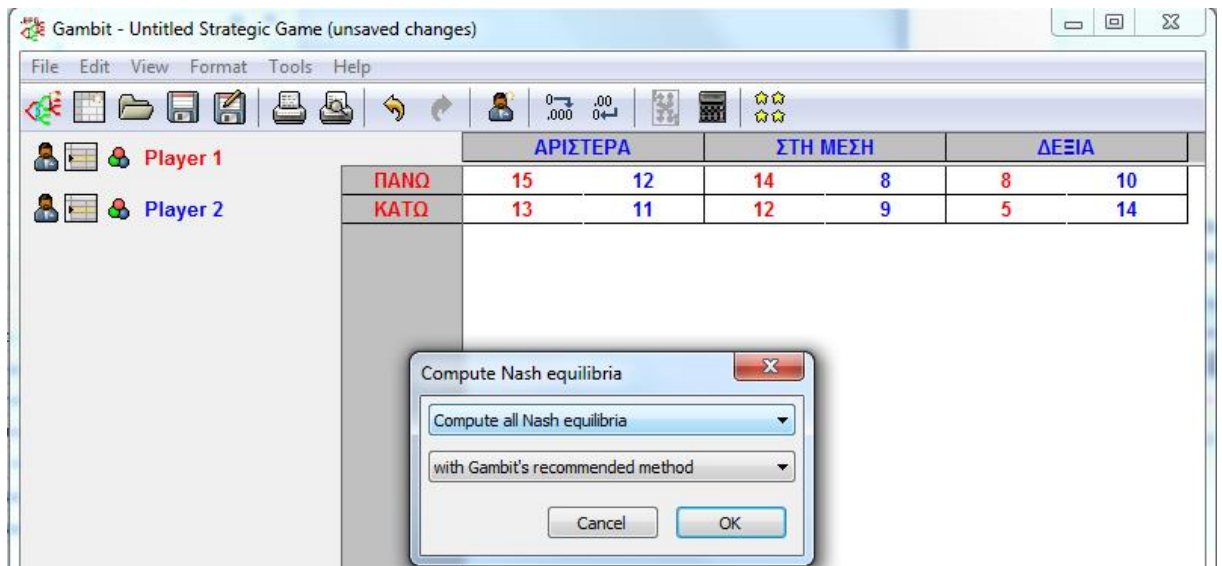
Προστίθεται μία στήλη ακόμα. Έτσι καταχωρώντας τις τιμές στον νέο πίνακα, ο πίνακας διαμορφώνεται ως εξής.



Εικόνα 26: Καταχώρηση τιμών

ΒΗΜΑ 3^ο:

Στη συνέχεια έχοντας ήδη καταχωρήσει τις τιμές, από την γραμμή Menu επιλέγουμε Tools →Equilibrium.



Εικόνα 27: Υπολογισμός ισορροπίας Nash

Στη συνέχεια εμφανίζεται το παραπάνω παράθυρο. Στο πρώτο πεδίο επιλέγουμε το 'Compute all Nash equilibria', για να υπολογιστούν όλες οι ισορροπίες Nash, σε περίπτωση που υπάρχουν πάνω από μία ισορροπίες. Στο δεύτερο πεδίο επιλέγουμε 'with Gambit's recommended method', για να προχωρήσει η επίλυση σύμφωνα με τη μέθοδο του Gambit

ΒΗΜΑ 4^ο:

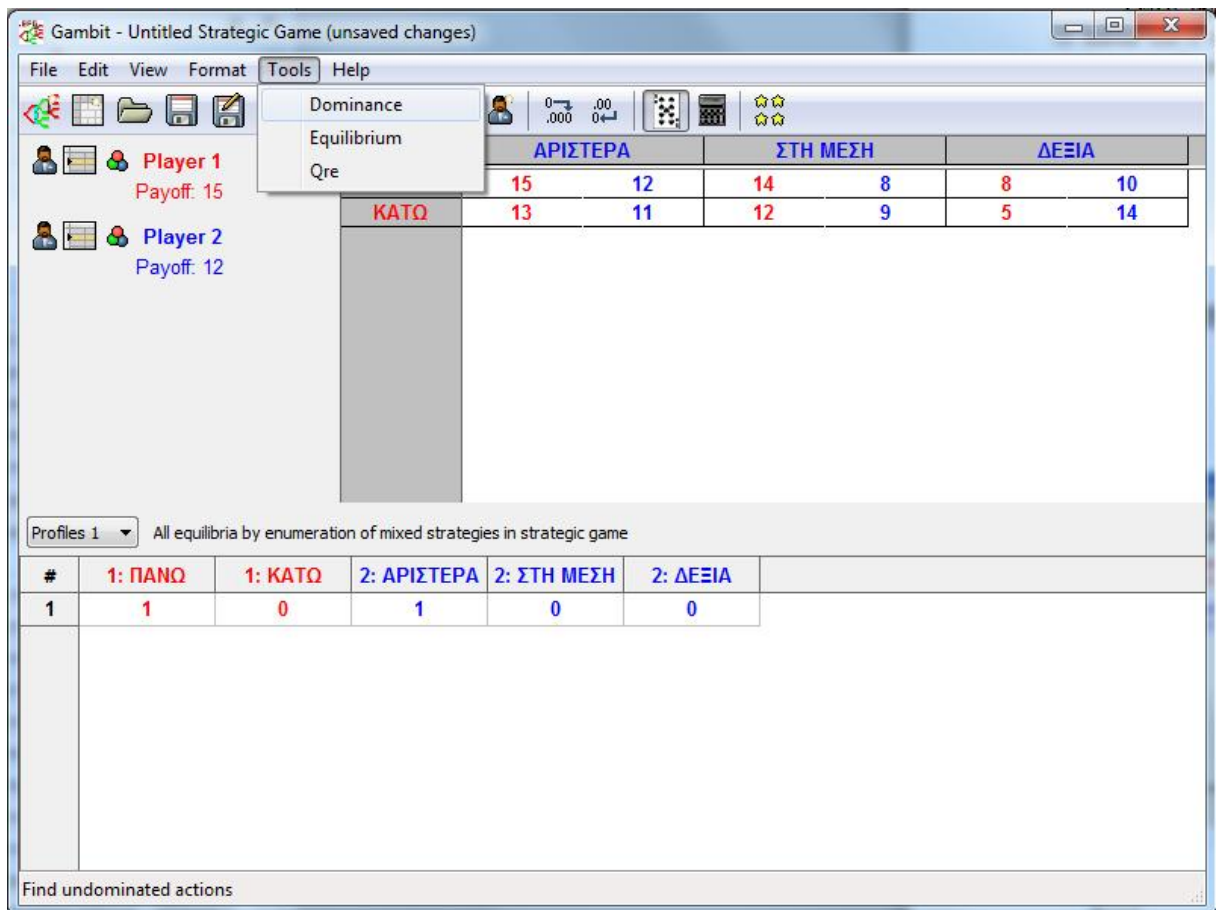
Πατώντας OK στο παραπάνω παράθυρο, εμφανίζεται η λύση του προβλήματος.



Εικόνα 28: Αποτελέσματα υπολογισμού ισορροπίας Nash

Έτσι από τον πίνακα βλέπουμε ότι έχουμε μία ισορροπία κατά Nash (Πάνω - Αριστερά).

Όπως αναφέραμε στην αρχή του προβλήματος ο παίκτης 1 έχει κυρίαρχη στρατηγική το **πάνω** και ο παίκτης 2 έχει κυριαρχούμενη την **μέση**. Θέλοντας να δούμε τις στρατηγικές αυτές στο Gambit θα ακολουθήσουμε την παρακάτω διαδρομή. **Tools → Dominance**. Δηλαδή,



Εικόνα 29: Εύρεση στρατηγικής

Επιλέγοντας το Dominance μας εμφανίζεται η παρακάτω εικόνα.

		ΑΡΙΣΤΕΡΑ	ΣΤΗ ΜΕΣΗ	ΔΕΞΙΑ
Player 1	ΠΑΝΩ	15	12	8
Player 1	ΚΑΤΩ	13	11	5
Player 2	ΑΡΙΣΤΕΡΑ	12	11	10
Player 2	ΣΤΗ ΜΕΣΗ	11	11	14
Player 2	ΔΕΞΙΑ	10	14	14

#	1: ΠΑΝΩ	1: ΚΑΤΩ	2: ΑΡΙΣΤΕΡΑ	2: ΣΤΗ ΜΕΣΗ	2: ΔΕΞΙΑ
1	1	0	1	0	0

Εικόνα 30: Εμφάνιση κυρίαρχων/κυριαρχούμενων στρατηγικών.

Από αυτή την εικόνα βλέπουμε ότι ο παίκτης ένα έχει κυρίαρχη στρατηγική το **πάνω** με μεγαλύτερη απόδοση 15 και ο παίκτης 2 έχει κυριαρχούμενη στρατηγική την **Μέση** και για αυτό διαγράφεται με απόδοση το 12.

3.4 Πλήρους Πληροφόρησης – Δίλημμα του Κρατουμένου

Η Coca-Cola και η Pepsi ανταγωνίζονται στην αγορά αναψυκτικών της Βραζιλίας. Κάθε επιχείρηση αποφασίζει αν θα εφαρμόσει μία επιθετική διαφημιστική στρατηγική στο πλαίσιο της οποίας η επιχείρηση αυξάνει σημαντικά τις δαπάνες της για διαφημίσεις, σε τηλεοπτικά μέσα και σε χώρους αφισοκόλλησης, σε σχέση με τις δαπάνες της προηγούμενης χρονιάς ή αν θα εφαρμόσει μία περιοριστική στρατηγική, στο πλαίσιο της οποίας η επιχείρηση διατηρεί τις διαφημιστικές δαπάνες της στα περσινά επίπεδα. Τα κέρδη που συνδέονται με κάθε στρατηγική έχουν ως εξής: (μονάδα μέτρησης δολάρια)

		Pepsi	
		Επιθετική	Περιοριστική
Coca-Cola	Επιθετική	100, 80	170, 40
	Περιοριστική	80, 140	120, 100

Ποια είναι η ισορροπία κατά Nash σε αυτό το παίγνιο; Αυτό το παίγνιο είναι παράδειγμα του διλήμματος των κρατουμένων;

Λύση

Λύνοντας το πρόβλημα χωρίς το πρόγραμμα Gambit, παρατηρούμε ότι η Coca-Cola έχει κυρίαρχη στρατηγική την επιθετική. Το ίδιο και η Pepsi. Άρα σύμφωνα με την παραπάνω πρόταση θα είχαμε ισορροπία κατά Nash την **επιθετική-επιθετική**. Όμως επειδή δεν είναι και η καλύτερη λύση θα πάρουμε την αμέσως μετά καλύτερη για τις εταιρίες λύση που είναι η **περιοριστική-περιοριστική**. Έτσι έχουμε το δίλημμα του Κρατουμένου.

Λύση στο Gambit

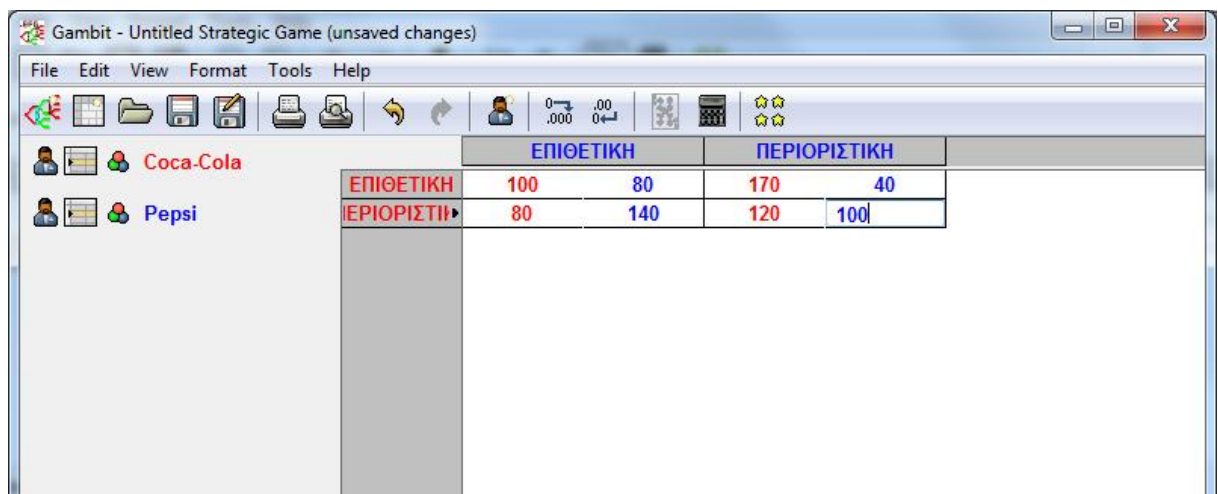
ΒΗΜΑ 1^ο:

Ανοίγουμε το πρόγραμμα Gambit και μας εμφανίζεται η αρχική οθόνη του προγράμματος.

ΒΗΜΑ 2^ο:

Αφού έχουμε ανοίξει το πρόγραμμα, και επειδή πρόκειται για στατικό παίγνιο, από την γραμμή εργαλείων επιλέγουμε το δεύτερο εικονίδιο για να δημιουργήσουμε τον πίνακα του προβλήματος και να καταχωρήσουμε τις αντίστοιχες τιμές. Κάνοντας την καταχώρηση εμφανίζεται η παρακάτω οθόνη.

Η καταχώρηση των τιμών στον πίνακα που εμφανίζεται γίνεται κάνοντας ένα κλικ στο πεδίο που μας ενδιαφέρει.



	ΕΠΙΘΕΤΙΚΗ	ΠΕΡΙΟΡΙΣΤΙΚΗ
ΕΠΙΘΕΤΙΚΗ	100	80
ΠΕΡΙΟΡΙΣΤΙΚΗ	80	140

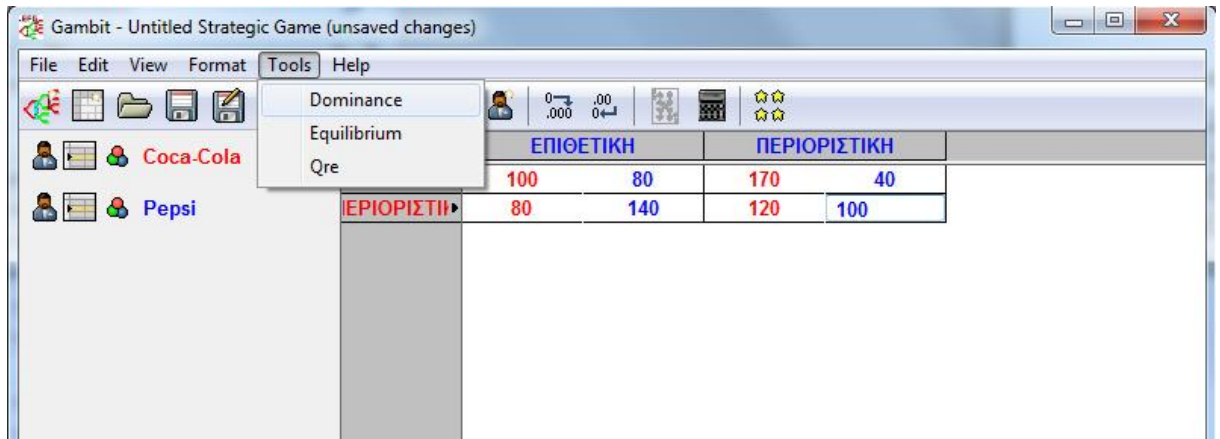
Παράδειγμα του πίνακα που εμφανίζεται στο Gambit:

	ΕΠΙΘΕΤΙΚΗ	ΠΕΡΙΟΡΙΣΤΙΚΗ
ΕΠΙΘΕΤΙΚΗ	100	80
ΠΕΡΙΟΡΙΣΤΙΚΗ	80	140

Εικόνα 31: Καταχώρηση τιμών

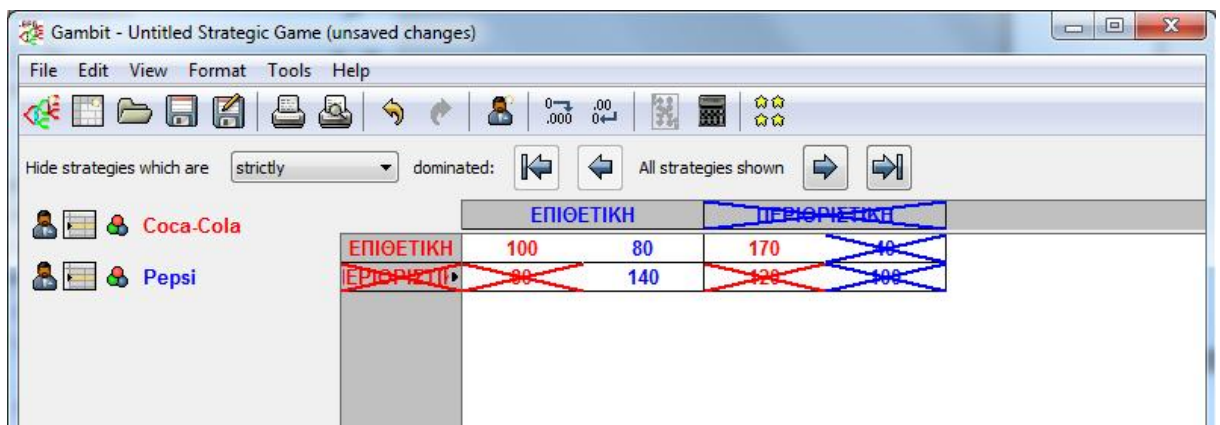
ΒΗΜΑ 3^ο:

Στη συνέχεια έχοντας ήδη καταχωρήσει τις τιμές, θέλοντας να δούμε τις στρατηγικές στο Gambit θα ακολουθήσουμε την παρακάτω διαδρομή. **Tools → Dominance**.



Εικόνα 32: Εύρεση στρατηγικής

Επιλέγοντας το Dominance μας εμφανίζεται η παρακάτω εικόνα.

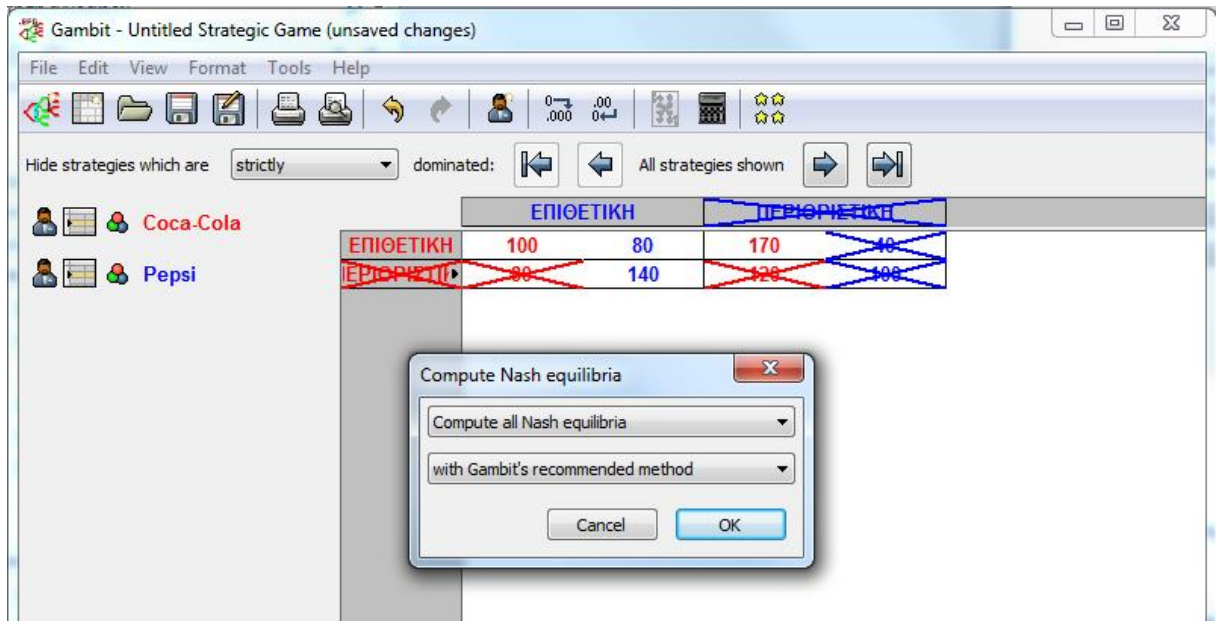


Εικόνα 33: :Εμφάνιση κυρίαρχων/κυριαρχούμενων στρατηγικών

Από τον παραπάνω πίνακα βλέπουμε ότι έχουμε κυρίαρχη στρατηγική της Coca-Cola και της Pepsi την **επιθετική-επιθετική**.

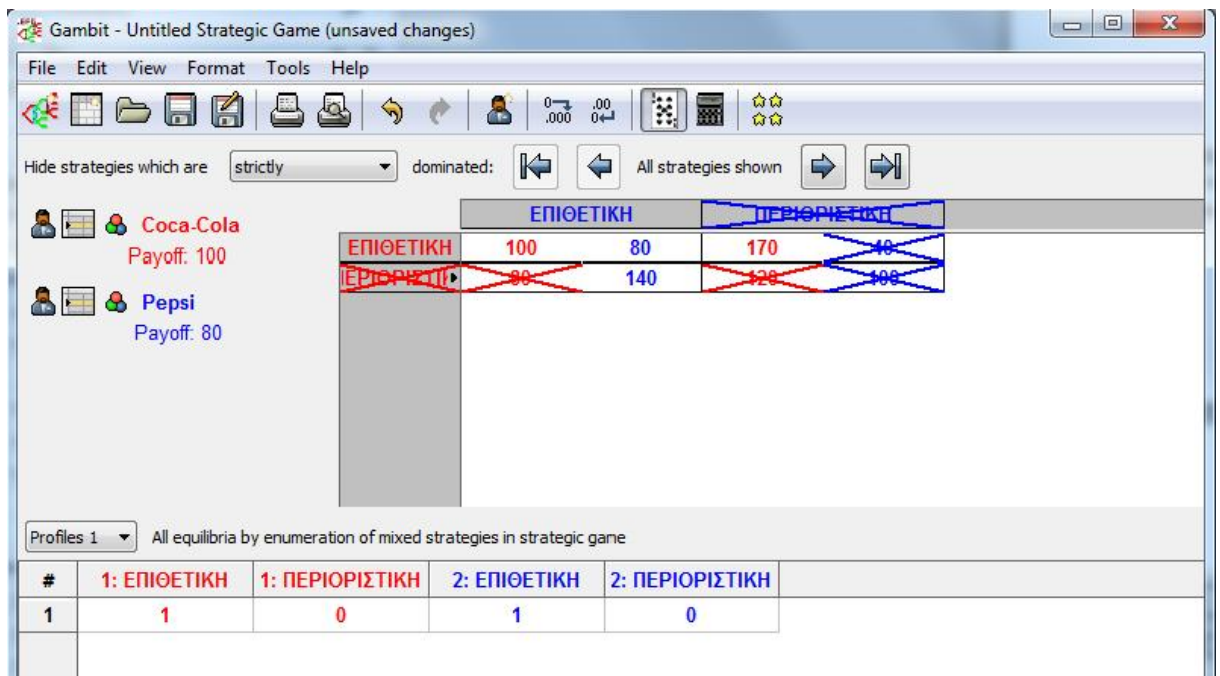
ΒΗΜΑ 4^ο:

Στη συνέχεια, από την γραμμή Menu επιλέγουμε Tools → Equilibrium.



Εικόνα 34: Υπολογισμός ισορροπίας Nash

Στη συνέχεια εμφανίζεται το παραπάνω παράθυρο. Στο πρώτο πεδίο επιλέγουμε το 'Compute all Nash equilibria', για να υπολογιστούν όλες οι ισορροπίες Nash, σε περίπτωση που υπάρχουν πάνω από μία ισορροπίες. Στο δεύτερο πεδίο επιλέγουμε 'with Gambit's recommended method', για να προχωρήσει η επίλυση σύμφωνα με τη μέθοδο του Gambit.



Εικόνα 35: Αποτελέσματα υπολογισμού ισορροπίας Nash

Από το παραπάνω παράθυρο, βλέπουμε την λύση του προβλήματος. Μας εμφανίζεται ότι υπάρχει μόνο μία ισορροπία Nash η οποία είναι η **επιθετική-επιθετική**. Επειδή όμως

αναφέραμε παραπάνω ότι έχουμε δίλημμα κρατουμένου δε θα δεχτούμε αυτή τη λύση και θα πάρουμε ως λύση την αμέσως επόμενη καλύτερη στρατηγική η οποία είναι **περιοριστική-περιοριστική**. Άρα ισορροπία Nash έχουμε στο σημείο **περιοριστική-περιοριστική** (120,100).

3.5 Κυρίαρχες στρατηγικές, Ισορροπία Nash

Στην αγορά αεροπορικών εταιριών της Καστορία υπάρχουν μόνο δύο επιχειρήσεις. Κάθε επιχείρηση πρόκειται να αποφασίσει αν θα προσφέρει ένα πρόγραμμα συχνών πτήσεων. Τα ετήσια κέρδη (σε εκατομμύρια δολάρια) που σχετίζονται με κάθε στρατηγική παρουσιάζονται συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα (όπου ο πρώτος αριθμός είναι η απόδοση της αεροπορικής εταιρίας A και ο δεύτερος αριθμός είναι η απόδοση της αεροπορικής εταιρίας B).

		Αεροπορική εταιρία B	
Αεροπορική εταιρία A		Με πρόγραμμα συχνών πτήσεων	Χωρίς πρόγραμμα συχνών πτήσεων
	Με πρόγραμμα συχνών πτήσεων	200 , 160	340 , 80
	Χωρίς πρόγραμμα συχνών πτήσεων	160 , 280	240 , 200

A. Έχει κάποιος από τους δύο παίκτες κυρίαρχη στρατηγική;

B. Σε αυτό το παίγνιο υπάρχει ισορροπία κατά Nash; Αν ναι, ποια είναι;

Γ. Αυτό το παίγνιο αποτελεί παράδειγμα διλήμματος κρατουμένου;

Λύση στο Gambit

ΒΗΜΑ 1^ο:

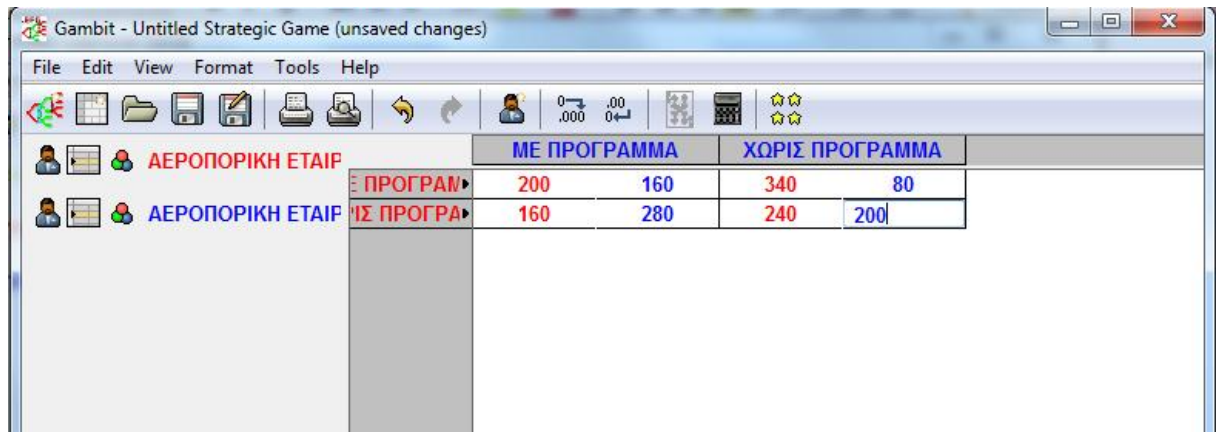
Ανοίγουμε το πρόγραμμα Gambit και μας εμφανίζεται η αρχική οθόνη του προγράμματος.

ΒΗΜΑ 2^ο:

Αφού έχουμε ανοίξει το πρόγραμμα, και επειδή πρόκειται για στατικό παίγνιο, από την γραμμή εργαλείων επιλέγουμε το δεύτερο εικονίδιο για να δημιουργήσουμε τον πίνακα

του προβλήματος και να καταχωρήσουμε τις αντίστοιχες τιμές. Κάνοντας την καταχώρηση εμφανίζεται η παρακάτω οθόνη.

Η καταχώρηση των τιμών στον πίνακα που εμφανίζεται γίνεται κάνοντας ένα κλικ στο πεδίο που μας ενδιαφέρει.



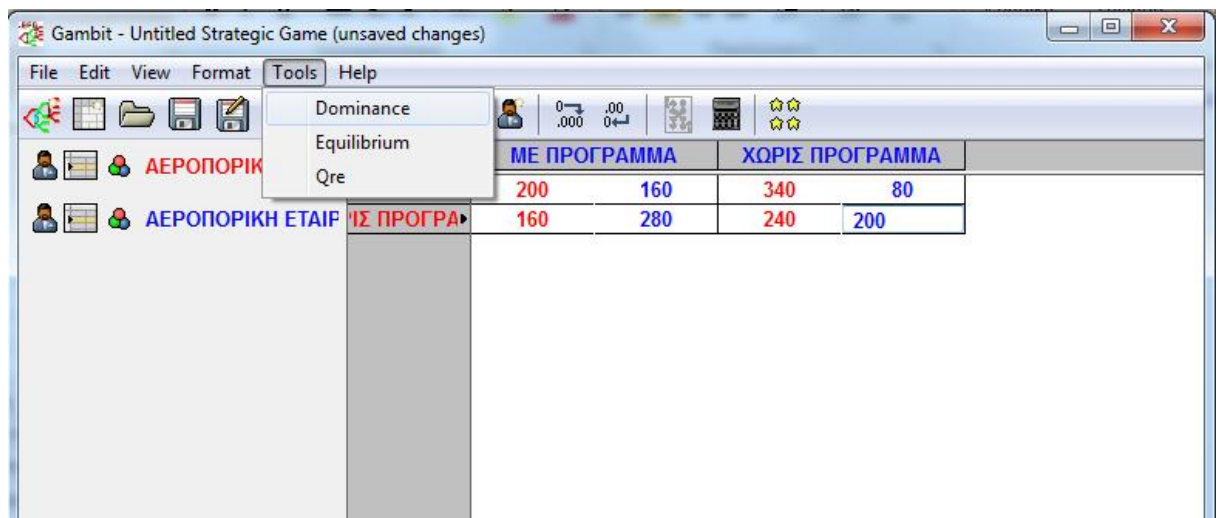
The screenshot shows the Gambit software interface with a payoff matrix. The matrix has two players, both labeled 'ΑΕΡΟΠΟΡΙΚΗ ΕΤΑΙΡ' (Airline Company). The strategies are 'ΜΕ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ' (With Program) and 'ΧΩΡΙΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ' (Without Program). The payoffs are as follows:

	ΜΕ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ	ΧΩΡΙΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΑΕΡΟΠΟΡΙΚΗ ΕΤΑΙΡ (ΜΕ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ)	200	160
ΑΕΡΟΠΟΡΙΚΗ ΕΤΑΙΡ (ΧΩΡΙΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ)	160	280

Εικόνα 36: Καταχώρηση τιμών

ΒΗΜΑ 3^ο:

Στη συνέχεια έχοντας ήδη καταχωρήσει τις τιμές, θέλοντας να δούμε τις στρατηγικές στο Gambit θα ακολουθήσουμε την παρακάτω διαδρομή. **Tools à Dominance**.



The screenshot shows the Gambit software interface with the 'Tools' menu open. The 'Dominance' option is selected. The payoff matrix from the previous screenshot is still visible in the background.

	ΜΕ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ	ΧΩΡΙΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΑΕΡΟΠΟΡΙΚΗ ΕΤΑΙΡ (ΜΕ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ)	200	160
ΑΕΡΟΠΟΡΙΚΗ ΕΤΑΙΡ (ΧΩΡΙΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ)	160	280

Εικόνα 37: Εύρεση στρατηγικής

Επιλέγοντας το Dominance μας εμφανίζεται η παρακάτω εικόνα.

	ΜΕ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ	ΧΩΡΙΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΑΕΡΟΠΟΡΙΚΗ ΕΤΑΙΡ	200	340
ΑΕΡΟΠΟΡΙΚΗ ΕΤΑΙΡ	160	200

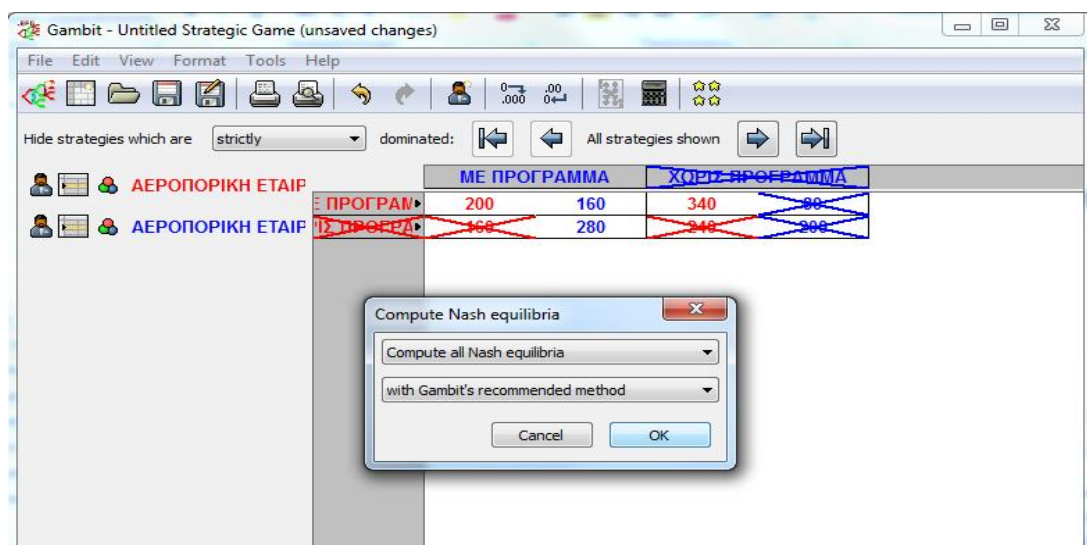
Εικόνα 38: Εμφάνιση κυρίαρχων/κυριαρχούμενων στρατηγικών

Από τη παραπάνω εικόνα παρατηρούμε ότι η εταιρία Α έχει κυρίαρχη στρατηγική ‘Με πρόγραμμα’, όπως και η αεροπορική εταιρία Β.

Α) Άρα στο πρώτο ερώτημα έχουμε κυρίαρχες στρατηγικές για την αεροπορική εταιρία Α και Β ‘Με πρόγραμμα συχνών πτήσεων – Με πρόγραμμα συχνών πτήσεων’.

ΒΗΜΑ 4^ο:

Στη συνέχεια, από την γραμμή Menu επιλέγουμε Tools →Equilibrium.



Εικόνα 39: Υπολογισμός ισορροπίας Nash

Στη συνέχεια εμφανίζεται το παραπάνω παράθυρο. Στο πρώτο πεδίο επιλέγουμε το ‘Compute all Nash equilibria’, για να υπολογιστούν όλες οι ισορροπίες Nash, σε περίπτωση που υπάρχουν πάνω από μία ισορροπίες. Στο δεύτερο πεδίο επιλέγουμε ‘with Gambit’s recommended method’, για να προχωρήσει η επίλυση σύμφωνα με τη μέθοδο του Gambit.

	1: ΜΕ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ	1: ΧΩΡΙΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ	2: ΜΕ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ	2: ΧΩΡΙΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
1	1	0	1	0

Εικόνα 40: Αποτελέσματα υπολογισμού ισορροπίας Nash

Από το παραπάνω παράθυρο, βλέπουμε την λύση του προβλήματος. Μας εμφανίζεται ότι υπάρχει μόνο μία ισορροπία Nash η οποία είναι η **Με πρόγραμμα συχνών πτήσεων – Με πρόγραμμα συχνών πτήσεων**.

Β) Άρα έχουμε μία ισορροπία Nash που είναι **Με πρόγραμμα συχνών πτήσεων – Με πρόγραμμα συχνών πτήσεων** (200 , 160).

Γ) Αυτό το παράδειγμα δεν αποτελεί δίλημμα του κρατουμένου γιατί η λύση στην ισορροπία Nash είναι η καλύτερη δυνατή και για τις δύο αεροπορικές εταιρίες.

3.6 Πίνακας 4X4, παίγνιο πλήρους πληροφόρησης, ισορροπία Nash.

Η εταιρία Asahi και η εταιρία Kirin είναι οι δύο μεγαλύτερες εταιρίες μύρας στην Ιαπωνία. Οι δύο αυτές εταιρίες ανταγωνίζονται σκληρά στην αγορά της μύρας στην Ιαπωνία. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τα κέρδη (σε εκατομμύρια γιεν) που αποκομίζει κάθε εταιρία όταν χρεώνει διαφορετικές τιμές για την μύρα της.

Kirin					
		630 γιεν	660 γιεν	690 γιεν	720 γιεν
Asahi	630 γιεν	180,180	184,178	185,175	186,173
	660 γιεν	178,184	183,183	192,182	194,180
	690 γιεν	175,185	182,192	191,191	198,190
	720 γιεν	173,186	180,194	190,198	196,196

(α) Έχει η Asahi κυρίαρχη στρατηγική; Έχει η Kirin κυρίαρχη στρατηγική;

(β) Και η Asahi και η Kirin έχουν μία κυριαρχούμενη στρατηγική. Βρείτε την και προσδιορίστε την.

(γ) Υποθέστε ότι η Asahi και η Kirin δε θα εφαρμόσουν την κυριαρχούμενη στρατηγική που βρήκατε στην ερώτηση (β) (δηλαδή διαγράψτε την κυριαρχούμενη στρατηγική για κάθε επιχείρηση που παρουσιάζεται στον πίνακα). Αφού διαγράψατε την κυριαρχούμενη στρατηγική δείξτε ότι η Asahi και η Kirin έχουν τώρα μία άλλη κυριαρχούμενη στρατηγική.

(δ) Υποθέστε ότι η Asahi και η Kirin δε θα εφαρμόσουν κυριαρχούμενη στρατηγική που βρήκατε στην ερώτηση (γ). Αφού διαγράψατε αυτή την κυριαρχούμενη στρατηγική εξετάστε αν η Asahi και η Kirin έχουν τώρα μία κυρίαρχη στρατηγική.

(ε) Ποια είναι η ισορροπία κατά Nash σε αυτό το παίγνιο;

Λύση στο Gambit

ΒΗΜΑ 1^ο:

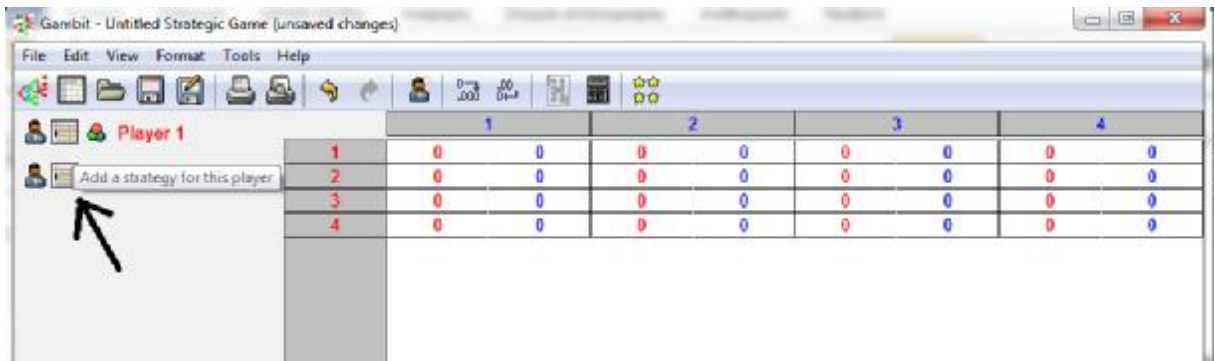
Ανοίγουμε το πρόγραμμα Gambit και μας εμφανίζεται η αρχική οθόνη του προγράμματος.

ΒΗΜΑ 2^ο:

Αφού έχουμε ανοίξει το πρόγραμμα, και επειδή πρόκειται για στατικό παίγνιο, από την γραμμή εργαλείων επιλέγουμε το δεύτερο εικονίδιο για να δημιουργήσουμε τον πίνακα του προβλήματος και να καταχωρήσουμε τις αντίστοιχες τιμές. Επειδή το συγκεκριμένο

παίγνιο αναπαρίσταται σε πίνακα 4X4, πατώντας το κουμπί που δείχνει με βελάκι η παρακάτω εικόνα, για κάθε μία γραμμή – στήλη που θέλουμε επιπλέον να προσθέσουμε, δημιουργούμε πίνακα μεγαλύτερο από 2X2.

Η καταχώρηση των τιμών στον πίνακα που εμφανίζεται γίνεται κάνοντας ένα κλικ στο πεδίο που μας ενδιαφέρει.



Εικόνα 41: Προσθήκη στηλών και γραμμών στον πίνακα

Στη συνέχεια καταχωρούμε τις τιμές κάνοντας κλικ στο αντίστοιχο πεδίο που θέλουμε και ο πίνακας πλέον έχει ως εξής:



Εικόνα 41: Καταχώρηση τιμών

ΒΗΜΑ 3^ο:

Στη συνέχεια έχοντας ήδη καταχωρήσει τις τιμές, θέλοντας να δούμε τις στρατηγικές στο Gambit θα ακολουθήσουμε την παρακάτω διαδρομή. **Tools à Dominance**.



Εικόνα 42: Εύρεση στρατηγικής

Επιλέγοντας το Dominance μας εμφανίζεται η παρακάτω εικόνα.

	630	660	690	720
Asahi	630, 180	180, 180	184, 178	185, 175
Kirin	178, 660	184, 183	192, 182	194, 194
Asahi	690, 175	185, 182	192, 191	191, 191
Kirin	198, 630	178, 660	186, 690	194, 720

Εικόνα 43: Εμφάνιση κυρίαρχων/κυριαρχούμενων στρατηγικών

Έτσι με βάση την εικόνα 43, απαντάμε στο πρώτο ερώτημα. Ούτε η Asahi, ούτε η Kirin έχουν κυρίαρχη στρατηγική. Επίσης απαντάμε και στο (β) ερώτημα που από την εικόνα 43, βλέπουμε ότι η Asahi και η Kirin έχουν από μία κυριαρχούμενη στρατηγική, την 720 γιεν.

Για το (γ) ερώτημα απαλείφουμε τις κυριαρχούμενες στρατηγικές και έτσι δημιουργείται ένας πίνακας 3X3. Για να εξαλείψουμε την κυριαρχούμενη στρατηγική, πατάμε το πλήκτρο που φαίνεται στην εικόνα 44.

	630	660	690	720
Asahi	630, 180	180, 180	184, 178	185, 175
Kirin	178, 660	184, 183	192, 182	194, 194
Asahi	690, 175	185, 182	192, 191	191, 191
Kirin	198, 630	178, 660	186, 690	194, 720

Εικόνα 44: Απαλοιφή κυριαρχούμενων στρατηγικών

Ο νέος πίνακας είναι ο παρακάτω:

	630	660	690
630	180	180	184
660	178	184	183
690	178	185	192

Εικόνα 45: Πίνακας 3X3

Από την εικόνα 45 βλέπουμε ότι πλέον οι κυριαρχούμενες στρατηγικές είναι οι 690.

Για το (δ) ερώτημα ακολουθούμε τον ίδιο τρόπο που αναφέραμε στην εικόνα 44 και έτσι έχουμε τον παρακάτω πίνακα 2X2.

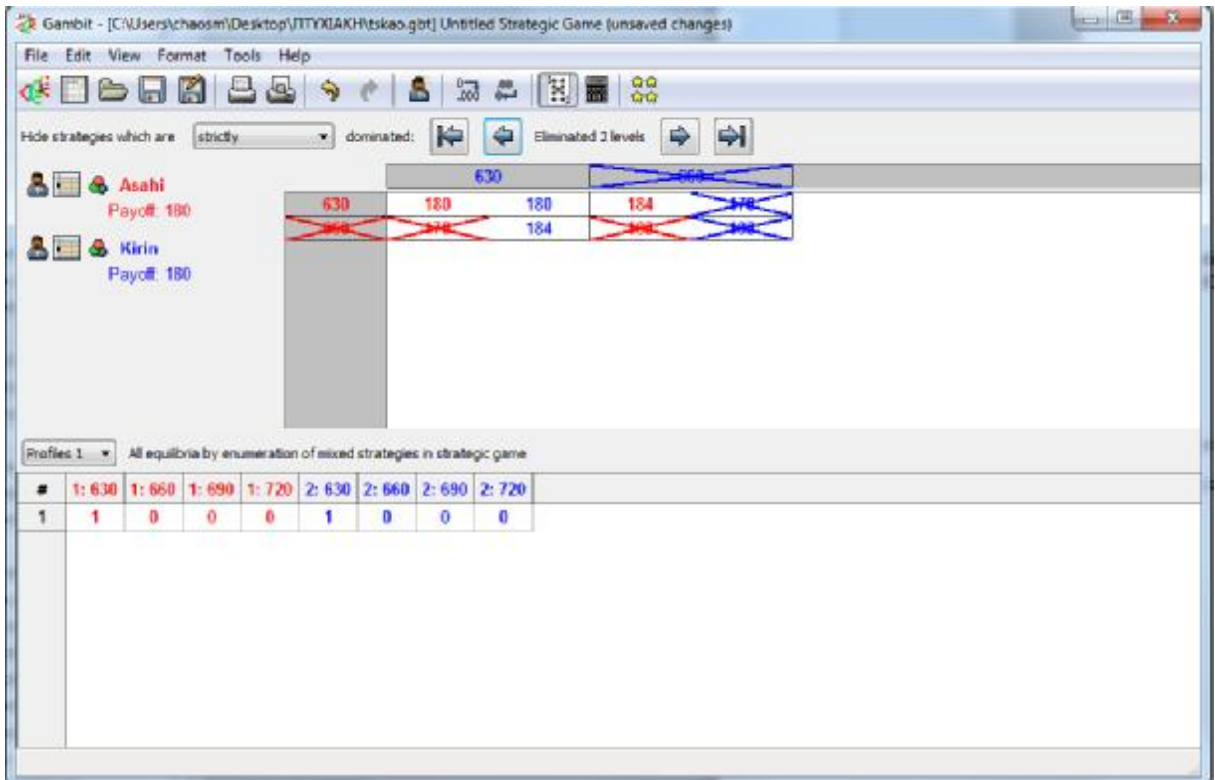
	630	660
630	180	184
660	178	183

Πίνακας 46: Πίνακας 2X2

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι έχουμε και κυρίαρχη και κυριαρχούμενη στρατηγική. Κυρίαρχη στρατηγική είναι η 630 και κυριαρχούμενη η 660.

ΒΗΜΑ 4^ο:

Στη συνέχεια, από την γραμμή Menu επιλέγουμε Tools →Equilibrium.



Εικόνα 47: Εύρεση ισοροπίας Nash

Για το τελευταίο ερώτημα (ε) με διαδοχική απαλοιφή στρατηγικών έχουμε ένα πίνακα 1X1 που είναι το 630 (180,180). Άρα σε αυτό το σημείο έχουμε ισοροπία Nash.

3.7 Παίγνιο πλήρους πληροφόρησης με δύο ισοροπίες Nash

Βρισκόμαστε στο έτος 2099, και οι άνθρωποι έχουν κατοικήσει στο φεγγάρι. Η Alcatel (η γαλλική επιχείρηση εξοπλισμού κινητής τηλεφωνίας) και η Nokia (η φιλανδική επιχείρηση εξοπλισμού κινητής τηλεφωνίας) προσπαθούν να αποφασίσουν αν θα επενδύσουν στο πρώτο σύστημα κινητής τηλεφωνίας πάνω στο φεγγάρι. Η αγορά είναι τόσο μεγάλη ώστε να υποστηρίξει επικερδώς μία μόνο επιχείρηση. Και οι δύο επιχειρήσεις πρέπει να κάνουν τεράστιες δαπάνες για να κατασκευάσουν ένα δίκτυο κινητής τηλεφωνίας στο φεγγάρι. Οι αποδόσεις που θα έχει κάθε επιχείρηση όταν εισέλθει ή δεν εισέλθει σε αυτή την αγορά είναι οι εξής:

		Nokia	
		<i>Να εισέλθω</i>	<i>Να μην εισέλθω</i>
Alcatel	<i>Να εισέλθω</i>	-1000,-1000	500,0
	<i>Να μην εισέλθω</i>	0,500	0,0

Αγνοώντας τις μεικτές στρατηγικές, βρείτε όλες τις ισορροπίες κατά Nash σε αυτό το παίγνιο.

Λύση

Λύνοντας το πρόβλημα χωρίς το πρόγραμμα Gambit, παρατηρούμε ότι δεν έχουμε κυρίαρχες και κυριαρχούσες στρατηγικές. Έτσι με εξαντλητικό έλεγχο βρίσκουμε 2 ισορροπίες κατά Nash, οι οποίες είναι **Να μην εισέλθω/ Να εισέλθω** και **Να εισέλθω/ Να μην εισέλθω**.

Λύση στο Gambit

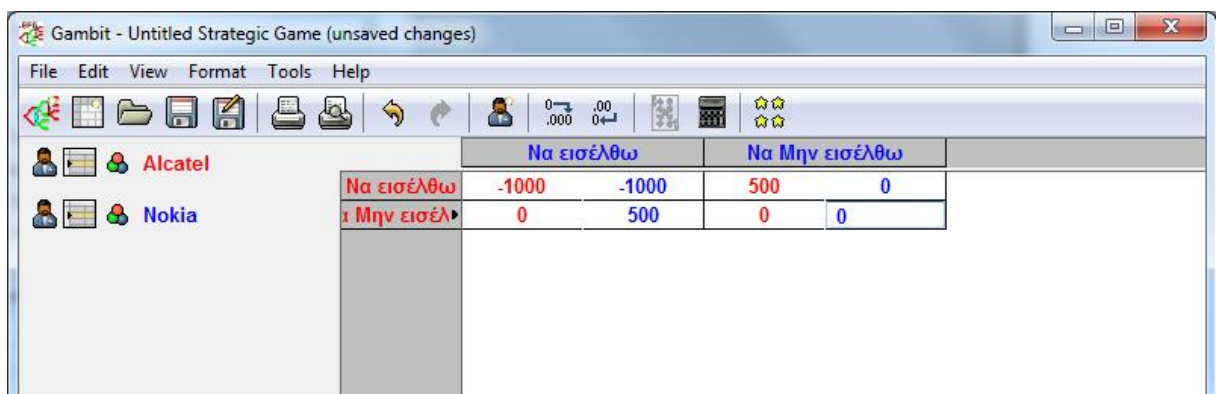
ΒΗΜΑ 1^ο:

Ανοίγουμε το πρόγραμμα Gambit και μας εμφανίζεται η αρχική οθόνη του προγράμματος.

ΒΗΜΑ 2^ο:

Αφού έχουμε ανοίξει το πρόγραμμα, και επειδή πρόκειται για στατικό παίγνιο, από την γραμμή εργαλείων επιλέγουμε το δεύτερο εικονίδιο για να δημιουργήσουμε τον πίνακα του προβλήματος και να καταχωρήσουμε τις αντίστοιχες τιμές. Κάνοντας την καταχώρηση εμφανίζεται η παρακάτω οθόνη.

Η καταχώρηση των τιμών στον πίνακα που εμφανίζεται γίνεται κάνοντας ένα κλικ στο πεδίο που μας ενδιαφέρει.



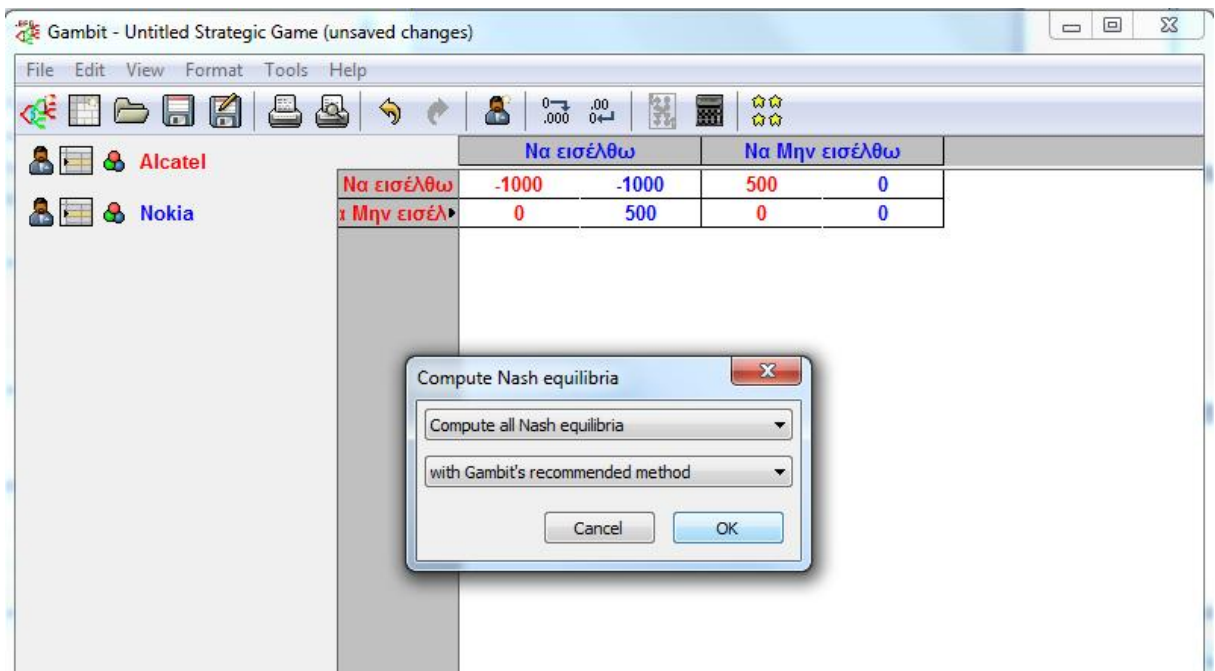
The screenshot shows the Gambit software interface with a 2x2 payoff matrix. The players are Alcatel and Nokia. The strategies are 'Na εισέλθω' (Enter) and 'Na Μην εισέλθω' (Do not enter). The payoffs are as follows:

	Na εισέλθω	Na Μην εισέλθω
Alcatel Na εισέλθω	-1000	500
Alcatel Na Μην εισέλθω	0	0
Nokia Na εισέλθω	-1000	0
Nokia Na Μην εισέλθω	500	0

Εικόνα 48: Καταχώρηση τιμών

ΒΗΜΑ 3^ο:

Στη συνέχεια έχοντας ήδη καταχωρήσει τις τιμές, από την γραμμή Menu επιλέγουμε Tools →Equilibrium.



Εικόνα 49: Υπολογισμός ισορροπίας Nash

Στη συνέχεια εμφανίζεται το παραπάνω παράθυρο. Στο πρώτο πεδίο επιλέγουμε το 'Compute all Nash equilibria', για να υπολογιστούν όλες οι ισορροπίες Nash, σε περίπτωση που υπάρχουν πάνω από μία ισορροπίες. Στο δεύτερο πεδίο επιλέγουμε 'with Gambit's recommended method', για να προχωρήσει η επίλυση σύμφωνα με τη μέθοδο του Gambit.

ΒΗΜΑ 4^ο:

Πατώντας OK στο παραπάνω παράθυρο, εμφανίζεται η λύση του προβλήματος.

		Na εισέλθω		Na Μην εισέλθω	
Alcatel Payoff: 0	Na εισέλθω	-1000	-1000	500	0
	Na Μην εισέλθω	0	500	0	0

#	1: Na εισέλθω	1: Na Μην εισέλθω	2: Na εισέλθω	2: Na Μην εισέλθω
1	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
2	1	0	0	1
3	0	1	1	0

Εικόνα 50: Λύση του προβλήματος

Όπως αναφέραμε στην εκφώνηση δε θα λάβουμε υπόψη μας τις μεικτές στρατηγικές και δε θα λάβουμε υπόψη μας την πρώτη γραμμή που αναφέρεται σε ισορροπία κατά Nash με μεικτές στρατηγικές. Έτσι από την λύση του προβλήματος θα πάρουμε τις δύο καθαρές ισορροπίες οι οποίες είναι οι #2, #3 **Na μην εισέλθω/ Na εισέλθω** και **Na εισέλθω/ Na μην εισέλθω**.

3.8 Πρόβλημα με μεικτές στρατηγικές

Θεωρήστε το παρακάτω παίγνιο ανάμεσα στη Sony, μια εταιρία που κατασκευάζει μηχανήματα για βιντεοκασέτες, και στην Columbia Pictures, ένα κινηματογραφικό στούντιο. Κάθε μία από τις δύο αυτές επιχειρήσεις, πρέπει να αποφασίσει αν θα χρησιμοποιήσει το σύστημα VHS ή το σύστημα Beta, η μεν Sony για να κατασκευάσει μηχανήματα, η δε Columbia για να παράγει τις ταινίες που θα προσφέρει για ενοικίαση ή αγορά.

		Columbia Pictures	
		Beta	VHS
Sony	Beta	20,10	0,0
	VHS	0,0	10,20

(α) Περιορίστε την ανάλυση σας μόνο στις αμιγείς στρατηγικές, έχει κάποια από αυτές τις δύο αυτές επιχειρήσεις κυρίαρχη στρατηγική; Ποια ή ποιες είναι η ισορροπία ή ισορροπίες κατά Nash σε όλο το παίγνιο;

(β) Σε αυτό το παίγνιο υπάρχει κάποια μεικτής στρατηγικής ισορροπίας κατά Nash; Αν υπάρχει ποια είναι;

(γ) Περιοριστείτε ξανά στις αμιγείς στρατηγικές αλλά τώρα ασχοληθείτε με ένα παίγνιο διαδοχικών κινήσεων στο οποίο η Sony επιλέγει πρώτη τη στρατηγική της. Ποια ή ποιες είναι η ισορροπία ή ισορροπίες κατά Nash σε αυτό το παίγνιο;

Λύση στο Gambit

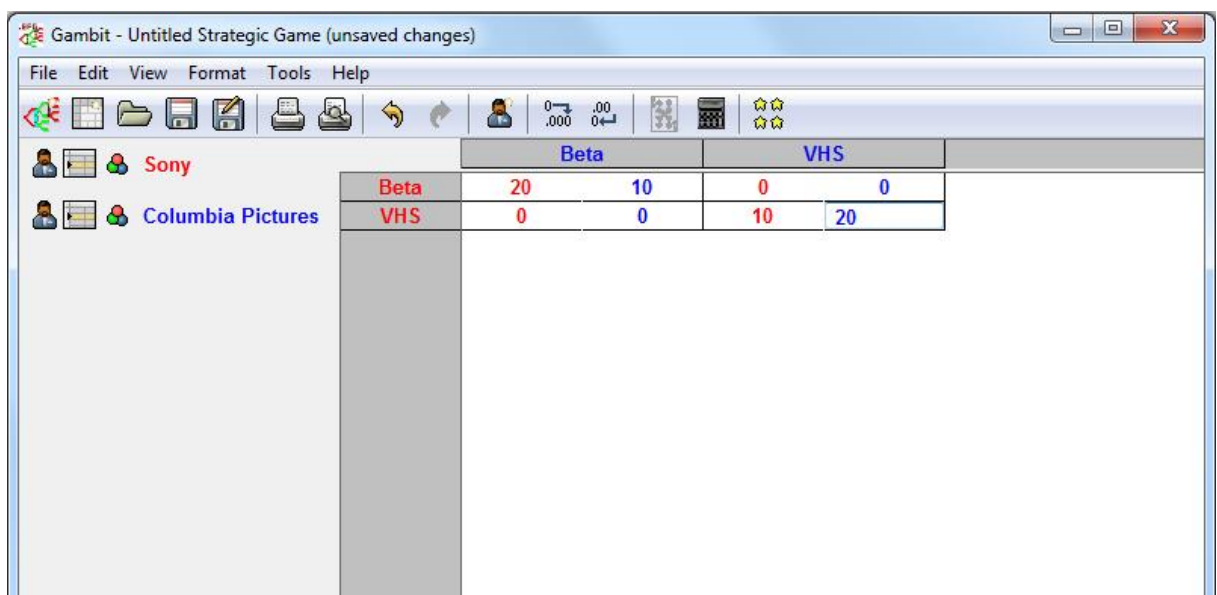
ΒΗΜΑ 1^ο:

Ανοίγουμε το πρόγραμμα Gambit και μας εμφανίζεται η αρχική οθόνη του προγράμματος.

ΒΗΜΑ 2^ο:

Αφού έχουμε ανοίξει το πρόγραμμα, και επειδή πρόκειται για στατικό παίγνιο, από την γραμμή εργαλείων επιλέγουμε το δεύτερο εικονίδιο για να δημιουργήσουμε τον πίνακα του προβλήματος και να καταχωρήσουμε τις αντίστοιχες τιμές. Κάνοντας την καταχώρηση εμφανίζεται η παρακάτω οθόνη.

Η καταχώρηση των τιμών στον πίνακα που εμφανίζεται γίνεται κάνοντας ένα κλικ στο πεδίο που μας ενδιαφέρει.



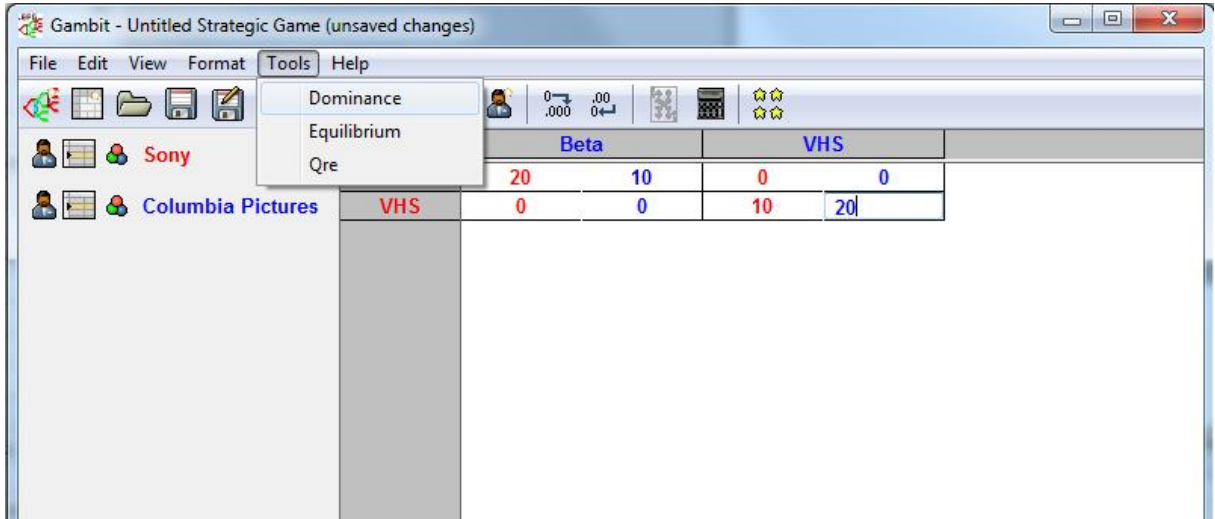
The screenshot shows the Gambit software window titled "Gambit - Untitled Strategic Game (unsaved changes)". The interface includes a menu bar (File, Edit, View, Format, Tools, Help) and a toolbar with various icons. The main area displays a game tree with two players: Sony (red) and Columbia Pictures (blue). The payoff matrix is shown as follows:

	Beta	VHS
Sony	20, 10	0, 0
Columbia Pictures	0, 0	10, 20

Εικόνα 51: Καταχώρηση τιμών

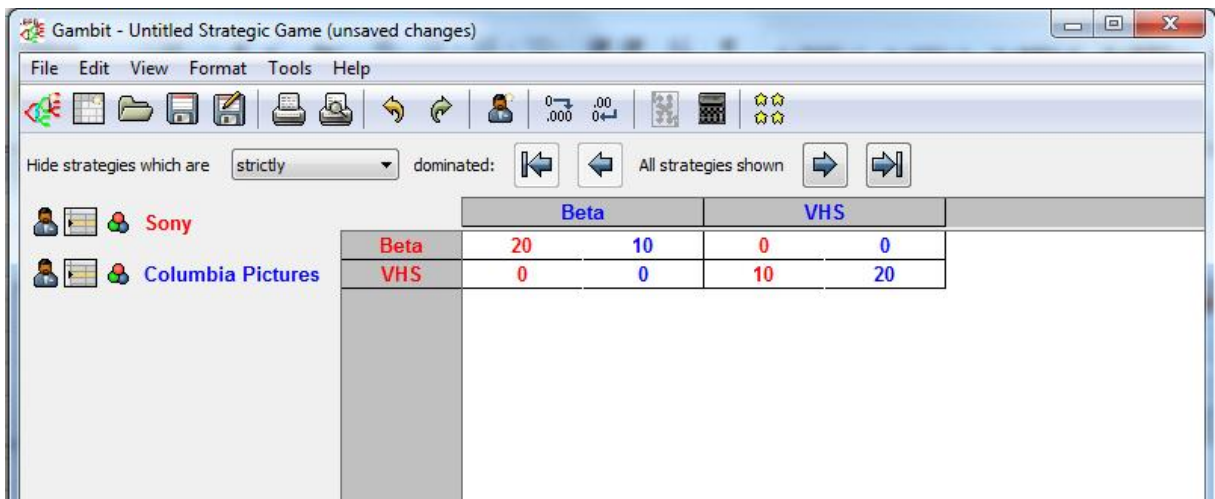
ΒΗΜΑ 3^ο:

Στη συνέχεια έχοντας ήδη καταχωρήσει τις τιμές, θέλοντας να δούμε τις στρατηγικές στο Gambit θα ακολουθήσουμε την παρακάτω διαδρομή. **Tools à Dominance**.



Εικόνα 52: Εύρεση στρατηγικής

Επιλέγοντας το Dominance μας εμφανίζεται η παρακάτω εικόνα.

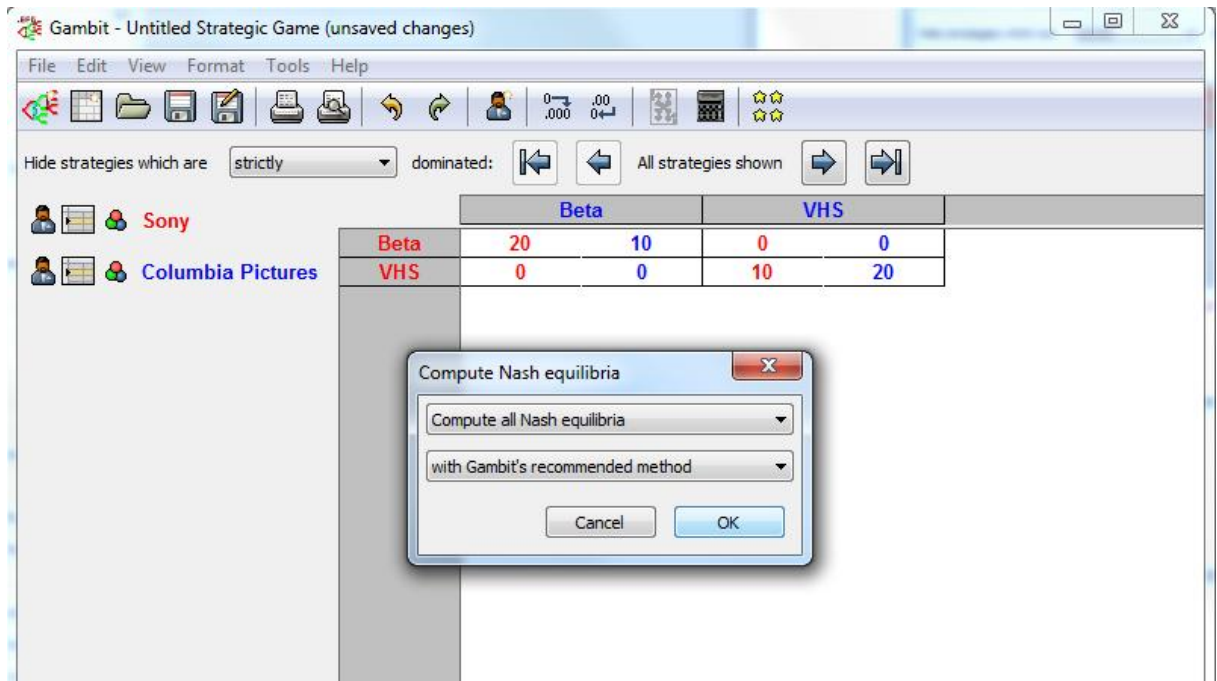


Εικόνα 53: Εμφάνιση στρατηγικών

Παρατηρούμε ότι σε αυτό το παίγνιο δεν υπάρχει κάποια κυρίαρχη στρατηγική, ούτε κάποια κυριαρχούμενη.

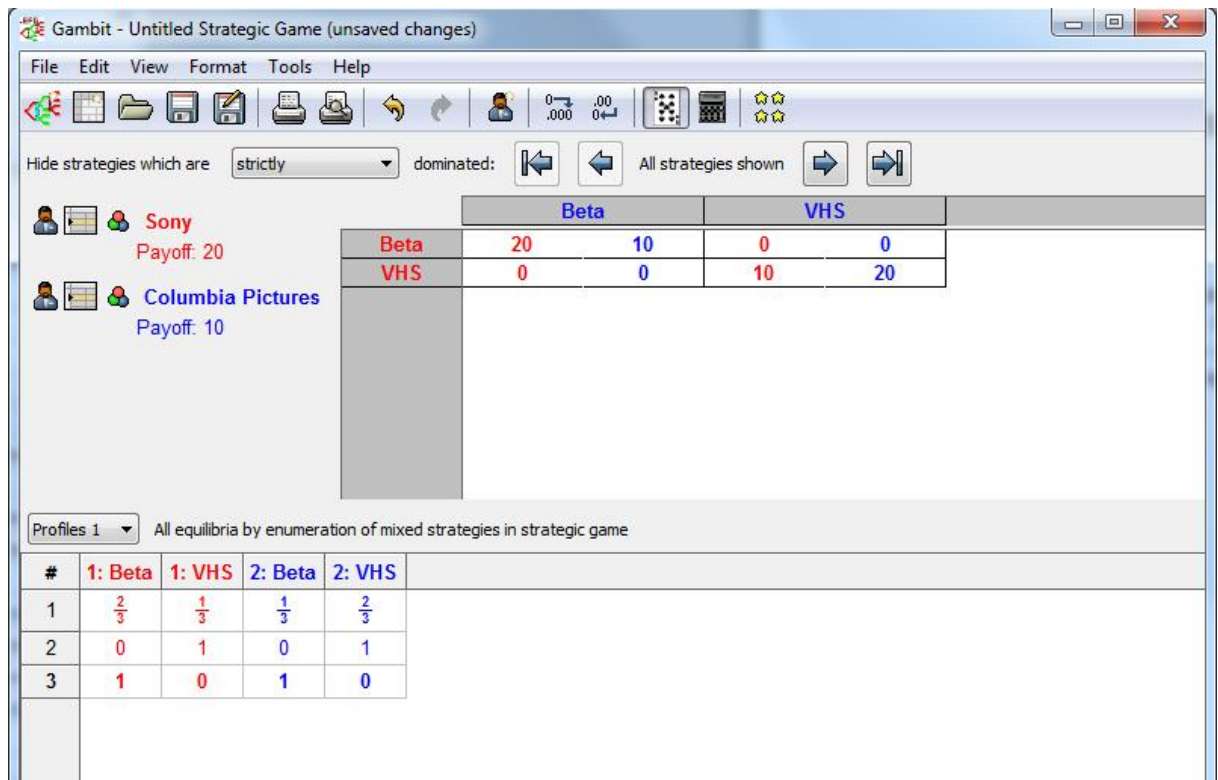
ΒΗΜΑ 4^ο:

Στη συνέχεια, από την γραμμή Menu επιλέγουμε Tools →Equilibrium.



Εικόνα 54: Υπολογισμός ισορροπίας Nash

Στη συνέχεια εμφανίζεται το παραπάνω παράθυρο. Στο πρώτο πεδίο επιλέγουμε το 'Compute all Nash equilibria', για να υπολογιστούν όλες οι ισορροπίες Nash, σε περίπτωση που υπάρχουν πάνω από μία ισορροπίες. Στο δεύτερο πεδίο επιλέγουμε 'with Gambit's recommended method', για να προχωρήσει η επίλυση σύμφωνα με τη μέθοδο του Gambit.



Εικόνα 55: Αποτελέσματα υπολογισμού ισορροπίας Nash

(α) Από την εικόνα 55 βλέπουμε ότι σε αμιγείς στρατηγικές έχουμε ισορροπία κατά Nash στο **VHS/VHS (10,20)** και **Beta/Beta (20,10)**.

(β) Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με παραπάνω, παρατηρούμε ότι με μεικτές στρατηγικές έχουμε μία ισορροπία κατά Nash η οποία είναι η Sony να παίζει $\frac{2}{3}$ Beta και η Columbia να παίζει $\frac{1}{3}$ Beta.

(γ) Το συγκεκριμένο ερώτημα θα το απαντήσουμε στο επόμενο κεφάλαιο (Κεφάλαιο 4).

3.9 Παίγνιο μηδενικού αθροίσματος

Σε ένα αγώνα του πρωταθλήματος World Series, ο Kerry Wood κάνει τις βολές και ο Alex Rodriguez αποκρούει. Το σκορ για τον Rodriguez είναι τρεις αποτυχίες και δύο

επιτυχίες. Ο Wood πρέπει να αποφασίσει αν θα κάνει μία δυνατή βολή ή μια βολή με φάλτσο. Ο Rodriguez πρέπει να αποφασίσει αν θα προσπαθήσει να χτυπήσει την μπάλα ή αν θα μείνει ακίνητος. Αν ο Wood ρίξει μία δυνατή βολή και ο Rodriguez μείνει ακίνητος, η βολή του Wood θα είναι επιτυχής και ο Rodriguez θα βγει από το παιχνίδι. Αν όμως ο Rodriguez προσπαθήσει να χτυπήσει την μπάλα είναι πολύ πιθανόν να το επιτύχει. Αν ο Wood ρίξει μία βολή με φάλτσο και ο Rodriguez προσπαθήσει να την χτυπήσει είναι πολύ πιθανό ο Rodriguez να αποτύχει. Αν όμως ο Wood ρίξει μία βολή με φάλτσο και ο Rodriguez μείνει ακίνητος είναι πολύ πιθανό ο Wood να αποτύχει και ο Rodriguez να κερδίσει τη βάση. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τις αποδόσεις από κάθε ζευγάρι επιλογών μπορούν να κάνουν οι δύο παίκτες.

Alex Rodriguez			
Kerry Wood		Να κινηθεί	Να μη κινηθεί
	Δυνατή βολή	-100 , 100	100 , -100
	Βολή με φάλτσο	100 , -100	-100 , 100

(α) Σε αυτό το παίγνιο, υπάρχει μία ισορροπία κατά Nash σε αμιγείς στρατηγικές;

(β) Σε αυτό το παίγνιο, υπάρχει μία ισορροπία κατά Nash μεικτής στρατηγικής; Αν ναι, ποια είναι;

Λύση στο Gambit

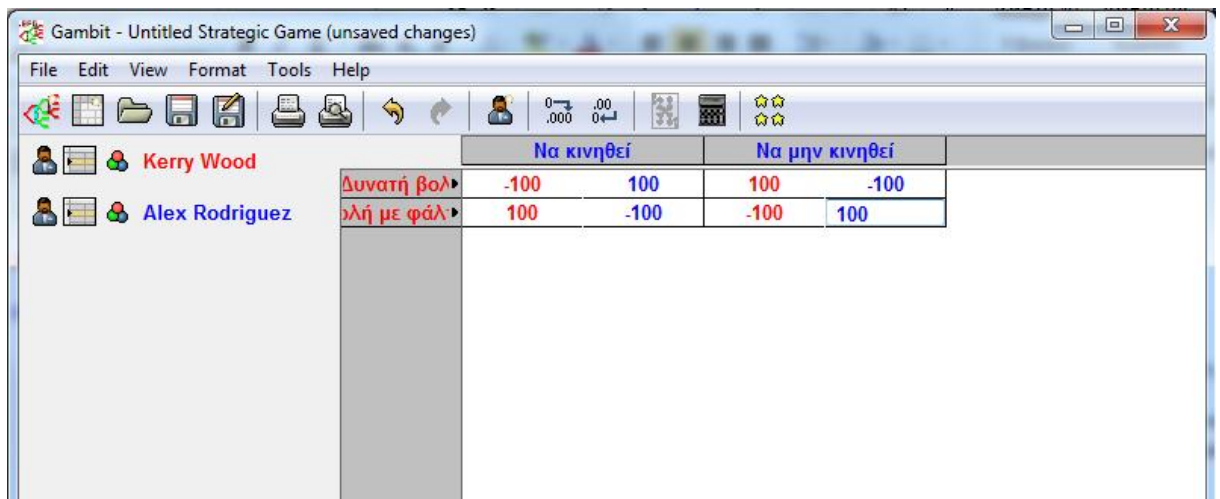
ΒΗΜΑ 1^ο:

Ανοίγουμε το πρόγραμμα Gambit και μας εμφανίζεται η αρχική οθόνη του προγράμματος.

ΒΗΜΑ 2^ο:

Αφού έχουμε ανοίξει το πρόγραμμα, και επειδή πρόκειται για στατικό παίγνιο, από την γραμμή εργαλείων επιλέγουμε το δεύτερο εικονίδιο για να δημιουργήσουμε τον πίνακα του προβλήματος και να καταχωρήσουμε τις αντίστοιχες τιμές. Κάνοντας την καταχώρηση εμφανίζεται η παρακάτω οθόνη.

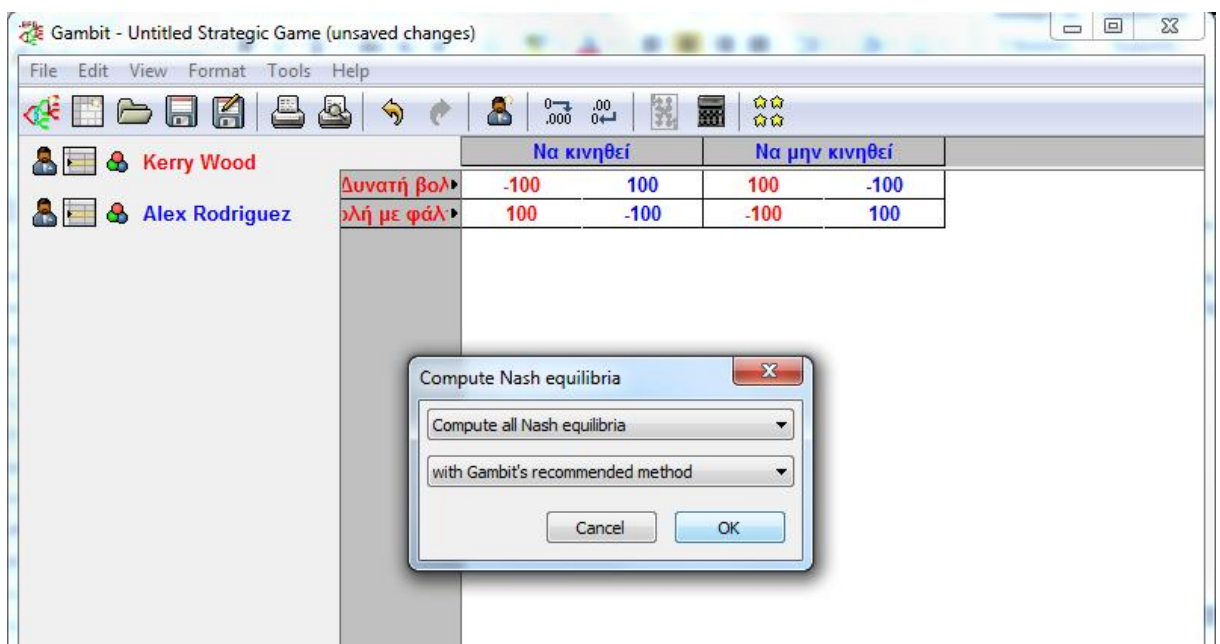
Η καταχώρηση των τιμών στον πίνακα που εμφανίζεται γίνεται κάνοντας ένα κλικ στο πεδίο που μας ενδιαφέρει.



Εικόνα 56: Καταχώρηση τιμών

ΒΗΜΑ 3^ο:

Στη συνέχεια έχοντας ήδη καταχωρήσει τις τιμές, από την γραμμή Menu επιλέγουμε Tools →Equilibrium.



Εικόνα 57: Υπολογισμός ισοροπίας Nash

Στη συνέχεια εμφανίζεται το παραπάνω παράθυρο. Στο πρώτο πεδίο επιλέγουμε το 'Compute all Nash equilibria', για να υπολογιστούν όλες οι ισοροπίες Nash, σε περίπτωση που υπάρχουν πάνω από μία ισοροπίες. Στο δεύτερο πεδίο επιλέγουμε 'with Gambit's recommended method', για να προχωρήσει η επίλυση σύμφωνα με τη μέθοδο του Gambit.

		Να κινηθεί		Compute Nash equilibria of this game	
Kerry Wood Payoff: 0	Δυνατή βολή	-100	100	100	-100
	Βολή με φάλτσο	100	-100	-100	100
Alex Rodriguez Payoff: 0					

Profiles 1 ▾ All equilibria by enumeration of mixed strategies in strategic game					
#	1: Δυνατή βολή	1: Βολή με φάλτσο	2: Να κινηθεί	2: Να μην κινηθεί	
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	

Εικόνα 58: Αποτελέσματα υπολογισμού ισορροπίας Nash

Όπως παρατηρούμε έχουμε μόνο μία ισορροπία κατά Nash σε μεικτές στρατηγικές. Αυτή είναι, ο Wood να ρίξει μία δυνατή βολή με πιθανότητα 50% ή μία βολή με φάλτσο με πιθανότητα 50%. Επίσης, ο Alex Rodriguez μπορεί να κινηθεί με πιθανότητα 50% και να μην κινηθεί με πιθανότητα 50%.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Σε αυτό το κεφάλαιο θα ασχοληθούμε αναλυτικά με την επίλυση των σημαντικότερων κατηγοριών δυναμικών παιγνίων με τη βοήθεια του προγράμματος Gambit.

4.1 Πρόβλημα με ισορροπία κατά Nash.

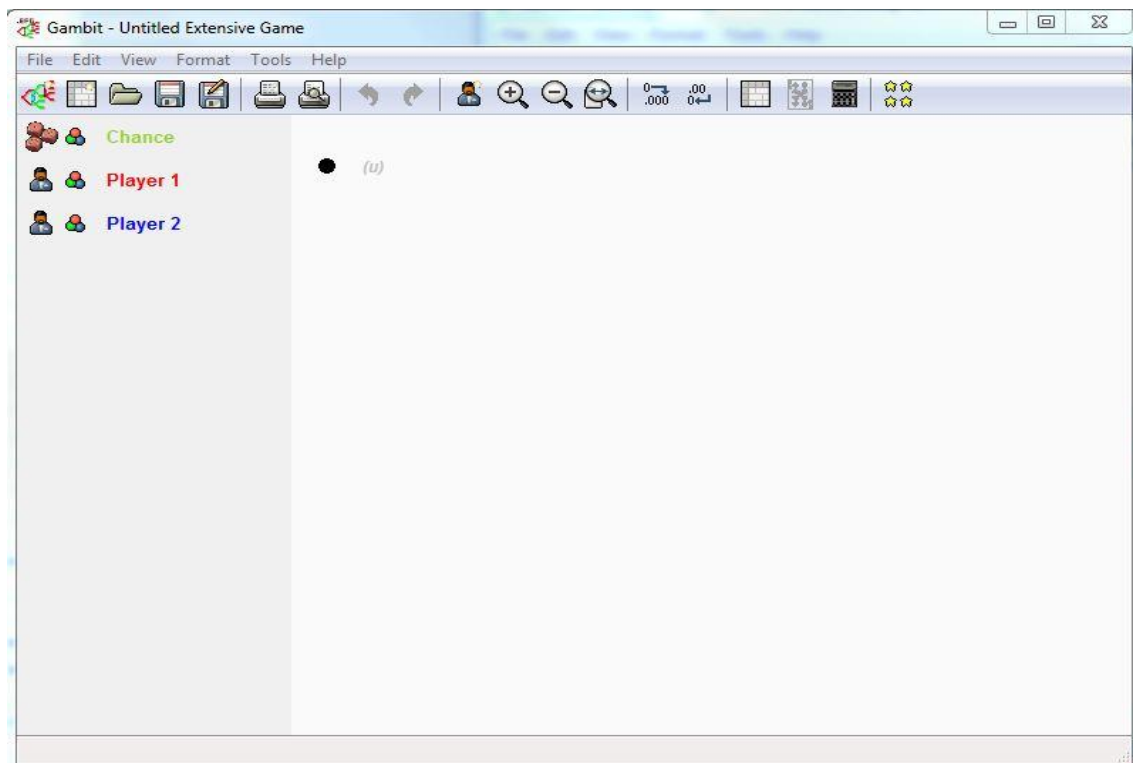
Ποια είναι η ισορροπία κατά Nash στο παρακάτω παίγνιο. Έστω ότι παίζει πρώτος ο παίκτης 1.

		Παίκτης 2	
		Αριστερά	Δεξιά
Παίκτης 1	Πάνω	2, 6	8, -5
	Κάτω	0, 9	12, 3

Λύση στο Gambit

ΒΗΜΑ 1^ο:

Ανοίγουμε το πρόγραμμα Gambit και μας εμφανίζεται η αρχική οθόνη του προγράμματος.

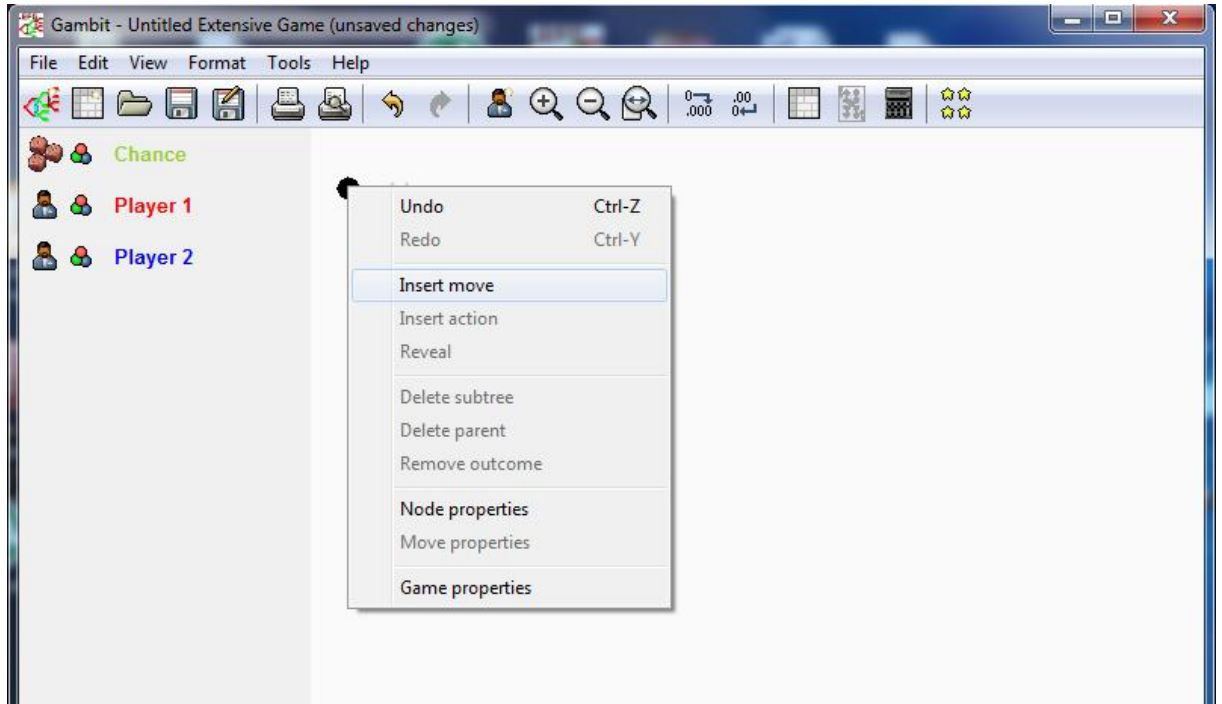


Εικόνα 59: Αρχική οθόνη

ΒΗΜΑ 2^ο:

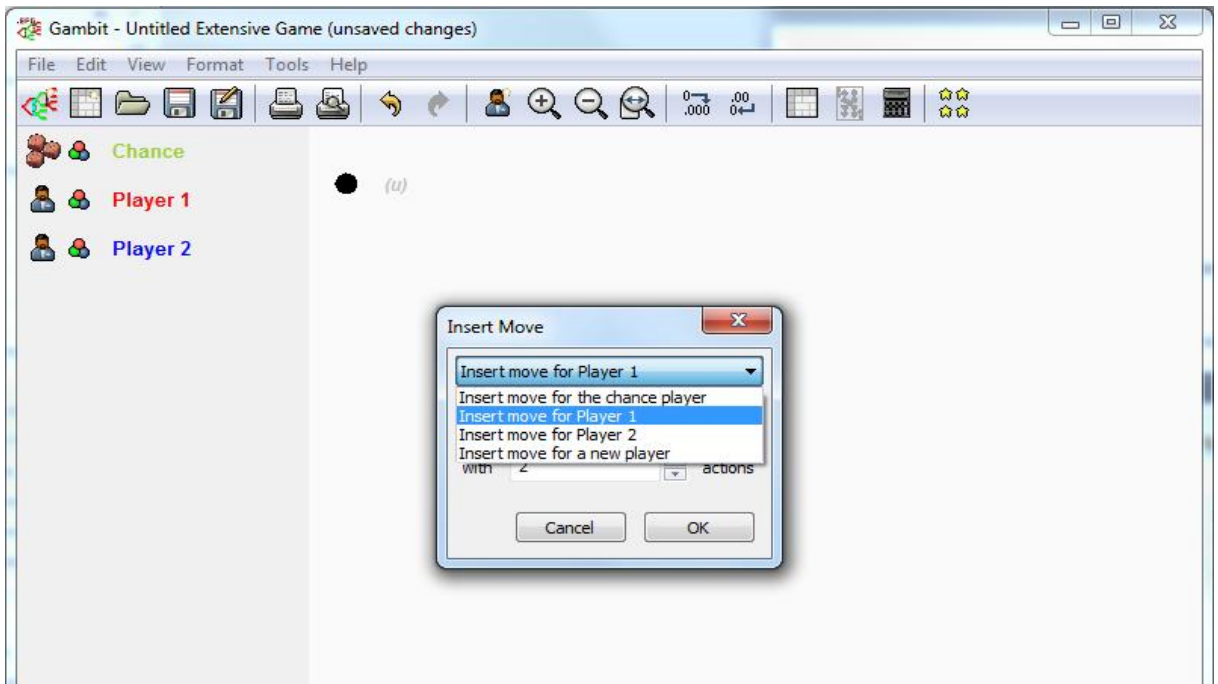
Για να δημιουργήσουμε το δενδροδιάγραμμα και να λύσουμε το πρόβλημα κάνουμε τα εξής βήματα:

- Κάνουμε δεξί κλικ πάνω στην κουκίδα και επιλέγουμε **insert move**.



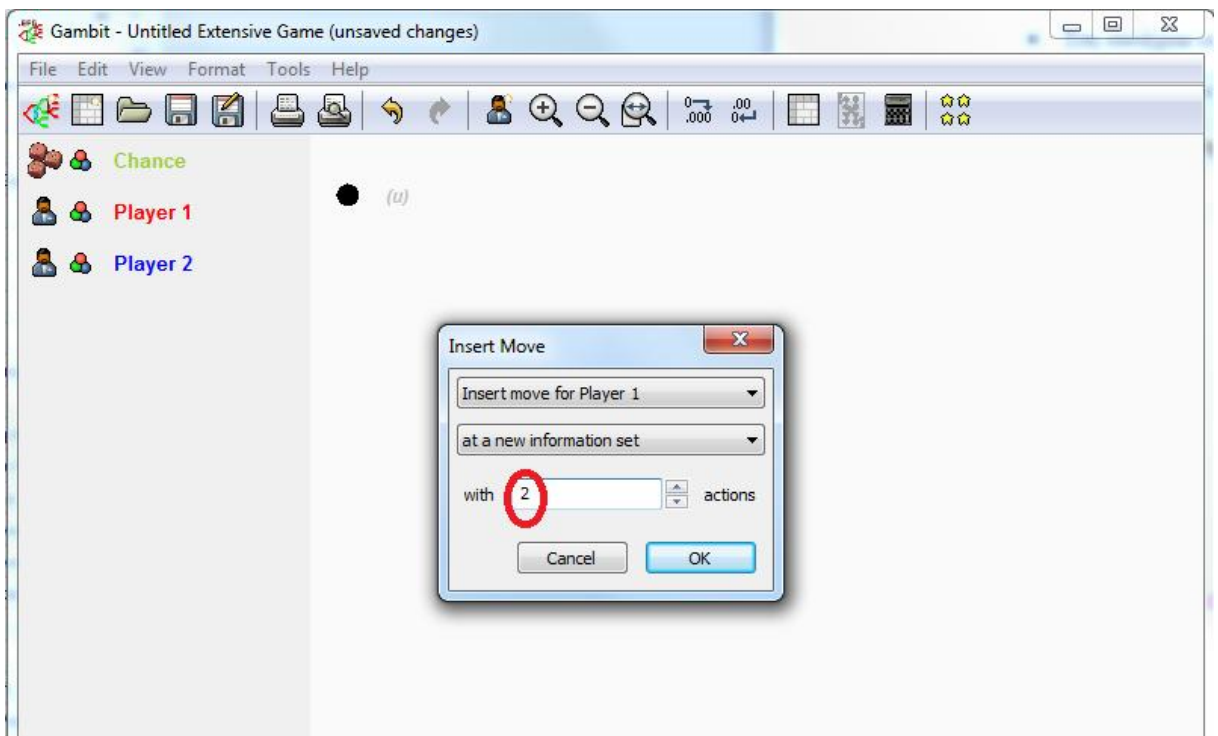
Εικόνα 60: Εισαγωγή κίνησης

- Στη συνέχεια επιλέγουμε ποιος παίκτης θα κάνει πρώτος την κίνηση.



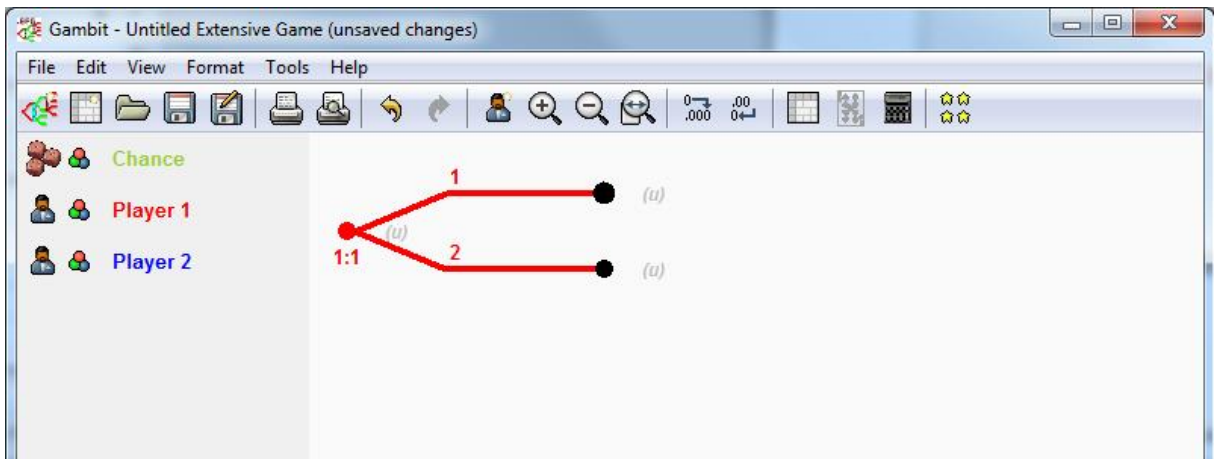
Εικόνα 61: Επιλογή παίκτη για την εισαγωγή κίνησης

- Κατόπιν, ανάλογα με το πόσες στρατηγικές έχει ο κάθε παίκτης, σύμφωνα με την εκφώνηση, επιλέγουμε τον αριθμό των στρατηγικών.



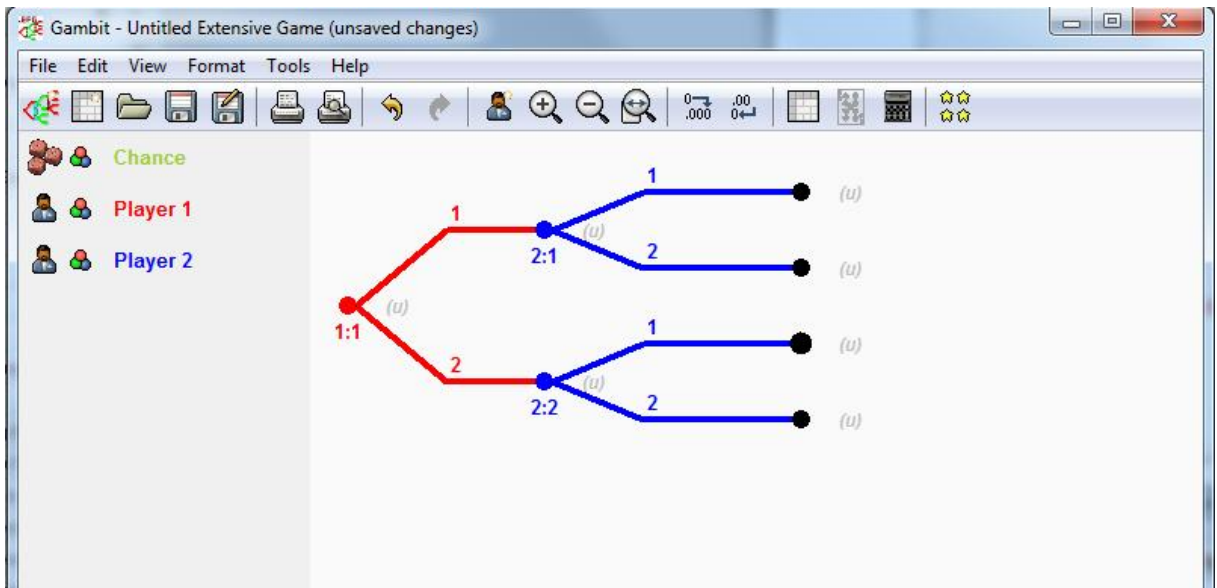
Εικόνα 62: Επιλογή κινήσεων για το παίκτη 1

- Πατώντας OK, εμφανίζονται οι στρατηγικές του παίκτη που επιλέξαμε.



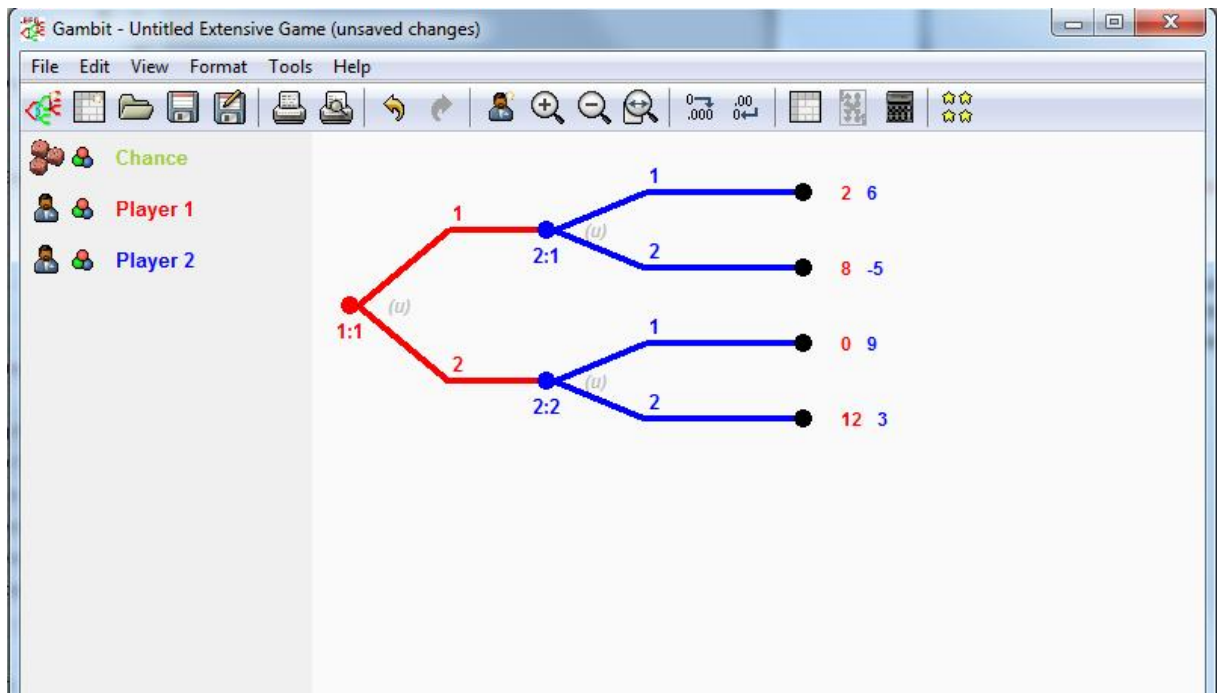
Εικόνα 63: Δυνατές κινήσεις του παίκτη 1.

- Κάνοντας την ίδια διαδικασία για τις άλλες δύο κουκίδες που θα είναι οι στρατηγικές του παίκτη 2 έχουμε το τελικό δενδροδιάγραμμα του προβλήματος.



Εικόνα 64: Κινήσεις του παίκτη 2

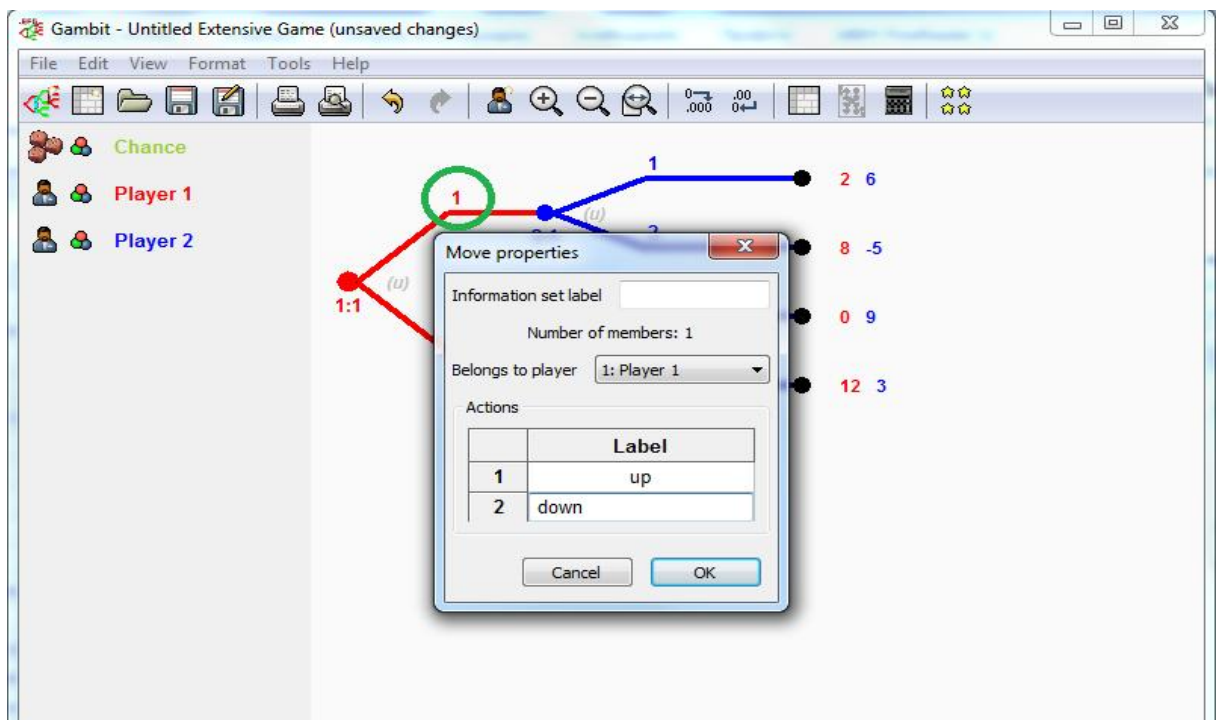
- Βάζουμε τις τιμές του προβλήματος στο δενδροδιάγραμμα κάνοντας διπλό κλικ στην περιοχή του (u) και τις καταχωρούμε πατώντας Enter. Έτσι μεταφέρουμε τις τιμές του πίνακα στο δενδροδιάγραμμα.



Εικόνα 65: Τελικό δενδροδιάγραμμα

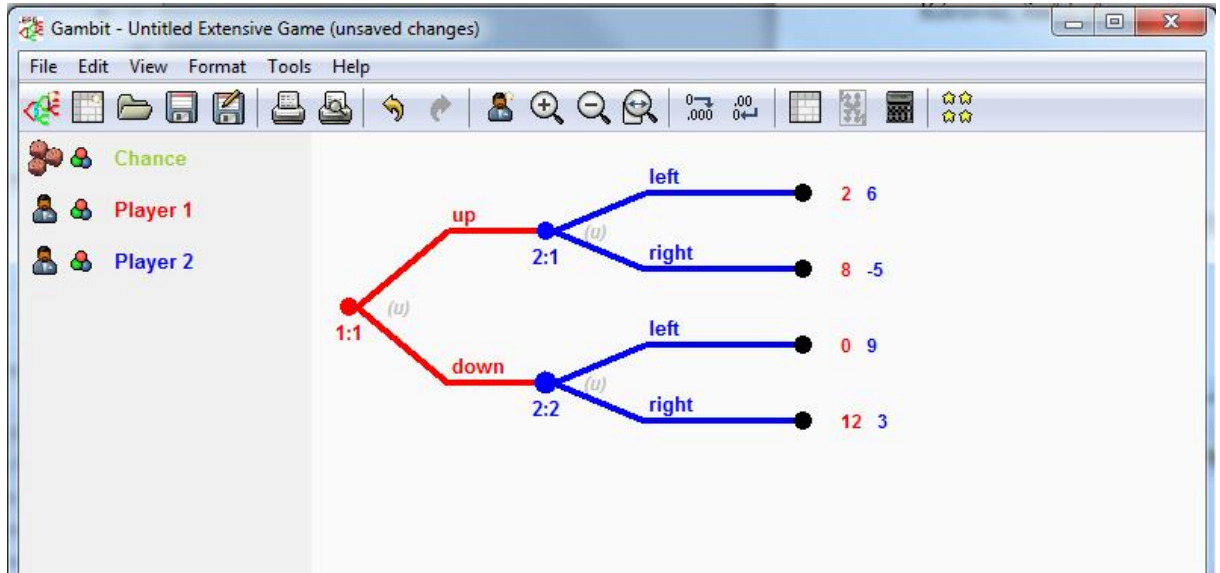
- Τέλος εάν θέλουμε μπορούμε να ονομάσουμε τις κινήσεις του κάθε παίκτη αντί να παρουσιάζονται οι αριθμοί 1, 2 .

Κάνοντας διπλό κλικ στους αριθμούς εμφανίζεται το παρακάτω πεδίο.



Εικόνα 66: Μετονομασία στρατηγικών

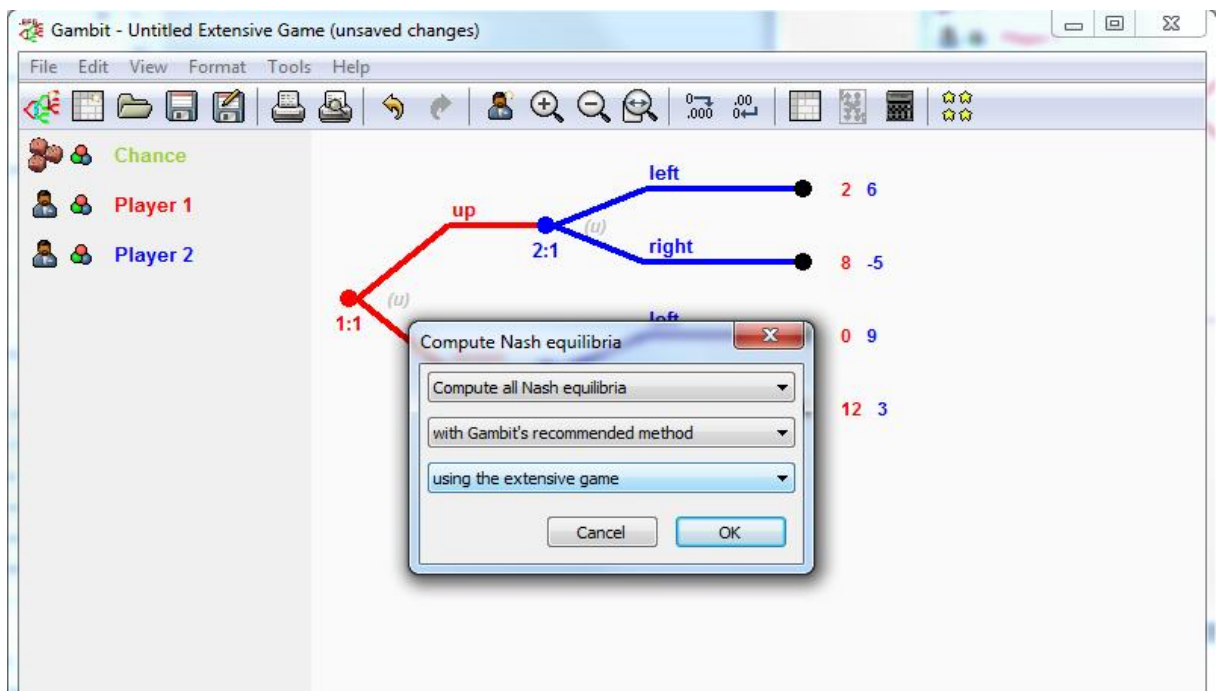
Εδώ μας εμφανίζεται το δένδροδιάγραμμα με το παράθυρο των ιδιοτήτων της κίνησης του παίκτη 1, όπου αλλάζοντας το Label 1 & 2 τους δίνουμε την ονομασία που θέλουμε και το δένδροδιάγραμμα παίρνει πλέον την ακόλουθη μορφή.



Εικόνα 67: Τελική μορφή διαγράμματος

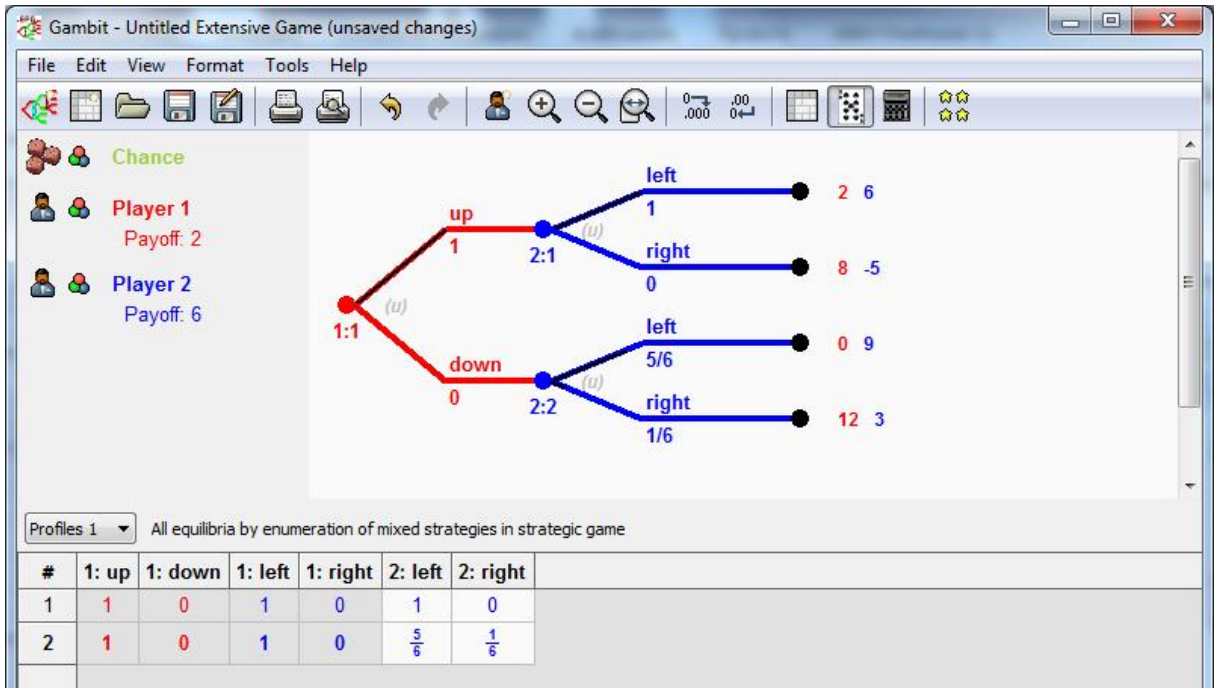
ΒΗΜΑ 3^ο:

Στη συνέχεια έχοντας ήδη καταχωρήσει τις τιμές, από την γραμμή Menu επιλέγουμε Tools →Equilibrium και επιλέγουμε using the extensive game.



Εικόνα 68: Υπολογισμός ισοροπίας Nash

Πατώντας OK εμφανίζεται η λύση του προβλήματος.



Εικόνα 69: Λύση προβλήματος

Παρατηρούμε ότι έχουμε ισορροπία Nash στο **2,6**. Αυτό μπορούμε να το δούμε, από τα Payoff των παικτών, από την διακεκομμένη πορεία της μαύρης γραμμής που ξεκινάει από τη στρατηγική του παίκτη 1 και σταματάει στην στρατηγική του παίκτη 2 που είναι το **2,6**. Τέλος από τον πίνακα κάτω από το δενδροδιάγραμμα παρατηρούμε ότι έχουμε μία ισορροπία Nash με αμιγείς στρατηγικές στο σημείο # 1, δηλαδή στο σημείο **2,6**.

4.2 Μεικτές Στρατηγικές

Θεωρήστε το παρακάτω παίγνιο ανάμεσα στη Sony, μια εταιρία που κατασκευάζει μηχανήματα για βιντεοκασέτες, και στην Columbia Pictures, ένα κινηματογραφικό στούντιο. Κάθε μία από τις δύο αυτές επιχειρήσεις, πρέπει να αποφασίσει αν θα χρησιμοποιήσει το σύστημα VHS ή το σύστημα Beta, η μεν Sony για να κατασκευάσει μηχανήματα, η δε Columbia για να παράγει τις ταινίες που θα προσφέρει για ενοικίαση ή αγορά.

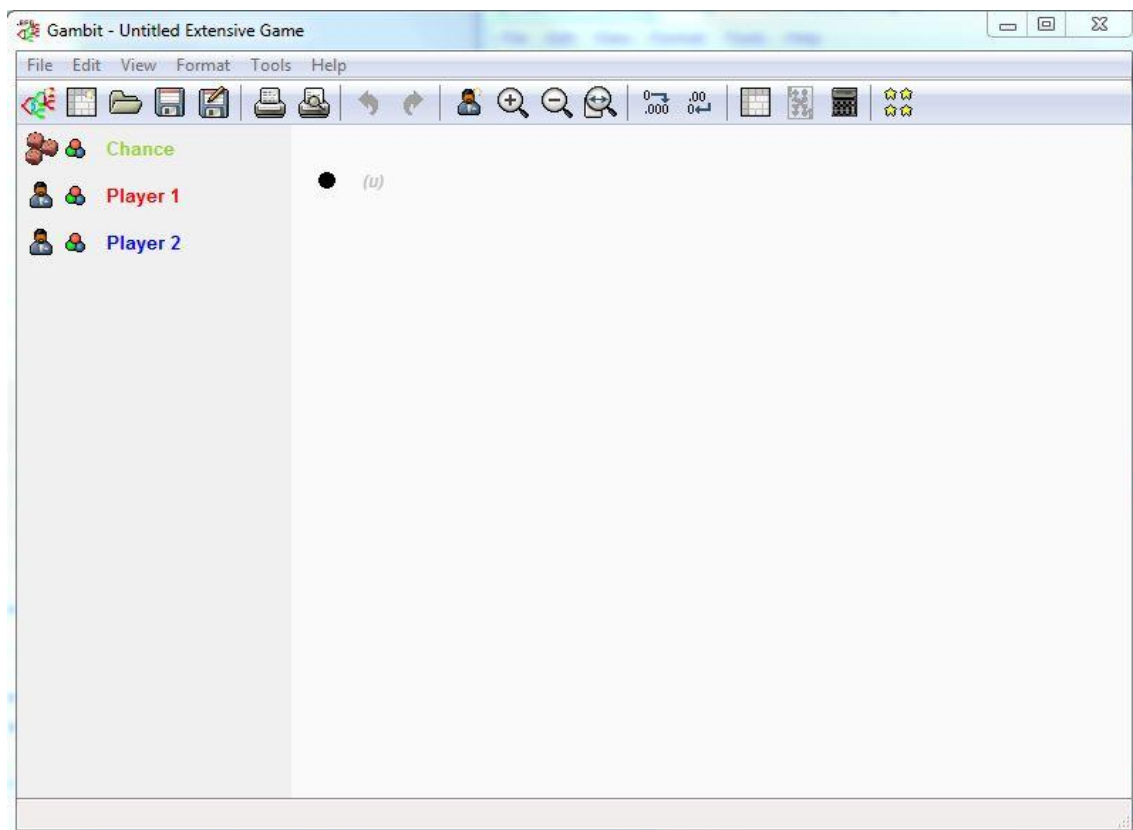
Columbia Pictures			
Sony		<i>Beta</i>	<i>VHS</i>
	<i>Beta</i>	20,10	0,0
	<i>VHS</i>	0,0	10,20

(γ) Περιοριστείτε ξανά στις αμιγείς στρατηγικές αλλά τώρα ασχοληθείτε με ένα παίγνιο διαδοχικών κινήσεων στο οποίο η Sony επιλέγει πρώτη τη στρατηγική της. Ποια ή ποιες είναι η ισορροπία ή ισορροπίες κατά Nash σε αυτό το παίγνιο;

Λύση στο Gambit

ΒΗΜΑ 1^ο:

Ανοίγουμε το πρόγραμμα Gambit και μας εμφανίζεται η αρχική οθόνη του προγράμματος.

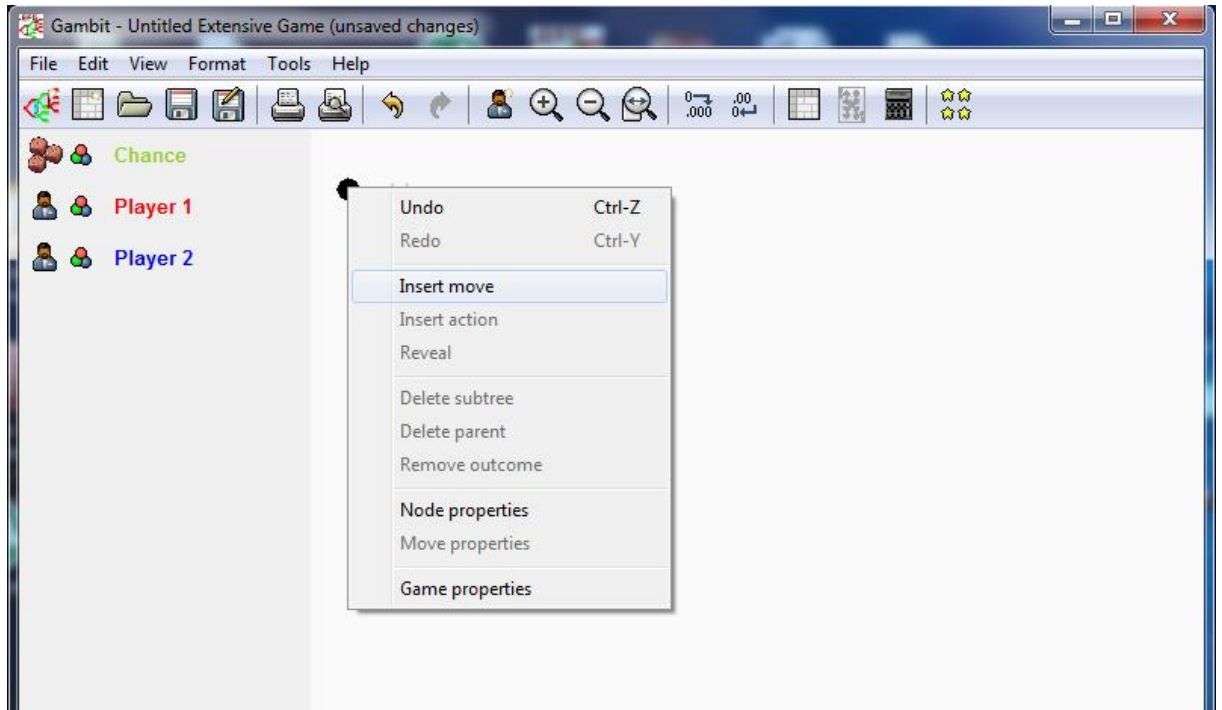


Εικόνα 70: Αρχική οθόνη

ΒΗΜΑ 2^ο:

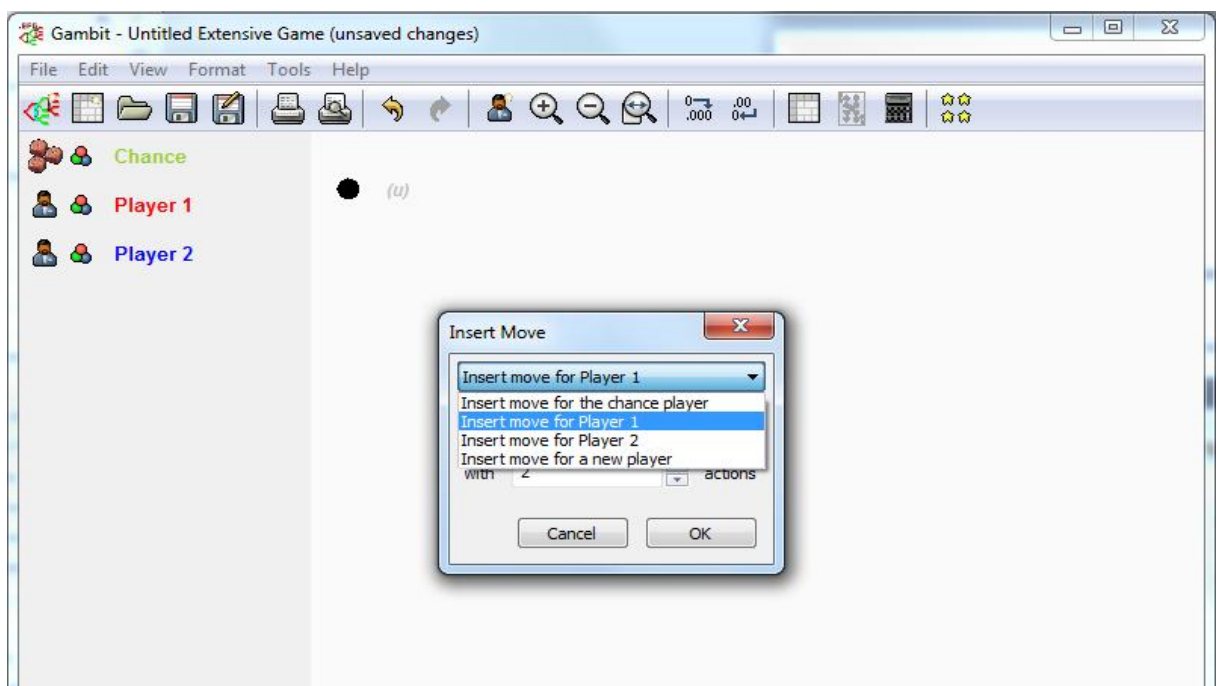
Για να δημιουργήσουμε το δένδροδιάγραμμα και να λύσουμε το πρόβλημα κάνουμε τα εξής βήματα:

- Κάνουμε δεξί κλικ πάνω στην κουκίδα και επιλέγουμε **insert move**.



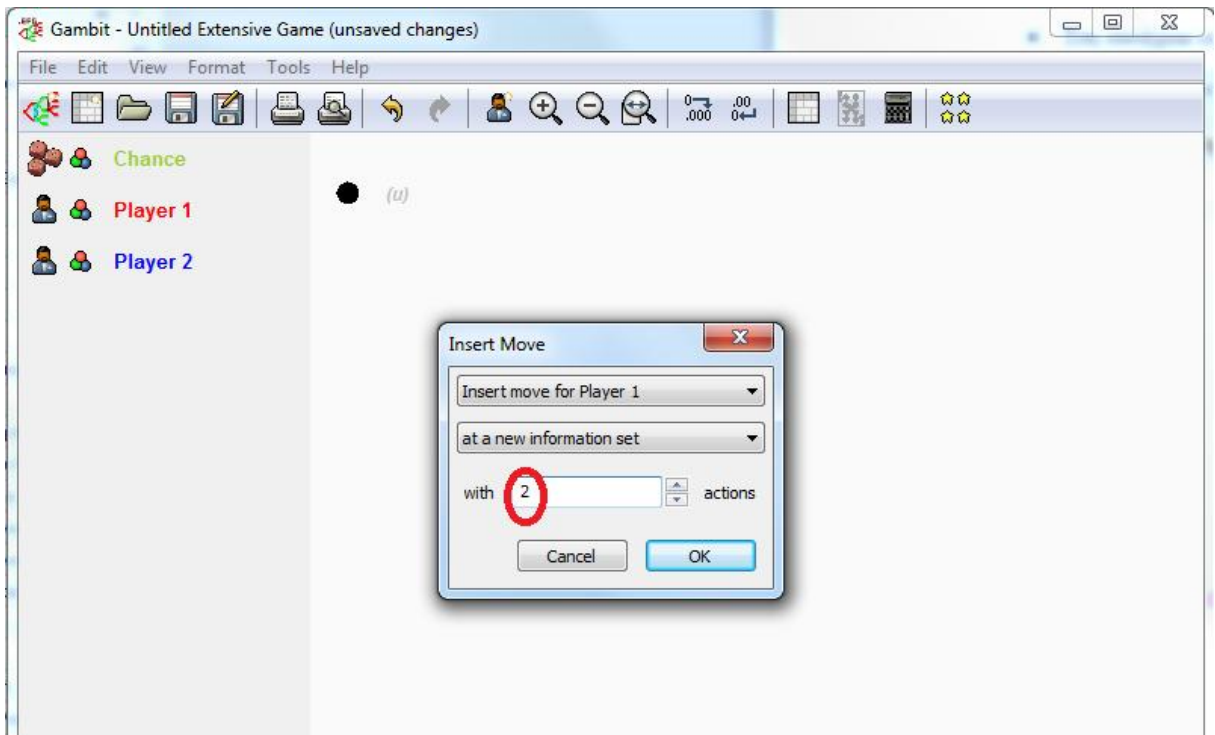
Εικόνα 71: Εισαγωγή κίνησης

- Στη συνέχεια επιλέγουμε ποιος παίκτης θα κάνει πρώτος την κίνηση.



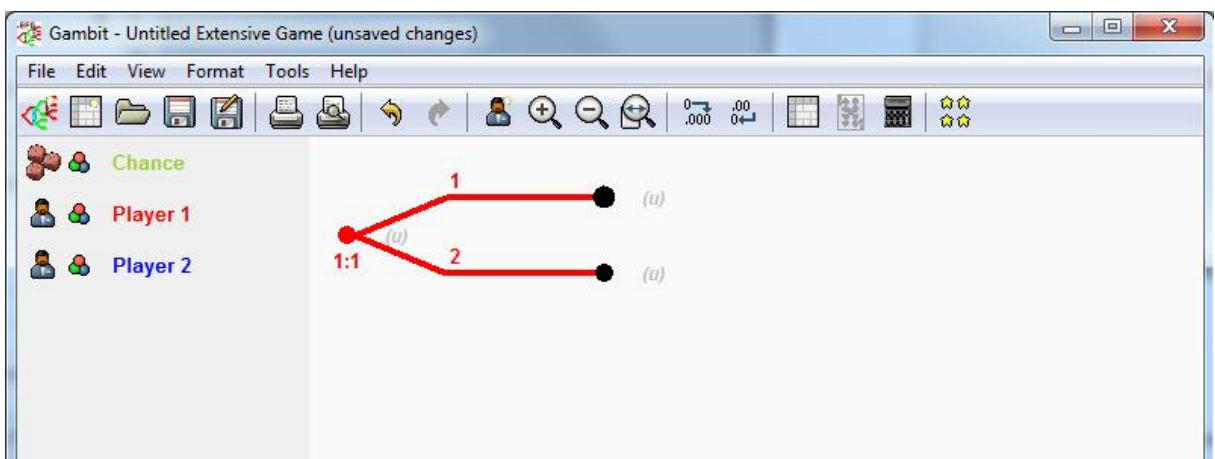
Εικόνα 72: Επιλογή παίκτη για την εισαγωγή κίνησης

- Κατόπιν, ανάλογα με το πόσες στρατηγικές έχει ο κάθε παίκτης, σύμφωνα με την εκφώνηση, επιλέγουμε τον αριθμό των στρατηγικών.



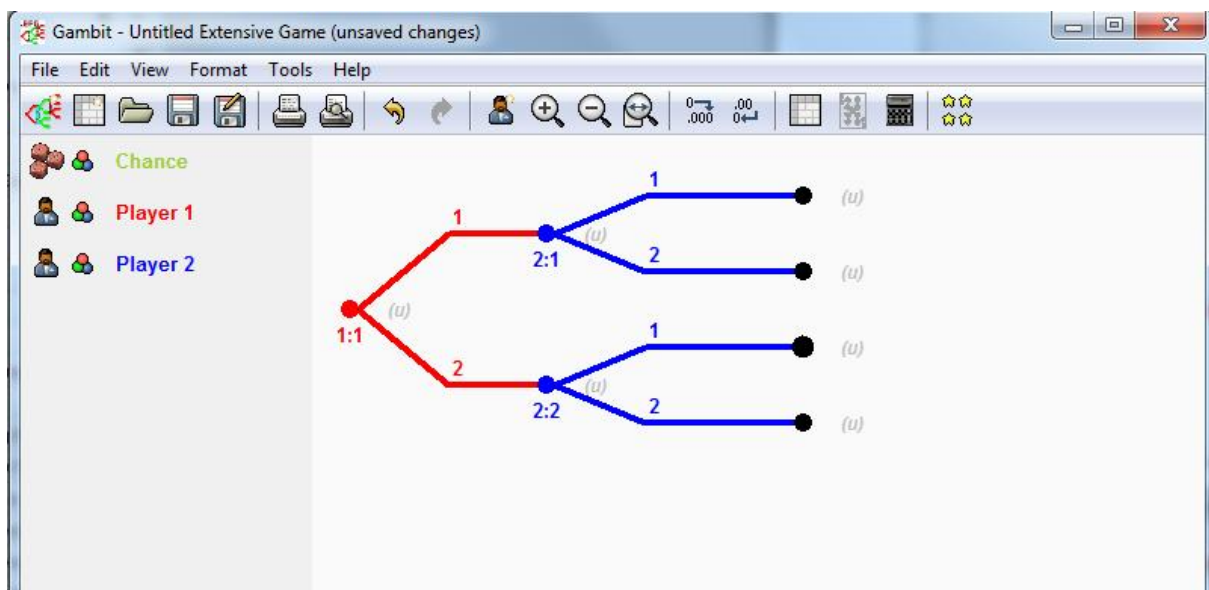
Εικόνα 73: Επιλογή κινήσεων για το παίκτη 1

- Πατώντας OK, εμφανίζονται οι στρατηγικές του παίκτη που επιλέξαμε.



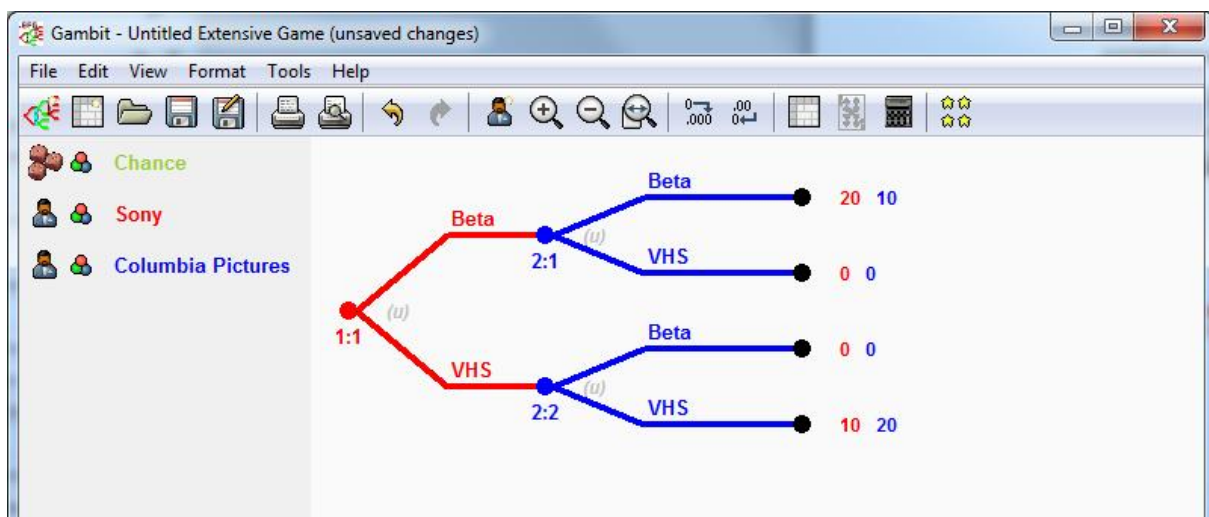
Εικόνα 74: Δυνατές κινήσεις του παίκτη 1.

- Κάνοντας την ίδια διαδικασία για τις άλλες δύο κουκίδες που θα είναι οι στρατηγικές του παίκτη 2 έχουμε το τελικό δενδροδιάγραμμα του προβλήματος.



Εικόνα 75: Κινήσεις του παίκτη 2

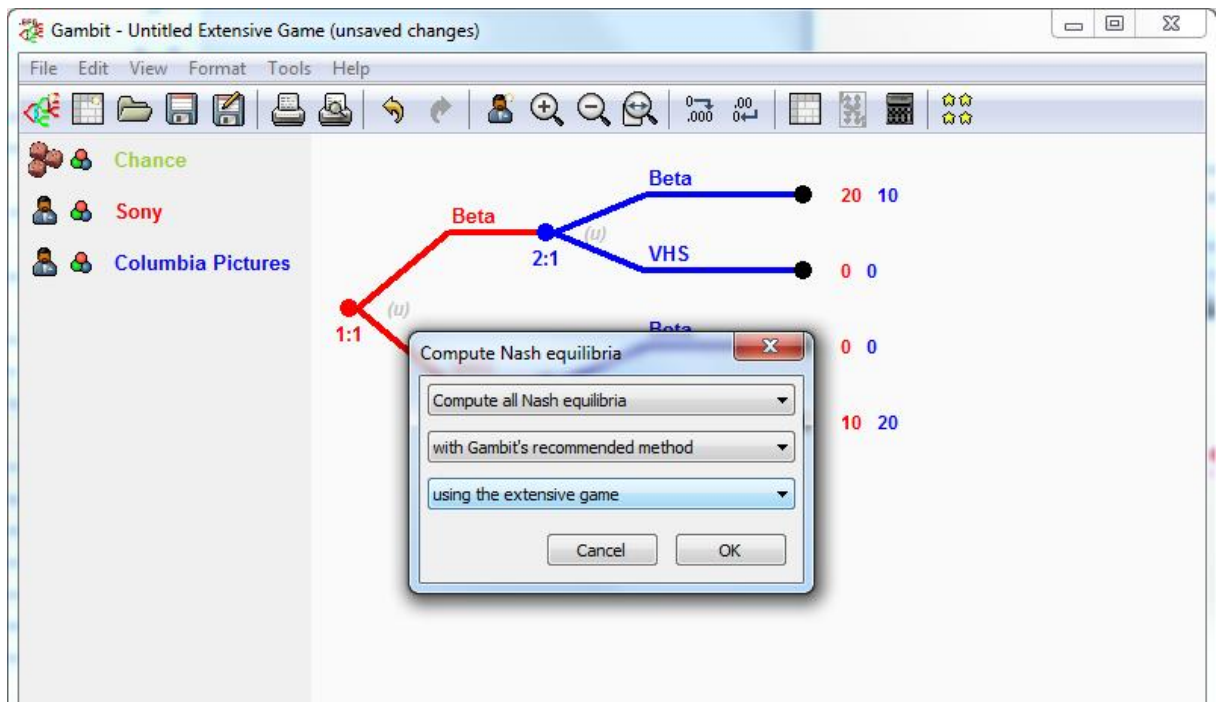
- Βάζουμε τις τιμές του προβλήματος στο δενδροδιάγραμμα κάνοντας διπλό κλικ στην περιοχή του **(u)** και τις καταχωρούμε πατώντας Enter. Έτσι μεταφέρουμε τις τιμές του πίνακα στο δενδροδιάγραμμα.



Εικόνα 76: Τελικό δενδροδιάγραμμα

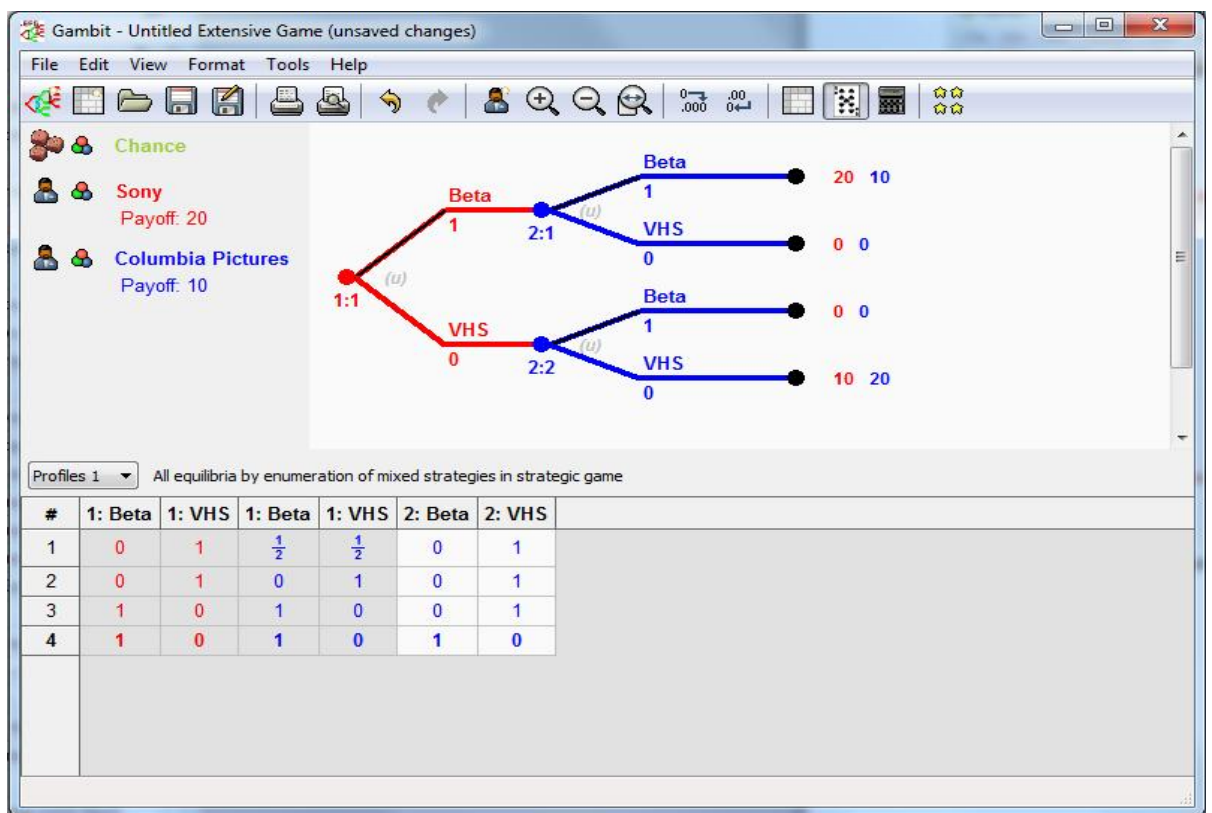
ΒΗΜΑ 3^ο:

Στη συνέχεια έχοντας ήδη καταχωρήσει τις τιμές, από την γραμμή Menu επιλέγουμε Tools → Equilibrium και επιλέγουμε using the extensive game.



Εικόνα 77: Υπολογισμός ισορροπίας Nash

Πατώντας OK εμφανίζεται η λύση του προβλήματος.



Εικόνα 78: Λύση προβλήματος

Παρατηρούμε ότι έχουμε ισορροπία Nash στο **20,10**. Αυτό μπορούμε να το δούμε, από τα Payoff των παικτών, από την διακεκομμένη πορεία της μαύρης γραμμής που ξεκινάει από τη στρατηγική της Sony και σταματάει στην στρατηγική της Columbia Pictures που είναι το **20,10**. Τέλος από τον πίνακα κάτω από το δένδροδιάγραμμα παρατηρούμε ότι έχουμε δύο ισορροπίες κατά Nash. Μία με αμιγείς στρατηγικές και μία με μεικτές στρατηγικές. Με αμιγείς στρατηγικές είναι η #4 για το λόγο ότι ο πίνακας συμπίπτει και με την διαδρομή του δένδροδιαγράμματος και με τα Payoffs των δύο παικτών (**20,10**). Τέλος έχουμε και μία ισορροπία κατά Nash σε μεικτές στρατηγικές που είναι η #1. Δηλαδή αν η Sony παίζει VHS, η Columbia Pictures μπορεί να παίζει κατά 50% Beta και κατά 50% VHS.

4.3 Παίγνιο πλήρους πληροφόρησης, οπισθοβατική επαγωγή

Δύο επιχειρήσεις που διαθέτουν αγωγούς μεταφοράς σχεδιάζουν να εισέλθουν σε μία αγορά με επιχειρήσεις που παραδίδουν αργό πετρέλαιο από κάποιο λιμάνι στο διωλιστήριο. Η Pipeline 1, η μεγαλύτερη από τις δύο επιχειρήσεις, μελετά τη στρατηγική της για την δυναμικότητα της, που θα μπορούσαμε να χαρακτηρίσουμε σε γενικές γραμμές ως << επιθετική (aggressive) >> και << παθητική (passive)>>. Η επιθετική στρατηγική αφορά μία μεγάλη αύξηση της δυναμικότητας, που αποσκοπεί στην αύξηση του μεριδίου αγοράς που διαθέτει η επιχείρηση, ενώ η παθητική στρατηγική αφορά την μη αλλαγή στη δυναμικότητα της επιχείρησης. Η Pipeline 2, η μικρότερη από τις δύο επιχειρήσεις, μελετά τη στρατηγική της για την επέκταση της δυναμικότητας. Και αυτή θα επιλέξει μία επιθετική ή μια παθητική στρατηγική. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει την παρούσα αξία των κερδών που συνδέονται με κάθε ζεύγος επιλογών που κάνουν οι δύο επιχειρήσεις:

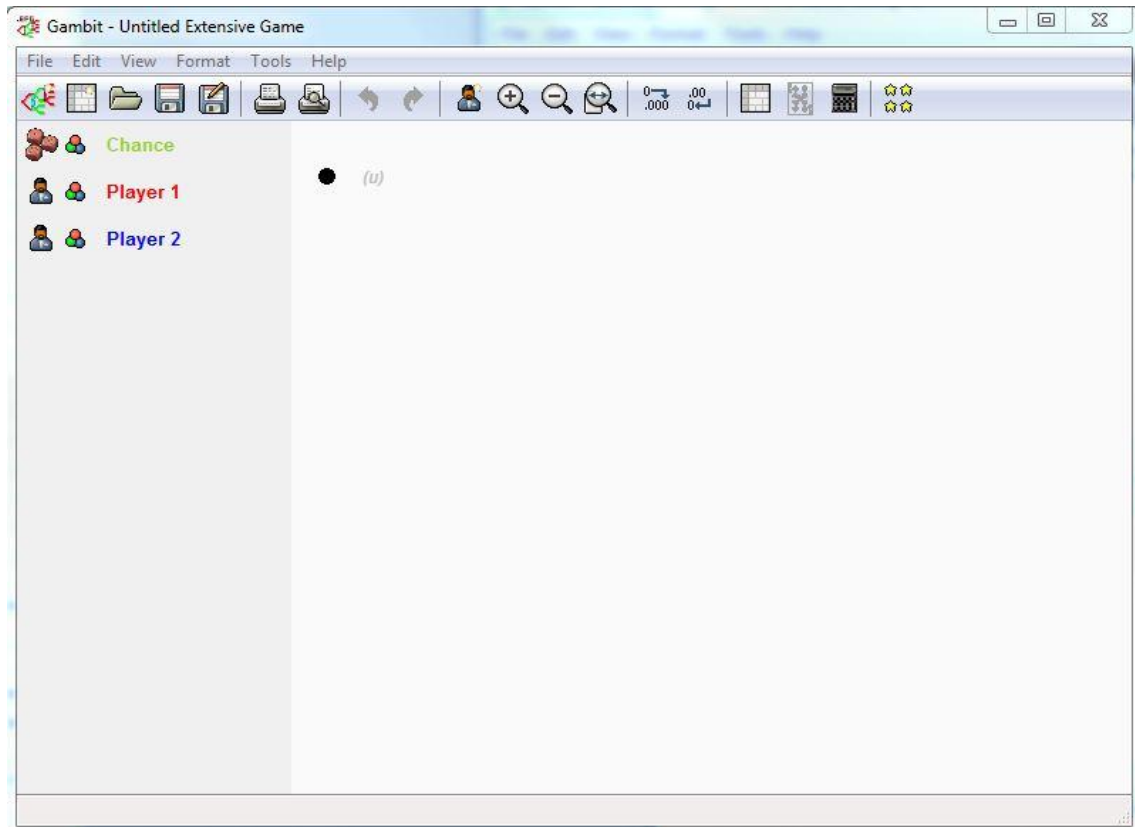
Pipeline 2			
		Aggressive	Passive
Pipeline 1	Aggressive	72 , 25	100 , 30
	Passive	90 , 45	100 , 40

Αν η Pipeline 1 μπορούσε να κινηθεί πρώτη και να δεσμευτεί με αξιοπιστία για τη στρατηγική επέκταση της δυναμικότητας της, ποια είναι η άριστη στρατηγική της; Τι θα κάνει η Pipeline 2;

Λύση στο Gambit

ΒΗΜΑ 1^ο:

Ανοίγουμε το πρόγραμμα Gambit και μας εμφανίζεται η αρχική οθόνη του προγράμματος.

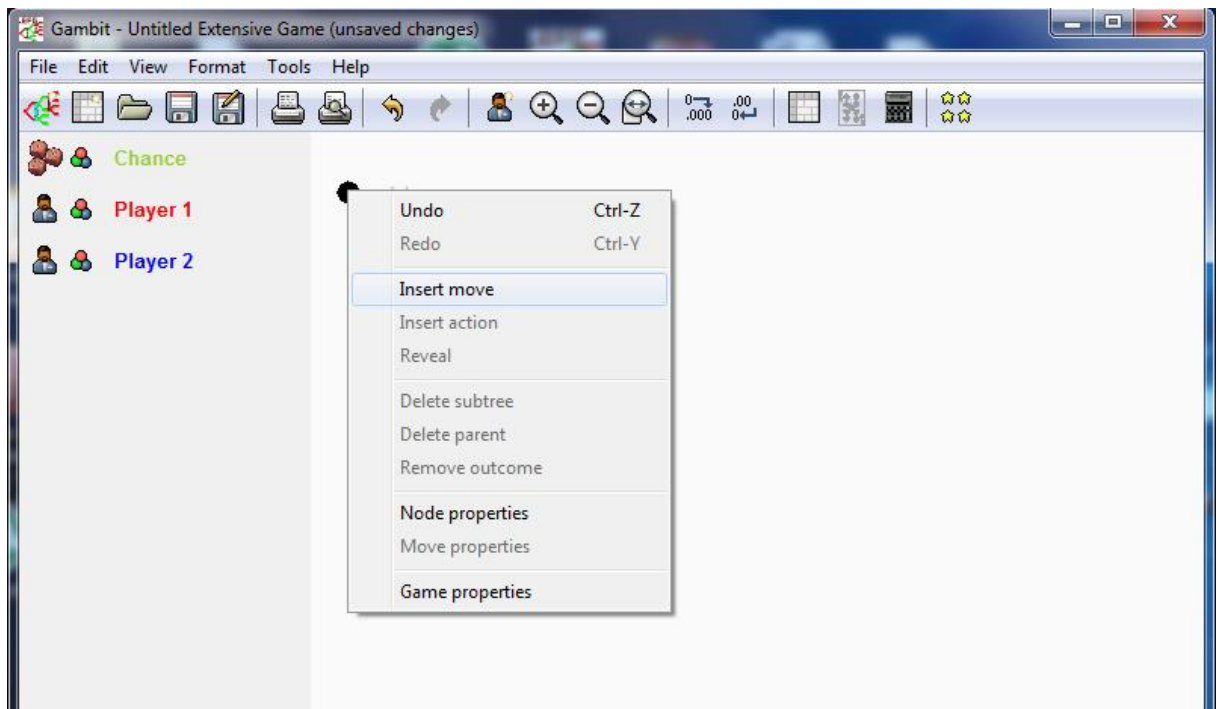


Εικόνα 79: Αρχική οθόνη

ΒΗΜΑ 2^ο:

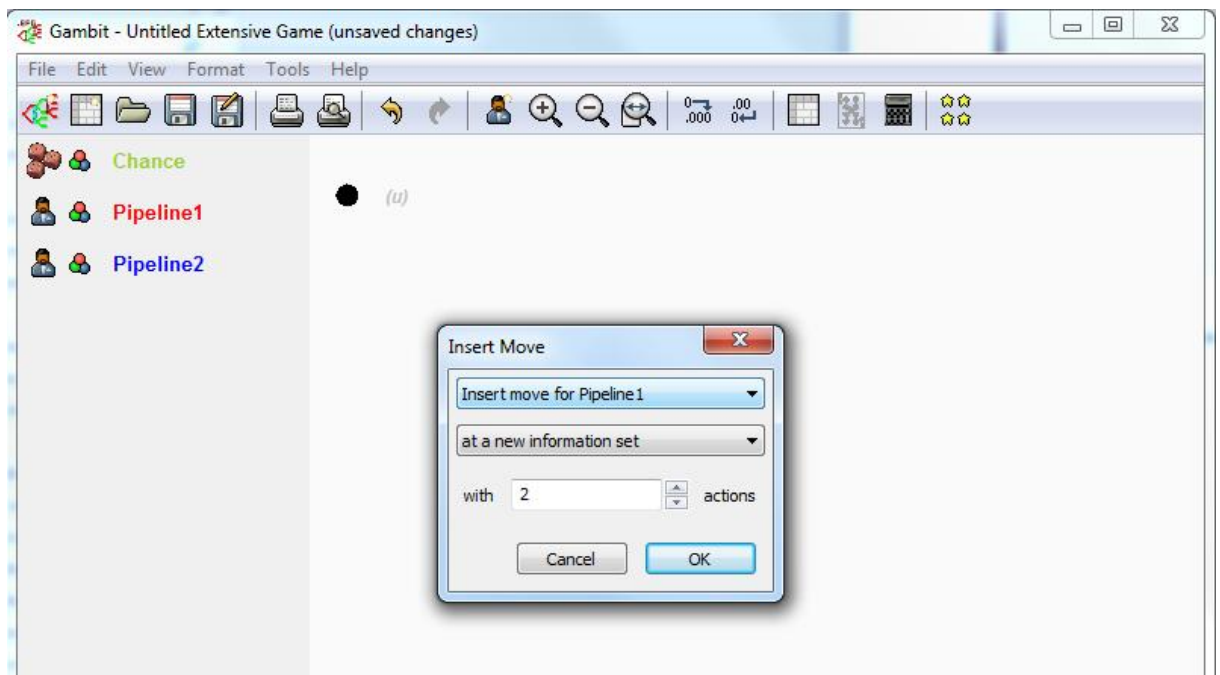
Για να δημιουργήσουμε το δενδροδιάγραμμα και να λύσουμε το πρόβλημα κάνουμε τα εξής βήματα:

- Κάνουμε δεξί κλικ πάνω στην κουκίδα και επιλέγουμε **insert move**.



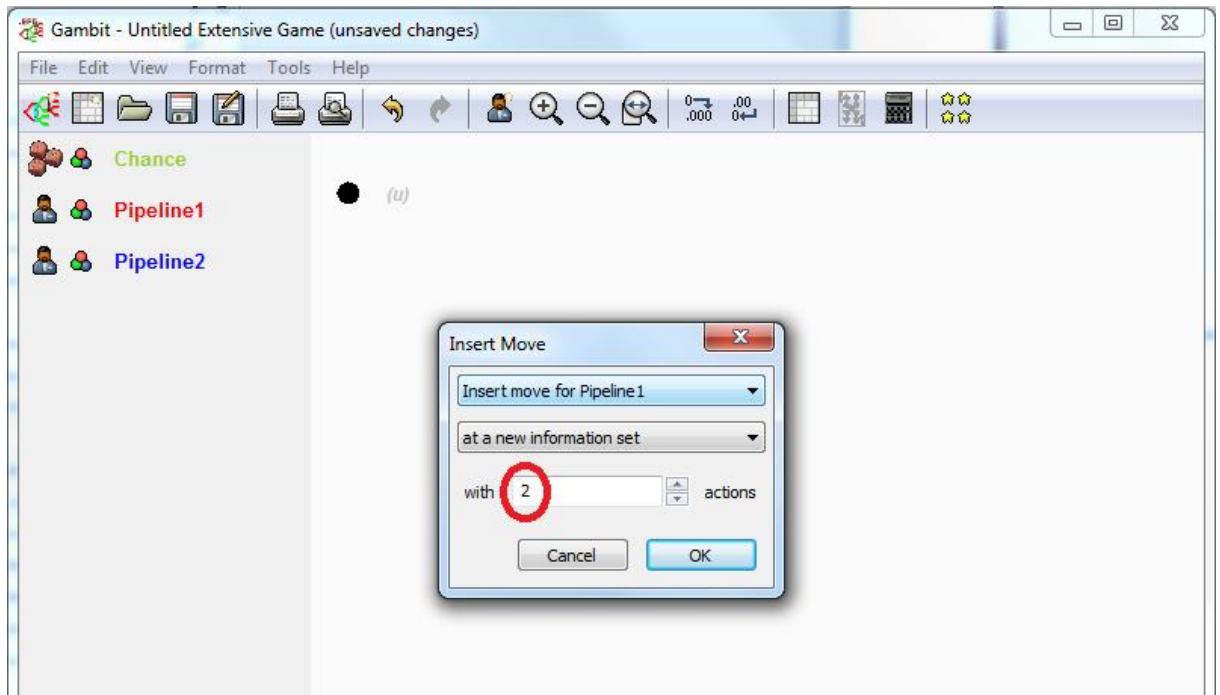
Εικόνα 80: Εισαγωγή κίνησης

- Στη συνέχεια επιλέγουμε ποιος παίκτης θα κάνει πρώτος την κίνηση.



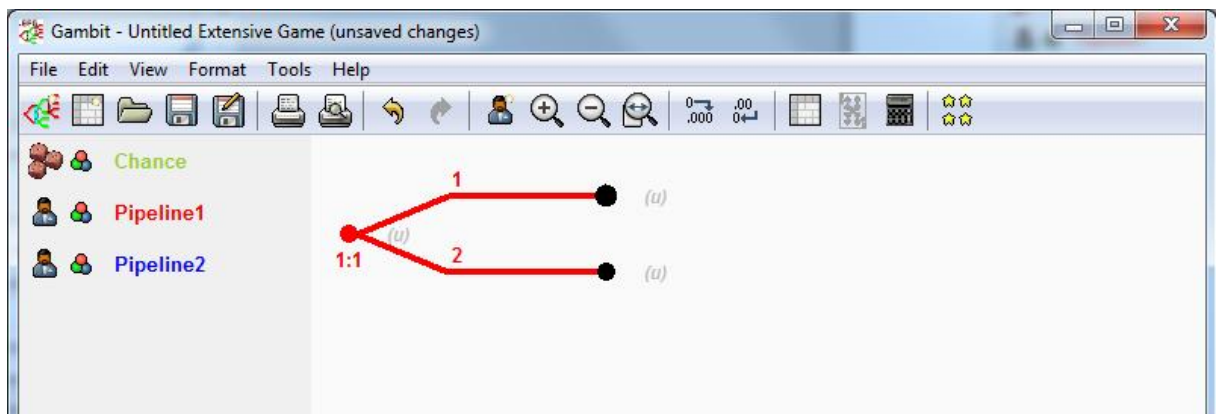
Εικόνα 81: Επιλογή παίκτη για την εισαγωγή κίνησης

- Κατόπιν, ανάλογα με το πόσες στρατηγικές έχει ο κάθε παίκτης, σύμφωνα με την εκφώνηση, επιλέγουμε τον αριθμό των στρατηγικών.



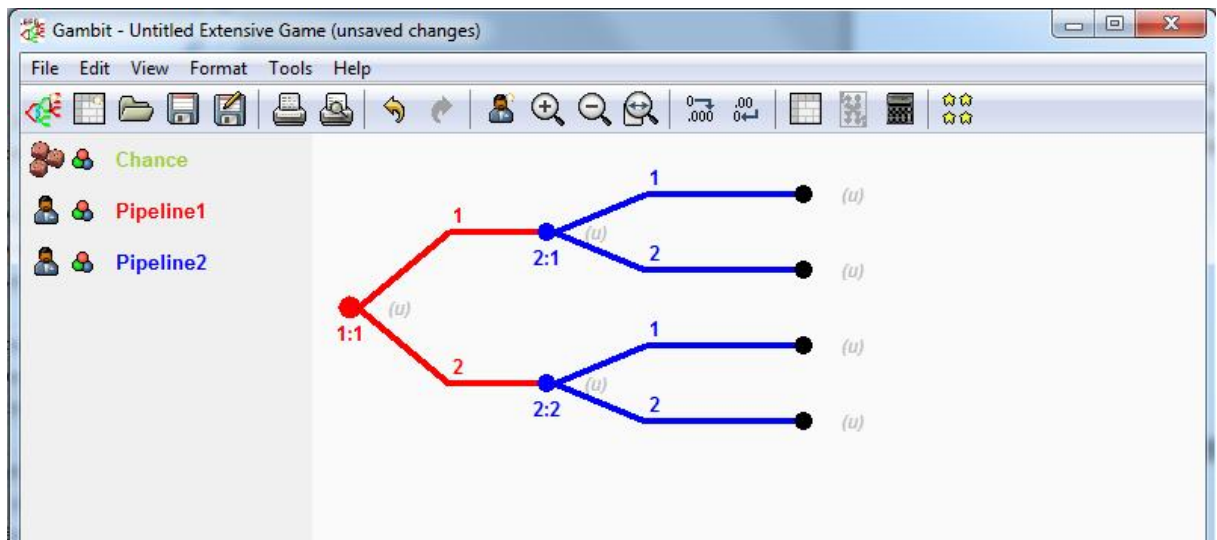
Εικόνα 82: Επιλογή κινήσεων για την Pipeline1

- Πατώντας OK, εμφανίζονται οι στρατηγικές του παίκτη που επιλέξαμε.



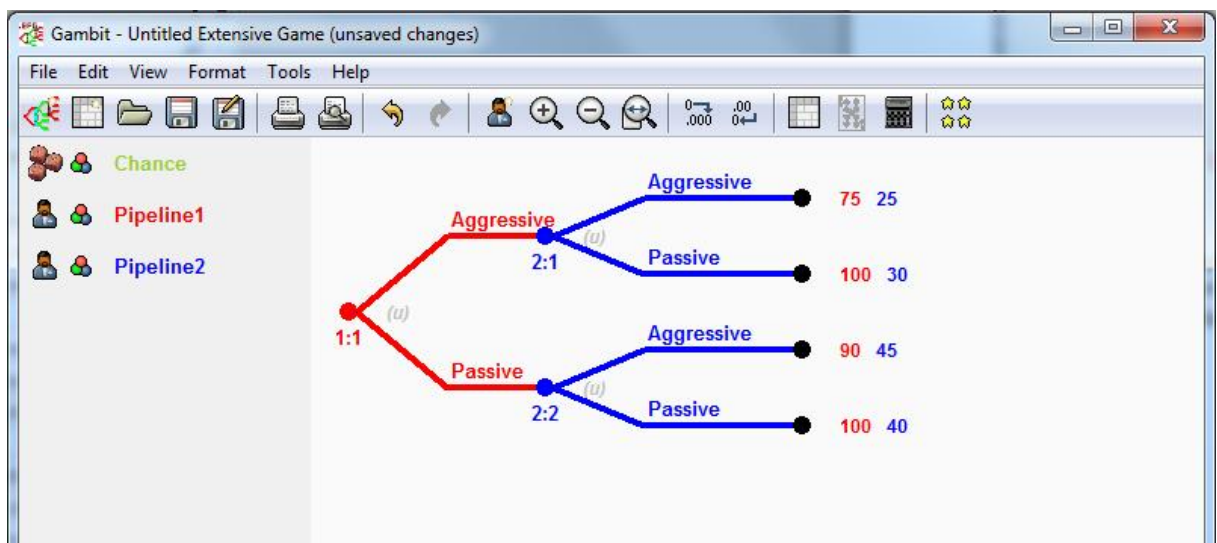
Εικόνα 83: Δυνατές κινήσεις της Pipeline 1.

- Κάνοντας την ίδια διαδικασία για τις άλλες δύο κουκίδες που θα είναι οι στρατηγικές του παίκτη 2 έχουμε το τελικό δενδροδιάγραμμα του προβλήματος.



Εικόνα 84: Δυνατές κινήσεις της Pipeline 2

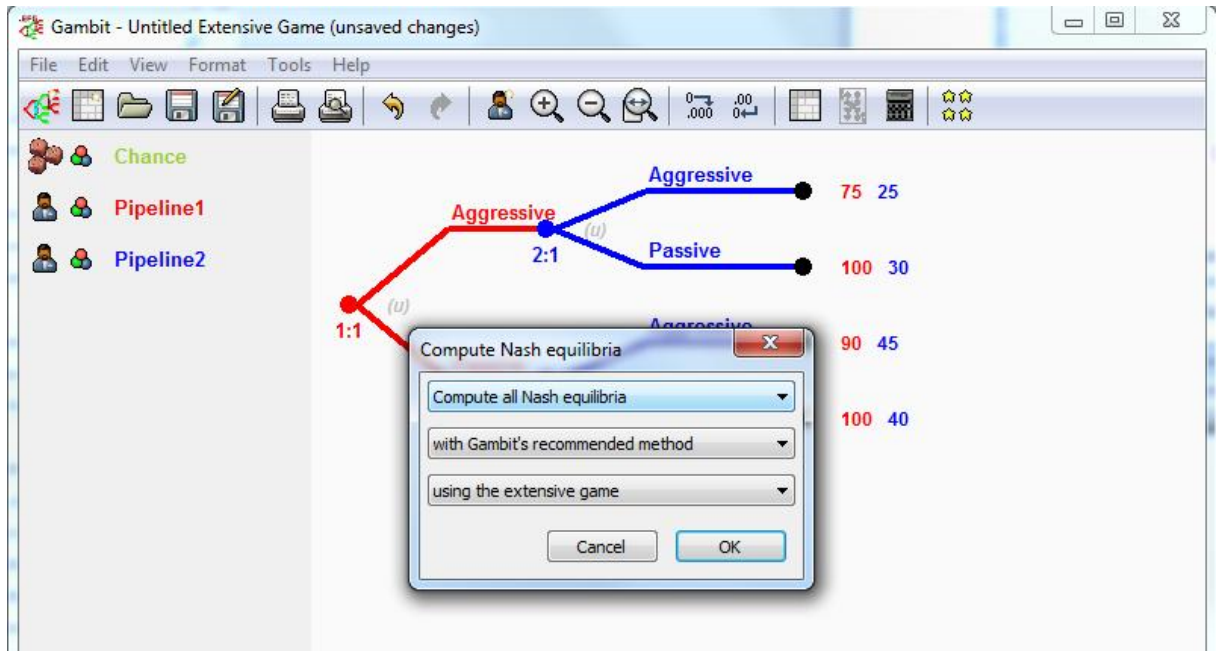
- Βάζουμε τις τιμές του προβλήματος στο δενδροδιάγραμμα κάνοντας διπλό κλικ στην περιοχή του **(u)** και τις καταχωρούμε πατώντας Enter. Έτσι μεταφέρουμε τις τιμές του πίνακα στο δενδροδιάγραμμα.



Εικόνα 85: Τελικό δενδροδιάγραμμα

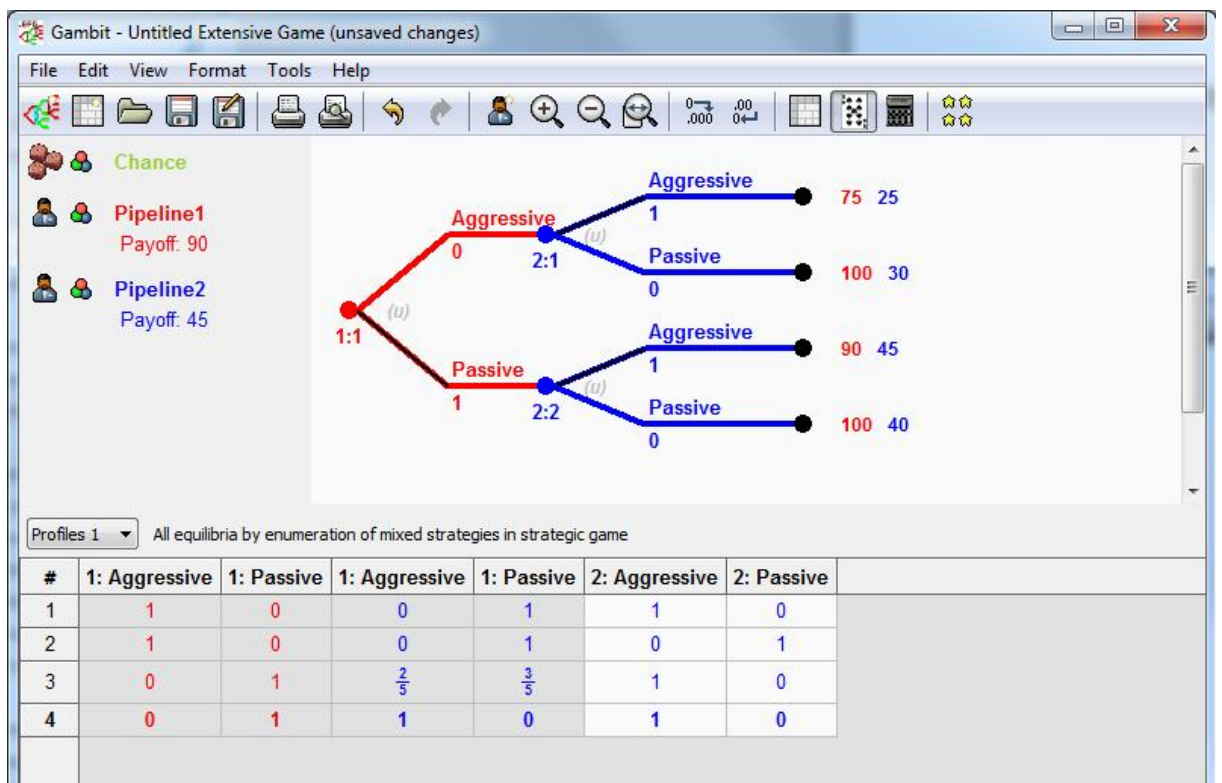
ΒΗΜΑ 3^ο:

Στη συνέχεια έχοντας ήδη καταχωρήσει τις τιμές, από την γραμμή Menu επιλέγουμε Tools → Equilibrium και επιλέγουμε using the extensive game.



Εικόνα 86: Υπολογισμός ισορροπίας Nash

Πατώντας OK εμφανίζεται η λύση του προβλήματος.



Εικόνα 87: Λύση προβλήματος

Παρατηρούμε ότι έχουμε ισορροπία Nash στο **90,45**. Αυτό μπορούμε να το δούμε, από τα Payoff των παικτών, από την διακεκομμένη πορεία της μαύρης γραμμής που ξεκινάει από τη στρατηγική της Pipeline 1 και σταματάει στην στρατηγική της Pipeline 2 που είναι το **90,45**. Τέλος από τον πίνακα κάτω από το δενδροδιάγραμμα παρατηρούμε ότι έχουμε μία ισορροπία κατά Nash με αμιγείς στρατηγικές. Με αμιγείς στρατηγικές είναι η #4 για το λόγο ότι ο πίνακας συμπίπτει και με την διαδρομή του δενδροδιαγράμματος και με τα Payoffs των δύο παικτών (**90,45**). Τέλος έχουμε και μία ισορροπία κατά Nash σε μεικτές στρατηγικές που είναι η #3. Δηλαδή αν η Pipeline 1 παίζει Passive, η Pipeline 2 μπορεί να παίζει κατά 40% Aggressive και κατά 60% Passive. Έτσι, εάν η Pipeline 1 παίζει πρώτη, τότε η Pipeline 2 θα γνωρίζει τι στρατηγικές θα ακολουθήσει η Pipeline 1 και αναλόγως θα πράξει. Έτσι, η Pipeline 2, γνωρίζοντας ότι η καλύτερη στρατηγική της Pipeline 1 είναι η Passive τότε θα παίζει την με την καλύτερη δυνατή στρατηγική που είναι η Aggressive.

Βιβλιογραφία

1. Ελεύθερο Λογισμικό <http://www.gambit-project.org/doc/index.html>
2. Παίγνια και Λήψη Αποφάσεων (Χ. Δ. Αλιμπράντης και S. K. Chakrabarti)
3. ΠΑΙΓΝΙΑ ΚΑΙ ΑΠΟΦΑΣΕΙΣ –Μία εισαγωγική προσέγγιση (Ευάγγελος Φ. Μαγείρου).
4. Θεωρία Παιγνίων (Γιάννης Βαρουφάκης)