Τ.Ε.Ι ΠΑΤΡΩΝ

ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΠΑΙΓΝΙΩΝ ΣΤΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ

ΑΓΓΕΛΙΔΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ
ΣΑΙΣΑΝΑ ΠΑΛΥΒΟΥ ΕΥΦΡΟΣΥΝΗ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΚΟΥΝΕΤΑΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ

ΠΑΤΡΑ-2009

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο 4

Πρόλογος

Αναλύοντας την εξέλιξη της Θεωρίας Παιγνίων θα ήταν αξιοσημείωτο να αναφέρουμε ότι εδώ και πολλούς αιώνες οι άνθρωποι προσπαθούν να εξηγήσουν τα φαινόμενα τα οποία μας επηρεάζουν και αλληλεπιδρούν σε εμάς αλλά και στο ίδιο το περιβάλλον. Στόχος όλων αυτών που ασχολήθηκαν με το θέμα αυτό ήταν να δημιουργήσουν μια θεωρία των πάντων η οποία με άλλα λόγια θα μας βοηθούσε να κατανοήσουμε αυτά που γίνονται τριγύρω και μας επηρεάζουν.

Η πρώτη θεωρία με πρωτομάστορα τον Marx, η οποία θέλησε να υλοποιήσει το στόχο αυτό, ήταν ο ιστορικός υλισμός. Ο ιστορικός υλισμός πάσχιζε να εξηγήσει το παρόν (π.χ. τις οικονομικές κρίσεις), όμως απέφευγε να προβλέψει το μέλλον, σεβόμενος την ιστορική σημασία της απροσδιοριστίας. Επιπλέον αυτή η θεωρία λειτούργησε ως ενοποιητής όλων των κοινωνικών, ανθρωπολογικών, οικονομικών, φιλοσοφικών και ψυχολογικών θεωριών.

Η δεύτερη θεωρία που προτάθηκε να στεφθεί ως η θεωρία των πάντων ήταν η θεωρία της σχετικότητας. Με βάση αυτή και σε συνδυασμό με την θεωρία του φωτός οι επιστήμονες θέλησαν να δημιουργήσουν μια γενική θεωρία των σωματιδίων που απαρτίζουν τον κόσμο μας όσο και των δυνάμεων της φύσης που ασκούνται πάνω τους και τα οδηγούν στην δυναμική ισορροπία που διέπει τα σώματα.

Όμως καμιά από τις δυο αυτές θεωρίες δεν κατάφερε να χρηστεί ως η γενικευμένη θεωρία των πάντων. Έτσι λοιπόν, στις αρχές του 1920 ξεκίνησε η εξέλιξη μιας νέας θεωρίας, η λεγόμενη θεωρία των παιγνίων, η οποία ύστερα από έναν ολόκληρο αιώνα θα μεταλλασσόταν και θα ήταν αρκετό να ταράξει τα νερά σε όλες τις θετικές και κοινωνικές επιστήμες και όχι μόνο.

Η πρώτη επαφή με την θεωρία των παιγνίων έγινε το 1920 όπου ελάχιστοι στοχαστές ασχολήθηκαν. Η ουσιαστική ανάπτυξη της θεωρίας των παιγνίων ξεκίνησε το 1928 από ένα άρθρο το οποίο υπογράφτηκε από τον John Von Neumann. Στο άρθρο αυτό αναφερόταν η στρατηγική που θα έπρεπε να εφαρμόσουν οι αποκαλούμενοι «παίκτες» σε ασήμαντα κάποια παιχνίδια με στόχο να νικήσουν τον αντίπαλό τους. Κατά την δεκαετία του 1950 διακόσια περίπου άτομα ασχολήθηκαν μόνο, μεταξύ αυτών και ο John Forbes Nash ο οποίος θεμελίωσε τη σύγχρονη θεωρία παιγνίων. Το 1960 κατήλθε μια περίοδο παρακμής. Ωστόσο δε μπορούμε να πούμε το ίδιο και για την δεκαετία του 1970 όπου ξανάρχισε το ενδιαφέρον και μαζί του η ‘‘χρυσή’’ περίοδος της ‘‘τρίτης εξέλιξής’ της όπου έφτασε στο αποκορύφωμα της περίπου πριν από μια εικοσαετία και συνεχίζεται μέχρι και σήμερα χαρακτηριζόμενη από σημαντικούς διανοητές ως η μοναδική ελπίδα να θεμελιωθούν οι κοινωνικές επιστήμες σε μια κοινή επιστημονική βάση.

Αξιοσημείωτο είναι ένα παράδειγμα το οποίο θα μας βοηθήσει να κατανοήσουμε πόσο εξαιρετικά χρήσιμη είναι η θεωρία παιγνίων. Το 1991 ο Roger Mayer σύγκρινε την ανακάλυψη της κύριας έννοιας της θεωρίας παιγνίων (Ισορροπία Nash) με εκείνη της διπλής έλικας του DNA και διατύπωσε τον ισχυρισμό ότι η ανακάλυψη αυτή μετασχημάτισε την οικονομική επιστήμη σε τόσο εύλογο βαθμό ώστε σήμερα να έχει μεταβληθεί αξιόπιστα στη θεμελίωση της επιστήμης της κοινωνίας. Ουσιαστικά η θεωρία των παιγνίων μας εντάσσει στα παίγνια της ζωής χωρίς να μας παραδίδει σε αυτά, μας εφοδιάζει με εργαλεία ώστε να τα κατανοούμε και στη συνέχεια να τα αλλάζουμε. Πολλοί εξάλλου μέχρι και σήμερα έχουν χρήσει τη θεωρία παιγνίων ως τη γενική θεωρία των πάντων.

Ένας λόγος για τον οποίο δεν έχει στεφθεί ακόμα ως η θεωρία των πάντων είναι επίσης ότι η φύση και οι κοινωνικές διαδικασίες είναι εξαιρετικά πολύπλοκες.

Κεφάλαιο 1

1.1. Από τον John Von Neumann στον John Nash

Μπορεί ο πρωτομάστορας της θεωρίας των παιγνίων να ήταν ο John Von Neumann, με ένα άρθρο του στο Mathamatische annalen[1] το 1928 και δεκαέξι χρόνια αργότερα με το μνημειώδης βιβλίο του Theory of Games and Economic Behavior[2], το οποίο το έγραψε σε συνεργασία με τον Oscar Morgenstern, όμως η θεωρία αυτή ουσιαστικά θεμελιώθηκε με τη συμβολή του John Nash και συγκεκριμένα τις δυο εμπνευσμένες ιδέες του οι οποίες εμφανίστηκαν εξαρχής υπό την μορφή μαθηματικών θεωρημάτων. Η πρώτη ιδέα ήταν να ελευθερώσει τη θεωρία από τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος και η δεύτερη ιδέα ήταν η επέκταση της προσέγγισης στον τομέα των διαπραγματεύσεων.

[1] Von Neumann J., ‘‘Zur Theorie Der Gesellschaftesspiele’’, Mathematis-che Annalen, v.100, 1928 pp.295-320
[2] Von Neumann J., Morgenstern O., *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, 1944 (second edition, 1947, third edition, 1953)

Ο John Von Neumann αυτό που είχε καταφέρει να αναπτύξει ήταν μια θεωρία που ήταν χρήσιμη σε ανταγωνιστικές καταστάσεις όπου το κέρδος του ενός είναι η ζημία του άλλου, αυτό που σήμερα ονομάζουμε παίγνιο μηδενικού αθροίσματος. Η πρώτη σημαντική συνεισφορά του στην οικονομία ήταν με το θεώρημα Minmax. Με βάση το θεώρημα αυτό διαπιστώνεται ότι σε ορισμένα παίγνια μηδενικού αθροίσματος με τέλεια πληροφόρηση (δηλαδή σε παίχτες που γνωρίζουν ανά πάσα στιγμή όλες τις κινήσεις που έχουν πραγματοποιηθεί μέχρι εκείνη την ώρα) υπάρχει μια στρατηγική η οποία επιτρέπει σε κάθε παίχτη να ελαχιστοποιήσει τις μέγιστες απώλειες του. Μια τέτοια στρατηγική η οποία ελαχιστοποιεί τη μέγιστη απώλεια ονομάζεται βέλτιστη και για τους δυο παίχτες μόνο στην περίπτωση που το Minmax είναι ίσο. Και αν η κοινή αξία είναι μηδενική τότε το παιχνίδι είναι άσκοπο. Ο John Von Neumann αυτό λοιπόν που απέδειξε ήταν η γενικότητα της προτεινόμενης λύσης. Παράλληλα όμως κανένας κοινωνικός επιστήμονας δε θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει μια θεωρία η οποία δεν έχει να πει τίποτα για κοινωνικές καταστάσεις όπου τα ανταγωνιστικά κίνητρα συμβιώνουν με την ανάγκη της συνεργασίας.

Ο μόνος που κατάφερε να επιλύσει και να επεκτείνει αυτό που ο John Von Neumann δεν μπορούσε ήταν ο John Nash. Με τρία άρθρα μεταξύ του 1950 και του 1953 υποστήριξε αποδεικνύοντας με δύο θεωρήματα ότι δεν υπάρχει κοινωνικό φαινόμενο το οποίο να μην μπορεί να το αναλύσει διεξοδικά η θεωρία παιγνίων. Οι δύο υπέροχες ιδέες του John Nash ήταν ότι κατάφερε να απεγκλωβίσει τη θεωρία από τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος και ότι προσέγγισε τον τομέα των διαπραγματεύσεων. Αυτές οι δυο ιδέες μαζί ενέπνευσαν τον John Nash για να ασχοληθεί συστηματικά με παίγνια μη-μηδενικού αθροίσματος, (για παράδειγμα αντιπαραθέσεις μεταξύ δυο ανταγωνιστικών εταιρειών, εμπόλεμες καταστάσεις και οι δυο πλευρές σε ένα δικαστήριο), και με διαπραγματευτικά παίγνια επιλύσιμα στο πλαίσιο συμφωνιών.

Ο John Nash πέτυχε εκεί που ο John Von Neumann απέτυχε επειδή ακριβώς δεν προσπάθησε να λύσει το πρόβλημα συμβατικά.

1.2. Η ιστορία του John Forbes Nash

Ο John Forbes Nash γεννήθηκε στις 13 Ιουνίου του 1928 στο σανατόριο της πόλης Bluefield της δυτικής Βιρτζίνια. Ο πατέρας του ήταν πτυχιούχος στην εφαρμοσμένη ηλεκτρική μηχανική και η μητέρα του σπούδασε στο πανεπιστήμιο της δυτικής Βιρτζίνιας και ήταν δασκάλα της αγγλικής αλλά και της λατινικής γλώσσας. Ο John Nash από μικρό παιδί είχε στη διάθεσή του έναν ατέλειωτο πλούτο γνώσεων που προερχόταν από τον μεγάλο όγκο από εγκυκλοπαίδειες και άλλα βιβλία που βρίσκονταν στα ράφια της μεγάλης βιβλιοθήκης του σπιτιού του. Ο John Nash ξεχώριζε από τα άλλα παιδιά του σχολείου του, χωρίς να είναι ένας άριστος μαθητής. Από μικρός άκουγε ολόκληρες συμφωνίες του Μπαχ, κάτι το οποίο τα άλλα παιδιά στην ηλικία του δεν έκαναν. Επίσης, είχε αυτή την μοναδική ανεξήγητη ικανότητα να αναζητά διαρκώς νέους τρόπους προσέγγισης των πραγμάτων.

Όταν ο John Nash πήγε γυμνάσιο άρχισε να διακρίνεται η ιδιοφυΐα του στα Μαθηματικά, καθώς προσπαθούσε να κάνει αναλύσεις πάνω στο θεώρημα του Fermat. Σταδιακά διακρινόταν στο σχολείο για τα πειράματά του στην χημεία, στη φυσική αλλά και στον ηλεκτρισμό. Αργότερα, μπήκε ως φοιτητής στο Carnegie Tech του Πίτσμπουργκ ανάμεσα στα μεγαλύτερα μυαλά της χημικής μηχανικής. Φάνηκε τυχερός σε αυτό το σημείο καθώς του δόθηκε μια πλήρη υποτροφία για να φοιτήσει, η οποία ονομαζόταν George Westinghouse. Παρόλο που παρακολουθούσε τα μαθήματα της χημείας αντιμετώπιζε κάποιες δυσκολίες με την ποσοτική ανάλυση δηλαδή στο μάθημα δεν διδασκότανε το πόσο καλά κάποιος μπορούσε είτε να κατανοήσει είτε να μάθει και τέλος είτε να αναλογιστεί τα αποτελέσματα της χημείας αλλά το πόσο καλά μπορούσε κανείς να χειρίζεται τα εργαλεία και το πόσο καλά μπορούσε κανείς να δημιουργήσει χημικές ενώσεις μέσα στο εργαστήριο. Οι καθηγητές του Carnegie τον έβλεπαν να προβληματίζεται έντονα, έβλεπαν και το δυνατό μυαλό του και για αυτό τον λόγο ο μαθηματικός κλάδος του προέτρεψε να αλλάξει κλάδο και να πάει στο μαθηματικό. Πίστευαν στον John Nash και δίστασαν να του πούνε ότι έχει δυνατότητες να γίνει το καλύτερο μυαλό της Αμερικής. Έτσι λοιπόν ο John Nash μετατοπίστηκε στο τμήμα Μαθηματικών. Στο διάστημα των σπουδών του στο Carnegie, του ανατέθηκε να μελετήσει μια σειρά θεμάτων γύρω από τα "διεθνή οικονομικά" και να εξάγει τα δικά του συμπεράσματα και τις δικές του προτάσεις. Αποτέλεσμα αυτών των μελετών ήταν η εκπληκτική έκθεση που συνέταξε γύρω από τα οικονομικά προβλήματα και τις ιδέες. Η έκθεση αυτή δημοσιεύτηκε αργότερα με τον τίτλο " το πρόβλημα της διαπραγμάτευσης ", που της δόθηκε ο χαρακτήρας της οικονομετρικής.

Όταν τελείωσε τις σπουδές του στο Carnegie, του πρόσφεραν πολλές υποτροφίες για μεταπτυχιακό από διάφορα πανεπιστήμια της Αμερικής, αλλά εκείνος προτίμησε το πανεπιστήμιο του Princeton για να ολοκληρώσει το μεταπτυχιακές του σπουδές. Στο Princeton, ο John Nash συνέχισε την ιδέα που είχε συλλάβει από το Carnegie και το ενδιαφέρον του στράφηκε αποκλειστικά εκεί. Η μελέτη αυτή ήταν το ξεκίνημα του ενδιαφέροντός του για την θεωρία των παιγνίων, από το σημείο εκείνο που την σταματούσε ο Neumann. Η θεωρία αυτή απέβλεπε στο να αποκομίσει μαθηματικούς κανόνες μέσα από παίγνια στρατηγικής. Ο Neumann όμως ανέπτυξε τους κανόνες αυτούς μέσα από την εξόντωση των αντιπάλων και όχι και μέσα από συνεργασίες περισσότερων παικτών. Έτσι λοιπόν ο John Nash την επέκτεινε και την ανέλυσε μέσα από τις πολλαπλές και ποικίλες αλγεβρικές δυνατότητες. Ήξερε πολύ καλά ότι η διατριβή πάνω σε αυτή την θεωρία που πολλοί καθηγητές δεν τολμούσαν να αγγίξουν, θα τον έκανε να ξεχωρίσει μέσα στην πανεπιστημιακή κοινότητα. Και πράγματι τιμήθηκε για αυτή το 1994 με το βραβείο Nobel. Στην ηλικία των 22 ετών, ο John Nash γίνεται καθηγητής του Princeton και στην ηλικία των 23 διδάσκει στο MIT. Κάθε φορά που ανέλυε μια μαθηματική του μελέτη, το κοινό έμενε άφωνο και τα επιφωνήματα θαυμασμού ήταν συνηθισμένο φαινόμενο.

Δυστυχώς τους πρώτους μήνες του 1959 μια ψυχική εκτροπή, σχιζοφρένεια, χτυπά αυτή την ιδιοφυία. Κυκλοφορούσε στους διαδρόμους του πανεπιστημίου με την εφημερίδα κάτω από την μασχάλη του και ισχυριζόταν ότι μέσα στα κείμενα υπήρχαν κωδικοποιημένα μηνύματα εξωγήινων προς αυτόν. Έβλεπε παντού συνωμοσίες, ακόμα και από το προσωπικού του MIT. Νόμιζε ότι παντού υπήρχαν Ρώσοι και Αμερικανοί πράκτορες, είχε ακουστικές ψευδαισθήσεις και δεχόταν τηλεφωνήματα από άγνωστα άτομα, ενώ πίστευε ότι διαδραμάτιζε σπουδαίο θρησκευτικό ρόλο. Τελικά παραιτείται από το MIT και αρχίζει να νοσηλεύεται σε ψυχιατρικές κλινικές. Και όλα αυτά τη στιγμή που στους πανεπιστημιακούς κύκλους, στα σεμινάρια και στις συνδιαλέξεις, όλοι αναφερόντουσαν στις θεωρίες του, στις απόψεις του, στις μελέτες του, στα συμπεράσματά του αλλά και στις εφαρμογές του στην πολιτική, στην οικονομία και στην κοινωνία. Η κατάσταση αυτή συνεχίστηκε μέχρι το 1989, όπου εντελώς απροσδόκητα ο αμίλητος John Nash "ξυπνάει" από τον λήθαργό του και μαζί του και η ιδιοφυΐα του. Ένα χρόνο αργότερα ο John Nash αρχίζει να ασχολείται και πάλι με τα μαθηματικά. Στατιστικά, φαίνεται απίθανο ότι κάθε μαθηματικός ή επιστήμονας, στην ηλικία των 66, θα είναι σε θέση να συνεχίσει τις ερευνητικές προσπάθειες και να προσθέσει πολλά στα προηγούμενα επιτεύγματά του.

Ο John Nash υπήρξε κάτι το διαφορετικό και κατάφερε να δώσει διεξόδους εκεί που άλλοι δεν μπορούσαν να δουν. Πριν από τη κορυφαία συνεισφορά του στη θεωρία παιγνίων, ο John Nash παρουσίασε επίσης τη λύση σε πολλά άλλα θεωρήματα των μαθηματικών, που θεωρούνται από τα πιο δύσκολα, πολύπλοκα και πρωτότυπα των τελευταίων 100 ετών. Προσπάθησε να κατανοήσει την κοινωνική συμπεριφορά του ανθρώπου και κατ' επέκταση της φύσης ολόκληρης μέσα από την μαθηματική θεμελίωση και λογική σκέψη. Οι θεωρίες του έχουν αποτελέσει βασικούς κανόνες πάνω στους οποίους κινείται η σημερινή πολιτική, κοινωνική και οικονομική ζωή του πλανήτη.

Ο άγνωστος κόσμος που βύθισε τα τριάντα χρόνια της ζωής του, ίσως να μην ήταν μόνο ένας κόσμος σκεπασμένος από το πέπλο της ψυχικής ασθένειας αυτού του μεγάλου μαθηματικού, αλλά ίσως ο κόσμος της σημερινής πορείας και εξέλιξης, όπως τον αντιλήφθηκε και τον βίωσε στο ταραγμένο του μυαλό στα κρίσιμα αυτά χρόνια. Ο John Nash ίσως σε κάποιο βαθμό υπό το βάρος της ψυχικής του ταραχής είδε πράγματα που θα ζήσουμε στα επόμενα χρόνια, πράγματα που τον κράτησαν απομακρυσμένο και φοβισμένο από τον κόσμο μέχρι την στιγμή που ένιωσε την δύναμη ώστε να "γυρίσει" και να τα "αντικρίσει".

1.3. Ορισμός ενός παιγνίου

Ως παίγνιο ορίζεται μια κατάσταση όπου (α) (N>1) άτομα επιχειρήσεις, συνδικάτα ή μη κερδοσκοπικοί οργανισμοί κ.τ.λ (αυτούς που ονομάζουμε παίκτες) κάνουν κάποιες επιλογές με στόχο ο καθένας να ικανοποιήσει το συμφέρον του και (β) το αποτέλεσμα για τον κάθε παίκτη δεν εξαρτάται μόνο από τι θα επιλέξει αυτός αλλά και τι θα επιλέξουν οι υπόλοιποι N-1 παίκτες , π.χ το τάβλι ,η επιλογή των τιμών που χρεώνουν ανταγωνιστικές επιχειρήσεις [3].

Η θεωρία παιγνίων ασχολείται με την εύρεση της άριστης λύσης κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας. Χρησιμοποιείται στον τρόπο μελέτης για την λήψη

[3] Κ. Κοταρίδη., Γ. Σιουρούνης ,''Αφιέρωμα στον John Nash'',Εκδόσεις Ευρασία , Αθήνα 2002,σελ 23

αποφάσεων προϋποθέτοντας μια κατάσταση ανταγωνισμού στην οποία πρέπει να υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των παιχτών. Οι παίχτες πρέπει να συναγωνίζονται σύμφωνα με ένα σύνολο κανόνων. Η θεωρία παιγνίων προσφέρει ένα συστηματικό τρόπο για το σχεδιασμό στρατηγικών σε περιπτώσεις όπου η τύχη του ενός εξαρτάται από τις πράξεις των άλλων.

Επίσης η θεωρία παιγνίων αποτελεί ιδανικό εργαλείο για την ερμηνεία πολλών τύπων αποφάσεων, όπως επιχειρήσεις που ανταγωνίζονται με άλλες, άτομα που παίρνουν μέρος σε μια δημοπρασία, άτομα που παίζουν χαρτιά, χώρες σε κατάσταση πολέμου, ζώα που παλεύουν για την λεία τους, καθώς και πολιτικοί εκπρόσωποι που ανταγωνίζονται για την ψήφο τους.

Φυσικά η θεωρία παιγνίων δε θα μπορούσε να μην είχε επηρεάσει και τον οικονομικό παράγοντα. Οι οικονομολόγοι χρησιμοποιούν τη θεωρία αυτή για την ανάλυση μιας σειράς οικονομικών αλληλεπιδράσεων. Στην βιομηχανική οικονομική, το στοιχείο που εξετάστηκε ήταν οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ ανταγωνιστικών ολιγοπωλίων και η θεωρία παιγνίων προσφέρει ένα χρήσιμο πλαίσιο εργασίας για την κατανόηση αυτών των αλληλεπιδράσεων.

Γιατί όμως οι οικονομολόγοι εξετάζουν τη θεωρία παιγνίων; Τα παίγνια είναι ένας βολικός τρόπος για να διαμορφώσουμε τις στρατηγικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των οικονομικών φορέων. Πολλά οικονομικά ζητήματα εμπεριέχουν αυτές τις στρατηγικές αλληλεπιδράσεις, όπως η συμπεριφορά σε ανταγωνιστικές αγορές (π.χ. Coca-Cola εναντίον Pepsi) , όπως η συμπεριφορά σε οικονομικές διαπραγματεύσεις (π.χ. εμπόριο) και τέλος όπως η συμπεριφορά στις δημοπρασίες (π.χ. επενδυτικές τράπεζες υποβάλλουν προσφορά στα έντοκα γραμμάτια της εκάστοτε χώρας). Γενικώς η θεωρία των παιγνίων δεν έχει όρια στον οικονομικό τομέα.

1.4. Σύνταξη ενός παιγνίου

Ένα μοντέλο παιγνίου περιλαμβάνει τους παίχτες, τις στρατηγικές, τις ενέργειες, τις πληροφορίες, την ισορροπία Nash, τα προσδοκώμενα οφέλη και το αποτέλεσμα του παιγνίου. Φυσικά οι παίκτες οι ενέργειες και τα αποτελέσματα καθορίζουν του κανόνες ενός παιγνίου.

Παίχτες: είναι αυτοί που λαμβάνουν τις αποφάσεις. Ένα παίγνιο πρέπει να έχει τουλάχιστον δύο ή και παραπάνω παίχτες.

Στρατηγική: είναι οι κανόνες που υπαγορεύουν σε κάθε παίχτη ποια ενέργεια πρόκειται να ακολουθήσει στο κάθε στάδιο στο οποίο βρίσκεται.

Ενέργειες: είναι όλες οι πιθανές ενέργειες ή κινήσεις που μπορεί να κάνει ένας παίχτης κατά τη διάρκεια του παιγνίου.

Πληροφορία: είναι οποιοδήποτε γνωστικό στοιχείο που προέρχεται από επεξεργασία δεδομένων και μας βοηθάει στο πως θα κινηθούμε σε ένα παίγνιο.

Ισορροπία Nash: πρόκειται για ένα σύνολο στρατηγικών επιλογών, μια για κάθε παίχτη, οι οποίες δεν βασίζονται στην υπόθεση ενός ή περισσοτέρων από τους παίχτες ότι κάποιος αντίπαλος τους θα σφάλει στις προβλέψεις του για τις επιλογές των υπολοίπων αλλά ούτε καν στην υπόθεση ότι κάποιος θα προσδοκά ότι ένας αντίπαλος θα περιμένει ότι ένας τρίτος θα σφάλει στην εκτίμηση του για το τι θα πράξει ένας τέταρτος και ούτω καθεξής.. Με άλλα λόγια η ισορροπία Nash, όταν προκύπτει, επιβεβαιώνει τις προσδοκίες όλων των παιχτών των οποίων η συμπεριφορά οδήγησε σε αυτήν την ισορροπία. Η ιδανική αντίδραση σε μια ιδανική στρατηγική του αντιπάλου και το αντίστροφο.

Οφέλη: είναι μια εκτίμηση του ποσού που θα αποκτηθεί σε ένα παίγνιο, όταν όλοι επιλέξουν τις στρατηγικές τους και όταν ολοκληρωθεί το παίγνιο.

Αποτέλεσμα του παιγνίου: είναι το σύνολο των αποτελεσμάτων που θα λάβει ο παίχτης, ύστερα από τις ενέργειες που έχει ακολουθήσει, μετά την ολοκλήρωση του παιγνίου.

Στο σημείο αυτό έχοντας αναλύσει τα παίγνια σαν μια γενική κατηγορία ας δούμε ένα λίγο πιο ειδικό ορισμό των παιγνίων στρατηγικής μορφής: Ένα παίγνιο στρατηγικής μορφής ή (ένα παίγνιο σε κανονική μορφή) είναι απλά ένα σύνολο n ατόμων που προσδιορίζονται από τους αριθμούς 1,2…..,n (και αναφέρονται ως παίκτες του παιγνίου) τέτοιο ώστε κάθε παίκτης i έχει:[4]

Ένα σύνολο επιλογών S_i (επίσης γνωστό ως το σύνολο στρατηγικών του παίκτη)

Τα στοιχεία του συνόλου ονομάζονται στρατηγικές του παίκτη i

Μια συνάρτηση απόδοσης U_i: S_1 x S_2 x……x S_n

[4] Χ.Δ Αλιπράντης, S.K Chakrabarti , "Παίγνια και λήψη αποφάσεων'',Ελληνικά μαθηματική εταιρία , Αθήνα 2004 , σελ 62

1.5. Κοινά χαρακτηριστικά των παιγνίων

- Players-Παίκτες
- Rules – Κανόνες τιμωρείσαι εάν τους παραβιάσεις
- Actions/Strategies –Ενέργειες Στρατηγικές
- Strategic Interdependence – Στρατηγική αλληλεξάρτηση. Πριν κάνω κάτι λαμβάνω υπόψη τον αντίπαλο μου
- Outcome – Αποτέλεσμα. Εξαρτάται όχι μόνο από εμένα , άλλα και από τον αντίπαλο μου
- Παίγνια σε στρατηγική μορφή
- Κυριαρχία (dominance) και επαναλαμβανόμενη κυριαρχία (iterated dominance).το δίλλημα του φυλακισμένου
- Ασθενής κυριαρχία
- Ισορροπία Nash σε καθαρές στρατηγικές
- Παίγνια σε εκτεταμένη (extensive) μορφή
- Παίγνια και θεωρία ολιγοπωλίου

Κεφάλαιο 2

2.1. Υπόδειγμα Ατομικής Δράσης

Ο εργαλειακός ορθολογισμός ταυτίζεται με την ικανότητα των ανθρώπων να επιλέγουν δράσεις που ικανοποιούν με τον καλύτερο τρόπο τους σκοπούς τους, παραδείγματος χάριν να επιλέγουν καφέ αντί για τσάι ή σινεμά αντί για θέατρο. Χρησιμοποιώντας το επίρρημα «εργαλειακά», εννοούμε ότι οι άνθρωποι αυτοί πράττουν με μοναδικό γνώμονα τις προσωπικές τους προτιμήσεις και τίποτα άλλο δεν τους επηρεάζει. Η λογική τους είναι ένα ψυχρό εργαλείο και είναι αυτή που καθοδηγεί τη δράση τους, δηλαδή τι ικανοποιεί τις επιθυμίες τους. Δεν υπάρχει κανένας ποιοτικός περιορισμός στις προτιμήσεις του. Η ατομική δράση είναι εργαλειακά ορθολογική.

Το υπόδειγμα της ατομικής δράσης απαιτεί ελάχιστες υποθέσεις ως προς τις προτιμήσεις των ατόμων. Η εργαλειακή ορθολογικότητα διαμορφώνεται μέσω μιας διάταξης προτιμήσεων, δηλαδή ξεκινώντας από την πιο έντονη επιθυμία μας και καταλήγοντας στην λιγότερο. Αρκετοί οικονομολόγοι δεν μπορούν να καταλάβουν και να προσεγγίσουν το είδος της ορθολογικής κρίσης που έχει ο καθένας μας και μας κάνει να συμπεριφερόμαστε με συνεπή τρόπο, ποιο είναι αυτό το κίνητρο δηλαδή που οδηγεί τον κάθε άνθρωπο στην επιλογή του. Δεν έχει σημασία ποιοι είναι σκοποί μας, αν είναι ιδιοτελείς ή αλλόκοτοι, αρκεί βέβαια να παρέχουν συνεπή κίνητρα ώστε να επιτυγχάνουν τις επιθυμίες μας.

Το παραπάνω υπόδειγμα προέρχεται από το νεοκλασικό μοντέλο της οικονομικής επιστήμης όπου οι προτιμήσεις παριστάνονται με τις καμπύλες αδιαφορίας. Τα άτομα επιλέγουν τη δράση εκείνη που κάνει εφικτή τη μέγιστη καμπύλη αδιαφορίας δηλαδή εκείνη στην οποία μεγιστοποιείται η ωφέλεια.

Παράδειγμα 2.α : Έστω ότι οι γονείς ενός αγοριού αντιμετωπίζουν το δίλημμα αν θα τον εγγράψουν σε δημόσιο ή σε ιδιωτικό γυμνάσιο σχολείο. Γνωρίζουν ότι θα ξοδέψουν αρκετά χρήματα γράφοντας τον σε ιδιωτικό σχολείο αλλά από την άλλη πλευρά γνωρίζουν ότι η ποιότητα διδασκαλίας είναι αρκετά καλύτερη από το δημόσιο. Έτσι λοιπόν οι γονείς του πρέπει να κατατάξουν τα υπέρ και τα κατά ώστε να πάρουν μια απόφαση και με βάσει τον ορθολογισμό τους.

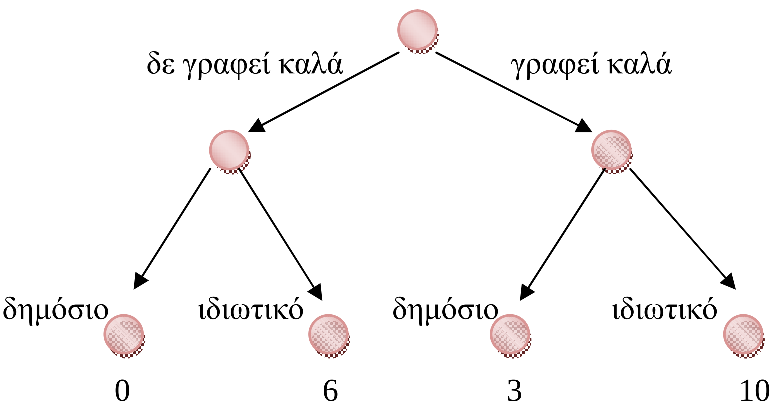
Ας υποθέσουμε τώρα ότι υπάρχει και η αβεβαιότητα στο παράδειγμά μας. Έστω ότι το ιδιωτικό σχολείο έχει τόσο μεγάλη ζήτηση που δεν έχει την δυνατότητα να απορροφήσει τόσους πολλούς μαθητές. Έτσι λοιπόν ο ιδιοκτήτης του σχολείου αποφασίζει να δημιουργήσει ένα εισαγωγικό διαγώνισμα και να εγγράψει τους 30 καλύτερους μαθητές του διαγωνίσματος. Οι γονείς του αγοριού λοιπόν, δεν είναι σίγουροι ότι ο γιος τους θα είναι μέσα στους 30 καλυτέρους, και αυτό έχει ως αποτέλεσμα να παίζεται η θέση του στο ιδιωτικό σχολείο. Πχ αν η πιθανότητα να γράψει καλά είναι 50 – 50 οι πιθανές επιλογές είναι:

1. γράφει καλά, μπαίνει στο ιδιωτικό
2. γράφει καλά, μπαίνει στο δημόσιο
3. δεν γράφει καλά, μπαίνει στο ιδιωτικό
4. δεν γράφει καλά, μπαίνει δημόσιο.

Μπορούμε να τα εκφράσουμε με μια συνάρτηση ωφέλειας η οποία δίνει αριθμητικές τιμές σε αποτελέσματα με τέτοιο τρόπο ώστε το αποτέλεσμα που προτιμάται περισσότερο από όλα να έχει υψηλότερη αριθμητική τιμή , το αποτέλεσμα που προτιμάται αμέσως μετά το πρώτο να έχει τη δεύτερη υψηλότερη αριθμητική τιμή και εκείνο που προτιμάται λιγότερο από όλα να έχει την μικρότερη αριθμητική τιμή(ή την χαμηλότερη θέση στην κατάταξη)[5].Με τον τρόπο αυτό, η επιλογή δράσης που ικανοποιεί καλύτερα τις προτιμήσεις ενός ατόμου είναι ισοδύναμη με την επιλογή της δράσης με την υψηλότερη αριθμητική τιμή ή δείκτη ωφέλειας. Εάν ορίσουμε κάποιες αυθαίρετες τιμές, πχ 1. = 10, 2. = 3, 3. = 6 και 4. = 0. Δηλαδή εάν επιλέξεις να γράψεις καλά τότε υπάρχει πιθανότητα να αποκομίσεις ωφέλεια 10 ή 3 και αν δεν γράψεις καλά τότε προσκομίζεις είτε 6 είτε 3. Ας το δούμε καλύτερα στο παρακάτω πίνακα και σχεδιάγραμμα.

	Γράφει καλά	Δεν γράφει καλά
Ιδιωτικό Σχολείο	10	6
Δημόσιο Σχολείο	3	0

Π.1



Σχήμα Σ.1

Η πιθανότητα για να γράψει καλά είναι $(0.5 \cdot 10 + 0.5\pi * 3) = 6.5$ και η πιθανότητα να γράψει κακά είναι $(0.5 \cdot 6 + 0.5 \cdot 0) = 3$

Στην περίπτωση αυτή με την ύπαρξη της αβεβαιότητας η ορθολογική δράση εξηγείται ως προσπάθεια ικανοποίησης των προτιμήσεών μας και παίρνει τη μορφή της συνάρτησης προσδοκώμενης ωφέλειας. Οι δράσεις μας συνδέονται πλέον με προσδοκία ωφέλειας. Αυτό σημαίνει ότι οι τιμές που δώσαμε αντανακλούν και ένα μέτρο έντασης των προτιμήσεων ενός ατόμου. Έστω ότι η πιθανότητα του να γράψει

[5] Γ. Βαρουφάκης ,'' θεωρία παιγνίων'' , Gutenberg , Αθήνα 2004 ,σελ 40

καλά είναι 80% ή η προοπτική του να μπει σε ιδιωτικό είναι 10 φορές καλύτερη τότε η προσδοκώμενη ωφέλεια αλλάζει αλλά και πάλι οι τιμές παραμένουν αυθαίρετες, παίρνουμε όμως περισσότερες πληροφορίες για τις προτιμήσεις τους.

Σε αυτό το σημείο αξιοσημείωτο είναι να αναφερθεί ότι σε όλα τα παίγνια η αβεβαιότητα είναι πανταχού παρούσα. Μια άλλη σημαντική εφαρμογή είναι στη λήψη ριψοκίνδυνων αποφάσεων από τις οποίες θα προκύψουν αποτελέσματα με τη μορφή χρήματος, πχ λαχείο, μετοχές, επένδυση σε κατοικίες και άλλα. Σε αυτή τη περίπτωση μιλάμε για τη στάση του ατόμου έναντι του κινδύνου.

Το υπόδειγμα ατομικής δράσης χρειάζεται πολύ προσοχή πριν το αποδεχθούμε, μελετώντας πρώτον, την θεωρία που στόχο έχει την πρόβλεψη της ανθρώπινης συμπεριφοράς των πραγματικών ανθρώπων, δεύτερον την θεωρία ανάλυσης της πραγματικότητας από μια θετική περιγραφή του τρόπου με τον οποίο οι άνθρωποι επιλέγουν υπό συνθήκες αβεβαιότητας και αυτό λειτουργεί ως κατευθυντήρια θεωρία και τρίτον δεν μας λέει πως θα έπρεπε να παίζουμε δηλαδή πώς να συμπεριφερόμαστε.

Για να αποφασίσει κάποιος τι θα κάνει πρέπει να σχηματίσει προηγουμένως μια προσδοκία σχετικά με την πιθανότητα το τι θα κάνει ο άλλος. Π.χ. η πιθανότητα το αγόρι να γράψει καλά επηρεάζει σε ποιο σχολείο θα πάει.

Η αβεβαιότητα για το πώς θα γράψει ή το τι θα κάνει ένας φίλος μας είναι παρόμοια. Αλλά υπάρχει και μια ουσιώδεις διαφορά: Στη μια περίπτωση έχουμε ένα παίγνιο μεταξύ του παιδιού και του σχολείου ενώ στην άλλη περίπτωση ένα παίγνιο στο οποίο συμμετέχουν δύο άνθρωποι. Οι πεποιθήσεις του αγοριού για το σχολείο δεν το επηρεάζουν, ενώ οι πεποιθήσεις του αγοριού για τους άλλους μπορεί να τους επηρεάσει επειδή μπορεί να τους ωθεί να προβλέψουν πως θα ενεργήσει το αγόρι.

Από πού τελικά προέρχονται οι προσδοκίες και πως αυτές σχηματίζονται, θα τα εξετάσουμε παρακάτω. Η θεωρία των παιγνίων απαντά με τη χρήση δύο υποθέσεων: 1) την υπόθεση της κοινής γνώσης ορθολογισμού και 2) τις ευθυγραμμισμένες με συνέπεια πεποιθήσεις.

2.2. **Κοινή Γνώση Ορθολογισμού (ΚΓΟ)**

Ο κάθε άνθρωπος καθημερινά κάνει κάποιες προβλέψεις για το πώς πρέπει να πράξει ή να συμπεριφερθεί σκεφτόμενος πάντα το τι πρόκειται να κάνει ο υπόλοιπος κόσμος. Αυτό επηρεάζει άμεσα την κρίση του για το τι είναι ορθολογικό να πράξει. Ο καθορισμός των πεποιθήσεων που τα ορθολογικά σκεπτόμενα άτομα έχουν διαμορφώσει ο ένας για τον άλλον είναι στην ουσία το κλειδί για την ανάλυση της δράσης στα παίγνια. Με άλλα λόγια αν θέλουμε να προβλέψουμε τι θα πράξει κάποιος, τότε είναι φυσικό να διαμορφώσουμε ένα υπόδειγμα των αιτιών που καθορίζουν τη συμπεριφορά του και κατόπιν να το χρησιμοποιούμε κάθε φορά για να προβλέψουμε τη συμπεριφορά του. Αυτό σημαίνει ότι εκτός απροόπτου το κάθε άτομο είναι εργαλειακά ορθολογικό. Άρα για τη θεωρία των παιγνίων το ζητούμενο είναι να καθοριστεί ένα πρότυπο αντιπάλου που είναι λογικός.

Η παραδοχή της κοινής γνώσης ότι όλα τα άτομα είναι ορθολογικά είναι και εύκολη και δύσκολη. Εύκολη γιατί ο ένας σέβεται την ορθολογικότητα του άλλου και δύσκολη γιατί απαιτεί μια ιδιαίτερα σύνθετη σκέψη. Δηλαδή, γνωρίζω ότι είσαι ορθολογιστής και αφού σκέπτεσαι ορθολογικά και γνωρίζεις ότι είμαι ορθολογιστής θα ξέρεις ότι επίσης ότι γνωρίζω πως είσαι ορθολογιστής και ότι ξέρεις πως είμαι ορθολογιστής κ.τ.λ

(i) Κάθε παίκτης είναι εργαλειακά ορθολογιστής

(ii) Κάθε παίκτης γνωρίζει το(i)

(iii) Κάθε παίκτης γνωρίζει το(ii)

…. Και η διαδικασία αυτή συνεχίζεται επ' άπειρον

Αυτό που μόλις περιγράψαμε είναι αυτό που ονομάζουμε Κοινή Γνώση Ορθολογισμού (ΚΓΟ).Ένα παράδειγμα για να κατανοήσουμε καλύτερα την Κοινή Γνώση Ορθολογισμού είναι το εξής:

Παράδειγμα 2.β : Έχουμε τον Γιάννη και την Μαρία, και οι δυο παίχτες πρέπει να επιλέξουν έναν αριθμό από το 0 έως το 100 ταυτόχρονα και χωρίς ο ένας να γνωρίζει την επιλογή του άλλου. Ο παίκτης εκείνος που θα επιλέξει τον αριθμό πιο κοντά στη μέγιστη επιλογή δια του 2 θα κερδίσει ένα ποσό ίσο με την επιλογή του επί 1000. Π.χ. αν ο Γιάννης επιλέξει τον αριθμό 40 και η Μαρία τον αριθμό 30, τότε κερδίζει η Μαρία το ποσό των 30.000 €. Σε περίπτωση που επιλέξουν τον ίδιο αριθμό μοιράζονται τα κέρδη. Ο κάθε παίκτης σκέφτεται: ο μέγιστος αριθμός που μπορεί να επιλέξει ο αντίπαλος του είναι το 100. Άρα ο Γιάννης δεν πρέπει να επιλέξει πάνω από 50. Ναι αλλά αν το συμπέρανε τόσο εύκολα εκείνος το ίδιο θα κάνει και η Μαρία, οπότε σκέφτεται να το μειώσει. Ναι αλλά αν σκεφτεί η Μαρία ότι ο Γιάννης θα το μειώσει ξανά τότε και εκείνη με την σειρά της θα πρέπει να το μειώσει ξανά κτλ, οπότε κάποια στιγμή θα επιλέξουν και οι δύο το μηδέν.

Το μη πεπερασμένο αυτό σκεπτικό αντανακλά την άπειρη αλυσίδα της ΚΓΟ και οδηγεί τους παίχτες σε ένα και μοναδικό συμπέρασμα: και οι δυο παίχτες να επιλέξουν το μηδέν, άρα το αποτέλεσμα είναι ισόπαλο και μάλιστα μηδέν, επομένως κανείς δεν είναι κερδισμένος και το παίγνιο μας λύθηκε. Βρέθηκε μια λύση η οποία δεν μπορεί να αναιρεθεί ακόμη κι αν οι παίκτες γνώριζαν τη θεωρία.

Δυστυχώς η Κοινή Γνώση Ορθολογισμού δεν αρκεί για να λυθούν όλα τα παίγνια. Π.χ. έστω ότι μας ενδιαφέρει το πώς ντυνόμαστε σε σχέση με το πώς ντύνονται οι άλλοι. Αυτό σημαίνει ότι οι προβλέψεις ή οι πεποιθήσεις μας για το τι θα φορέσουν οι άλλοι, επηρεάζουν άμεσα την κρίση μας για το τι είναι εργαλειακά ορθό να πράξουμε εμείς. Από τη στιγμή όμως που κι άλλοι νοιάζονται για το τι φορούν οι υπόλοιποι. Θα πρέπει να λάβουμε υπόψη μας το τι σκέφτονται οι άλλοι, το τι περιμένουν εκείνοι ότι θα φορούν οι άλλοι κ.ο.κ.   Το πρόβλημά μας εδώ είναι ότι δεν υπάρχει πρόβλεψη και ότι τελικά η ΚΓΟ μάλλον δεν βοηθά, όσο σίγουροι κι αν είμαστε για τον ορθολογισμό του άλλου αυτό δεν μας βοηθά για το τι θα φορέσουν οι υπόλοιποι. Και έτσι πάλι μπροστά μας η απροσδιοριστία.[6]

2.3. Ευθυγραμμισμένες με Συνέπεια Πεποιθήσεις (ΕΣΠ)

Ποια είναι η βασική υπόθεση στις ευθυγραμμισμένες με συνέπεια πεποιθήσεις; Ορθολογικά σκεπτόμενα άτομα συγκεντρώνουν τα ίδια συμπεράσματα σχετικά με το πώς θα παιχθεί ένα παίγνιο εφόσον έχουν την ίδια πληροφόρηση. Για παράδειγμα, όπως σε ένα πρόγραμμα υπολογιστή: εάν εισάγουμε τα ίδια στοιχεία θα έχουμε το ίδιο αποτέλεσμα ανεξαρτήτως υπολογιστή. Έτσι λοιπόν, λειτουργούν όλοι οι ορθολογικοί παίχτες ως μηχανές που επεξεργάζονται ένα σύνολο πληροφοριών προτού πράξουν κάποιες πιθανότητες. Και εφόσον ξεκινούν με το ίδιο σύνολο πληροφοριών ο ένας για τον άλλον θα καταλήξουν στις ίδιες προβλέψεις για το τι θα κάνει ο καθένας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα κανένας ορθολογικά σκεπτόμενος άνθρωπος να μην περιμένει να αιφνιδιαστεί ή να αιφνιδιάσει έναν άλλον ορθολογικά σκεπτόμενο άνθρωπο.

[6] Γ.Βαρουφάκης , ΄΄΄Θεωρία Παίγνίων , Gutenberg,Αθήνα 2007,σελ 73

Π.χ. ένας τερματοφύλακας σκέφτεται ότι ο αντίπαλος του θα σουτάρει δεξιά, ναι αλλά το ξέρει ότι το ξέρει και για αυτό θα προσπαθήσει να τον μπερδέψει σουτάροντας αριστερά. Ναι αλλά μπορεί να σκεφτεί ότι θα περιμένει κάτι τέτοιο οπότε μπορεί εν τέλει να σουτάρει δεξιά ως συνήθως.

Και πότε τελειώνει αυτός ο κύκλος; Η ΕΣΠ επιβάλει ότι οι δύο παίκτες συμπίπτουν στις προσδοκίες τους χωρίς να αγωνιούν για το εάν κάποιος θα αποτύχει να διακρίνει τις σκέψεις του άλλου. Άρα οι πεποιθήσεις μας σχετικά με το τι θα πράξει ο αντίπαλός μας είναι ευθυγραμμισμένες με συνέπεια πεποιθήσεις υπό την έννοια ότι αν γνωρίζαμε τα σχέδια του αντιπάλου δεν θα θέλαμε να αλλάξουμε τις πεποιθήσεις μας για τα σχέδια αυτά. Και το ίδιο βέβαια ισχύει για τον αντίπαλο σε σχέση με εμάς.

Τι ακριβώς όμως σημαίνει αυτό στη θεωρία των παιγνίων; Ότι ακόμα κι αν έχουμε τις ίδιες πληροφορίες και τελούμε υπό κοινή γνώση ορθολογισμού δε μπορούμε να προβλέψουμε τις κινήσεις του αντιπάλου. Επομένως η λύση είναι μια: η ΕΣΠ υποστηρίζει ότι ξεκινάμε με την ίδια πληροφόρηση. Αυτό σημαίνει ότι θα καταλήξουμε στο ίδιο συμπέρασμα σχετικά με το τι θα πράξει ο καθένας. Έστω κι αν αυτό εκφράζεται με πιθανότητες. Π.χ. ο ποδοσφαιριστής θα σουτάρει δεξιά με πιθανότητα p και αριστερά με πιθανότητα 1-p. Έτσι λοιπόν η ευθυγραμμισμένες με συνέπεια πεποιθήσεις μας βοηθά σημαντικά στον περιορισμό της ασάφειας για το τι θα γίνει στο παίγνιό μας, δηλαδή δίνει λύση. Αυτό όμως δε σημαίνει ότι στερεί τη δυνατότητα από τους παίχτες να έχουν διαφορετικές προσδοκίες και πεποιθήσεις, διότι για να συμβεί αυτό θα πρέπει να μοιράζονται τις ίδιες πληροφορίες σύμφωνα με ΕΣΠ. Ωστόσο μπορούν οι παίχτες να έχουν την ίδια πληροφορία αλλά να μην έχουν το ίδιο αποτέλεσμα, για παράδειγμα το παιχνίδι του ΟΠΑΠ «πάμε στοίχημα», παρόλο που έχουν την ιδία πληροφόρηση δεν έχουν και την ίδια πρόβλεψη.

2.4. Καθαρές και Μικτές Στρατηγικές

Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλύσουμε τα λογικά εργαλεία, τα οποία μας βοηθάνε ώστε να επιλύσουμε ένα παίγνιο, να προβλέψουμε δηλαδή πως οι ορθολογικά σκεπτόμενοι άνθρωποι συμπεριφέρονται σε καταστάσεις αλληλεπίδρασης στις οποίες το αποτέλεσμα καθορίζεται από το συνδυασμό των δράσεων του κάθε ανθρώπου. Επομένως σε αυτό το σημείο μπαίνει η έννοια της στρατηγικής και σε ποιες δυο κατηγορίες χωρίζεται.

Μια στρατηγική ορίζεται από μια σειρά από κινήσεις ή ενέργειες που ένας παίχτης πρόκειται να ακολουθήσει σε ένα συγκεκριμένο παίγνιο. Η στρατηγική πρέπει να είναι πλήρης, να οριοθετεί τη δράση σε κάθε ενδεχόμενο, συμπεριλαμβανομένων και εκείνης που δεν μπορεί να είναι εφικτή σε μια κατάσταση ισορροπίας. Καθορίζει την κάθε κίνηση του παίχτη σε κάθε πιθανό σημείο ισορροπίας κατά τη διάρκεια ενός παιγνίου. Τέτοιου είδους ενέργειες μπορούν να είναι τυχαίες στην περίπτωση των μικτών στρατηγικών. Άρα λοιπόν η στρατηγική χωρίζεται σε καθαρή και μικτή. Ο κάθε παίχτης επιλέγει ποια στρατηγική θα παίξει, η οποία θα είναι για εκείνον κυρίαρχη στρατηγική. Αυτό σημαίνει ότι ο,τι κι αν παίζει ο αντίπαλος εγώ είμαι ο καλύτερος.

Καθαρή στρατηγική είναι αυτή που καθορίζει μια συγκεκριμένη κίνηση ή ενέργεια που ένας παίχτης θα ακολουθήσει σε κάθε πιθανή εφικτή κατάσταση σε ένα παίγνιο, δεδομένου ότι ο αντίπαλος γνωρίζει την στρατηγική που αυτός ακολουθεί. Οι κινήσεις ή οι ενέργειες για την καθαρή στρατηγική δεν μπορούν να είναι τυχαίες. Π.χ. βρίσκομαι σε πόλεμο, η καθαρή μου στρατηγική είναι: σκοτώνω τον εχθρό.

Από την άλλη πλευρά έχουμε και την μικτή στρατηγική που την χρησιμοποιούμε όταν συναντάμε την απροσδιοριστία. Το κύριο αντικείμενό της είναι η πιθανότητα. Η πιθανότητα μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή από (0-1). Μια μικτή στρατηγική είναι εκείνη κατά την οποία ένας παίκτης παίζει έχοντας στη διάθεση του καθαρές στρατηγικές με ορισμένες πιθανότητες. Ας πούμε ότι έχουμε ένα άτομο που έχει δυο στρατηγικές. Μια μικτή στρατηγική ορίζεται σαν την κατανομή πιθανότητας πάνω στις δύο αυτές στρατηγικές. Άρα πόσες στρατηγικές το άτομο στα χέρια του; Έχει άπειρες. Για παράδειγμα ένα άτομο μπορεί να πάει αριστερά ή δεξιά. Άρα έχει δυο στρατηγικές στα χέρια του: (Α , Δ). Η μικτή στρατηγική στην περίπτωση αυτή είναι να πάει δεξιά με πιθανότητα p και αριστερά με 1-p. Κατά συνέπεια το σύνολο των στρατηγικών που έχει στα χέρια του $0 \leq p \leq 1$. Αυτό που θα επιλέξει τώρα δεν είναι πλέον αριστερά ή δεξιά αλλά θα επιλέξει την πιθανότητα με την οποία θα πάει αριστερά (p). Άρα έχουμε ένα παίγνιο όπου ο αριθμός των στρατηγικών του παίχτη είναι άπειρο αλλά υπάρχει μια αντιστοιχία μεταξύ του υπολογισμού των μεικτών στρατηγικών και του παιγνίου με άπειρες στρατηγικές. Τέλος η στρατηγική θα γραφτεί ως (Α,Δ; p, 1-p).

Τις μικτές στρατηγικές μπορούμε να τις κατανοήσουμε καλύτερα μέσα από τα επαναλαμβανόμενα παίγνια, όπου ο σκοπός του κάθε παίκτη είναι να διατηρεί την πρόβλεψη του αντιπάλου όπως για παράδειγμα το πολύ γνωστό παιχνίδι, που θα περιγράψουμε παρακάτω, πέτρα, ψαλίδι, χαρτί.

Παράδειγμα 2.γ : Έχουμε δυο παίχτες, οι οποίοι παίζουν το παιχνίδι πέτρα, ψαλίδι, χαρτί. Ο ένας κερδίζει και ο άλλος χάνει. Αυτός που κερδίζει παίρνει 1 και αυτός που χάνει 0. Ως γνωστόν η πέτρα σπάει το ψαλίδι, το χαρτί τυλίγει την πέτρα και το ψαλίδι κόβει το χαρτί.

	Π	**Χ**	**Ψ**
Π	0 , 0	0 , 1	1 , 0
Χ	1 , 0	0 , 0	0 , 1
Ψ	0 , 1	1 , 0	0 , 0

Π.2

Είναι ξεκάθαρο λοιπόν ότι αν ο ένας ακολουθεί μια συγκεκριμένη στρατηγική, θα χάσει αν το ανακαλύψει ο αντίπαλος. Άρα ισορροπία σε καθαρές στρατηγικές δεν υπάρχει εδώ παρά μόνο ισορροπία σε μικτές στρατηγικές και είναι (Pπ, Pχ, Pψ) = (1/3, 1/3, 1/3). Αυτό το παίγνιο μας δείχνει ότι υπάρχουν διάφορα παίγνια που δεν έχουν ισορροπίες σε καθαρές στρατηγικές.

Εάν κάθε παίκτης σε ένα παίγνιο έχει έναν πεπερασμένο αριθμό καθαρών στρατηγικών, τότε υπάρχει τουλάχιστον μία ισορροπία στις (ενδεχομένως) μεικτές στρατηγικές, κάτι το οποίο ο John Nash είχε αποδείξει. Εάν δεν υπάρχουν ισορροπίες Nash με καθαρές στρατηγικές, τότε πρέπει να υπάρχει μια μοναδική ισορροπία Nash με μικτές στρατηγικές. Μια ΙΝΜΣ αποτελείται από ένα σύνολο Μ μικτών στρατηγικών –μια για κάθε παίκτη . Η μικτή στρατηγική ορίζεται ως μια κατανομή πιθανοτήτων (που αποδίδει μια ακριβή πιθανότητα σε καθεμία διαθέσιμη καθαρή στρατηγική του παίκτη, τέτοια ώστε όλες οι πιθανότητες να βρίσκονται εντός του διαστήματος (0,1) και το άθροισμα τους να είναι ίσο με 1).Οι μικτές αυτές στρατηγικές βρίσκονται σε ισορροπία Nash όταν κανένας παίκτης δεν μπορεί να βελτιώσει την προσδοκώμενη ωφέλεια του επιλέγοντας μια διαφορετική στρατηγική από την μικτή στρατηγική του στο Μ. Ωστόσο, είναι δυνατόν να συνυπάρχουν και η καθαρή και η μικτή στρατηγική σε ένα παίγνιο, όπως για παράδειγμα στο παρακάτω παίγνιο.

<u>Παράδειγμα 2.δ</u> : Ας ξαναδούμε το παίγνιο με τον ποδοσφαιριστή και τον τερματοφύλακα πιο αναλυτικά και από μια άλλη οπτική γωνία. Υποθέτουμε λοιπόν, σε έναν αγώνα ποδοσφαίρου, ένας ποδοσφαιριστής είναι έτοιμος να σουτάρει πέναλτι. Ο ποδοσφαιριστής έχει τις επιλογές είτε να ρίξει δεξιά είτε αριστερά την μπάλα και ο τερματοφύλακας να κινηθεί είτε δεξιά είτε αριστερά για να πιάσει την μπάλα. Και οι δύο παίχτες θα πρέπει να γίνουν απρόβλεπτοι και άρα θα προτιμήσουν να παίξουν με μικτές στρατηγικές. Αυτό το παίγνιο ανήκει στο είδος παιγνίου του ανταγωνισμού, δηλαδή το κέρδος του ενός είναι η ζημία του άλλου. Δεν υπάρχει περίπτωση να τα βρουν και ο ένας θέλει να κερδίσει τον άλλον. Όσο καλύτερα είναι ο ένας τόσο χειρότερα είναι ο άλλος.

		Τερματοφύλακας	
		Αριστερά	Δεξιά
Ποδοσφαιριστής	Αριστερά	50 , -50	80 , -80
	Δεξιά	90 , -90	20 , -20

Π.3

Τα νούμερα στο παραπάνω πινακάκι αναφέρονται σε ποσοστά επιτυχίας του να μπει γκολ ή του να φάει γκολ.

Σκοπός του ποδοσφαιριστή είναι να μεγιστοποιήσει το νούμερο πριν το κόμμα. Ενώ σε αντίθεση ο σκοπός του τερματοφύλακα είναι να ελαχιστοποιήσει το αρνητικό νούμερο μετά το κόμμα.

Στο παίγνιο αυτό δεν υπάρχει κυρίαρχη στρατηγική καθώς σε κανένα σπορ δεν υπάρχει. Ελέγχουμε τώρα εάν υπάρχει ισορροπία Nash και παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει και οπότε θα χρησιμοποιήσουμε μικτές στρατηγικές για να υπολογίσουμε πόσο συχνά θα σουτάρει ο ποδοσφαιριστής πχ δεξιά και πόσο συχνά θα πετυχαίνει ο τερματοφύλακας. Δεν έχουν συμμετρική απόδοση για παράδειγμα ο παίχτης μπορεί να σουτάρει σπάνια δεξιά αλλά να μπορεί να σουτάρει το καλύτερο του και ο τερματοφύλακας να έχει κάποια θέση που να είναι καλός.

- Θα ορίσουμε τις πιθανότητες:

Ονομάζω p την πιθανότητα που ο ποδοσφαιριστής σουτάρει την μπάλα αριστερά. Το p παίρνει τιμές: $0 \leq p \leq 1$

όταν *p = 1* → πάντα θα σουτάρει αριστερά

όταν *p = 0* → πάντα θα σουτάρει δεξιά

όταν *p = 0,5* → θα σουτάρει μια δεξιά και μια αριστερά

Επίσης ονομάζω q την πιθανότητα ο τερματοφύλακας να πέφτει αριστερά.

όταν *q = 1* → πάντα θα πέφτει αριστερά

όταν *q = 0* → πάντα θα πέφτε δεξιά

όταν *q = 0,5* → θα πέφτει μια δεξιά και μια αριστερά

Όταν $p = 0$ και $q = 0$ βρίσκονται στο σημείο (20 , -20), καθώς είναι πάντα δεξιά και αντίστοιχα εάν $p = 1$ και $q = 1$ βρίσκονται στο σημείο (50 , -50), καθώς παίζουν αριστερά και οι δυο παίχτες.

Ας μελετήσουμε τώρα το Expected Payoff (προσδοκώμενη ωφέλεια) όταν ο τερματοφύλακας παίζει πάντα αριστερά.

$$EUT(A) = -50p - 90(1-p) \qquad (1).$$

Και όταν παίζει πάντα δεξιά.

$$EUT(\Delta) = -80p - 20(1-p) \qquad (2).$$

Εξισώνουμε τα expected payoff για να βρω την τιμή του p.

$$-50p - 90(1-p) = -80p - 20(1-p) \quad \Leftrightarrow$$

$$-50p + 80p = 90(1-p) - 20(1-p) \quad \Leftrightarrow$$

$$30p = 70\,(1-p) \quad \Leftrightarrow$$

$$30p + 70p = 70 \quad \Leftrightarrow$$

$$100p = 70 \quad \Leftrightarrow \quad p = 0{,}7$$

$p = 0.7$ → μέγιστο payoff με βάση ότι ο τερματοφύλακας συμπεριφέρεται με ιδανικό τρόπο, λαμβάνοντας υπόψιν τι παίζει ο ποδοσφαιριστής.

Επομένως ο τερματοφύλακας θα πέφτει 7 φορές αριστερά και 3 φορές δεξιά. Αν $p < 0.7$ τότε ο ποδοσφαιριστής θα σουτάρει δεξιά και θα γίνει απρόβλεπτος.

Ποιο είναι όμως τώρα το Expected Payoff του ποδοσφαιριστή αν σουτάρει μονίμως αριστερά;

$$EU\Pi(A) = 50q + 80(1-q) \qquad (3)$$

Και αν σουτάρει μονίμως δεξιά;

$$\boldsymbol{EU\Pi(\Delta)} = \mathbf{90}\boldsymbol{q} + \mathbf{20(1-}\boldsymbol{q}\mathbf{)} \qquad (4)$$

Τις εξισώνουμε και βλέπουμε:

$$\mathbf{50}\boldsymbol{q} + \mathbf{80(1-}\boldsymbol{q}\mathbf{)} = \mathbf{90}\boldsymbol{q} + \mathbf{20(1-}\boldsymbol{q}\mathbf{)} \quad \Leftrightarrow$$

$$\mathbf{80(1-}\boldsymbol{q}\mathbf{)} - \mathbf{20(1-}\boldsymbol{q}\mathbf{)} = \mathbf{90}\boldsymbol{q} - \mathbf{50}\boldsymbol{q} \quad \Leftrightarrow$$

$$\mathbf{60(1-}\boldsymbol{q}\mathbf{)} = \mathbf{40}\boldsymbol{q} \quad \Leftrightarrow$$

$$\mathbf{60} - \mathbf{60}\boldsymbol{q} = \mathbf{40}\boldsymbol{q} \Leftrightarrow$$

$$\mathbf{60} = \mathbf{100}\boldsymbol{q} \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{q} = \mathbf{0{,}6}$$

$\boldsymbol{q} = \mathbf{0.6}$ → δηλώνει ότι ο ποδοσφαιριστής θα σουτάρει 6 φορές αριστερά και 4 φορές δεξιά. Εάν $q < 0.6$ τότε σουτάρει πάντα δεξιά και καταφέρνει να γίνει απρόβλεπτος.

Αντικαθιστούμε το p στην εξίσωση *(1)*:

$$\boldsymbol{EUT(A)} = \mathbf{50}\boldsymbol{p} + \mathbf{90(1-}\boldsymbol{p}\mathbf{)} = \mathbf{50 \cdot 0.7} + \mathbf{90 \cdot (1-0.7)} = \mathbf{35} + \mathbf{27} = \mathbf{62\%}$$

Αντικαθιστούμε το q στην εξίσωση *(3)*:

$$\boldsymbol{EU\Pi(A)} = \mathbf{50}\boldsymbol{q} + \mathbf{80(1-}\boldsymbol{q}\mathbf{)} = \mathbf{50 \cdot 0.6} + \mathbf{80 \cdot (1-0.6)} = \mathbf{30} + \mathbf{32} = \mathbf{62\%}$$

Επομένως παρατηρούμε ότι 62% είναι η πιθανότητα για να μπει το γκολ με $p = 0.7$ και $q = 0.6$ σημείο Nash εκεί που είναι η ιδανική αντίδραση του ενός στην ιδανική επιλογή του άλλου.

2.5. <u>Δόγμα Harsanyi – Aumann</u>

‘‘… κάθε κοινωνική κατάσταση εμπεριέχει στρατηγική αλληλεπίδραση μεταξύ των συμμετεχόντων. Οπότε, θα μπορούσε κάποιος να υποστηρίξει ότι η κατάλληλη κατανόηση οποιασδήποτε κοινωνικής κατάστασης θα απαιτούσε παιγνιοθεωρητική ανάλυση.’’

John C. Harsanyi

Είδαμε ότι η ισορροπία Nash με μικτές στρατηγικές (ΙΝΣΜ) είναι μια ισορροπία Nash στην οποία οι παίκτες μπορούν να παίζουν στην τύχη κάποια από τις καθαρές στρατηγικές τους με σαφώς προσδιορισμένες πιθανότητες. Το κλειδί για τις ισορροπίες Nash με μικτές στρατηγικές επομένως είναι ότι υπάρχει κάποιο σύνολο πιθανοτήτων, ένα για κάθε παίκτη, που είναι συνεπές με το ότι κανείς παίκτης δεν γνωρίζει τι θα συμβεί στο παίγνιο και όταν κάθε παίκτης γνωρίζει τι θα κάνει ο αντίπαλος του (γνωρίζει κάθε παίκτης τις πιθανότητες με τις οποίες θα επιλεγούν οι αντίπαλοι τις καθαρές στρατηγικές τους). Αυτό βέβαια το τελευταίο αφήνει πολλά περιθώρια για αμφισβητήσεις που θα τα μελετήσουμε στο κεφάλαιο 5.

Ωστόσο η τελευταία φράση μας θυμίζει το αξίωμα των ΕΣΠ και το λεγόμενο δόγμα Harsanyi – Aumann. Αν οι παίκτες διαθέτουν τις ίδιες πληροφορίες θα καταλήξουν στο ίδιο συμπέρασμα σχετικά με το τι θα πράξει ο καθένας. Άρα μπορούμε να πούμε ότι ο ένας γνωρίζει με βεβαιότητα ποια στρατηγική θα επιλέξει ο άλλος.

Ας δούμε τώρα το πρώτο μέρος της φράσης «με το ότι κανείς παίκτης δεν γνωρίζει τι θα συμβεί στο παίγνιο». Το δόγμα Harsanyi – Aumann μας λέει ότι η ίδια πληροφόρηση πρέπει να σημαίνει ότι ο ένας γνωρίζει ποια στρατηγική θα επιλέξει ο άλλος και αντίστροφα και αυτό είναι συνεπές με το εξής, ότι και οι δύο παίκτες επιλέγουν τυχαία. Κατά συνέπεια είναι απολύτως ευλογοφανές ότι η μία πλευρά δεν γνωρίζει ακριβώς το αποτέλεσμα που θα προκύψει αν η άλλη πλευρά επιλέγει τυχαία μεταξύ των καθαρών στρατηγικών του και το αντίστροφο. Ταυτόχρονα όμως ο ένας έχει πλήρη γνώση της πιθανότητας με την οποία ο άλλος θα παίξει τυχαία μεταξύ των καθαρών στρατηγικών του. Ας θέσουμε ως παράδειγμα το στρίψιμο ενός νομίσματος. Στρίβουμε λοιπόν ένα νόμισμα και γνωρίζουμε ότι η πιθανότητα να έρθει «κορώνα» είναι ½ χωρίς όμως να γνωρίζουμε εκ των προτέρων ότι θα έλθει «κορώνα».

Με βάση τα όσα έχουμε πει όταν α) κανένας δεν γνωρίζει πως θα επιλέξει ο άλλος και β) καθένας γνωρίζει τι θα πράξει ο άλλος, τότε προκύπτει μια ισορροπία Nash με μικτές στρατηγικές, η οποία συνίσταται σε μια μικτή στρατηγική για κάθε παίκτη.

Αναφέραμε πριν ότι η ισορροπία Nash με μικτές στρατηγικές είναι ασθενής σε σχέση με την ισορροπία Nash διότι στηρίζεται στην αδιαφορία. Λαμβάνοντας αυτό υπόψη τη στιγμή που επιτυγχάνουμε μια ΙΝΜΣ αυτή αυτοαναιρείται. Δηλαδή τη στιγμή που αναμένουμε ότι ο αντίπαλος μας θα επιλέξει τη μικτή στρατηγική του που καταδεικνύει την ΙΝΜΣ αυτός δεν έχει κανένα λόγο να το κάνει. Αυτό σημαίνει ότι ο παίκτης δεν έχει κίνητρο να μην παίξει την ΙΝΜΣ (ασθενής προτίμηση - είναι αδιάφορος). Αυτό όμως δεν είναι σοβαρό επιχείρημα. Την καθιστά ασταθή διότι παρόλο που οι παίκτες έχουν υπολογίσει σωστά τις πιθανότητες δεν έχουν λόγο να επαληθεύσουν μέσω της συμπεριφοράς τους υπολογισμούς αυτούς. Επίσης να μην ξεχνάμε ότι εφόσον διαμορφωθούν οι προϋποθέσεις για την ΙΝΜΣ οι προσδοκώμενες αποδόσεις για κάθε παίκτη είναι ίδιες. Ωστόσο ο Aumann διαφωνεί ότι η ΙΝΜΣ είναι ασταθής ισορροπία και υποστηρίζει ότι οι πιθανότητες με τις οποίες επιλέγονται οι καθαρές στρατηγικές των παικτών στο πλαίσιο μιας ΙΝΜΣ δεν πρέπει να ερμηνεύονται απλά ως πιθανότητες που ένας παίκτης επιλέγει μια από τις καθαρές στρατηγικές του.

Έστω ότι έχουμε δύο εταιρείες Α και Β από το προηγούμενο παράδειγμά μας. Η πιθανότητα με την οποία η εταιρεία Α θα επιλέξει τη στρατηγική να παραμείνει, θα πρέπει να θεωρηθεί ως κάποια υποκειμενική πεποίθηση την οποία έχει σχηματίσει η εταιρεία Β σχετικά με το τι θα πράξει η Α και δεν έχει να κάνει με τυχαία επιλογή όπως είπαμε. Το ίδιο ισχύει για την Β.

Άρα μας λέει ο Aumann ότι οι πιθανότητες p και q αντανακλούν μια συνεπή απαίτηση σχετικά με τις υποκειμενικές πεποιθήσεις που κάθε παίκτης έχει διαμορφώσει για το τι θα πράξει ο άλλος. Όπως βλέπουμε απαιτείται και πάλι να καταφύγουμε στο δόγμα του Harsanyi – Aumann για τις ΕΣΠ. Δηλαδή να υποστηρίξουμε ότι οι δύο παίκτες έχουν από πριν κάνει μια εκ των προτέρων κοινή εκτίμηση για το πώς θα επιλέξουν τις καθαρές στρατηγικές τους. Να ευθυγραμμιστούν δηλαδή οι πεποιθήσεις τους. Αφού έχουν διαμορφώσει κοινή εκτίμηση βάσει της ΚΓΟ τότε δεν θα επιλέξουν κάτι που δεν τους δίνει τη βέλτιστη απόδοση σύμφωνα με τις πεποιθήσεις τους.

‘‘… η θεωρία παιγνίων είναι ένα είδος ομπρέλας ή ‹ενοποιημένο πεδίο› θεωρίας για την ορθολογική πλευρά των κοινωνικών επιστημών, όπου το ‹κοινωνικών› ερμηνεύεται με ευρύ τρόπο, στο να περιλαμβάνει ανθρώπινους ή μη ανθρώπινους παίκτες (πχ. ηλεκτρονικούς υπολογιστές, ζώα). Αναπτύσσει μεθοδολογίες που έχουν εφαρμογή καταρχήν σε όλες τις καταστάσεις αλληλεπιδράσεων.’’

Robert J. Aumann

Κεφάλαιο 3

3.1. Κατηγορίες παιγνίων

i. Διάκριση ως προς την συνεργασία
    - Παίγνια Συνεργασίας (Cooperative games)
    - Παίγνια Μη συνεργασίας (Non cooperative games)

ii. Διάκριση ως προς την πληροφόρηση
    - Τέλεια πληροφόρηση (Perfect Information)
    - Ατελής Πληροφόρηση (Imperfect Inforamation)|
    - Πλήρη πληροφόρηση (Complete Information)
    - Ελλιπής πληροφόρηση (Incomplete information)

iii. Διάκριση ως προς το χρόνο
    - Στατικά παίγνια
    - Δυναμικά παίγνια

3.2. Τα είδη των παιγνίων

Σε αυτό το κεφάλαιο θα γνωρίσουμε και θα αναλύσουμε τα είδη των παιγνίων και θα δούμε πως αυτά χωρίζονται:

Έχουμε λοιπόν τις εξής κατηγορίες:

i. Παίγνια μηδενικού ή μη μηδενικού αθροίσματος
ii. Στατικά και δυναμικά παίγνια
iii. Διαταραγμένα παίγνια
iv. Παίγνια με τέλεια ή ατελή, συμμετρική ή ασύμμετρη, ολοκληρωμένη ή αβέβαιη πληροφόρηση
v. Διαπραγματευτικά παίγνια
vi. Συνεργασίας παίγνια

3.3. Παίγνια Μηδενικού ή Μη Μηδενικού Αθροίσματος

Στη θεωρία παιγνίων και στην οικονομική θεωρία, ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος περιγράφει μια κατάσταση στην οποία τα κέρδη ή η ζημία του ενός παίχτη αντισταθμίζονται ακριβώς με την ζημία ή τα κέρδη του άλλου. Είναι τα παίγνια εκείνα όπου η απώλεια του ενός παίκτη είναι η αμοιβή του άλλου, οπότε το άθροισμα τους είναι μηδέν. Το μηδενικό άθροισμα μπορεί να θεωρηθεί γενικά ως σταθερό άθροισμα, όπου τα οφέλη και οι απώλειες όλων των παικτών αντιστοιχούν στην ίδια αξία χρήματος, υπερηφάνειας και αξιοπρέπειας. Φυσικά, τα ενδιαφέροντα των παικτών σε ένα τέτοιο παίγνιο είναι εντελώς αντίθετα και βρίσκονται σε σύγκρουση. Επομένως, δεν υπάρχει περίπτωση συνεργασίας των παικτών. Για παράδειγμα το σκάκι είναι ένα παιχνίδι μηδενικού αθροίσματος όπου ο κάθε παίχτης επιδιώκει την νίκη.

Παράδειγμα 3.α (Η μάχη των φύλων) Έχουμε έναν άντρα και μια γυναίκα, οι οποίοι θέλουν να πάνε σινεμά. Μιλήσανε στο τηλέφωνο σε ποιο σινεμά θα πάνε και τι ώρα, αλλά δε συνεννοήθηκαν για το ποιο έργο πρόκειται να δουν. Το σινεμά έχει δύο αίθουσες και οι ταινίες ξεκινάνε ταυτόχρονα. Ο άντρας καθυστερεί να φτάσει και η γυναίκα το ίδιο. Στην α’ αίθουσα παίζεται μια περιπέτεια και στην β’ αίθουσα μια ρομαντική. Δεν υπάρχει τρόπος να συνεννοηθούν καθώς δεν έχουν κινητά τηλέφωνα και έτσι θα συναντηθούν κατευθείαν στην αίθουσα. Και οι δυο όμως γνωρίζουν τα γούστα του άλλου και προτιμούν να μην πάνε στο έργο της επιλογής του, προκειμένου να είναι μαζί με τον/την σύντροφό του/της. Φυσικά τα γούστα του άντρα είναι οι περιπέτειες και της γυναίκας οι ρομαντικές.

		Άνδρας	
		Περιπέτεια	Ρομαντική
Γυναίκα	Περιπέτεια	2 , 1	0 , 0
	Ρομαντική	0 , 0	1 , 2

Π.4

Δυστυχώς δεν υπάρχει κυρίαρχη στρατηγική για το ποια ταινία θα δούνε όπως φαίνεται και στο παραπάνω πινακάκι. Η γυναίκα ξέρει ότι ο άντρας θα ήθελε να δει την περιπέτεια αλλά και ο άντρας ξέρει ότι η γυναίκα προτιμάει την ρομαντική για να δει. Η γυναίκα μπορεί να σκεφτεί ότι επειδή ξέρει ότι προτιμάει ρομαντικές ταινίες ίσως ο άντρας της κάνει το χατίρι και μπει στην αίθουσα με την ρομαντική ταινία αλλά μπορεί να σκεφτεί και ο άντρας το ίδιο. Παρατηρούμε ότι στο παίγνιο αυτό το σύνολο στρατηγικών είναι το ίδιο και για τους δύο παίχτες.

Σε αντίθεση τώρα, τα παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος περιγράφουν μια κατάσταση στην οποία όλοι οι παίχτες μπορούν να κερδίσουν ή να χάσουν ανάλογα με τις κινήσεις που θα κάνουν κατά την διάρκεια του παιγνίου. Για παράδειγμα το γνωστό σε όλους επιτραπέζιο παιχνίδι Monopoly (με την προϋπόθεση να μην παίζεται έχοντας μόνο ένα νικητή) είναι μη μηδενικού αθροίσματος και όλοι παίχτες μπορούν να κερδίσουν χρήματα από την τράπεζα. Κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού δύο παίχτες μπορούν να καταλήξουν σε μια συμφωνία και να βοηθήσουν ο ένας τον άλλον στην προσπάθεια τους να λάβουν το μέγιστο ποσό από την τράπεζα.

Οι ορθές συμβουλές είναι εκείνες που λαμβάνουν σοβαρά τις προσδοκίες των άλλων. Όμως σε κάθε περίπτωση προκύπτει το πρόβλημα της απροσδιοριστίας. Σε ένα παίγνιο το αποτέλεσμα δεν εξαρτάται μόνο από τη δική σου επιλογή αλλά και από το σύνολο των επιλογών και των υπολοίπων n-1 παιχτών. Επομένως τις περισσότερες φορές δεν είναι δυνατό να ξέρεις ποια είναι η επιλογή που εξυπηρετεί το συμφέρον σου καλύτερα, εφόσον δε γνωρίζεις τις επιλογές των άλλων. Όμως και οι άλλοι βρίσκονται στην ίδια θέση εφόσον ούτε εκείνοι γνωρίζουν τη βέλτιστη επιλογή τους επειδή αγνοούν τι θα πράξουν οι άλλοι. Και εντέλει οι παίχτες παγιδεύονται σε ένα “Γόρδιο Δεσμό Προσδοκιών”, όπου η επιλογή του ενός βασίζεται στην προσδοκία του για τις προσδοκίες των άλλων παιχτών, όσον αφορά τις δικές του προσδοκίες για τις δικές τους προσδοκίες για τις δικές του προσδοκίες… επ'άπειρον. Έτσι στα περισσότερα οικονομικά, κοινωνικά, πολιτικά, και πολεμικά παίγνια, προκύπτει το πρόβλημα της απροσδιοριστίας.

Το 1944 οι John Von Neumann και Oskar Morgenstern απέδειξαν ότι κάθε παίγνιο μηδενικού αθροίσματος που συμμετέχουν n παίχτες είναι στην πραγματικότητα μια γενικευμένη μορφή ενός παιγνίου μηδενικού αθροίσματος για 2 παίχτες. Επίσης απέδειξαν ότι κάθε παίγνιο μη μηδενικού αθροίσματος για n παίχτες μπορεί να μετατραπεί σε παίγνιο μηδενικού αθροίσματος για n+1 παίχτες αντιπροσωπεύοντας το συνολικό κέρδος ή ζημία.

3.4. <u>Στατικά και Δυναμικά Παίγνια</u>

Το παίγνιο στο οποίο οι παίκτες αλληλεπιδρούν μεταξύ τους παίζοντας πολλές φορές το ίδιο παιχνίδι, λέγεται δυναμικό ή επαναλαμβανόμενο. Σε αντίθεση με τα παίγνια όπου οι παίχτες παίζουν ταυτόχρονα και έχουν τουλάχιστον κάποια πληροφορία σχετικά με τις στρατηγικές που επιλέχθηκαν για τους άλλους και επομένως μπορεί να διαδραματίσει για τις ενδεχόμενες κινήσεις του παρελθόντος.

Ένα στατικό παίγνιο είναι ένα παίγνιο στο οποίο όλοι οι παίκτες λαμβάνουν αποφάσεις (ή επιλέγουν μια στρατηγική) ταυτόχρονα, χωρίς γνώση των στρατηγικών που έχουν επιλεγεί από τους άλλους παίκτες. Ακόμη και αν οι αποφάσεις που μπορεί να γίνουν είναι σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, το παιχνίδι είναι ταυτόχρονο, διότι κάθε παίκτης δεν έχει πληροφορίες σχετικά με τις αποφάσεις των άλλων. Έτσι, είναι σαν οι αποφάσεις να λαμβάνονται ταυτόχρονα.

Με τα δυναμικά παίγνια εισάγουμε την ακολουθία κινήσεων και αφήνουμε τα παίγνια που παίζονται σε λογικό χρόνο. Διαφορετικά αφήνουμε τα παίγνια που είναι σε μορφή μήτρας και μπαίνουμε σε παίγνια που περιγράφονται σε μορφή δένδρου (δενδροδιάγραμμα) όπου ο χρόνος είναι καθορισμένος.

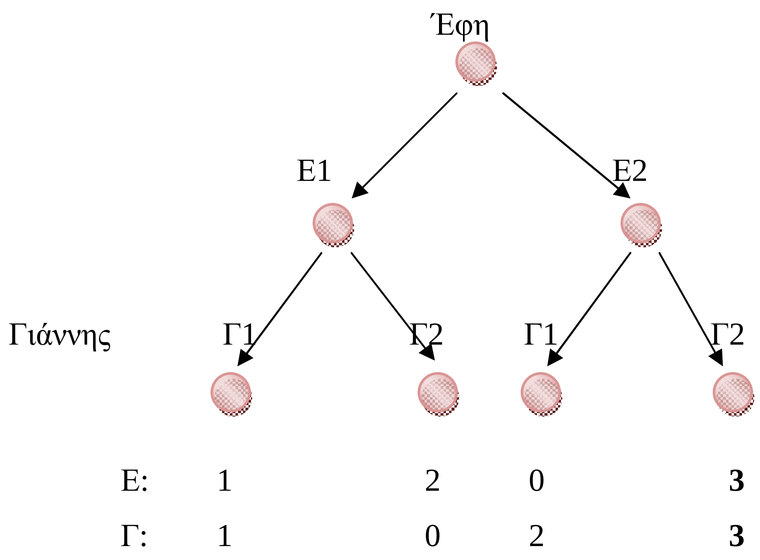
Το κίνητρο των θεωρητικών ήταν να αναζητήσουν λύσεις στο πρόβλημα της απροσδιοριστίας που πιθανόν να οφειλόταν στην ανυπαρξία ιστορικού χρόνου. Υπέθεσαν λοιπόν ότι εάν οι παίκτες επέλεγαν διαδοχικά ενδεχομένως να δινόταν κάποια λύση στο πρόβλημα.

<u>Παράδειγμα 3.β</u> (Κυνήγι ελαφιού) Έχουμε το παρακάτω παίγνιο με τους παίχτες Έφη και Γιάννη και να παίζουν με τις αντίστοιχες στρατηγικές τους Γ1 - Γ2 και Ε1 - Ε2:

		Γιάννης	
		Γ1	Γ2
Έφη	Ε1	**1 , 1**	2 , 0
	Ε2	0 , 2	**3 , 3**

Π.5

Αρχικά να αντιμετωπίσουμε το παίγνιο αυτό ως στατικό. Εάν ο Γιάννης παίξει Γ1 η Έφη θα προτιμήσει να παίξει την στρατηγική Ε1 αφού θα πάρει 1 που είναι καλύτερο από το 0. Εάν ο Γιάννης τώρα, παίξει την στρατηγική Γ2 τότε η Έφη θα παίξει Ε2 αφού είναι καλύτερο το 3 από το 2. Εάν η Έφη παίξει τη στρατηγική Ε1 τότε ο Γιάννης με την σειρά του θα προτιμήσει να παίξει Γ1 και να πάρει το 1 από το 0. Και τέλος εάν η Έφη παίξει Ε2 τότε ο Γιάννης θα παίξει Γ2 αφού είναι η καλύτερη επιλογή του στην κίνηση της. Με έντονα γράμματα στον πίνακα Π.5 τονίζουμε τις ισορροπίες Nash που έχει το παίγνιο. Επομένως το παίγνιο αυτό χαρακτηρίζεται από δύο ισορροπίες Nash με καθαρές στρατηγικές. Ας δούμε τώρα το ίδιο παίγνιο στην δυναμική του εκδοχή. Έστω ότι η Έφη παίζει πρώτη.



<u>Σχήμα Σ.2</u>

Υπό την κοινή γνώση ορθολογισμού, η Έφη θα περιμένει ότι ο Γιάννης θα επιλέξει ορθολογικά αφού δει την επιλογή της. Με την μέθοδο της προς τα πίσω επαγωγής, η Έφη θα σκεφτεί: αν επέλεγα την Ε1 τι θα επέλεγε ο Γιάννης. Ο Γιάννης φυσικά θα επέλεγε την Γ1, στην οποία και η Έφη θα είχε την ίδια απόδοση. Η Έφη επομένως καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η απόδοση της θα είναι 1. Μετά η Έφη αναρωτιέται, τι θα κάνει ο Γιάννης αν επιλέξω Ε2. Στην περίπτωση αυτή, ο Γιάννης έχει να επιλέξει μεταξύ απόδοσης 2 και 3. Το συμπέρασμα της Έφης είναι ότι ο Γιάννης θα παίξει την Γ2 και επομένως και αυτή θα παίξει την Ε2. Άρα η Έφη γνωρίζει ποια στρατηγική πρέπει να υιοθετήσει. Θα επιλέξει Ε2 ώστε να στοχεύει στοαποτέλεσμα Ε2, Γ2. Στην προκειμένη περίπτωση η ακολουθία επιλογών μπόρεσε και διέλυσε την απροσδιοριστία. Από τις τρεις υπάρχουσες ισορροπίες καταλήξαμε στη μία.

Σε άλλες περιπτώσεις η εισαγωγή ακολουθίας επιλογών μπορεί να καταρρίψει τις ισορροπίες Nash σε ένα στατικό παίγνιο. Ας δούμε το παρακάτω παίγνιο

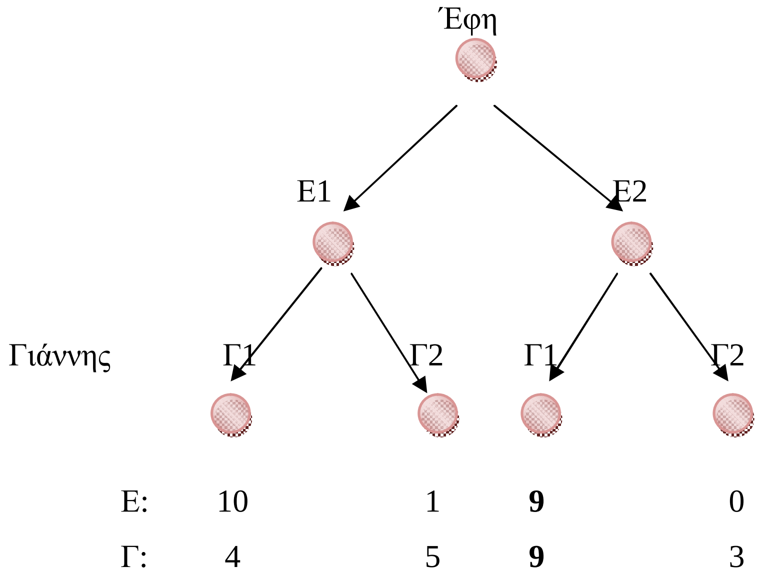
<u>**Παράδειγμα 3.γ**</u> Υποθέτουμε πάλι ότι έχουμε τους παίχτες Έφη και Γιάννη.

		Γιάννης	
		Γ1	Γ2
Έφη	Ε1	10 , 4	**1 , 5**
	Ε2	9 , 9	0 , 3

Π.6

Ας το δούμε πρώτα αυτό το παίγνιο ως στατικό. Αν ο Γιάννης παίξει την στρατηγική Γ1 τότε η Έφη θα παίξει Ε1 για να πάρει το 10. Αν ο Γιάννης αποφασίσει να παίξει Γ2 τότε η Έφη θα παίξει Ε1. Εάν παίξει η Έφη την στρατηγική Ε1 τότε ο Γιάννης θα παίξει Γ2. Και εάν η Έφη παίξει Ε2 τότε ο Γιάννης θα προτιμήσει να παίξει Γ1. Επομένως καταλήξαμε σε μια ισορροπία Nash την (1 , 5).

Για να δούμε όμως τι θα γίνει αν αντιμετωπίσουμε αυτό το παίγνιο ως δυναμικό. Έστω ότι η Έφη έχει το πλεονέκτημα να παίξει πρώτη.



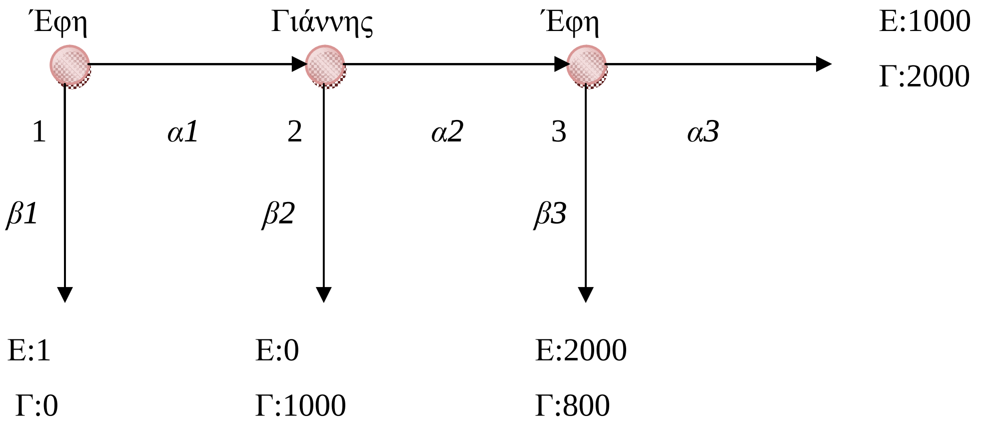
Σχήμα Σ.3

Επιλέγοντας λοιπόν πρώτη η Έφη και χρησιμοποιώντας την μέθοδο της προς τα πίσω επαγωγής θα επιλέξει τη στρατηγική Ε2 και θα αναγκάσει και τον Γιάννη να παίξει την Γ1, έτσι θα έχουν απόδοση (9,9). Θα το ήθελε άραγε; Και βέβαια ναι αφού είναι προτιμότερη η απόδοση αυτή παρά η μίζερη απόδοση 1 όπως είδαμε στη στατική έκδοση του παιγνίου. Άρα καταλήξαμε σε μια νέα ισορροπία Nash. Το παίγνιο μας τώρα αποτελείται από δύο υποπαίγνια: το ένα στο οποίο επιλέγει πρώτη η Έφη και το άλλο στο οποίο απαντά ο Γιάννης. Αυτός ο τύπος ισορροπίας είναι γνωστός ως Υποπαιγνιακά Τέλεια Ισορροπία Nash (ΥΤΙΝ). Αυτό που παρατηρήσαμε με την λύση αυτού του παιγνίου είναι ότι η δυναμική μορφή δηλαδή η ακολουθία των κινήσεων μπορεί να:

1) εξαλείψει όλες τις ισορροπίες Nash εκτός από μία ανεξάρτητα ποιος παίζει πρώτος.
2) εξαλείψει όλες τις ισορροπίες Nash εκτός από μια ανάλογα με το ποιος παίζει πρώτος.
3) Μπορεί να δημιουργήσει νέες ισορροπίες που δεν υπήρχαν καθόλου όταν έπαιζαν ταυτόχρονα οι δύο παίκτες.

Το συγκεκριμένο υπόδειγμα μας λέει να συλλογιζόμαστε προς τα πίσω, χρησιμοποιώντας τη λογική της προς τα πίσω επαγωγής. Με αυτόν τον τρόπο οι παίκτες καθορίζουν τις πεποιθήσεις τους όσον αφορά τις συνετότερες επιλογές τους, με όπλο την λογική τους χαράσσουν τη βέλτιστη στρατηγική τους ξεκινώντας από το τελευταίο στάδιο (ή υποπαίγνιο) και φτάνοντας στην αρχή.

<u>Παράδειγμα 3.δ</u> (Παίγνιο Σαρανταποδαρούσα) Ας υποθέσουμε τους δύο παίχτες Έφη και Γιάννη όπου τους καλεί ο πρύτανης του πανεπιστημίου και τους λέει: θα σας δώσω αυτά τα λεφτά αλλά θα σας τα μοιράσω με τον εξής τρόπο που φαίνεται παρακάτω. Οι δύο παίχτες περιμένουν τη σειρά τους για να παίξουν:



<u>Σχήμα Σ.4</u>

Οι παίχτες παίζουν είτε οριζόντια (στρατηγική α) είτε κάθετα (στρατηγική β). Έστω ότι η Έφη παίζει πρώτη και επιλέγει είτε να τελειώσει το παιχνίδι επιλέγοντας β1 είτε να δώσει πάσα στον Γιάννη επιλέγοντας α1. Στο παίγνιο αυτό χρησιμοποιούμε την προς τα πίσω επαγωγή ως εξής:

Αν το παίγνιο φθάσει στον τρίτο κόμβο η Έφη έχει μια σαφή επιλογή μεταξύ 1000 και 2000 μονάδων ωφέλειας. Προφανώς θα επιλέξει τη δεύτερη επιλογή. Αν το παίγνιο φτάσει μέχρι τον δεύτερο κόμβο τότε ο Γιάννης, έχοντας υπόψιν του τον τρίτο κόμβο, έχει την επιλογή να παίξει την α2 ώστε να κερδίσει τουλάχιστον 800 μονάδες ή να παίξει β2 και να κερδίσει 1000. Στον πρώτο κόμβο η Έφη σκέφτεται ότι η επιλογή α1 της δίνει την προοπτική μεγάλων αποδόσεων εάν φτάσει το παίγνιο στο τρίτο κόμβο. Η Έφη αν σκεφτεί πως καταλήξαμε παραπάνω δεν έχει λόγο να πιστεύει ότι το παίγνιο θα φτάσει στον τρίτο κόμβο, προβλέπει δηλαδή ότι αν παίξει α1 ο Γιάννης θα παίξει β2 και έτσι θα καταλήξει με μηδέν μονάδες. Επομένως η ελάχιστη απόδοση της 1 μονάδας που δίνει η στρατηγική β1 στη Έφη είναι προφανώς καλύτερη από το τίποτα γι' αυτό και θα προτιμήσει να την παίξει. Το συμπέρασμα που βγήκε είναι ότι το παίγνιο τελειώνει πριν καν αρχίσει και ότι η στρατηγική της ισορροπίας στηρίχθηκε στην προς τα πίσω επαγωγή.

Μέχρι τώρα αυτό που κάναμε ήταν ότι όταν ένα παίγνιο είναι τέλειας πληροφόρησης, δηλαδή δεν υπάρχουν σύνολα πληροφόρησης, τότε η λύση που βγαίνει από την μέθοδο της προς τα πίσω επαγωγής είναι η τέλεια ισορροπία Nash υποπαιγνίων. Τώρα θέλουμε να την ορίσουμε και στην πιο γενική περίπτωση, όπου δεν είναι απαραίτητο να υπάρχει τέλεια πληροφόρηση. Η μέθοδος της προς τα πίσω επαγωγής πάντοτε θα μας δώσει τέλειες ισορροπίες Nash και τι θα συμβεί όμως αν δεν υπάρχει η τέλεια πληροφόρηση; Αυτό που πρέπει είναι να ορίσουμε το σύνολο πληροφόρησης.

Ορισμός: Σύνολο πληροφόρησης είναι ένα σύνολο κόμβων στον οποίο αντιστοιχεί σε ένα συγκεκριμένο παίχτη (αυτός ο συγκεκριμένος παίχτης πρέπει να πάρει την απόφασή του σε ένα από τους κόμβους) και ο παίχτης δεν διακρίνει σε ποιο κόμβο έχει φθάσει το παίγνιο. Οι επιλογές του κάθε παίχτη είναι οι ίδιες σε όλους τους κόμβους που ανήκουν σε ένα σύνολο πληροφόρησης.

3.4.1. Υποπαιγνιακά Τέλεια Ισορροπία Nash (ΥΤΙΝ)

Ας ορίσουμε πρώτα την έννοια του υποπαιγνίου ώστε να ορίσουμε και αργότερα την έννοια της υποπαιγνιακάς τέλειας ισορροπίας Nash.

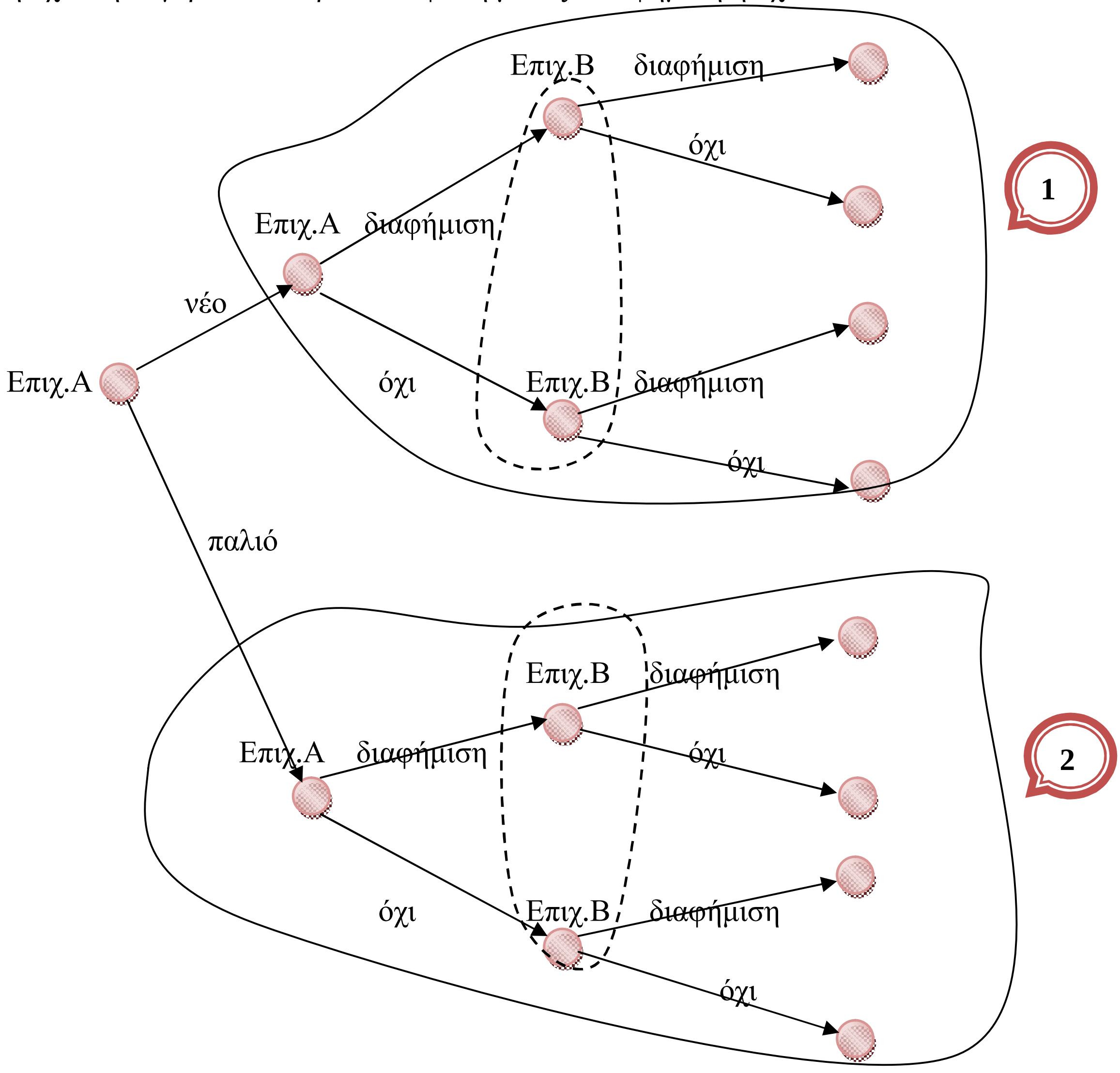
Ορισμός Υποπαιγνίου: Είναι μια συνέχιση του παιγνίου από ένα χρονικό σημείο μέχρι το τέλος. Αλλά χρειαζόμαστε κάποιες συγκεκριμένες συνθήκες για να οριστεί ένα κομμάτι παιγνίου ως υποπαίγνιο:

1. Ξεκινά από έναν κόμβο π.χ. τον δεύτερο (2), που ανήκει σε ένα σύνολο πληροφόρησης με ένα μοναδικό στοιχείο, ότι ο κόμβος αυτός δεν είναι ο αρχικός. Άρα δεν μπορεί να ξεκινήσει από κάποιο σύνολο πληροφόρησης με πολλούς κόμβους μέσα.
2. Περιλαμβάνει όλους τους κόμβους αποφάσεων και τελικούς κόμβους που ακολουθούν τον κόμβο 2.
3. Δεν τέμνει κανένα σύνολο πληροφόρησης. Δηλαδή το υποπαίγνιο είναι κάτι που το απομονώνουμε και το αναλύουμε και άρα δεν πρέπει να τέμνει κανένα σύνολο πληροφόρησης.

Ο λόγος που ορίζουμε το υποπαίγνιο είναι γιατί θέλουμε να τα αναλύσουμε ξεχωριστά και να βρούμε τις ισορροπίες Nash σε αυτά τα υποπαίγνια. Όταν σε ένα παίγνιο δεν υπάρχει κανένα υποπαίγνιο με μια ισορροπία Nash τότε είναι και τέλεια ισορροπία υποπαιγνίου.

Θα παραθέσουμε ένα παράδειγμα παρακάτω ώστε να αντιληφθούμε καλύτερα την έννοια της υποπαιγνιακάς τέλειας ισορροπίας Nash.

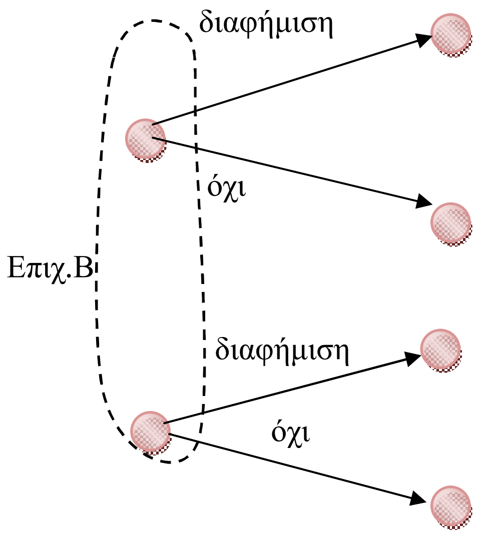
Παράδειγμα 3.ε Έστω ότι έχουμε ένα παίγνιο, όπου η επιχείρηση Α αποφασίζει μεταξύ του να εισάγει ένα νέο προϊόν ή όχι στην αγορά και κατόπιν αποφασίζει αν θα κάνει διαφήμιση του προϊόντος οποιοδήποτε είναι αυτό, το παλιό ή το καινούριο, ή όχι. Η επιχείρηση Β όμως δεν παρατηρεί την απόφαση της επιχείρησης Α σε σχέση με την διαφήμιση αλλά ξέρει αν έχει εισάγει ένα νέο προϊόν ή όχι στην αγορά και παίρνει απόφαση μεταξύ διαφήμιση ή όχι.



Σχήμα Σ.5

Από το παραπάνω δενδροδιάγραμμα παρατηρούμε ότι υπάρχουν δύο υποπαίγνια, αυτά τα οποία είναι κυκλωμένα με συνεχή γραμμή, διότι πληρούν και τις τρεις συνθήκες.

Αυτά τα δύο κομμάτια τα οποία είναι κυκλωμένα με διακεκομμένες γραμμές δεν μπορούν να είναι υποπαίγνια για το λόγο τον εξής: ότι στον κόμβο που αποφασίζει η επιχείρηση Β έχουμε δύο στοιχεία πληροφόρησης αντί για ένα μόνο στοιχείο. Με αποτέλεσμα να μην μπορούμε να τα θεωρήσουμε ως δύο υποπαίγνια. Σε αυτό το παίγνιο όταν θέλει κανείς να εφαρμόσει οπισθογενή επαγωγή, βλέπουμε ότι δεν μπορεί να εφαρμοστεί βήμα προς βήμα διότι στο παρακάτω σχεδιάγραμμα βλέπουμε:



Σχήμα Σ.6

..ότι η επιχείρηση Β πρέπει να πάρει μια απόφαση και στον έναν και στον άλλον κόμβο, οπότε δε μπορεί να ξεκινήσει και να πει (διαφήμιση ή όχι) και (διαφήμιση ή όχι) και να πάει στο παρακάτω βήμα. Πρέπει να απομονώσει όλο το υποπαίγνιο (1) και (2), να το αναλύσει από μόνο του και μετά να προχωρήσει προς τα πίσω.

Επομένως η υποπαιγνιακά τέλεια ισορροπία Nash είναι μια κατανομή στρατηγικών έτσι ώστε η στρατηγική του κάθε παίκτη που καλείται κάθε φορά να επιλέξει είναι η βέλτιστη απάντηση στις στρατηγικές που θα χρησιμοποιήσουν οι αντίπαλοι (βασίζονται στην υπόθεση ότι κοιτούν πάντα μπροστά) και ότι δεν επηρεάζεται από τι έχει συμβεί στο παρελθόν. Οι ΥΤΙΝ προκύπτουν λοιπόν επειδή μελετάμε τα παίγνια προς τα πίσω και επειδή επιβάλουμε την ΚΓΟ. Διότι όπως είδαμε στο παράδειγμα 3.δ, η Μαρία παίζει α1 επειδή πιστεύει ότι ο Γιάννης θα παίξει β2 στον κόμβο 2 και ούτω κάθε εξής.

Στην οικονομία, οι οικονομολόγοι θεωρούν την επένδυση ως ταυτόσημη με την έννοια της υπομονής, καθώς ο επενδυτής υπομένει μικρότερα οφέλη σήμερα με στόχο μεγαλύτερα στο μέλλον. Υπάρχουν όμως παίγνια όπου η θεωρία του Nash τους οδηγεί προς το γρήγορο κέρδος και καταδικάζει την υπομονή ως στρατηγικά παράλογη επιλογή ή καλύτερα ανορθολογική.

Η σημαντικότερη συνεισφορά της ΥΤΙΝ είναι η απαλοιφή κάποιων ισορροπιών Nash και η δημιουργία νέων ισορροπιών που δεν ίσχυαν στη στατική μορφή των παιγνίων. 76

Ενώ οι ΥΤΙΝ θεμελιώνονται πάνω σε πεποιθήσεις για το μέλλον οι οποίες προκύπτουν από τη δυναμική μορφή του παιγνίου, οι διαδοχικές ισορροπίες εξαρτώνται από πεποιθήσεις για το μέλλον, οι οποίες με τη σειρά τους εξαρτώνται από εικασίες όσον αφορά το τι έχει συμβεί στο παρελθόν. Με αυτή την έννοια μια διαδοχική ισορροπία είναι μια ΥΤΙΝ η οποία πρέπει να αποδεχθεί το γεγονός ότι το παρελθόν δεν είναι γνωστό με βεβαιότητα.

3.5. Παίγνια διαδοχικών κινήσεων

Παίγνια διαδοχικών κινήσεων ονομάζονται τα παίγνια στα οποία οι παίχτες δεν κινούνται ταυτόχρονα, αλλά οι κινήσεις τους γίνονται διαδοχικές και σε δυο στάδια. Λέγονται αλλιώς και παίγνια πολλών σταδίων ή εκτεταμένης μορφής. Χρησιμοποιώντας τον όρο αυτό συμπεραίνουμε ότι είναι άμεσα συνδεδεμένα με τα δένδρα και το καθένα μπορεί να θεωρηθεί ως δένδρο παιγνίου.

Δένδρο παιγνίου είναι μια διαδοχική διαδικασία αποφάσεων, οι οποίες λαμβάνονται από τους παίκτες ξεκινώντας από τη ρίζα του δένδρου και καταλήγοντας σε μια τερματική κορυφή. Τα δένδρα αυτά αποτελούνται από κορυφές οι οποίες ανήκουν σε ένα σύνολο πληροφοριών. Ανάλογα με τις κορυφές που θα ακολουθήσει ο κάθε παίχτης περιγράφονται και οι επιλογές που πρόκειται να κάνει σε ένα σύνολο πληροφοριών .

Η παραπάνω διαδικασία περιγράφεται ως η στρατηγική στην οποία υποδηλώνονται οι κινήσεις που έχει σχεδιάσει ο κάθε παίχτης εκ των πρότερων να πραγματοποιήσει.

Συνοψίζοντας λοιπόν, ένα παίγνιο διαδοχικών κινήσεων αποτελείται από ένα δένδρο με τους παίκτες να κινούνται διαδοχικά και να έχουν επιλέξει από την αρχή την στρατηγική που θα ακολουθήσουν.

Χωρίζονται σε δυο κατηγορίες: στα παίγνια με πλήρη πληροφόρηση όπου οι παίκτες γνωρίζουν ακριβώς ποιες επιλογές έχουν γίνει και στα παίγνια με ελλιπή πληροφόρηση όπου οι παίκτες λόγο κάποιων παραγόντων αντιμετωπίζουν την αβεβαιότητα και την άγνοια.

3.5.1. Παίγνια διαδοχικών κινήσεων με πλήρη πληροφόρηση

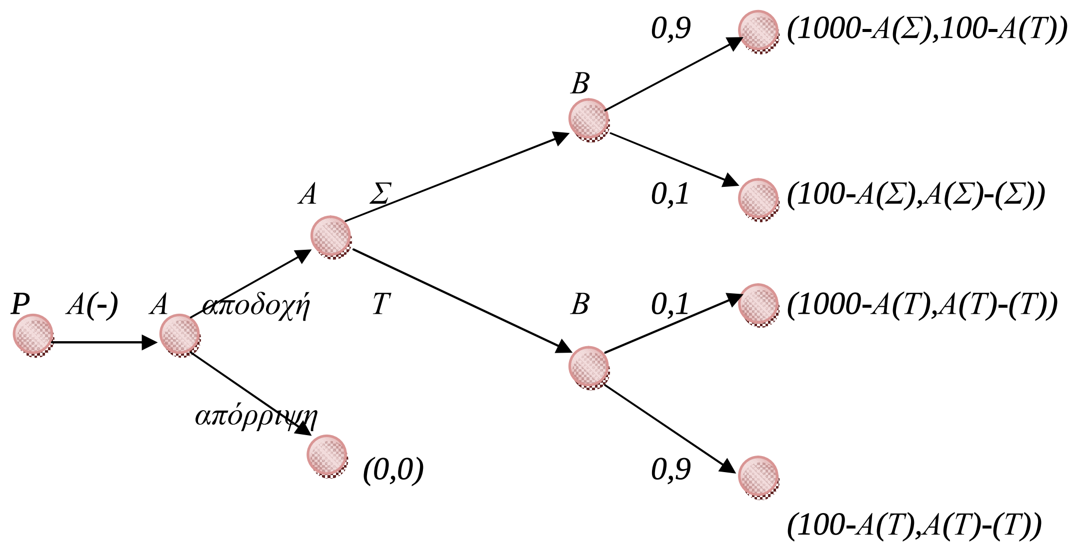
Παίγνιο διαδοχικών κινήσεων με πλήρη πληροφόρηση είναι ένα παίγνιο όπου κάθε σύνολο πληροφοριών είναι μονοσύνολο. Διαφορετικά θα είναι παίγνιο διαδοχικών κινήσεων με ελλιπή πληροφόρηση, το οποίο θα αναλυθεί πιο μετά. Έτσι λοιπόν, σε ένα παίγνιο διαδοχικών κινήσεων με πλήρη πληροφόρηση, ο κάθε παίχτης γνωρίζει ακριβώς ποιες επιλογές και κινήσεις έχουν πραγματοποιηθεί στα προηγούμενα σταδία του παιγνίου, έως την στιγμή που πρέπει να κάνει την επιλογή του. Γνωρίζει ο παίχτης λοιπόν, όλες τις λεπτομέρειες του παιγνίου που είναι απαραίτητες για τον προσδιορισμό της κίνησης του. Μόνο διαδοχικά παίγνια μπορούν να είναι παίγνια με πλήρη πληροφόρηση δεδομένου ότι σε ταυτόχρονα παίγνια κάθε παίχτης δε γνωρίζει τις ενέργειες των άλλων. Σε κάθε παίγνιο πλήρης πληροφόρησης υπάρχει μια ισορροπία Nash και το μόνο που χρειάζεται για να επαληθευτεί αυτό είναι η μέθοδος της προς τα πίσω επαγωγής κι αυτό επιβεβαιώνεται από to θεώρημα του καθηγητή Harold W. Kuhn ο οποίος αναφέρει ότι κάθε παίγνιο διαδοχικών κινήσεων με πλήρη πληροφόρηση έχει μια ισορροπία Nash.

Η πλήρης πληροφόρηση συχνά συγχέεται με τα πλήρη στοιχεία και αυτό συμβαίνει διότι και τα δύο έχουν παρόμοια ερμηνεία. Τα πλήρη στοιχεία απαιτούν από τον κάθε παίχτη να γνωρίζει τις στρατηγικές και τις προσδοκώμενες αποδόσεις των αντιπάλων τους αλλά όχι και απαραίτητα τις κινήσεις τους.

Παράδειγμα 3στ: Σε αυτό το παράδειγμα θα μελετήσουμε ένα παίγνιο διαδοχικών κινήσεων με πλήρη πληροφόρηση:

Έστω ότι έχουμε έναν εργοδότη και έναν εργαζόμενο οι οποίοι και οι δύο εργάζονται σε μια ναυτιλιακή εταιρεία. Ο εργοδότης αναθέτει μια προσωπική, δύσκολη και πολύωρη εργασία στον εργαζόμενό του. Αυτή η εργασία είναι να βρει, να μελετήσει και να συγκρίνει τα μισθολόγια όλων των ειδικοτήτων στους ναυτικούς από το έτος 1998 έως 2008. Ο εργαζόμενος έχει την επιλογή είτε να την απορρίψει είτε να την αποδεχτεί. Αν την αποδεχτεί τελικά αυτή την πρόταση, έχει και πάλι δύο επιλογές, ή να δουλέψει γρήγορα και σκληρά ή να δουλέψει αργά και μη αποδοτικά δηλαδή να τεμπελιάσει.

Ορίζουμε με (Σ) το δουλεύει σκληρά και με (Τ) το τεμπελιάζει και ας υποθέσουμε ότι τα (Σ) και (Τ) μετριούνται σε €. Αν ο εργαζόμενος δουλέψει σκληρά τότε ο εργοδότης θα λάβει τη μέγιστη τιμή για αυτή την μελέτη δηλαδή 1000€ με πιθανότητα 0,9 και 100€ με πιθανότητα 0,1. Αν όμως ο εργαζόμενος τεμπελιάσει τότε ο εργοδότης θα λάβει 1000€ με πιθανότητα 0,1 και 100€ με πιθανότητα 0,9. Κατά τη διάρκεια της εργασίας αυτής ο εργαζόμενος ελέγχεται από τον εργοδότη ώστε να έχει την πλήρη πληροφόρηση για εκείνον και τον τρόπο με τον οποίο την πραγματοποιεί. Επομένως πρόκειται για παίγνιο διαδοχικών κινήσεων με πλήρη πληροφόρηση.



<u>*Σχήμα Σ.7*</u>

Ο εργοδότης προτείνει ένα συμβόλαιο στον εργοδότη βασισμένο στον τρόπο εργασίας του. Αυτό θα το εκφράσουμε με την εξής συνάρτηση αποδοχών Α(-) ,η οποία θα πάρει δύο τιμές τις Α(Σ), αποδοχές με σκληρή εργασία, και Α(Τ), αποδοχές με την τεμπελιά του. Γνωρίζοντας ο εργοδότης ότι από το συμβόλαιο κρίνονται οι αμοιβές και του ίδιου αλλά και του εργαζόμενου θα προσπαθήσει να φτιάξει ένα συμβόλαιο ώστε να γίνει αμέσως αποδεκτό.

Η αμοιβή του εργοδότη για την κάθε περίπτωση είναι $\mathbf{1000€} - \boldsymbol{A(\Sigma)}$ και $\mathbf{1000€} - \boldsymbol{A(T)}$ αντίστοιχα και για την αμοιβή του εργαζόμενου $\boldsymbol{A(\Sigma)} - \boldsymbol{(\Sigma)}$ και $\boldsymbol{A(T)} - \boldsymbol{(T)}$ αντίστοιχα. Υποθέτουμε ότι $\boldsymbol{(\Sigma)} > \boldsymbol{(T)}$.

Φυσικά ο εργοδότης θα θέλει να έχει τη μέγιστη απόδοση από τον εργαζόμενό του ώστε να δουλέψει σκληρά, επομένως θα κάνει ένα συμβόλαιο της μορφής:

$$\boldsymbol{A(\Sigma)} - \boldsymbol{(\Sigma)} \geq \boldsymbol{A(T)} - \boldsymbol{(T)}\ (1) \text{ και } \boldsymbol{A(\Sigma)} - \boldsymbol{(\Sigma)} \geq \mathbf{0}\ (2)$$

Η συνθήκη *(1)* εξασφαλίζει ότι ο εργαζόμενος θα θελήσει να εργαστεί σκληρά εφόσον η αμοιβή του θα είναι μεγαλύτερη. Αν αντί αυτού, ήταν :

$$\boldsymbol{A(\Sigma)} > (\Sigma) = \boldsymbol{A(T)} - \boldsymbol{(T)}$$

τότε ο εργαζόμενος θα αδιαφορούσε για το αν θα δουλέψει σκληρά ή τεμπελιάσει και ο εργοδότης δε θα πετύχαινε τον σκοπό του. Λογικά η αντίδραση του θα ήταν να τεμπελιάσει. Η συνθήκη *(2)* εξασφαλίζει ότι η αποδοχή του συμβολαίου συμφέρει τον εργαζόμενο. Ένα συμβόλαιο που ικανοποιεί όλα αυτά είναι το εξής :

$$\boldsymbol{A(\Sigma)} > (\Sigma),\ A(\Sigma) \cong \boldsymbol{(\Sigma)} \text{ και } \boldsymbol{A(T)} = \boldsymbol{(T)}$$

Η προσδοκώμενη αμοιβή του εργοδότη υπολογίζεται με την παρακάτω συνθήκη:

$$\mathbf{0,9} \cdot [\mathbf{1000} - \boldsymbol{A(\Sigma)}] + \mathbf{0,1} \cdot [\mathbf{100} - \boldsymbol{A(\Sigma)}] = \mathbf{910} - \boldsymbol{A(\Sigma)}$$

Ο εργοδότης μέσω αυτής της συνθήκης παίρνει μικρό ποσό δηλαδή σχεδόν ίσο με το μηδέν, αλλά αυτό ωθεί τον εργαζόμενο να δουλέψει σκληρά και γρήγορα και ο εργοδότης να λάβει το μέγιστο κέρδος μέσω αυτού.

Αντίθετα τώρα αν του κάνει ένα συμβόλαιο του τύπου:

$$\boldsymbol{A(T)} - \boldsymbol{(T)} \geq \boldsymbol{A(\Sigma)} - \boldsymbol{(\Sigma)} \text{ και } \boldsymbol{A(T)} - \boldsymbol{(T)} \geq \mathbf{0}$$

τότε ο εργοδότης ωθεί τον εργαζόμενο να τεμπελιάσει.

Ένα τέτοιο συμβόλαιο είναι $\boldsymbol{A(\Sigma)} = \boldsymbol{(\Sigma)}$ και $\boldsymbol{A(T)} = \boldsymbol{(T)}$.

Η προσδοκώμενη αμοιβή του εργοδότη αν ο εργαζόμενος είναι τεμπέλης είναι:

$$\mathbf{[0,1 \cdot [1000 - \boldsymbol{A(T)}] + 0,9 \cdot [100 - \boldsymbol{A(T)}] = 190 - \boldsymbol{A(T)}}$$

Άρα ο εργοδότης προτιμάει να εργαστεί σκληρά ο εργαζόμενος διότι:

$$\mathbf{910} - (\boldsymbol{\Sigma}) > 190 - (T) \Leftrightarrow (\Sigma) - (T) < 720$$

Έτσι υποθέτοντας ότι $\mathbf{0} < (\Sigma) - (T) < 720$, η μέθοδος της προς τα πίσω επαγωγής σε αυτό το παίγνιο διαδοχικών κινήσεων με πλήρη πληροφόρηση δίνει την ακόλουθη λύση:

α) Ο εργοδότης προτείνει το συμβόλαιο $A(\Sigma) > (\Sigma), A(\Sigma) \cong (\Sigma)$ και $A(T) = (T)$

β) Ο εργαζόμενος δέχεται και εργάζεται σκληρά.

3.5.2. <u>Παίγνια διαδοχικών κινήσεων με ελλιπή πληροφόρηση</u>

Παίγνια διαδοχικών κινήσεων με ελλιπή πληροφόρηση είναι τα παίγνια στα οποία οι παίκτες είτε δεν έχουν τη δυνατότητα να δουν κάποιες από τις επιλογές που πραγματοποιήθηκαν στα προηγούμενα στάδια του παιγνίου, είτε οι παίκτες που παίζουν κατά τη διάρκεια του παιγνίου προτιμούν να μην αποκαλύπτουν τις κινήσεις που πρόκειται να πραγματοποιήσουν στα επόμενα στάδια. Για να κατανοήσουμε καλύτερα τα παίγνια με ελλιπή πληροφόρηση θα πρέπει να λάβουμε υπόψη την έννοια του υποπαιγνίου.

Ένα υποπαίγνιο ενός παιγνίου διαδοχικών κινήσεων είναι ένα παίγνιο εκτεταμένης μορφής στο οποίο:

i. Το δέντρο του είναι κλάδος του αρχικού δέντρου

ii. Τα σύνολα πληροφοριών του κλάδου συμπίπτουν με τα σύνολα πληροφοριών του αρχικού παιγνίου και δεν συμπεριλαμβάνονται κορυφές που είναι εκτός κλάδου.

iii. Τα διανύσματα απόδοσης των τερματικών κορυφών του κλάδου είναι ακριβώς τα ίδια με τα διανύσματα απόδοσης του αρχικού παιγνίου σε αυτές.

Αναλύοντας την έννοια του υποπαιγνίου θα πρέπει να ορίσουμε τον τρόπο με τον οποίο συσχετίζονται οι στρατηγικές του με τη στρατηγική του αρχικού παιγνίου, έτσι έχοντας προσδιορίσει την έννοια του όρου στρατηγικής στα παίγνια διαδοχικών κινήσεων, συμπεραίνω ότι:

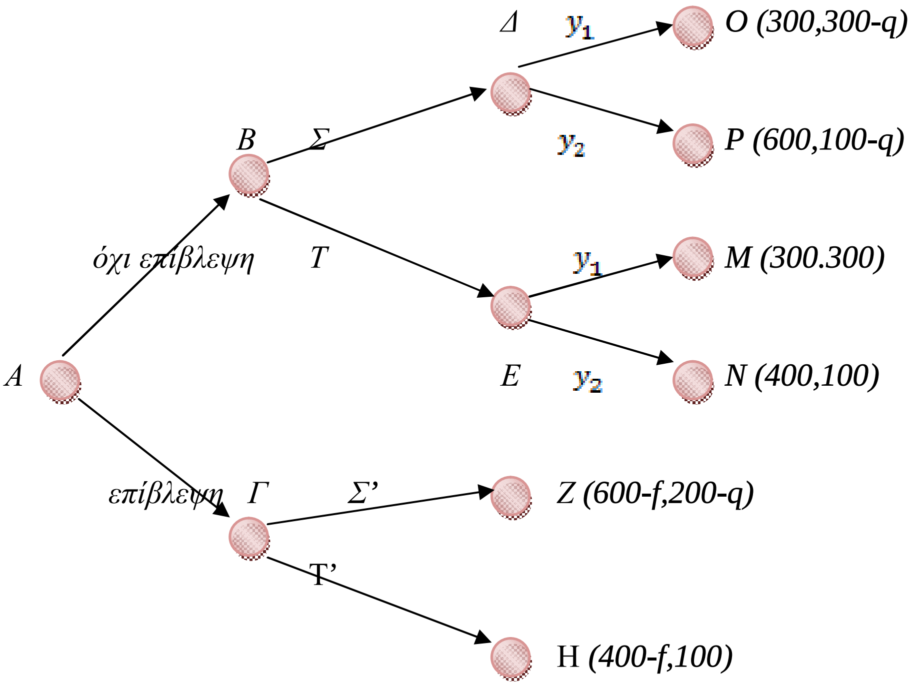
Η στρατηγική είναι μια διαδοχική διαδικασία αποφάσεων που ορίζεται στις κορυφές που ανήκουν στον κάθε παίκτη, σε μια τερματική κορυφή η οποία ανήκει σε ένα σύνολο πληροφοριών. Με βάση τα παραπάνω, αυτό ορίζεται και ως στρατηγική υποπαιγνίου αφού και αυτό είναι ένα παίγνιο διαδοχικών κινήσεων. Έτσι λοιπόν, οι ορίζοντες στρατηγικής ενός υποπαιγνίου είναι οι περιορισμοί των οριζόντων στρατηγικής του παιγνίου.

Στο σημείο αυτό θα ορίσουμε την ισορροπία τέλειου υποπαιγνίου, κατά τον Selten:

Ένας ορίζοντας στρατηγικής ενός παιγνίου διαδοχικών κινήσεων είναι μια ισορροπία τελείου υποπαιγνίου αν είναι ισορροπία Nash για κάθε υποπαίγνιο του αρχικού. Με βάση τον ορισμό αυτό μπορώ να θεωρήσω κάθε παίγνιο ως υποπαίγνιο και ότι μια ισορροπία τέλειου υποπαιγνίου είναι ισορροπία Nash του αρχικού παιγνίου.

Η μέθοδος εύρεσης ισορροπίας τέλειου υποπαιγνίου σε παίγνιο διαδοχικών κινήσεων είναι η μέθοδος της προς τα πίσω επαγωγής στα υποπαίγνια των αρχικών ειδών. Δηλαδή, ξεκινάω αντίστροφα από την τερματική κορυφή και προσπαθώ να καταλήξω στη ρίζα του δέντρου αναλύοντας το κάθε υποπαίγνιο.

Ας ξαναμελετήσουμε το παράδειγμα 3.στ που είχαμε στο παίγνιο με πλήρη πληροφόρηση, μόνο που αυτή τη φορά θα υποθέσουμε ότι η επίβλεψη είναι δαπανηρή και ο εργαζόμενος θα ξέρει αν θα επιβλέπεται ή όχι. Έτσι λοιπόν αναλύοντας το παίγνιο, ο εργαζόμενος μπορεί να επιλέξει αν θα εργαστεί σκληρά ή τεμπελιάσει για την ολοκλήρωση της εργασίας που του έχει ανατεθεί. Στην περίπτωση που ο εργοδότης αποφασίσει να τον επιβλέψει, θα παρακολουθήσει τον βαθμό προσπάθειας του. Στην συνέχεια αφού ολοκληρωθεί η εργασία, ο εργοδότης προσφέρει ανάλογα με την προσπάθεια του ένα υψηλό ή χαμηλό μισθό. Έτσι λοιπόν καταλήγουμε σε ένα παίγνιο διαδοχικών κινήσεων με ελλιπή πληροφόρηση και το περιγράφουμε με το παρακάτω δενδροδιάγραμμα.



Σχήμα Σ.8

Στην κορυφή Α, ο εργοδότης επιλέγει αν θα επιβλέπει ή όχι τον εργαζόμενο. Στις κορυφές Β και Γ ο εργαζόμενος επιλέγει αν θα εργαστεί σκληρά χωρίς επίβλεψη (Σ) και με επίβλεψη (Σ') ή αν θα τεμπελιάσει χωρίς επίβλεψη (Τ) και με επίβλεψη (Τ'). Τέλος στις κορυφές Δ και Ε ο εργοδότης αποφασίζει αν θα δώσει υψηλό (y_1) ή χαμηλό (y_2) μισθό. Το κόστος επίβλεψης θα το συμβολίσουμε με f και το κόστος προσπάθειας του εργαζομένου με q. Υποθέτουμε ότι:

$$200 < f < 300 \text{ και } 0 < q < 100$$

Χωρίζουμε το παίγνιο σε δύο υποπαίγνια για να βρούμε την ισορροπία Nash. Το πρώτο υποπαίγνιο είναι αυτό που ξεκινάει από την κορυφή Β και είναι όταν ο εργοδότης δεν τον επιβλέπει. Παρατηρούμε ότι ο εργοδότης εάν αποφασίσει να πληρώσει με υψηλό μισθό τον εργαζόμενο είτε αυτός δουλέψει σκληρά είτε αυτός τεμπελιάσει, βλέπουμε ότι ο εργοδότης θα πάρει 300 μονάδες ωφέλειας. Σκεφτόμενος ορθολογικά θα δει ότι δεν τον συμφέρει να τον πληρώσει ακριβά και αυτός να τεμπελιάσει και η εργασία του να καθυστερήσει και εκείνος να πάρει τις ίδιες μονάδες ωφέλειας. Επομένως αποκλείεται να πληρώσει με υψηλό μισθό αλλά με χαμηλό και θα πάρει είτε 600 μονάδες ωφέλειας αν ο εργαζόμενος δουλέψει σκληρά είτε 400 μονάδες ωφέλειας αν ο εργαζόμενος τεμπελιάσει. Ο εργαζόμενος είναι στο χέρι του πως θα δουλέψει. Κοιτάζει τις μονάδες ωφέλειας του και θα αποφασίσει μεταξύ 100 και 100-q. Σκεπτόμενος λογικά θα επιλέξει να τεμπελιάσει εφόσον θα πάρει περισσότερες μονάδες. Άρα η ισορροπία στο υποπαίγνιο αυτό είναι το ***(400,100)***.

Το δεύτερο υποπαίγνιο είναι αυτό που ξεκινάει από την κορυφή Γ και ο εργοδότης θα τον επιβλέπει. Ο εργαζόμενος θα προτιμήσει να δουλέψει σκληρά αφού μπορεί να πάρει και περισσότερες μονάδες ωφέλειας από το να τεμπελιάσει. Υπάρχει βέβαια και περίπτωση να πάρει τις ίδιες μονάδες αφού έχουμε αναφέρει και παραπάνω ότι $0 < q < 100$, αλλά θα το διακινδυνέψει. Επομένως η ισορροπία στο υποπαίγνιο αυτό είναι $(600 - f\ ,200 - q)$.

Τώρα για την ισορροπία Nash του τέλειου υποπαιγνίου αυτού του παιγνίου είναι ***(400,100).*** Ο λόγος είναι ότι εργοδότης που παίζει και πρώτος θα προτιμήσει να μην τον επιβλέψει διότι έχει σίγουρες τις 400 μονάδες ωφέλεια, ενώ αν τον επιβλέψει υπάρχει περίπτωση να πάρει και 300 μονάδες. Η διαδρομή που θα ακολουθήσουμε για την ισορροπία είναι: Α → Β → Ε → Ν.

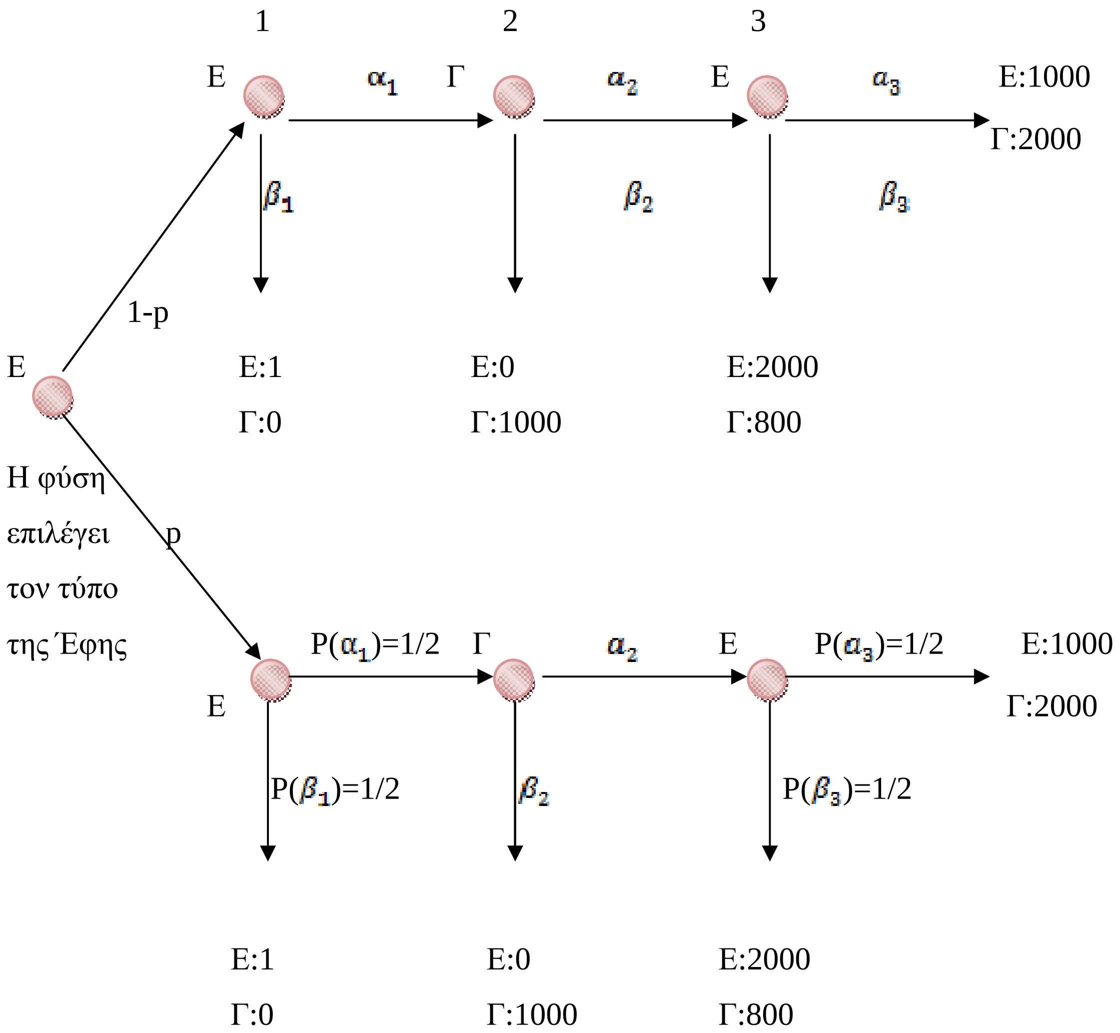
3.5.3. Κανόνας Bayes – Διαδοχικές Ισορροπίες

Ο κανόνας του Bayes μας προσφέρει ένα πολύ καλό εργαλείο για να επικαιροποιούμε τις πεποιθήσεις μας για το τι συνέβη στο παρελθόν ανάλογα με τις παρατηρήσεις μας όσον αφορά τους τη συμπεριφορά των αντιπάλων μας. Όπως έχουμε δει στη θεωρία παιγνίων η αβεβαιότητα εμφανίζεται με δυο μορφές:

1. Με τη μορφή που αφορά τις προηγούμενες επιλογές των παικτών και
2. Με τη μορφή που αφορά τον χαρακτήρα ή τα κίνητρα του αντιπάλου (μονάδες ωφέλειας).

Οι θεωρητικοί των παιγνίων αντιμετωπίζουν τις μορφές αυτές με πανομοιότυπο τρόπο. Με μια διαφορά π.χ. στο παράδειγμα 3.ε η επιχείρηση Β είναι αβέβαιη για το που βρίσκεται στο δενδροδιάγραμμα επειδή δεν γνωρίζει τι έπαιξε η επιχείρηση Α και τον τύπο που η Φύση ή η Κοινωνία της καθόρισε.

Παράδειγμα 3.ζ Αυτό το παράδειγμα είναι μια παραλλαγή του παραδείγματος 3.ε. Σε αυτό το παίγνιο συναντάμε την Έφη και τον Γιάννη ξανά, μόνο που αυτή τη φορά θα το μελετήσουμε από την σκοπιά του Γιάννη.



Σχήμα Σ.9

Ο Γιάννης δεν γνωρίζει σε ποιο κλαδί του παιγνίου βρίσκεται και απλώς εκτιμά την πιθανότητα p και 1-p. Η φύση ή κοινωνία καθορίζει τον τύπο της Έφης. Αν είναι ορθολογίστρια τότε είμαστε στο επάνω κλαδί. Αν όμως η Έφη είναι δημιουργημένη να δρα ανορθολογικά τότε είμαστε στο κάτω, τότε η Έφη γίνεται απρόβλεπτη, δηλαδή κάθε φορά που επιλέγει είναι εξίσου πιθανό να κινηθεί οριζόντια ή κάθετα. Η αβεβαιότητα όσον αφορά την ορθολογικότητα της Έφης σημαίνει ότι δεν ισχύει η ΥΤΙΝ.

Αν το παίγνιο φτάσει στον κόμβο 3, τότε θα είναι η σειρά της Έφης να παίξει.

Αν σκέφτεται ορθολογικά θα παίξει την β_3 για να πάρει 2000 μονάδες ωφέλειας. Αν όχι, θα παίξει στην τύχη. Αυτό μεταφράζεται με πιθανότητες, όπου Pr(A|B) δηλώνει την πιθανότητα να συμβεί το Α δεδομένου ότι έχει ήδη συμβεί το Β. Τότε έχουμε:

- Pr(α_3|Ε σκέπτεται ορθολογικά) = 0 και Pr(β_3)|Ε σκέφτεται ορθολογικά) = 1
- Pr(α_3|Ε δεν σκέπτεται ορθολογικά) = $\frac{1}{2}$ και Pr(β_3)|Ε δεν σκέφτεται ορθολογικά) = $\frac{1}{2}$

Αν το παίγνιο φτάσει στον κόμβο 2, τότε θα είναι η σειρά του Γιάννη να παίξει. Το τι θα κάνει ο Γιάννης, εξαρτάται σε ποιο κλαδί πιστεύει ότι βρίσκεται. Αν νομίζει ότι βρίσκεται στον επάνω θα παίξει β_1, εάν νομίζει ότι βρίσκεται στον κάτω θα έχει ισχυρό κίνητρο να παίξει α_2 γιατί η Έφη που παίζει στην τύχη θα επιλέξει α_3 με πιθανότητα $\frac{1}{2}$. Τα πάντα εξαρτώνται επομένως από την πιθανότητα p στον κόμβο 2 (έστω p_2). Ο Γιάννης θα κινηθεί οριζόντια αν πιστεύει ότι θα κερδίσει περισσότερα διακινδυνεύοντας μια οριζόντια κίνηση. Δηλαδή θα επιλέξει α_2 μόνο εάν οι προσδοκώμενες αποδόσεις του είναι: EU(Γ α_2) μεγαλύτερες των 800 μονάδων, δηλαδή,

$$\boldsymbol{EU(\Gamma\,\alpha_2) = 2000\left(\frac{1}{2}p_2\right) + 800\cdot\left(\frac{1}{2}p_2 + (1-p_2\right) \geq 1000}$$

$$\text{ή} \qquad \boldsymbol{p_2 \geq \frac{1}{3}}$$

Για να στραφεί ο Γιάννης προς τη στρατηγική α_2 πρέπει να νομίζει πως υπάρχει τουλάχιστον πιθανότητα 1/3 ότι η Έφη στερείται ορθολογισμού και άρα και ο ίδιος βρίσκεται στο κάτω κλαδί με την ίδια πιθανότητα.

Αν το παίγνιο φτάσει μόνο στον κόμβο 1, όπως είπαμε, ένας παίκτης που στερείται λογικής επιλέγει στην τύχη πώς θα παίξει. Όμως η Έφη που είναι ορθολογίστρια μπορεί να εξετάσει την πιθανότητα να παίξει α_1 αν ο Γιάννης παίξει α_2 για τους λόγους που είπαμε παραπάνω. Με την έννοια αυτή η Έφη μπορεί να έχει λόγο να ρισκάρει παριστάνοντας τη μη ορθολογίστρια. Για να μπλοφάρει η Έφη πρέπει να έχει λόγο να σκεφτεί ότι επιλέγοντας την α_1 τότε ο Γιάννης θα οδηγηθεί σε μια εκτίμηση p_2 > 1/3.

Ας ορίσουμε την παραπάνω πιθανότητα: $q = Pr(p \geq \frac{1}{3}|\alpha_1)$

Η συγκεκριμένη πιθανότητα είναι αυτή που έχει η Έφη στο μυαλό της να καταφέρει τον Γιάννη να παίξει α_2, να πείσει δηλαδή τον Γιάννη ότι είναι ολίγον «τρελή». Με άλλα λόγια η πιθανότητα q είναι η πιθανότητα που διαμορφώνει η Έφη ότι η μπλόφα της θα πετύχει.

Αν η Έφη επιχειρήσει να μπλοφάρει τότε υπάρχουν δύο πιθανά αποτελέσματα: είτε να πετύχει η μπλόφα (πιθανότητα q) και να κερδίσει 2000 μονάδες, είτε να μην πετύχει (πιθανότητα 1-q) και να καταλήξει με 0.

Αν ο Γιάννης τώρα επιλέξει β_2 τότε η προσδοκώμενη ωφέλεια της Έφης θα είναι:

$$EUE(\alpha_1) = 2000q + 0(1-q)$$

Αν η Έφη δεν μπλοφάρει τότε η προσδοκώμενη ωφέλεια του Γιάννη θα είναι

$$EUE(\beta_1) = 1$$

Μόνο εάν $EUE(\alpha_1) \geq EUE(\beta_1)$, η Έφη θα μπλοφάρει και θα παίξει α_1, δηλαδή 1/2000. Αυτό όμως το ξέρει ο Γιάννης γιατί είναι ορθολογιστής.

Ας το δούμε λίγο από την ανάποδη το παίγνιο. Μπορεί η Έφη να πιστεύει ορθολογικά ότι επιλέγοντας με πιθανότητα 1/2000, θα κάνει τον Γιάννη να πιστέψει πως υπάρχει πιθανότητα $p_2 \geq 1/3$ η Έφη να μην είναι ορθολογίστρια; Η απάντηση έχει να κάνει με τον τρόπο που ο Γιάννης διαμορφώνει τις πεποιθήσεις του από τη συμπεριφορά της Έφης. Έστω ότι η υποκειμενική εκτίμηση του Γιάννη, η Έφη να μην είναι ορθολογίστρια είναι p1. Επειδή η Έφη έπαιξε α_1 δε σημαίνει απόλυτα ότι η Έφη είναι μη ορθολογίστρια, δηλαδή το p να γίνει από $p_1 = \frac{1}{2}$ σε p = 1, γιατί τότε η Έφη θα ωθούσε τον Γιάννη να παίξει πάντα την α_2.

Το πρόβλημα του Γιάννη είναι ότι η Έφη μπορεί να μπλοφάρει και για αυτό δεν θα αναθεωρήσει την πιθανότητα σε p = 1. Αυτό όμως που θα πρέπει να κάνει διότι αρχίζει και υποψιάζεται ότι η Έφη είναι μη ορθολογίστρια είναι να θέσει: $p_2 > p_1$, δηλαδή να ορίσει την δεσμευμένη πιθανότητα ότι η Έφη στερείται ορθολογισμού επειδή επέλεξε a_1. Έρχεται έτσι λοιπόν ο κανόνας του Bayes ο οποίος δίνει αυτή τη πιθανότητα ως εξής:

- P_2 = Pr(η Έφη δεν σκέφτεται ορθολογικά|a_1) =

  Pr(a_1|δεν σκέφτεται ορθολογικά) * Pr(η Έφη δεν σκέφτεται ορθολογικά)

  [Pr(a_1|η Έφη δεν σκέφτεται ορθολογικά) * Pr(η Έφη δεν σκέφτεται ορθολογικά) + Pr(a_1|η Έφη σκέφτεται ορθολογικά) * Pr(η Έφη σκέφτεται ορθολογικά)]

- Όπου: Pr(a_1|δεν σκέφτεται ορθολογικά) = $\frac{1}{2}$
- Όπου: Pr(η Έφη δεν σκέφτεται ορθολογικά) είναι η αρχική πεποίθηση του Γιάννη ότι η Έφη δεν σκέφτεται ορθολογικά και ισούται με p_1.
- Όπου Pr(η Έφη σκέφτεται ορθολογικά) είναι η πιθανότητα να μπλοφάρει και συμβολίζεται με r.

Ο κανόνας του Bayes καθορίζεται ως εξής:

$$P_2 = \frac{\frac{1}{2}p_1}{\frac{1}{2}p_1 + r(1 - p_1)}$$

Σε μια διαδοχική ισορροπία οι παίκτες πρέπει να διακρίνουν τις στρατηγικές που είναι οι βέλτιστες απαντήσεις της μιας στον άλλο και αντίστροφα. Στην προκειμένη περίπτωση προκύπτει ότι: εάν αρχικά p_1 < 1/3 το καλύτερο που μπορεί να ελπίζει η ορθολογίστρια Έφη είναι να ανεβάσει το p_2 = 1/3. Και η απάντηση δίνεται με την εις άτοπον επαγωγή: Έστω ότι η μπλόφα της Έφης πετυχαίνει, δηλαδή καταφέρνει να ανεβάσει την αρνητική της φήμη ή υπόληψη από p_1 < 1/3 σε p_2 > 1/3.

Αυτό όμως δεν μπορεί να γίνει σε ισορροπία Nash. Ο λόγος είναι απλός διότι αν αναλογιστούμε ότι αν σε μια ισορροπία πετύχαινε η μπλόφα τότε ο Γιάννης θα γνώριζε εκ των προτέρων ότι η Έφη παίζει α1 στη πρώτη κίνηση είτε είναι ανορθολογική (με πιθανότητα 1/2) είτε ορθολογική (με πιθανότητα 1). Άρα ο Γιάννης δεν θα ανέβαζε ποτέ την εκτίμηση του από p_1 < 1/3 σε p_2 > 1/3. Άρα είναι σχεδόν ασύμβατο να γίνει αυτό δηλαδή η μπλόφα σε ισορροπία Nash.

Σε κατάσταση ισορροπίας η Έφη γνωρίζει ότι η μπλόφα της είναι καταδικασμένη, δηλαδή σε μια τέτοια ισορροπία ο Γιάννης πιστεύει ότι η ορθολογίστρια Έφη δεν μπλοφάρει ποτέ και το ίδιο πιστεύει και η Έφη ότι πιστεύει ο Γιάννης. Κάτι το οποίο σημαίνει ότι εάν ο Γιάννης παρατηρήσει ότι η Έφη παίξει α1 τότε ο Γιάννης θα σιγουρευτεί ότι η Έφη είναι ορθολογίστρια και θα θέσει ως p=1.

Όμως μια μπλόφα από μέρους της Έφης επιβάλλεται γιατί θα πετύχαινε πάντα, συμπέρασμα όμως που αντιφάσκει με το προηγούμενο ότι η μπλόφα της δεν θα είναι ποτέ αποτελεσματική. Η πιθανότητα επομένως p_2 δεν μπορεί να είναι ούτε μεγαλύτερη ούτε μικρότερη από 1/3. Εισάγοντας την πιθανότητα αυτή στον κανόνα Bayes μπορούμε να υπολογίσουμε την πιθανότητα r με την οποία μπλοφάρει η Έφη προσποιούμενη την ανορθολογίστρια.

$$\frac{1}{3} = \frac{\frac{1}{2}p_1}{\frac{1}{2}p_1} + r(1 - p_1) \qquad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \qquad r = 2p_1$$

Συνεπώς έχουμε τα εξής δύο πιθανά σενάρια:

(1) αν $p_1 \geq 1/3$:

- Στο Στάδιο 1, η ορθολογίστρια Έφη πάντοτε μπλοφάρει (δηλαδή, επιλέγει την καθαρή στρατηγική a_1) ενώ η Έφη που δεν σκέπτεται ορθολογικά επιλέγει τυχαία μεταξύ a_1 και β_1.

- Στο Στάδιο 2, (εφόσον του δοθεί η ευκαιρία να παίξει) ο παίκτης Γιάννης πάντα επιλέγει την a_2 (μικτή στρατηγική).

- Στο Στάδιο 3 (αν φτάσουν ως εκεί), η ορθολογίστρια Έφη θα επιλέξει β_3 ενώ η Έφη που δεν σκέπτεται ορθολογικά επιλέγει, και πάλι, τυχαία μεταξύ a_3 και β_3.

(2) αν $p_1 < 1/3$:

- Στο Στάδιο 1, η ορθολογίστρια Έφη μπλοφάρει (δηλαδή, επιλέγει a_1) με πιθανότητα r = 2p_1 και η Έφη που δεν σκέπτεται ορθολογικά επιλέγει τυχαία μεταξύ a_1 και β_1

- Στο Στάδιο 2, (εφόσον του δοθεί η ευκαιρία να παίξει) ο Γιάννης επιλέγει τυχαία μεταξύ της a_2 και της β_2 (μικτή στρατηγική).

- Στο Στάδιο 3 (αν φτάσουν ως εκεί), η ορθολογίστρια Έφη θα επιλέξει β_3 ενώ η Έφη που δεν σκέπτεται ορθολογικά, επιλέγει και πάλι, τυχαία μεταξύ α_3 και β_3.

Επομένως η διαδοχική ισορροπία του παιγνίου αυτού, απορρέει από την χαλάρωση της ΚΓΟ και την υποκατάστασή της με έναν άλλο τύπο κοινής γνώσης: την κοινή γνώση της αρχικής φήμης της Έφης (της πιθανότητας p1), όπως και την πιθανότητα με την οποία μια ορθολογίστρια Έφη R θα μπλοφάρει (r).

3.6. <u>Διαταραγμένα Παίγνια</u>

Διαταραγμένο παίγνιο ονομάζουμε το παίγνιο στο οποίο οι παίκτες δεν ελέγχουν απόλυτα τις πράξεις τους. Την κρίσιμη στιγμή της απόφασής τους, υπάρχει μια μικρή πιθανότητα ε έστω και απειροελάχιστη να επιλέξουν μια διαφορετική στρατηγική από αυτή που σκόπευαν να επιλέξουν και αυτό το ορίζουμε ως τρεμούλα. Όταν ένας παίχτης «τρέμει» ή αμφιταλαντεύεται για την επιλογή του, τότε η επόμενη κίνηση που θα κάνει, υποτίθεται ότι θα καθορίζεται από μια τυχαία διαδικασία και για κάθε κίνηση που θα μπορούσε ενδεχομένως να γίνει σε αυτή την απόφαση κόμβος.

<u>Παράδειγμα 3.η</u> Υπάρχουν δύο ανταγωνιστικές επιχειρήσεις, η επιχείρηση Α και η επιχείρηση Β, οι οποίες επιζητούν την αξιοπιστία του καταναλωτή και για αυτό το λόγο προσπαθούν με τις κατάλληλες κινήσεις να το επιτύχουν.

		Επιχείρηση Α		
		A1	A2	A3
Επιχείρηση Β	B1	50 , 0	**5 , 5**	1 , 1
	B2	**50 , 50**	5 , 0	0 , 1

Π.7

Αν η επιχείρηση Α προτιμήσει να χρησιμοποιήσει την στρατηγική Α1, τότε η επιχείρηση Β δεν έχει κάποια συγκεκριμένη προτίμηση αφού είτε παίξει Β1 είτε Β2, το ίδιο θα είναι για εκείνη. Αν τώρα η επιχείρηση Α παίξει την στρατηγική Α2 τότε και αυτή την φορά η επιχείρηση Β αδιαφορεί ως προς την επιλογή της. Και τέλος η επιχείρηση Α δε θα προτιμήσει την στρατηγική Α3, διότι είναι αυστηρά κυριαρχούμενη από τις άλλες δύο.

Εάν τώρα η εταιρεία Β κινείται πρώτη και αποφασίσει να χρησιμοποιήσει την Β1, τότε η εταιρεία Α θα προτιμήσει την στρατηγική Α2. Και εάν επιλέξει την Β2 τότε η εταιρεία Α θα παίξει Α1. Έτσι λοιπόν στο παίγνιο αυτό υπάρχουν δύο ισορροπίες Nash, οι **(50,50)** και **(5,5)**.

Από τα παραπάνω συνεπάγεται ότι η επιχείρηση Α δεν θα επιλέξει τη Α3 και ότι η επιχείρηση Β είναι αδιάφορη ανάμεσα στις δύο στρατηγικές Β1 και Β2. Βάσει αυτών, η επιχείρηση Α δεν ξέρει τι να επιλέξει και πηγαίνει με τρεμάμενο χέρι να αποφασίσει την στρατηγική της. Και εδώ συναντάμε την απροσδιοριστία. Ο σκοπός μας είναι να περιορίσουμε την απροσδιοριστία και να έχουμε μόνο μια ισορροπία Nash. Η επιχείρηση Β είναι αδιάφορη για την επιλογή της εφόσον ξέρει (ΚΓΟ 1ης τάξης) ότι η επιχείρηση Α δεν θα παίξει την Α3. Αυτό όμως που φοβάται η επιχείρηση Β είναι μήπως η επιχείρηση Α κάνει κάποιο λάθος και παίξει ανορθολογικά τελικά την Α3. Η Β1 λοιπόν εγγυάται στην εταιρεία Β ότι ακόμη κι αν κάνει κάποια απερισκεψία η εταιρεία Α, αυτή δεν θα έχει πρόβλημα αφού κάτι θα κερδίσει και πάλι. Άρα θα έχει μια προτίμηση προς την Β1. Έτσι λοιπόν, η επιχείρηση Α από τη μεριά της αντιλαμβάνεται την ελαφριά προτίμηση της επιχείρησης Β για την β1 και επιλέγει την Α2. Με αυτό τον τρόπο εξαλείψαμε μια ισορροπία Nash. Επομένως με την εισαγωγή της τέλειας ισορροπίας Nah με τρεμάμενο χέρι εξαλείφονται οι ισορροπίες Nash σε ασθενώς κυριαρχούμενες στρατηγικές ακόμη και αν υπάρχουν πιθανότητα λανθασμένων επιλογών.

Κάποιος μπορεί να υποστηρίξει ότι η επιλογή Β2,Α1 είναι προφανής γιατί τραβάει το μάτι, όμως οι συνεχιστές του John Nash δεν το υποστήριξαν, αλλά το αντίθετο μάλιστα. Ο Nash υποστήριζε ότι η λύση που είχε προτείνει, αποτελούσε τη βάση για την επίλυση όλων των παιγνίων που μπορούσε να υπάρχει σε μια κοινωνία. Στο επίκεντρο αυτής της λύσης ήταν η δογματική υποστήριξη ότι ο ορθολογισμός των παικτών αρκεί από μόνο του για να δημιουργήσει τις ίδιες και συνεπώς τις σωστές προσδοκίες. Όμως όσο πιο σύνθετη και ρεαλιστική είναι η πραγματικότητα που ζούμε τόσο λιγότερο χρήσιμη είναι η ισορροπία Nash στην πρόβλεψη ενός αποτελέσματος. Η προσπάθεια του Nash για τον περιορισμό της ήταν να προτείνει την ΙΝΜΣ η οποία ναι μεν μειώνει τον αριθμό των στρατηγικών που έχουν να επιλέξουν οι παίκτες, όμως υπάρχουν πολλά παίγνια που συνυπάρχουν πολλές ΙΝΜΣ και κάποιες φορές αυτές δεν είναι και τόσο ευλογοφανείς.

3.7. Διαπραγματευτικά Παίγνια

Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλύσουμε θεωρίες διαπραγματεύσεων. Τα διαπραγματευτικά παίγνια αναφέρονται σε περιπτώσεις κατά τις οποίες δύο ή περισσότεροι παίκτες πρέπει να καταλήξουν σε συμφωνία σχετικά με τη διανομή ενός αντικειμένου ή χρηματικού ποσού. Κάθε παίκτης προτιμάει να καταλήγει σε μια συμφωνία, αντί να απέχει από αυτό. Ωστόσο, ο καθένας προτιμάει αυτή η συμφωνία να ευνοεί περισσότερο τα συμφέροντά του. Παραδείγματα τέτοιων καταστάσεων θα μπορούσαν να είναι η διαπραγμάτευση εργασίας και όταν οι διευθυντές μιας εταιρείας, διαπραγματεύονται τις μισθολογικές αυξήσεις ή την διαφορά μεταξύ των δύο κοινοτήτων για την κατανομή του κοινού εδάφους ή τις προϋποθέσεις για τις οποίες δύο χώρες μπορούν να ξεκινήσουν ένα πρόγραμμα πυρηνικού αφοπλισμού. Το διαπραγματευτικό πρόβλημα λοιπόν, συναντιέται σε όλα τα επίπεδα της κοινωνικής ζωής: από τις σχέσεις των δύο φύλων μέχρι την διανομή του εθνικού εισοδήματος και την φύση του κράτους.

Αναλύοντας αυτά τα είδη προβλημάτων, θα προσέξουμε ότι η διαπραγμάτευση αναζητά μια λύση διευκρινίζοντας ποια συνιστώσα της διαφοράς αντιστοιχεί σε κάθε παίχτη ή χώρα που εμπλέκεται.

Οι παίκτες όταν βρίσκονται σε ένα διαπραγματευτικό παίγνιο μπορούν να διαπραγματεύονται ένα σημαντικό ζήτημα που πρέπει να εκπληρωθεί σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Το πρόβλημα μπορεί επίσης να διαιρεθεί έτσι ώστε τα τμήματα του συνολικού ζητήματος να αποτελέσουν αντικείμενο διαπραγμάτευσης κατά τη διάρκεια διαφόρων φάσεων.

Σε ένα κλασικό διαπραγματευτικό πρόβλημα, το αποτέλεσμα είναι μια συμφωνία που επετεύχθη μεταξύ όλων των ενδιαφερομένων μερών, ή την κατάσταση του προβλήματος. Είναι σαφές ότι, είναι πολύ δύσκολο να μελετήσουμε πώς τα μεμονωμένα άτομα λαμβάνουν τις αποφάσεις τους για το είδος της συμφωνίας που θα επιτευχθεί. Ωστόσο, η κλασική διαπραγματευτική θεωρία υποθέτει ότι κάθε συμμετέχων σε μια διαπραγματευτική διαδικασία θα επιλέξει μεταξύ των πιθανών συμφωνιών του, ακολουθώντας τη διεξαγωγή της προβλεπόμενης συμφωνίας από την ορθολογική επιλογή του μοντέλου. Υποτίθεται ότι οι προτιμήσεις του κάθε παίχτη λαμβάνονται σύμφωνα με τις προσδοκίες τους και τις ανάγκες τους, όπως έχουν διατυπώσει στο παρελθόν οι John Von Neuman και Morgenstern για την χρησιμότητα της λειτουργίας.

Η απλούστερη μορφή του διαπραγματευτικού προβλήματος αφορά κάθε κατάσταση στην οποία δυο ή περισσότερα άτομα έχουν στη διάθεση τους κοινά οφέλη εφόσον βέβαια καταφέρουν να συνεργαστούν.

Η συνεργασία προϋποθέτει βέβαια πως τα μέρη συμφωνούν στην κατανομή των οφελών από τη συνεργασία αλλιώς το δυνητικό όφελος δεν θα το ‘‘γευτεί’’ κανείς.

Το διαπραγματευτικό πρόβλημα θυμίζει το παίγνιο γερακιού – περιστεριού (Hawk – Dove). Οι παίκτες έχουν κίνητρο να συντονιστούν ώστε να αποφύγουν τη σύγκρουση με σκοπό το μέγιστο όφελος. Αυτή η αντίφαση εξηγεί γιατί το εν λόγω παίγνιο αποτελεί ένα από τα κλασσικά παίγνια της ζωής. Το πρόβλημα στο συγκεκριμένο παίγνιο είναι ότι διαθέτει πολλαπλές ισορροπίες Nash. Άρα προκύπτει απροσδιοριστία. Μπορούμε να φανταστούμε τι γίνεται όταν περνάμε στα πολυσύνθετα παίγνια των διαπραγματεύσεων όπου οι διαπραγματευτές κλείνονται σε ένα δωμάτιο και εκτοξεύουν απειλές, υποσχέσεις κλπ.

Παράδειγμα 3.θ

		Γιάννης	
		Γ1	Γ2
Έφη	Ε1	-2 , -2	2 , 0
	Ε2	0 , 2	1 , 1

Π.8

Θα εξετάσουμε δύο υποδείγματα που προτείνουν διαφορετικούς τύπους λύσης.

1. Ο πρώτος τύπος είναι του John Nash ο οποίος το δημοσίευσε το 1950. Η λύση του ονομάζεται αξιωματική διότι στήριξε τη λύση του σε κάποιες αρχές (αξιώματα) που θεωρεί ότι πρέπει να ικανοποιεί κάθε συμφωνία μεταξύ ορθολογιστών. Ο Nash απέδειξε με μαθηματικό τρόπο ότι υπάρχει μόνο μια εφικτή συμφωνία η οποία ικανοποιεί ταυτόχρονα όλες τις αυτές τις αρχές.

2. Σε αντίθεση με την αξιωματική προσέγγιση έρχεται η δυναμική προσέγγιση η οποία εστιάζει στην διαδικασία της διαπραγμάτευσης.

Παραδείγματος χάριν, η παίκτρια Έφη κάνει μια προσφορά στον Γιάννη και ο Γιάννης είτε την αποδέχεται είτε την απορρίπτει. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει κόστος και για τους δύο. Αν ο Γιάννης απορρίψει την προσφορά της Έφης, τότε κάνει από τη μεριά του μια αντιπροσφορά και αν η Έφη την απορρίψει τότε και εκείνη με την σειρά της κάνει μια αντιπροσφορά κ.ο.κ.

Αυτό μας θυμίζει τη λογική της προς τα πίσω επαγωγής κατά Nash ή ΥΤΙΝ και τη διαδοχική ισορροπία.

Η δεύτερη αυτή προσέγγιση είναι αυτή που έχει επικρατήσει για 2 κυρίως λόγους:

1. Η αξιωματική λύση δίνει διαφορετική λύση εάν επιλεγούν διαφορετικά αξιώματα χωρίς να μας λέει ποια αξιώματα να προκρίνουμε. Αντίθετα η δυναμική προσέγγιση υπόσχεται να δώσει λύση χωρίς να αναφέρεται σε αξιώματα που περιγράφουν από πριν τη λύση.

2. Η αξιωματική προσέγγιση λαμβάνει ως δεδομένους τους θεσμούς που θα επιβάλουν τη συμφωνία (όπως το κράτος).

3.7.1. Διαπραγματευτικά Παίγνια - Πειθώ και Αξιοπιστία

Ας ξεκινήσουμε την ανάλυση μας με ένα παράδειγμα:

Προσφέρουμε στην Έφη και στον Γιάννη την ευκαιρία να μοιραστούν μεταξύ τους 100€. Λέμε στην Έφη να κάνει μια προσφορά στον Γιάννη την οποία αυτός μπορεί να δεχθεί ή να απορρίψει. Αν την αποδεχτεί θα διανεμηθούν τα 100€ σύμφωνα με τη προσφορά της Έφης. Αν ο Γιάννης την απορρίψει τότε θα χαθούν τα 99€ και θα τους επιτρέψουμε να μοιραστούν μεταξύ τους 1€ που απομένει στη προσφορά που θα κάνει ο Γιάννης στην Έφη. Αν η Έφη την απορρίψει την προσφορά του αυτή το παίγνιο τελειώνει χωρίς όφελος για τους δύο παίκτες.

Τέλος υποθέτουμε ότι η μικρότερη υποδιαίρεση είναι το 1 cent και ότι δεν υπάρχει συμπάθεια ή φθόνος μεταξύ των παικτών δηλαδή είναι ουδέτεροι έναντι του κινδύνου.

Τι θα συμβεί τελικά σε αυτό το παίγνιο; Όπως είδαμε με βάση την προς τα πίσω επαγωγή κατά Nash η μοναδική υποπαιγνιακά τέλεια ισορροπία Nash του παιγνίου είναι ότι η Έφη θα προσφέρει 1€ και ο Γιάννης θα το αποδεχθεί.

- **Στάδιο 1**

Η Έφη προσφέρει κατανομή (χ, 100 – χ) στον Γιάννη

Αποδοχή και αποτέλεσμα: (χ, 100 – χ)   Απόρριψη

- **Στάδιο 2**

Αντιπροσφορά του Γιάννη στην Έφη (y, 1-y)

Αποδοχή και αποτέλεσμα: (y, 100 – y)   Απόρριψη και αποτέλεσμα (0,0)

Ας ξεκινήσουμε από το τέλος.

Υποθέτουμε ότι ο Γιάννης απορρίπτει την αρχική προσφορά της Έφης. Ας δούμε τώρα τι θα μπορούσε να κερδίσει στο δεύτερο στάδιο. Δεδομένου ότι στο δεύτερο στάδιο απομένει μόνο 1€ από τα αρχικά 100€ ο Γιάννης θα κρατήσει το πολύ 99 cents προσφέροντας στην Έφη 1 cent μιας και εκείνη θα το δεχτεί, διότι το 1 είναι προτιμότερο από το 0.

Στο στάδιο 1 η Έφη γνωρίζει ότι αν ο Γιάννης απορρίψει τη προσφορά, τότε το καλύτερο στο οποίο μπορεί να ελπίζει είναι τα 99 cents. Άρα αν του προσφέρει 1€ έχει κίνητρο να δεχθεί. Έτσι η Έφη προτείνει το 1€ και ο Γιάννης το αποδέχεται έστω και δύσκολα.

Το συγκεκριμένο παίγνιο λύθηκε με τη ΚΓΟ 1^{ου} βαθμού κάνοντας την υπόθεση ότι ο Γιάννης είναι ορθολογιστής. Η ισορροπία που προκύπτει είναι η μοναδική ΥΤΙΝ.

Τώρα μπορούμε να ορίσουμε την έννοια της αξιοπιστίας. Ας υποθέσουμε ότι οι παίκτες συζητούν στη διάρκεια του παιγνίου. Τι θα συμβεί αν ο Γιάννης απειλήσει ότι θα απορρίψει κάθε προσφορά της Έφης που θα του δίνει λιγότερα από 40 €.

Ο Γιάννης λέει ότι προτιμά να φύγει με άδεια χέρια παρά να αποδεχθεί μια εξευτελιστική προσφορά. Οι θεωρητικοί θα πουν ότι αυτή η τοποθέτηση δεν έχει λογική και ότι είναι μια κούφια απειλή εφόσον ο Γιάννης δεν θέλει να φύγει με άδεια χέρια. Η Έφη δεν θα τον πιστέψει διότι ο Γιάννης αν την πραγματοποιούσε θα έχανε περισσότερα από ότι θα έχανε αν δεν το πραγματοποιούσε. Άρα ένας ορθολογιστής δεν θα την πραγματοποιήσει. Είναι δηλαδή μια μη αξιόπιστη απειλή.

Ας δούμε ένα δεύτερο παράδειγμα:

Ξεκινούμε πάλι με τους δύο παίκτες μας, την Έφη και τον Γιάννη, στους οποίους λέμε ότι θα τους δώσουμε 7.000 ευρώ. Τους λέμε, επίσης, ότι ο ένας από τους δύο θα πάρει τα 6.000 ευρώ και ο άλλος τα 1.000 ευρώ. Θα τα πάρουν όμως μόνο αφού συμφωνήσουν ποιος από τους δύο θα πάρει τα 6.000 ευρώ και ποιος τα 1.000 ευρώ (θα υποθέσουμε, για να διευκολύνουμε την επιχειρηματολογία μας, ότι οι παίκτες δεν μπορούν να επαναδιαπραγματευθούν ή να ξαναμοιράσουν αργότερα το χρηματικό ποσό που θα τους δώσουμε).

Αν δεν μπορέσουν να συμφωνήσουν, δεν θα πάρουν απολύτως τίποτε. Για να έχει κάποια δομή η διαδικασία, ορίζουμε ότι θα γίνει συνάντηση το επόμενο πρωί, οπότε κάθε παίκτης θα μας δώσει ένα σφραγισμένο φάκελο μέσα με στον οποίο θα έχει κλείσει σημείωμα με τον αριθμό 1 ή τον αριθμό 6. Οι αριθμοί αυτοί θα αποκαλύπτουν την αξίωσή τους σε 1.000 και 6.000 ευρώ αντίστοιχα. Τέλος, τους ανακοινώνουμε ότι αν και οι δύο φάκελοι έχουν μέσα τον ίδιο αριθμό, τότε δεν παίρνει κανείς τίποτα. Και πάλι υποθέτουμε ότι οι αποδόσεις είναι ισοδύναμες με μονάδες ωφέλειας. Για να κερδίσουν λοιπόν τα διαθέσιμα ποσά, θα πρέπει ο ένας φάκελος να περιέχει τον αριθμό 1 και ο άλλος τον αριθμό 6.

Οι δύο διαπραγματευτές έχουν όλη τη νύχτα στη διάθεσή τους για να καταλήξουν σε συμφωνία για το τι ποσό θα διεκδικήσουν το επόμενο πρωί. Σύμφωνα με την καθιερωμένη Θεωρία Παιγνίων, αυτή η ολονύκτια συζήτηση δεν έχει καμιά σημασία. Είτε μιλάνε όλο το βράδυ είτε παραμείνουν απόλυτα σιωπηλοί, σύμφωνα πάντα με την Θεωρία Παιγνίων, εφόσον είναι εργαλειακά ορθολογιστές, δεν θα αλλάξει τίποτα. Ο λόγος είναι ότι ο,τι και να πουν θα είναι μη αξιόπιστο. Άρα, είναι σαν να μην έχει γίνει καμιά επικοινωνία ανάμεσά τους. Το διαπραγματευτικό αυτό παίγνιο έχει την ακόλουθη στρατηγική δομή.

		Γιάννης	
		Ο Γιάννης απαιτεί 6000€	Ο Γιάννης απαιτεί 1000€
Έφη	Η Έφη απαιτεί 6000€	0 , 0	6000 , 1000
	Η Έφη απαιτεί 1000€	1000 , 6000	0 , 0

Π.9

Ας υποθέσουμε ότι στη διάρκεια των ολονύκτιων διαπραγματεύσεων, η Έφη δηλώνει αδιαπραγμάτευτα ότι θα διεκδικήσει τα 6.000 ευρώ. Ο Γιάννης όμως δε θα πρέπει να λάβει σοβαρά υπόψη του την δήλωση αυτή, διότι ο Γιάννης οφείλει να γνωρίζει πως όταν θα έλθει η κρίσιμη στιγμή, μια κούφια απειλή δεν αλλάζει τίποτα. Το ζήτημα δεν είναι ότι οι παίκτες αμφισβητούν την φιλοδοξία του αντίπαλου να διεκδικήσει τα 6.000 ευρώ, αλλά το γεγονός ότι κανένας από τους δύο δεν μπορεί να απειλήσει αξιόπιστα τον άλλο πως θα το κάνει οπωσδήποτε.

Το συμπέρασμα της Θεωρίας Παιγνίων είναι ότι η επικοινωνία απλώς θα τους δώσει το κίνητρο να δηλώσουν απερίφραστα την μη πειστική απειλή ότι θα απαιτήσουν τα 6.000 ευρώ. Άρα, είτε επικοινωνήσουν από πριν (π.χ. με ολονύκτιες διαπραγματεύσεις) είτε παίξουν το παίγνιο χωρίς καμία επικοινωνία, είναι το ίδιο πράγμα. Το διαπραγματευτικό παίγνιο παραμένει, τουλάχιστον προς το παρόν, απροσδιόριστο.

Ένα ενδιαφέρον συμπέρασμα προκύπτει από την παραπάνω ανάλυση όσον αφορά τον ρόλο των συγκρούσεων και την αποτυχία μιας διαπραγμάτευσης. Είδαμε πώς η λύση που προτείνει ο Nash στο απλοϊκό διαπραγματευτικό πρόβλημα που απεικονίζει το παραπάνω παίγνιο είναι η ΙΝΜΣ, σύμφωνα με την οποία ο κάθε διαπραγματευτής απαιτεί τα 6.000 ευρώ με πιθανότητα 6/7 και ικανοποιείται με τα 1.000 ευρώ με πιθανότητα 1/7. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει σοβαρότατη πιθανότητα σύγκρουσης λόγω υπέρμετρης αμοιβαίας φιλοδοξίας: αν και οι δύο απαιτήσουν τα 6.000 με πιθανότητα 6/7 τότε η πιθανότητα σύγκρουσης ισούται με 36/49, περίπου 73,5%. Το ενδιαφέρον σημείο εδώ είναι πως, αν και η πιθανότητα σύγκρουσης, δηλαδή να διεκδικήσουν και οι δύο παίκτες τα 6.000 ευρώ, είναι μεγάλη, μια τέτοια σύγκρουση δεν τους διδάσκει τίποτα.

Η Ευρωπαϊκή Ένωση δεν θα ήταν δυνατή χωρίς κάποια γενναία δόση σοφίας που αποκόμισαν οι Ευρωπαίοι από το μακελειό του Β’ Παγκοσμίου Πολέμου. Παρατήρησε ότι στο παραπάνω παίγνιο, όταν προκύπτει το συγκρουσιακό αποτέλεσμα (Μ1,Γ1) στο πλαίσιο της ΙΝΜΣ, οι διαπραγματευτές δεν διδάσκονται τίποτα απολύτως και ο λόγος είναι ότι γνωρίζουν ήδη τα πάντα.

Λόγω των ΕΣΠ, ξέρουν ακριβώς πως πράττει ο αντίπαλος (απαιτεί τα 6.000 ευρώ με πιθανότητα 6/7). Την ώρα της επιλογής απλώς παρατηρούν ποια καθαρή στρατηγική θα επιλέξει ο αντίπαλος (και ο εαυτός τους) ακριβώς όπως οι παίκτες του ταβλιού παρατηρούν τι βγάζουν τα ζάρια.

Η λύση Nash στο διαπραγματευτικό πρόβλημα είναι πολύ διαφορετική από την ισορροπία Nash που μελετήσαμε. Γι’ αυτό δεν πρέπει να τις συγχέουμε. Ας ορίσουμε κατά αρχάς το διαπραγματευτικό πρόβλημα.

Ας φανταστούμε τον Γιάννη και την Έφη, που έχουν την ευκαιρία να μοιραστούν μεταξύ τους ένα ορισμένο χρηματικό ποσό, υπό την προϋπόθεση ότι θα μπορέσουν να συμφωνήσουν στη μοιρασιά (ή συμφωνία ή λύση). Έχουν κάποιο χρόνο στη διάθεσή τους για να διαπραγματευτούν τους όρους της διανομής και στο τέλος της χρονικής αυτής περιόδου, καθένας, ανεξάρτητα από τον άλλο, καταθέτει σε σφραγισμένο φάκελο την απαίτησή της/του. Αν οι απαιτήσεις τους είναι συμβατές δηλαδή το άθροισμά τους ανέρχεται ακριβώς στο μέγεθος της πίτας, επιτυγχάνεται συμφωνία και επομένως έχουμε λύση και το ποσόν διανέμεται σύμφωνα με αυτήν από κάποιον διαιτητή, ο οποίος επιβάλει τα συμφωνημένα (π.χ. το δικαστήριο, το κοινωνικό περιβάλλον και άλλα.

Υποθέτουμε πως οι διαπραγματευτές ενδιαφέρονται μόνο για την ωφέλεια που θα αποκομίσουν από την τελική διανομή, συμφωνία ή λύση. Στοιχεία όπως η αποφυγή κινδύνου, ο φθόνος, η συμπάθεια και το ενδιαφέρον για το δίκαιο υποτίθεται ότι περιλαμβάνονται όλα στη συνάρτηση που μετατρέπει, για κάθε παίκτη, την τελική αξία των χρημάτων σε ωφέλεια για τον συγκεκριμένο παίκτη, δηλαδή στη συνάρτηση ωφέλειας του παίκτη. Όπως ακριβώς και σε προηγούμενα παίγνια, οι διαπραγματευτές στο παρόν κεφάλαιο παίζουν ή διαπραγματεύονται με σκοπό να αποκομίσουν ωφέλειες, και όχι για την πίτα, τα ευρώ ή τα cents που γεννούν τις ωφέλειες αυτές.

Έχουμε μιλήσει σε προηγούμενο κεφάλαιο για τον τρόπο που οι συναρτήσεις ωφέλειας εμπεριέχουν την αποστροφή για τον κίνδυνο του παίκτη. Αναφέρουμε εδώ δύο απλές περιπτώσεις όπου οι χρηματικές αποδόσεις για τον παίκτη μετατρέπονται σε μονάδες ωφέλειας α) ουδετερότητας έναντι του κινδύνου και β) αποστροφής για τον κίνδυνο. Ο λόγος για τον οποίο η κλίση της συνάρτησης ωφέλειας του παίκτη συνδέεται με το βαθμό της αποστροφής για τον κίνδυνο που αισθάνεται ο παίκτης είναι πολύ απλός. Αν ο παίκτης αποτιμά ένα επιπλέον ευρώ, τόσο λιγότερο όσο περισσότερα ευρώ έχει ήδη [περίπτωση (β)], τότε μπορεί να προτιμά μια μικρότερη, αλλά βέβαιη απόδοση, από μια μεγαλύτερη προσδοκώμενη αλλά αβέβαιη απόδοση. Σε αυτή την περίπτωση η προοπτική κάποιου (κατά μέσον όρο) μεγαλύτερου ποσού δεν τον αποζημιώνει για τις πιθανές απώλειες. Με άλλα λόγια, όσο περισσότερα ευρώ έχει ο παίκτης, τόσο λιγότερο πρόθυμος είναι να διακινδυνεύσει για να αποκτήσει λίγα παραπάνω.

Έστω πως οι συναρτήσεις ωφέλειας του Γιάννη και της Έφης είναι $EU_{Γ} = f(x)$ και $EU_{Ε} = g(y)$ αντίστοιχα, όπου x και y είναι, αντιστοίχως, τα μερίδια της πίτας που θα πάρουν ο Γιάννης και η Έφη ως αποτέλεσμα της τελικής συμφωνίας τους.

Έστω $EU_{Γ} = x$ και $EU_{Ε} = yn$, όπου $n > 0$ είναι κάποια σταθερά. Έτσι, ενώ ο Γιάννης είναι ουδέτερος έναντι του κινδύνου (χάρη στη γραμμική του συνάρτηση ωφέλειας), ο φόβος της Έφης για τον κίνδυνο και τη σύγκρουση, δηλαδή η διαφωνία, θα εξαρτάται από την τιμή του n:

- Όταν **n < 1**, η κλίση της συνάρτησής της ωφέλειας μειώνεται με το **y**, κάτι που σημαίνει ότι η προθυμία της να διακινδυνεύσει μια διαφωνία μειώνεται όσο περισσότερα είναι εκείνα που αναμένει να αποκομίσει από την προτεινόμενη συμφωνία. Και αντίστροφα:

- Όταν **n > 1**, όσο καλύτερη είναι η προσφορά που αναμένει από τον Γιάννη, τόσο περισσότερο πρόθυμη θα είναι να αποδεχτεί τον κίνδυνο της διαφωνίας. Στην περίπτωση αυτή, η τιμή του n εκφράζει τη σχετική αποστροφή για τον κίνδυνο που αισθάνεται η Έφη.

Δεδομένου ότι ο Γιάννης είναι ουδέτερος έναντι του κινδύνου, αισθάνεται μικρότερη ή μεγαλύτερη αποστροφή για τον κίνδυνο από ο,τι η Έφη ανάλογα με το αν $n < 1$ ή $n > 1$.

Κάθε συμφωνία μεταξύ Γιάννη και Έφης θα σημαίνει ότι $x + y = 1$ ευρώ (δηλαδή αν οι δύο συμφωνήσουν, το άθροισμα των αντίστοιχων μεριδίων τους θα δίνει την πίτα του 1 ευρώ). Άρα, μπορούμε να υποκαταστήσουμε το $EU_Γ = x$ στη συνάρτηση ωφέλειας της Έφης:

$$\mathbf{EUE = yn = (1 – x)n = (1 – EUΓ)n} \qquad (1)$$

Η (1) δίνει την σχέση ανάμεσα στις συναρτήσεις ωφέλειας του Γιάννη και της Έφης που πρέπει να ισχύει για κάθε μεταξύ τους ορθολογική συμφωνία, δηλαδή συμφωνία που δεν θα αφήνει αδιάθετο κάποιο κομμάτι της πίτας (δηλαδή, για κάθε x και y τέτοιο ώστε $x + y = 1$). Αυτές οι ορθολογικές συμφωνίες ονομάζονται και αποτελεσματικές.

Η Καμπύλη Αμοιβαίας Ωφέλειας (ΚΑΩ) του διαπραγματευτικού προβλήματος περιγράφει τους συνδυασμούς των ωφελειών που είναι δυνατόν να αποκομίσουν οι διαπραγματευτές αν καταλήξουν σε κάποια αποτελεσματική συμφωνία. Η ΚΑΩ είναι ένα όριο στο οποίο καμία διαπραγμάτευση δεν μπορεί να υπερβεί. Π.χ. έστω πως n=1 ,δηλαδή ο Γιάννης και η Έφη είναι ουδέτεροι έναντι του κινδύνου.

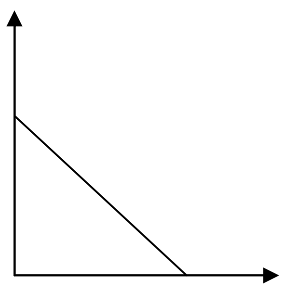
Από την εξίσωση (1), έχουμε $EU_Ε = 1 – EU_Γ$, μια γραμμική ΚΑΩ [βλέπε Διάγραμμα 1(α)] που τέμνει τον οριζόντιο άξονα υπό γωνία 45 μοιρών. Καθώς αυξάνει το μερίδιο του Γιάννη, η ωφέλεια που αποκομίζει ($EU_Γ$) αυξάνεται και η ωφέλεια που αποκομίζει η Έφη ($EU_Ε$) μειώνεται κατά ένα ίσο ποσό. Η ΚΑΩ είναι το όριο αμοιβαίας ωφέλειας του παιγνίου καθώς δεν υπάρχει εφικτή συμφωνία που να αυξάνει τις ωφέλειες που αποκομίζουν οι παίκτες άνω (και προς δεξιά) της καμπύλης αυτής.

Η ΚΑΩ βέβαια αλλάζει σχήμα όταν οι προτιμήσεις των παικτών είναι πιο σύνθετες. Π.χ. όταν η Έφη φοβάται λιγότερο την αποτυχία της διαπραγμάτευσης από ο,τι την φοβάται ο Γιάννης, δηλαδή όταν n=2. Στην περίπτωση αυτή, η εξίσωση (1) δίνει μια νέα ΚΑΩ: $EU_E = (1 - EU_Γ)^2$, η γραφική απεικόνιση της οποίας περιέχεται στο διάγραμμα 2. Οι συμφωνίες κάτω από την ΚΑΩ είναι αναποτελεσματικές (ή σπάταλες), Από την άλλη μεριά, μια αποδοτική συμφωνία θα τους τοποθετήσει σε κάποιο σημείο επί της ΚΑΩ. Πράγματι, κάθε σημείο της ΚΑΩ αντιστοιχεί σε μια αποτελεσματική εν δυνάμει συμφωνία.

<u>Καμπύλη Αμοιβαίας Ωφέλειας (ΚΑΩ)</u>

<u>Διάγραμμα 1</u>

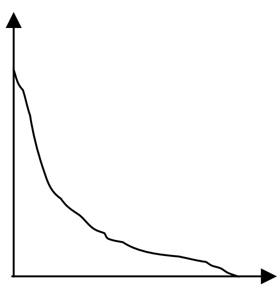
EU_E



n=1 $EU_Γ$

<u>Διάγραμμα 2</u>

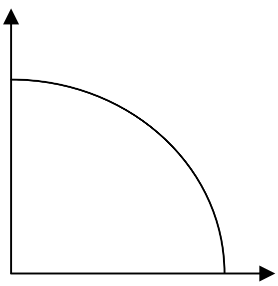
EU_E



n=2 $EU_Γ$

<u>Διάγραμμα 3</u>

EU_E



n=3 $EU_Γ$

<u>Διάγραμμα 1</u>: Ο Γιάννης και η Έφη φοβούνται το ίδιο την διαφωνία.

<u>Διάγραμμα 2</u>: Ο Γιάννης φοβάται περισσότερο την διαφωνία από την Έφη.

<u>Διάγραμμα 3</u>: Η Έφη φοβάται περισσότερο την διαφωνία από τον Γιάννη.

Ας υποθέσουμε ότι η Έφη είναι πεπεισμένη ότι ο Γιάννης θα προβάλει την αξίωση να πάρει αυτός το 80% της πίτας. Ποια θα είναι τότε η καλύτερη στρατηγική της; Η βέλτιστη διαπραγματευτική της στρατηγική είναι να διεκδικήσει για τον εαυτό της το 20% (αφού αν ζητήσει περισσότερα, θα προκύψουν ασύμβατες αξιώσεις και συνεπώς, μηδενικές αποδόσεις ωφέλειας και για τους δύο). Από αυτό έπεται ότι η στρατηγική θα απαιτήσω το 20% είναι η βέλτιστη απάντηση στην πεποίθηση ότι ο αντίπαλος θα ακολουθήσει την στρατηγική θα απαιτήσω το 80%. Η στρατηγική του αντίπαλου θα απαιτήσω το 80% είναι η βέλτιστη απάντηση στην στρατηγική της Έφης να απαιτήσει το 20%. Άρα, οι στρατηγικές της Έφης και του Γιάννη απαιτώ το 20% και απαιτώ το 80% αντίστοιχα συνθέτουν μια ισορροπία Nash. Όμως αυτό ισχύει για όλους τους συνδυασμούς στρατηγικών τύπου: Ο Γιάννης απαιτεί x % και η Έφη απαιτεί 100 - x % ή απλούστερα, (x, 1–x).

Το πρόβλημα είναι πως τα παραπάνω ισχύουν για οποιοδήποτε μερίδιο του x μεταξύ 0 και 1. Άρα, έχουμε όχι απλώς πολλαπλές ισορροπίες Nash αλλά άπειρες. Το πρόβλημα της απροσδιοριστίας σε όλο του το μεγαλείο. Το διαπραγματευτικό πρόβλημα χαρακτηρίζεται από άπειρες ισορροπίες Nash και η λύση του ισοδυναμεί με την επιλογή μιας εξ αυτών ως την περισσότερο λογική.

Η μέθοδος του Nash ήταν τόσο πρωτότυπη όσο και ιδιοφυής. Αγνόησε πλήρως την διαπραγματευτική διαδικασία και επικεντρώθηκε αποκλειστικά στην Καμπύλη Αμοιβαίων Ωφελειών (ΚΑΩ). Τις εξέτασε μια-προς-μια θέτοντας το εξής ερώτημα: Ποιες από αυτές έχουν κάποια χαρακτηριστικά τα οποία θα έπρεπε να διαθέτει μια τελική λύση – συμφωνία. Μάλιστα, θεώρησε ότι τέσσερα είναι τα χαρακτηριστικά που πρέπει απαραίτητα να χαρακτηρίζουν την λύση και τα ονόμασε αξιώματα ή συνθήκες. Η μελέτη αυτή τον οδήγησε σε ένα εντυπωσιακό συμπέρασμα: Μόνο ένα από τα σημεία της ΚΑΩ πληροί και τα τέσσερα αξιώματα.

Τα τέσσερα αξιώματα του Nash είναι σήμερα γνωστά ως:

- **1. <u>Ανεξαρτησία της κλίμακας μέτρησης της ωφέλειας</u>:** Υποθέτει ότι μια λύση του διαπραγματευτικού προβλήματος δεν επηρεάζεται από την αυθαίρετη επιλογή της συγκεκριμένης συνάρτησης ωφέλειας που χρησιμοποιείται για να απεικονιστούν οι συναρτήσεις ωφέλειας των διαπραγματευτών
- **2. <u>Συμμετρία</u>:** Όταν δύο παίκτες έχουν ταυτόσημες συναρτήσεις ωφέλειας, η λύση σέβεται αυτήν τη συμμετρία δίνοντας σε κάθε παίκτη το ίδιο μερίδιο της πίτας. Με άλλα λόγια, όταν διαπραγματεύονται δύο πανομοιότυποι κλώνοι, συμφωνούν να μοιράσουν την πίτα στα δύο (50-50).

- **3. Αποτελεσματικότητα κατά Pareto:** Το αξίωμα αυτό απαιτεί η λύση να κείται επί της ΚΑΩ. Δηλαδή, απαγορεύει σε ορθολογιστές να συμφωνήσουν να ρίξουν μέρος της πίτας στον σκουπιδοτενεκέ, αντί να το μοιραστούν μεταξύ τους.
- **4. Ανεξαρτησία των άσχετων εναλλακτικών λύσεων:** Το αξίωμα αυτό, αν και εξίσου ευλογοφανές με τα προηγούμενα, είναι περισσότερο σύνθετο. Απαιτεί μια μορφή συνέπειας από τους διαπραγματευτές όταν κάποιες συμφωνίες που δε θα προέκυπταν να γίνουν (για κάποιο λόγο) ανέφικτες, αυτό δεν επηρεάζει την τάση των παικτών να συνάψουν κάποια από τις εφικτές συμφωνίες.

Συνοψίζοντας, τα αξιώματα Nash έχουν μεγάλο ενδιαφέρον. Είναι όμως δύσκολο να πιστέψουμε ότι αντανακλούν παντού και πάντοτε τις συμβάσεις της διαπραγμάτευσης τις οποίες τηρούν όλα τα ορθολογικά άτομα. Διαφορετικές συμβάσεις, εξίσου ορθολογικές, οδηγούν σε διαφορετικές λύσεις του διαπραγματευτικού προβλήματος.

Το αποτέλεσμα ήταν οι θεωρητικοί των παιγνίων να εγκαταλείψουν την αξιωματική προσέγγιση του Nash και να στραφούν στην ανάλυση της διαδικασίας διαπραγμάτευσης, η οποία καταλήγει στην ιδανική λύση – συμφωνία του διαπραγματευτικού παιγνίου.

3.7.2. Η διαδικασία της διαπραγμάτευσης. Η λύση Rubinstein στο διαπραγματευτικό πρόβλημα.

Ο Ariel Rubinstein προσπάθησε εκείνο που ο Nash είχε επιτήδεια αποφύγει: Να αναλύσει την διαδικασία της διαπραγμάτευσης στάδιο-προς-στάδιο, προσφορά-προς-προσφορά, απειλή-προς-απειλή. Αυτό που κατάφερε ήταν να αποδείξει ότι μία δυναμική μορφή του διαπραγματευτικού παιγνίου διαθέτει μοναδική ΥΤΙΝ. Η απόδειξή του καταδεικνύει μια μοναδική συμφωνία, στο πλαίσιο της μοναδικής ΥΤΙΝ, που θα θέλει να προτείνει ο διαπραγματευτής ο οποίος ανοίγει τον πρώτο γύρο των διαπραγματεύσεων. Μάλιστα, η προτεινόμενη συμφωνία είναι τέτοια που η άλλη πλευρά θα την αποδειχθεί αμέσως, εφόσον η καθυστέρηση επίτευξης συμφωνίας κοστίζει στους διαπραγματευτές, όσο μικρό κι αν είναι το κόστος αυτό.

Για παράδειγμα, η Έφη και ο Γιάννης έχουν την ευκαιρία να μοιραστούν 100 ευρώ, με την Έφη να κάνει την πρώτη κίνηση. Ο Γιάννης θα αποδεχθεί την πρόταση της Έφης ή θα αντιπροτείνει μια άλλη συμφωνία. Ωστόσο, για να γίνει πιο ρεαλιστική η πίεση του χρόνου στους διαπραγματευτές, ας υποθέσουμε ότι, αν ο Γιάννης απορρίψει την αρχική προσφορά της Έφης, αυτόματα τίθεται σε λειτουργία ένα χρονόμετρο, και με κάθε δευτερόλεπτο που φεύγει χωρίς να έχει επιτευχθεί συμφωνία, το ποσό των 100 ευρώ μειώνεται κατά ένα λεπτό. Δηλαδή, αν χρειαστούν c λεπτά για να φθάσουν σε συμφωνία, το ποσό των 100 ευρώ θα έχει μειωθεί σε (100–0,6c)€.

Η Έφη θα πρέπει τώρα να εξισορροπήσει πρώτον την πίεση του χρόνου να προτείνει στον Γιάννη μια συμφωνία την οποία δεν θα μπορεί εκείνος να απορρίψει, και δεύτερον την δική της φιλοδοξία για όσο το δυνατόν μεγαλύτερο μερίδιο για τον εαυτό της. Υπενθυμίζουμε ότι σε όλα τα διαπραγματευτικά παίγνια, κάθε αποτελεσματική συμφωνία είναι εκλογικεύσιμη (επιπλέον, είναι και ισορροπία Nash).

Η Έφη προβλέπει ότι ο Γιάννης θα απαιτήσει μερίδιο x του ποσού, η δική της βέλτιστη απαίτηση είναι το 1-x του ποσού. Παράλληλα, αν ο Γιάννης αναμένει ότι η Έφη περιμένει από εκείνον να απαιτήσει μερίδιο x του ποσού, τότε η βέλτιστη απαίτησή του είναι όντως το μερίδιο *x* (μιας και προσδοκά ότι, για λόγους που έδωσε η προηγούμενη πρόταση, η Έφη θα απαιτήσει ελάχιστο μερίδιο 1-x για τον εαυτό της). Αυτό μάλιστα ισχύει για κάθε μερίδιο x (όπου $0 < x < 1$). Προφανώς, κάθε συμφωνία x είναι εκλογικεύσιμη. Το x στο οποίο θα καταλήξουν θα το βρούμε με την λογική της προς τα πίσω επαγωγής κατά Nash.

Ας πάρουμε για παράδειγμα την εξής στρατηγική του Γιάννη: Θα αρνούμαι κάθε προσφορά της Έφης που μου δίνει λιγότερο από το 80%. Αυτή η στρατηγική είναι εκλογικεύσιμη διότι ο Γιάννης έχει λόγο να πιστέψει πως η Έφη πείθεται πως εκείνος δεν θα δεχθεί οτιδήποτε λιγότερο από 80%. Δεν έχει όμως τέτοιο λόγο διότι έστω ότι η Έφη προσφέρει στο Γιάννη 79,9% του ποσού (x=0,799). Αν ο Γιάννης είναι αποφασισμένος να επιμείνει στη στρατηγική του να ζητά πάντοτε το 80% (x=0,799), θα πρέπει να απορρίψει την πρόταση. Ωστόσο, η απόρριψη θα του κοστίσει, αφού η καθυστέρηση επίτευξης συμφωνίας συρρικνώνει το ποσόν. Ακόμη κι αν η ανένδοτη στρατηγική του απέδιδε καρπούς, δηλαδή ακόμη και αν η Έφη υποχωρούσε και ανέβαζε τη προσφορά της από 79,9% στο 80%, θα πέρναγαν έστω c λεπτά μέχρι να επιτευχθεί η τελική συμφωνία. Ναι μεν ο Γιάννης θα πάρει το μερίδιο που ζητούσε, αλλά τώρα θα είναι το 80% ενός μικρότερου χρηματικού ποσού. Το πόσο μικρότερο θα είναι το ποσό αυτό εξαρτάται, φυσικά, από το c, δηλαδή από το χρονικό διάστημα που απαιτείται μέχρι η Έφη να ακούσει την απαίτηση του Γιάννη, να την επεξεργαστεί και να την αποδεχθεί. Αν το χρονικό διάστημα αυτό είναι μεγαλύτερο των c=12,5 δευτερολέπτων, ο Γιάννης θα πάρει λιγότερα από ότι θα έπαιρνε αν είχε αποδεχθεί την αρχική προσφορά της Έφης (το 79,9%).

Βασιζόμενοι στην πιο πάνω σκέψη, και με τη βοήθεια της λογικής της προς τα πίσω επαγωγής κατά Nash, μπορούμε να απορρίψουμε ένα πολύ μεγάλο αριθμό πιθανών διαπραγματευτικών στρατηγικών ως μη συμβατές με τις υποπαιγνιακά τέλειες ισορροπίες Nash (ΥΤΙΝ). Το θεωρητικό επίτευγμα του Rubinstein (1982) ήταν πως απέδειξε, ως θεώρημα, ότι υπάρχει μόνο μία ΥΤΙΝ η οποία δεν προϋποθέτει τη χρησιμοποίηση αναξιόπιστων απειλών.

Ο Γιάννης και η Έφη πρέπει να μοιραστούν ένα ποσόν, και η Έφη είναι εκείνη που ξεκινά τη διαδικασία προτείνοντας μια συμφωνία στον Γιάννη. Ο Γιάννης ή αποδέχεται την πρόταση της Έφης ή την απορρίπτει. Αν την απορρίψει, τότε θα πρέπει αυτός να κάνει μια αντιπροσφορά στην Έφη. Αν, με τη σειρά της, η Έφη απορρίψει την πρόταση του Γιάννη, πρέπει να υποβάλει αυτή νέα προσφορά, κ.ο.κ. Κάθε φορά, όμως, που μια προσφορά απορρίπτεται, το ποσόν που θα πάρει ο κάθε παίκτης συρρικνώνεται κατά ένα ορισμένο ποσοστό, που ονομάζεται ποσοστό συρρίκνωσης της αξίας (ΠΣΑ).

Το θεώρημα του Rubinstein επιβεβαιώνει ότι οι ορθολογικοί διαπραγματευτές θα συμπεριφέρονται ως εξής: Ο Γιάννης θα προτείνει στην Έφη μια συμφωνία την οποία εκείνη δεν θα θέλει να απορρίψει (η, ακριβέστερα, δεν θα θέλει να απορρίψει ανεξάρτητα από πόσο της αρέσει ή όχι η συμφωνία αυτή). Έτσι, δεν θα υπάρξει καθυστέρηση στην επίτευξη συμφωνίας, και οι παίκτες θα μοιραστούν την πίτα πριν το πέρασμα του χρόνου μειώσει την αξία της. Επιπλέον, η συμφωνία που προτείνει ο Rubinstein αντανακλά:

- **i.** το πλεονέκτημα της πρώτης κίνησης της Έφης και
- **ii.** τη σχετική ανυπομονησία της Έφης να επιτευχθεί συμφωνία (δηλαδή τα σχετικά ΠΣΑ των διαπραγματευτών).

v Η λύση του Rubinstein στο διαπραγματευτικό πρόβλημα (θεώρημα)

Το διαπραγματευτικό παίγνιο: Η Έφη και ο Γιάννης διατυπώνουν διαδοχικές προτάσεις για το πώς θα διανείμουν μεταξύ τους μια πίτα μεγέθους 1. Η Έφη ξεκινά στο στάδιο t=1 καταθέτοντας την πρότασή της. Αν ο Γιάννης την αποδεχθεί, το διαπραγματευτικό παίγνιο λήγει και η συμφωνία έχει επιτευχθεί στο πρώτο κιόλας στάδιο. Αν όμως απορρίψει την προσφορά της Έφης, περνάμε στο t=2 όπου ο Γιάννης υποβάλλει μια δική του αντιπροσφορά. Αν η Έφη, με τη σειρά της, αποδεχθεί την προσφορά του έχουμε συμφωνία στο δεύτερο στάδιο. Διαφορετικά, περνάμε στο στάδιο t=3 όπου διατυπώνει την δική της αντιπροσφορά. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται χωρίς χρονικό περιορισμό μέχρις ότου οι δύο καταλήξουν σε συμφωνία.

Σε αυτό το υπόδειγμα διαπραγμάτευσης του Rubinstein οι διαπραγματευτές έχουν κίνητρο να επισπεύσουν την επίτευξη συμφωνίας, όχι επειδή φοβούνται ότι ξάφνου θα ναυαγήσουν οι διαπραγματεύσεις, αλλά επειδή κάθε καθυστέρηση (ή απόρριψη πρότασης) κοστίζει και στους δύο. Το κόστος αυτό ορίζεται από τα ποσοστά συρρίκνωσης της αξίας (ΠΣΑ) των δύο διαπραγματευτών, τα οποία δίδονται, αντίστοιχα για την Έφη και τον Γιάννη, ως 1-α και 1-β (όπου $0 < \alpha , \beta < 1$).

Πως καταφέρνει ο Rubinstein να προσδιορίσει μια ΥΤΙΝ του παιγνίου, χρησιμοποιώντας την λογική της προς τα πίσω επαγωγής κατά Nash; Η τελευταία απαιτεί το παίγνιο να έχει όχι μόνο τέλος (ένα τελικό στάδιο) αλλά και οι παίκτες να τελούν υπό κοινή γνώση αυτού του σταδίου εξ αρχής.

Η απόδειξη συνίσταται σε τέσσερα βήματα:

1. Την κρυφή υπόθεση:

Η υπόθεση αυτή αποτελείται από δύο μέρη: (α) Υπάρχει κάποιος μελλοντικός γύρος των διαπραγματεύσεων, έστω t=m (>2), στον οποίο οι πεποιθήσεις των διαπραγματευτών θα έχουν ευθυγραμμιστεί με συνέπεια σε κάποια διανομή (V,1–V) μεταξύ της Έφης και του Γιάννη. (β) Η Έφη και ο Γιάννης έχουν κοινή γνώση του m στο t = 1. Η Κρυφή Υπόθεση είναι, φυσικά, μια εκ νέου ενσάρκωση της υπόθεσης των ευθυγραμμισμένων με συνέπεια πεποιθήσεων (ΕΣΠ), η οποία μας απασχόλησε επανειλημμένως έως τώρα. Το μέρος (α) απλώς εικάζει πως κάποια στιγμή στο μέλλον (t=m), οι προσδοκίες των διαπραγματευτών θα έχουν συγκλίνει. Το μέρος (β) επιμένει πως οι παίκτες τελούν υπό κοινή γνώση του t=m από την αρχή της διαπραγμάτευσης.

2. Υπολογίζοντας τις προσφορές των διαπραγματευτών προς τα πίσω:

Ας ορίσουμε ως t=m=3. Στην περίοδο αυτή η Έφη θα πάρει μερίδιο V και ο Γιάννης 1-V. Οι παίκτες σε αυτό το στάδιο έχουν στο μυαλό τους μια κάποια αξία του V. Στόχος είναι να υπολογίσουμε αυτή την αξία.

Ας πάμε νοητικά στο στάδιο t=2 όπου είναι η σειρά του Γιάννη είτε να αντιπροτείνει στην Έφη μια διανομή (αφού εκείνος απέρριψε την δική της πρόταση στο στάδιο t=1). Τι αντιπρόταση πρέπει να καταθέσει;

Γνωρίζει (από την Κρυφή Υπόθεση, με t=m=3) ότι, αν οι διαπραγματεύσεις προχωρήσουν στο t=m=3, η Έφη θα προσδοκά μερίδιο V. Έτσι, ο Γιάννης γνωρίζει ότι αν της προσφέρει, στο t=2, μερίδιο αV της πίτας, εκείνη δεν θα έχει λόγο να απορρίψει την πρότασή του. Ο λόγος, φυσικά, είναι ότι η Έφη αποτιμά στο στάδιο t=2 την προοπτική να λάβει μερίδιο V στο στάδιο t=3 ακριβώς όσο αποτιμά την αξία του μεριδίου αV στο στάδιο t=2. Ας θυμηθούμε πως, εξ ορισμού, 1 μονάδα ωφέλειας στο επόμενο στάδιο έχει για την Έφη την ίδια αξία με α (<1) μονάδες ωφέλειας στο παρόν στάδιο, η κάθε απόρριψη-καθυστέρηση της κοστίζει ποσοστό 1-α.

Στην περίοδο t=2 είτε της προσφέρει μερίδιο αV και εκείνος λαμβάνει ωφέλεια ίση με 1–αV είτε της προσφέρει λιγότερο από αV προσδοκώντας στην περίοδο t=3 μερίδιο του οποίου η τωρινή αξία ισούται με β(1–V). Το δίλημμα λύθηκε. Ο Γιάννης θα επιλέξει να προκαλέσει διαφωνία στην περίοδο t=2 (προσφέροντας στην Έφη μερίδιο μικρότερο του αV) αν και μόνο αν β(1–V) > 1–αV. Παρατήρησε πως αυτή η ανισότητα δεν μπορεί να ισχύει ποτέ (καθώς όλες αυτές οι παράμετροι (α, β και V) κείνται μεταξύ 0 και 1). Άρα, στο στάδιο t=2, ο Γιάννης θα προσφέρει στην Έφη μερίδιο αV το οποίο εκείνη (όπως είδαμε παραπάνω) δεν έχει λόγο να μην αποδεχθεί.

Στην αρχή των διαπραγματεύσεων t=1, όπου η Έφη υποβάλει την πρώτη προσφορά. Η Έφη γνωρίζει ότι αν η προσφορά της απορριφθεί, η διαπραγμάτευση θα προχωρήσει στο t=2, οπότε θα της προσφερθεί από τον Γιάννη μερίδιο αV, μια προσφορά την οποία θα αποδεχθεί. Επιπλέον, γνωρίζει ότι ο Γιάννης μπορεί να προσδοκά, στο επόμενο στάδιο (t=2), το σίγουρο μερίδιο 1–αV. Επομένως, η αξία που μπορεί να δώσει ο Γιάννης στο αρχικό στάδιο t=1 με την προοπτική να λάβει στο επόμενο στάδιο t=2 μερίδιο ίσο με 1–αV είναι: β(1–αV). Επομένως, γνωρίζει η Έφη ότι αν προσφερθεί στον Γιάννη μερίδιο β(1–αV) στο t=1, θα το αποδεχθεί (μιας και δεν έχει λόγο να το απορρίψει). Κάθε προσφορά μικρότερη από το μερίδιο αυτό θα προκαλέσει διαφωνία και την κατάθεση αντιπροσφοράς από την πλευρά του Γιάννη στο στάδιο t=2. Το ερώτημα, λοιπόν, που λογικά ανακύπτει είναι αν θέλει η Έφη να επιτύχει συμφωνία με τον Γιάννη στο στάδιο t=1.

Στο στάδιο t=1 η αξία για την Έφη της προοπτικής μεριδίου αV στο επόμενο στάδιο είναι ίση με την αξία ενός μεριδίου α2V τώρα (στο στάδιο t=1). Άρα, θα προσφέρει στον Γιάννη μερίδιο β(1–αV) αμέσως (ωθώντας τον στην άμεση συμφωνία) εφόσον στο t=1 ισχύει η ανισότητα 1–β(1–αV) > α2V. Όμως, αυτή η ανισότητα αυτή ισχύει πάντοτε. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι στο στάδιο t=1 η Έφη θα προτιμά πάντοτε να προσφέρει στον Γιάννη το μερίδιο β(1–αV) που εκείνος δεν έχει κανένα κίνητρο να απορρίψει.

Καταλήξαμε έτσι στο απλό συμπέρασμα ότι στην αρχή των διαπραγματεύσεων, στο στάδιο t=1, η Έφη θα προτείνει στον Γιάννη τη διανομή [1–β(1–αV), β(1–αV)]. Και ότι ο Γιάννης θα την αποδεχθεί.

3. Διαχρονικά συνεπείς προσδοκίες

Πριν προχωρήσουμε, ας φανταστούμε μια οποιαδήποτε περίπτωση σύγκρουσης μεταξύ δύο προσώπων, επιχειρήσεων, χωρών, κ.λπ. Αν γνώριζαν από την αρχή ποια θα ήταν η έκβαση του μεταξύ τους πολέμου, δεν θα ήταν τότε λογικό να συμφωνήσουν από την αρχή σε μια ρύθμιση ανάλογη με την τελική έκβαση, αποφεύγοντας έτσι τη δαπανηρή σύγκρουση; Πρόκειται για το Παράδοξο των Ορθολογικών Συγκρούσεων.

Στην περίπτωσή μας, αυτό θα σήμαινε ότι η Έφη θα έλεγε στον Γιάννη: Γνωρίζουμε και οι δύο ότι, αν περιμένουμε μέχρι t=m=3, θα πάρω μερίδιο V της πίτας. Γιατί, λοιπόν, να περιμένουμε μέχρι τότε; Γιατί να μην συμφωνήσεις, λοιπόν, να πάρω από τώρα το μερίδιο V και, με τον τρόπο αυτό, να μην χαθεί κανένα μέρος της πίτας (μέσα από την καθυστέρηση της επίτευξης συμφωνίας) για κανέναν από τους διό μας;. Ο Rubinstein υποθέτει ότι ο Γιάννης, εφόσον είναι εργαλειακά ορθολογιστής, δεν έχει λόγο να διαφωνήσει πρόκειται για την υπόθεση των διαχρονικά συνεπών προσδοκιών

4. Το m δεν έχει καμία σημασία

Το θεώρημα Rubinstein που μόλις αποδείξαμε δείχνει ότι, στο πλαίσιο των θεμελιωδών του υποθέσεων, υπάρχει μόνο μία ορθολογική διαπραγματευτική στρατηγική. Άρα, η άμεση συμφωνία είναι αναπόφευκτη. Από παιγνιοθεωρητικής σκοπιάς, είναι σαν να λέμε πως το σύνολο των αξιόπιστων, ορθολογικών, διαπραγματευτικών στρατηγικών αποτελείται από μια μόνο στρατηγική: την μοναδική υποπαιγνιακά τέλεια ισορροπία Nash (ΥΤΙΝ) του δυναμικού διαπραγματευτικού αυτού παιγνίου.

Το μόνο πρόβλημα είναι ότι οι διαπραγματευτές δεν γνωρίζουν το μερίδιο V. Ωστόσο, μπορούν να το υπολογίσουν. Παραπάνω (Βήμα 2) συμπεράναμε πως η Έφη θα προτείνει στον Γιάννη να κρατήσει εκείνη μερίδιο ίσο με 1–β(1–αV), και εκείνος να κρατήσει το υπόλοιπο μερίδιο β(1–αV). Τα μερίδια αυτά υπολογίστηκαν βάσει μιας απλής υπόθεσης: ότι αν οι διαπραγματεύσεις τραβούσαν (με κόστος και για τους δύο) έως στο στάδιο t=3, τότε η Έφη θα έπαιρνε μερίδιο V και ο Γιάννης 1-V.

3.8. Παίγνια Συνεργασίας – Δίλλημα Κρατουμένου

Όπως προαναφέραμε στις αρχές της δεκαετίας του ’50, πέραν ενός στενού κύκλου επιστημόνων, η θεωρία των παιγνίων δεν ήταν ευρέως γνωστή. Οι ειδικοί συνήθως μοιράζονταν την επαγγελματική τους δραστηριότητα μεταξύ τμημάτων μαθηματικών και ερευνητικών ινστιτούτων. Σε μια εποχή που ο Ψυχρός Πόλεμος βρισκόταν στον απόγειό του, και διαμορφωνόταν ένα κλίμα έντονης πυρηνικής αντιπαράθεσης με την Σοβιετική Ένωση, τα ινστιτούτα αυτά χρηματοδοτούσαν πλουσιοπάροχα, με συνδυασμό ιδιωτικών και κρατικών κονδυλίων, το έργο των θεωρητικών των παιγνίων. Στόχος ήταν ο «άρτιος» σχεδιασμός στρατηγικών πυρηνικού πολέμου. Έως εκείνη τη στιγμή, η θεωρία παιγνίων είτε ήταν άγνωστη είτε απόλυτα συνδυασμένη στη σκέψη των περισσότερων ως μια μαθηματική τεχνική που αφορά αποκλειστικά τα ψυχροπολεμικά γεράκια.

Ένας από τους θεωρητικούς, ο Albert Tucker, παρουσίασε σε μια ομιλία του, την σημασία της θεωρίας παιγνίων για τις κοινωνικές επιστήμες, με σκοπό να ελκύσει το ενδιαφέρον των ακροατών του. Έτσι λοιπόν, ο Tucker σκαρφίστηκε ένα παίγνιο στο οποίο βάσισε όλη του την διάλεξη. Το παίγνιο αυτό, το οποίο κατηγοριοποιήθηκε ως παίγνιο συνεργασίας και έμεινε στην ιστορία ως το Δίλημμα του Κρατούμενου, έμελε να καταστήσει, σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα, την θεωρία παιγνίων, αν όχι δημοφιλή, τουλάχιστον γνωστή σε όλες τις κοινωνικές επιστήμες.

Ένα παίγνιο συνεργασίας είναι ένα παίγνιο στο οποίο οι παίχτες έχουν την δυνατότητα να επιβάλλουν συνεταιριστικές συμπεριφορές μεταξύ τους και ως εκ τούτου, ένα παίγνιο δεν ορίζεται ως παίγνιο με παίκτες που πραγματικά θα συνεργαστούν, αλλά ως παίγνιο κατά το οποίο κάθε συνεργασία είναι επιβλητική από έναν εξωτερικό φορέα, για παράδειγμα ενός δικαστή ή της αστυνομίας.

Παράδειγμα 3.ι Στο παράδειγμα αυτό θα εξετάσουμε πως λειτουργεί το παίγνιο δίλημμα του φυλακισμένου.

Η αστυνομία συλλαμβάνει δύο άτομα, με την κατηγορία της ένοπλης ληστείας, και τους βάζει σε διαφορετικά κελιά. Οι αστυνομικοί είναι σίγουροι πως και οι δύο κρατούμενοι είναι ένοχοι αλλά, δυστυχώς, δεν έχουν αρκετά αποδεικτικά στοιχεία για να τους κρατήσουν. Ο μόνος τρόπος να τους παραπέμψουν σε δίκη, είναι να τους πείσουν να ομολογήσουν.

Ο αξιωματικός υπηρεσίας μπαίνει στο κάθε κελί χωριστά και ρωτάει τον καθένα εάν έχει διαπράξει το έγκλημα ή όχι. Επίσης του δηλώνει ότι, εάν ο ίδιος ομολογήσει και ο άλλος δεν ομολογήσει «θα την γλιτώσει». Εάν όμως δεν ομολογήσει και ο άλλος τον προδώσει θα μπει στη φυλακή για δέκα χρόνια. Εάν όμως ομολογήσουν και οι δύο θα μπουν φυλακή και οι δύο για 8 χρόνια. Ενώ αν δεν ομολογήσει κανείς θα μπουν στη φυλακή για 1 χρόνο. Ο χρόνος που έχουν να αποφασίσουν είναι μία ώρα.

Με λίγα λόγια το παίγνιο αυτό έχει την εξής μορφή:

		Κρατούμενος Α’	
		Ομολογώ	Δεν ομολογώ
Κρατούμενος Β’	Ομολογώ	-8 , -8	0 , -10
	Δεν ομολογώ	-10 , 0	-1 , -1

Π.10

Οπότε όπως βλέπουμε και από τον παραπάνω πίνακα, ο κάθε κρατούμενος χωριστά θα πρέπει να αποφασίσει την στάση που θα κρατήσει. Δηλαδή αν θα ομολογήσει ή δεν θα ομολογήσει και χωρίς να γνωρίζει ο ένας την στρατηγική του άλλου.

Πρακτικά λοιπόν, δυο πράγματα μπορούν να συμβούν: ο κρατούμενος Β' είτε να ομολογήσει είτε όχι. Τότε ο κρατούμενος Α' φυλακίζεται για 10 χρόνια αν δεν ομολογήσει, είτε φυλακίζεται για 8 χρόνια αν ομολογήσει, οπότε στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι καλύτερα να ομολογήσει. Αν όμως ο κρατούμενος Β' δεν ομολογήσει, τότε εάν ούτε ο κρατούμενος Α' ομολογήσει, φυλακίζεται μόνο για 1 χρόνο. Εάν όμως ο κρατούμενος Α' ομολογήσει τότε θα αφεθεί και ελεύθερος. Άρα σε οποιαδήποτε περίπτωση είναι καλύτερα να ομολογήσει ο κρατούμενος Α'.

Όμως ο κρατούμενος Β' μπορεί να κάνει, και πιθανότητα θα το κάνει, τον ίδιο συλλογισμό οπότε και οι δύο καταλήγουν να ομολογήσουν και καταλήγουν να φυλακίζονται για 8 χρόνια (-8,-8) το οποίο αποτελεί μια ισορροπία Nash του παιγνίου αυτού μιας και οι δύο κρατούμενοι επιλέγουν αμετάκλητα τη στρατηγική ''ομολογώ''. Είναι προφανές πως η έλλειψη επικοινωνίας από τη μια, και η ορθολογική συμπεριφορά από την άλλη, δεν επιφέρουν το βέλτιστο αποτέλεσμα για τους δύο κρατούμενους. Αυτό προκύπτει στην περίπτωση που τα άτομα πράττουν ανορθολογικά και δεν ομολογούν, αφού τότε φυλακίζονται και οι δύο μόνο για ένα χρόνο.

Αυτό που συνέβη, στους δύο κρατούμενους είναι ότι έπεσαν σε μια ισορροπία κυρίαρχης στρατηγικής μιας και στο παίγνιο αυτό η στρατηγική ''ομολογώ'' είναι κυρίαρχη στρατηγική. Όταν και οι δύο κρατούμενοι την επιλέγουν, τότε προκύπτει η ισορροπία κυρίαρχης στρατηγικής.

Ουσιαστικά το παίγνιο αυτό θέλει να μας δείξει ότι το κάθε άτομο πράττει αυτό που φαντάζει (εργαλειακά) ορθολογικότερο μόνο που η τελική ατομική επιλογή θα είναι καταστροφική για όλους μας.

Το εκπληκτικό αυτό αποτέλεσμα, ότι η ατομική ορθολογική δράση δεν αποφέρει το βέλτιστο αποτέλεσμα για τους παίχτες, είναι αυτό που είχε την μεγαλύτερη επίδραση στις κοινωνικές επιστήμες. Αυτό συνέβη διότι είναι πάρα πολλές οι αλληλεπιδράσεις στον κόσμο που διέπονται από κάποια τέτοια λογική, όπως οι εξοπλιστικοί αγώνες μεταξύ των κρατών, η ατμοσφαιρική ρύπανση, η εξάντληση των υδάτινων πόρων και η εκμετάλλευση του θαλάσσιου πλούτου. Όλα αυτά διέπονται από αλληλεπιδράσεις όπου η ατομική ορθολογική δράση οδηγεί σε κατώτερα αποτελέσματα για κάθε άτομο, και ίσως το δίλλημα του κρατουμένου να προτείνει μια εξήγηση για το τι συμβαίνει. Αυτή είναι η πηγή της δύναμης του.

3.8.1. Αποτελεσματικότητα κατά Pareto

Άλλο ένα σημείο από το δίλημμα του κρατουμένου, το οποίο δείχνει ενδιαφέρον να εξετάσουμε είναι το (-1,-1). Παρατηρούμε ότι στο σημείο αυτό, οι δύο κρατούμενοι αν εμπιστευτούν ο ένας τον άλλον, δηλαδή αν κανένας από τους δύο δεν ομολογήσει, τότε θα αφεθούν ελεύθεροι και δηλαδή αν δεν ομολογήσουν και οι δύο θα βρίσκονται και οι δύο σε καλύτερη μοίρα. Με βάση τα παραπάνω, στο σημείο αυτό εμφανίζεται ένα κριτήριο το οποίο ονομάζεται αποτελεσματικότητα κατά Pareto.

Το κριτήριο αυτό δημιουργήθηκε από τον Ιταλό οικονομολόγο Vilfredo Pareto και χρησιμοποιείται συστηματικά από τότε. Έτσι, οι περισσότεροι οικονομολόγοι σήμερα όταν λένε αποτελεσματικός εννοούν κατά Pareto.

Το κριτήριο αυτό λέει ότι μία κατανομή είναι καλύτερη (ή κατά Pareto καλύτερη ή αποτελεσματικότερη) από μία άλλη, μόνο όταν η κατανομή αυτή δεν φέρνει σε χειρότερη μοίρα κανένα άτομο σε σχέση με την άλλη και βελτιώνει τη θέση τουλάχιστον ενός ατόμου.

Στο παράδειγμα αυτό, αν και οι δύο έφευγαν από το σημείο (-1,-1) θα κατέληγαν με 8 χρόνια φυλακής ο καθένας αντίστοιχα οπότε και οι 2 χειροτερεύουν τον εαυτό τους. Γι αυτό και το (-1,-1) ονομάζεται σημείο Pareto επειδή θα πρέπει ο ένας να είναι καλύτερα χωρίς ο άλλος να είναι χειρότερα. Επειδή όμως έχω έλλειψη εμπιστοσύνης δεν καταλήγω στο (-8,-8) αλλά στο (-1,-1)

Το δίλλημα του φυλακισμένου μοντελοποιεί μια κατάσταση, στην οποία υπάρχουν κέρδη από την συνεργασία. Ο κάθε παίκτης προτιμάει και οι δύο να επιλέξουν να ομολογήσουν, αλλά ο καθένας έχει ένα κίνητρο, την ελεύθερη επιλογή, δηλαδή να ομολογήσει, σύμφωνα με ότι κάνει ο άλλος.

Το παίγνιο είναι σημαντικό όχι επειδή είναι ενδιαφέρον να κατανοηθούν τα κίνητρα των κρατουμένων να ομολογήσουν, αλλά επειδή πολλές άλλες περιπτώσεις έχουν παρόμοιες δομές. Το παίγνιο αυτό μπορεί να φαίνεται κάπως απόμακρο από την καθημερινότητά μας, όμως αν κοιτάξουμε προσεκτικά γύρω μας, μπορούμε, να το διακρίνουμε παντού. Είναι πιθανόν να βλέπουμε πολλά κοινωνικά φαινόμενα μέσα από το πρίσμα του. Μερικά από τα οποία θα τα αναφέρουμε παρακάτω.

3.8.2. <u>Εφαρμογές του διλλήματος του κρατουμένου</u>

- **Το πρόβλημα των τζαμπατζήδων και το φαινόμενο του θερμοκηπίου**

Έστω ότι υπάρχει μια μετατροπή που μπορούμε να κάνουμε στον κινητήρα του αυτοκινήτου μας (π.χ. αλλαγή καταλύτη) η οποία μειώνει κατά 90% τους ρύπους. Βέβαια, για να έχει μετρήσιμο αποτέλεσμα στην ατμόσφαιρα της πόλης μας αυτή η προσπάθεια, δεν φτάνει μόνο μια μετατροπή αλλά χρειάζεται να μετατραπούν πολλοί κινητήρες. Έστω ότι η μετατροπή αυτή κοστίζει 1000 €, ένα μεγάλο ποσό το οποίο όμως θα ήμασταν διατεθειμένοι να πληρώσουμε αν ήταν να καθαρίσει το νέφος και να αντιμετωπιστεί το φαινόμενο του θερμοκηπίου; Έστω ακόμα ότι ο,τι ισχύει για εμάς ισχύει για όλους. Προφανώς, τόσο το επιθυμητό όσο και το βέλτιστο συμπέρασμα θα ήταν να πράξουμε όλοι το οικολογικό μας καθήκον μετατρέποντας τον κινητήρα των αυτοκινήτων μας σε πιο οικολογικό. Κι όμως, δεν αρκεί αυτό το συμπέρασμα. Το πρόβλημα είναι πως οι προτιμήσεις μας είναι πιο περιπλοκές και έχουν την δομή ενός διλήμματος του κρατούμενου στο οποίο όλοι συμμετέχουμε ως παίκτες. Από την μια πλευρά προτιμούμε το (1) και (2).

1. Όλοι μας μετατρέπουμε, προς χίλια ευρώ ο καθένας, τον κινητήρα μας.
2. Κανείς μας δεν καταβάλει το κόστος των χιλίων ευρώ για την μετατροπή.

Από την άλλη μεριά όμως, προτιμούμε το (3) από το (1) διότι αν μετατρέψουν όλοι τον κινητήρα τους, το περιβάλλον διασφαλίστηκε χωρίς να καταβάλουμε τα 1000 € και έτσι έχουμε καθαρό περιβάλλον και τα 1000 €. Επίσης προτιμούμε το (4) από το (2), διότι σκεφτόμαστε μη πιαστούμε κορόιδα.

3. Εγώ δεν μετατρέπω τον κινητήρα μου την ώρα που όλοι οι άλλοι μετατρέπουν τον δικό τους.
4. Πιάνομαι κορόιδο καθώς είμαι ο μόνος που μετατρέπει τον κινητήρα του

Στην αυτή την περίπτωση, η καθαρή στρατηγική μας είναι να μετατρέψουμε τον κινητήρα μας με σκοπό να σωθεί το περιβάλλον, υπάρχει όμως και η άλλη στρατηγική που σκεφτόμαστε εγωιστικά ως μονάδα και όχι ως σύνολο, έτσι παρόλο που όλοι είμαστε διατιθέμενοι να πληρώσουμε αυτά τα 1000 €, στο τέλος υπερισχύει το αίσθημα του εγωισμού και όχι της κοινής λογικής. Ενώ δηλαδή ξέρουμε πιο είναι το σωστό και το λογικό παρόλα αυτά οδηγούμαστε και σε δίλλημα.

- **Ο Adam Smith και το αόρατο χέρι**

Ο Adam Smith ξεκινάει με την παραδοχή ότι ο κάθε έμπορος ενδιαφέρεται μόνο για το προσωπικό του συμφέρον. Καθώς όμως προσπαθεί να κερδίσει, παγιδεύει τον εαυτό του και προωθεί το κοινωνικό συμφέρον, προσφέροντας στους καταναλωτές αφθονία φθηνών αγαθών. Είναι σαν να υπάρχει ένα αόρατο χέρι, το οποίο σπρώχνει τους ανθρώπους να λειτουργούν βάση τον εγωισμό τους αλλά το αποτέλεσμα είναι να προάγετε το κοινωνικό συμφέρον.

Ο κάθε έμπορος έχει να επιλέξει μεταξύ υψηλής και χαμηλής τιμής των προϊόντων που πουλάει. Ενώ όλοι θέλουν να πωλούν σε υψηλές τιμές από το να πωλούν σε χαμηλότερες τιμές με λιγότερες αποδοχές καθένας από τους από τους έμπορους έχει μια κυρίαρχη στρατηγική. Με την προϋπόθεση ότι όλοι οι έμποροι θα πωλήσουν σε υψηλές τιμές, ο καθένας χωριστά σκέφτεται να μειώσει λίγο τις τιμές σε σχέση με τους υπόλοιπους. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα όλοι να χρεώνουν με λιγότερη τιμή και οι τιμές να κατρακυλήσουν. Είναι σαν ένα Αόρατο χέρι να εργάζεται εκ μέρους των καταναλωτών.

Το παραπάνω παράδειγμα βασίζεται σε ένα δίλλημα του κρατουμένου στο οποίο θύματα είναι οι έμποροι. Πέφτουν στο δίλλημα της ίδιας τους σκέψης μην μπορώντας να σκεφτούν πως μπορούν να λειτουργήσουν οι υπόλοιποι. Το δίλλημα του κρατουμένου είναι κατάλληλο να περιγράψει το παράδειγμα του Adam Smith σχετικά με τον τρόπο που το ιδιωτικό συμφέρον των εμπόρων οδηγεί στην εξυπηρέτηση του δημόσιου συμφέροντος με την προϋπόθεση ότι υπάρχουν αρκετοί έμποροι που ανταγωνίζονται μεταξύ τους.

- **Εμπιστοσύνη**

Ο Hume (1740-1888) χρησιμοποιεί την παραβολή των δύο αγροτών που πασχίζουν να συνεργαστούν ώστε να γίνει ευκολότερη η συγκομιδή των σοδειών τους. Όμως η συγκομιδή του πρώτου είναι έτοιμη και η σοδιά του δεύτερου θα αργήσει λίγο, εδώ τίθεται το θέμα εμπιστοσύνης. Αν ο αγρότης του οποίου η σοδιά καθυστερεί, βοηθήσει τον άλλον και αυτός με την σειρά του θα του το ανταποδώσει όταν θα είναι έτοιμη και η δική του συγκομιδή. Το πρόβλημα της εμπιστοσύνης υπάρχει σχεδόν σε όλες τις κοινωνικές μας δραστηριότητες από συναλλαγματικές μέχρι διαπροσωπικές. Το παράδειγμα του Hume ταιριάζει απόλυτα με τη λογική του διλλήματος του κρατούμενου γιατί και στις δύο περιπτώσεις, ο ένας υποπτεύεται τον άλλον και στο τέλος, στην μια περίπτωση ομολογούν και οι δύο και στην άλλη ο ένας σκέφτεται να ρίξει τον άλλον αντίστοιχα.

3.9. <u>Λογικές Αντιρρήσεις κατά Nash</u>

Μπορεί η θεωρία του Nash να είναι μια ανατρεπτική θεωρία που εξελίσσεται μέχρι και σήμερα και να είναι ένας πόλος έλξης της ορθολογικής συμπεριφοράς σε όλους τους τύπους παιγνίων, όμως γεννιόνται διαφορές αμφιβολίες γύρω από αυτή και πιο ειδικά γύρω από την ισορροπία Nash.

Η πρώτη αμφιβολία δημιουργείται καθώς συγκρίνουμε τα παρακάτω παίγνια:

<u>Παίγνιο 1.</u>

		Γιάννης		
		Γ1	Γ2	Γ3
Έφη	Ε1	100 , 99	0 , 0	99 , 100
	Ε2	0 , 0	1 , 1	0 , 0
	Ε3	99 , 100	0 , 0	100 , 99

Π.11

Παίγνιο 2.

		Γιάννης		
		Γ1	Γ2	Γ3
Έφη	Ε1	2 , 1	0 , 0	1 , 2
	Ε2	0 , 0	1000 , 1000	0 , 0
	Ε3	1 , 2	0 , 0	2 , 1

Π. 12

Παρατηρώντας τα δύο αυτά παίγνια, η ισορροπία Nash είναι η ιδία, δηλαδή (Ε2,Γ2) αυτό συμβαίνει λόγω της κοινής στρατηγικής τους δομής. Δηλαδή σύμφωνα με τη θεωρία του Nash και στα δύο παίγνια οι ορθολογικοί παίκτες ελκύονται το ίδιο έντονα από τις στρατηγικές Ε2 και Γ2. Παρόλο όμως, που τα δύο αυτά παίγνια έχουν ίδια στρατηγική δομή, οι παίκτες συμπεριφέρονται εντελώς διαφορετικά.

Στο παίγνιο 2 βλέπουμε ότι η ισορροπία Nash (Ε2,Γ2) είναι προφανές αποτέλεσμα σωστής ορθολογικής συμπεριφοράς. Συγκριτικά με το παίγνιο 1, οι στρατηγικές (Ε2,Γ2) είναι λιγότερο ελκυστικές. Στο παίγνιο αυτό οι παίκτες, σε κελιά εκτός της ισορροπίας Nash, έχουν μεγαλύτερες αποδόσεις και αυτό σημαίνει ότι έχουν και ισχυρότερα κίνητρα με βάση τα οποία μπορούν να λειτουργήσουν το ίδιο ορθολογικά και να ξεγελάσουν τον αντίπαλο τους

Το 2001 οι Goerre και Holt πειραματικά επιβεβαιώνουν ότι οι παίκτες σε παίγνια τα οποία έχουν κοινή στρατηγική δομή μεταξύ τους, συμπεριφέρονται εντελώς διαφορετικά και με διαφορετικές πραγματικές αποδόσεις. Βέβαια το παραπάνω πείραμα έρχεται σε αντίθεση με αυτά που υποστηρίζει η θεωρία παιγνίων, δηλαδή όταν υπάρχει μια μοναδική ισορροπία Nash με καθαρές στρατηγικές, οποιοδήποτε άλλο αποτέλεσμα συνεπάγεται κάποιο βαθμό ανορθολογισμού εκ μέρους των παικτών. Στο παίγνιο 1 ισχυριστήκαμε ότι είδαμε ότι η μοναδική ισορροπία Nash είναι προφανής και δε δεσμεύει τους ορθολογικούς παίκτες να την ακολουθήσουν.

Ας εξετάσουμε ένα άλλο παίγνιο λίγο πιο διαφορετικά:

Παίγνιο 3.

		Γιάννης		
		Γ1	Γ2	Γ3
Έφη	Ε1	1 , 1	100 , 0	100 , 1
	Ε2	0 , 100	1 , 1	100 , 1
	Ε3	1 , 100	1 , 100	1 , 1

Π.13

Παρατηρούμε ότι στο παίγνιο αυτό υπάρχει μια ισορροπία Nash με καθαρές στρατηγικές η (Ε1,Γ1). Αναλύοντας το παίγνιο 3 βλέπουμε ότι η Έφη μπορεί να εξασφαλίσει χωρίς κανένα ρίσκο την ίδια απόδοση (1) παίζοντας την στρατηγική Ε3. Αντίθετα, αν επιλέξει την στρατηγική Ε1 έχει τον κίνδυνο να χάσει 100 μονάδες ωφέλειας αν ο Γιάννης επιλέξει να παίξει την Γ3. Το γεγονός ότι η Ε1 μπορεί να δώσει στην Έφη 100 μονάδες αν ο Γιάννης επιλέξει να παίξει Γ2 ως απάντηση στη Ε1 αντισταθμίζει τον κίνδυνο που επιφέρει η στρατηγική Ε1. Με βάση την κοινή γνώση ορθολογισμού η απάντηση είναι αρνητική.

Αν η Έφη σχεδιάζει να παίξει την Ε1 και θεωρεί ότι ο Γιάννης μπορεί να αντιληφθεί την πρόθεση της, τότε η Έφη δεν πρέπει να περιμένει ότι ο Γιάννης θα παίξει την Γ2, εφόσον είναι ξεκάθαρο ότι η Γ2 είναι κακή απάντηση στην Μ1. Ο Γιάννης παίρνει την απόδοση (1) που δίνει η ισορροπία Nash αν παίξει Γ3. Επομένως, η Έφη έχει τον κίνδυνο να χάσει 100 μονάδες αν οδηγηθεί στην ισορροπία Nash, όταν η Ε3 της εγγυάται την απόδοση της ισορροπίας Nash. Το ίδιο φυσικά ισχύει και για τον Γιάννη, δηλαδή για ποιο λόγο να επιλέξει Γ1, όταν ταυτόχρονα και η Γ3 μπορεί αν του εξασφαλίσει (1), δηλαδή την ίδια απόδοση με την ισορροπία Nash.

Έτσι λοιπόν, με βάση τα παραπάνω βλέπουμε πως η ισορροπία Nash είναι κάπως παράλογη. Στο παίγνιο βλέπουμε ότι με βάση την ισορροπία Nash φτάνουμε πολύ πιο μακριά από την ορθολογικότητα σε ένα είδος μεταφυσικής παραδοχής χωρίς προφανή λογική αιτία. Δηλαδή κατά τους υποστηριχτές του Nash το παραπάνω παίγνιο αποτελεί κοινή γνώση της Έφης και του Γιάννη, ότι η Έφη θα πεισθεί πέρα για πέρα πως η άποψη του Γιάννη θα παρακολουθεί τη δική της βήμα-βήμα.

Συμπερασματικά βλέπουμε ότι η προσήλωση στον Nash στο παραπάνω παίγνιο στηρίζεται σε τραβηγμένες παραδοχές που στερούνται επιχειρημάτων και μοιάζουν περισσότερο με ιδεοληψίες.

Τα πάντα λοιπόν εξαρτώνται από το αν πιστεύουμε ότι υπάρχει ένας μοναδικά ορθολογικός τρόπος να παίξουμε ένα παίγνιο από το αν η αρχή του ορθολογικού προσδιορισμού ισχύει σε όλα τα πεπερασμένα παίγνια. Αυτό το πρόβλημα συνοψίζεται από τον David Kreps (1990): Μπορεί να πιστεύουμε ότι κάθε παίκτης έχει την δική του αντίληψη σχετικά με το πώς θα δράσουν οι αντίπαλοι του, και μπορούμε να πιστεύουμε ότι ο καθένας παίζει άριστα ως προς την αντίληψη του, άλλα είναι πολύ πιο βέβαιο να αναμένουμε ότι σε όλες τις περιπτώσεις οι ποικίλες αυτές αντιλήψεις και αντιδράσεις θα είναι ‹‹ευθυγραμμισμένες›› ή σχεδόν ευθυγραμμισμένες, με την έννοια μιας ισορροπίας, όπου κάθε παίκτης προβλέπει ότι οι άλλοι θα κάνουν αυτό που οι άλλοι πράγματι σχεδιάζουν να κάνουν.

<u>Κεφάλαιο 4</u>

Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με ένα τμήμα ενός κλάδου, ο οποίος ονομάζεται βιομηχανική οργάνωση. Η βιομηχανική οργάνωση ασχολείται με τις λειτουργιές των αγορών και των κλάδων και συγκεκριμένα με τον τρόπο τον οποίο οι επιχειρήσεις ανταγωνίζονται η μια την άλλη. Έτσι κι εμείς, θα αναλύσουμε παρακάτω τις μορφές αγοράς και το πως κινούνται και αντιδρούν οι επιχειρήσεις μέσα σε αυτές.

4.1. <u>Ελαστικότητα της ζήτησης</u>

Η έννοια της ελαστικότητας της ζήτησης μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε το πώς η ζητούμενη ποσότητα εξαρτάται από την τιμή, με τρόπο που δεν εξαρτάται από τις μονάδες μέτρησης. Η ελαστικότητα της ζήτησης ορίζεται ως η ποσοστιαία αλλαγή της ζητούμενης ποσότητας που διαιρείται με την ποσοστιαία αλλαγή της τιμής. Επειδή η ζητούμενη ποσότητα μειώνεται όταν η τιμή αυξάνεται και αντιστρόφως, συνήθως προσθέτουμε ένα αρνητικό πρόσημο πριν την τιμή που δόθηκε νωρίτερα. Τυπικά:

$$E_D \equiv -\frac{dq}{dp}.\frac{p}{q} \approx -\frac{\Delta q/_q}{\Delta p/_p}$$

Το πρώτο μέρος της παραπάνω εξίσωσης δίνει τον ακριβή ορισμό της ελαστικότητας ζήτησης – η παράγωγος της ζητούμενης ποσότητας ως προς την τιμή πολλαπλασιασμένη με τον λόγο της τιμής προς την ποσότητα. Για μικρή αλλαγή του p, μια λογική προσέγγιση της τιμής της παραγώγου είναι ο λόγος μεταξύ της ποσοστιαίας μεταβολής του προϊόντος $\left(\Delta q/_q\right)$και της ποσοστιαίας μεταβολής της τιμής $\left(\Delta p/_p\right)$.

4.2. Κόστη

Η συνάρτηση κόστους μιας επιχείρησης μας δείχνει το συνολικό κόστος των εισροών που πρέπει να πληρώσει η επιχείρηση για να παράγει εκροή ή προϊόν Q. Η σωστή εκτίμηση του κόστους είναι το πρώτο βήμα για την ορθή λήψη οικονομικών αποφάσεων διότι η λήψη αποφάσεων είναι σε μεγάλο βαθμό μια διαδικασία σύγκρισης κόστους και οφέλους. Στην ενότητα αυτή θα αναφέρουμε δύο είδη κόστους, το μέσο κόστος και το οριακό κόστος.

- **Μέσο κόστος , AC (Average Cost) :** ορίζεται ως το κόστος ανά μονάδα δηλαδή το συνολικό κόστος διαιρεμένο με το επίπεδο παραγωγής.
- **Οριακό κόστος , MC (Marginal Cost) :** ορίζεται ως το κόστος μιας επιπλέον μονάδας. Με άλλα λόγια το συνολικό κόστος της παραγωγής (Q+1) μείον το συνολικό κόστος της παραγωγής Q μονάδων.

Το οριακό κόστος είναι η κατάλληλη έννοια του κόστους για να αποφασίσουμε πόσο πρέπει να παράγουμε. Ενώ αντίθετα το μέσο κόστος είναι η κατάλληλη έννοια για να αποφασίσουμε τι πρέπει να παράγουμε.

Ας δούμε τώρα την επιλογή που κάνει μια επιχείρηση μεταξύ τιμής και επιπέδου παραγωγής. Αν η επιχείρηση αποφασίσει για το επίπεδο τιμής και όχι για το επίπεδο παραγωγής, μπορούμε να αντιμετωπίσουμε την απόφασή της αυτή ως επιλογή του επιπέδου παραγωγής. Για την ακρίβεια, δεδομένης μια καμπύλης ζήτησης D(p), ένα επίπεδο παραγωγής υποδηλώνει ένα δεδομένο επίπεδο τιμής. Είναι σαν η επιχείρηση να επιλέγει επίπεδο παραγωγής και στη συνέχεια να καθορίζει την τιμή εκείνη που θα οδηγήσει στο συγκεκριμένο επίπεδο.

Τα κέρδη της επιχείρησης αντιστοιχούν στα έσοδα R(q), μείον το κόστος, C(q), όπου q είναι το επίπεδο παραγωγής: $\Pi(q) = R(q) - C(q)$. Αν σκεφτούμε τη συνάρτηση κέρδους ως ένα "λόφο" σε ένα γράφημα όπου το προϊόν βρίσκεται στον οριζόντιο άξονα και το κέρδος στον κάθετο άξονα, θα δούμε ποιο είναι το άριστο επίπεδο παραγωγής που μεγιστοποιούνται τα κέρδη. Το επίπεδο παραγωγής προϊόντος που μεγιστοποιεί το κέρδος αντιστοιχεί στην κορυφή του λόφου. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό της κορυφής του λόφου είναι ότι είναι επίπεδη. Αυτό σημαίνει ότι η κλίση του λόφου είναι μηδενική, δηλαδή η παράγωγος του κέρδους ως προς το προϊόν είναι μηδενική. Αν δεν συμβαίνει κάτι τέτοιο, μπορούμε πάντα να σκαρφαλώσουμε λίγο ακόμη και αυτό σημαίνει ότι δεν θα είμαστε στην κορυφή του λόφου. Εφόσον το κέρδος αντιστοιχεί σε $\Pi(q) = R(q) - C(q)$, αν πούμε ότι η παράγωγος του κέρδους είναι μηδενική, θα είναι σαν να λέμε ότι η παράγωγος των εσόδων μείον την παράγωγο του κόστους είναι μηδενική, δηλαδή ότι η παράγωγος των εσόδων είναι ίση με την παράγωγο του κόστους.

$$MR = MC \qquad (1)$$

όπου MR (Marginal Revenue) είναι το οριακό έσοδο, η παράγωγος των εσόδων ως προς το προϊόν και MC (Marginal Cost) το οριακό κόστος.

Η μεγιστοποίηση του κέρδους υποδηλώνει ότι το οριακό έσοδο είναι ίσο με το οριακό κόστος.

Τα έσοδα αντιστοιχούν στην τιμή επί το προϊόν: $R = P \cdot Q$. Το οριακό έσοδο, η παράγωγος ως προς το επίπεδο q, είναι τότε $MR = \frac{\partial p}{\partial q} q + p$. Αν απλουστεύσουμε αυτή την έκφραση έχουμε:

$$MR = p\left(1 - \frac{1}{E_D}\right) \qquad (2)$$

όπου E_D είναι η ελαστικότητα ζήτησης και επειδή η E_D είναι μεγαλύτερη του μηδενός, συνεπάγεται ότι το οριακό έσοδο είναι χαμηλότερο από την τιμή, διότι όταν μια επιχείρηση πουλάει μια επιπλέον μονάδα, θα λάβει για αυτήν την τιμή p. Ωστόσο, για να πουλήσει αυτή την επιπλέον μονάδα, η επιχείρηση πρέπει να μειώσει την τιμή κατά μια συγκεκριμένη ποσότητα. Όσο χαμηλότερη είναι η ελαστικότητα ζήτησης, τόσο μεγαλύτερη θα είναι και η ποσότητα αυτή. Συνεπώς, η αύξηση του προϊόντος κατά μια μονάδα υποδηλώνει πως όλες οι μονάδες προϊόντος πωλούνται σε χαμηλότερη τιμή. Αυτό το αρνητικό αποτέλεσμα κάνει το οριακό έσοδο χαμηλότερο από το έσοδο της οριακής μονάδας προϊόντος.

Στις ανταγωνιστικές αγορές, οι επιχειρήσεις είναι λήπτες τιμών, δηλαδή μια αύξηση της τιμής σημαίνει μείωση της ζήτησης στο μηδέν, ενώ μια μείωση της τιμής σημαίνει αύξηση της ζήτησης από μια μικρή θετική ποσότητα (ζήτηση της επιχείρησης) σε μια μεγάλη θετική ποσότητα (αγοραία ζήτηση). Με άλλα λόγια, μια ανταγωνιστική αγορά είναι μια οριακή περίπτωση, όπου η καμπύλη ζήτησης της επιχείρησης έχει άπειρη ελαστικότητα. Ακόμη και η μικρότερη μεταβολή της τιμής σημαίνει μια πολύ μεγάλη αλλαγή της ζήτησης. Από την εξίσωση *(2)* και το γεγονός ότι το E_D είναι το άπειρον, συνεπάγεται ότι το οριακό έσοδο ισούται με την τιμή. Αυτό προκύπτει διαισθητικά ότι σε μια ανταγωνιστική αγορά, κάθε επιχείρηση ακόμη και μικρή μπορεί να πουλήσει όσο θέλει στην τρέχουσα τιμή αγοράς. Συνεπώς, τα έσοδα από την πώληση μιας επιπλέον μονάδας είναι ίσα με την τιμή πώλησης της εν λόγω μονάδας: $MR = p$. Τέλος, η εξίσωση *(1)* δηλώνει ότι, στις ανταγωνιστικές αγορές, οι επιχειρήσεις καθορίζουν την παραγωγή τους στο επίπεδο όπου η τιμή είναι ίση με το οριακό κόστος.

4.3. Οι μορφές της αγοράς

Σε αυτό το σημείο είναι απαραίτητο να γίνει μια σύντομη παρουσίαση των τριών βασικών μορφών αγοράς, γιατί αυτές σχετίζονται άμεσα με την κερδοφορία της επιχείρησης.

Η αγορά προσδιορίζεται από το είδος του προϊόντος και από τον αριθμό των επιχειρήσεων που δραστηριοποιούνται σε αυτή. Με αυτό τον τρόπο λοιπόν, **πλήρως ανταγωνιστική αγορά** είναι εκείνη όπου ένας μεγάλος αριθμός επιχειρήσεων προσφέρει στους καταναλωτές ένα ομοιογενές προϊόν – ομοιογενές είναι εκείνο το προϊόν που έχει τα ίδια ακριβώς χαρακτηριστικά, ανεξάρτητα από την επιχείρηση που το προσφέρει.

Το βασικό χαρακτηριστικό μιας τέτοιας αγοράς είναι ότι η τιμή του προϊόντος διαμορφώνεται έτσι ώστε να καλύπτεται το κόστος παραγωγής του προϊόντος, ενώ δεν υπάρχουν περιθώρια κέρδους για τις επιχειρήσεις. Αν κάποια από αυτές αυξήσει την τιμή του προϊόντος της, τότε απλά όλοι θα στραφούν στα (ίδια ακριβώς) προϊόντα των ανταγωνιστών της. Παράλληλα, ο μεγάλος αριθμός των επιχειρηματιών στην αγορά δεν επιτρέπει τη μεταξύ τους συνεννόηση ώστε από κοινού να αυξήσουν την τιμή. Για παράδειγμα, στη λαϊκή αγορά της γειτονιάς πάρα πολλοί παραγωγοί ή πωλητές προσφέρουν ντομάτες. Πωλούν το ίδιο ακριβώς προϊόν και κανένας από αυτούς δεν μπορεί να αυξήσει την τιμή του προϊόντος από μόνος του, γιατί οι πελάτες θα στραφούν στους υπόλοιπους πωλητές ντομάτας. Επειδή μάλιστα υπάρχουν πάρα πολλοί πωλητές στην αγορά είναι δύσκολο να συνεννοηθούν για να καθορίσουν μια τιμή που θα αποφέρει σε όλους κέρδη.

Ως **ολιγοπωλιακή αγορά** ορίζεται εκείνη η αγορά όπου μικρός αριθμός επιχειρήσεων προσφέρει ένα προϊόν που διαφέρει από επιχείρηση σε επιχείρηση σε ορισμένα χαρακτηριστικά του αλλά κατά βάση ικανοποιεί τις ίδιες ανάγκες των καταναλωτών.

Η διαφοροποίηση κάποιων χαρακτηριστικών του προϊόντος ουσιαστικά το κάνει να ξεχωρίζει από τα ανταγωνιστικά προϊόντα. Κάποιοι από τους καταναλωτές μάλιστα το προτιμούν γι’ αυτά τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά και είναι διατεθειμένοι ακόμη και να πληρώσουν μια μεγαλύτερη τιμή για να το αποκτήσουν. Ως αποτέλεσμα, οι επιχειρήσεις μπορούν να διαθέσουν το προϊόν τους σε διαφορετική τιμή.

Κάτι τέτοιο είναι δυνατόν να τους εξασφαλίσει σημαντικά κέρδη. Η αύξηση της τιμής του προϊόντος όμως δεν μπορεί να είναι υπερβολική. Αν συμβεί κάτι τέτοιο, είναι πιθανόν ακόμη και οι καταναλωτές που προτιμούν το προϊόν για τα διαφοροποιημένα χαρακτηριστικά του να στραφούν στα άλλα παρόμοια προϊόντα.

Για παράδειγμα, η αγορά των αναψυκτικών περιλαμβάνει κυρίως δύο μεγάλες επιχειρήσεις, την Coca-Cola και την Pepsi. Καμιά από τις δύο επιχειρήσεις δεν μπορεί να αυξήσει υπερβολικά την τιμή της, αλλά από την άλλη και οι δύο μπορούν να καθορίσουν τις τιμές σε ένα τέτοιο επίπεδο ώστε να έχουν ικανοποιητικά κέρδη. Ουσιαστικά οι εταιρίες αυτές έχουν ολιγοπωλήσει τον κλάδο του αναψυκτικού Cola.

Τέλος, η τρίτη μορφή αγοράς είναι η **μονοπωλιακή αγορά** και σχετίζεται με μία επιχείρηση που προσφέρει στην αγορά ένα προϊόν, το οποίο κανείς άλλος δεν μπορεί να παραγάγει και να διαθέσει στην αγορά. Ουσιαστικά, οι καταναλωτές μπορούν να αγοράσουν το συγκεκριμένο προϊόν μόνο από τη συγκεκριμένη επιχείρηση.

Γι' αυτό το λόγο, η τελευταία μπορεί να ορίσει την τιμή σε όποιο επίπεδο θέλει ή καλύτερα στο υψηλότερο δυνατό επίπεδο που είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν οι καταναλωτές. Είναι προφανές πως στην περίπτωση μιας μονοπωλιακής αγοράς η επιχείρηση βρίσκεται στην καλύτερη θέση από άποψη κερδών. Τα κέρδη της επιχείρησης είναι τα μεγαλύτερα δυνατά.

Με τον όρο μονοπώλιο αναφερόμαστε στην ακραία μορφή αγοράς όπου μια μόνο επιχείρηση παράγει ένα προϊόν για το οποίο δεν υπάρχουν στενά υποκατάστατα. Στην περίπτωση αυτή η επιχείρηση ταυτίζεται με τον κλάδο παραγωγής του προϊόντος.

Για παράδειγμα, ο Οργανισμός Τηλεπικοινωνιών Ελλάδας (ΟΤΕ) μέχρι το 2002 ήταν η μόνη επιχείρηση που μπορούσε να παρέχει υπηρεσίες σταθερής τηλεφωνίας στην Ελλάδα. Δεν επιτρεπόταν από το νόμο κάποια άλλη επιχείρηση να προσφέρει ανταγωνιστικές υπηρεσίες.

Αν απεικονίσουμε τη δυνατότητα κερδών κάθε μορφής αγοράς σε έναν άξονα με αύξουσα σειρά, τότε προκύπτει ότι πρώτη έρχεται η πλήρως ανταγωνιστική αγορά με μηδενικά κέρδη, ακολουθεί η ολιγοπωλιακή αγορά με σημαντικά κέρδη και τέλος η μονοπωλιακή αγορά είναι αυτή που απολαμβάνει τα μεγαλύτερα δυνατά κέρδη. Οι βασικές διαπιστώσεις που μπορούν να γίνουν για τον παραπάνω άξονα και με δεδομένο ότι οι επιχειρήσεις επιδιώκουν πάντα τη μεγιστοποίηση των κερδών τους παρουσιάζονται παρακάτω:

Πρώτον, οι επιχειρήσεις που λειτουργούν σε μια πλήρως ανταγωνιστική αγορά έχουν πάντα όφελος (δημιουργία κερδών) από τη μετάβασή τους σε μια από τις άλλες δύο μορφές αγοράς.

Δεύτερον, οι επιχειρήσεις που λειτουργούν ολιγοπωλιακά προσπαθούν να διατηρήσουν τη θέση τους ή και να μεταβούν στη μονοπωλιακή κατάσταση.

Τρίτον, οι επιχειρήσεις που λειτουργούν σε μονοπωλιακό πλαίσιο προσπαθούν να διατηρήσουν τη θέση τους είτε γιατί οι ανάγκες των καταναλωτών απαιτούν βελτίωση του προϊόντος είτε γιατί η βελτίωση του προϊόντος αποτρέπει την είσοδο άλλων επιχειρήσεων στην αγορά. Με άλλα λόγια οι μονοπωλιακές επιχειρήσεις δεν αφήνουν χώρο για καινοτομίες στις επιχειρήσεις που επιθυμούν να εισέλθουν στην αγορά τους.

Οι παραπάνω διαπιστώσεις προσδιορίζουν τη δυναμική της κίνησης των επιχειρήσεων στην αγορά και ορίζουν ένα πεδίο για την ανάλυση της μετάβασης από τη μια μορφή αγοράς στην άλλη.

4.3.1. Τέλειος ανταγωνισμός

Τέλειο ανταγωνισμό έχουμε, όταν στην αγορά υπάρχουν πολλοί πωλητές και δεν υπάρχουν περιορισμοί, οικονομικοί ή νομικοί, στην είσοδο και έξοδο από την αγορά για οποιονδήποτε που θέλει να δραστηριοποιηθεί ως πωλητής. Κανείς από τους πωλητές δεν έχει επίδραση στις τιμές, επειδή υπάρχουν πολλοί πωλητές και ο καταναλωτής έχει αναρίθμητες εναλλακτικές επιλογές. Οι καταναλωτές δεν παρατηρούν κάποια σημαντική διαφοροποίηση μεταξύ των προϊόντων, άρα μία αύξηση των τιμών από έναν πωλητή θα ζημιώσει μόνο τον ίδιο, αφού θα οδηγήσει τους καταναλωτές στους άλλους πωλητές. Στην πράξη το μοντέλο αυτό δεν υπάρχει, αφού πάντα υπάρχουν ατέλειες στην αγορά.

Τα βασικά χαρακτηριστικά μιας τέλεια ανταγωνιστικής αγοράς είναι τα εξής:

1. Ο μεγάλος αριθμός επιχειρήσεων που παράγουν το ίδιο ομοιογενές προϊόν.
2. Οι επιχειρήσεις προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους
3. Οι επιχειρήσεις είναι λήπτες τιμής καθώς δεν μπορούν να την επηρεάσουν
4. Η τέλεια πληροφόρηση
5. Οι συναλλαγές χωρίς κόστος

Το υπόδειγμα του τέλειου ανταγωνισμού βασίζεται σε πέντε κεντρικές υποθέσεις. Πρώτον, η υπόθεση της ατομικότητας, ότι δηλαδή υπάρχουν πολλοί προμηθευτές στην αγορά. Ο κάθε προμηθευτής είναι τόσο μικρός που οι κινήσεις του δεν ασκούν σημαντική επίδραση σε άλλους προμηθευτές. Δεύτερον, η υπόθεση της ομοιογένειας των προϊόντων, ότι δηλαδή το προϊόν που προμηθεύουν οι διάφορες επιχειρήσεις είναι το ίδιο. Τρίτον, η υπόθεση της τέλειας πληροφόρησης, ότι δηλαδή όλοι οι μετέχοντες (επιχειρήσεις και καταναλωτές) γνωρίζουν τις τιμές που καθορίζονται από όλες τις επιχειρήσεις. Τέταρτον, η υπόθεση της ίσης πρόσβασης, ότι δηλαδή όλες οι επιχειρήσεις έχουν πρόσβαση σε όλες τις τεχνολογίες παραγωγής. Τέλος, η υπόθεση της ελεύθερης εισόδου, ότι δηλαδή κάθε επιχείρηση μπορεί να μπει ή να βγει από την αγορά όποτε θέλει.

4.3.2. Μονοπωλιακός ανταγωνισμός

Με τον όρο μονοπωλιακό ανταγωνισμό περιγράφουμε την "τεχνητή" διαφοροποίηση των προϊόντων. Η μορφή αγοράς του μονοπωλιακού ανταγωνισμού περιέχει στοιχεία πλήρους ανταγωνισμού (ελεύθερη είσοδος έξοδος, πολλές επιχειρήσεις) αλλά και μονοπωλίου (διαφορισμός προϊόντος που επιτρέπει την μονοπώληση της αγοράς στο βραχυχρόνιο διάστημα).

Στον μονοπωλιακό ανταγωνισμό σημαντικό ρόλο παίζει η διαφήμιση για την προώθηση ή την διαφοροποίηση των προϊόντων της επιχείρησης για την απόκτηση ανταγωνιστικού πλεονεκτήματος. Όλες οι επιχειρήσεις κάνουν διαφήμιση και επομένως μπορεί η συνολική ζήτηση για το διαφοροποιημένο προϊόν να αυξηθεί, δηλαδή να αυξηθεί η ζήτηση κάθε εταιρείας χωρίς να μειώνεται η ζήτηση των ανταγωνιστών της.

Ας πάρουμε ως παράδειγμα το γάλα. Σχεδόν κανείς δεν μπορεί να ξεχωρίσει από τη γεύση το ένα γάλα από το άλλο, ενώ είναι γνωστό ότι σε όλη την Ευρώπη γάλα παράγουν αγελάδες της ίδιας πρακτικά ράτσας που ζουν σε παρόμοιες συνθήκες. Όλες οι εταιρείες λοιπόν μας προσφέρουν ουσιαστικά το ίδιο προϊόν.

Αν όμως μας άφηναν να πιστεύουμε κάτι τέτοιο, τότε θα αγοράζαμε πάντοτε από τον φθηνότερο. Γι' αυτό και χρησιμοποιούν τη διαφήμιση για να μας πείσουν ότι το δικό τους γάλα είναι διαφορετικό (λόγω επιλογής, ποιότητας, ελέγχου κ.λπ.) και για αυτό πρέπει να το προτιμήσουμε. Έχουμε λοιπόν ανταγωνισμό (όλοι παράγουν το ίδιο γάλα), αλλά με στοιχεία μονοπωλίου (το γάλα Χ παράγεται μόνο από την εταιρεία Χ).

Οι επιχειρηματίες γνωρίζουν πολύ καλά τα πλεονεκτήματα που τους παρέχει ο μονοπωλιακός ανταγωνισμός. Γι' αυτό και προσπαθούν πάντοτε να διαφοροποιήσουν τα προϊόντα τους από τις άλλες εταιρείες της αγοράς, προβάλλοντας τις πραγματικές (έστω και επουσιώδεις) διαφορές τους ή ακόμη και δημιουργώντας άλλες φανταστικές.

Η συνταγή της επιτυχίας λοιπόν απαιτεί ανελαστική ζήτηση και μονοπωλιακό ανταγωνισμό. Γι' αυτό προσπαθούν το προϊόν ή η υπηρεσία τους να είναι σχετικά φθηνή (να αποτελεί μικρό ποσοστό του εισοδήματος του καταναλωτή) και την κάνουν να φαίνεται διαφορετική από τις άλλες.

Στο σημείο αυτό έχοντας αναλύσει τις μορφές της αγοράς, ας δούμε κάποια υποδείγματα που αντιστοιχούν στην ολιγοπωλιακή μορφή αγοράς

4.4. Το μοντέλο του Cournot

Ο Antoine Augustin Cournot (1801 - 1877), γεννήθηκε και μεγάλωσε στην Γαλλία. Δίδασκε ως καθηγητής Ανάλυσης και Μηχανικής και υπήρξε διευθυντής της ακαδημίας της Ντιζόν. Ο Cournot ήταν κυρίως μαθηματικός αλλά είχε και κάποια επιρροή στα οικονομικά. Οι θεωρίες του σχετικά με το μονοπώλιο και δυοπώλιο ήταν σταθμοί για την σύγχρονη οικονομική ανάλυση. Ο Cournot εισήγαγε τη χρήση των συναρτήσεων και των πιθανοτήτων στην οικονομία, ενώ εξήγαγε τους πρώτους τύπους προσφοράς και ζήτησης. Επίσης ο Cournot θεωρούσε ότι οι οικονομολόγοι πρέπει να χρησιμοποιήσουν τα εργαλεία των μαθηματικών μόνο για να εντοπίσουν τα πιθανά όρια και για να εκφράσουν τα απρόβλεπτα γεγονότα σε περισσότερο απόλυτους όρους. Υποστήριξε ακόμα ότι οι πρακτικές χρήσεις των μαθηματικών στα οικονομικά δεν πρέπει να ψάχνουν απαραιτήτως την ακριβή αριθμητική ακρίβεια.

Ο Cournot ήταν ο πρώτος που επιχείρησε να αναπτύξει ένα μοντέλο ολιγοπωλιακής συμπεριφοράς το 1838. Εξέτασε την περίπτωση ενός δυοπωλίου με δυο παρόμοιες επιχειρήσεις. Οι επιχειρήσεις είχαν το ίδιο κόστος και δεν υπήρχε διαφοροποίηση προϊόντος. Ουσιαστικά ο Cournot μίλησε για ένα παίγνιο όπου οι επιχειρήσεις επιλέγουν ταυτόχρονα επίπεδο παραγωγής και ταυτόχρονα στρατηγικές επιλογές. Δηλαδή υπάρχει μία μόνο ανταγωνιστική περίοδος. Ανέλυσε την αγορά για δύο επιχειρήσεις:

Η επιχείρηση 1 πρέπει να επιλέξει την άριστη ποσότητα προϊόντος με βάση την ποσότητα που περιμένει ότι θα παράγει η επιχείρηση 2. Αν η επιχείρηση 1 περιμένει ότι η επιχείρηση 2 θα έχει παραγωγή q_2^e, τότε η παραγωγή της θα πρέπει να είναι $q_1 = f_1(q_2^e)$. Αν η επιχείρηση 2 περιμένει ότι η επιχείρηση 1 θα έχει παραγωγή q_1^e τότε η παραγωγή της θα πρέπει να είναι $q_2 = f_2(q_1^e)$. Δηλαδή η ιδανική αντίδραση του ενός στην ιδανική αντίδραση του άλλου που θα εκπληρώνεται ως προσδοκία στο τέλος. Κανένας τότε δεν θα έχει συμφέρον να αλλάξει τις επιλογές του γιατί ο ένας προσαρμόζεται πάνω στην ιδανική αντίδραση του άλλου ταυτόχρονα.

Δηλαδή έχουμε:

$$\left.\begin{array}{l} q_1 = f_1(q_2^e) \quad \Rightarrow \\ \\ q_2 = f_2(q_1^e) \quad \Rightarrow \end{array}\right\} \begin{array}{l} q_1{}^* = f_1(q_2)^* \\ \\ q_2{}^* = f_2(q_1)^* \end{array}$$

Ξεκινάμε με το απλούστερο δυνατό υπόδειγμα: την ανάλυση μιας αγοράς με δύο επιχειρήσεις. Υποθέτουμε ότι η συνάρτηση ζήτησης δίνεται από την γραμμική συνάρτηση:

$$P(Q) = \alpha - bQ \qquad (1)$$

$$Q = q_1 + q_2 \qquad (2)$$

Όπου:

Q = συνολικό προϊόν

q_1 = προϊόν της επιχείρησης i όπου i = 1 , 2

p = τιμή του προϊόντος

a , b = θετικοί σταθεροί παράμετροι

Αν υποθέσουμε ότι το οριακό κόστος παραγωγής είναι σταθερό (ίσο με e) και ότι το σταθερό κόστος παραγωγής είναι μηδέν, τότε το κέρδος της επιχείρησης i μπορεί να γραφεί ως:

$$\Pi_i = P_{(Q)}\, q_i - Cq_i \qquad (3)$$

Όπου:

Π_i = κέρδη της επιχείρησης i

$C_{(q_i)}$ = κόστος της επιχείρησης i

Η υπόθεση του Cournot ήταν ότι οι επιχειρήσεις επιλέγουν ανεξάρτητα την ποσότητα παραγωγής τους με σκοπό την μεγιστοποίηση του κέρδους τους. Η ισορροπία Cournot – Nash ορίζεται από την ταυτόχρονη επιλογή εκείνης της ποσότητας παραγωγής από τις δύο επιχειρήσεις η οποία μεγιστοποιεί και των δύο τα κέρδη. Αναγκαία συνθήκη για τη μεγιστοποίηση του κέρδους της επιχείρησης i είναι ότι η ακόλουθη εξίσωση ικανοποιείται:

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial q_i} = p_Q + q_i \frac{\partial P_Q}{\partial q_i} - C_i \qquad (4)$$

Η παραγωγή των δύο επιχειρήσεων στην ισορροπία Cournot – Nash δίνεται από το σύστημα εξισώσεων *(4)*. Εφόσον κάθε επιχείρηση επιλέγει την παραγωγή της ανεξάρτητα και με δεδομένη την παραγωγή της άλλης:

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial q_i} = -b \qquad (5)$$

Αν ανέβει η ποσότητα της επιχείρησης i κατά μια μονάδα, τότε η τιμή θα πέσει κατά b, αλλά η ποσότητα της άλλης επιχείρησης δε θα αλλάξει γιατί αλλάζει το q της άλλης κατά την ποσότητα που περιμένει ο άλλος να έχει. Δηλαδή επιλέγει το q που θέλει ο αντίπαλος.

Η συνάρτηση *(4)* με βάσει τις συναρτήσεις *(1)* και *(5)* γίνεται:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial \Pi_i}{\partial q_i} = \alpha - b(Q) - bq_i - C_i \\ \\ \text{Και γνωρίζουμε ότι:} \\ \\ \frac{\partial \Pi_i}{\partial q_i} = 0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow$$

Επομένως για την επιχείρηση 1 ισχύει:

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = \alpha - b(Q) - bq_1 - C_1 = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \alpha - b(q_1 + q_2) - bq_1 - C_1 = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad a - bq_1 - bq_2 - bq_1 - C_1 = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \underbrace{a - 2bq_1 - bq_2}_{\textbf{MR}} - \underbrace{C_1}_{\textbf{MC}} = 0$$

Λύνοντας ως προς $q_1 \Rightarrow$

$$q_1 = \frac{a - C - bq_2}{2b} = \frac{a - C}{2b} - \frac{bq_2}{2b} = \frac{a - C}{2b} - \frac{q_2}{2}$$

Άρα:

$$q_1 = \frac{a - C}{2b} - \frac{q_2}{2} \qquad (6)$$

Το ίδιο ισχύει και για $q_2 \Rightarrow$

$$q_2 = \frac{a - C}{2b} - \frac{q_1}{2} \qquad (7)$$

Η συνάρτηση *(6)* ορίζει την άριστη τιμή του q_1 (την τιμή που μεγιστοποιεί το κέρδος της επιχείρησης 1) σαν συνάρτηση του q_2 και ονομάζεται συνάρτηση αντίδρασης της επιχείρησης 1. Η συνάρτηση αντίδρασης της επιχείρησης 2 είναι η *(7)* και ορίζει την άριστη τιμή του q_2 για κάθε δεδομένη τιμή του q_1. Στο σημείο αυτό φαίνεται πόσο μικραίνει η παραγωγή του ενός όταν αλλάξει το q του άλλου. Όσο αυξάνεται το MC τόσο μειώνεται η ιδανική παραγωγή του q_i.

Εξαιτίας του γεγονότος ότι αυτές οι δύο επιχειρήσεις έχουν ίδια συνάρτηση κόστους, η ισορροπία επίσης θα είναι συμμετρική.

Οπότε:

$$q_1^e = q_2^e = q_i^e$$

Και έτσι έχουμε:

$$q_i{}^e = \frac{a - C}{2b} - \frac{q_i{}^e}{2}$$

Οι συναρτήσεις αντίδρασης αποτελούν θεμελιώδεις έννοιες της θεωρίας ολιγοπωλίων. Η λύση των *(6)* και *(7)* δίνει τις τιμές των q_1 και q_2 στην ισορροπία Cournot – Nash. Αυτές είναι:

$$q_1^e = \frac{a - C}{3b} = q_2^e \qquad (8)$$

Η συνάρτηση *(8)* δείχνει ότι, στην περίπτωση που εξετάζουμε, ομοιογενούς προϊόντος με ίσο κόστος για τις δυο επιχειρήσεις, η ισορροπία είναι συμμετρική, δηλαδή η ποσότητα παραγωγής των δύο επιχειρήσεων στην ισορροπία είναι η ίδια. Και οι δυο εταιρείες μεγιστοποιούν τα κέρδη τους εδώ, κανείς δε θέλει να φύγει.

Από την *(8)*, η συνολική παραγωγή στην ισορροπία Cournot – Nash είναι:

$$Q^e = q_1^e + q_2^e = 2\frac{(a - C)}{3b} \qquad (9)$$

Και η τιμή στην ισορροπία Cournot – Nash είναι, αντικαθιστώντας την *(9)* στην *(1)*:

$$P = a - b\left[\frac{2(a - C)}{3b}\right] = a - b\left(\frac{2a - 2C}{3b}\right) =$$

$$= a - \left(\frac{2a - 2C}{3}\right) = a - \frac{2a}{3} + \frac{2C}{3} = \frac{a + 2C}{3}$$

Άρα:

$$P = \frac{a + 2C}{3} \qquad (10)$$

Τα κέρδη των επιχειρήσεων 1 και 2 ορίζονται από τις *(9)* και *(10)*:

$$\Pi_i^e = (P^e - C)q_1^e = \frac{1}{b}\left(\frac{a - C}{3}\right)^2$$

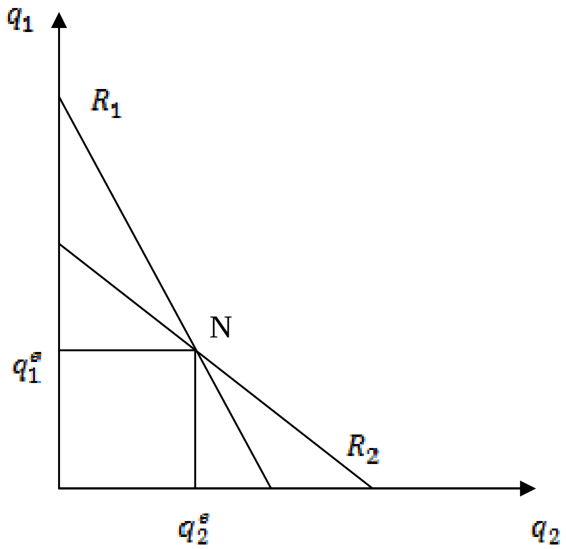
Και το συνολικό κέρδος:

$$\Pi^e = \Pi_1^e + \Pi_2^e$$

Δηλαδή:

$$\Pi^e = 2\left[\frac{1}{b}\frac{(a-C)^2}{3}\right]$$

Έχοντας βρει τα συνολικά κέρδη των δύο επιχειρήσεων κατά την ισορροπία Cournot – Nash με την αλγεβρική μορφή, ας τα δούμε και διαγραμματικά.



Σχήμα 4.1. (Ισορροπία Cournot)

Οι R_1 και R_2 είναι οι καμπύλες αντίδρασης των επιχειρήσεων 1 και 2. Δείχνουν τα άριστα επίπεδα παραγωγής των 1 και 2 για κάθε αναμενόμενο επίπεδο παραγωγής του αντιπάλου. Το σημείο N είναι το επίπεδο ισορροπίας Cournot – Nash, όπου οι προβλέψεις επαληθεύονται και οι επιχειρήσεις δεν επιθυμούν να μεταβάλουν τα επίπεδα παραγωγής τους.

Η ισορροπία κατά Cournot εμφανίζεται σε αυτό το σημείο, επειδή μόνο εκεί είναι σωστές οι παραδοχές των δύο επιχειρήσεων σχετικά με τη διατήρηση της παραγωγής του ανταγωνιστή. Αντιπροσωπεύει το μοναδικό συνδυασμό παραγωγής στον οποίο και οι δυο παίχτες κάνουν ο,τι καλύτερο μπορούν, δεδομένης της επιλογής του άλλου. Το αποτέλεσμα είναι το ίδιο, όμως οι παραδοχές του Nash είναι πολύ πιο λογικές από αυτές του Cournot και συνεπώς προσφέρουν μια πιο συμπαγή θεωρητική βάση και ισορροπία.

<u>Άσκηση</u>

Έστω ότι έχουμε δύο επιχειρήσεις σε μια αγορά ενός ομοιογενούς προϊόντος με ζήτηση που αντιστοιχεί σε $P = 120 - Q$ και με σταθερό οριακό κόστος $MC = 0$. Θα προσδιορίσουμε παρακάτω τα P , Q και τα συνολικά έσοδα κάτω από συνθήκες ισορροπίας Cournot – Nash.

$$P = 120 - Q$$

$$Q = q_1 + q_2$$

$$MC = 0$$

Συνάρτηση αντίδρασης επιχείρησης 1:

$$\Pi_1 = P \cdot q_1 = (120 - Q)q_1 = (120 - q_1 - q_2)q_1 = 120q_1 - {q_1}^2 - q_1q_2$$

Συνάρτηση αντίδρασης επιχείρησης 2:

$$\Pi_2 = P \cdot q_2 = (120 - Q)q_2 = (120 - q_1 - q_2)q_2 = 120q_2 - {q_2}^2 - q_1q_2$$

Θα παραγωγίσουμε το Π_1 ως προς q_1 και το Π_2 ως προς q_2

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 120 - 2q_1 - q_2 = 0$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 120 - 2q_2 - q_1 = 0$$

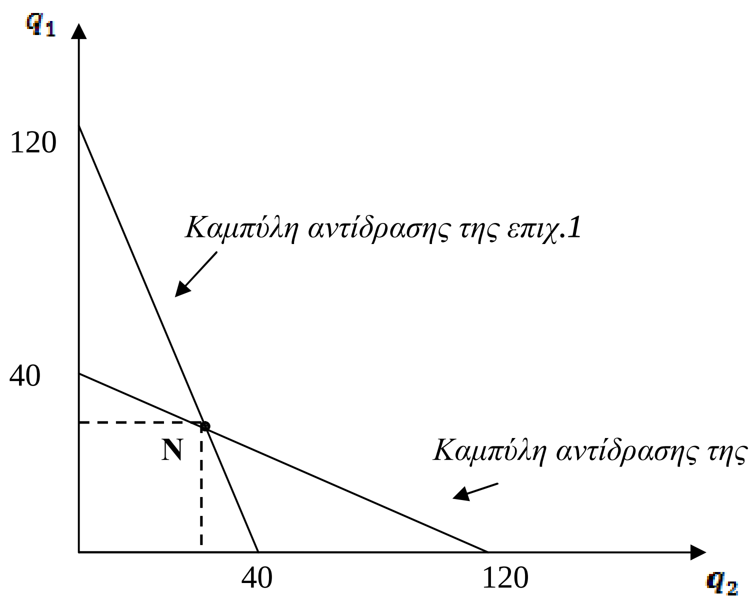
Βάζοντας όπου q_1 το $q_2 \Rightarrow$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 120 - 2q_2 - q_2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$120 - 3q_2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad q_2 = 40$$

Άρα: $\boldsymbol{q_1 = q_2 = 40}$, $\boldsymbol{Q = 80}$, $\boldsymbol{P = 40}$

Το συνολικό κέρδος $\Pi_1 + \Pi_2$: $\boldsymbol{\Pi = P \cdot Q \Rightarrow \Pi = 3200}$



Σχήμα 4.2.

Η ισορροπία Cournot παρουσιάζεται στο σημείο όπου οι δύο συναρτήσεις αντίδρασης τέμνονται, αφού μόνο σε αυτό το σημείο είναι σωστές οι παραδοχές των δύο επιχειρήσεων σχετικά με το επίπεδο παραγωγής της άλλης. Όταν κάθε επιχείρηση παράγει 40 μονάδες, καμία από τις δύο δεν έχει κίνητρο για να αλλάξει το επίπεδο παραγωγής της και συνεπώς, είναι σωστή η παραδοχή ότι η άλλη θα διατηρήσει σταθερή την παραγωγή της. Μόνο όταν κάθε επιχείρηση παράγει την ποσότητα ισορροπίας κατά Cournot επιτυγχάνεται μια σταθερή ισορροπία.

4.5. Το μοντέλο του Bertrand

Ο Joseph Louis François Bertrand (1822 – 1900), γεννήθηκε και μεγάλωσε στο Παρίσι. Ήταν ένας σπουδαίος μαθηματικός, ο οποίος ασχολήθηκε με διάφορους τομείς όπως την θεωρία αριθμών, την διαφορική γεωμετρία, την θεωρία των πιθανοτήτων, της οικονομίας και της θερμοδυναμικής. Ο Bertrand ήταν καθηγητής στο Ecole Polytechnique και College de France και υπήρξε μόνιμο μέλος της Ακαδημίας Επιστημών του Παρισιού για είκοσι έξι χρόνια.

Το 1845, ο Bertrand απέδειξε ότι υπάρχει τουλάχιστον ένας πρώτος αριθμός μεταξύ n και 2n – όπου 2 για κάθε n > 3. Επίσης ο Bertrand είναι διάσημος για το έργο του σχετικά με τη θεωρία των σφαλμάτων, καθώς και για την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Στον τομέα της οικονομίας, αναθεώρησε τις θεωρίες σχετικά με το ολιγοπώλιο και ειδικότερα το υπόδειγμα του Cournot. Το υπόδειγμα του Bertrand ισχυρίστηκε ότι ο Cournot είχε φτάσει σε ένα πολύ παραπλανητικό συμπέρασμα και για αυτό το λόγο αναμόρφωσε το υπόδειγμα του, χρησιμοποιώντας τις τιμές και όχι τις ποσότητες ως στρατηγικές μεταβλητές, και κατά συνέπεια με αυτό δήλωσε ότι η τιμή ισορροπίας ήταν απλώς η ανταγωνιστική τιμή.

Σε περίπτωση ομοιογενούς προϊόντος, οι επιχειρήσεις επιλέγουν την τιμή τους για να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους με δεδομένη την τιμή της αντιπάλου επιχείρησης, θεωρώντας βέβαια ότι η κάθε επιχείρηση αντιδρά σε μια αλλαγή της παραγωγής της αντιπάλου επιχείρησης με μια αλλαγή της δικής της παραγωγής ίση και αντίθετη αυτής της αντιπάλου επιχείρησης. Έτσι ώστε η συνολική παραγωγή και κατά συνέπεια η τιμή να παραμένουν σταθερές, δηλαδή:

$$\frac{\partial q_i}{\partial q_j} = -1 \quad \acute{o}\pi o\upsilon \quad i = 1,2 \ \& \ i \neq j$$

Επίσης υποθέτουμε αρχικά ότι κάθε επιχείρηση μπορεί πάντα να ικανοποιήσει τη ζήτηση που αντιμετωπίζει. Υπό την παραπάνω υπόθεση μπορούμε και πάλι να χρησιμοποιήσουμε το σύστημα εξισώσεων που δίνει τις απαραίτητες συνθήκες για τη μεγιστοποίηση των κερδών των επιχειρήσεων και το οποίο μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$P(Q) = C$$

$$\frac{\partial P}{\partial q_i} = \frac{\partial(a - bQ)}{\partial q_i} = \frac{\partial[a - b(q_i + q_j)]}{\partial q_i} =$$

$$= -b - b\frac{\partial q_j}{\partial q_i} = -b\left(1 + \frac{\partial q_j}{\partial q_i}\right) = -b(1 - 1) = 0$$

Ουσιαστικά στο υπόδειγμα Bertrand θέλω να αποδείξω ότι:

$$P(Q) = MC$$

Άρα με βάση την παραπάνω απόδειξη στην ισορροπία Bertrand – Nash η τιμή ισούται με το οριακό κόστος. Ένας άλλος τρόπος για την περιγραφή της ισορροπίας Bertrand – Nash είναι ο εξής.

Ισχύει η συνθήκη,

$$q_i = \begin{cases} \text{αν} \quad p_i > p_j \quad \mathbf{0} \\ \text{αν} \quad p_i = p_j \quad \mathbf{Q/2} \\ \text{αν} \quad p_i < p_j \quad \mathbf{Q} \end{cases}$$

Αν $p_1 > p_2$ τότε η επιχείρηση 2 κερδίζει ολόκληρη την αγορά.

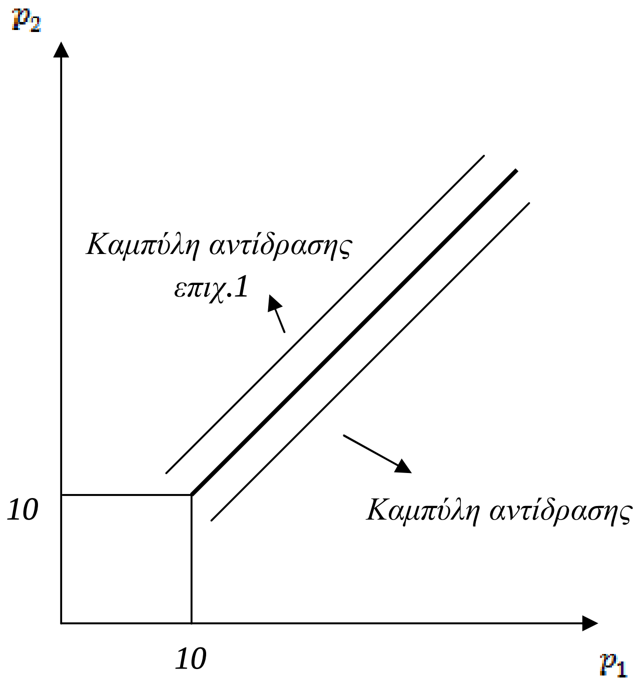
Από την παραπάνω συνθήκη συμπεραίνω ότι οι τιμές ισορροπίας είναι η $p_1 = p_2 = 0$. Ο λόγος είναι ότι αυτές είναι οι μόνες τιμές στις οποίες και οι δύο επιχειρήσεις βρίσκονται σε ισορροπία Nash. Η απόδειξη συνίσταται στο να δείξουμε ότι οι επιχειρήσεις δεν βρίσκονται σε Nash ισορροπία για κανένα άλλο ζεύγος τιμών $p_i > p_j > C$, $p_i = p_j > C$, $p_i > p_j = C$, το οποίο είναι εμφανές εφόσον για όλα αυτά τα ζεύγη τιμών μια τουλάχιστον επιχείρηση μπορεί να αλλάξει την τιμή της και να αυξήσει το κέρδος της.

Το μοντέλο Bertrand στηρίζεται στην υπόθεση ότι μια από τις επιχειρήσεις μπορεί να προσελκύσει ολόκληρη την αγορά, αν χρεώσει μια τιμή χαμηλότερη από αυτή του ανταγωνιστή της. Δεδομένης αυτής της παραδοχής, αν η επιχείρηση 1 χρεώσει μια τιμή ελάχιστα χαμηλότερη από p_2, θα διπλασιάσει κυριολεκτικά την παραγωγή και τα κέρδη της. Αυτό σημαίνει ότι, αν $p_1 = p_2 - \varepsilon$, όπου ε ένας αριθμός απειροελάχιστα μεγαλύτερος του 0, τότε η επιχείρηση 1 κερδίζει ολόκληρη την αγορά. Όμως αν $p_2 = p_1 - \varepsilon$, τότε η επιχείρηση 2 είναι αυτή που κερδίζει όλη την αγορά.

Στο μοντέλο Bertrand οι επιχειρήσεις ορίζουν τις τιμές και όχι τις ποσότητες και συνεπώς οι συναρτήσεις αντίδρασης μπορούν αν εκφραστούν σε σχέση με την τιμή. Έτσι λοιπόν, η συνάρτηση αντίδρασης της επιχείρησης 1 έχει ως εξής:

$p_1 = f(p_2)$.

Υπάρχει η παραδοχή ότι η καμπύλη ζήτησης για τον κλάδο είναι P = 100 – Q και MC = AC = 10. Επομένως, σχηματικά η καμπύλη αντίδρασης της επιχείρησης 1 περνάει από το σημείο (10 , 10), χωρίς όμως να υπολογίζεται για τιμές χαμηλότερες του 10, αφού μια πτώση των τιμών κάτω από αυτό το σημείο σημαίνει οικονομικές ζημίες. Για κάθε $p_2 > 10$, η καμπύλη αντίδρασης της επιχείρησης 1 βρίσκεται σε απόσταση ε προς τα αριστερά της ευθείας των 45°. Για $P > 10$, οι δύο καμπύλες αντίδρασης θα είναι παράλληλες μεταξύ τους και επίσης παράλληλες προς την ευθεία των 45°, όπου $p_1 = p_2$ (σχήμα 4.3.). Ισορροπία Nash έχουμε στο σημείο τομής (10 , 10), αφού αυτό είναι το μοναδικό σημείο στο οποίο και οι δύο επιχειρήσεις κάνουν ο,τι καλύτερο μπορούν, δεδομένης της επιλογής του ανταγωνιστή τους.



Σχήμα 4.3. (ισορροπία κατά Bertrand)

Το μοντέλο Bertrand μπορεί να ερμηνευτεί εύκολα ως ένα παίγνιο ταυτόχρονων κινήσεων και μιας χρονικής περιόδου. Και οι δύο επιχειρήσεις σκέφτονται ως εξής: ≪ αν θέσω την τιμή σε οποιοδήποτε $p > 10$, τότε ο ανταγωνιστής μου θα θέσει την τιμή του σε p – ε και δε θα πουλήσω τίποτα. Όμως αν ορίσω μια τιμή $p = 10$, τότε είτε θα κερδίσω ολόκληρη την αγορά, είτε θα τη μοιραστώ με τον ανταγωνιστή μου 50 – 50. Συνεπώς, θα πρέπει να ορίσω μια τιμή ίση με 10 ≫.

4.6. Το μοντέλο του Stackelberg

Ο Heinrich Freiherr von Stackelberg (1905-1946), γεννήθηκε στη Μόσχα μέσα σε μια Βαλτικογερμανικής οικογένειας ευγενών από την Εσθονία. Μετά την επανάσταση του Οκτωβρίου, η οικογένεια κατέφυγε στην Γερμανία, όπου και εκεί σπούδασε οικονομικά και μαθηματικά στο Πανεπιστήμιο της Κολωνίας και αποφοίτησε το 1927. Συνέχισε όμως τις σπουδές του ως φοιτητής στα οικονομικά υπό τον Erwin von Beckerath. Αποφοίτησε το 1930 με μια διατριβή για τη θεωρία του κόστους, η οποία δημοσιεύθηκε το 1932 στη Βιέννη. Το 1934 τελείωσε το διδακτορικό του σχετικά με την διάρθρωση της αγοράς και την ισορροπία.

Μετά, λοιπόν, το διδακτορικό του, έγινε λέκτορας στο πανεπιστήμιο της Κολωνίας. Και μετά από ένα εξάμηνο δέχτηκε μια θέση στο πανεπιστήμιο του Βερολίνου, όπου δίδαξε μέχρι το 1941. Το 1941, ο Stackelberg έγινε καθηγητής οικονομικών στο πανεπιστήμιο της Βόννης και το 1944 εγκατέλειψε την Γερμανία για την Ισπανία, όπου έγινε επίτιμος καθηγητής στο πανεπιστήμιο Complutense της Μαδρίτης. Δυστυχώς όμως, πέθανε το 1946 εξαιτίας της ασθένειας λέμφωμα.

Ήταν ένας σπουδαίος Γερμανός οικονομολόγος που συνέβαλε σημαντικά στη θεωρία παιγνίων και στη θεωρία της βιομηχανικής οργάνωσης και έμεινε γνωστός για το μοντέλο Stackelberg ηγεσίας και ακολουθίας.

Είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο ότι το μοντέλο Cournot – Nash αποτελεί ένα παίγνιο ταυτόχρονων κινήσεων μιας χρονικής περιόδου. Από την άλλη πλευρά το μοντέλο Stackelberg εξετάζει τι θα συνέβαινε εάν το μοντέλο Cournot ήταν ένα παίγνιο αλληλουχίας δύο σταδίων, στο οποίο μια επιχείρηση, ο ηγέτης κατά Stackelberg, κινείται πρώτη. Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, το οποίο αναπτύχθηκε από τον Heinrich Von Stackelberg το 1934, ο ηγέτης κατά Stackelberg κινείται πρώτος, αναμένοντας την κίνηση του ακολούθου την επόμενη χρονική περίοδο.

Έχουμε δύο επιχειρήσεις οι οποίες παράγουν ομοιογενές προϊόν και προσπαθούν να διαλέξουν την κατάλληλη ποσότητα παραγωγής (Q), η οποία θα μεγιστοποιεί τα κέρδη τους. Για να γίνει μεγιστοποίηση των κερδών θα πρέπει οι επιχειρήσεις να προβλέψουν τι θα παράγει ο αντίπαλός τους.

Όπως παρατηρήσαμε στο μοντέλο Stackelberg οι επιχειρήσεις δεν παίζουν ταυτόχρονα. Η μια επιχείρηση λειτουργεί ως ηγέτης (leader) και η άλλη επιχείρηση ως ακόλουθος (follower).

- **<u>Ηγέτης</u> :** ορίζεται η επιχείρηση που επιλέγει το επίπεδο παραγωγής που μεγιστοποιεί τα κέρδη της υποθέτοντας ότι η άλλη επιχείρηση θα αποδεχτεί αυτό το επίπεδο παραγωγής και θα το εκλάβει ως δεδομένο στην προσπάθειά της να μεγιστοποιήσει τα κέρδη της.
- **<u>Ακόλουθος</u> :** ορίζεται η επιχείρηση που αντιδρά παθητικά αποδεχόμενη την επιλογή της άλλης επιχείρησης χωρίς να θεωρεί ότι αυτή η επιλογή επηρεάζεται από την δική της απόφαση.

Με βάση το παραπάνω μοντέλο έχουμε:

$$\boldsymbol{P = a - b(Q)} \qquad \text{,όπου } a, b > 0 \text{ και } \boldsymbol{C \neq 0}$$

$$\boldsymbol{Q = q_1 + q_2}$$

Συνάρτηση κέρδους: $\boldsymbol{\Pi_i = P(Q) \cdot q_i - Cq_i}$

Αφού η επιχείρηση leader ξεκινάει πρώτη θα πρέπει να βρει τα κέρδη της επιχείρησης follower με αποτέλεσμα να μεγιστοποιούνται τα κέρδη της.

Οπότε έχω: κέρδος για τον follower:

$$\boldsymbol{\Pi_2 = P(Q)q_2 - Cq_2 = (a - bQ) \cdot q_2 - Cq_2 = [a - b(q_1 + q_2)] \cdot q_2 - Cq_2}$$
$$\boldsymbol{= a \cdot q_2 - b \cdot q_1 \cdot q_2 - b \cdot {q_2}^2 - Cq_2 \qquad (i)}$$

Παραγωγίζοντας έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = a - b \cdot q_1 - 2b \cdot q_2 - C} \\ \\ \boldsymbol{\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 0} \end{aligned}\right\}$$

Οπότε:

$$\boldsymbol{a - b \cdot q_1 - 2b \cdot q_2 - C = 0 \qquad \Leftrightarrow}$$

$$\boldsymbol{2b \cdot q_2 = a - b \cdot q_2 - C \qquad \Leftrightarrow}$$

$$q_2 = \frac{a - b \cdot q_1 - C}{2b} \qquad \Leftrightarrow$$

Άρα η συνάρτηση αντίδρασης follower είναι:

$$q_2 = \frac{a - C}{2b} - \frac{q_1}{2}$$

Ας βρούμε την συνάρτηση της αντίδρασης για τον leader:

$$\Pi_1 = P(Q)q_1 - Cq_1 = (a - bQ) \cdot q_1 - Cq_1 = [a - b(q_1 + q_2)] \cdot q_1 - Cq_1$$
$$= a \cdot q_1 - b \cdot q_1 \cdot q_2 - b \cdot {q_1}^2 - Cq_1 \qquad (ii)$$

Αντικαθιστώ την *(i)* , *(ii)* και έχω:

$$\Pi_1 = \alpha \cdot q_1 - b \cdot {q_1}^2 - b \cdot q_1 \left(\frac{a - C}{2b} - \frac{q_1}{2}\right) - C \cdot q_1$$
$$= q_1 \cdot \left(a - b \cdot q_1 - b \cdot \frac{a - C}{2b} + \frac{b \cdot q_1}{2} - C\right) = q_1 \cdot \left(\frac{a - C}{2} - \frac{b \cdot q_1}{2}\right)$$

Παραγωγίζοντας έχουμε:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = \frac{a - C}{2} - b \cdot q_1 \qquad \Leftrightarrow$$

$$\frac{a - C}{2} - b \cdot q_1 = 0 \qquad \Leftrightarrow$$

$$q_1 = \frac{a - C}{2b} \qquad (iii)$$

Όπου q_1 , η ποσότητα παραγωγής της επιχείρησης leader.

Αντικαθιστούμε στην *(i)* την *(iii)* και προκύπτει το εξής:

$$q_2 = \frac{a - C}{4b}$$

Όπου q_2 , η ποσότητα παραγωγής της επιχείρησης follower.

Η συνολική παραγωγή είναι:

$$Q = q_1 + q_2 = \frac{a - C}{2b} + \frac{a - C}{4b} = \frac{3(a - C)}{4b}$$

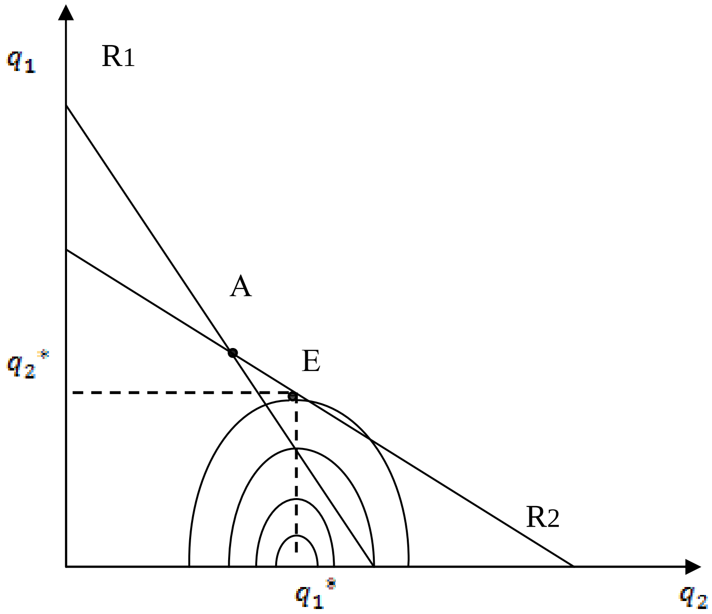
και η συνολική τιμή είναι:

$$P = a - bQ = a - b \cdot \frac{3(a - C)}{4b} = a - \frac{3a - 3C}{4} = \frac{4a}{4} - \frac{3a}{4} - \frac{3C}{4}$$
$$= \frac{a}{4} - \frac{3C}{4} = \frac{a - 3C}{4}$$

Συγκρίνοντας τα q_1 και q_2 διαπιστώνουμε ότι η επιχείρηση leader παράγει περισσότερο από την επιχείρηση follower. Οπότε τα κέρδη της επιχείρησης leader θα είναι περισσότερα.

Οι δύο επιχειρήσεις από κοινού φτιάχνουν την συνολική ποσότητα παραγωγής $Q = \frac{3(a-C)}{4b}$ και από αυτό εξαρτάται και η τιμή P(Q) από την οποία εξαρτώνται και τα κέρδη της κάθε επιχείρησης. Στην πραγματικότητα, αυτό που θα ορίσει το κέρδος είναι η τιμή.

Ας δούμε τώρα διαγραμματικά τα σημεία στα οποία οι 2 επιχειρήσεις μπορούν να μεγιστοποιήσουν τα κέρδη τους.



Σχήμα 4.3. (ισορροπία κατά Stackelberg)

R1: Συνάρτηση αντίδρασης επιχείρησης leader

R2: Συνάρτηση αντίδρασης επιχείρησης follower

Το ιδανικό σημείο μεγιστοποίησης κερδών για την επιχείρηση leader είναι το σημείο που εφάπτονται οι καμπύλες ίσου κέρδους με την συνάρτηση αντίδρασης του follower. Το κέρδος για τον follower είναι σταθερό σε όλους τους συνδυασμούς. Έτσι λοιπόν, με βάση τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι η ισορροπία κατά Stackelberg βρίσκεται πάνω στην συνάρτηση αντίδρασης της επιχείρησης follower στο σημείο E αλλά όχι και πάνω στην συνάρτηση αντίδρασης του leader.

<u>Άσκηση</u>

Υποθέτοντας ότι η επιχείρηση 1 είναι ο leader κατά Stackelberg, οι συνθήκες ζήτησης και κόστους είναι $\boldsymbol{P = 120 - Q}$ και $\boldsymbol{C = 0 = Ct}$. Η συνάρτηση της επιχείρησης 2 (follower) έχει ως εξής:

<u>Συνάρτηση επιχείρησης follower:</u>

$$\boldsymbol{P = 120 - Q}$$

$$\boldsymbol{Q = q_1 + q_2}$$

$$\boldsymbol{\Pi_2 = P \cdot q_2 = (120 - Q) \cdot q_2 = [120 - (q_1 + q_2)] \cdot q_2 = 120q_2 - q_1q_2 + q_2{}^2}$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 120 - q_1 - 2q_2 \\ &\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 0 \end{aligned}\right\}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boldsymbol{120 - q_1 - 2q_2 = 0} \quad \Leftrightarrow$$

$$\boldsymbol{q_2 = \frac{120 - q_1}{2}} \qquad \textbf{(1)}$$

Η συνάρτηση μεγιστοποίησης των κερδών της επιχείρησης leader έχει ως εξής:

<u>Συνάρτηση επιχείρησης follower:</u>

$$\boldsymbol{\Pi_1 = P \cdot q_1 = (120 - Q) \cdot q_1 = [120 - (q_1 + q_2)] \cdot q_1}$$
$$\boldsymbol{= 120q_1 - q_1 q_2 + q_1^2 \qquad (2)}$$

Αντικαθιστώντας στην *(2)* την *(1)* ⇒

$$\boldsymbol{\Pi_1 = 120q_1 - q_1 \frac{120 - q_1}{2} - q_1^2 = 120q_1 - \frac{120q_1 + q_1^2}{2} - q_1^2}$$
$$\boldsymbol{= 120q_1 - 60q_1 + \frac{q_1^2}{2} - q_1^2}$$

Με απαλοιφή παρανομαστών καταλήγουμε στην παρακάτω συνάρτηση:

$$\boldsymbol{\Pi_1 = 240q_1 - 120q_1 + q_1^2 - 2q_1^2 = 120q_1 - q_1^2}$$

$$\left.\begin{array}{c} \boldsymbol{\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 120 - 2q_1} \\[2em] \boldsymbol{\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 0} \end{array}\right\}$$

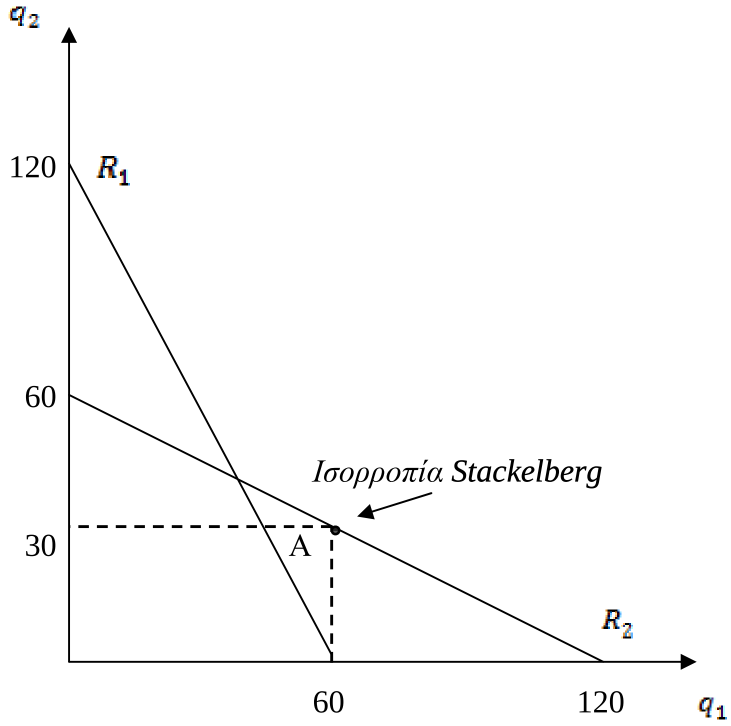
$$\boldsymbol{\Leftrightarrow \quad 120 - 2q_1 = 0 \quad \Leftrightarrow}$$

$$\boldsymbol{q_1 = \frac{120}{2} = 60 \qquad (3)}$$

Αντικαθιστούμε στην σχέση *(1)* την *(3)* και βρίσκουμε:

$$\boldsymbol{q_2 = \frac{120 - q_1}{2} = \frac{120 - 60}{2} = 30}$$

Ο ηγέτης κατά Stackelberg αναγνωρίζει ότι, αφού ορίσει το επίπεδο της παραγωγής του, ο ακόλουθος θα αντιδράσει, επιλέγοντας το καλύτερο επίπεδο παραγωγής σύμφωνα με την παραπάνω συνάρτηση αντίδρασης. Ο ηγέτης θα υπολογίσει έπειτα το επίπεδο παραγωγής, στο οποίο μεγιστοποιούνται τα κέρδη του.



Σχήμα 4.4.(Ισορροπία κατά Stackelberg)

R1: Συνάρτηση αντίδρασης επιχείρησης leader

R2: Συνάρτηση αντίδρασης επιχείρησης follower

Η ισορροπία κατά Stackelberg βρίσκεται πάνω στην συνάρτηση αντίδρασης της επιχείρησης 2, αλλά όχι και πάνω στην συνάρτηση αντίδρασης του ηγέτη κατά Stackelberg (σημείο A στο σχήμα 4.4.). Στο μοντέλο Stackelberg ο ηγέτης επιλέγει το σημείο πάνω στην συνάρτηση αντίδρασης του ακολούθου, στο οποίο μεγιστοποιούνται τα κέρδη του ηγέτη.

Συμπεραίνοντας ότι η επιχείρηση leader πρέπει να παράγει $q_1 = 60$ επειδή η επιχείρηση follower θα παράγει $q_2 = 30$, τότε τα κέρδη του ηγέτη θα είναι $\Pi_1 = P \cdot q_1$.

Η συνολική ποσότητα είναι:

$$Q = q_1 + q_2 = 60 + 30 = 90$$

Και η τιμή ισορροπίας είναι:

$$P = 120 - Q = 120 - 90 = 30$$

Άρα τα κέρδη για την κάθε επιχείρηση είναι:

$$\Pi_1 = P \cdot q_1 = 30 \cdot 60 = 1800$$

Το κέρδος $\Pi_1 = 1800$ που θα έχει ο ηγέτης είναι υψηλότερο από κάθε άλλη πιθανότητα κέρδους πάνω στην συνάρτηση αντίδρασης της επιχείρησης follower.

$$\Pi_2 = P \cdot q_2 = 30 \cdot 30 = 900$$

Άρα με βάση τα παραπάνω, στο υπόδειγμα κατά Stackelberg η επιχείρηση leader είναι αυτή η οποία ορίζει το επίπεδο παραγωγής και η επιχείρηση follower είναι αναγκασμένη να κινηθεί με βάση τις κινήσεις της επιχείρησης leader.

4.7. Καρτέλ

Καρτέλ είναι η σύμπραξη μερικών ατόμων ή εταιρειών (παραγωγών συνήθως) με σκοπό την αθέμιτη χειραγώγηση της αγοράς προς όφελος των μελών του καρτέλ, όπου συνεννοούνται μεταξύ τους για να ελέγξουν την παραγωγή, τις τιμές και κατ' επέκταση, την αγορά. Κρυφές και συνήθως άτυπες, οι συμπράξεις αυτές, θεωρητικά τουλάχιστον, απαγορεύονται και τιμωρούνται, διότι νοθεύουν τον ανταγωνισμό.

Η λέξη προέρχεται από το ελληνικό χάρτα, λατινικά charta και αγγλικά chart. Αρχικά σήμαινε γραπτή πρόσκληση σε μονομαχία, αργότερα σήμαινε το γραπτό λίβελλο. Κατά τον 17ο αιώνα άρχισε να σχετίζεται με συμφωνία ανταλλαγής αιχμαλώτων πολέμου και κάποια στιγμή αργότερα πήρε το σημερινό νόημα. Συνηθέστερος τύπος καρτέλ είναι η σύμπραξη εμπόρων/παραγωγών για να ανεβάσουν τεχνητά τις τιμές.

Η θεωρία παιγνίου και τα σύγχρονα οικονομικά λένε ότι η διατήρηση της συνεργασίας σε ένα καρτέλ δεν είναι εύκολη, καθώς κάθε μέλος έχει συμφέρον να αποκλίνει από την συμφωνημένη συμπεριφορά (να ρίξει τις τιμές π.χ. και να λάβει μεγαλύτερο μέρος της πελατείας).

Από τα πιο επιτυχημένα καρτέλ στην ιστορία είναι ο ΟΠΕΚ, ο σύνδεσμος των πετρελαιοπαραγωγών χωρών που με ηγέτιδα την Σαουδική Αραβία συγκεντρώνει περίπου 40% της παγκόσμιας παραγωγής και των 70% των γνωστών αποθεμάτων πετρελαίου. Ας σημειωθεί ότι μεγάλοι παραγωγοί όπως η Ρωσία και το Μεξικό δεν ανήκουν στον ΟΠΕΚ και συχνά αντιτίθενται στις κινήσεις του, καθώς και ότι παρά τον εκτεταμένο έλεγχο του στην ποσότητα παραγωγής πετρελαίου, ο ΟΠΕΚ δεν κατάφερε να διατηρήσει μακροπρόθεσμα την τιμή του πετρελαίου στα υψηλά επίπεδα που κατάφερε να την εκτινάξει αρχικά, επαληθεύοντας εν μέρει τις θεωρητικές υποθέσεις για την μακροπρόθεσμη απόδοση των καρτέλ.

Η λέξη trust χρησιμοποιείται επίσης συχνά σαν συνώνυμο του καρτέλ.

Ορισμένοι υποστηρίζουν ότι τα καρτέλ είναι από τη φύση τους ασταθή, όπως έχουμε δει και στην θεωρία παιγνίων, και ιδιαίτερα το δίλημμα του κρατουμένου. Όπως έχουμε αναφέρει και σε προηγούμενο κεφάλαιο, το να μένουν σιωπηλοί και οι δύο κρατούμενοι, βρίσκονται σε πολύ καλύτερη θέση παρά όταν και οι δύο αποφασίζουν να προδώσουν. Παρολ' αυτά, αν ο ένας από τους δύο κρατουμένους προδώσει και ο άλλος παραμείνει σιωπηλός, τότε ο πρώτος θα είναι ελεύθερος, και αυτό φυσικά είναι μια θέση ποθητή για αυτόν από το να μείνει στη φυλακή για κάποιο χρονικό διάστημα.

Το ίδιο μπορεί να συμβεί και σε ένα καρτέλ, εάν η αγορά είναι πολύ περιορισμένη. Οι επιχειρήσεις που ανήκουν σε αυτό το τμήμα αγοράς είναι πολύ καλύτερα να αποτελούν τμήμα της συμφωνίας αυτής πάρα να την ανταγωνιστούν. Για παράδειγμα, η μείωση των τιμών, θα μπορούσε να συνεπάγεται στη λήψη ενός μεγάλου ποσού από την ζήτηση της αγοράς και κάνοντας μεγάλα κέρδη. Με άλλα λόγια, τα μέλη του καρτέλ πάντα έχουν ένα κίνητρο να αποκλίνουν από την συμφωνία τους, η οποία εξηγεί για ποιο λόγο τα καρτέλ είναι συνήθως δύσκολο να διατηρηθούν σε μακροπρόθεσμη βάση.

Στο σημείο αυτό θα δούμε τον λόγο για τον οποίο δεν συμφέρει τις επιχειρήσεις να αποκλίνουν από το καρτέλ.

Π_D : κέρδη μιας επιχείρησης που βρίσκεται σε καρτέλ και αθετεί την συμφωνία.

Π_M : κέρδη μιας επιχείρησης που βρίσκεται σε καρτέλ και δεν αθετεί την συμφωνία.

Π_C : κέρδη όταν οι δύο επιχειρήσεις έχουν πόλεμο Cournot.

Συγκρίνοντας τα κέρδη των επιχειρήσεων, η συνθήκη έχει ως εξής:

$$\boldsymbol{\Pi_D > \Pi_M > \Pi_C}$$

Για να μπορέσουμε να αποδείξουμε ότι συμφέρει τις επιχειρήσεις να παραμείνουν στο καρτέλ πρέπει να λάβουμε υπόψιν μας την παρακάτω μαθηματική ιδιότητα.

Ισχύει:

$$z = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots \Leftrightarrow$$

$$zx = x + x^2 + x^3 + \cdots \Leftrightarrow$$

$$z - zx = 1 \Leftrightarrow$$

$$z(1 - x) = 1 \Leftrightarrow$$

$$z = \frac{1}{1 - x}$$

Ας δούμε με βάση τις παρακάτω περιπτώσεις τι κέρδη θα έχει η κάθε επιχείρηση.

1. Όταν η επιχείρηση αποφασίσει να παραμείνει στο καρτέλ.

$$\Pi_M + \frac{\Pi_M}{1+r} + \frac{\Pi_M}{(1+r)^2} + \cdots *$$

$$* \Pi_M \cdot \left(1 + \frac{1}{1+r} + \left(\frac{1}{1+r}\right)^2 + \cdots\right) = \Pi_M \cdot \left(\frac{1+r}{r}\right) = \Pi_M + \frac{\Pi_M}{r}$$

$\Pi_M + \frac{\Pi_M}{r}$: η παρούσα αξία των κερδών αν αθετήσουν την συμφωνία.

2. Όταν η επιχείρηση αθετήσει την συμφωνία.

$$\Pi_D + \frac{\Pi_C}{1+r} + \frac{\Pi_C}{(1+r)^2} + \cdots **$$

$$** \ \Pi_D + \Pi_C\left(\left(\frac{1}{1+r}\right) + \left(\frac{1}{1+r}\right)^2 + \cdots\right) \Rightarrow$$

$$\Pi_D - \Pi_C + \Pi_C \cdot \left(1 + \frac{1}{1+r} + \left(\frac{1}{1+r}\right)^2 + \cdots\right) =$$

$$\Pi_D - \Pi_C + \Pi_C \cdot \frac{1+r}{r} =$$

$$\Pi_D - \Pi_C + \Pi_C + \frac{\Pi_C}{r} =$$

$$\Pi_D + \frac{\Pi_C}{r}$$

$\Pi_D + \frac{\Pi_C}{r}$**:** η παρούσα αξία των κερδών αν αθετήσουν την συμφωνία.

Θα συγκρίνουμε τώρα, τα κέρδη των 2 επιχειρήσεων:

$$\Pi_M + \frac{\Pi_M}{r} > \Pi_D + \frac{\Pi_C}{r} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Pi_M - \Pi_D > \frac{\Pi_C - \Pi_M}{r} \quad \Leftrightarrow$$

$$r > \frac{\Pi_M - \Pi_C}{\Pi_M - \Pi_D} \qquad (i)$$

r : συντελεστής προεξόφλησης

Όταν το r είναι μικρό τότε ο χρόνος δε σκοτώνει την αξία του χρήματος και έχει μακρύτερο χρονικό ορίζοντα. Ισχύει για εταιρίες οι οποίες είναι χρόνια ιδρυόμενες.

Η παραπάνω συνθήκη *(i)* μου δείχνει πόσα χρήματα θα χάσει η επιχείρηση ανά χρόνο αν αθετήσει την συμφωνία. Στην περίπτωση αυτή, ένας κύριος λόγος για να σπάσει το καρτέλ είναι η επιχείρηση να στοχεύει σε βραχυπρόθεσμα και όχι σε μακροπρόθεσμα κέρδη. Αν μια επιχείρηση αθετήσει την συμφωνία, για πολλά χρόνια δε θα έχει το κέρδος.

Έμπειρες μελέτες έχουν καταλήξει στο συμπέρασμα ότι η μέση διάρκεια των καρτέλ που ανακαλύφθηκαν είναι από 5 έως 8 χρόνια. Πάντως, από τη στιγμή που μια σύμπραξη σπάσει, τότε τα κίνητρα για την επιστροφή του καρτέλ αναδιαμορφώνονται και το καρτέλ δημιουργείται εκ νέου.

Εάν κάποια στιγμή τα μέλη του καρτέλ αποφασίσουν να μην τηρήσουν την συμφωνία, θα εξαρτηθεί από τις μακροπρόθεσμες ζημίες που προκύπτουν από την πιθανή κατανομή του καρτέλ. Για τον λόγο αυτό, επίσης, στο δίλλημα του κρατουμένου, η ισορροπία Nash διαφέρει εάν το παίγνιο παίζεται μία φορά ή αν το παίγνιο είναι επαναλαμβανόμενο. Το σχετικό μέγεθος των δύο αυτών παραγόντων εξαρτάται εν μέρει από το πόσο δύσκολο είναι για τις επιχειρήσεις να παρακολουθούν κατά πόσον η συμφωνία έχει τηρηθεί και την σημασία των βραχυπρόθεσμων κερδών σε σχέση με το μακροπρόθεσμο όφελος. Όσο περισσότερο χρόνο, οι επιχειρήσεις παραμένουν στο καρτέλ τόσο πιο εύκολα μπορούν να εξαπατήσουν χωρίς να τους ανιχνεύσουν και τόσο μεγαλύτερο είναι το κέρδος από αυτό. Επομένως, εάν η παρακολούθηση είναι δύσκολη, τόσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα ότι ένα μέρος της συμφωνίας θα εξαπατηθεί και πιο βιώσιμο θα είναι το καρτέλ.

Ας δούμε τώρα ποια είναι η κατάλληλη ποσότητα και τιμή που θα πρέπει να διατηρήσουν οι επιχειρήσεις εφόσον βρίσκονται σε μια συμφωνία καρτέλ.

Οπότε,

Το συνολικό κέρδος των δύο επιχειρήσεων είναι:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Pi}(q_1, q_2) &= P(Q)\cdot(q_1+q_2) = a - b(Q)\cdot(q_1+q_2)\\ &= a - b(q_1+q_2)\cdot(q_1+q_2) = (a - bq_1 - bq_2)\cdot(q_1+q_2)\\ &= (a - bq_1 - bq_2)\cdot Q \qquad (1)\end{aligned}$$

Επίσης έχουμε ότι: $P = a - bQ$

Και: $Q = q_1 + q_2 \qquad (2)$

Έστω: $C = 0$

Συνεχίζοντας την συνάρτηση *(1)* έχουμε:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Pi}(q_1, q_2) &= [a - b(q_1+q_2)]\cdot(q_1+q_2)\\ &= a\cdot(q_1+q_2) - b(q_1+q_2)^2 \qquad (3)\end{aligned}$$

Παραγωγίζοντας την συνάρτηση *(3)* και με βάση την συνάρτηση *(2)* έχουμε:

$$\left.\begin{array}{c}\dfrac{\partial \Pi}{\partial Q} = a - 2bQ \\ \dfrac{\partial \Pi}{\partial Q} = 0\end{array}\right\}$$

$$a - 2bQ = 0 \Leftrightarrow Q = \frac{a}{2b}$$

Οπότε $Q = \frac{a}{2b}$ και $P = \frac{a}{2}$ άρα οι επιχειρήσεις πρέπει να παράγουν την παραπάνω ποσότητα με την συγκεκριμένη τιμή για να βρίσκονται σε μια συμφωνία καρτέλ.

<u>Άσκηση</u>

Έστω ότι έχουμε δύο επιχειρήσεις οι οποίες έχουν δημιουργήσει συμφωνία καρτέλ. Θέλουμε να εξετάσουμε τα κέρδη των δύο αυτών επιχειρήσεων.

$$P = 120 - Q$$

$$\Pi = P \cdot Q = (120 - Q) \cdot Q = 120Q - Q^2$$

Παραγωγίζουμε ως προς Q και έχουμε

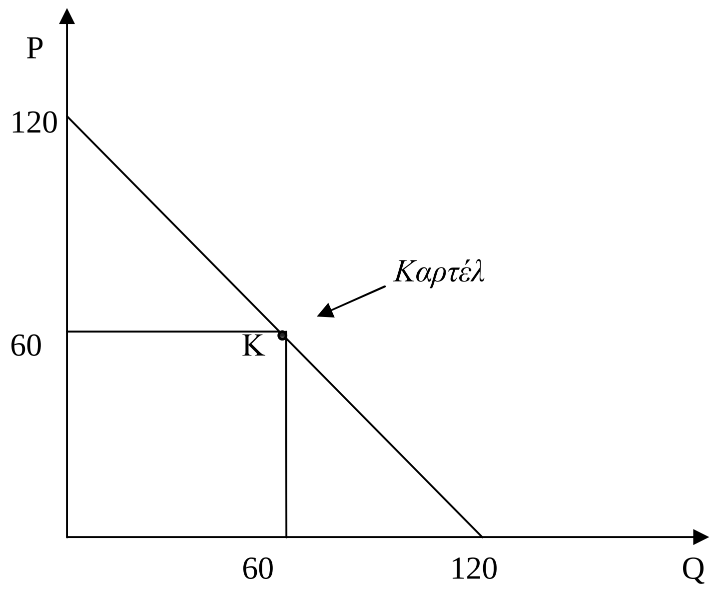
$$\left.\begin{array}{c}\dfrac{\partial \Pi}{\partial Q} = 120 - 2Q \\ \dfrac{\partial \Pi}{\partial Q} = 0\end{array}\right\}$$

$$120 - 2Q = 0 \Leftrightarrow Q = 60$$

Επομένως, $P = 120 - Q = 60$

Και άρα τα κέρδη των δύο επιχειρήσεων στο καρτέλ θα είναι:

$$\boldsymbol{\Pi = P \cdot Q = 60 \cdot 60 = 3600}$$



<u>*Σχήμα 4.5 (Καρτέλ)*</u>

Στην συγκεκριμένη περίπτωση το C = 0 και τα συνολικά κέρδη είναι μέγιστα άρα δεν παίζει ρόλο το πώς θα μοιράσουν το Q = 60 δηλαδή πόσο θα παράγει η κάθε μια επιχείρηση. Αν όμως ήταν το C $\neq 0$ και το $C_1 \neq C_2$ τότε η επιχείρηση με το μεγαλύτερο κόστος θα έχει τη μικρότερη παραγωγή Q άρα τα λιγότερα κέρδη.

4.8. <u>Σύγκριση των ολιγοπωλιακών υποδειγμάτων</u>

Τα τρία ολιγοπωλιακά υποδείγματα (Cournot, Bertrand, Stackelberg) κάνουν διαφορετικές υποθέσεις γύρω από το εάν οι επιχειρήσεις επιλέγουν ποσότητες ή τιμές πώλησης και εάν οι επιχειρήσεις επιλέγουν ταυτόχρονα ή διαδοχικά τις δράσεις τους σε σχέση με τις άλλες επιχειρήσεις. Έτσι λοιπόν, το τελικό αποτέλεσμα είναι διαφορετικό όσον αφορά στους παρακάτω παράγοντες.

- *Την ποσότητα παραγωγής του κλάδου.* Η συνολική ποσότητα παραγωγής του κλάδου είναι μεγαλύτερη όταν επικρατεί τέλειος ανταγωνισμός και ισορροπία κατά Bertrand. Ακολουθεί η ποσότητα που παράγεται στο δυοπώλιο Stackelberg, έπεται η παραγωγή του δυοπωλίου Cournot και φυσικά η μικρότερη παραγωγή του κλάδου πραγματοποιείται στο μονοπώλιο.

- *Το επίπεδο τιμών αγοράς και κέρδη*. Οι τιμές και τα κέρδη του κλάδου είναι υψηλότερα στο μονοπώλιο, ακολουθεί το δυοπώλιο του Cournot, έπεται το δυοπώλιο του Stackelberg και τέλος ο τέλειος ανταγωνισμός και το σημείο ισορροπίας Bertrand, όπου η τιμή ισούται με το οριακό κόστος και τα κέρδη είναι μηδενικά.
- *Την παραγωγή και τα κέρδη των επιχειρήσεων*. Η μεγαλύτερη ποσότητα παράγεται από τη μονοπωλιακή επιχείρηση και την επιχείρηση ηγέτης στο δυοπώλιο Stackelberg, ενώ τα μεγαλύτερα κέρδη πραγματοποιούνται από τη μονοπωλιακή επιχείρηση. Αντίθετα, στην περίπτωση του τέλειου ανταγωνισμού η ανταγωνιστική επιχείρηση παράγει τη μικρότερη ποσότητα, ενώ οι επιχειρήσεις του δυοπωλίου Cournot παράγουν μικρότερη παραγωγή από το μονοπώλιο, αλλά μεγαλύτερη από την επιχείρηση ακόλουθος του υποδείγματος Stackelberg. Όσον αφορά στα κέρδη της επιχείρησης, μετά το μονοπώλιο ακολουθούν η επιχείρηση ηγέτης του υποδείγματος Stackelberg, οι επιχειρήσεις του δυοπωλίου Cournot και η επιχείρηση ακόλουθος του υποδείγματος Stackelberg. Τέλος, στην περίπτωση του τέλειου ανταγωνισμού με πολλές επιχειρήσεις και στην περίπτωση ισορροπίας κατά Bertrand με τουλάχιστον δύο επιχειρήσεις που παράγουν ομοιογενή προϊόντα, οι επιχειρήσεις δεν πραγματοποιούν κέρδη.

Επίλογος

Έχοντας αναλύσει τη θεωρία παιγνίων, τον τρόπο με τον οποίο ξεκίνησε, το πώς επιδρά στην καθημερινότητά μας, ποιοι είναι οι παράγοντες οι οποίοι την επηρεάζουν και από πού προήλθε, συνεχίσαμε βλέποντας ότι η θεωρία παιγνίων λειτουργεί ως ένα κομμάτι της κοινωνικής μας ζωής και πώς εύκολα αυτή μπορεί να μας επηρεάσει και αυτό φαίνεται μέσα από τα είδη παιγνίων τα οποία έχουμε αναλύσει. Για παράδειγμα, στο δίλλημα του φυλακισμένου παρατηρήσαμε το πώς μπορούν να αντιδράσουν δύο άνθρωποι κάτω από δύσκολες συνθήκες. Επίσης, είδαμε στο παίγνιο γεράκι – περιστέρι, πως δύο αντίθετα είδη ζώων συμπεριφέρονται στην φύση, το μεν περιστέρι με ποιο τρόπο να σωθεί και το δε γεράκι πώς να πιάσει το θήραμά του. Προχωρώντας, αναλύσαμε ένα κομμάτι της βιομηχανικής οργάνωσης, η οποία ασχολείται με την λειτουργία των αγορών. Ένα κομμάτι του κλάδου αυτού προέρχεται από τη θεωρία παιγνίων, σκεπτόμενοι ότι το βασικό εργαλείο για να αναλύσουμε τις αγορές αυτές είναι η στρατηγική αλληλεξάρτησης μεταξύ των επιχειρήσεων. Ας θυμηθούμε πως το δυοπώλιο του Cournot, ουσιαστικά είναι ένα παίγνιο ταυτόχρονων κινήσεων αλλά και το υπόδειγμα του Stackelberg μπορούμε να το χαρακτηρίσουμε ως παίγνιο διαδοχικών κινήσεων. Με βάση τα παραπάνω είδαμε από πού μπορεί να ξεκινήσει και που μπορεί να φτάσει η θεωρία παιγνίων.

Έχοντας δει ότι η θεωρία παιγνίων μπορεί να διεισδύσει σε πολλούς τομείς όπως κοινωνικούς και πολιτικούς, το μόνο ουσιαστικό πρόβλημα είναι ότι μάταια προσπαθεί να εξηγήσει την κοινωνική πολυπλοκότητα στη βάση μιας συγκεκριμένης μορφής απλοϊκού ανθρώπου του οποίου η υπόσταση είναι ανεξάρτητη της κοινωνικής πολυπλοκότητας που τον περιτριγυρίζει.

Βιβλιογραφια

[1] Βαρουφάκης Ι., (2007) *Θεωρία Παιγνίων, Η Θεωρία που Φιλοδοξεί να Ενοποιήσει τις Κοινωνικές Επιστήμες*, Αθήνα : Gutenberg

[2] Κοτταρίδη Κ., Σιουρούνης Γ., (2002) *Αφιέρωμα στον **John Nash**, Θεωρία Παιγνίων, Οι εργασίες του στη Θεωρία Παιγνίων και οι Επαναστατικές Εφαρμογές της στις Κοινωνικές και Φυσικές Επιστήμες*, Αθήνα : Εκδόσεις Ευρασία

[3] Αλιπραντής Χ.Δ. , Chakrabarti S.k, (2004) *Παίγνια και Λήψη Αποφάσεων*, Αθήνα : Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία

[4] Luis C., (2003) *Βιομηχανική Οργάνωση*, Αθήνα : Εκδόσεις Κριτική

[5] Κατσουλάκος Ι., (2006) *Θεωρία Βιομηχανικής Οργάνωσης*, Αθήνα : Τυπωθήτω , Γιώργος Δαρδανός

[6] Πιερράκος Γ. (2002) Διπλωματική Εργασία *Παίγνια και Ιδιοτελής Συμπεριφορά σε Δίκτυα*, Εθνικό Μετσόβιο Πανεπιστήμιο

[7] Θεοχαράκης Ν., (2009) Διπλωματική Εργασία *Αρχές Οικονομικής Ανάλυσης Ι*, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

[8] Πάτσια Π., (2007) Μεταπτυχιακή Διατριβή *Οικονομική Θεωρία και Πολιτική*, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

[9] Ξανθοπούλου Ε., (2007) Διπλωματική Εργασία *Θεωρία Παιγνίων και Συμπράξεις: Παραβιάσεις των κανόνων ανταγωνισμού*, Πανεπιστήμιο Πειραιώς

Ηλεκτρονική Βιβλιογραφία

[1] Wikipedia, *John Forbes Nash*, Online, Διαθέσιμο: http://en.wikipedia.org/wiki/John_Forbes_Nash

[2] Wikipedia, *Cournot*, *Bertrand*, *Stackelberg*, Online, Διαθέσιμο: http://en.wikipedia.org/wiki/Main_Page

[3] Nobelprize.org, *John Forbes Nash*, Online, Διαθέσιμο: http://nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/1994/nash-autobio.html

[4] Game Theory, Lecture Notes, Online, Διαθέσιμο: http://www.gametheory.net/students.html

[5] Πετράκης Ε., Game Theory, Lecture Notes, Online, Διαθέσιμο: http://www.soc.uoc.gr/petrakis/docs/8ewria/GT_simiwseis.pdf

[6] Τσούνης Ν., Advanced Economic Analysis, Lecture Notes, Online, Διαθέσιμο: http://grad.teikoz.gr/ntsounis/lecture_3.pdf

   a. Σαρτζετάκης Ε., Μονοπωλιακός ανταγωνισμός, ολιγοπώλια, θεωρία παιγνίων, Σημειώσεις, Online, Διαθέσιμο: http://users.uom.gr/~esartz/teaching/BusEcon/Sec7.pdf