ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΑΤΡΩΝ

ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ LINDO

ΦΟΙΤΗΤΡΙΑ ΡΟΥΛΑ ΦΑΦΟΥΤΗ

ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ Κ. ΑΛΕΚΑ ΚΑΛΑΠΟΔΗ

ΠΑΤΡΑ-2012

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τους γονείς μου που με στήριξαν και με εμψύχωσαν όλα αυτά τα χρόνια με την πολύτιμη βοήθεια τους και την προσήλωση τους που απλόχερα μου πρόσφεραν με κάθε τρόπο στις δυσκολίες που αντιμετώπισα προκομμένου να βγω νικήτρια σε αυτήν την δύσκολη μάχη της γνώσης και όπως μας διαφώτισε ένας καθηγητής μας ‘Η γνώση είναι δύναμη που αν την χειριστείς σωστά βγαίνεις κερδισμένος σε αυτή τη ζωή’. Τέλος θα ήθελα να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ στους καθηγητές μου που με την βοήθεια τους έφτασα ως εδώ και ένα ιδιαίτερο ευχαριστώ στην κ. Καλαπόδη που με την βοήθεια της έφερα εις πέρας την πτυχιακή μου εργασία.

Περιεχόμενα

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η συγκεκριμένη πτυχιακή εργασία πραγματοποιείται στα πλαίσια των σπουδών μου στο Τμήμα Επιχειρηματικού Σχεδιασμού και Πληροφοριακών Συστημάτων στο Τ.Ε.Ι. Πάτρας. Σκοπός αυτής της πτυχιακής είναι να δώσει μια ευκαιρία στους αναγνώστες της να γνωρίσει λογισμικά που επιλύουν προβλήματα Γ.Π. και καθημερινά προβλήματα που μαστίζουν την Ελλάδα και τον κοινό πολίτη . Ο μεγάλος ανταγωνισμός που υπάρχει στον ευρωπαϊκό και διεθνή χώρο, οι ταχύρρυθμες μεταβολές στα διάφορα περιβάλλοντα των οικονομικών μονάδων (οικονομικό, τεχνολογικό, χρηματοπιστωτικό, νομοθετικό κ.α.) και η δυσκολία των προβλημάτων που αντιμετωπίζουν σήμερα οι επιχειρήσεις, καθιστούν αναγκαία την προσπάθεια να αποφύγουν την σπατάλη και επιβάλουν την άμεση χρήση και ανάπτυξη όλων των σχετικών με την λήψη βέλτιστων επιχειρηματικών αποφάσεων.

Απώτερος σκοπός μιας επιχείρησης είναι να αποφύγει την ζημιά και να επιφέρει κέρδη (δηλ. επιλύοντας τα προβλήματά της να καταλήγει σε βέλτιστη λύση). Αυτός είναι και ο λόγος που χρησιμοποιούμε το πρόγραμμα LINDO (Linear Interactive and Discrete Optimizer). Μας διευκολύνει να βρούμε σε μικρό χρονικό διάστημα αν το πρόβλημα που έχει μια επιχείρηση θα έχει (μέγιστο ή ελάχιστο) κόστος. Εν κατακλείδι ο επιχειρηματίας γνωρίζει εξ’ αρχής αν το πρόβλημα που έχει θα του επιφέρει κέρδη ή ζημιά, με αυτόν τον τρόπο κερδίζει χρόνο με αποτέλεσμα να είναι πιο παραγωγικός και πιο ανταγωνιστικός.

Στην εργασία αυτή παρουσιάζεται αρχικά μια εισαγωγή στον Γραμμικό Προγραμματισμό, στις χρήσεις του καθώς και στην διαμόρφωση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού που μπορεί να επιλυθεί και μέσω ενός προγράμματος (π.χ. LINDO).

Στο δεύτερο κεφάλαιο αναλύονται βασικά στοιχειά για το πρόγραμμα LINDO, για την δομή και τις λειτουργίες του. Επίσης αναφέρονται κάποια παραδείγματα για να βοηθήσουν τον αναγνώστη να κατανοήσει πιο εύκολα την χρήση αυτού του λογισμικού.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στην αναθεωρημένη μέθοδο simplex και παρουσιάζεται ένας αλγόριθμος, ο οποίος έχει δημιουργηθεί στο λογισμικό MATLAB, για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ LINDO

Σε αυτό το πρώτο κεφάλαιο της πτυχιακής μου εργασίας παρουσιάζονται κάποια εισαγωγικά στοιχεία για το πρόγραμμα LINDO. Αρχικά αναλύονται προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού που μπορεί να επιλύσει ένα τέτοιο πρόγραμμα . Έπειτα παρουσιάζεται η γενική μορφή του γραμμικού προγραμματισμού και ποιες προϋποθέσεις υπάρχουν για την εφαρμογή του γραμμικού προγραμματισμού . Για το κεφάλαιο αυτό χρησιμοποιήθηκαν οι πηγές [2],[4],[6],[7],[9], [10], [11],[14],[17], [18].

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η σύγχρονη τεχνολογία των πληροφοριακών συστημάτων προσφέρει αρκετές και σημαντικές εναλλακτικές λύσεις για την επίλυση προβλημάτων Γ.Π. Τελευταία έχει αναπτυχθεί ένας μεγάλος αριθμός πακέτων λογισμικού π.χ. λογιστικά φύλλα, γλώσσες μοντελοποίησης και το πρόγραμμα LINDO. Το πρόγραμμα LINDO (Linear Interactive and Discrete Optimizer) παρέχει βιβλιοθήκη τύπου DLL (Dynamic Link Library), η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τις γλώσσες προγραμματισμού Fortran, Visual Basic και C (στις εκδόσεις όπου οι γλώσσες αυτές υποστηρίζουν τέτοιες βιβλιοθήκες). Με αυτόν τον τρόπο είναι δυνατή η ενσωμάτωση των αλγόριθμων επίλυσης του LINDO σε προγράμματα που έχουν κατασκευάσει οι χρήστες. Επίσης είναι ένα λογισμικό που στοχεύει στην διευκόλυνση του χρήστη στην μοντελοποίηση και επίλυση γραμμικών προβλημάτων. Τα συστήματα αυτά παρουσιάζουν σημαντικές βελτιώσεις σε παραμέτρους όπως η ταχύτητα, φιλικότητα επικοινωνίας με τον χρηστή και ευελιξίας .Το πρόγραμμα LINDO χρησιμοποιείται σε χιλιάδες επιχειρήσεις, Τ.Ε.Ι., πανεπιστήμια και σε κρατικούς οργανισμούς σε όλο το κόσμο. Είναι ιδιαίτερα εύκολο για αρχάριους (διότι δεν χρειάζεται να έχουν εξειδικευμένες γνώσεις) να μάθουν να το χρησιμοποιούν το πρόγραμμα αυτό. Ακόμη το πρόγραμμα LINDO έχει ταχύτητα και την ικανότητα να επιλύει μεγάλης κλίμακα γραμμικά μοντέλα. Το πρόγραμμα LINDO είναι συμβατό σε υπολογιστές με λειτουργικό σύστημα Windows κάτι το οποίο το κάνει ένα ιδιαίτερα δημοφιλές προγράμματα επίλυσης γραμμικών προβλημάτων.

Κυκλοφορεί σε διάφορες εκδόσεις, ανάλογα με τον αριθμό των μεταβλητών και των περιορισμών που μπορεί να χειριστεί, αλλά και το περιβάλλον εργασίας (MS-DOS, Windows) στο οποίο λειτουργεί. Σε περίπτωση σφάλματος, το πρόγραμμα LINDO εμφανίζει μηνύματα λάθους και αντίστοιχους κωδικούς. Κωδικοί με τιμή μεγαλύτερη από 1.000 εμφανίζονται μόνο στις εκδόσεις της LINDO για MS Windows. Σημειώνεται ότι κάποια μηνύματα λάθους παραμένουν, αν και αφορούν παλαιότερες εκδόσεις της LINDO για περιβάλλον MSDOS. Τα μηνύματα αυτά συμπεριλαμβάνονται για λόγους πληρότητας. Οι κωδικοί, τα μηνύματα λαθών και τα πιθανά αίτιά τους αναφέρονται αναλυτικά στον ενσωματωμένο οδηγό βοήθειας της LINDO.

1.1 ΠΟΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΕΠΙΛΥΣΕΙ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ LINDO

Το πρόγραμμα LINDO μπορεί να επιλύσει δυο τύπους προβλημάτων: το Μη-Γραμμικό Προγραμματισμό και το Γραμμικό Προγραμματισμό. Τα προβλήματα του Μη-Γραμμικού Προγραμματισμού χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες: πρώτον στον Κλασματικό Προγραμματισμό και δεύτερον στον Τετραγωνικό Προγραμματισμό. Από τις κατηγορίες του Μη-Γραμμικού Προγραμματισμού το πρόγραμμα LINDO μπορεί να επιλύσει την τρίτη κατηγορία του Τετραγωνικού Προγραμματισμού, αναφέρεται στο πρόβλημα της βελτιστοποίησης μιας τετραγωνικής αντικειμενικής συνάρτησης υπό περιορισμούς γραμμικής μορφής. Επίσης το πρόγραμμα LINDO μπορεί να λύσει και προβλήματα Ακέραιου Προγραμματισμού (integer),που είναι κάθε μοντέλο βελτιστοποίησης στο οποίο οι βέλτιστες αποφάσεις λαμβάνουν μη κλασματικές η διακεκριμένες τιμές. Ένα πρόβλημα Α.Π. μπορεί να υπόκειται σε περιορισμούς ή όχι, οι δε αντικειμενικές συναρτήσεις και οι περιορισμοί να εκφράζονται γραμμικά ή μη γραμμικά. Τα προβλήματα Ακέραιου Προγραμματισμού (ΠΑΠ) αποτελούν ειδική περίπτωση των προβλημάτων Γραμμικού Προγραμματισμού (ΠΓΠ).

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός είναι μια μαθηματική μέθοδος για τη λύση προβλημάτων στα οποία θέλουμε να βρούμε την άριστη χρήση των περιορισμένων πόρων μια επιχείρησης με στόχο να επιτύχουμε τη μεγιστοποίηση του κέρδους η την ελαχιστοποίηση του κόστους, μέσα στα όρια ορισμένων περιορισμών και δυνατοτήτων της επιχείρησης . Επίσης ο Γραμμικός Προγραμματισμός είναι μια τεχνική για την βελτιστοποίηση της γραμμικής αντικειμενικής λειτουργίας, με την επιφύλαξη της γραμμικής ισότητας και της ανισότητας γραμμικών περιορισμών.

Από την οικονομική οπτική γωνιά, ο Γ.Π. είναι μια τεχνική που ασχολείται με το πρόβλημα της κατανομής των περιορισμένων πόρων ενός συστήματος σε ανταγωνιζόμενες δραστηριότητες με τον βέλτιστο τρόπο. Επιπρόσθετα αποτελεί ένα μοντέλο ευρείας χρήσης για καθημερινά προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι μεσαίες και μεγάλου μεγέθους (εμπορικών – βιομηχανικών) επιχειρήσεων .Ο Γ.Π. είναι μια μορφή του μαθηματικού προγραμματισμού.

Ο όρος «Γραμμικός» χρησιμοποιείται, γιατί όλες οι μαθηματικές σχέσεις του προβλήματος είναι γραμμικές . Γραμμική είναι η σχέση κατά την οποία , αν πολλαπλασιάσουμε π.χ. τον αριθμό των υπάλληλων ή των μηχανών μιας επιχείρησης με έναν αριθμό, η παραγωγή των αγαθών της επιχείρησης θα πολλαπλασιαστεί με τον αριθμό αυτό. Αν θέλουμε να παραστήσουμε με γεωμετρικό τρόπο τις παραπάνω γραμμικές σχέσεις, θα έχουμε εμφάνιση ευθειών γραμμών.

Οι λόγοι όμως που συντελέσαν στη μεγάλη διάδοση του γραμμικού προγραμματισμού, είναι η γραμμική δομή που παρουσιάζουν πολλά προβλήματα στον τομέα της διοίκησης των επιχειρήσεων και σε πολλές άλλες οικονομικές και στρατιωτικές δραστηριότητες.

Αφού αναλύσαμε το πρώτο σκέλος των λέξεων Γραμμικός Προγραμματισμός επακολουθεί ο ορισμός της δεύτερης λέξης Προγραμματισμός. Ο όρος «Προγραμματισμός» δεν έχει την έννοια του «προγραμματισμού ηλεκτρονικών υπολογιστών» αλλά αυτήν του «σχεδιασμού». Ο Γ.Π. ασχολείται με τη σχεδίαση των δραστηριοτήτων του συστήματος που περιγράφει για να προκύψει το βέλτιστο αποτέλεσμα (δηλαδή εκείνο, που μεταξύ όλων των εναλλακτικών λύσεων πραγματώνει τον προκαθορισμένο σκοπό με τον καλύτερο τρόπο).

Ο γραμμικός προγραμματισμός παρουσιάζει, επίσης, ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τη θεωρητική πληροφορική. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μοντελοποίηση και την επίλυση πολλών συνδυαστικών προβλημάτων τα οποία εκ πρώτης όψεως δεν σχετίζονται με το γραμμικό προγραμματισμό. Έτσι, ο ελλειψοειδής αλγόριθμος (ο πρώτος αλγόριθμος πολυωνυμικού χρόνου για το γραμμικό προγραμματισμό) ή οι πιο πρόσφατες μέθοδοι των εσωτερικών σημείων μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αποδοτική επίλυση πολλών συνδυαστικών προβλημάτων, όπως για παράδειγμα ο υπολογισμός βέλτιστων ροών σε ένα δίκτυο, η εύρεση ενός μέγιστου ταιριάσματος (maximal matching) σε ένα γράφο, ή ενός χρωματισμού σε ένα τέλειο γράφημα. Η αρχική μαθηματική διατύπωση του προβλήματος καθώς και μια συστηματική διαδικασία λύσης του, η μέθοδος Simplex**,** οφείλεται στον G. B. Dantzig στα 1947. Νωρίτερα διάφορα προβλήματα τύπου γραμμικού προγραμματισμού είχαν διαμορφωθεί και επιλυθεί. Τα σημαντικότερα από αυτά αφορούν το πρόβλημα μεταφοράς (Hitchcock 1941, Koopmans 1949) και το πρόβλημα της δίαιτας (Stigler 1945). Ο Dantzig ήταν όμως ο άνθρωπος που κατασκεύασε το γενικό πλαίσιο και ταυτόχρονα ανακάλυψε μέθοδο επίλυσης του.

1.2. ΜΙΑ ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΦΟΡΑ ΓΙΑ ΤΟΝ Γ.Π.

Το πρόβλημα για την επίλυση ενός συστήματος Γραμμικών Ανισοτήτων χρονολογείται τουλάχιστον πριν την ανάπτυξη της ανάλυσης του Fourier. Ο Γραμμικός Προγραμματισμός προέκυψε ως ένα μαθηματικό πρότυπο που αναπτύχθηκε κατά τον δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο, με σκοπό να σχεδιαστούν οι δαπάνες, προκειμένου να μειωθεί το κόστος με τον στρατό και να αυξηθούν οι απώλειες του εχθρού. Ήταν κρυμμένο μυστικό μέχρι το 1947. Μετά τον πόλεμο, πολλές βιομηχανίες χρησιμοποίησαν τον γραμμικό προγραμματισμό στον καθημερινό τους σχεδιασμό.

Οι ιδρυτές του γραμμικού προγραμματισμού είναι ο Leonid Kantorovich, ένας Ρώσος μαθηματικός που ανέπτυξε προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού, το 1939, ο George B. Dantzig, ο οποίος δημιούργησε την μέθοδο Simplex, το 1947 και ο John von Neumann, ο οποίος ανέπτυξε την θεωρία της δυϊκότητας κατά το ίδιο έτος. Το πρόβλημα του γραμμικού προγραμματισμού φαίνεται να είναι για πρώτη φορά επιλύσιμα σε πολυωνυμικό χρόνο από τον Leonid Khachiyan το 1979, αλλά μια ευρύτερη θεωρητική και πρακτική πρόοδος στον τομέα προήλθε το 1984 όταν ο Narendra Karmarkar εισήγαγε μια νέα μέθοδο για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού.

1.3. Η ΓΕΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΤΟΥ Γ.Π.

Το γενικό πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού μπορεί να διατυπωθεί με τους εξής τρόπους : Να βρεθούν οι μεταβλητές $X_1 + X_2 + ... + X_r$ που να μεγιστοποιούν η να ελαχιστοποιούν την αντικειμενική μας συνάρτηση:

$$\mathrm{Z} = \mathrm{F}(\mathrm{x}) = \mathrm{C}_1 * \mathrm{X}_1 + \mathrm{C}_2 * \mathrm{X}_2 + \ldots + \mathrm{C}_n * \mathrm{X}_n$$

Οι μεταβλητές πρέπει να ικανοποιούν τους περιορισμούς τις μορφής:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_{2+}a_{13}x_{3+.......+} a_{1r}x_r \left[\geq, \leq, =\right] b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_{2+}a_{23}x_{3+.......+}a_{2r}x_r \left[\geq, \leq, =\right] b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_{2+}a_{33}x_{3+.......+} a_{3r}x_r \left[\geq \ , \leq, =\right] b_3$$

……………………………………

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_{2+}a_{m3}x_{3+ .... +}a_{mr}x_r \left[\geq \ , \leq, =\right] b_m$$

όπου τα $a_{ij,}b_{i,}c_i$ είναι γνωστές σταθερές .

Η συνάρτηση $F(X)=\sum_{j=1}^{r} X_j * C_j$ που ονομάζεται αντικειμενική συνάρτηση. Αυτή η αντικειμενική συνάρτηση είναι γραμμική ως προς τις μεταβλητές $X_{j,}$ όπου $j=1,2\ldots..r.$

Επιπρόσθετα κάθε περιορισμός είναι μια γραμμική συνάρτηση ως προς τις μεταβλητές, $X_{j,}$ όπου $j=1,2\ldots..r..$ Οι συντελεστές C_j όπου $j=1,2\ldots..r.$ αναφέρονται και έως συντελεστές κόστους και αντιπροσωπεύουν μοναδιαίο κόστος. Ο τελευταίος περιορισμός αναφέρεται και ως **συνθήκη τις μη-αρνητικότητας:**

- **Το Γραμμικό Πρόβλημα** μπορεί να είναι είτε αδύνατο, είτε εφικτό.
- **Το Εφικτό Γραμμικό Πρόβλημα** μπορεί να είναι είτε βέλτιστο, είτε απεριόριστο.
- **Λύση** ενός προβλήματος Γ.Π. θα ονομάζεται κάθε σύνολο $X_{j,}$, όπου $j=1,2\ldots..r.$ το οποίο ικανοποιεί τους περιορισμούς του προβλήματος.
- **Εφικτή ή Δυνατή Λύση** είναι κάθε λύση που ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς του προβλήματος .
- **Το Σύνολο των Εφικτών Σημείων** ονομάζονται εφικτή περιοχή (είναι η περιοχή όπου δεν παραβιάζεται κανένας περιορισμός). Αν η εφικτή περιοχή είναι κενό σύνολο , τότε το γραμμικό πρόβλημα είναι αδύνατο ή μη-εφικτό Σε κάθε άλλη περίπτωση είναι εφικτό.
- **Βέλτιστη λύση.** είναι κάθε εφικτή λύση η οποία βελτιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση.
- **Ένα εφικτό σημείο X** ενός γραμμικού προβλήματος **ελαχιστοποίησης** είναι **βέλτιστο** , όταν για κάθε άλλο **εφικτό σημείο Y** ισχύει. $C^t X \leq C^t Y$
- **Ένα εφικτό σημείο x** ενός γραμμικού προβλήματος **μεγιστοποίησης** είναι **βέλτιστο** , όταν για κάθε άλλο **εφικτό σημείο y** ισχύει. $C^t X \geq C^t Y$
- Ένα γραμμικό πρόβλημα που έχει βέλτιστα σημεία ονομάζεται **βέλτιστο.**
- Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης σε ένα βέλτιστο σημείο αποκαλείται **βέλτιστη τιμή.**
- Ένα εφικτό πρόβλημα που δεν είναι βέλτιστο είναι **απεριόριστο**

1.4.ΠΡΟΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΟΥ Γ.Π.

Έχοντας εξετάσει κάποιες περιπτώσεις όπου είναι δυνατό να εφαρμοστεί ο γραμμικός προγραμματισμός και τη γενική διατύπωση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού είναι σημαντικό να εξετάσουμε τις απαιτούμενες προϋποθέσεις για την εφαρμογή του σ’ ένα οποιοδήποτε πρόβλημα βελτιστοποιήσεως. Αυτές είναι που περιορίζουν γενικά το φάσμα των δυνατοτήτων εφαρμογής του γραμμικού προγραμματισμού.

Οι βασικές προϋποθέσεις που απαιτούνται για να παραστήσουμε ένα πρόβλημα με μαθηματικό μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού είναι οι εξής:

α) Γραμμικότητα

β) Διαιρετότητα

γ) Βεβαιότητα

Γραμμικότητα (Αναλογικότητα και Προσθετικότητα)

Όλες οι συναρτήσεις του προβλήματος, αντικειμενική συνάρτηση και περιορισμοί πρέπει να είναι γραμμικές ως προς τις άγνωστες μεταβλητές $x_j,\ j=1,2,3,.....,n$. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να ισχύουν οι ιδιότητες της αναλογικότητας και της προσθετικότητας, δηλαδή εάν y είναι μια συνάρτηση n μεταβλητών και $a_j,\ j=1,2,3,.....,n$ είναι σταθερές, πρέπει να ισχύει:

$$y(a_1x_1+a_2x_2+......+a_nx_n)=a_1y(x_1)+a_2y(x_2)+....+a_ny(x_n)$$

Σε πολλές περιπτώσεις στις οποίες δεν ισχύει απόλυτα η προϋπόθεση της γραμμικότητας μπορεί να γίνει μια αρκετά καλή προσέγγιση με γραμμικές συναρτήσεις.

Διαιρετότητα

Το μοντέλο του γραμμικού προγραμματισμού υποθέτει ότι κάθε δραστηριότητα (δηλ μεταβλητή) είναι συνεχής και επομένως άπειρα διαιρετή. Αυτό συνεπάγεται ότι όλα τα επίπεδα δραστηριοτήτων και όλες οι χρήσεις πόρων επιτρέπεται να πάρουν κλασματικές τιμές ή ακέραιες τιμές. Όταν η υπόθεση της διαιρετότητας δεν ισχύει υπάρχουν δύο ενδεχόμενα :

α) Να αγνοηθεί η υπόθεση αυτή, να λυθεί το πρόβλημα με μεθόδους γραμμικού προγραμματισμού, και οι τιμές των μεταβλητών να στρογγυλευθούν στην κοντινότερη ακέραια μονάδα. Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται κυρίως όταν οι τιμές των μεταβλητών είναι μεγάλες.

β) Όταν οι τιμές των μεταβλητών είναι μικρές (π.χ. 0 ή 1) όπως σε πολλά προβλήματα επενδύσεων τότε πρέπει να χρησιμοποιηθούν τεχνικές του ακέραιου προγραμματισμού.

<u>Βεβαιότητα (Προσδιοριστικότητα)</u>

Το μοντέλο του γραμμικού προγραμματισμού προϋποθέτει ότι όλοι οι παράμετροι του προβλήματος είναι γνωστές με απόλυτη βεβαιότητα. Στην περίπτωση που μερικοί ή όλοι οι συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης ή των περιορισμών είναι τυχαίες μεταβλητές το πρόβλημα γίνεται πρόβλημα στοχαστικού προγραμματισμού.

1.5. ΜΟΡΦΟΠΟΙΗΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΣΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ Γ.Π.

Τα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού ασχολούνται με καταστάσεις όπου ένας αριθμός πλουτοπαραγωγικών πηγών, όπως επιχειρήσεις, υλικά, μηχανές και ανθρώπους τα οποία είναι διαθέσιμα και πρέπει να συνδυαστούν για να παραχθούν ένα ή περισσότερα προϊόντα. Στο στάδιο αυτό της μορφοποίησης , καλούμαστε να εντοπίσουμε και να καταγράψουμε σαν συνάρτηση των μεταβλητών απόφασης τους παράγοντες οι οποίοι επιβάλλουν όρια στις τιμές τους και συνεπώς και στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

Ένας ξυλουργός χρησιμοποιεί τρείς ύλες Α, Β, Γ, για να παράγει δυο προϊόντα ντουλάπες, τραπέζια . Ο ξυλουργός διαθέτη αποθέματα ύψους 30, 20, 36 αντίστοιχα, τα δε προϊόντα ντουλάπες, τραπέζια πωλούνται στην αγορά 200 και 300 ευρώ αντίστοιχα. Να βρεθούν οι ποσότητες των ντουλαπιών και των τραπεζών τα οποία πρέπει να παραχθούν ώστε να μεγιστοποιηθεί το συνολικό εισόδημα του ξυλουργού . Στην συνέχεια απεικονίζονται τα στοιχεία που προαναφέρθηκαν με πινάκα.

Πρώτη υλη	Ντουλάπες	Τραπέζια	Αποθέματα
Α	1	2	30
Β	1	1	20
Γ	2	1	36
Τιμή πώλησης	200	300	86

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

ΒΗΜΑ1

Για την διαμόρφωση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού χρειάζεται πρώτα να εντοπίσουμε τις μεταβλητές.

ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

- Έστω X1 αριθμός μονάδων παραγωγής ντουλαπιών
- Έστω X2 αριθμός μονάδων παραγωγής τραπεζιών

ΒΗΜΑ 2

Στην συνέχεια διαμορφώνουμε την αντικειμενική μας συνάρτηση αφού στο προηγούμενο βήμα ξεχωρίσαμε ποιες είναι οι μεταβλητές μας.

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $Maxz = 200X1 + 300X2$

ΒΗΜΑ 3

Τέλος βρίσκουμε του περιορισμούς, οι οποίοι όπως και η αντικειμενική μας συνάρτηση είναι γραμμικές συναρτήσεις.

ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

- Για την υλη (Α) ο 1 ^{Ος} περιορισμός δεν θα πρέπει να ξεπερνά το 30 όποτε 1X1+2X2<= 30
- Για την υλη (Β) ο 2 ^{Ος} περιορισμός δεν θα πρέπει να ξεπερνά το 20 όποτε 1X1+1X2 <=20
- Για την υλη (Γ) ο 3 ^{Ος} περιορισμός δεν θα πρέπει να ξεπερνά το 36 όποτε 2X1+1X2 <=36

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2

Η επιχείρηση DELL που κατασκευάζει υπολογιστές αποφάσισε να εισάγει μια καινοτόμα υπηρεσία στους υπολογιστές έτσι ώστε να προσελκύσει περισσότερους καταναλωτές. Λόγω όμως της κρίσης που διέρχεται η αγορά αποφάσισε να διαφημίσει τη νέα της υπηρεσία με τέσσερις τρόπους (τηλεόραση, ιντερνέτ, περιοδικά και φυλλάδια). Γι αυτό το σκοπό η επιχείρηση αποφάσισε ότι η αποδοτικότητα της εκστρατείας πρέπει να μετρηθεί με βάση των συνολικό αριθμό των ατόμων τα οποία θα εκτεθούν στης διαφημίσεις της και έτσι ώστε να υπολογιστεί ο δείκτης ακροαματικότητας που δίνεται στον ακόλουθο πινάκα.

	Τηλεόραση	Ιντερνέτ	Περιοδικά	Φυλλάδια
Κόστος	100.000	10.000	60.000	40.000
Δείκτη Ακροαματικότητας	100	22	70	50

Η DELL αντιμετωπίζει τους εξής περιορισμούς:

1. Το συνολικό κόστος της εκστρατείας δεν πρέπει να υπερβαίνει 30.000.000 ευρώ.
2. Δεν μπορούν να τοποθετηθούν περισσότερες από 12 διαφημίσεις στα περιοδικά
3. Ο αριθμός των διαφημίσεων που τυπώνουν σε φυλλάδια και περιοδικά να μην υπερβαίνει το 40% τον αριθμό των διαφημίσεων που εκπέμπονται από ιντερνέτ και τηλεόραση.
4. Το ιντερνέτ και τηλεοπτικές διαφημίσεις αποδίδουν μόνο όταν τουλάχιστον 10 διαφημίσεις σε κάθε ένα από αυτά τα μέσα χρησιμοποιηθούν.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

ΒΗΜΑ1

Για την διαμόρφωση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού χρειάζεται πρώτα να εντοπίσουμε τις μεταβλητές.

ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

- Έστω Χ1 ο αριθμός των διαφημίσεων που κατατάσσεται στην κατηγορία τηλεόραση
- Έστω Χ2 ο αριθμός των διαφημίσεων που κατατάσσεται στην κατηγορία ιντερνέτ
- Έστω Χ3 ο αριθμός των διαφημίσεων που κατατάσσεται στην κατηγορία περιοδικά
- Έστω Χ4 ο αριθμός των διαφημίσεων που κατατάσσεται στην κατηγορία φυλλάδια

ΒΗΜΑ 2

Στην συνέχεια διαμορφώνουμε την αντικειμενική μας συνάρτηση αφού στο προηγούμενο βήμα ξεχωρίσαμε ποιες είναι οι μεταβλητές μας.

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

$$Maxz = 100x1 + 22x2 + 70\mathrm{X}3 + 50\mathrm{X}4$$

ΒΗΜΑ 3

Τέλος βρίσκουμε τους περιορισμούς, οι οποίοι όπως και η αντικειμενική μας συνάρτηση είναι γραμμικές συναρτήσεις.

ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

Ερώτημα 1 è $100.000\mathrm{X}1 + 10.000\mathrm{X}2 + 60.000\mathrm{X}3 + 40.000\mathrm{X}4 <= 30.000.000$

Ερώτημα 2 è $\mathrm{X}3 <= 13$

Ερώτημα 3 è $\mathrm{X}3 + \mathrm{X}4 <= 40\%\left(\mathrm{X}1 + \mathrm{X}2\right) \quad ή \quad \mathrm{X}3 + \mathrm{X}4 <= 0.4\mathrm{X}1 + 0.4\mathrm{X}2$

Ερώτημα 4 è $\mathrm{X}1 >= 10 \;,\; \mathrm{X}2 >= 10$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3

Ένα από τα κλασικά προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι ελληνίδες νοικοκυρές είναι το πόσο αγοράζουν τα αγαθά (κρέας, πατάτες και λαχανικά) που τους χρειάζονται για το σπίτι τους. Εδώ όμως δεν έχουμε μια απλή νοικοκυρά που την ενδιαφέρει μόνο το νοικοκυριό αλλά και η υγιεινή διατροφή της. Έχει ήδη πληροφορηθεί μέσω του διαιτολόγου ενός γυναικείου περιοδικού ότι η πλήρης εβδομαδιαία διαιτητική της διατροφή πρέπει να περιέχει ως ελάχιστη απαίτηση 8 μονάδες υδατανθράκων, 15 μονάδες πρωτεϊνών και 6 μονάδες βιταμινών. Οι αριθμοί των μονάδων αυτών των τριών συστατικών που περιέχονται μέσα σε κάθε μονάδα βάρους (κιλό) των τριών παραπάνω τροφών καθώς και τα μοναδιαία κόστη των τροφών παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα.

Τροφές / Θρεπτικές ουσίες	Κρέας	Πατάτες	Λαχανικά
Υδατάνθρακες	3	1	1
Πρωτεΐνες	4	3	4
Βιταμίνες	1	3	1
Κόστος/ μονάδα βάρους	10 εύρο	1 εύρο	2 εύρο

Η νοικοκυρά επιθυμεί να μάθει ποιες είναι οι ποσότητες της κάθε τροφής που πρέπει να αγοράσει, έτσι ώστε αφενός μεν να ικανοποιηθούν οι ελάχιστες απαιτήσεις των παραπάνω βασικών συστατικών, αφετέρου δε το συνολικό κόστος προμήθειας των τροφών να είναι το ελάχιστο δυνατό. Ο διαιτολόγος του περιοδικού απαντώντας στο ερώτημα αυτό συνέστησε ότι η οικονομικότερη διατροφή της νοικοκυράς θα ήταν η εβδομαδιαία προμήθεια και κατανάλωση δύο κιλών κρέατος, ενός κιλού πατατών και ενός κιλού λαχανικών. Το ερώτημα που γεννάται είναι «με ποιόν τρόπο μπορεί να αποδειχθεί αν είναι πράγματι αυτή η λύση με το μικρότερο κόστος;»

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

ΒΗΜΑ1

Για την διαμόρφωση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού χρειάζεται πρώτα να εντοπίσουμε τις μεταβλητές.

ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

- Έστω Χ1 αριθμός ποσοτήτων εκφρασμένος σε κιλά κρέατος
- Έστω Χ2 αριθμός ποσοτήτων εκφρασμένος σε κιλά πατάτες
- Έστω Χ3 αριθμός ποσοτήτων εκφρασμένος σε κιλά λαχανικών

ΒΗΜΑ2

Στην συνέχεια διαμορφώνουμε την αντικειμενική μας συνάρτηση αφού στο προηγούμενο βήμα ξεχωρίσαμε ποιες είναι οι μεταβλητές μας.

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

$$Min\mathrm{Z} = 10\mathrm{X}1 + 1\mathrm{X}2 + 2\mathrm{X}3$$

ΒΗΜΑ 3

Τέλος βρίσκουμε του περιορισμούς, οι οποίοι όπως και η αντικειμενική μας συνάρτηση είναι γραμμικές συναρτήσεις.

ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

$$3X1 + X2 + X3 \geq 8$$

$$4X1 + 3X2 + 4X3 \geq 15$$

$$X1 + 3X2 + X3 \geq 6$$

$$kai \quad X1, X2, X3 \geq 0$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4

Ένα φαρμακείο χρειάζεται πληροφορίες σχετικά με τον αριθμό των υπαλλήλων που θα πρέπει να προσλάβει για το υποκατάστημα του. Οι απαιτήσεις για κάθε προσωπικό του φαρμακείο παρουσιάζονται παρακάτω:

Χρονική περίοδος	Αριθμός υπαλλήλων που χρειάζεται
7-11	20
11-3	12
3-7	10
7-11	30
11-7	Κλειστό

Οι εργαζόμενοι μπορούν να ξεκινήσουν την οκτάωρη βάρδια τους στις 7π.μ.-11π.μ. και 3μ.μ. Υπάρχουν και κάποιοι φοιτητές που μπορούν να εργαστούν καλύπτοντας την βάρδια 7π.μ.-11π.μ και 7μ.μ-11μ.μ. Να βρεθεί ο αριθμός του προσωπικού που πρέπει να προλάβει ώστε να έχει όσο το δυνατόν λιγότερο προσωπικό.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

ΒΗΜΑ1

Για την διαμόρφωση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού χρειάζεται πρώτα να εντοπίσουμε τις μεταβλητές.

ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

- Έστω X1 αριθμός υπαλλήλων που ξεκινούν να εργάζονται στις 7μ.μ
- Έστω X2 αριθμός υπαλλήλων που ξεκινούν να εργάζονται στις 11π.μ
- Έστω X3 αριθμός υπαλλήλων που ξεκινούν να εργάζονται στις 3μ.μ
- Έστω X4 αριθμός φοιτητών που ξεκινούν στις 7μ.μ-11μ.μ και 7-11π.μ.

ΒΗΜΑ2

Στην συνέχεια διαμορφώνουμε την αντικειμενική μας συνάρτηση αφού στο προηγούμενο βήμα ξεχωρίσαμε ποιες είναι οι μεταβλητές μας.

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

$$Min\mathrm{Z} = \mathrm{X}1 + \mathrm{X}2 + \mathrm{X}3 + \mathrm{X}4$$

ΒΗΜΑ 3

Τέλος βρίσκουμε του περιορισμούς, οι οποίοι όπως και η αντικειμενική μας συνάρτηση είναι γραμμικές συναρτήσεις.

ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

$$X1 + X4 >= 20$$
$$X2 + X1 >= 12$$
$$X3 + X2 >= 10$$
$$X4 + X4 >= 30$$

1.6. ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΜΕ ΤΗΝ ΓΡΑΦΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟ

Με τη γραφική μέθοδο λύνονται προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού που περιλαμβάνουν δυο μεταβλητές ή (το πολύ τρεις μεταβλητές) καθώς δεν είναι δυνατό να παρασταθούν γραφικά περισσότερες από τρεις μεταβλητές. Στην περίπτωση αυτή θα περιοριστούμε μόνο σε δυο μεταβλητές Χ1 και Χ2. Για την εύρεση των τιμών που μεγιστοποιούν η ελαχιστοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση Ζ, βρίσκουμε αρχικά τα ζεύγη των αριθμών που αποτελούν δυνατές λύσεις του προβλήματος και έπειτα παίρνουμε το ζεύγος εκείνο των αριθμών , που καθιστά την τιμή της συνάρτησης Ζ (μεγίστη ή ελάχιστη) λαμβάνοντας υπόψη τα δεδομένα του προβλήματος.

Ακολούθως εισάγουμε ένα σύστημα ορθογωνίων συντεταγμένων X1,X2 και βρίσκουμε γραφικά τα σημεία εκείνα τα οποία επαληθεύουν ταυτόχρονα όλους τους περιορισμούς του προβλήματος. Λύνοντας γραφικά το σύστημα των ανισώσεων ή των εξισώσεων που απεικονίζουν τους περιορισμούς του προβλήματος. Επειδή οι μεταβλητές X1, X2 παίρνουν μόνο μη-αρνητικές τιμές , το σύνολο των δυνατών λύσεων του προβλήματος θα βρίσκονται στο πρώτο τεταρτημόριο.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

Η επιχείρηση σχέδια Α.Ε. φτιάχνει σχέδια για μονοκατοικίες και μικρές πολυκατοικίες για τελικούς πελάτες και ενδιάμεσους εργολήπτες. Η εταιρία προσφέρει τα παραγόμενα σχέδια της για μόνο κατοικίες στην τιμή 3000 ευρώ ανά σχέδιο και εκείνα των πολυκατοικιών στα 2000 ευρώ ανά σχέδιο και οι δυο τύποι σχεδίων απαιτούν προσχέδια εξειδικευμένα, καλλιτεχνική απεικόνιση και αρχιτεκτονικούς υπολογισμούς. Κάθε σχέδιο μόνο κατοικίας αναλώνει 12 ώρες προσχέδιων 2 ώρες απεικονίσεων και 6 ώρες υπολογισμών. Για τις πολυκατοικίες αναλώνονται αντίστοιχα 4 , 5 και 6 ώρες. Η εταιρία διαθέτει 72 ώρες για προσχέδια 30 για απεικονίσεις και 48 για υπολογισμούς :

1. Αναπτύξτε το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού ώστε να οριστεί η βέλτιστη παράγωγη σχεδίων που θα μεγιστοποιούν τα έσοδα τις εταιρίας.
2. Να λυθεί με γραφική μέθοδο.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

- Έστω X1 αριθμός σχεδίων για μονοκατοικία
- Έστω X2 αριθμός σχεδίων για πολυκατοικία

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

$$Maxz = 3000\mathrm{X}1 + 2000\mathrm{X}2$$

ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

$$12\mathrm{X}1 + 4\mathrm{X}2 <= 72$$
$$2\mathrm{X}1 + 5\mathrm{X}2 <= 3$$
$$6\mathrm{X}1 + 6\mathrm{X}2 <= 48$$
$$\mathrm{X}i >= 0$$

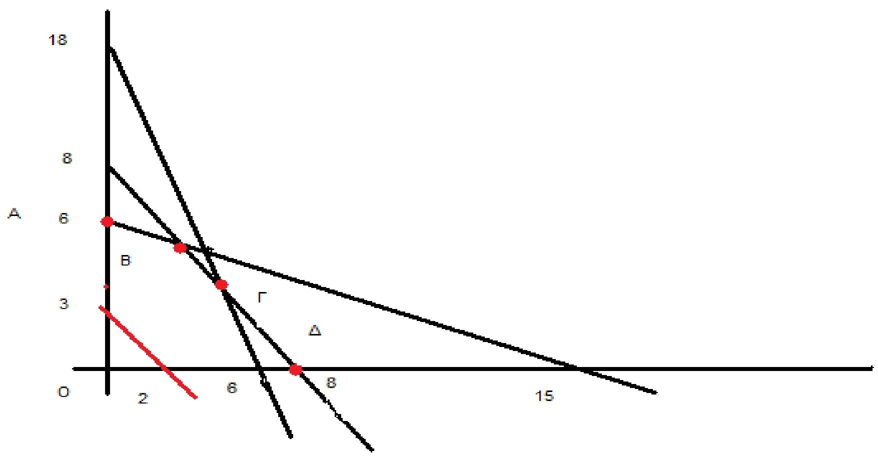
ΕΡΩΤΗΜΑ 2

Αφού βρήκαμε τις μεταβλητές , την αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς του προβλήματος στην συνέχεα επακολουθεί η λύση με γραφική μέθοδο.

ΒΗΜΑ 1

Μετατρέπω τις ανισότητες σε ισότητες των περιορισμών και σχεδιάζω τις ευθείς σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων όπως μπορείτε να δείτε παρακάτω:

$$12X1+4X2=72 \rightarrow \left[\Gamma ia \;\; X1=0 \;\; X2=18 \;\; (0,18) kai \; gia \;\; X2=0 \;\; X1=6 \;\; (\;6,0)\right]$$
$$2X1+5X2=30 \rightarrow \left[\Gamma ia \;\; X1=0 \;\; X2=6 \;\; (0,6) kai \; gia \;\; X2=0 \;\; X1=15 \;\; (\;15,0)\right]$$
$$6X1+6X2=48 \rightarrow \left[\Gamma ia \;\; X1=0 \;\; X2=8 \;\; (0,8) kai \; gia \;\; X2=0 \;\; X1=8 \;\; (\;8,0)\right]$$



ΣΧΗΜΑ 1

ΒΗΜΑ2

Βρίσκω την εφικτή περιοχή (είναι η περιοχή που δεν παραβιάζετε κανένας περιορισμός) σε αυτό το σημείο κοιτώ την φόρα των περιορισμών < ή > ή = . Η εφικτή περιοχή είναι è ΟΑΒΓΔ.

ΒΗΜΑ 3

Θεωρώ την αντικειμενική συνάρτηση ίση με ένα τυχαίο αριθμό (συνήθως χρησιμοποιώ πολλαπλασιασμό των συντελεστών τις αντικειμενικής συνάρτησης) Σχεδιάζω την ευθεία στο ορθοκανονικό σύστημα που όπως μπορείτε να δείτε στο σχήμα 1 είναι η κόκκινη ευθεία. $3000X1+2000X2$ Διώχνουμε και τα μηδενικά και γίνεται η αντικειμενική συνάρτηση που είναι η εξής $3X1+2X2=6$.

ΒΗΜΑ4

Μετακινώ την αντικειμενική συνάρτηση για max δεξιά και προς τα πάνω ενώ για min αριστερά και προς τα κάτω (άξονα) μέχρι το τελευταίο κοινό σημείο με την εφικτή περιοχή. Στην δίκη μας περιπρώσει επειδή έχουμε max θα μετακινήσουμε την αντικειμενική μας συνάρτηση δεξιά και προς τα πάνω μέχρι να βρούμε το σημείο.

ΒΗΜΑ5

Το σημείο αυτό (Β) είναι το βέλτιστο σημείο, άρα λύνω το σύστημα με τις ευθείες που διέρχονται από το (Β) ,δεν περιλαμβάνω την αντικειμενική συνάρτηση.

$$\begin{array}{ll} 3|\ 6X1+6X2=48 & \\ \ \ |\ 2X1+5X2=3 & \end{array} \quad è \quad \begin{array}{l} -6X1-15X2=-90 \\ 6X1+6X2=48 \end{array}$$

Παίρνω και τις δυο και τις προσθέτω για να βρω το X2. $-9X2=-42 \rightarrow X2=42/9$.Στην συνέχεια αντικαθιστώ το X2 σε μία από αυτές, στην περίπτωση αυτή παίρνω την δεύτερη με την τρίτη $6X1+6X2=48$ και βρίσκω το

X1. $6X1+6X2=48$ è $X1+X2=8$ è $X1=8-42/9$ $A r \acute{\alpha}$ $X1=30/9$.

Αντικαθιστώ στην αντικειμενική μας συνάρτηση è 3000 30/9 +2000 42/9 = 10185,72 και αυτό που βρήκαμε είναι το κέρδος τις εταιρίας .

1.7. ΕΙΔΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Εκτός από τη βασική μορφή προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού, υπάρχουν και οι ακόλουθες περιπτώσεις, οι οποίες αντιστοιχούν σε ειδικού τύπου προβλήματα:

- Περίπτωση πολλαπλών εναλλακτικών βέλτιστων λύσεων
- Περίπτωση καμίας εφικτής λύσης
- Περίπτωση μη- πεπερασμένης λύσης

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

Στο πρόβλημα αυτό θα δοθεί ένα παράδειγμα από μια ειδική περίπτωση που είναι η περίπτωση πολλαπλών εναλλακτικών βέλτιστων λύσεων .

Θεωρούμε το πρόβλημα :

$$Minz = 2X1 + 3X2$$

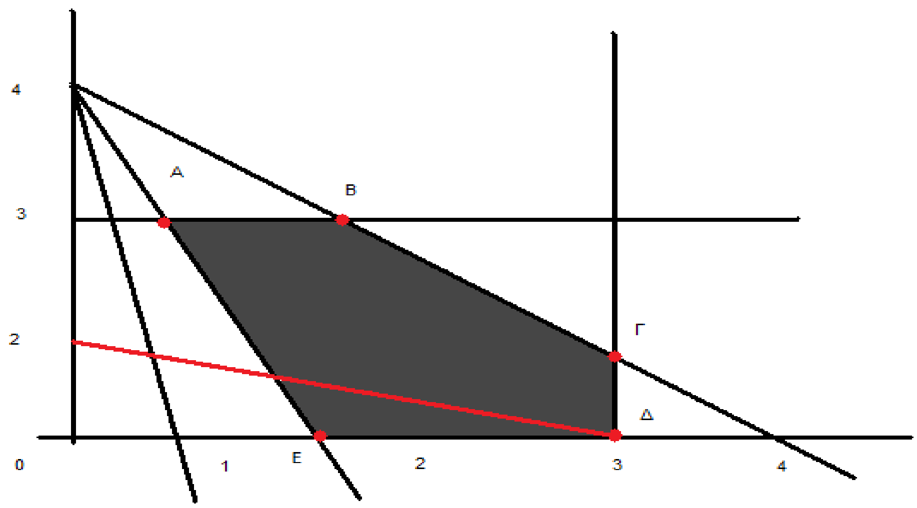
ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

$$X1 + X2 <= 4$$
$$6X1 + 2X2 <= 8$$
$$X1 + 5X2 <= 4$$
$$X1 <= 3$$
$$X2 <= 3$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Μετατρέπω τις ανισότητες σε ισότητες των περιορισμών και σχεδιάζω τις ευθείες σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων όπως μπορείτε να δείτε παρακάτω:

$$X1+X2=4 \rightarrow \left[\Gamma ia \ \ X1=0 \ X2=4 \ \ (0,4) kai \ gia \ \ X2=0 \ X1=4 \ \ (\ 4,0) \right]$$
$$6X1+2X2=8 \rightarrow \left[\Gamma ia \ \ X1=0 \ X2=4 \ \ (0,4) kai \ gia \ \ X2=0 \ X1=1.33 \ \ (\ 1.33,0) \right]$$
$$X1+5X2=4 \rightarrow \left[\Gamma ia \ \ X1=0 \ X2=1.25 \ \ (0,1.25) kai \ gia \ \ X2=0 \ X1=4 \ \ (\ 4,0) \right]$$
$$X1=3 \rightarrow (3,0)$$
$$X2=3 \rightarrow (0.3)$$



ΣΧΗΜΑ 2

Επομένως η εφικτή περιοχή του προβλήματος ορίζεται από το τραπέζιο ΑΒΓΔΕ. Για να βρούμε την άριστη λύση αντικαθιστούμε στην αντικειμενική συνάρτηση όπου Χ1 και Χ2 τις συντεταγμένες των κορυφών του τραπεζιού ΑΒΓΔΕ. Έτσι έχουμε:

$\Gamma ia\ thn\ koruj ή\ \mathrm{A}(0.4)\, z = 2X1+3X2 = 2*0+3*4 = 12$

$\Gamma ia\ thn\ koruj ή\ \mathrm{B}(0.4)\, z = 2X1+3X2 = 2*0+3*4 = 12$

$\Gamma ia\ thn\ koruj ή\ \Gamma(4.0)\, z = 2X1+3X2 = 2*4+3*0 = 8$

$\Gamma ia\ thn\ koruj ή\ \Delta(0.3)\, z = 2X1+3X2 = 2*0+3*3 = 9$

$\Gamma ia\ thn\ koruj ή\ \mathrm{E}(1.33.0)\, z = 2X1+3X2 = 2*1.33+3*0 = 2.66$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Παρατηρούμε ότι η αντικειμενική συνάρτηση z παίρνει τη μεγίστη τιμή της στις κορυφές Α και Β. Επόμενος όλα τα σημεία τις ευθείας ΑΒ δίνουν στην αντικειμενική συνάρτηση τη μεγίστη τιμή. Η τιμή αυτή είναι ίση με 12. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι έχουμε πολλαπλές εναλλακτικές βέλτιστες λύσεις.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2

Στο πρόβλημα αυτό θα δοθεί ένα παράδειγμα από μια ειδική περίπτωση που είναι η περίπτωση καμίας εφικτής λύσης.

Θεωρώ το πρόβλημα :

$$Max z = 5X1+7X2$$

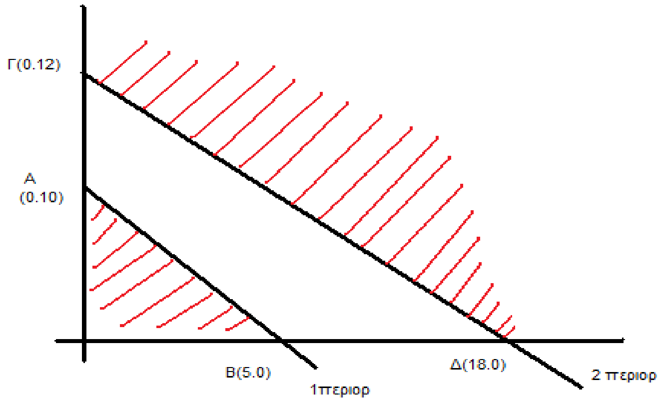
ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

$$2X1+X2 <= 10$$
$$2X1+3X2 >= 36$$
$$\mathrm{K}ai\ X1, X2 >= 0$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Μετατρέπω τις ανισότητες σε ισότητες των περιορισμών και σχεδιάζω τις ευθείες σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων όπως μπορείτε να δείτε παρακάτω:

$$2X1 + X2 = 10 \rightarrow \left[\Gamma ia \;\; X1 = 0 \; X2 = 10 \;\; (0{,}10)\, kai \; gia \; X2 = 0 \; X1 = 5 \;\; (\;5{,}0) \right]$$
$$2X1 + 3X2 = 36 \rightarrow \left[\Gamma ia \;\; X1 = 0 \; X2 = 12 \;\; (0{,}12)\, kai \; gia \;\; X2 = 0 \; X1 = 18 \;\; (\;18{,}0) \right]$$



ΣΧΗΜΑ 3

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ!

Παρατηρούμε ότι δεν υπάρχουν σημεία τα οποία να επαληθεύουν σύγχρονως όλους τους περιορισμούς . Σε αυτή την περίπτωση αναφέρουμε ότι δεν υπάρχει εφικτή περιοχή στο σχήμα 3 όπως πολύ καλά μπορείτε να δείτε από τις κόκκινες ευθείες .

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3

Στο πρόβλημα αυτό θα δοθεί ένα παράδειγμα από μια ειδική περίπτωση που είναι η περίπτωση μη- πεπερασμένης λύσης

Θεωρώ το πρόβλημα:

$$Maxz = \; 3X1 + 3X2$$

ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

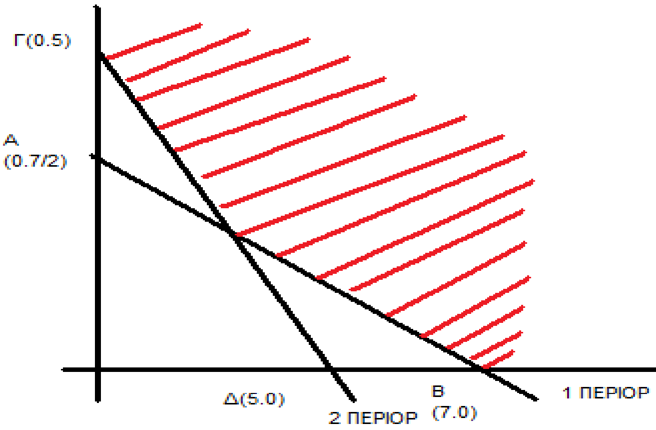
X1+2X2>=7
X1+X2>=5

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Μετατρέπω τις ανισότητες σε ισότητες των περιορισμών και σχεδιάζω τις ευθείες σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων όπως μπορείτε να δείτε παρακάτω:

$$X1+2X2=7 \rightarrow \left[\Gamma ia\ \ X1=0\ X2=7/2\ \left(7/2.5\right) kai\ gia\ \ X2=0\ X1=7\ \left(\ 7,0\right)\right] \qquad (1)$$

$$X1+X2=5 \rightarrow \left[\Gamma ia\ \ X1=0\ X2=5\ \left(0,5\right) kai\ gia\ \ X2=0\ X1=5\ \left(\ 5,0\right)\right] \qquad (2)$$



ΣΧΗΜΑ 4

Η ανίσωση (1) αληθεύει για τα σημεία του (ημι) επιπέδου που βρίσκεται πάνω από την ευθεία ΑΒ η οποία ορίζεται από τα σημεία Α(0.7/2) ΚΑΙ Β(7.0) ακόμη

Για την κορυφή Α(0.7/2) z= $3X1+2X2=\ 3*0+2*7/2=7$

Για την κορυφή Β(7.0) z= $3X1+2X2=\ 3*7+2*0=21$

Η ανίσωση (2) αληθεύει για τα σημεία του (ημι) επιπέδου που βρίσκεται πάνω από την ευθεία ΓΔ η οποία ορίζεται από τα σημεία Γ(0.5) ΚΑΙ Δ(5.0) .

Για την κορυφή Γ(0.5) z= $3X1+2X2=\ 3*0+2*5=10$

Για την κορυφή Δ(5.0) z= $3X1+2X2=\ 3*5+2*0=15$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ!

Παρατηρούμε ότι αν δώσουμε μεγάλες τιμές στην αντικειμενική συνάρτηση τότε αυτή θα αυξάνει προς το άπειρο χωρίς να υπάρχει ένα κοινό σημείο. Σε αυτή την περίπτωση λέμε ότι έχουμε μη- πεπερασμένη λύση.

1.8. ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ SIMPLEX

1.8.1 ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ SIMPLEX

Η μέθοδος Simplex είναι μια επαναληπτική αλγεβρική μέθοδος με την βοήθεια της οποίας, ξεκινώντας από μια βασική δυνατή λύση, μπορούμε, με διαδοχικές επαναλήψεις, να προσδιορίζουμε κάθε φορά και μια βελτιωμένη βασική λύση μέχρι να καταλήξουμε στην βέλτιστη αν υπάρχει. Η αρχική βασική δυνατή λύση μπορεί να βρεθεί πολύ εύκολα, αρκεί να θεωρήσουμε στο σύστημα $AX = B$ των περιορισμών, τις βοηθητικές μεταβλητές ως βασικές και να θέσουμε τις υπόλοιπες μεταβλητές ίσες με το μηδέν. Σε αυτό οδηγούμαστε από το γεγονός ότι οι στήλες που αντιστοιχούν στις βοηθητικές μεταβλητές σχηματίζουν ένα μοναδιαίο (υπό)πίνακα. Αφού προσδιορίσουμε την αρχική βασική δυνατή λύση, τότε με βάση τα δεδομένα του προβλήματος, κατασκευάζουμε τον αρχικό πινάκα της μεθόδου Simplex που ακολουθεί. Στην πρώτη στήλη C_B γράφονται οι συντελεστές που έχουν οι βασικές μεταβλητές $X1, X2 \ldots Xn$ στην αντικειμενική συνάρτηση. Στη δεύτερη στήλη, γράφονται οι βασικές μεταβλητές . Στις επόμενες n στήλες, γράφονται οι συντελεστές όλων των μεταβλητών που περιέχονται στο σύστημα $AX = B$ των περιορισμών. Στην τελευταία στήλη X_B στην οποία γράφονται οι γνωστοί όροι του συστήματος $AX = B$, περιέχεται η βασική δυνατή λύση.

Στην πρώτη γραμμή γράφονται οι συντελεστές που έχουν όλες οι μεταβλητές αντικειμενική συνάρτηση και στην τελευταία γραμμή η οποία ονομάζεται και γραμμή διαφορών ή γραμμή σχετικού κόστους οι ποσότητες $Z_j - C_j$ οι οποίες δίνονται από την σχέση:

$$Zj - Cj = a_{1j} * c_{B1} + a_{2j} * c_{B2} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + a_{mj} * c_{Bm} - c_j = \sum_{i=1}^{m} a_{1j} * c_{B1} - c_j$$

όπου $J(1, 2 \ldots n)$. Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης γράφεται στο τέλος, στο τετράγωνο της τελευταίας στήλης εκεί όπου σημειώνεται το γράμμα z . Πρέπει να σημειώσουμε ότι στον πίνακα Simplex οι m στήλες που αντιστοιχούν στις βασικές μεταβλητές σχηματίζουν έναν μοναδιαίο υποπίνακα.

1.8.2. ΓΕΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΤΟΥ SIMPLEX

Η μέθοδος Simplex είναι ένας αλγεβρικός αλγόριθμος με τον οποίο είναι δυνατή η επίλυση προβλημάτων γραμμικού Προγραμματισμού με περισσότερες από δυο μεταβλητές .Για να εφαρμόσουμε τη μέθοδο Simplex πρέπει το πρόβλημα του γραμμικού προγραμματισμού να είναι γραμμένο με την κανονική του μορφή, δηλ, να είναι τις μορφής: $Max\ ,\ Min\ Z = CX\ \ (1)\ ,\ \ AX = B\ \ (2),\ \ \ X >= 0(3)$

$$A\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, X\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}, B\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix},\ C\quad \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & \dots\dots\dots\dots & c_n \end{bmatrix}$$

Για την επίλυση αυτού του προβλήματος υποθέτουμε ότι ο αριθμός των ανεξάρτητων εξισώσεων του συστήματος(2) είναι μικρότερο από τον αριθμό των άγνωστων δηλ, m<n όποτε έχουμε απειρία λύσεων . Εάν m=n υπάρχει μόνο μια λύση του συστήματος (2) και επομένως δεν μπαίνει πρόβλημα βελτιστοποίησης.

1.8.3.ΒΑΣΙΚΟΙ ΟΡΟΙ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ SIMPLEX

- **Βασικός πίνακας** ονομάζεται η βάση του συστήματος (2) η τετραγωνική μήτρα B τάξεως mX n η οποία προκύπτει από την A και έχει m γραμμικά ανεξάρτητες στήλες.
- **Βασικές μεταβλητές** ως προς τη βάση B θα καλούνται οι m μεταβλητές οι οποίες αντιστοιχούν στις m στήλες του πίνακα B. Οι υπόλοιπες m-n μεταβλητές οι οποίες αντιστοιχούν στις (m-n) στήλες του πίνακα A που δεν περιλαμβάνονται το βασικό πίνακα B θα ονομάζονται μη βασικές μεταβλητές.
- **Βασική λύση** του προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού ως προς μια βάση B, ονομάζεται μια λύση του, η οποία έχει όλες τις βασικές μεταβλητές, ως προς τη βάση αυτή διαφορές από το μηδέν και όλες τις μη βασικές μεταβλητές ίσες με το μηδέν.
- **Εκφυλισμένη βασική λύση** του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού ονομάζεται κάθε βασική λύση του η οποία έχει μια η περισσότερες βασικές μεταβλητές ίσες με το μηδέν.
- **Βέλτιστη βασική λύση** του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού ονομάζεται μια βασική λύση του, η οποία βελτιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση Z=CX.

1.8.4. ΒΑΣΙΚΑ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

- Το σύνολο των δυνατών λύσεων ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού είναι κλειστό κυρτό σύνολο.
- Κάθε βασική δυνατή λύση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού είναι ένα ακραίο σημείο του κυρτού συνόλου των δυνατών λύσεων και κάθε ακραίο σημείο του κυρτού συνόλου είναι μια βασική δυνατή λύση του προβλήματος.
- Εάν ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού δέχεται τουλάχιστον μια δυνατή λύση, τότε δέχεται και μια βασική δυνατή λύση.
- Εάν σε ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού υπάρχει μια βέλτιστη δυνατή λύση, τότε η αντικειμενική συνάρτηση z παίρνει τη βέλτιστη τιμή της σε ένα τουλάχιστον ακραίο σημείο του κυρτού συνόλου των δυνατών λύσεων. Εάν η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει τη βέλτιστη τιμή της σε περισσότερα από ένα ακραία σημεία του κυρτού συνόλου των δυνατών λύσεων, τότε παίρνει τη βέλτιστη τιμή σε κάθε κυρτό συνδυασμό αυτών των σημείων.
- Εάν ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού δέχεται βέλτιστες δυνατές λύσεις , τότε δέχεται τουλάχιστον μια βέλτιστη δυνατή βασική λύση .
- Ο μέγιστος αριθμός των βασικών λύσεων ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού που δίνεται από την σχέση : $C_m^n = \frac{n!}{m!(n-m)!}$

1.8.5. ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ SIMPLEX

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1

Θεωρώ το πρόβλημα:

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

$$Minz = 2X1 - 3X2 - 4X3$$

ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

$$X1+X2+X3<=30$$
$$2X1+X2+3X3>=60$$
$$X1-X2+2X3=20$$

ΒΗΜΑ 1

Μετατρέπω τις ανισότητες των περιορισμών σε ισότητες προσθέτοντας τις μεταβλητές περιθωρίου Si στους περιορισμούς που είναι τις μορφής >=. Η μεταβλητή Si εκφράζει τους μη χρησιμοποιημένους πόρους περιθωρίου.

$X1+X2+X3+S1=30$		$S1=30$
$2X1+X2+3X3-S2=60$	è	$S2=60$
$X1-X2+2X3=20$		$0=20\left(up\acute{a}rcei\ pr\acute{o}b\,l\,hma\right)$

Πραγματοποιώ έλεγχο, εφόσον η επιχείρηση δεν έχει ξεκινήσει την παραγωγή τα X i ίσον με το μηδέν. Στους περιορισμούς που παρουσιάζονται προβλήματα προσθέτω την τεχνική μεταβλητή a_i την οποία την χρησιμοποιώ μόνο βοηθητικά.

$$X1+X2+X3+S1+a1=30$$
$$2X1+X2+3X3-S2+a2=60 \qquad (tel\,ik\acute{\eta})$$
$$X1-X2+2X3+a3=20$$

ΒΗΜΑ 2

Στην νέα αντικειμενική συνάρτηση πρέπει να εμφανίσω όλες τις μεταβλητές. Οι μεταβλητές περιθωρίου Si περνούν τιμή μηδέν σαν συντελεστή. Οι μεταβλητές ai περνούν –M για max και +M για min το (M è άπειρο)

$$Min\ z=2X1-3X2-4X3+0\ S1+0S2+Ma2+Ma3$$

ΒΗΜΑ 3

Συμπληρώνω των πρώτο πινάκα. Για των πρώτο πινάκα βρίσκω τις μεταβλητές (είναι αυτές που έχουν συντελεστή +1 σε ένα περιορισμό και στους υπόλοιπους έχουν συντελεστή μηδέν).

		2	-3	-4	0	0	+M	+M	
Cj	Βασικές μεταβλητές	X1	X2	X3	S1	S2	a2	a3	Βι
0	S1	1	1	1	1	0	0	0	30
M	a2	2	1	3	0	-1	1	0	60
M	a3	1	1	2	0	0	0	1	20
	Zj	3M	0	5M	0	-M	M	M	B.TIMH
	Cj-Zj	2-3M	-3	-4-5M	0	M	0	0	80M

Η οδηγός στήλη είναι η [1 3 2 5M -4-5M] και η βασικές μεταβλητές δημιουργούν τον πίνακα

$$I\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ΒΗΜΑ 4

Υπολογίζω το Zj, πολλαπλασιάζω του συντελεστές των βασικών μεταβλητών με τους συντελεστές κάθε μεταβλητής στον πίνακα :

$$Zj \qquad 0*1+2M+M = 3M$$

$$Cj - Zj \qquad 2-3M$$

ΒΗΜΑ 5

Σε κάθε πίνακα πρέπει να βρίσκω την βέλτιστη λύση και βέλτιστη τιμή.

Βέλτιστη τιμή è με τον πολλαπλασιασμό των συντελεστών των βασικών μεταβλητών με την στήλη i. $0*30+\mathrm{M}*60+ \mathrm{M}*20 = 60\mathrm{M}+20\mathrm{M} = 80\mathrm{M}$.

Βέλτιστη λύση è αντιστοιχίζω τις βασικές μεταβλητές με τη στήλη Bi και τις υπόλοιπες με το μηδέν. $S1 = 30, a2 = 60, a3 = 20 \; kai S2 = a1 = X1 = X2 = X3 = 0$.

ΒΗΜΑ 6

Επιλεγώ από την σειρά Cj-Zj για min την μεγίστη αρνητική τιμή ενώ για max την μεγίστη θετική τιμή και ονομάζω την στήλη αυτή οδηγό στήλη. Η μεταβλητή τις οδηγούς στήλης θα γίνει βασική στον επόμενο πίνακα.

ΒΗΜΑ 7

Διαιρώ την στήλη i με τα στοιχειά της οδηγού στήλης. Το μικρότερο αποτέλεσμα εκφράζει την μεταβλητή που θα φύγει (εάν διαιρώ με αρνητική τιμή ή μηδέν τότε -)

	ΒΑΣΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ	2	-3	-4	0	0	M	M	
Cj		X1	X2	X3	S1	S2	a2	a3	Bi
0	S1	½	3/2	0	1	0	0		20
M	a1	½	5/2	0	0	-1	1		30
-4	X3	½	-1/2	1	0	0	0		10
	Cj	M/2-2	5M/2+2	-4	0	-M	M		Β.τιμή
	Cj-Zj	-M/2=4	-5M/2-5	0	0	M	0		30M-40

ΒΗΜΑ8

Σε κάθε πίνακα υπολογίζω παντα την σειρα της μεταβλητής που εγινε βασικη (Χ3). Η σειρα της βασικής μεταβλητής ισουνται με τη σειρα της μεταβλητής που έφυγε δια το οδηγό στοιχείο τις σειράς αυτής :

1 -1 2 0 0 0 1 διαιρώ με το (2)

ΒΗΜΑ 9

Για τις μεταβλητες που ηταν 4 στο προηγουμενο και στο νέο πίνακα η σειρα τους υπολογιζονται από τον τυπο:

Si προηγο υμενη σειρα	1	1	1	1	0	0	30
οδιγο στηλη*νεα σειρα μεταβλητων	(1*1/2)	(1*(-1/2))	(1*1)	(1*0)	(1*0)	(1*0)	10
(-)	1/2	3/2	0	1	0	0	20

ΝΕΑ ΣΕΙΡΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ = ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΗΣ ΣΕΙΡΑΣ -(ΟΔΗΓΟ ΣΤΟΙΧΕΙΟ * ΝΕΑ ΣΕΙΡΑ ΒΑΣΙΚΗς ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ)

$S1 = 20,\ a2 = 30,\ X3 = 10 kai\ X1 = X2 = S2 = 0$

ΒΗΜΑ 10

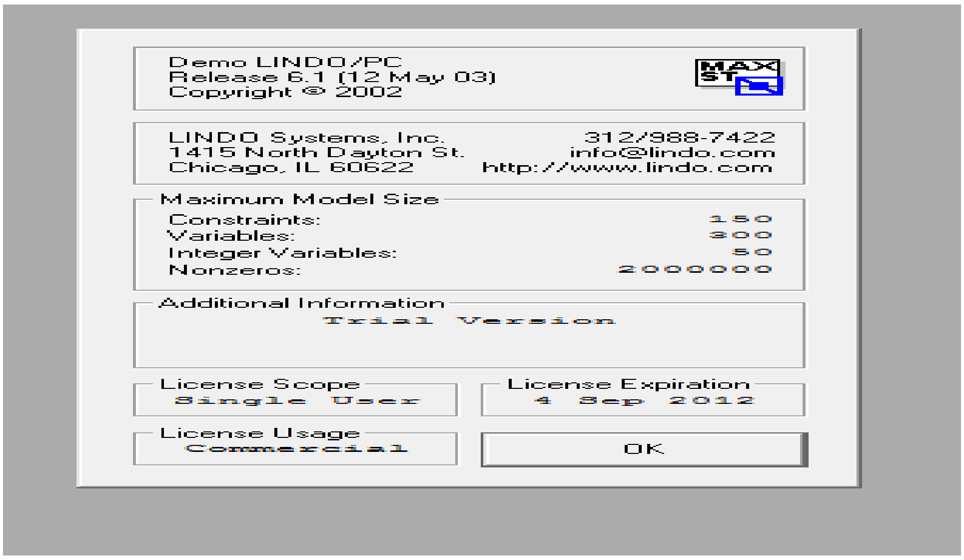
Κάνω την ίδια διαδικασία μέχρι οι τιμές της σειράς $Cj - Zj$ να είναι όλες μηδέν ή αρνητικές (για max) ή θετικές και μηδενικές για (min) . Τότε ο πίνακας αυτός είναι ο βέλτιστος πινάκας .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

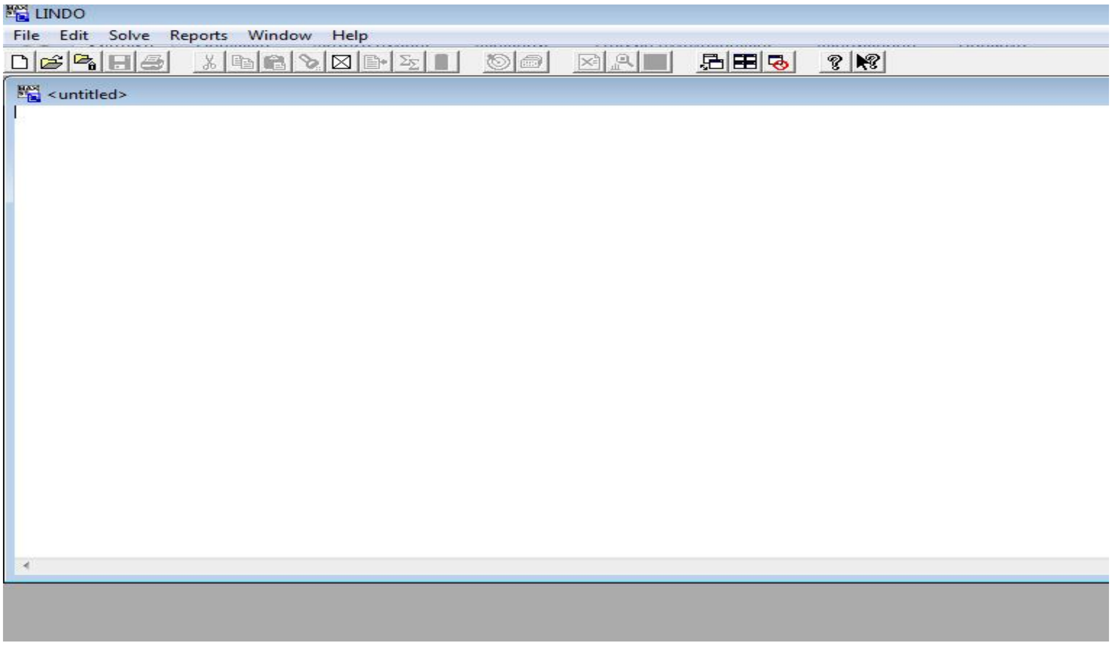
ΔΟΜΗ ΚΑΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ LINDO

Στο δεύτερο κεφάλαιο της πτυχιακής μου εργασίας παρουσιάζεται η επίλυση των προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού μέσω του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Αυτό επιταχύνθηκε λόγω ότι πριν από τον Η/Υ η επίλυση ενός προβλήματος ήταν χρονοβόρα και δύσκολη. Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλύσω ένα από τα δημοφιλεστέρα λογισμικά το LINDO που με την βοήθεια του έκαναν τα προβλήματα των επιχειρήσεων να μοιάζουν αμελητέα .Για το κεφάλαιο αυτό χρησιμοποιήθηκαν οι πηγές [6],[14],[15],[17],[18].

Στην πρώτη ενότητα προανέφερα τα προβλήματα που μπορεί να επιλύσει ένα πρόγραμμα LINDO. Στην συνεχεία θα αναφερθώ στην δομή αυτού του προγράμματος και τις λειτουργίες του. Στο αρχικό περιβάλλον του προγράμματος μας εμφανίζονται πληροφορίες, όπως η έκδοση του προγράμματος, πληροφορίες για την εταιρεία που το έχει κατασκευάσει, οι μέγιστες δυνατότητες της παρούσας έκδοσης (αριθμός περιορισμών, μεταβλητών, ακέραιων μεταβλητών κ.λπ.), η άδεια χρήσης κ.λπ. Πιέζοντας με το ποντίκι το εικονίδιο «**OK**» το πρόγραμμα ξεκινά.



Αφού κλείσει η αρχική οθόνη του προγράμματος, εμφανίζεται η κεντρική οθόνη του LINDO. Η οθόνη περιλαμβάνει την μπάρα του κεντρικού μενού, εικονίδια και το παράθυρο εισαγωγής του προτύπου (παράθυρο εργασίας) πινάκας 1.



Πίνακας 1

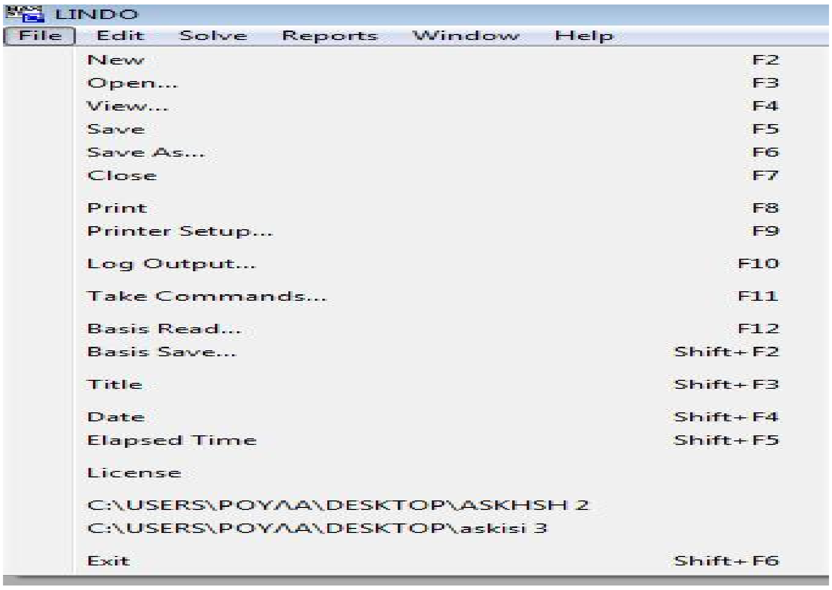
Η έκδοση Windows παρέχει ένα διαισθητικό περιβάλλον μοντελοποίησης με pull-down μενού, μια εύχρηστη γραμμή εργαλείων, καθώς και ένα πλήρες πρότυπο επεξεργαστή. Παρέχει σαφή και χρήσιμη on-line βοήθεια για όλες τις εντολές ώστε να γίνεται κατανοητός ο τρόπος με τον οποίο θα οικοδομηθεί το προς επίλυση μοντέλο. Το εγχειρίδιο που ακολουθεί εμφανίζει το μενού τον εντολών του LINDO που περιλαμβάνει εντολές έξι κατηγοριών: File, Edit, Solve, Reports, Window και Help, όπως μπορείτε να δείτε στον πίνακα 1 εξηγεί διεξοδικά τις εντολές του προγράμματος και τα χαρακτηριστικά τους.

- Η κατηγορία File περιέχει εντολές που αναφέρονται στην κίνηση των αρχείων και δεδομένων προς και από το LINDO.
- Η κατηγορία Edit περιέχει εντολές που υποστηρίζουν επιλογές καταχώρησης πλήρους οθόνης (π.χ.Cut, Copy, Paste,).
- Η κατηγορία Solve περιέχει τις εντολές κλίσης του επιλυτή.
- Η κατηγορία Report περιέχει τις εντολές που αντιστοιχούν στην παραγωγή αναφορών.
- Η κατηγορία Window περιέχει εντολές που βοηθούν στην διαχείριση των παραθύρων που δημιουργούνται από το LINDO.
- Η κατηγορία Help περιέχει την βοήθεια του LINDO.

Η ράβδος εργαλείων του LINDO περιλαμβάνει τις επιλογές που φαίνονται στην συνέχεια.

(α) Μενού “File”

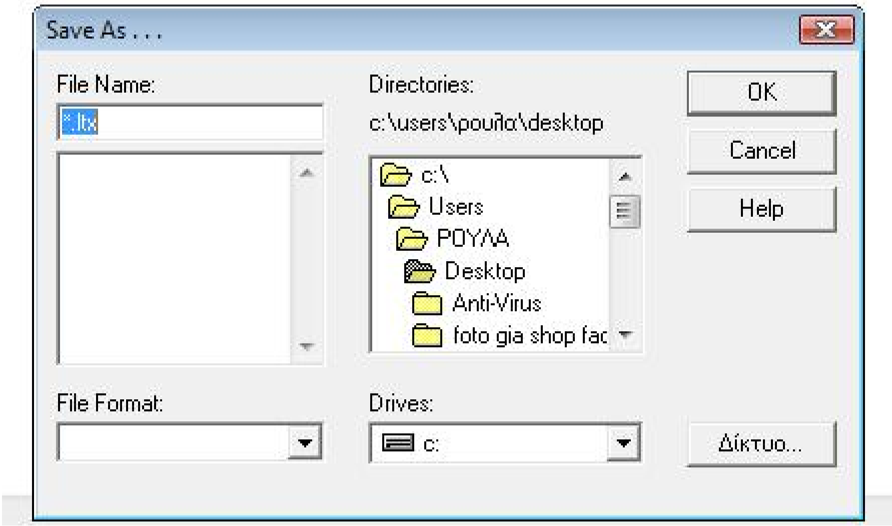
Το μενού “File” περιέχει τις λειτουργίες new, open view, save/save as, close, print, printer setup, log output, take commands, basis save, basis read, title, date, elapsed time, licence και exit που όπως μπορείτε να δείτε παρακάτω αναλύονται λεπτομερώς.



Πίνακας 2

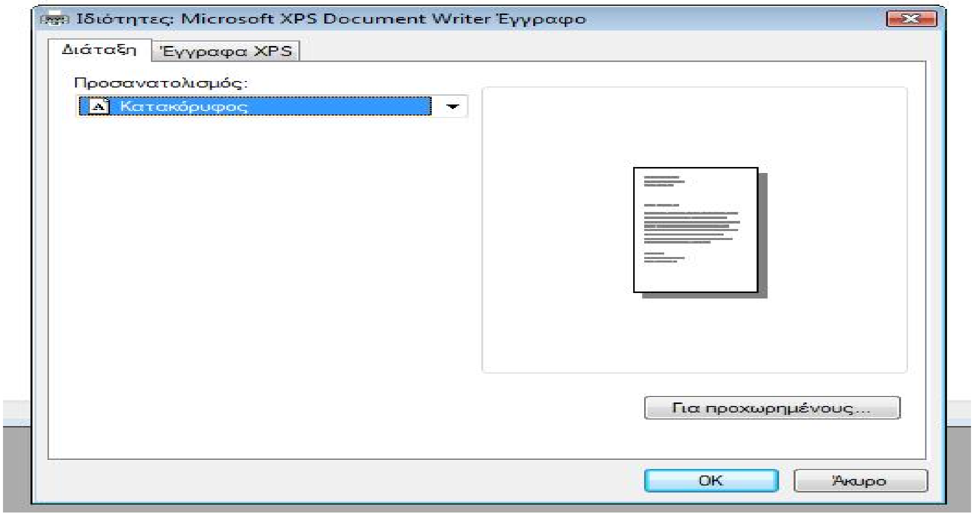
- **New** : Δημιουργεί νέο, κενό παράθυρο εργασίας για την εισαγωγή προτύπου γραμμικού προγραμματισμού.
- **Open:** Ανοίγει υπάρχον αρχείο της LINDO, το οποίο περιέχει πρότυπο γραμμικού προγραμματισμού. Η εντολή ενεργοποιεί παράθυρο διαλόγου από το οποίο μπορεί να επιλεγεί το αρχείο, το οποίο μπορεί να έχει προέκταση (extension) .ltx (αρχείο κειμένου LINDO), .lpk (αρχείο κειμένου LINDO συμπιεσμένο ώστε να καταλαμβάνει λιγότερο χώρο – περίπτωση μεγάλων προτύπων) και .mps (συνήθης τύπος αρχείων προτύπων γραμμικού προγραμματισμού που χρησιμοποιούν άλλα προγράμματα). Όταν επιλεγεί το αρχείο, φορτώνεται στο παράθυρο εργασίας της LINDO για επεξεργασία και επίλυση. Αρχεία με παραπάνω από 64.000 χαρακτήρες δεν μπορούν να επεξεργαστούν μέσα από το παράθυρο εργασίας της LINDO. Παρόλα αυτά, επειδή πρόκειται για αρχεία ASCII, άλλα προγράμματα των Windows όπως το Wordpad μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επεξεργασία τέτοιων μεγάλων αρχείων.

- **View**: Στην περίπτωση μεγάλων προτύπων, η LINDO δίνει τη δυνατότητα προεπισκόπησης του προτύπου χωρίς να υπάρχει η δυνατότητα διόρθωσης αυτού μέσα από το περιβάλλον της. Για τον λόγο αυτόν χρησιμοποιείται η εντολή View. Το πρότυπο μπορεί παρόλα αυτά να επιλυθεί από τη LINDO.
- **Save/Save as:** Χρησιμοποιείται για την αποθήκευση ενός προτύπου που έχει εισαχθεί στο περιβάλλον εργασίας του LINDO. Η εντολή “Save” χρησιμοποιείται για την αποθήκευση προτύπου με προϋπάρχον όνομα (το οποίο αν δεν υπάρχει, ζητείται η εισαγωγή του), ενώ η εντολή “Save as…” χρησιμοποιείται για την αποθήκευση προτύπου με νέο όνομα. Όταν ζητείται νέο όνομα, εμφανίζεται παράθυρο διαλόγου στον πίνακα 3.



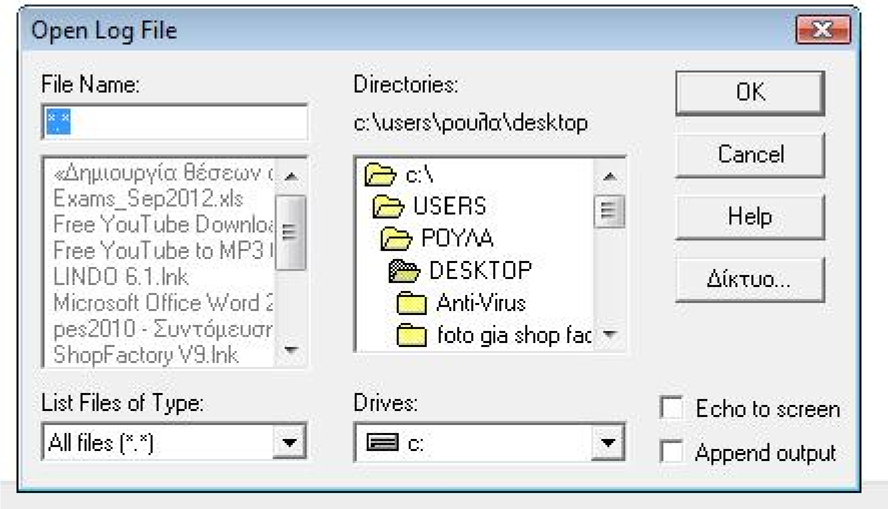
Πίνακας 3

- **Close** : Κλείνει το ενεργό παράθυρο εργασίας.
- **Print** : Εκτυπώνει το ενεργό παράθυρο εργασίας ή αναφοράς.
- **Printer Setup**: Εμφανίζει το παράθυρο αλλαγής παραμέτρων του εκτυπωτή οπως μπορούμε να δούμε στον πίνακα 4.



Πίνακας 4

- **Log Output** :Δημιουργεί αρχείο στο οποίο καταγράφονται όλα τα αποτελέσματα επίλυσης του τρέχοντος προτύπου γραμμικού προγραμματισμού. Με την κλήση της εντολής εμφανίζεται παράθυρο διαλόγου όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα 5 στο οποίο εισάγεται από τον χρήστη το όνομα του αρχείο.



Πίνακας 5

- **Take commands:** Χρησιμοποιείται για την εισαγωγή εντολών ή ομάδων εντολών και προτύπων που έχουν δημιουργηθεί με την χρήση συμβολικής γλώσσας προγραμματισμού του προγράμματος LINDO.
- **Basis Save** :Αποθηκεύει τη βέλτιστη λύση του ενεργού προτύπου σε αρχείο με επέκταση

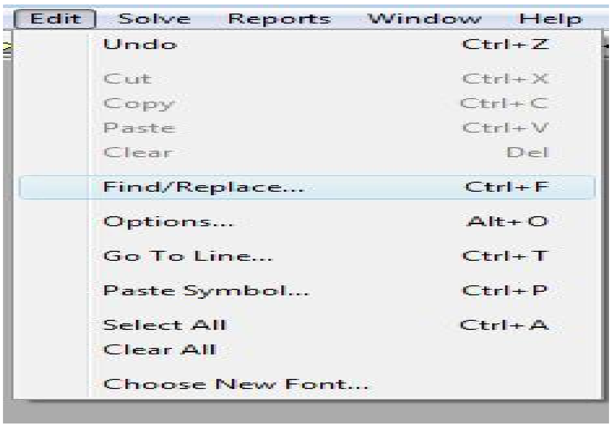
  .PUN (αρχεία που συνεργάζονται με άλλα προγράμματα που χειρίζονται πρότυπα γραμμικού προγραμματισμού – αυτά τα προγράμματα συνήθως χρησιμοποιούν αρχεία με επέκταση

  .MPS), με επέκταση .FBS (αρχεία LINDO) και επέκταση .SDB (αρχεία παλαιότερων εκδόσεων της LINDO, μικρότερης σημασίας).
- **Basis Read:** Διαβάζει αρχεία που έχουν αποθηκευτεί με την προηγούμενη εντολή όπως και το αντίστοιχο αρχείο του προτύπου το οποίο αφορά η βέλτιστη λύση.
- **Title:** Εμφανίζει σε νέο παράθυρο (παράθυρο αναφοράς) τον τίτλο του προτύπου που έχει εισαχθεί από τον χρήστη.
- **Date** : Εμφανίζει σε νέο παράθυρο (παράθυρο αναφοράς) την τρέχουσα ημερομηνία.
- **Ellapsed time**: Εμφανίζει σε νέο παράθυρο (παράθυρο αναφοράς) τον χρόνο που απαιτήθηκε για την εύρεση βέλτιστης λύσης του τρέχοντος προτύπου.
- **Licence:** Αφορά την άδεια χρήσης του προγράμματος.
- **Exit** : Τερματίζει την εκτέλεση της LINDO. Αν το ενεργό πρότυπο δεν έχει αποθηκευτεί μετά από αλλαγές σε αυτό, ζητείται από τον χρήστη να επιλέξει αν θα αποθηκευτεί ή όχι, με τη βοήθεια παραθύρου διαλόγου. Αν ο χρήστης επιθυμεί να αποθηκεύσει τις εντολές, ακολουθείται η διαδικασία των εντολών

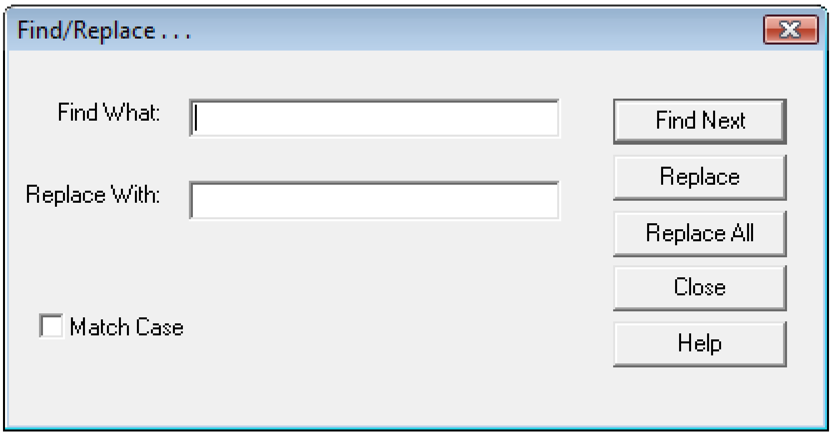
  Save/Save as και στη συνέχεια το πρόγραμμα τερματίζεται. Σε άλλη περίπτωση το πρόγραμμα τερματίζεται αμέσως.

(β) Μενού “Edit”

Το μενού αυτό αφορά λειτουργίες τροποποίησης και μεταφοράς στοιχείων στα παράθυρα εργασίας και αναφορών της LINDO όπως φαίνετε στον πίνακα 6.Οι λειτουργιές του edit είναι undo, gut, copy, paste, clear, find/replace, options, go to line, past symbol, select all, clear all και choose new font που όπως μπορείτε να δείτε παρακάτω αναλύονται λεπτομερώς..



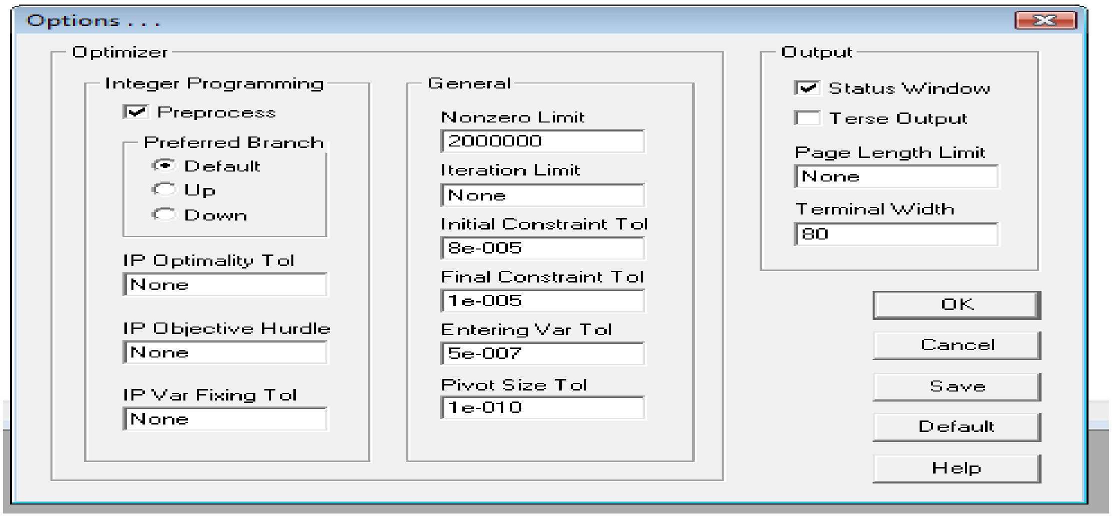
- **Undo** :Αναιρεί την τελευταία ενέργεια του χρήστη.
- **Cut** :Αποκόπτει επιλεγμένο κείμενο από παράθυρο εργασίας ή αναφοράς.
- **Copy** : Αντιγράφει επιλεγμένο κείμενο από παράθυρο εργασίας ή αναφοράς.
- **Paste** :Επικολλά επιλεγμένο κείμενο στο παράθυρο εργασίας.
- **Clear** : Διαγράφει το επιλεγμένο κείμενο (η διαγραφή δεν αναιρείται από την εντολή Undo).
- **Find/Replace**: Χρησιμοποιείται για την εύρεση (και αντικατάσταση αν αυτό είναι επιθυμητό) κειμένου που εισάγεται σε παράθυρο διαλόγου όπως φαίνεται στον πίνακα 6 στο ενεργό παράθυρο εργασίας.



Πίνακας 6

Η επιλογή “Match Case” ενεργοποιείται εφόσον επιθυμεί ο χρήστης να διακρίνει επακριβώς κεφαλαία από μικρά γράμματα. Ο χρήστης επίσης έχει τη δυνατότητα να αντικαταστήσει μαζικά το προς αναζήτηση /αντικατάσταση κείμενο επιλέγοντας “Replace All” στο παράθυρο διαλόγου που μπορείτε να δείτε στον πίνακα 6.

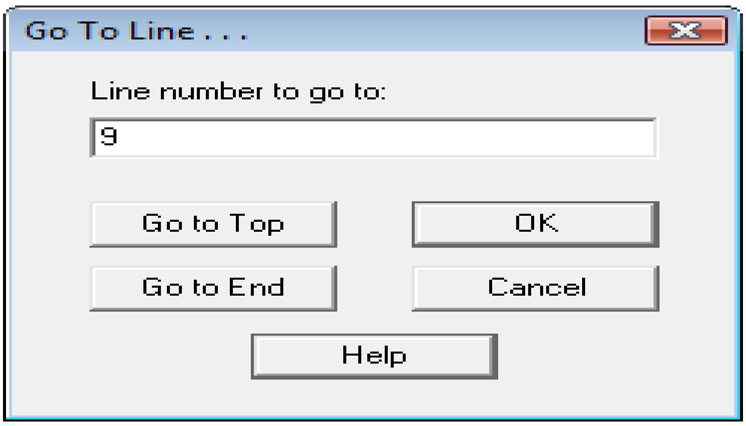
- **Options** : Η εντολή αυτή εμφανίζει παράθυρο διαλόγου το οποίο μπορούν να τροποποιηθούν παράμετροι λειτουργίας της LINDO όπως μπορείτε να παρατηρήσετε στον πίνακα 7



Πίνακας *7*

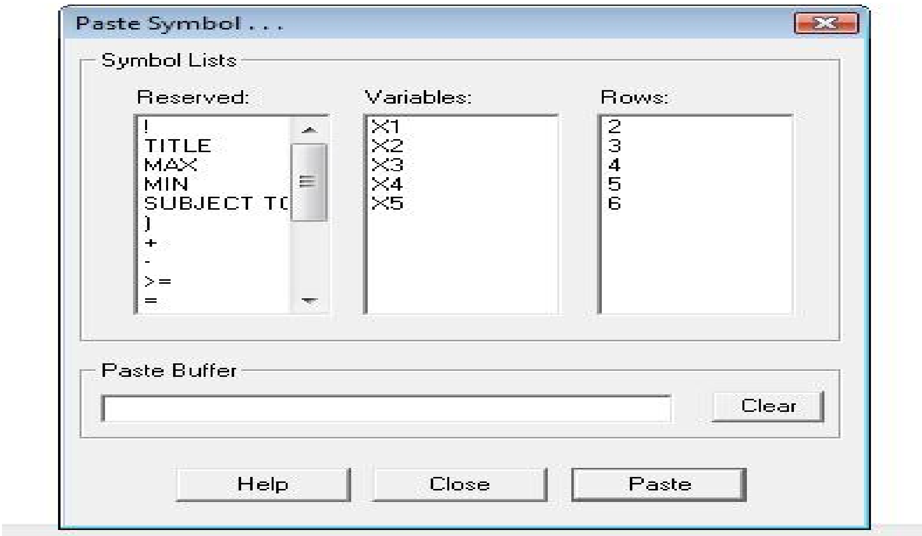
Στον παραπάνω πίνακα οι παράμετροι αφορούν την λειτουργία του αλγορίθμου επίλυσης προβλημάτων Ακέραιου Προγραμματισμού (Integer Programming) τύπου “Branch and Bound”, παραμέτρους μορφοποίησης προτύπου και παρουσίασης αποτελεσμάτων στην οθόνη.

- **Go To Line:** Χρησιμοποιείται για την μεταφορά σε συγκεκριμένη γραμμή του ενεργού παραθύρου εργασίας, στην αρχή ή το τέλος του, μέσω παραθύρου διαλόγου όπως διαπιστώνεται στον πίνακα 8.



Πίνακας 8

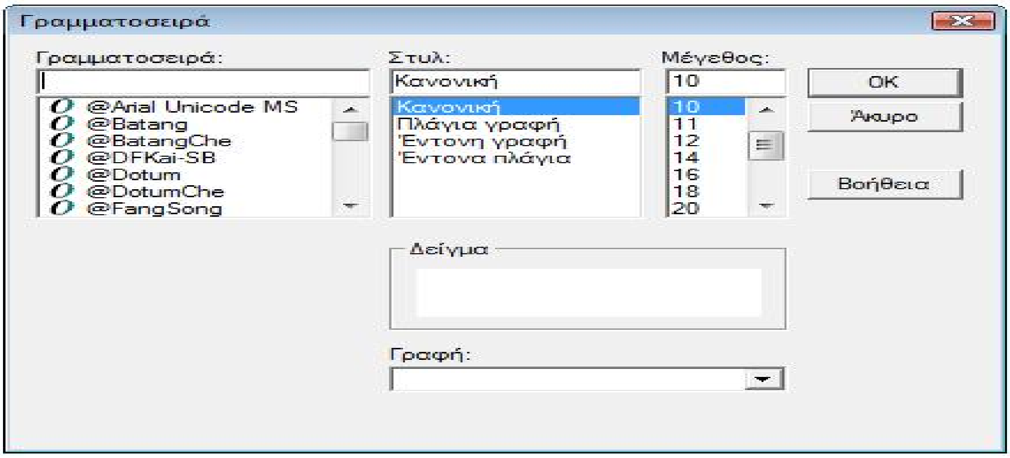
- **Paste Symbol** : Εμφανίζει παράθυρο διαλόγου όπως μπορείτε να δείτε παρακάτω στον πίνακα 9 μέσω του οποίου εισάγονται στο ενεργό παράθυρο εργασίας, εντολές και σύμβολα που χρησιμοποιεί η LINDO. Αναλυτικότερα εμφανίζονται τρεις λίστες, μια για τις δεσμευμένες λέξεις και σύμβολα (reserved), μια για τις χρησιμοποιούμενες μεταβλητές (variables) και μια για τις σειρές που έχουν όνομα (Rows).



Πίνακα; 9

Με διπλό κλικ σε κάποια λέξη ή σύμβολο από κάθε μια από τις τρεις λίστες, αυτή εμφανίζεται στη γραμμή “Paste Buffer” κάτω από τις λίστες. Στη γραμμή αυτή μπορεί να προστεθεί επιπλέον κείμενο με τη βοήθεια του πληκτρολογίου. Επιλέγοντας “Clear”, η γραμμή αυτή μπορεί να καθαριστεί ενώ επιλέγοντας “Paste” μπορεί να μεταφερθεί το περιεχόμενό της στο ενεργό παράθυρο εργασίας.

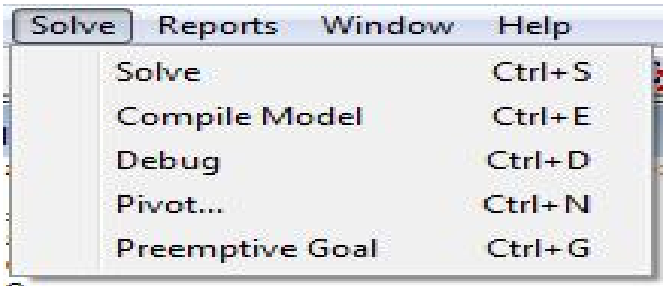
- **Select All** : Επιλέγει όλο το περιεχόμενο του ενεργού παραθύρου εργασίας ή αναφοράς.
- **Clear All** : Σβήνει όλο το περιεχόμενο του ενεργού παραθύρου εργασίας ή αναφοράς.
- **Choose New Font**: Εμφανίζει παράθυρο διαλόγου όπως μπορείτε να δείτε παρακάτω στον πίνακα 10 από το οποίο μπορεί να αλλαχθεί ο τύπος, η διάσταση και τα χαρακτηριστικά της χρησιμοποιούμενης γραμματοσειράς.



Πίνακας 10

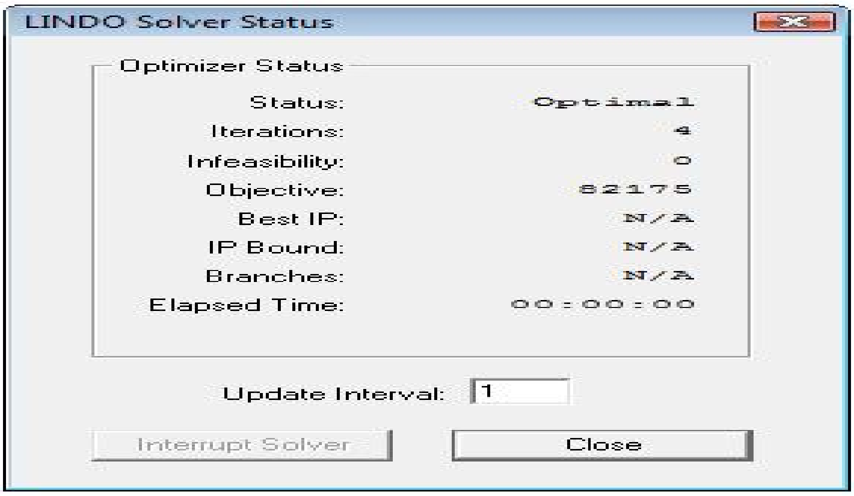
(γ) Μενού “Solve”

Στο μενού αυτό περιέχονται οι βασικές λειτουργίες solve, compile, debug, pivot και preemptive goal που όπως μπορείτε να δείτε παρακάτω αναλύονται λεπτομερώς. Στον πίνακα 11 απεικονίζονται όλα τα στοιχεία που προανέφερα.



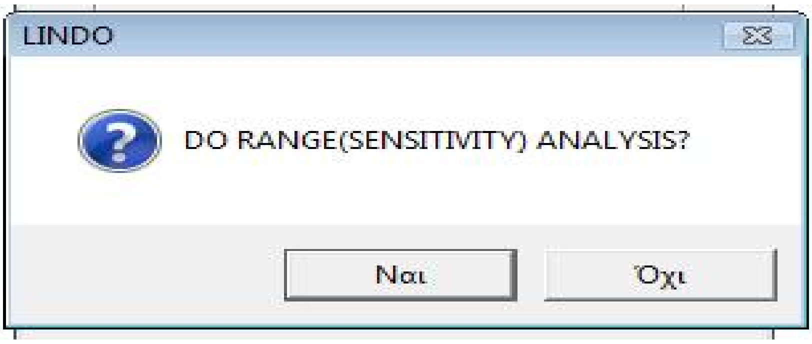
Πίνακα; 11

- **Solve** : Η εντολή αυτή επιλύει το πρότυπο που βρίσκεται στο ενεργό παράθυρο εργασίας. Πραγματοποιείται η επίλυση οπότε εμφανίζεται παράθυρο διαλόγου όπως μπορείτε να δείτε παρακάτω στο οποίο δίνονται γενικά στοιχεία για τη λύση του προτύπου (παράθυρο κατάστασης) και παράθυρο αναφοράς στο οποίο δίνεται η αναλυτική επίλυση του προτύπου (το ένα παράθυρο μπορεί να επικαλύπτει το άλλο). Στο παράθυρο κατάστασης φαίνεται η κατάσταση επίλυσης του προτύπου (Status), το οποίο μπορεί να έχει βέλτιστη λύση (Optimal), να είναι μη φραγμένο (Unbounded) ή να μην έχει βέλτιστη λύση (Infeasible). Επίσης φαίνεται ο αριθμός των επαναλήψεων (Iterations), σε ποια επανάληψη υπήρξε αδυναμία εύρεσης βέλτιστης λύσης αν υπήρξε (Infeasibility), η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης (Objective), στοιχεία επίλυσης αν το πρόβλημα αφορούσε ακέραιο προγραμματισμό (Best IP, IP Bound, Branches) και ο χρόνος επίλυσης (Elapsed Time). Επίσης, δίνεται η συχνότητα ανανέωσης του παραθύρου διαλόγου όπως μπορείτε να διαπιστώσετε στον πίνακα 12 (Update Interval).



Πίνακα; 12

Το παράθυρο αναφοράς περιέχει τα αποτελέσματα της επίλυσης και θα αναλυθεί στη συνέχεια. Στη συνέχεια εμφανίζεται παράθυρο διαλόγου (πινάκα 12) το οποίο ζητά από τον χρήστη αν επιθυμεί ανάλυση ευαισθησίας (sensitivity analysis) στο πρότυπο.

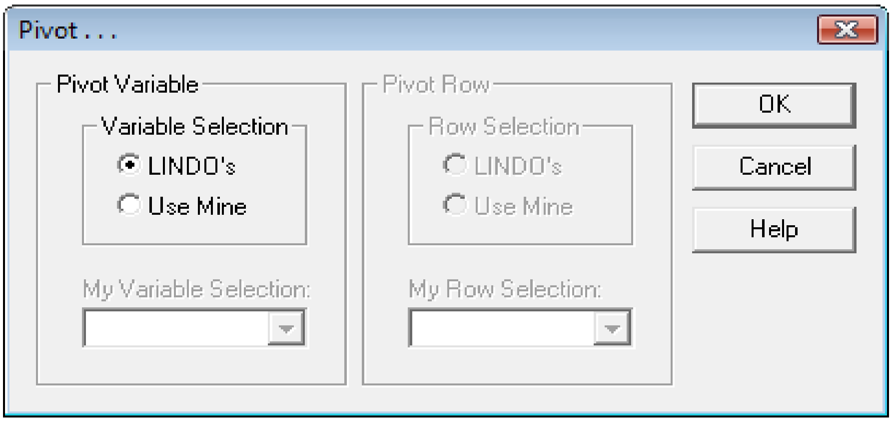


Αν ο χρήστης επιλέξει την πραγματοποίηση ανάλυσης ευαισθησίας, εμφανίζεται παράθυρο με τα αποτελέσματα αυτής (αναλύεται στη συνέχεια), αλλιώς η επίλυση τερματίζεται.

- **Compile Model** : Η εντολή αυτή πραγματοποιεί έλεγχο στη σύνταξη του προτύπου. Αν βρεθεί σφάλμα στο πρότυπο, η διαδικασία τερματίζεται και ο κέρσορας τοποθετείται στη γραμμή του προτύπου όπου υπάρχει αυτό, στο παράθυρο εργασίας.

- **Debug** : Εξετάζει αν το πρότυπο δεν έχει βέλτιστη λύση και είναι είτε μη φραγμένο, είναι αδύνατη η εύρεση βέλτιστης λύσης. Αν το πρότυπο είναι μη φραγμένο, εντοπίζονται περιορισμοί που αν δεν συμπεριληφθούν υπάρχει βέλτιστη λύση (SUFFICIENT SET (ROWS)) και περιορισμοί που δεν πρέπει να συμπεριληφθούν ώστε το πρότυπο να έχει βέλτιστη λύση. Αν το πρότυπο δεν δύναται να έχει βέλτιστη λύση, εντοπίζονται μεταβλητές που είναι υπαίτιες για την αδυναμία αυτή (SUFFICIENT SET (COLS)) και σύνολα μεταβλητών που πρέπει να ελεγχθούν ώστε να αντιμετωπιστεί η ανυπαρξία βέλτιστης λύσης (NECESSARY SET (COLS)).

- **Pivot**: Αποδίδει σε παράθυρο αναφοράς (παράθυρο αναφοράς Tableau) τους ενδιάμεσους πίνακες (Tableau) της μεθόδου SIMPLEX που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προτύπου. Με τη βοήθεια παραθύρου διαλόγου όπως μπορείτε να δείτε παρακάτω επιλέγεται αν οι μεταβλητές που θα εισέρχονται στη βάση (επιλογή “Variable Selection”) και αυτές που θα εξέρχονται από αυτή (επιλογή “Row Selection”) για την παραγωγή των νέων πινάκων SIMPLEX θα επιλέγονται από τη LINDO (επιλογή “LINDO’s) ή από τον χρήστη (Επιλογή “Use Mine”). Μετά την ολοκλήρωση της εντολής, όπως και στην εντολή Solve, εμφανίζεται παράθυρο κατάστασης (όπου εμφανίζεται η τρέχουσα κατάσταση όπως αριθμός επανάληψης, όχι βέλτιστη λύση κ.λπ.), ενώ σε παράθυρο αναφοράς (πίνακα 13)φαίνεται η αλλαγή .

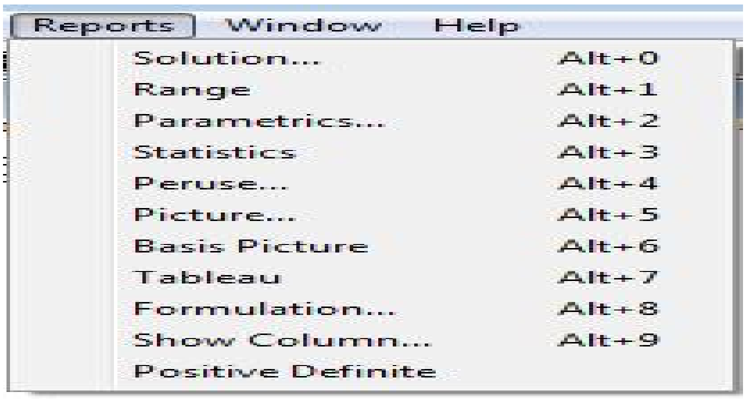


Πίνακας 13

- **Preemptive Goal** : Χρησιμοποιείται για να οριστούν περισσότερες από μια αντικειμενικές συναρτήσεις στο πρότυπο και η σειρά προτεραιότητας αυτών.

<u>(δ) Μενού “Reports”</u>

Στο μενού περιέχονται οι εντολές που αποδίδουν τις διάφορες αναφορές που παράγει το πρόγραμμα LINDO σε παράθυρα για το πρότυπο που βρίσκεται στο ενεργό παράθυρο εργασίας (πίνακα 14). Οι λειτουργιές του reports είναι solution, range, parametric, statistics, picture, basis picture, tablean, formulation, show column και positive definite .



Πίνακας 14

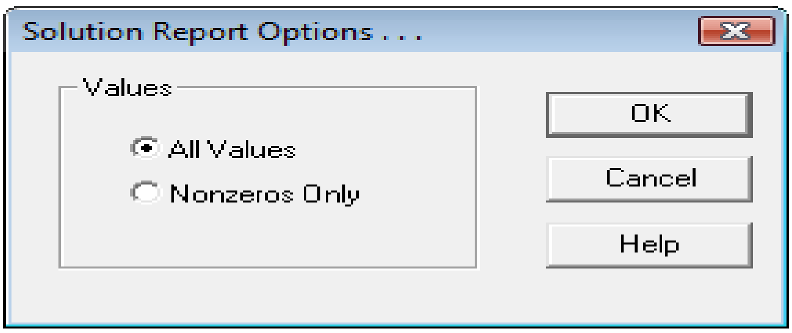
- **Solution**: Εμφανίζει την αναφορά επίλυσης του προτύπου, που αποτελεί τμήμα των αποτελεσμάτων της διαδικασίας επίλυσης. Η αναφορά αυτή χωρίζεται σε τρία τμήματα:

  - <u>Τιμές αντικειμενικής συνάρτησης:</u> Είναι η συνάρτηση που εκφράζει το αντικείμενο π.χ.(κόστος, κέρδος, πώλησης) το οποίο επιθυμούμε να βελτιστοποιούμε ή να ελαχιστοποιήσουμε και αυτό εκφράζεται με (min ή max).

  - <u>Τιμές μεταβλητών:</u> Ενός προβλήματος Γ.Π. είναι οι δραστηριότητες τις οποίες αναζητούμε προκειμένου να προσδιοριστούν οι ποσότητες του προβλήματος .

  - <u>Τιμές Περιορισμών:</u> Είναι ένα σύνολο αλγεβρικών ανισοτήτων ή ισοτήτων οι οποίες εκφράζουν τους περιορισμούς π.χ.(δυναμικότητας, διαθεσιμότητας πρώτων υλών τεχνολογίας).

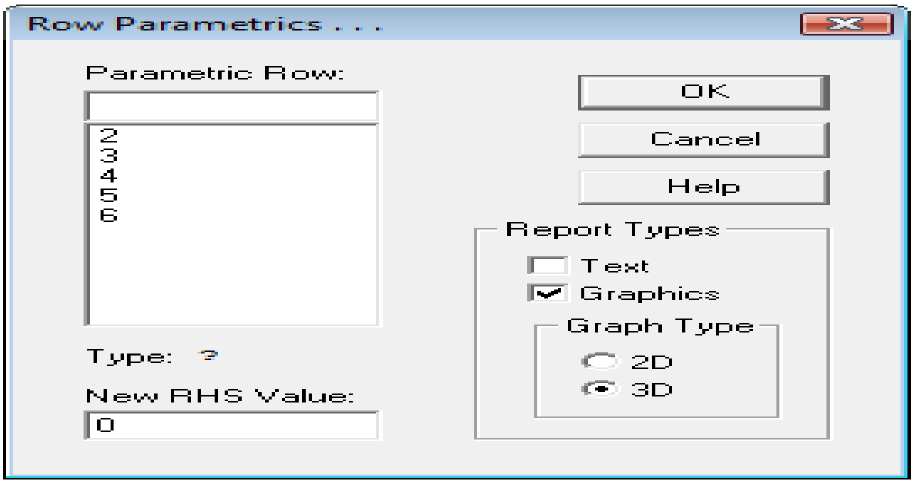
Μέσω παραθύρου διαλόγου που βλέπουμε στον ακόλουθο πίνακα 15 είναι δυνατή η επιλογή της εμφάνισης μόνο των μη μηδενικών τιμών των αποτελεσμάτων.



Πίνακας 15

- **Range:**: Εμφανίζει την αναφορά της ανάλυσης ευαισθησίας. Η αναφορά αυτή περιέχει το δυνατό εύρος μεταβολής κάθε συντελεστή της αντικειμενικής συνάρτησης όπως και το δυνατό εύρος μεταβολής του δεξιού μέλους κάθε περιορισμού (rhs), ώστε η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης να παραμένει η ίδια (ή αλλιώς να μην αλλάζει η βάση). Η αναφορά χωρίζεται σε δύο τμήματα:
  - Εύρος συντελεστών αντικειμενικής συνάρτησης, για το οποίο η βέλτιστη τιμή παραμένει αμετάβλητη.
  - Εύρος δεξιών μελών περιορισμών, για το οποίο η βέλτιστη τιμή παραμένει αμετάβλητη.

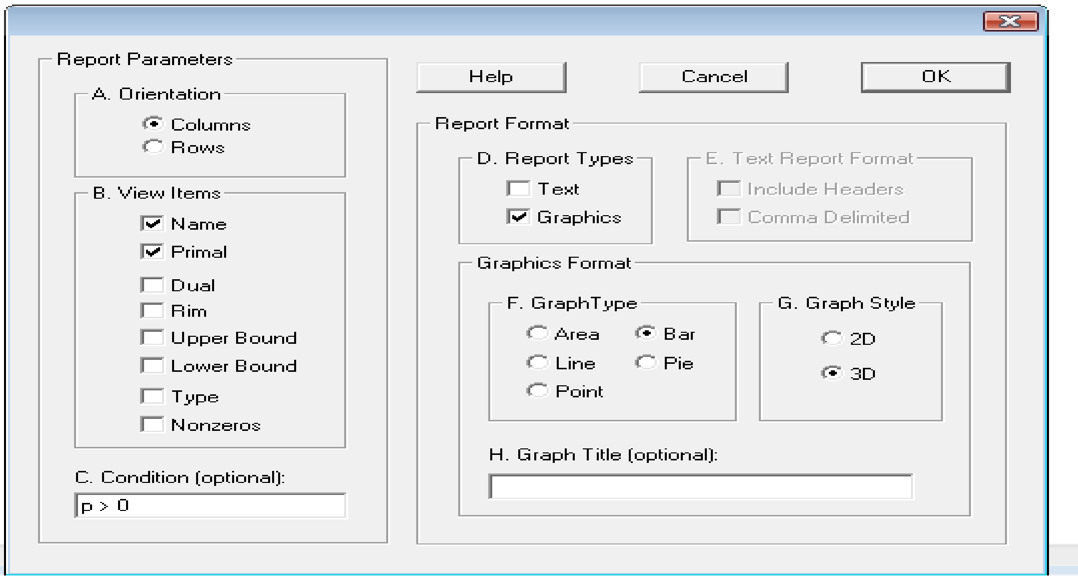
- **Parametrics** :Με την χρήση αυτής της εντολής πραγματοποιείται παραμετρική ανάλυση για τα δεξιά μέλη των περιορισμών. Με την κλήση της εντολής αυτής εμφανίζεται παράθυρο διαλόγου όπως μπορούμε να δούμε στην συνεχεία(πίνακα 16). Εκεί περιέχεται λίστα με τους αύξοντες αριθμούς των περιορισμών (2,3,....).



Πίνακας 16

- **Statistics** Με την εντολή αυτή αποδίδεται αναφορά με χαρακτηριστικά του προτύπου.

- **Peruse:** Με την εντολή αυτή μπορεί ο χρήστης να εξετάσει αναλυτικότερα τη δομή ή τη λύση ενός προτύπου, το οποίο έχει ήδη επιλυθεί. Με την κλήση της εντολής εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου της παρακάτω εικόνας(πίνακα 17):



Πίνακας 17

Στον πίνακα 17 με την εντολή peruse μας εμφανίζει ένα πίνακα που δίνει την δυνατότητα στον χρήστη να εξετάσει τις μεταβλητές (επιλογή Orientation => Columns) ή τους περιορισμούς (επιλογή Orientation=>Rows).

§ Επίσης έχει τη δυνατότητα να επιλέξει τα προς εμφάνιση στοιχεία (επιλογές View Items), τα οποία είναι:

ü Name (n): Όνομα μεταβλητής /περιορισμού.

ü Primal (p): Τιμή μεταβλητής /Περιθώρια τιμή του περιορισμού

ü Dual (d): Οριακό κόστος μεταβλητής /Δυαδική τιμή περιορισμού.

ü Rim ®: Συντελεστής μεταβλητής στην αντικειμενική συνάρτηση /τιμή δεξιού μέλους περιορισμού.

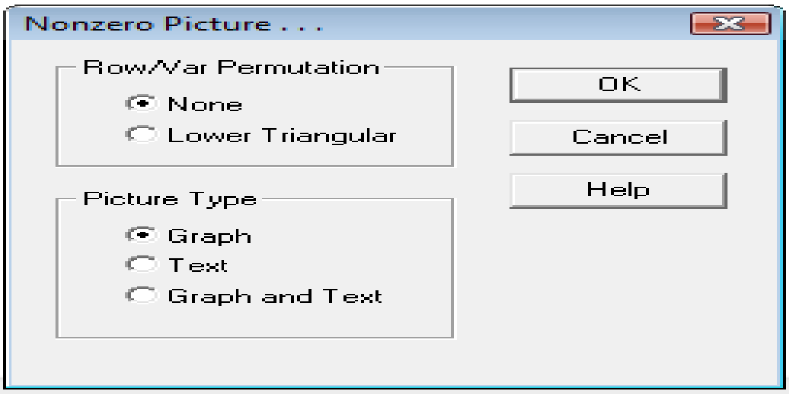
ü Upper Bound (u): Άνω όριο τιμής μεταβλητής

ü Lower Bound (i): Κάτω όριο τιμής μεταβλητής

ü Type(t): Τύπος μεταβλητής (πραγματική, ακέραια, κ.λ.π.) / Τύπος περιορισμού (ανισότητα, ισότητα).

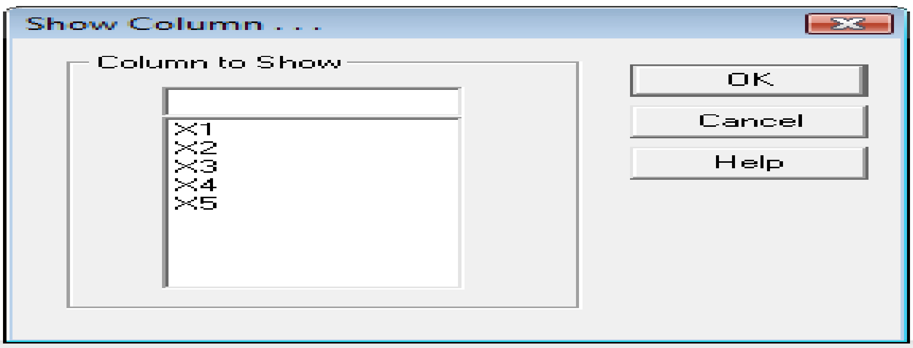
ü Nonzeros(z): Πλήθος μη μηδενικών στοιχείων ανά στήλη / Πλήθος μη μηδενικών στοιχείων ανά γραμμή.

v **Picture** :Με την εντολή αυτή εμφανίζεται το πρότυπο, που βρίσκεται στο ενεργό παράθυρο εργασίας, σε μορφή πίνακα (πίνακα 18). Στον πίνακα φαίνονται μόνο οι τιμές των μη μηδενικών παραμέτρων.



Πίνακας 18

- **Basis Picture** Εμφανίζει εικόνα της τρέχουσας βάσης της μεθόδου Simplex χρησιμοποιώντας μόνο τα πρόσημα των συντελεστών (μόνο συντελεστές μικρότεροι του 10 αν είναι ακέραιοι εμφανίζονται επακριβώς).
- **Tableau** :Συνδυάζεται με την εντολή Solution=>Pivot. Σε κάθε εκτέλεση της εντολής εμφανίζει τους ενδιάμεσους πίνακες (Tableu) του αλγόριθμου Simplex).
- **Formulation** :Εμφανίζει όλο το πρότυπο του παραθύρου εργασίας ή τμήμα του. Με τη βοήθεια παραθύρου διαλόγου επιλέγεται το τμήμα που θα εμφανιστεί σε παράθυρο αναφοράς .
- **Show Column** : Εμφανίζει πληροφορίες για κάθε μία από τις μεταβλητές του προτύπου, μέσω ενός παραθύρου διαλόγου στο παράθυρο αναφοράς(πίνακα 19).

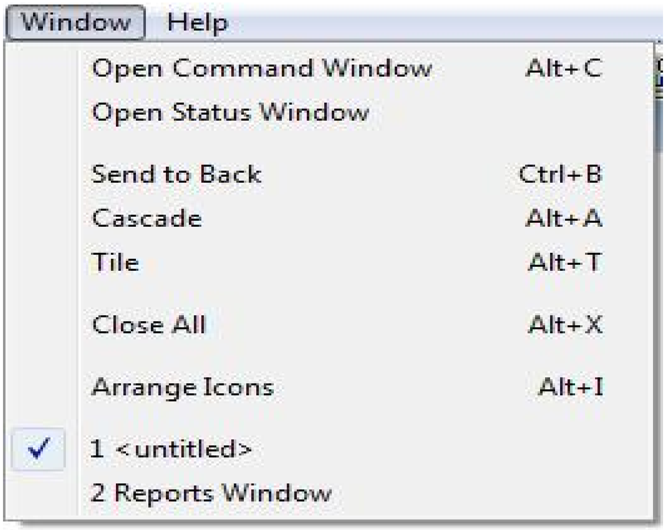


Πίνακας 19

- **Positive Definite:** Εντολή ελέγχου ύπαρξης λύσης σε πρότυπα τετραγωνικού προγραμματισμού.

<u>(δ) Μενού “Windows”</u>

Περιέχει εντολές για την διάταξη των παραθύρων εργασίας (πίνακα 20) και αναφορών του προγράμματος LINDO όπως μπορείτε να δείτε παρακάτω περιγράφονται αναλυτικότατα οι λειτουργίες του windows.

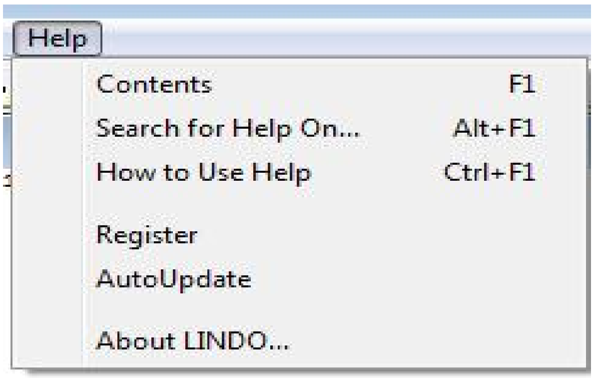


Πίνακας 20

- **Open Command Window**: Εμφανίζει παράθυρο όπου μπορούν να δημιουργηθούν ομάδες εντολών για τη λύση ενός προβλήματος.
- **Open Status Window:** Εμφανίζει παράθυρο κατάστασης για το ενεργό πρότυπο.
- **Send to Back** :Τοποθετεί το τρέχον ανοικτό παράθυρο εργασίας ή αναφοράς πίσω από όλα τα άλλα ανοικτά παράθυρα εργασίας ή αναφοράς.
- **Cascade** :Ταξινομεί τα ανοικτά παράθυρα διαδοχικά (το ένα να επικαλύπτει μερικώς το άλλο).
- **Tile** :Ταξινομεί τα ανοικτά παράθυρα σε οριζόντια και κάθετη διάταξη.
- **Close All** :Κλείνει όλα τα ανοικτά παράθυρα, προειδοποιώντας τον χρήστη αν χρειάζεται να αποθηκεύσει αλλαγές σε κάποιο από αυτά.
- **Arrange Icons:** Ταξινομεί παράθυρα τα οποία βρίσκονται σε κατάσταση ελαχιστοποίησης (minimize) στην κάτω αριστερά γωνία της κεντρικής οθόνης της LINDO.

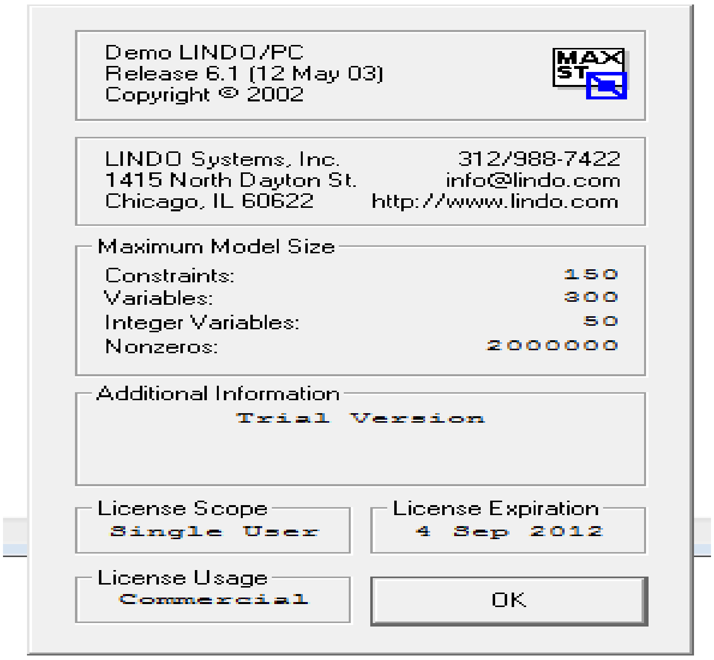
(στ) Επιλογή “Help”

Περιέχει εντολές που αφορούν τον ενσωματωμένο οδηγό βοήθειας της LINDO στον πίνακα 21. Οι λειτουργίες του help είναι contents, search for help on και about lindo όπως μπορείτε να δείτε παρακάτω όπου αναλύονται λεπτομερώς.



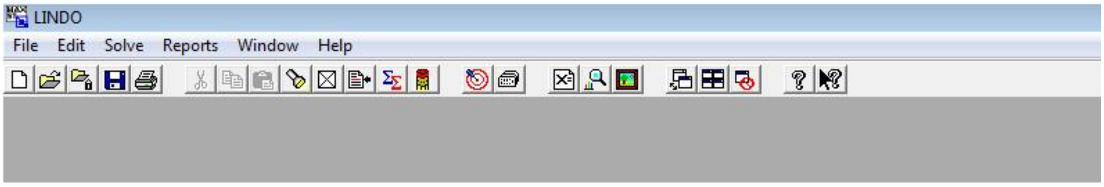
Πίνακας 21

- **Contents** :Εμφανίζει τα περιεχόμενα του οδηγού βοήθειας.
- **Search for Help On…:** Πραγματοποιεί την αναζήτηση θεμάτων ή λέξεων στον ενσωματωμένο οδηγό βοήθειας.
- **How to Use Help** Εμφανίζει πληροφορίες για την χρήση του οδηγού βοήθειας.
- **About LINDO:** Εμφανίζει το αρχικό παράθυρο διαλόγου(πίνακα 22) με πληροφορίες για τη LINDO



Πίνακας 22

Επιπλέον έκτος από το κεντρικό μενού εντολών που προφέρθηκε υπάρχουν και οι εντολές τον εικονιδίων όπως μπορείτε να δείτε στον πίνακα 23.



Πίνακας 23

Το πρώτο εικονίδιο έχει την αρμοδιότητα να ανοίγει ένα νέο παράθυρο επεξεργασίας(Edit Window). Στη συνεχεία το δεύτερο εικονίδιο έχει την δυνατότητα να ανοίγει ένα αρχείο πρότυπου από το δίσκο και το τοποθετεί στο παράθυρο επεξεργασίας .Επιπρόσθετα το τρίτο εικονίδιο μπορεί να διαβάζει ένα αρχείο από το δίσκο και να το τοποθετεί στο παράθυρο προβολής(View Window).Το τέταρτο εικονίδιο έχει τη δυνατότητα να αποθηκεύει τα περιεχόμενα του ενεργού παραθύρου στο δίσκο. Το έκτο εικονίδιο μπορεί να απομακρύνει και επικολλεί ένα επιλεγόμενο κείμενο από το παράθυρο επεξεργασίας σε άλλο σημείο του παραθύρου η σε άλλη εφαρμογή. Το έβδομο εικονίδιο έχει τη δυνατότητα να επικόλληση σύμβολα δηλ. εμφανίζετε ένα πλαίσιο διαλόγου με τα δεδομένα σύμβολα του LINDO και τα ονόματα των μεταβλητών και γραμμών του μοντέλου.

Το ένατο εικονίδιο χρησιμοποιείται είτε στο παράθυρο επεξεργασίας είτε στο παράθυρο προβολής για τον εντοπισμό συγκεκριμένου κειμένου. Αν θέλουμε μπορούμε να αντικαταστήσουμε το κείμενο με άλλο. Επίσης το δέκατο εικονίδιο χρησιμοποιείται για να τροποποίηση εξ ορισμού (default) παραμέτρους του συστήματος π.χ. την ανοχή βελτιστοποίησης. Το δέκατο τρίτο εικονίδιο μπορεί και διαγράφει ολόκληρο το περιεχόμενο του ενεργού παραθύρου και είναι χρήσιμη εντολή διότι όταν θέλουμε να διαγράψουμε το παράθυρο αναφοράς από προηγούμενες λύσεις. Το δέκατο τέταρτο εικονίδιο έχει την αρμοδιότητα να επιλύει και είναι η βασικότερη εντολή , με αυτή επιλύουμε το μοντέλο, επίσης προβάλλει τα ποσοστά μεγέθη της λύσης του μοντέλου σε γραφική απεικόνιση η σε μορφή κειμένου. Ακόμη το δέκατο πέμπτο εικονίδιο έχει την ιδιότητα να μεταφράζει (compile) το μοντέλο αν θέλουμε. Το δέκατο έκτο εικονίδιο αποστέλλει μια τυπική λύση στο παράθυρο αναφορών. Το δέκατο όγδοο εικονίδιο μπορεί να εμφανίσει το μοντέλο σε μορφή πίνακα με δυνατότητα γραφικής απεικονίσεις κ απεικονίσεις κειμένου. Τέλος το τρίτο εικονίδιο από το τέλος έχει την δυνατότητα να κλίνει όλα τα ανοιχτά παράθυρα και τα πλαίσια διαλόγου.

2.1.ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥ LINDO ΣΤΗΝ ΣΥΝΤΑΞΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ Γ.Π.

Για την ορθή σύνταξη ενός προβλήματος Γ.Π. στο LINDO, πρέπει να ακολουθούνται μερικοί απλοί κανόνες :

- Η αντικειμενική συνάρτηση πρέπει πάντα να αρχίζει με την λέξη MAX (για ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης), ή MIN (για ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης).
- Το τέλος της αντικειμενικής συναρτήσεις και η αρχή των περιορισμών δηλώνεται με μία από τις εξής λέξεις (SUBJECT TO, SUCH THAT, S.T., ST).
- Το τέλος των περιορισμών δηλώνεται με τη λέξη END.Αυτή χρησιμοποιείται όταν υπάρχουν εντολές του LINDO μετά τους περιορισμούς.
- Τα ονόματα των μεταβλητών του LINDO έχουν περιορισμό μέχρι οκτώ χαρακτήρες. Τα ονόματα αρχίζουν με ένα αλφαβητικό χαρακτήρα (A μέχρι Z) και δεν πρέπει να περιλαμβάνουν τους επομένους επτά χαρακτήρες: (! , > , + , -, = ,<).
- Πολλές φορές είναι σκόπιμη η ονομασία των περιορισμών. Με αυτό τον τρόπο γίνεται ευκολότερη η ανάγνωση των αναφορών. Για την ονομασία κάποιου περιορισμού ακλουθούμε την ονοματολογία όπως και στις μεταβλητές θέτοντας μια δεξιά παρένθεση στο τέλος π.χ. για ένα περιορισμό με όνομα XBOUND γραφούμε : XBOUND) X<10.
- Το LINDO αναγνωρίζει πέντε τελεστές : +, - , >, <, =, .Υπόψη ότι τον τελεστή > τον μεταφράζει σαν >= και τον τελεστή < σαν <= .
- Σχόλια τοποθετούνται οπουδήποτε στο μοντέλο και διευκολύνουν την ανάγνωση και επαλήθευση του και συμβολίζεται με ένα θαυμαστικό.

Σε περίπτωση ειδικών συνθηκών για τις μεταβλητές του προβλήματος (π.χ. ακέραιες, με ανώτερο όριο τιμών, κλπ), μετά την δήλωση END μπορούν να ακολουθήσουν οι δηλώσεις:

- FREE è οι μεταβλητές που ακολουθούν μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή θετική ή αρνητική εκφράζοντας έως FREE Y.
- GIN è οι μεταβλητές που ακολουθούν παίρνουν μη-αρνητικές ακέραιες τιμές εκφράζοντας έως GIN X.
- INT è οι μεταβλητές που ακολουθούν παίρνουν δυαδικές τιμές εκφράζονται έως INT X.
- SLB è οι μεταβλητές που ακολουθούν παίρνουν τιμές πάνω από ένα όριο π.χ. X>=2 εκφράζονται έως SLB X2.

ü SUB è οι μεταβλητές που ακολουθούν παίρνουν τιμές πάνω από ένα όριο π.χ. X>=10 εκφράζονται έως SUBX10 .

ü TITLE è δίνει την δυνατότητα να περάσουμε ένα τίτλο στο πρόβλημα.

ü

Λαμβάνοντας υπόψη όλα όσα αναφέρθηκαν για την κεντρική οθόνη και τις εντολές που παρέχει το μενού του προγράμματος LINDO θα εξετάσουμε την επίλυση του μοντέλου και τα βασικά στοιχειά που εμφανίζει το παράθυρο διαλόγου όπως μπορούμε να δούμε στον πίνακα 24.

Reports Window

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP       1

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)      82175.00

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X1      3800.000000          0.000000
       X2         0.000000          0.250000
       X3       100.000000          0.000000
       X4      3800.000000          0.000000
       X5       300.000000          0.000000

      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
       2)         0.000000        -12.250000
       3)         0.000000        -13.750000
       4)         0.000000          2.000000
       5)         0.000000          3.500000
       6)       200.000000          0.000000

NO. ITERATIONS=        1

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                          OBJ COEFFICIENT RANGES
VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                  COEF          INCREASE         DECREASE
      X1       10.250000        2.000000         INFINITY
      X2       12.500000        INFINITY         0.250000
      X3        1.500000        2.000000         0.250000
      X4       10.250000        3.500000         INFINITY
      X5       13.750000        0.250000         2.000000

                          RIGHTHAND SIDE RANGES
     ROW         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                  RHS           INCREASE         DECREASE
       2      3700.000000      100.000000       200.000000
       3      4200.000000       INFINITY        300.000000
       4      3800.000000      200.000000       100.000000
       5      3800.000000      300.000000      3800.000000
       6       300.000000       INFINITY        200.000000
```

Πίνακας 24

Στο παράθυρο διαλόγου όπως μπορούμε να διαπιστώσουμε κοιτάζοντας την εικόνα ότι έχει χωριστεί σε δυο μέρη το πρώτο μέρος είναι LP OPTIMUM FOUND AT STEP και έχει τα εξής βασικά στοιχεία :

v **OBJECTIVE FUNCTION VALUE** è Μας αναφέρει την βέλτιστη τιμή τις αντικειμενικής συνάρτησης.

v **VARIABLE** è Η πρώτη στήλη μας παρουσιάζει τις μεταβλητές που έχουμε χρησιμοποιήσει για την επίλυση του μοντέλου .

- **VALUE** è Η δεύτερη στήλη μας εμφανίζει τις τιμές που παίρνουν οι μεταβλητές μετά την επίλυση του μοντέλου.
- **REDUCED COST** è Η τρίτη στήλη είναι το μειωμένο κόστος που μας αναφέρει τι πρέπει να κάνουμε στο συντελεστή της παράγωγης που δεν παράγει X i=0 ώστε το προϊόν να γίνει ανταγωνιστικό και να παραχθεί. Για προβλήματα max αυξάνει τον συντελεστή που δεν παράγει όσο μας ενδιαφέρει reduced cost ενώ για προβλήματα min μειώνουμε το συντελεστή που δεν παράγει κατά όσο μας αναφέρει η reduced cost).
- **ROW** è Αναφέρεται στους περιορισμούς του μοντέλου**.**
- **SLACK OR SURPLUS** è Η στήλη αυτή αναφέρει τι υπόλοιπο ή τι περίσσευμα υπάρχει από κάθε περιορισμό μας. Για περιορισμούς της φοράς >= θα εκφράζει τις παραπάνω μονάδες που απαιτούνται από των συγκεκριμένο περιορισμό ενώ για περιορισμούς της φοράς <= θα εκφράζει το υπόλοιπο από των κάθε περιορισμό και τις πρώτες ύλες που έχουν μείνει από τους διαθέσιμους πόρους .
- **DUAL PRICES** è Ονομάζεται η δυική τιμή η οποία εκφράζει την τρέχουσα αξία των πρώτων υλών δηλ. πόσο κοστίζει η αγορά εξτρά μονάδων.

Στο δεύτερο μέρος είναι RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED και όπως μπορούμε να δούμε στον πίνακα 24 αναφέρεται σε δυο τμήματα:

- ü Στο πρώτο τμήμα αναφέρονται τα διαστήματα επιτρεπομένης μεταβολής των συντελεστών της αντικειμενικής συνάρτησης που δεν αλλάζουν το πρόγραμμα παράγωγης .
- ü Στο δεύτερο αναφέρονται τα διαστήματα επιτρεπομένης μεταβολής των τιμών των δεξιών σταθερών όπου οι δυϊκές τιμές των περιορισμών παραμένουν σταθερές.

Στο πρώτο τμήμα είναι OBJ COEFFICIENT RANGES(είναι η επιτρεπτή μεταβολή των συντελεστών της συνάρτησης) και παρέχει τα εξής σημαντικά στοιχειά:

- **VARIABLE** è Η στήλη αυτή απεικονίζει τις μεταβλητές του μοντέλου μας.
- **CURRENT COEF** è Στη στήλη αυτή αναφέρονται οι τρέχουσες τιμές των μεταβλητών του μοντέλου.
- **ALLOWABLE INCREASE** è Στη στήλη αυτή αναφέρονται πόσο μπορεί να αυξηθούν οι τιμές των μεταβλητών του μοντέλου.
- **ALLOWABLE DECREASE** è Στη στήλη αυτή αναφέρονται πόσο μπορεί να μειωθούν οι τιμές των μεταβλητών του μοντέλου.

Στο δεύτερο τμήμα είναι RIGHTHAND SIDE RANGES(είναι η επιτρεπτή μεταβολή των συντελεστών στο δεξί μέρος της συνάρτησης) και παρέχει τα εξής στοιχεία :

- **ROW** è Η στήλη αυτή αναφέρεται στους περιορισμούς στο δεξί μέρος του μοντέλου μας .

- **CURRENT RHS è** Στη στήλη αυτή αναφέρονται οι τρέχουσες τιμές των μεταβλητών στο δεξί μέρος του μοντέλου.
- **ALLOWABLE INCREASE è** Στη στήλη αυτή αναφέρονται πόσο μπορεί να αυξηθούν οι τιμές των μεταβλητών στο δεξί μέρος του μοντέλου.
- **ALLOWABLE DECREASE è** Στη στήλη αυτή αναφέρονται πόσο μπορεί να μειωθούν οι τιμές των μεταβλητών δεξί μέρος του μοντέλου.

Στην αναφορά το παράθυρο διαλόγου του LINDO περιέχονται οι εξής πληροφορίες:

- Σε ποσά βήματα έχει εντοπίσει την βέλτιστη λύση
- Την βέλτιστη τιμή τις αντικειμενικής συνάρτησης
- Τις βέλτιστες τιμές των μεταβλητών απόφασης(στήλη VALUE) μας δείχνει την βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης)
- Τις τιμές του επιπλέον- μειωμένου κόστους (στήλη REDUCED COST)
- Τις πρόσθετες μεταβλητές-αποκλισεις στους περιορισμούς (στήλη SLACK OR SURPLUS)
- Τις δυικές τιμές των περιορισμών (DUAL PRICES)

Ο στόχος της επίλυσης ενός προβλήματος Γ.Π. δεν ολοκληρώνεται με την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Σε πραγματικά προβλήματα , την επίλυση του προβλήματος ακολουθεί η ανάλυση ευαισθησίας που στοχεύει στο να προσδιορίσει πόσο εύκολα είναι δυνατόν να αλλάξει (ή πόσο ευαίσθητη είναι) η βέλτιστη λύση. Με την ανάλυση ευαισθησίας διερευνούμε πόσο ευαίσθητη είναι η άριστη λύση σε μεταβλητές των τιμών που προσδιορίζουν το πρόβλημα.

Η διοίκηση μια επιχείρησης ή ενός οργανισμού ελέγχει την ευαισθησία της λύσης ώστε να λάβει ορθές αποφάσεις. Όσο λιγότερο ευαίσθητη είναι η λύση τόσο μεγαλύτερη σιγουριά έχουμε ότι το αποτέλεσμα που βρήκαμε, θα διατηρηθεί. Αντίθετα υπερβολικά ευαίσθητες λύσεις συχνά οδηγούν στον επαναπροσδιορισμό του προβλήματος.

2.2.ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΕΝΟΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ Γ.Π. ΣΤΟ LINDO

Ο καλύτερος τρόπος για να κατανοήσει και να εξοικειωθεί ο ενδιαφερόμενος μπορεί να προσαρμόσει ένα πρόβλημα Γ.Π. στο πρόγραμμα LINDO.Στην συνέχεια όπως θα διαπιστώσετε θα αναφερθώ σε ένα πρόβλημα μιας εταιρίας και πως μπορεί να λύσει κάποια ερωτήματα το πρόγραμμα LINDO.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1^{ο}

Η εταιρία ΙΚΕΑ κατασκευάζει γραφεία που τα πουλάει σε εργοστάσια. Οι απαιτήσεις προβλέπουν ότι το 1^{ο} τρίμηνο του χρόνου(Ιανουάριος-Μάρτιος) και το 2^{ο} τρίμηνο (Απρίλιος-Ιούνιος) είναι 3700 και 4200 γραφεία αντίστοιχα. Η ΙΚΕΑ έχει σαν πολιτική να ικανοποιήσει την αγορά οποιαδήποτε στιγμή και αν υποβληθεί η παραγγελία αυτή.

Τα γραφεία περιέχουν στο πάνω μέρος γυαλί το οποίο μπορεί να κατασκευαστεί είτε από τη ΙΚΕΑ είτε από τα ΕΝΤΟΣ ΕΚΤΟΣ (που είναι εξωτερικός συνεργάτης). Τα ΕΝΤΟΣ ΕΚΤΟΣ χρεώνει 12.50 ανά τετραγωνικό το γυαλί , αλλά ανακοίνωσε ότι μετά την 1 Απριλίου θα αυξηθεί η τιμή του γυαλιού σε 13.75. Η ΙΚΕΑ μπορεί να κατασκευάσει το ίδιο γυαλί με 10.25 κόστος. Η ΙΚΕΑ μπορεί να παράγει έως 3800 γυαλιά ανά τρίμηνο .

Το γυαλί το οποίο είτε κατασκευάζεται είτε αγοράζεται στο 1^{ο} τρίμηνο και χρησιμοποιείται για να ικανοποιήσουν τις απαιτήσεις του 2^{ο} τρίμηνο κοστίζει στην ΙΚΕΑ 1.50 το κάθε γυαλί για να παραμείνουν στο χώρο αποθήκευσης (δεδομένου ότι υπάρχουν έως 300 θέσεις διαθέσιμες στους χώρους αποθήκευσης).

Κάποια ερωτήματα που μπορεί να αναρωτηθεί η εταιρία ΙΚΕΑ είναι τα εξής :

1) Να βρεθεί ο αριθμός των γυαλιών που θα αγοραστούν ή θα παραχθούν από την ΙΚΕΑ για κάθε τρίμηνο ώστε να ελαχιστοποιηθεί το κόστος ;
2) Να βρεθεί ποια είναι η βέλτιστη λύση και η βέλτιστη τιμή;
3) Αν το κόστος αποθήκευσης αυξηθεί από 1.5 στο 2.5 θα αλλάξει η βέλτιστη λύση του προβλήματος; Η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης θα αλλάξει και ποια θα είναι η νέα τιμή της ;
4) Αν η ΕΝΟΣ ΕΚΤΟΣ μειώσει την τιμή πώλησης κάθε γυαλιού που πουλάει από 12.5 σε 12.25 η εταιρία ΙΚΕΑ θα αγοράσει καθόλου καθίσματα το 1^{ο} τρίμηνο του χρόνου(Ιανουάριος-Μάρτιο);
5) Αν στο δεύτερο τρίμηνο το κόστος παραγωγής ανά γυαλιού τις εταιρίας ΙΚΕΑ αυξηθεί κατά 1.25 και η εταιρία ΕΝΤΟΣ ΕΚΤΟΣ αλλάξει γνώμη για την σχετική ανακοίνωση αύξησης χρέωσης της κάθε γραφείο (δηλ να πουλάει τη κάθε γραφείο 12.5), η βέλτιστη λύση θα αλλάξει;
6) Αν η ΙΚΕΑ εταιρία αυξήσει την παράγωγη κατά 100 γυαλιά στο 2^{ο} τρίμηνο ποιο θα είναι το όφελος (αν υπάρχει) για την εταιρία;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ:

X1 **è** αριθμός ανά τετραγωνικό γυαλιού παράγει η ΙΚΕΑ στο 1^o τρίμηνο
X2 **è** αριθμός ανά τετραγωνικό γυαλιού που αγοράζει η ΙΚΕΑ από την ΕΝΤΟΣ ΕΚΤΟΣ στο 1^o τρίμηνο

X3 **è** αριθμός ανά τετραγωνικό γυαλιού που παραμένει στην αποθήκη στο 2^o τρίμηνο

X4 **è** αριθμός ανά τετραγωνικό γυαλιού που παράγει η ΙΚΕΑ στο 2^o τρίμηνο

X5 **è** αριθμός ανά τετραγωνικό γυαλιού που αγοράζει η ΙΚΕΑ από την ΕΝΤΟΣ ΕΚΤΟΣ στο 2^o τρίμηνο

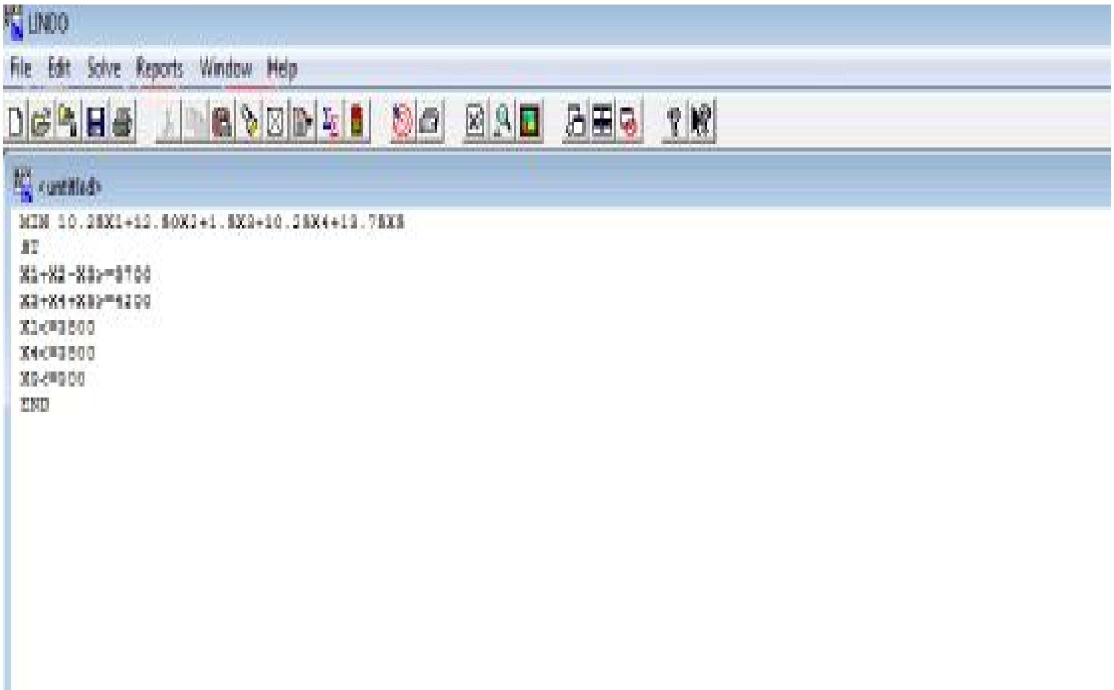
ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ:

$$Min(k\acute{o}s\,toV)10,25X1+12,50X2+1,5X3+10,25X4+13,75X5$$

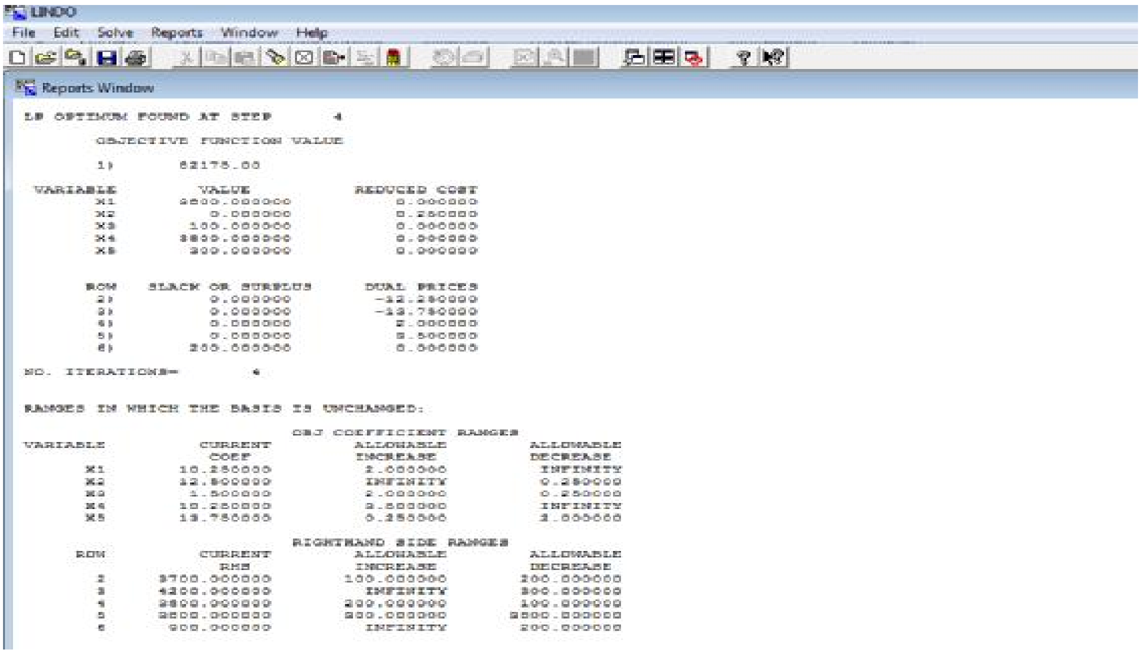
ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ

$X1+X2-X3>=3700$ $X3+X4+X5>=4200$ $X1<=3800$
$X4<=3800$ kai $X3<=300$

Βρίσκοντας τις μεταβλητές, την αντικειμενική συνάρτηση και τους περιορισμούς τα τοποθετούμε στο πρόγραμμα LINDO για να δούμε τα ακόλουθα αποτελέσματα.



Στη συνεχεία πατάμε επίλυση του μοντέλου αυτού και μας εμφανίζει το status window όπως μπορείτε να δείτε παρακάτω.



Ακολουθεί η επίλυση των προβλημάτων σύμφωνα με τα δεδομένα του status window που βοηθούν την εταιρία IKEA να ελαχιστοποίησει το κόστος της.

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

$1^o trímhno \rightarrow X1 + X2 = 3800 + 0 = 3800$

$2^o trímhno \rightarrow X4 + X5 = 3800 + 3800 = 4100$

ΕΡΩΤΗΜΑ 2

Η βέλτιστη τιμή είναι 82175 και η βέλτιστη λύση είναι X1=3800, X2=0, X3=100, X4=3800 και X5=300.

Για να βρούμε την νέα βέλτιστη τιμή πρέπει να ακολουθήσουμε κάποια βήματα που είναι τα εξής:

ΒΗΜΑ1

Γραφώ την νέα αντικειμενική μου συνάρτηση συμφώνα με τις αλλαγές που μας ανέφερε το ερώτημα 3

ΒΗΜΑ2

Ελέγχω αν η νέα τιμή ανήκει στο επιτρεπτό διάστημα μεταβολής με τον εξής τύπο:

$[CURRENTRHS - ALLOWABLEINCREASE, CURRENTRHS + ALLOWABLEINCREASE]$. Τα δεδομένα για τον τύπο αυτό παίρνω από τον πινάκα OBJCTIVE FUNCTION VALUE .

ΒΗΜΑ 3

Εάν η νέα τιμή ανήκει μέσα στο διάστημα τότε η βέλτιστη λύση δεν αλλάζει, διαφορετικά αναφέρω ότι αλλάζει ασταμάτητα. Σε περίπτωση που έχουμε μεταβολή σε 2 ή περισσότερα στην αντικειμενική συνάρτηση ελέγχω και το βήμα 4.

ΒΗΜΑ 4

(Κανόνας 100%) αθροίζω τις μεταβλητές (%) σε όσους συντελεστές αλλαχτήκαν στην αντικειμενική συνάρτηση και αν το αποτέλεσμα είναι <= 100 % τότε η βέλτιστη λύση **ΔΕΝ** αλλάζει. Για να βρω την μεταβλητή του κάθε συντελεστή γράφω των εξής τύπο:

$$\frac{|\,Metabolή tousuntelestή Xi\,|}{Allowable\ increase Xi\ ή Allowable\ decrease}$$

Με αυτά τα βήματα θα καθοδηγηθούμε για να ανταποκριθούμε στις απαιτήσεις του ερωτήματος 3.

ΕΡΩΤΗΜΑ 3

ΒΗΜΑ 1

MIN(κόστος) 10,25X1+12,50X2+2,5X3+10,25X4+13,75X5(νέα αντικειμενική συνάρτηση).

ΒΗΜΑ 2

Ελέγχω αν η τιμή 2.5 ανήκει στο διάστημα [1.25 , 3.5] σύμφωνα με τον τύπο που προανέφερα.

ΒΗΜΑ 3

Άρα 2.5 ανήκει στο επιτρεπτό διάστημα όποτε η βέλτιστη λύση **ΔΕΝ** αλλάζει. Όποτε έχω: $MIN 10,25\,X1 + 12,50X2 + 2,5X3 + 10,25X4 + 13,75X5$ και κάνω αντικατάσταση στην αντικειμενική συνάρτηση και βρίσκω την βέλτιστη λύση που είναι 82275.

ΕΡΩΤΗΜΑ 4

Η στήλη Reduced cost-μειωμένο κόστος μας αναφέρει τι πρέπει να κάνουμε σε περίπτωση που κάποια μεταβλητή δεν παράγει Xi=0 .Εάν θέλουμε να παράγουμε την μεταβλητή που δεν παράγει τότε:

a) Στην περίπτωση που ζητείται το Max, θα οδηγηθούμε σε αύξηση του συντελεστή της μεταβλητής αυτής κατά όσο μας διατυπώνει η στήλη Reduced cost.
b) Στην περίπτωση που ζητείται το Min, θα οδηγηθούμε σε μείωση του συντελεστή της μεταβλητής αυτής κατά όσο μας διατυπώνει η στήλη Reduced cost.

$MIN 10,25X1 + 12,50X2 + 2,5X3 + 10,25X4 + 13,75X5.$

Σύμφωνα με όσα αναφέραμε διαπιστώνουμε ότι η μεταβλητή X2 στη στήλη Reduced cost δεν παράγει δηλ. η ΙΚΕΑ δεν αγοράζει από ΕΝΤΟΣ ΕΚΤΟΣ στο 1^{ο} τρίμηνο με μειώσει κατά 0.25 στη τιμή πώλησης τις ΕΝΤΟΣ ΕΚΤΟΣ δηλ σε 12.25 τότε η ΙΚΕΑ θα αγοράσει από την ΕΝΤΟΣ ΕΚΤΟΣ .

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ!

Η τιμή 12.25 ταυτίζετε με την τιμή σε περίπτωση που θέλουν να παράγουν. Αρά **Ναι**, η ΙΚΕΑ θα αγοράσει από την ΕΝΤΟΣ ΕΚΤΟΣ .

ΕΡΩΤΗΜΑ 5

ΒΗΜΑ 1

$MIN\left(kós\,toV\right)10,25X1+12,50X2+1,5X3+11,25X4+12,75X5$(νέα αντικειμενική συνάρτηση).

ΒΗΜΑ 2

Ελέγχω αν οι νέες τιμές ανήκουν στο διάστημα σύμφωνα με τον τύπο που προανέφερα. Χ4 (-άπυρο, 13.75] ανήκει στον αριθμό 11.5 και το Χ5 [1.75, 14] ανήκει στον αριθμό 12.5

ΒΗΜΑ 3

Άρα οι τιμές ανήκουν στο επιτρεπτό διάστημα όποτε η βέλτιστη λύση **ΔΕΝ** αλλάζει.

ΒΗΜΑ 4

(Κανόνας 100%) βρίσκω την μεταβλητή για κάθε συντελεστή χρησιμοποιώντας των τύπο:

$$\frac{\mathrm{M}etablht\acute{\eta}}{AllowableincreaseXi\ \acute{\eta}Allowabledecrease}*100\%$$

Εάν το άθροισμα των μεταβλητών είναι <=100% η βέλτιστη λύση ΔΕΝ αλλάζει

% μεταβολή Χ4 = 1.25/3.5 *100% =35.7% - χρησιμοποιήσαμε Allowable increase διότι έχουμε αύξηση Ενώ,

% μεταβολή Χ5 =1.24/2*100%= 62.5 χρησιμοποιήσαμε Allowable decrease διότι έχουμε μείωση.

Κανόνας 100%=35.7%+62.5%=98.21 <100 Αρά δεν θα αλλάξει η βέλτιστη λύση.

ΕΡΩΤΗΜΑ 6

ΒΗΜΑ 1

Γραφώ των νέο περιορισμό X4<=3900

ΒΗΜΑ 2

Ελέγχω αν η νέα τιμή ανήκει 3900 στο διάστημα του περιορισμού σύμφωνα με τον τύπο που προανέφερα. [0, 4100] ανήκει στο 3900

ΒΗΜΑ 3

Βρίσκω την νέα τιμή τις αντικειμενικής συναρτήσεις από τον τύπο:

$Max^{n\acute{\epsilon}o} = Max^{arcik\acute{o}} + (\left| metabol\acute{\eta} \right| * dualprice)$.Αν έχουμε max στην περίπτωση αυτή έχουμε : $Min^{n\acute{\epsilon}o} = Min^{arcik\acute{o}} - (\left| metabol\acute{\eta} \right| * dualprice) = 82175 - (100 * 3.5) = 81825.$ Το όφελος την εταιρίας ΙΚΕΑ είναι 350 και το βρίσκουμε από τη παρένθεση :

$(\left| metabol\acute{\eta} \right| * dualprice)$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ MATLAB

Όπως έγινε αντιληπτό στο προηγούμενο κεφάλαιο αναλύσαμε την επίλυση και γενικότερα όλη την διαχείριση του προγράμματος LINDO. Επίσης υπάρχουν και αλλά λογισμικά εξίσου σημαντικά και δημοφιλή όπως είναι και το πρόγραμμα MATLAB .Αρχικά θα αναλύσουμε κάποια βασικά στοιχειά και ορολογίες που θα μας βοηθήσουν να κατανοήσουμε το πρόγραμμα αυτό. Μετέπειτα θα περιγράψουμε τις εντολές και τις λειτουργίες που χρησιμοποιούμε στο πρόγραμμα αυτό. Για το κεφάλαιο αυτό χρησιμοποιήθηκαν οι πηγές [1],[8],[12],[13],[14].

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Έκτος από το πρόγραμμα LINDO που αναλύσαμε στα προηγούμενα κεφάλαια υπάρχουν και αλλά προγράμματα που χρησιμοποιούνται στα πανεπιστήμια, στις επιχειρήσεις και στα ερευνητικά κέντρα. Μια μεγάλη σειρά Πληροφοριακών Συστημάτων ή απλών προγραμμάτων ηλεκτρονικού υπολογιστή για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού επιλύει πολύ πιο εύκολα και γρήγορα, αφήνοντας πίσω την επίπονη και χρονοβόρα διαδικασία επίλυσης των προβλημάτων με «χαρτί και μολύβι». Τέτοια λογισμικά είναι τα εξής: AIMMS, AMPL, CPLEX, EXCEL, GAMS, Gurobi, IMSL, LINDO, LINGO, Maple, MATLAB, Mathematica, MOPS, MOSEK, OptimJ, SAS, Xpress-MP και LP32. Στην προκείμενη περίπτωση θα συγκρίνουμε το πρόγραμμα LINDOμε το πρόγραμμα MATLAB.

Το λογισμικό MATLAB, που παίρνει το όνομά του από τις λέξεις **MAT**rix **LAB**oratory, είναι ένα σύγχρονο ολοκληρωμένο μαθηματικό πακέτο που χρησιμοποιείται εκτενώς στα πανεπιστήμια και στη βιομηχανία. Είναι ένα διαδραστικό (interactive) πρόγραμμα για *αριθμητικούς* υπολογισμούς και για κατασκευή γραφημάτων, αλλά παρέχει επίσης και τη δυνατότητα προγραμματισμού, κάτι που το καθιστά ένα χρησιμότατο εργαλείο για όλους όσους ασχολούνται με τις θετικές επιστήμες (και όχι μόνο).

Η γλώσσα προγραμματισμού του MATLAB δίνει την ευχέρεια στον χρήστη να το επεκτείνει με δικά του προγράμματα. Επιπρόσθετα έχει την δυνατότητα να επίλυση προβλήματα γραμμικών συστημάτων, εύρεση ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων και αντιστροφή τετραγωνικού πίνακα. Επιπλέον το πακέτο αυτό είναι εφοδιασμένο με πολλές επιλογές για γραφικά και προγράμματα γραμμένα στη δική του γλώσσα προγραμματισμού για την επίλυση άλλων προβλημάτων όπως η εύρεση των ριζών μη γραμμικής εξίσωσης, η επίλυση μη γραμμικών συστημάτων, η επίλυση προβλημάτων αρχικών τιμών με συνήθεις διαφορικές εξισώσεις .

Το MATLAB είναι σχεδιασμένο για την αριθμητική επίλυση προβλημάτων σε αριθμητική πεπερασμένης ακρίβειας (finite-precision arithmetic). Με άλλα λόγια, δεν βρίσκει την ακριβή λύση αλλά μια προσεγγιστική λύση ενός προβλήματος. Αυτή είναι και η βασική του διαφορά από τα συστήματα συμβολικών υπολογισμών όπως το πρόγραμμα LINDO.

Το πρόγραμμα Matlab αποτελεί μία ισχυρή γλώσσα προγραμματισμού υψηλού επιπέδου που χρησιμοποιείται για επιστημονικούς σκοπούς. Το πρόγραμμα αποτελείται από ένα σύνολο συναρτήσεων, που είτε είναι ενσωματωμένες σ' αυτό, είτε είναι διαθέσιμες σαν αρχεία –M, δηλαδή αρχεία που χαρακτηρίζονται από την προέκταση –M. Κάθε αρχείο από αυτά είναι μία σειρά εντολών, που αποτελούν την πραγματοποίηση ενός αλγορίθμου. Μέσω του Matlab είναι δυνατή, επίσης, η δημιουργία και νέων αρχείων (με προέκταση M), που αποδίδουν συναρτήσεις και εντολές νέων προγραμμάτων. Το Matlab σε περιβάλλον Windows ενεργοποιεί τρία παράθυρα. Πρόκειται για:

- **το παράθυρο εντολών** (command window),
- **το παράθυρο διαγραμμάτων** (figure window) και
- **το παράθυρο σύνθεσης/διόρθωσης αρχείων** (edit window*)*.

Το **παράθυρο εντολών** έχει σαν επικεφαλίδα τη λέξη *Command* και διακρίνεται από την παρουσία του προτρεπτικού σημείου >>, που δηλώνει ότι το πρόγραμμα (το Matlab) είναι έτοιμο για εκτέλεση εντολής. Στο παράθυρο αυτό

- εμφανίζονται τα αποτελέσματα της εκτέλεσης των εισαγομένων εντολών
- εκτελούνται μικρά προγράμματα και αρχεία τύπου M.

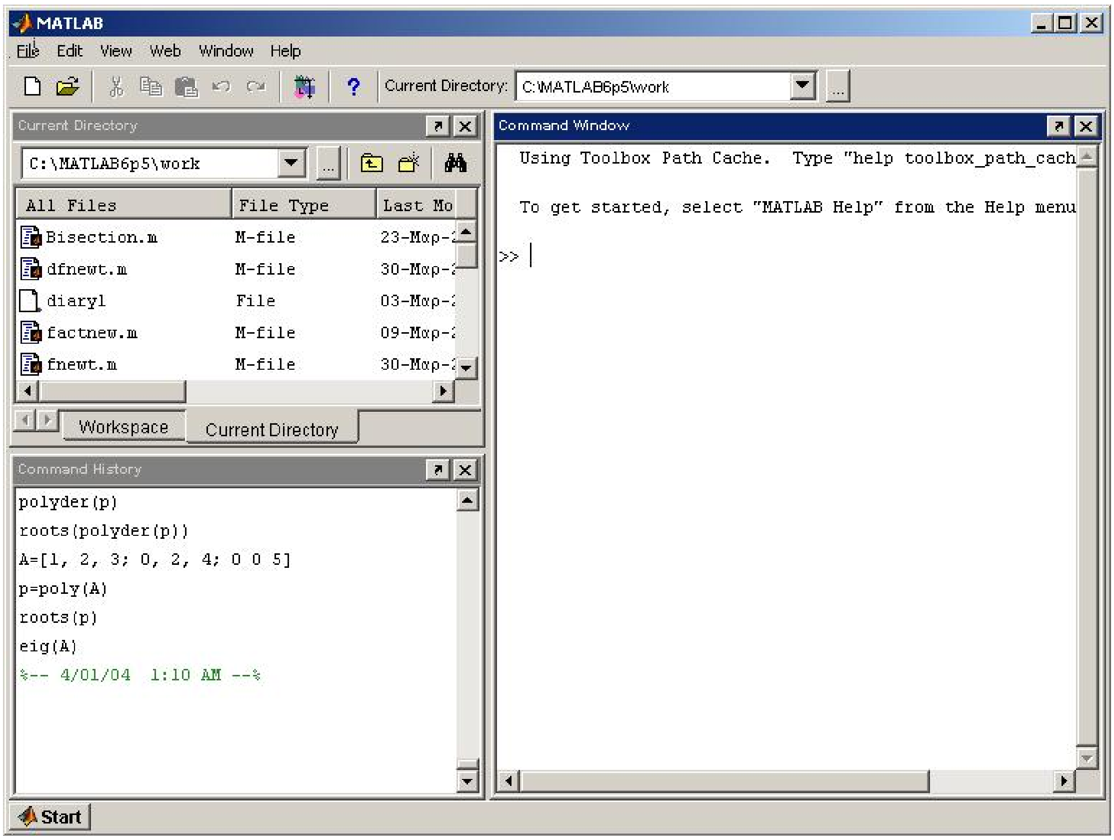
Το **παράθυρο διαγραμμάτων** έχει σαν επικεφαλίδα Figure No.1. Στο παράθυρο αυτό εμφανίζονται τα διαγράμματα που προκύπτουν από την εκτέλεση σχετικών εντολών.

Το **παράθυρο σύνθεσης/διόρθωσης** αρχείων έχει σαν επικεφαλίδα το όνομα ενός αρχείου M, που ανοίχτηκε ή το όνομα Untitledx , αν ένα καινούριο αρχείο βρίσκεται υπό σύνθεση (και μέχρι αυτό να ονομαστεί).

Επιπρόσθετα έχει παρατηρηθεί πως το πρόγραμμα **Matlab** ξεχωρίζει τα κεφαλαία γράμματα από τα μικρά .Με αποτέλεσμα να θεωρεί διαφορετικά γράμματα (π.χ. το Α και το a) και αποδίδεται ότι οι μεταβλητές είναι διαφορετικές.

3.1.ΒΑΣΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ MATLAB

Το λογισμικό MATLAB χρησιμοποιείται σε διάφορους τομείς όπως σε Πανεπιστήμια, Τ.Ε.Ι. και άλλους δημοσίους φορείς. Στην συνέχεια θα δούμε πώς λειτούργει ένα τέτοιο λογισμικό και ποιους τελεστές παρέχει για να μπορεί ο χρήστης εύκολα να δώσει τις εντολές σε τέτοια λογισμικά. Αρχικά μας εμφανίζει στην οθόνη έναρξης του προγράμματος MATLAB, όπως μπορείτε να διαπιστώσετε παρακάτω.



Στο μεγάλο **παράθυρο εντολών** (Command Window) στα δεξιά, εισάγονται οι εντολές του προγράμματος MATLAB μετά την προτροπή (prompt) >>**.** Τα αποτελέσματα επίσης τυπώνονται στο παράθυρο αυτό. Μπορούμε να κλείσουμε τα υπόλοιπα παράθυρα, αν θέλουμε, μια και δεν έχουν να κάνουν με τις εντολές (και τα αποτελέσματα που θα πάρουμε), αλλά με την διαχείριση του χώρου εργασίας και των αρχείων.

Στη διάρκεια του προγράμματος MATLAB ο χρήστης θα πρέπει να γνωρίζει καλά τους τελεστές που θα χρησιμοποίησει έτσι ώστε να χειριστεί το πρόγραμμα με ευκολία. Ακλουθεί ένα εύρος των βασικών πράξεων που θα βοηθήσουν τον ενδιαφερόμενο να πληκτρολογεί τις εντολές .

3.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ

Οι βασικές πράξεις στο πρόγραμμα MATLAB, και τα σύμβολα (τελεστές) που χρησιμοποιούνται για την εκτέλεση του προβλήματος είναι οι ακόλουθες :

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΙ ΤΕΛΕΣΤΕΣ	ΠΡΑΞΗ	ΣΧΕΣΙΑΚΗ ΤΕΛΕΣΤΕΣ	ΠΡΑΞΗ
+	Συν	==	Ίσον σύγκρισης
-	Πλην	<	Μικρότερο
*	Επί	<=	Μικρότερο ή ίσο
/	Δια	>	Μεγαλύτερο
^	Δύναμη	>=	Μεγαλύτερο ή ίσο
=	Ίσον	~=	Όχι ίσο

Επιπρόσθετα το πρόγραμμα MATLAB έχει τη δυνατότητα να επιλύει **μιγαδικούς αριθμούς** που συμβολίζονται με την μιγαδική μονάδας, −1 και χρησιμοποιείται είτε το γράμμα του Αγγλικού αλφαβήτου i , είτε το j. Ακολουθούν οι **πράξεις συγκρίσεως** και οι **λογικές εντολές**. Στην περίπτωση αυτή γίνεται σύγκριση μεταξύ δύο αριθμητικών ποσοτήτων, και το αποτέλεσμα της πράξης είναι είτε το ένα (όταν η σχέση είναι αληθής),είτε το μηδέν (όταν η σχέση δεν είναι αληθής). Έπειτα έχουμε και τις **εντολές απόκρυψης** που συμβολίζονται με το **;** και οι εντολές αυτές έχουν την δυνατότητα να αποθηκεύουν (το αποτέλεσμα) στη μνήμη του συστήματος, όμως δεν εμφανίζεται στην οθόνη.

Μετέπιπτα έχουμε τις **μαθηματικές σταθερές** και **παράμετροι** που περιορίζουν τους αριθμούς των μαθηματικών σταθερών, αλλά στο πρόγραμμα έχουν σταθερές τιμές και αυτές είναι :

α)**Π** .Η ποσότητα αυτή έχει καταχωρηθεί στη παράμετρο pi, και εισάγεται στις αντίστοιχες πράξεις με τη χρήση της παραμέτρου αυτής. Δηλαδή, πράξεις στις οποίες περιέχεται η σταθερή pi (και είναι ίση με 3.14159)εκτελούνται με την απόδοση σ' αυτήν της αριθμητικής της τιμής.

β) **INF** είναι η ποσότητα ∞, η οποία είναι καταχωρημένη στην παράμετρο *inf* και

γ) **Nan** χρησιμοποιείται για να δηλώσει ότι το αποτελέσματα μιας πράξης δεν είναι αριθμός, όπως π.χ. το αποτέλεσμα σε πράξεις της μορφής 0/0, ∞/∞.

Τέλος έχουμε τις **εισαγωγή νέων παραμέτρων** δίνει την δυνατότητα στον χρηστή να ορίσει τις παραμέτρους της αρεσκείας του. Η εισαγωγή τους γίνεται με τον καθορισμό του ονόματος τους, και την απόδοση σ' αυτό συγκεκριμένης ποσότητας, που γίνεται με την εντολή της ανάθεσης, χρησιμοποιώντας το σύμβολο της ισότητας, **name = value**

3.3.ΕΣΩΤΕΡΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

Εκτός από τις συναρτήσεις που προαναφέραμε στη συνεχεία θα περιγράψουμε τις εσωτερικές συναρτήσεις που είναι οι εξής :

ΕΣΩΤΕΡΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ
sqrt(x)	Τετραγωνική ρίζα, *x*
log(x)	Λογαριθμική συνάρτηση
exp(x)	Εκθετική συνάρτηση, ex
cos(x), sin(x), tan(x)	Τριγωνομετρικές συναρτήσεις
cosd(x), sind(x), tand(x)	Τριγωνομετρικές συναρτήσεις
acos(x), asin(x), atan(x)	Αντίστροφες τριγωνομετρικές συναρτήσεις
acosd(x), asind(x), atand(x)	Αντίστροφες τριγωνομετρικές συναρτήσεις
cosh(x), sinh(x), tanh(x)	Υπερβολικές συναρτήσεις
acosh(x), asinh(x), atanh(x)	Αντίστροφες υπερβολικές συναρτήσεις
real(z), imag(z)	Πραγματικό και φανταστικό μέρος ενός μιγαδικού αριθμού, *z*
angle(z)	Γωνία φάσεως μιγαδικού αριθμού
abs(z)	Απόλυτη τιμή (μέτρο) ενός αριθμού
conj(z)	Συζυγής μιγαδικού αριθμού
max([x, y, …])	Το μεγαλύτερο στοιχείο της λίστας *[x, y, …]*

min([x, y, …])	Το μικρότερο στοιχείο της λίστας [*x, y, …]*
mod(x, y)	Υπολογίζει το υπόλοιπο της ακέραια διαίρεσης του *x* δια του *y*.
rand, randn	Δημιουργία τυχαίων αριθμών
eps(x)	Αποδίδει την ακρίβεια με την οποία αποθηκεύεται ο αριθμός *x*.

Επιπρόσθετα έχουμε και την **συνάρτηση *rand*** χρησιμοποιείται για τη δημιουργία τυχαίων πραγματικών αριθμών ομοιόμορφα κατανεμημένων στο διάστημα [0, 1]. Επίσης έχουμε και την **συνάρτηση randn** χρησιμοποιείται για τη δημιουργία τυχαίων πραγματικών αριθμών που ακολουθούν τη κανονική κατανομή N(0, 1).Τέλος έχουμε την **συνάρτηση eps(x)** *)* προσδιορίζει την ακρίβεια με την οποία αποθηκεύεται ο αριθμός *x* στη μνήμη του υπολογιστή.

3.4.ΔΙΑΓΡΑΦΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

Όλες οι παράμετροι που προαναφέραμε καταχωρούνται στο χώρο λειτουργίας του προγράμματος και μπορούν να χρησιμοποιηθούν στους υπολογισμούς με τρόπο αντίστοιχο με αυτόν που χρησιμοποιούνται και οι συναρτήσεις. Όμως έχουμε επίσης και παράμετροι που διαγράφουν και αυτοί είναι οι εξής :

clear	**Διαγράφει όλες τις μεταβλητές από το workspace**
clear variable	Έχει το ίδιο αποτέλεσμα με την προηγούμενη εντολή
clear global	Διαγράφει όλες τις global μεταβλητές
clear function	Διαγράφει όλες τις μορφοποιημένες συναρτήσεις
clear all	Διαγράφει όλες τις μεταβλητές και όλες τις μορφοποιημένες συναρτήσεις

3.5. ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΙΝΑΚΕΣ

Έχουμε ήδη αναφέρει πώς μπορούμε να συντάξουμε εντολές στο πρόγραμμα και τώρα θα περιγράψουμε ποιες εντολές ή βοηθητικά βήματα χρειαζόμαστε για να συντάξουμε έναν πίνακα. Υπάρχουν διάφοροι τρόποι που μπορείς να εισάγει πίνακες και αυτή είναι η εξής :

(1) Να γράψει άμεσα τους αριθμούς	Περιγραφή
>>A=[1 3 4 8 6 9]	% παράγωγη ενός διανύσματος της γραμμής A
>>B=[1 2 3 ; 4 5 6 ; 7 8 9]	% παράγωγη ενός πίνακα B με μέγεθος 3X3
>>C=[1 ; 5]	% παράγωγη ενός διανύσματος C από 1 έως 5 με βήμα 1
>>C=[0 : p_i / 4: p_i]	% παράγωγη ενός διανύσματος C με βήμα π/4
>>X=0 : 0.01 : 2	% παράγωγη ενός διανύσματος C με βήμα 0.01

(2)Από εξωτερικά αρχεία

(3)Χρησιμοποιώντας ενσωματωμένες συναρτήσεις	Περιγραφή
>>D=ones (3,2)	% δημιουργία ενός πίνακα 3_X 2 με άσσους παντού
>>D=zeros(2,3)	% δημιουργία ενός πίνακα 2_X 3 με μηδενικά παντού
>>D= eye(3)	% δημιουργία ενός μοναδιαίου πίνακα 3_X 3
>>D= magic(4)	% δημιουργία ενός μαγικού πίνακα 4_X 4

(4) Ο χρήστης έχει την δυνατότητα να φτιάξει τα δικά του αρχεία τύπου M.

3.5.1. ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΠΙΝΑΚΩΝ

Τα στοιχεία μιας σειράς προσδιορίζονται από τους δείκτες που θα εμφανιστούν στον ακόλουθο πίνακα.

Δείκτες	Περιγραφή
>>l=length(x)	% επιτρεπτό το μήκος ενός διανύσματος X
>>[sx, sy] = size(B)	% επιτρεπτό το μέγεθος του πίνακα B
>>p=x(3)	% το πρώτο στοιχειό του X. Οι δείκτες ξεκινούν από το 1.
>>A(1)	% το πρώτο στοιχειό του διανύσματα A
>>A(1 : 3)	% τα πρώτα 3 στοιχειά του διανύσματος A

3.5.2.ΛΙΣΤΑ ΓΙΑ ΠΙΝΑΚΕΣ

Μια λίστα από χρήσιμες εντολές για τους πινάκες είναι η εξής: exp, sin, cos, tan, acos, asin, atan, log2, log10(για αλγορίθμους με βάση το 2 και το 10 αντίστοιχα) , real (για πραγματικό μέρος), imag (για φανταστικό μέρος), sqrt (τετραγωνική ριζά), abs (απολυτή τιμή) , angle (γωνιά ή φάση σε radians), p_i (για τη σταθερά π=3.14…), ιή j(για την μιγαδική σταθερά), cumsum, prod, int, diff, sing, min, max, sum, fix, conj, find, for, if.

3.5.3.ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

Για να απεικονίσουμε γραφικά τα αποτελέσματα μιας περίπλοκης συνάρτησης χρησιμοποιούμε συναρτήσεις από το την βιβλιοθήκη **graph2d** οι οποίες είναι οι ακόλουθες:

>> plot(x , y) **è** εμφανίζει το γράφημα συνεχούς χρόνο του X ως προς το Y.
>> stem(x , y) **è** εμφανίζει το γράφημα διακριτού χρόνου του X ως προς το Y.
>> bar(x , y) **è** εμφανίζει το γράφημα διακριτού χρόνου με μπάρες .
>> grid **è** εμφανίζει το πλέγμα της γραφικής παράστασης .
>>x label , y label **è** Εμφανίζει ετικέτες στους άξονες.
>>axis **è** αλλάζει το διάστημα στους άξονες.
>>hold on **è** σχεδιάζει το επόμενο διάγραμμα πάνω στο προηγούμενο.
>>subplot **è** χωρίζει το παράθυρο τις εικόνας σε μικρές εικόνες

3.5.4. ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΣΕ ΑΡΧΕΙΑ-Μ

Ακόμη κάποιες εντολές του προγράμματος MATLAB μπορούν να γραφτούν σε αρχεία των οποίων οι ονομασίες θα έχουν κατάληξη m και θα ονομάζονται αρχεία-Μ. Αν σε περίπτωση πληκτρολογήσουμε το όνομα ενός τέτοιου αρχείου χωρίς την κατάληξη m , τότε θα εκτελεστούν όλες οι εντολές. Για να εκτελέσουμε τις εντολές των αρχείων-Μ απλός γραφούμε >> example1. Επίσης μια πολύ χρήσιμη εντολή που έχει το πρόγραμμα MALTAB είναι το >> whos. Η εντολή αυτή δίνει την δυνατότητα στο χρήστη να επιλέξει μια εντολή οι οποία είναι αποθηκευμένη στο περιβάλλον και στην μνήμη του προγράμματος. Επιπρόσθετα το πρόγραμμα έχει την δυνατότητα με το σύμβολο (%) το χρησιμοποιεί για σχολιασμό του προγράμματος με αποτέλεσμα να δίνονται εξηγήσεις σε σημεία που δεν είναι ξεκάθαρα πως λειτούργει το πρόγραμμα. Για να εισάγουμε σχόλια στις πρώτες γραμμές ενός αρχείου-Μ μπορεί με την εξής εντολή >> help example1 .

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Α. Ηλεκτρονική

1. http://users.auth.gr/~theodoru/CompuStat/MATLAB_AUTH.pdf
2. http://dspace.lib.uom.gr/bitstream/2159/13411/2/FoulidisMsc2008.pdf
3. http://www.electronics.teipir.gr/personalpages/kogias/site/?page_id=140
4. http://www.fme.aegean.gr/sites/default/files/cn/semeioseis_me__grammikou__programmatismou.pdf
5. http://invenio.lib.auth.gr/record/114420/files/ptuxiaki.pdf?version=1
6. http://147.102.158.4/itcivil/program/par2LINDO060202.pdf
7. http://www.math.ntua.gr/~coletsos/Documents/Linear_Programming_EAP.pdf
8. http://www.math.uoc.gr/~chatzipa/index_files/matlab/greekmatlab.pdf
9. http://www.ntua.gr/envirosystems/files/07-akeraios.pdf
10. http://www.ntua.gr/envirosystems/files/10-nonlinear.pdf
11. http://www.teiser.gr/icd/staff/dvarsam/lp/upload/linear_programming_ebook.pdf
12. http://www.telecom.tuc.gr/courses/signalsSystems/docs/class_notes/MatlabIntro.pdf
13. http://www2.ucy.ac.cy/~xenophon/pubs/matlab_intro.pdf
14. http://www.dessci.com/en/Products/mathtype/trial.asp
15. utopia.duth.gr/~ioankiki/**MATLAB**/**MATLAB**.ppt
16. http://www.math.ntua.gr/~coletsos/Documents/linearprogramming.pdf

Β. Έντυπη

17. Π. ΚΙΟΧΟΣ, Γ.ΘΑΝΟΣ, Δ.ΣΑΛΑΜΟΥΡΗΣ, Α.ΚΙΟΧΟΣ, ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ, ΣΥΓΧΟΝΗ ΕΚΔΟΤΙΚΗ, ΑΘΗΝΑ 2002
18. Π. ΚΙΟΧΟΣ, ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΠΑΠΑΝΙΚΟΛΑΟΥ,ΑΠΟΣΤΟΛΟΣ ΚΙΟΧΟΣ,ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΩΝ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΩΝ, ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ ‘INTERBOOKS’ , ΑΘΗΝΑ-106 80.