ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ

ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΑΤΡΑΣ

ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΔΟΜΕΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ :

2-3 ΔΕΝΤΡΑ ΚΑΙ AVL ΔΕΝΤΡΑ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ : ΠΥΡΓΑΚΗ ΠΑΝΑΓΙΩΤΑ

ΕΠΟΠΤΕΥΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΑΛΕΒΙΖΟΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ

ΠΑΤΡΑ, ΙΟΥΝΙΟΣ 2008

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Το περιεχόμενο της εργασίας επικεντρώνεται στην ανάλυση των 2-3 Δέντρων και των AVL Δέντρων.

Στην εισαγωγή αναφέρονται οι βασικές έννοιες των δομών δεδομένων ως μια γενική εικόνα για την ευκολότερη κατανόηση του υπόλοιπου κειμένου.

Στο κεφάλαιο 1 αναφερόμαστε σε γενικές έννοιες των Δέντρων οι οποίες είναι η βάση για όλα τα ήδη δέντρων. Δίνοντας τον ορισμό, τον τύπο που μας δίνει το πλήθος των κόμβων σε ένα δέντρο, την αναπαράστασή του στην μνήμη του υπολογιστή και τέλος τα δυαδικά δέντρα αναζήτησης.

Στο κεφάλαιο 2 αναπτύσσονται τα 2-3 Δέντρα παρουσιάζοντας τους ορισμούς, τις ιδιότητες, τον τρόπο υλοποίηση και την διαδικασία εισαγωγής και διαγραφής ενός κόμβο από ένα 2-3 Δέντρο.

Στο κεφάλαιο 3 αναλύονται τα AVL Δέντρα παρουσιάζοντας τους ορισμούς, τα είδη περιστροφών και αναδιάταξης όταν δεν υπάρχει ισορροπία. Επίσης την εισαγωγή και την διαγραφή ενός κόμβου σε ένα AVL Δέντρο.

Εισαγωγή :

Δομές Δεδομένων

Ορισμός

Δεδομένο είναι μια παράσταση γεγονότων, εννοιών ή εντολών σε τυποποιημένη μορφή που είναι κατάλληλη για επικοινωνία, ερμηνεία ή επεξεργασία από τον άνθρωπο ή από αυτόματα μέσα.

Ορισμός

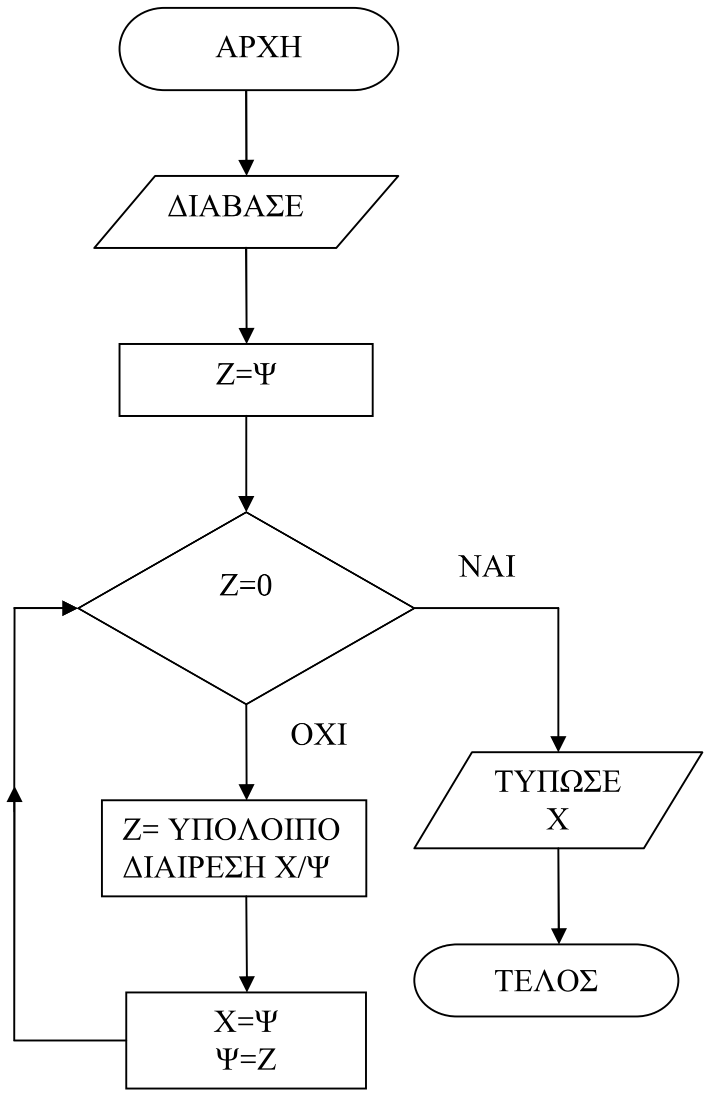
Αλγόριθμος είναι η ακριβή περιγραφή μιας αυστηρά καθορισμένης σειράς ενεργειών για την λύση ενός προβλήματος.

Παράδειγμα παράστασης αλγορίθμου και διάγραμμα ροής :

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

```
Αλγόριθμος ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ
Δεδομένα // Χ, Ψ  : ακέραιοι αριθμοί
              Ζ : ακέραια μεταβλητή //
Αρχή
        Ζ = Ψ
    Όσο Ζ ≠ 0 εκτέλεσε
        Ζ = Χ mod Ψ
        Χ = Ψ
        Ψ = Ζ
    Τέλος επανάληψης
Τέλος
Αποτελέσματα // Χ μέγιστος κοινός διαιρέτης //
Τέλος ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ
```

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΡΟΗΣ



Δυναμικές Δομές

Δυναμικές Δομές ονομάζονται οι δομές στις οποίες έχουμε δυνατότητα να ορίσουμε το μέγεθός τους αλλά και να μπορούμε να το αλλάζουμε.

Ως Δυναμικές Δομές χαρακτηρίζονται οι εξής :

1. Στοίβες : Είναι μια γραμμική διάταξη στοιχείων με κοινή είσοδο και έξοδο (LIFO).
2. Ουρές : Θεωρείται μια σειρά με δύο άκρα, το ένα άκρο είναι η είσοδος και το άλλο η έξοδος (FIFO).
3. Λίστες : Τα στοιχεία καταχωρούνται σε μη καθορισμένες από πριν θέσεις (χρήση δεικτών).
4. Δέντρα (ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΤΕΡΑ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1)

Στατικές Δομές

Στατικές Δομές ονομάζονται οι δομές στις οποίες το μέγεθος είναι καθορισμένο εξ αρχής και δεν υπάρχει δυνατότητα αλλαγής του.

Ως Στατικές Δομές χαρακτηρίζονται μόνο οι πίνακες :

Πίνακες : Αποτελούνται από σύνολο απλών ομοειδών στοιχείων με σταθερό και προκαθορισμένο μέγεθος

Πράξεις στις δομές δεδομένων

Αναζήτηση

- Σειριακή : Ψάχνει σειριακά τα στοιχεία μέχρι να βρει το ζητούμενο.
- Δυαδική : Απαιτείται ταξινόμηση των στοιχείων στα οποία είτε βρίσκει το στοιχείο είτε διαιρεί το σύνολο των στοιχείων κατά το ήμισυ όπου περιορίζεται το ζητούμενο στοιχείο.

Εισαγωγή

Διάσχιση του δέντρου και εύρεση κενού φύλλου για την εισαγωγή του νέου στοιχείου.

Διαγραφή

Αναζήτηση του στοιχείου προς διαγραφή και πραγματοποίηση της διαγραφής.

Ταξινόμηση

Τοποθέτηση ενός συνόλου στοιχείων σε μια ιδιαίτερη σειρά με βάση μια ολική σχέση διάταξης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 :
ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΔΟΜΕΣ - ΔΕΝΤΡΑ

1.1 Ορισμοί

Δέντρο είναι ένα σύνολο κόμβων συνδεδεμένοι με ακμές. Ένα κόμβο που ονομάζεται ρίζα από τον οποίο ξεκινούν και δεν καταλήγουν ακμές. Από κάθε κόμβο μπορούν να ξεκινήσουν καμία, μία ή περισσότερες ακμές αλλά μόνο μία καταλήγει πλην της ρίζας.

Σ` ένα δέντρο υπάρχει ο πατέρας από τον οποίον αρχίζουν οι ακμές και τα παιδία όπου καταλήγουν οι ακμές. Η ορολογία επεκτείνεται πάνω ή κάτω με παππούδες και εγγόνια, γενικά με προγόνους και απογόνους.

- Βαθμός ενός κόμβου είναι ο αριθμός των παιδιών του.
- Βαθμός ενός δέντρου είναι ο μέγιστος από τους βαθμούς των κόμβων του.
- Τερματικοί κόμβοι ή φύλλα είναι οι κόμβοι που δεν έχουν παιδιά.
- Επίπεδο ενός κόμβου είναι ο αριθμός των προγόνων του συν τον κόμβο αυτόν.
- Βάθος ενός κόμβου είναι ο αριθμός των προγόνων του.
- Ύψος ενός κόμβου είναι ο αριθμός τον απογόνων του.
- Βάθος ή ύψος ενός δέντρου είναι το μέγιστο επίπεδο των κόμβων.
- Υποδέντρο ρίζας Α είναι το δέντρο που σχηματίζεται αν ως ρίζα ληφθεί ένας οποιοσδήποτε κόμβος.

1.2 Ποσοτικά στοιχεία

Ένα δέντρο με βαθμό d και ύψος h μπορεί να έχει κόμβους :

$$d^1 + d^2 + d^3 + ... + d^{h-1} = \sum_{i=1}^{h-1} d^i = \frac{d^h - 1}{d - 1}$$

- Μήκος μονοπατιού ενός κόμβου λέγεται το πλήθος των ακμών από την ρίζα προς τον κόμβο αυτόν.
- Πλήρες δέντρο είναι αυτό που κάθε κόμβος είναι βαθμού d και όλα τα φύλλα ισαπέχουν από την ρίζα.

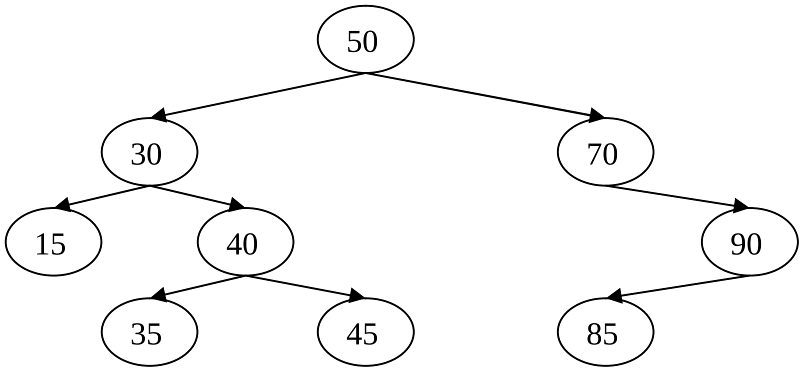
1.3 Αναπαράσταση των δέντρων στην μνήμη του υπολογιστή

Κάθε κόμβος περιέχει τα δεδομένα και ένα σύνολο δεικτών που αντιπροσωπεύουν τον βαθμό του δέντρου. Οι δείκτες αυτοί δείχνουν την θέση των παιδιών του κόμβου, αν δεν υπάρχει παιδί ο δείκτης είναι κενός.

1.4 Δυαδικά Δέντρα Αναζήτηση (Binary Search Trees -BST)

Τα Δυαδικά Δέντρα Αναζήτησης είναι διατεταγμένα και η διάταξη των παιδιών κάθε κόμβου έχει σημασία. Η τιμή κάθε κόμβου είναι μεγαλύτερη από τις τιμές του αριστερού υποδέντρου του και μικρότερη από τις τιμές του δεξιού υποδέντρου του.

Παράδειγμα BST



Αναζήτηση κόμβου : Συγκρίνεται η τιμή του κόμβου με την ρίζα αν είναι μικρότερη συνεχίζουμε στο αριστερό υποδέντρο διαφορετικά στο δεξιό υποδέντρο.

Εισαγωγή κόμβου : Αναζήτηση κόμβου που θα προστεθεί, όπου φυσικά δεν υπάρχει, καταλήγοντας σε κενό δείκτη ο οποίος τώρα θα δείχνει τον νέο κόμβο.

Διαγραφή κόμβου : Αν είναι φύλλο απλά διαγράφεται.

Αν υπάρχει μόνο ένα παιδί απλά αντικαθίσταται.

Αν υπάρχουν δύο παιδιά αντικαθίσταται από τον πιο δεξιό κόμβο του αριστερού υποδέντρου ή από το πιο αριστερό κόμβο του δεξιού υποδέντρου.

Διάσχιση δέντρου : Η λειτουργία που πραγματοποιείται ώστε να επισκεφτούμε κάθε κόμβο μια φορά.

Προδιαταγμένη διάσχιση δέντρου

Όταν η σειρά επίσκεψης είναι η εξής : ρίζα, αριστερό υποδέντρο, δεξιό υποδέντρο.

Μεταδιαταγμένη διάσχιση δέντρου

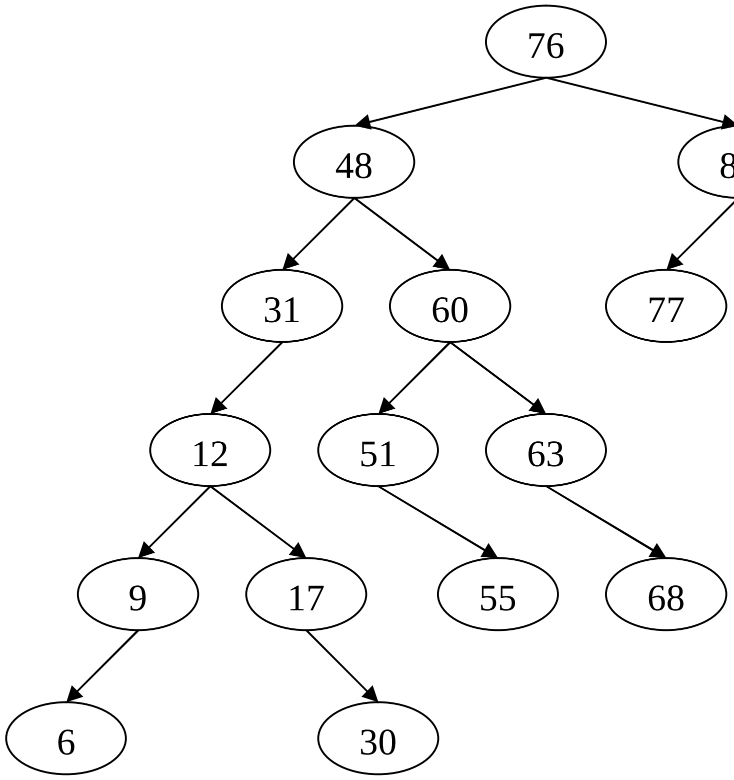
Όταν η σειρά επίσκεψης είναι η εξής : αριστερό υποδέντρο, δεξιό υποδέντρο, ρίζα.

Ενδοδιαταγμένη διάσχιση δέντρου

Όταν η σειρά επίσκεψης είναι η εξής : αριστερό υποδέντρο, ρίζα, δεξιό υποδέντρο.

Παράδειγμα διάσχισης δέντρου με

προδιαταγμένη, μεταδιαταγμένη και ενδοδιαταγμένη διάσχιση.



Προδιαταγμένη

76 – 48 – 31 – 12 – 9 – 6 – 17 – 30 – 60 – 51 – 55 – 63 – 68 – 81 – 77

Ενδοδιαταγμένη

6 – 9 – 12 – 17 – 30 – 31 – 48 – 51 – 55 – 60 – 63 – 68 – 70 – 77 – 81

Μεταδιαταγμένη

6 – 9 – 30 – 17 – 12 – 31 – 55 – 51 – 68 – 63 – 60 – 48 – 77 – 81 – 76

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 :

2-3 ΔΕΝΤΡΑ

2.1 2-3 ΔΕΝΤΡΑ

Ορισμός

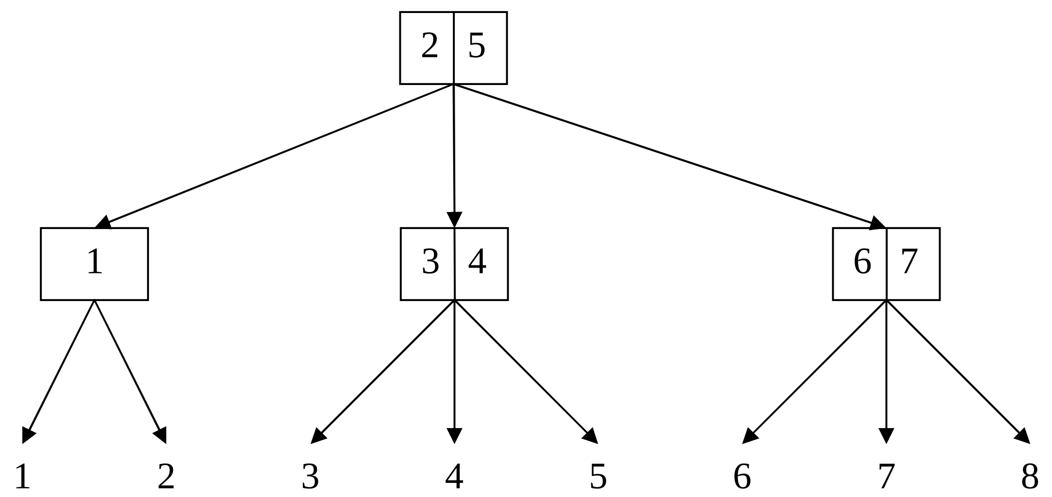
Σε ένα 2-3 Δέντρο κάθε κόμβος περιέχει ένα ή δυο κλειδιά-ετικέτες

Όταν ο κόμβος έχει ένα κλειδί-ετικέτα το στοιχείο αντιστοιχεί στο μέγιστο φύλλο του αριστερού υποδέντρου.

Όταν ο κόμβος έχει δύο κλειδιά-ετικέτες το αριστερό κλειδί αντιστοιχεί στο μέγιστο φύλλο του αριστερού υποδέντρου και το δεξιό κλειδί στο μέγιστο φύλλο του μεσαίου υποδέντρου αν έχει 3 παιδιά ή στο μέγιστο φύλλο του δεξιού υποδέντρου αν έχει 2 παιδιά.

Όλα τα φύλλα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και ισαπέχουν από την ρίζα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



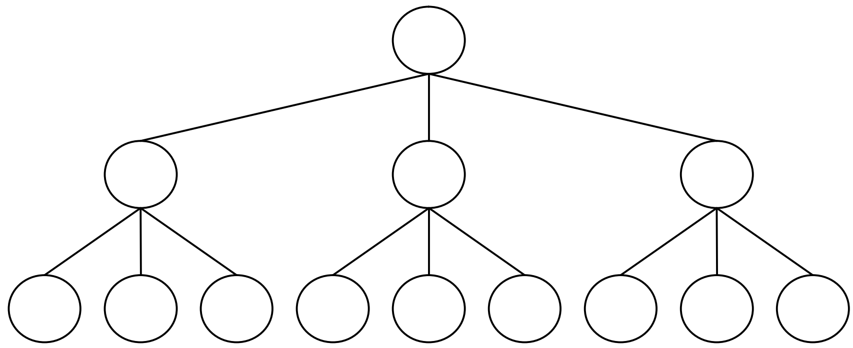
Ύψος 2-3 δέντρου

Πλήρες δέντρο με 3 παιδία σε κάθε κόμβο

ΒΑΘΟΣ 0 $3^0 = 1$

ΒΑΘΟΣ 1 $3^1 = 3$

ΒΑΘΟΣ 2 $3^2 = 9$

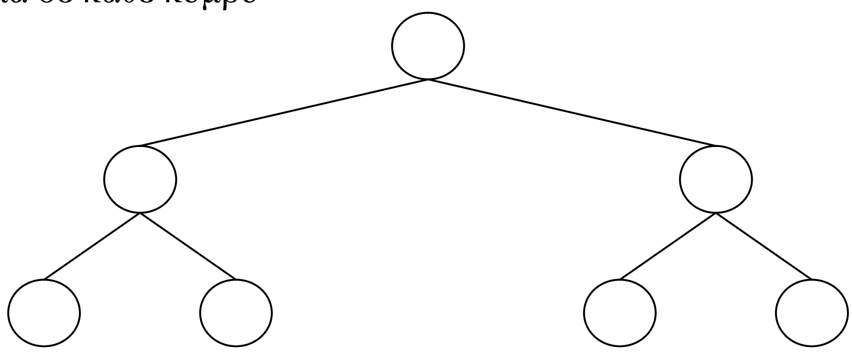


Πλήρες δέντρο με 2 παιδία σε κάθε κόμβο

ΒΑΘΟΣ 0 $2^0 = 1$

ΒΑΘΟΣ 1 $2^1 = 2$

ΒΑΘΟΣ 2 $2^2 = 4$



Σε ένα 2-3 δέντρο με βάθος k θα έχουμε $2^k \le$ πλήθος κόμβων $\le 3^k$ κόμβους.

Συνολικά

$3^0 + 3^1 + 3^2 + \ldots + 3^h = (3^{h+1} - 1)/(3 - 1) = (3^{h+1} - 1)/2$

$2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^h = (2^{h+1} - 1)/(2 - 1) = 2^{h+1} - 1$

$2^{h+1} - 1 \le$ σύνολο κόμβων $\le (3^{h+1} - 1)/2$

Γενικά σε ένα 2-3 δέντρο με ύψος h και n κόμβους έχουμε

$n \le 3^h \Rightarrow \log_2 n \le \log_2 3^h \Rightarrow \log_2 n \le h * \log_2 3 \Rightarrow \log_2 n / \log_2 3 \le h$

$2^h \le n \Rightarrow \log_2 2^h \le \log_2 n \Rightarrow h * \log_2 2 \le \log_2 n \Rightarrow h \le \log_2 n$

Άρα $\log_2 n / \log_2 3 \le h \le \log_2 n$

2.2 Υλοποίηση 2-3 δέντρων

Η αναπαράσταση ενός κόμβου σε μια εγγραφή χρειάζεται 6 πεδία :

1. numkeys : δηλώνει το πλήθος των κλειδιών και είναι τύπου int
2. key1 : αποθήκευση του πρώτου κλειδιού
3. key2 : αποθήκευση του δεύτερου κλειδιού, εάν υπάρχει
4. left : δείχνει το αριστερό παιδί του κόμβου και είναι τύπου δείκτη
5. center : δείχνει το μεσαίο παιδί του κόμβου και είναι τύπου δείκτη
6. right : δείχνει το δεξιό παιδί του κόμβου και είναι τύπου δείκτη

2.3 Εισαγωγή κόμβου σε ένα 2-3 δέντρο

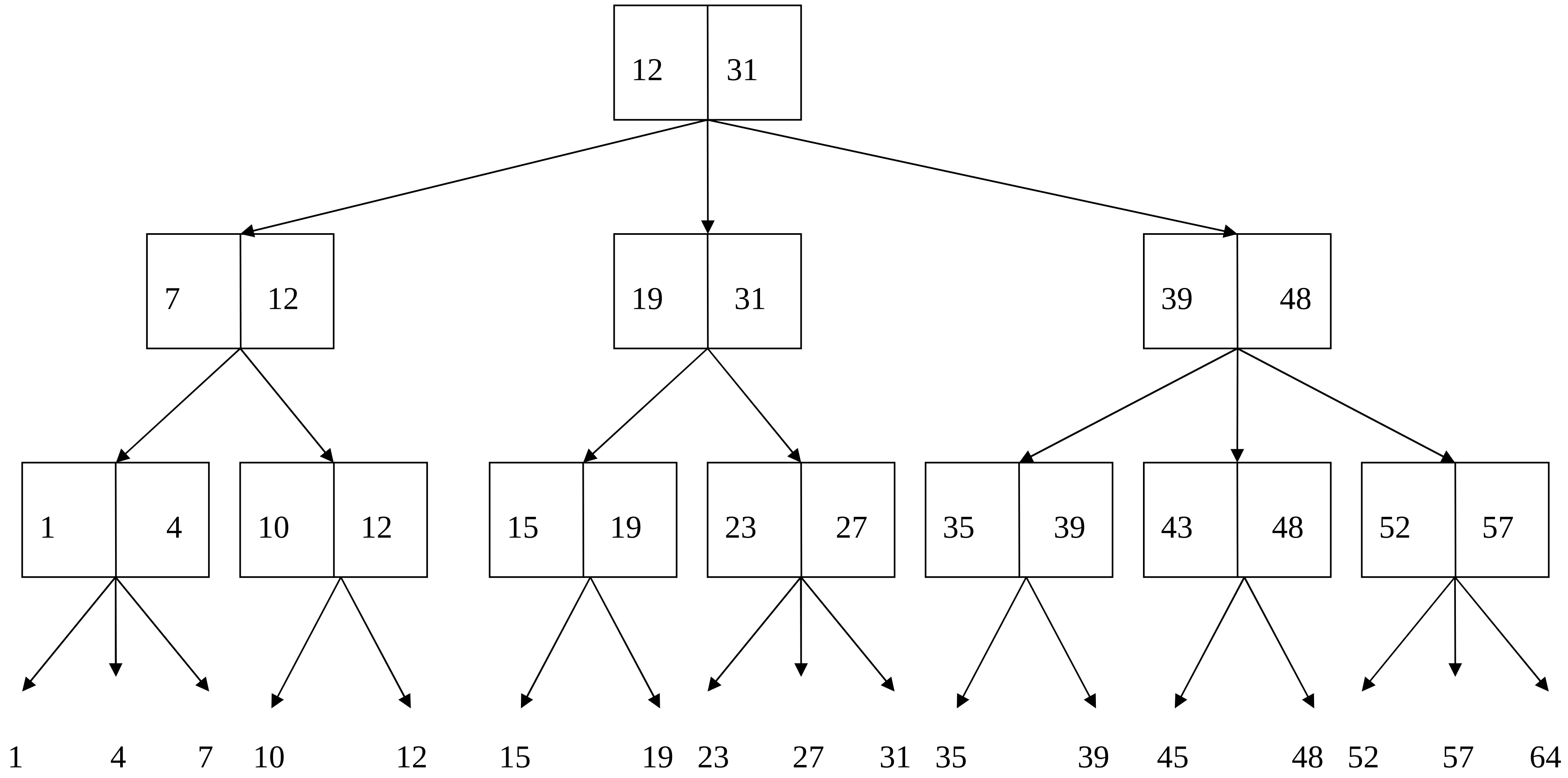
Αναζήτηση της θέσης εισαγωγής του στοιχείου.
Διανύουμε αναδρομικά το δέντρο μέχρι τον τερματικό κόμβο.

- Αν k < key1 τότε συνεχίζει στον αριστερό κόμβο
- Αν k > key2 τότε συνεχίζει στον δεξιό κόμβο
- Αν key1 < k < key2 τότε συνεχίζει στον κεντρικό κόμβο

Σε έναν μη τερματικό κόμβο το key1 αντιστοιχεί στο μεγαλύτερο παιδί του αριστερού υποδέντρου και το key2 αντιστοιχεί στο μεγαλύτερο παιδί του δεξιού υποδέντρου αν έχει 2 παιδιά ή αντιστοιχεί στο μεγαλύτερο παιδί του μεσαίου υποδέντρου αν έχει 3 παιδία. Ο χρόνος εισαγωγής είναι ανάλογος με το ύψος του δέντρου.

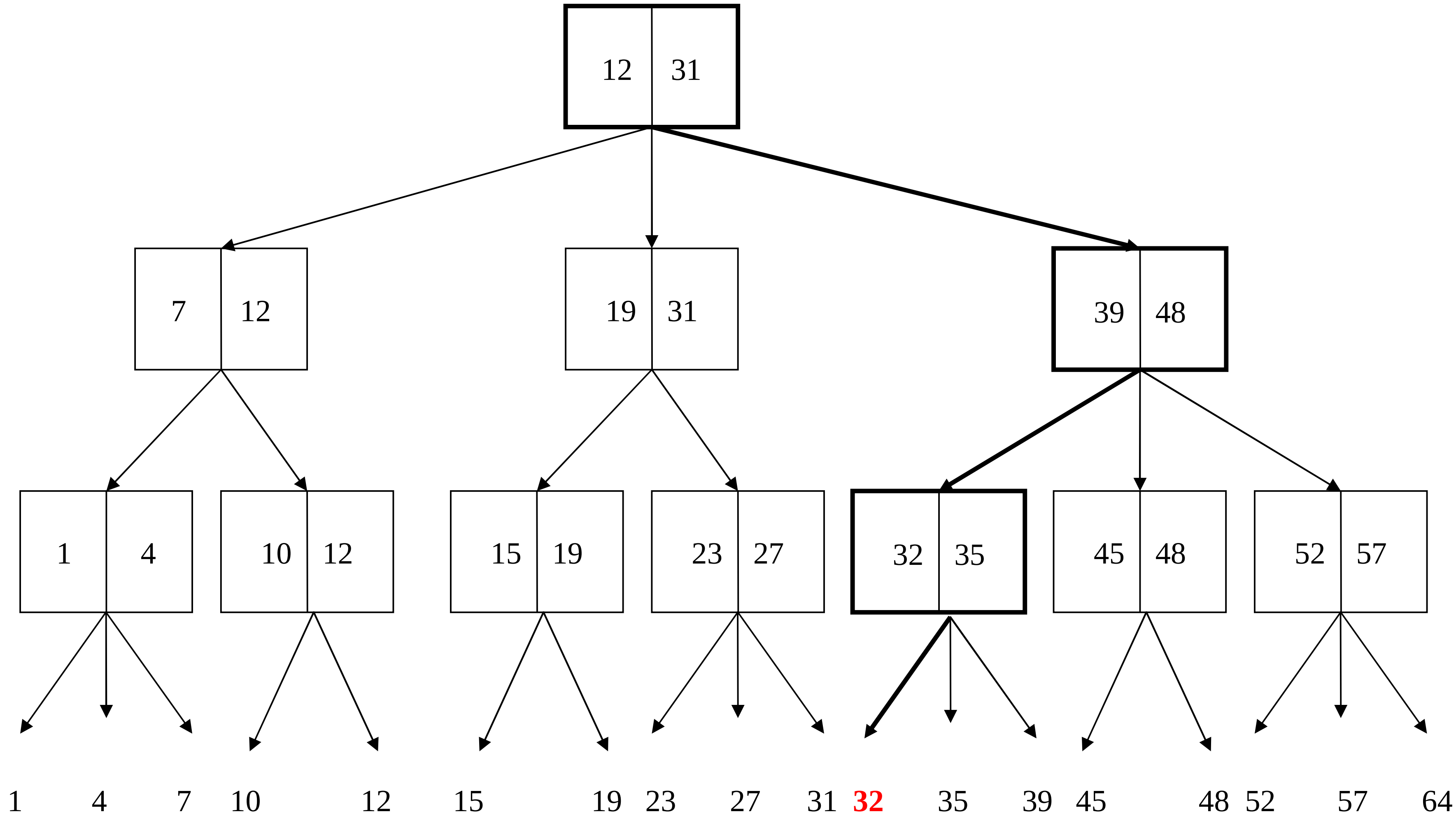
Παράδειγμα

2-3 Δέντρο

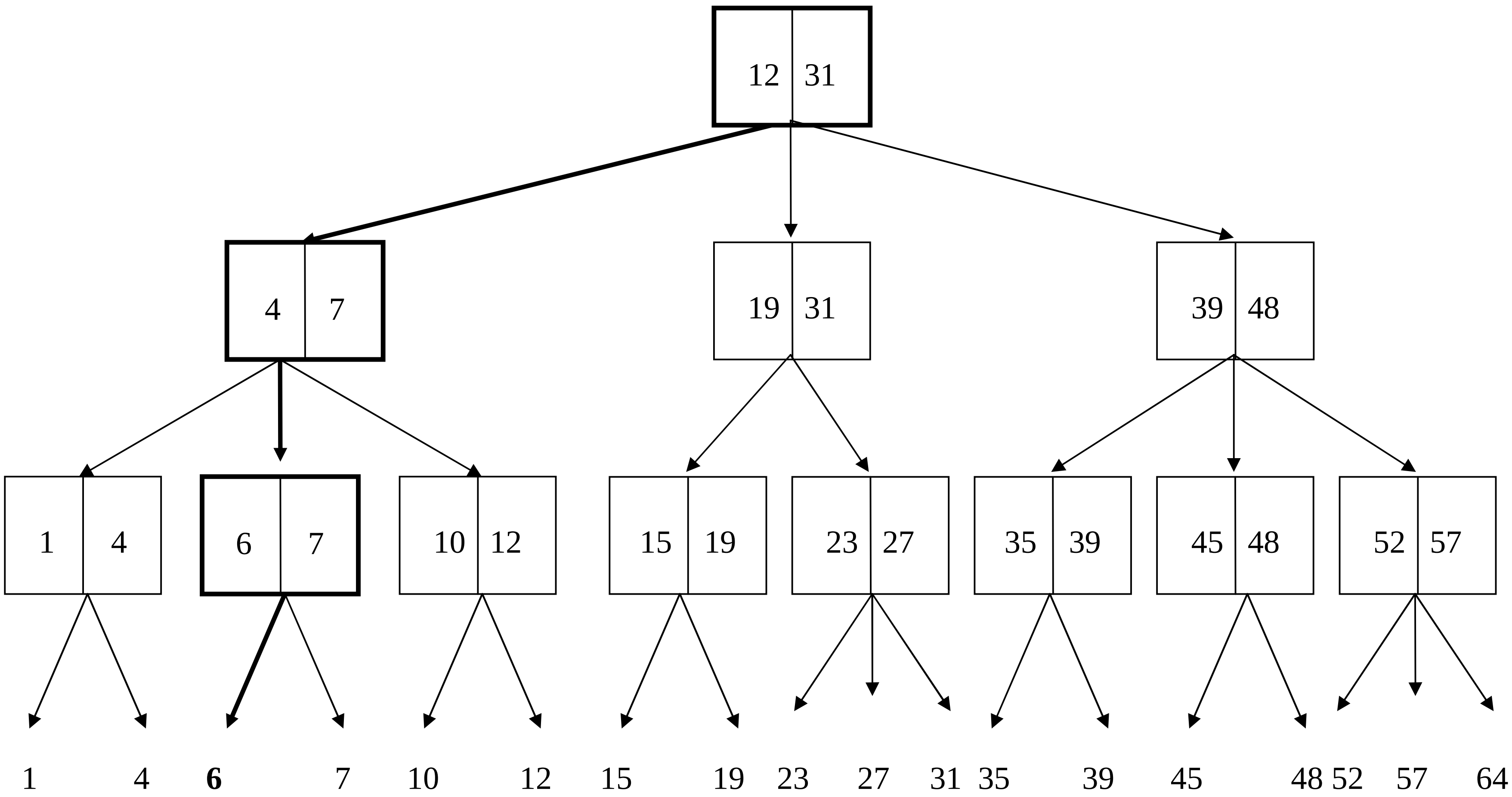


ΣΧΗΜΑ Α

Εισαγωγή του στοιχείου 32 στο σχήμα Α

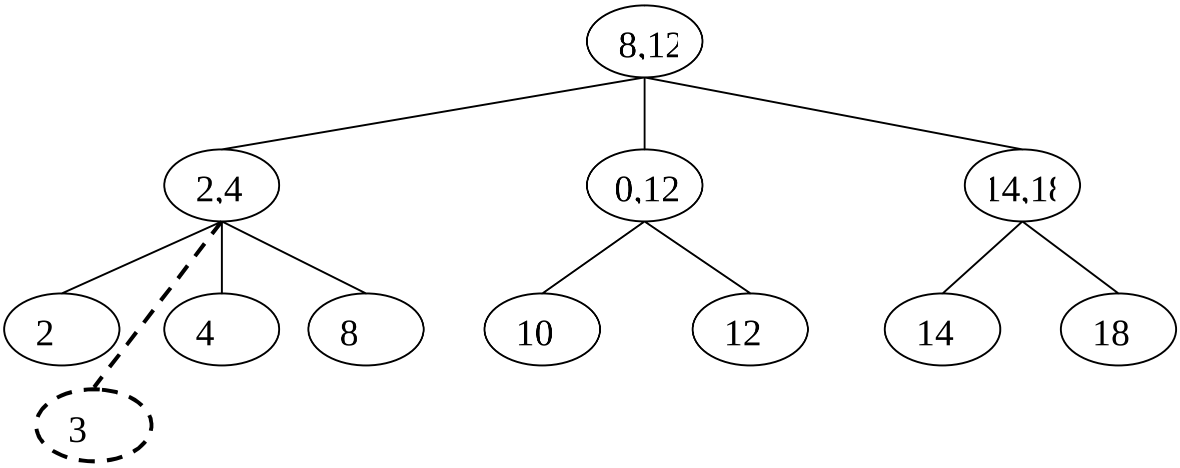


Εισαγωγή του στοιχείου 6 στο σχήμα Α

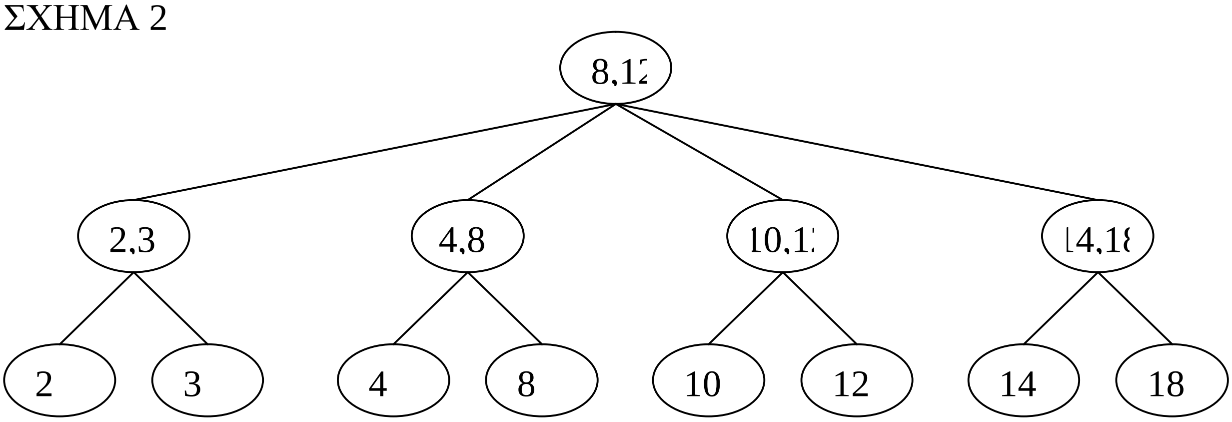


ΓΕΝΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ

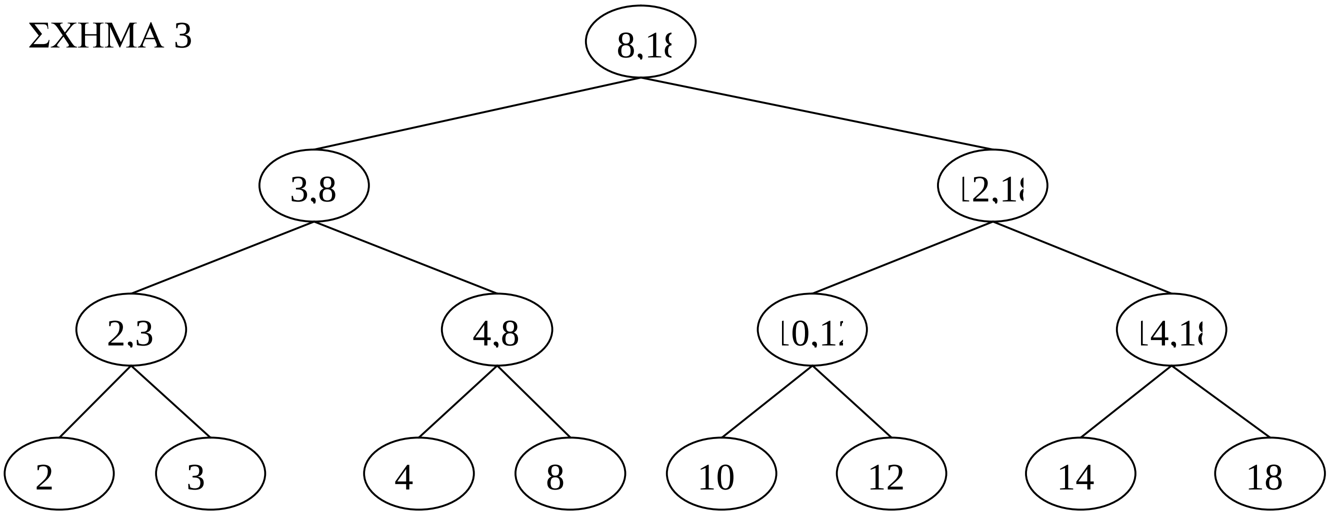
ΣΧΗΜΑ 1



ΣΧΗΜΑ 2



ΣΧΗΜΑ 3



2.4 Διαγραφή κόμβου

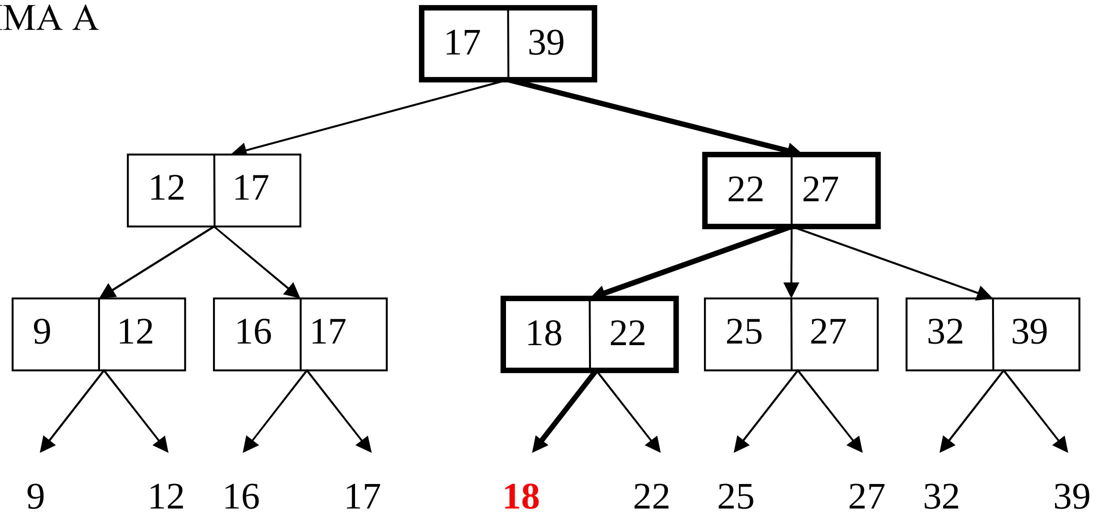
Έχουμε παρόμοιες ιδέες με την εισαγωγή και ο χρόνος εκτέλεσης της διαδικασίας είναι ανάλογη με το ύψος του δέντρου.

Σε έναν μη τερματικό κόμβο το key1 αντιστοιχεί στο μεγαλύτερο παιδί του αριστερού υποδέντρου και το key2 αντιστοιχεί στο μεγαλύτερο παιδί του δεξιού υποδέντρου αν έχει 2 παιδιά ή αντιστοιχεί στο μεγαλύτερο παιδί του μεσαίου υποδέντρου αν έχει 3 παιδιά.

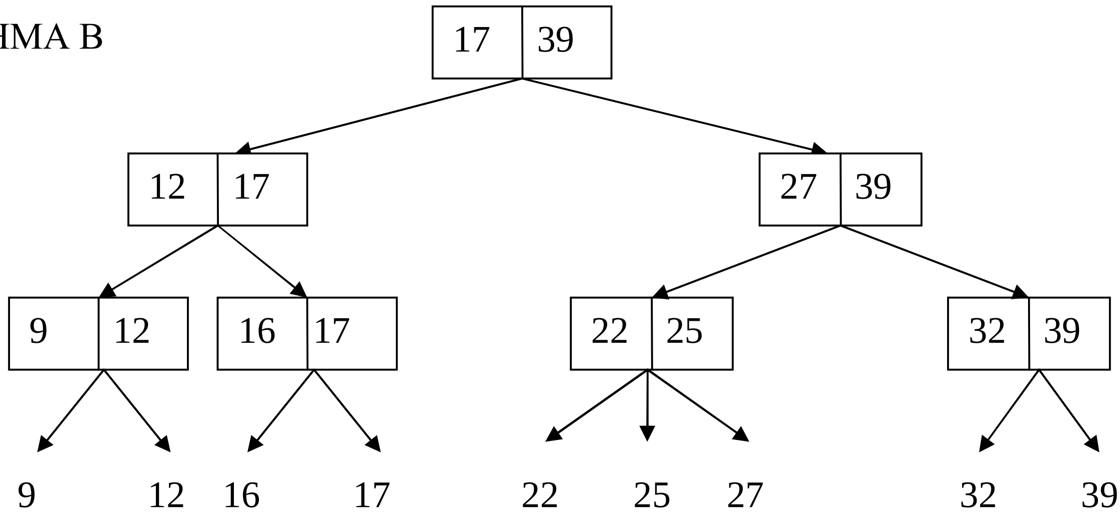
Παράδειγμα διαγραφή του στοιχείου 18

2-3 Δέντρο

ΣΧΗΜΑ Α

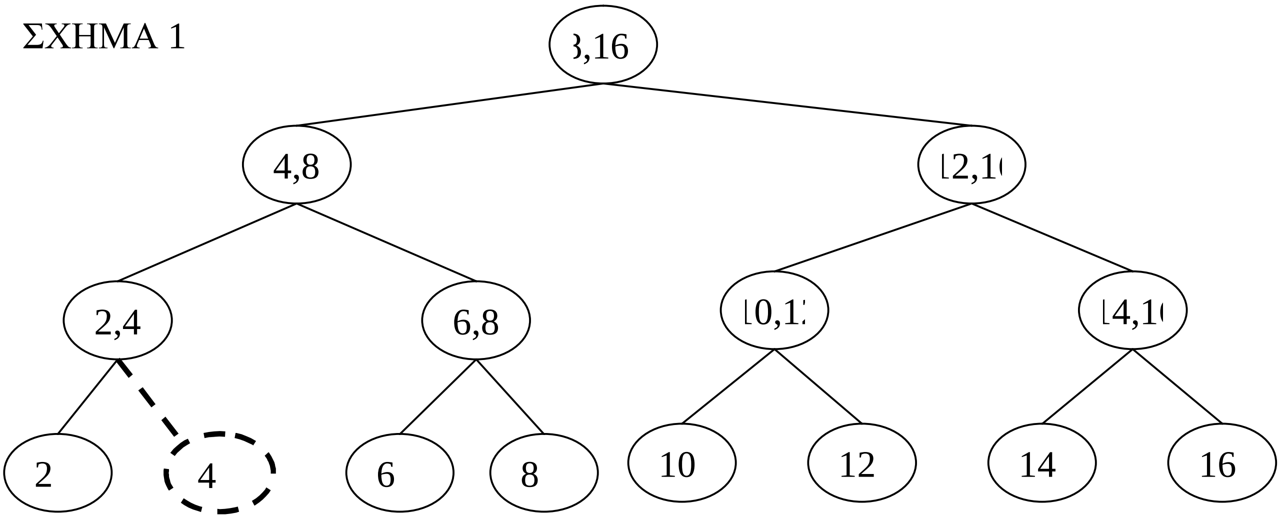


ΣΧΗΜΑ Β

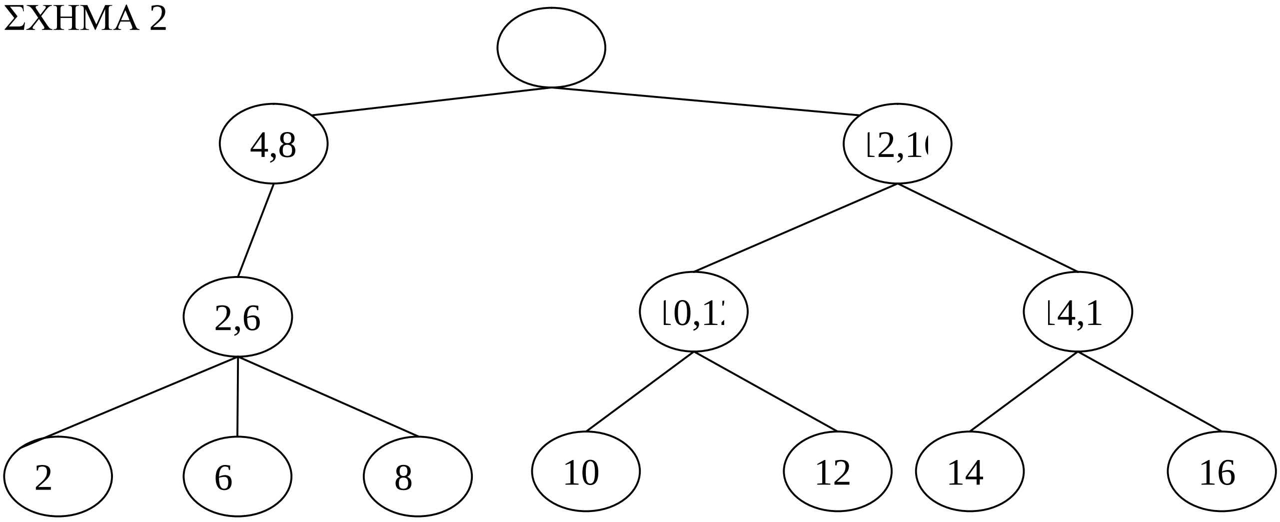


ΓΕΝΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΔΙΑΓΡΑΦΗΣ

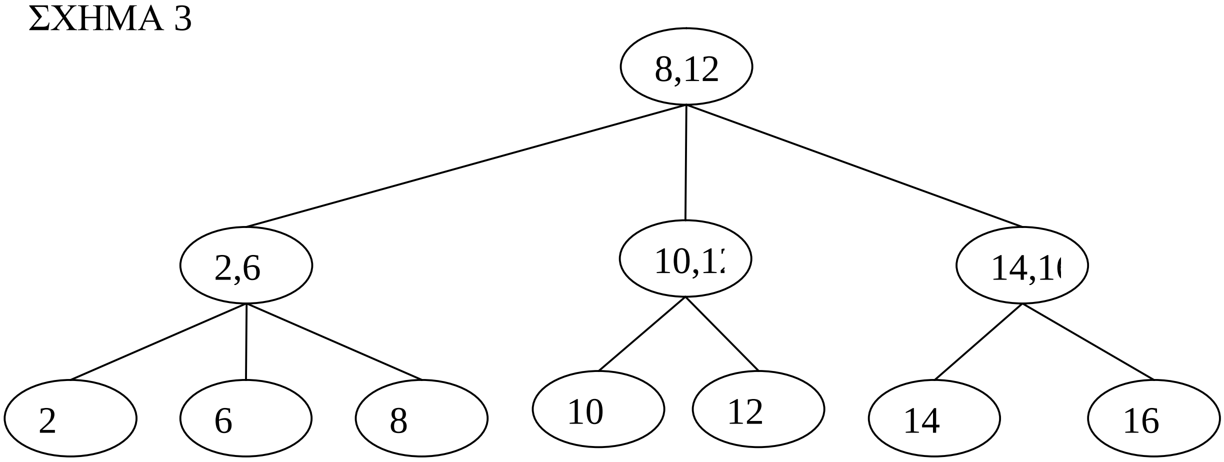
ΣΧΗΜΑ 1



ΣΧΗΜΑ 2



ΣΧΗΜΑ 3



<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 :</u>

<u>AVL ΔΕΝΤΡΑ</u>

<u>3.1 AVL Δέντρα</u>

Τα AVL δέντρα οφείλουν το όνομά τους στους G.M. Adelson – Velkii και E.M. Landis οι οποίοι το πρότειναν το 1962 προσδιορίζοντας το ύψος τους σε $\left| h_L - h_R \right| \leq 1$.

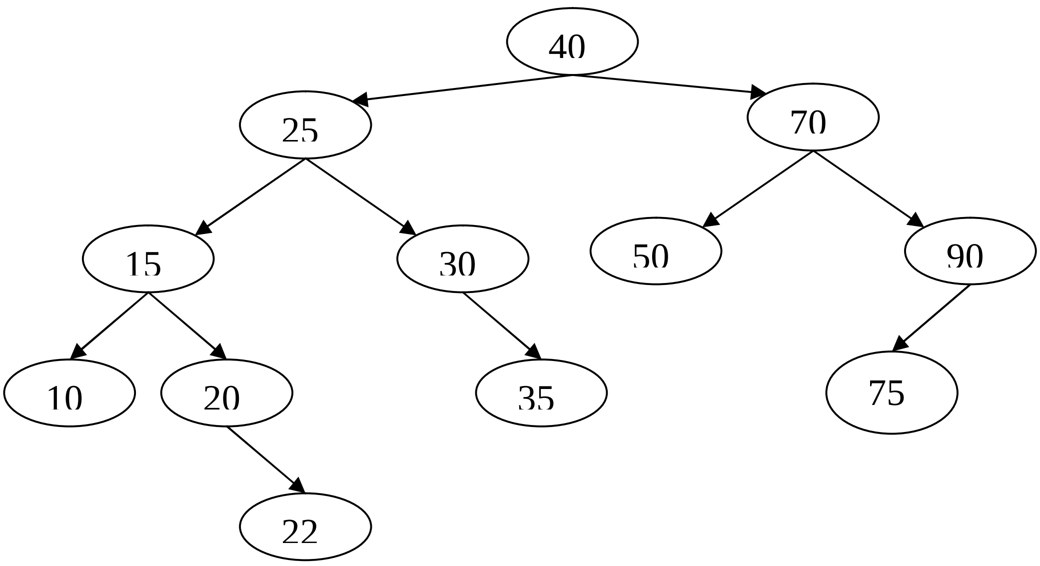
Ανήκουν στην κατηγορία των δυαδικών δέντρων αναζήτησης και συγκεκριμένα στα ζυγισμένα δυαδικά δέντρα αναζήτησης.

<u>Ορισμός</u>

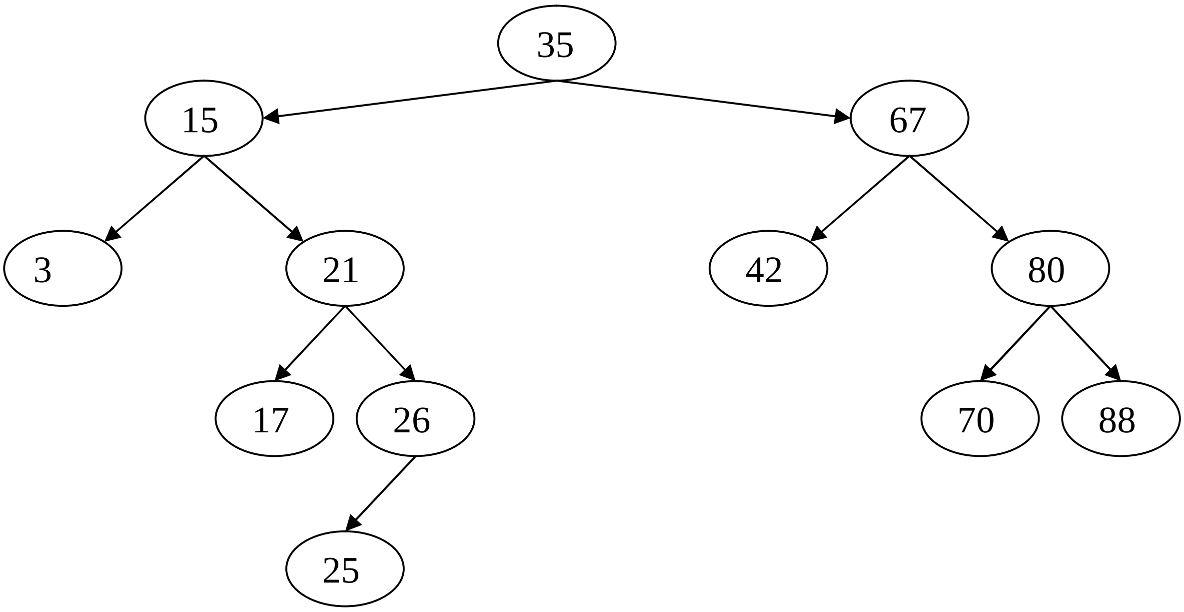
Ένα δέντρο AVL είναι ένα Δυαδικό Δέντρο Αναζήτησης του οποίου το ύψος του αριστερού υποδέντρου διαφέρει από το δεξιό υποδέντρο το πολύ κατά 1(και αντίστροφα).

Σ` ένα δέντρο AVL θα πρέπει οπωσδήποτε σε κάθε υποδέντρο να ισχύει ο ορισμός διαφορετικά το δέντρο δεν θα είναι AVL .

Παράδειγμα ενός δέντρου AVL



Παράδειγμα ενός δέντρου ΜΗ AVL



Για να χαρακτηριστεί ένα δέντρο AVL ψηλό από αριστερά θα πρέπει το αριστερό υποδέντρο να είναι μεγαλύτερο του δεξιού υποδέντρου.

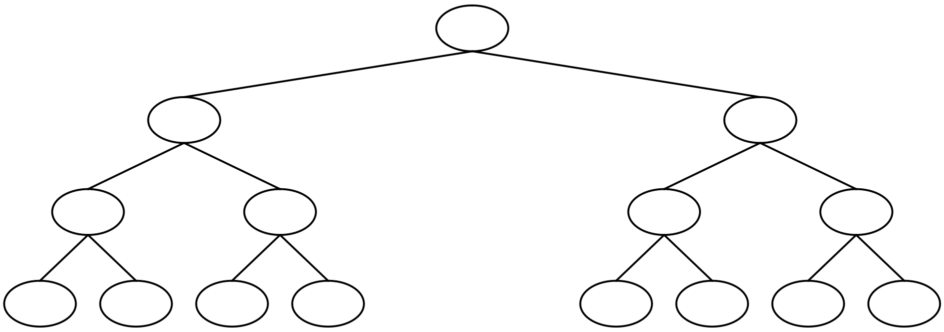
Για να χαρακτηριστεί ένα δέντρο AVL ψηλό από δεξιά θα πρέπει το δεξιό υποδέντρο να είναι μεγαλύτερο του αριστερού υποδέντρου.

Με την εισαγωγή ή διαγραφή στοιχείων από ένα δέντρο AVL υπάρχει πιθανότητα να μην ισχύει ο ορισμός και για την επαναφορά του σε AVL δέντρο να πρέπει να γίνει αναδιάταξη με την αντίστοιχη περιστροφή του δέντρου ανάλογα με την αναδιάταξη η οποία χρειάζεται να εφαρμοστεί.

Το πλήθος των κόμβων ενός AVL Δέντρου είναι μικρότερο ή ίσο από το πλήθος των κόμβων ενός πλήρες δυαδικού δέντρου, δηλαδή $n \leq 2^{h+1} - 1$.

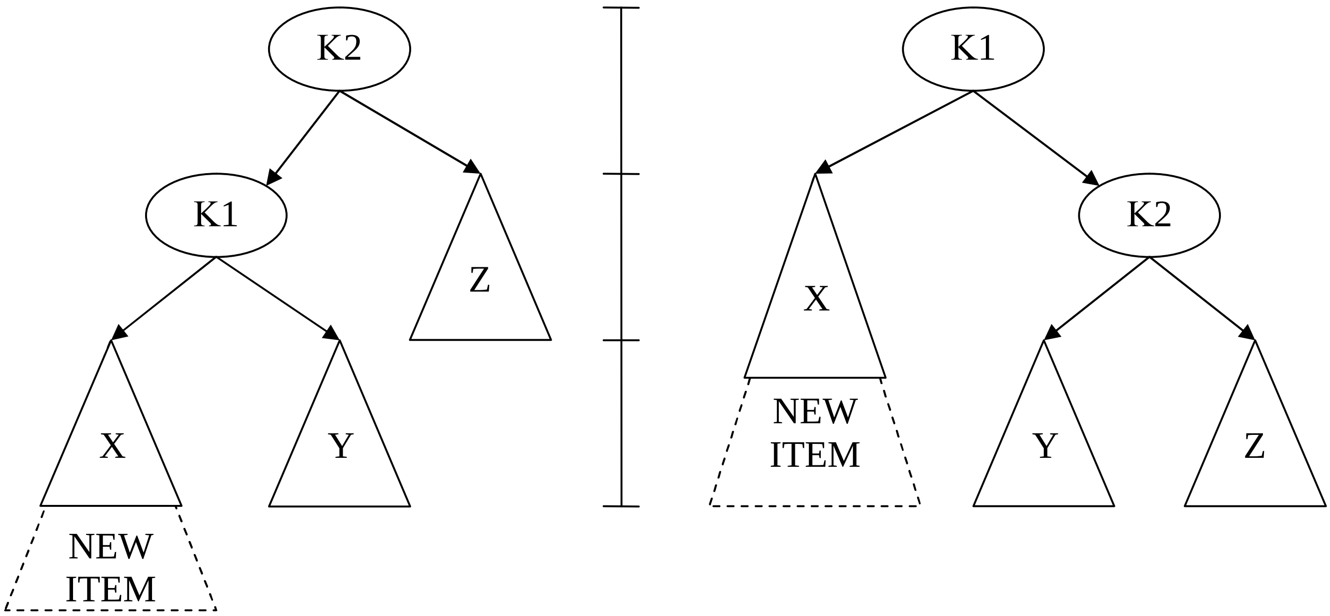
Άρα $n \leq 2^{h+1} - 1 \Rightarrow n + 1 \leq 2^{h+1} \Rightarrow \log_2 (n + 1) \leq \log_2 2^{h+1} \Rightarrow$

$$\log_2 (n + 1) \leq (h + 1) * \log_2 2 \Rightarrow \log_2 (n + 1) \leq h + 1$$

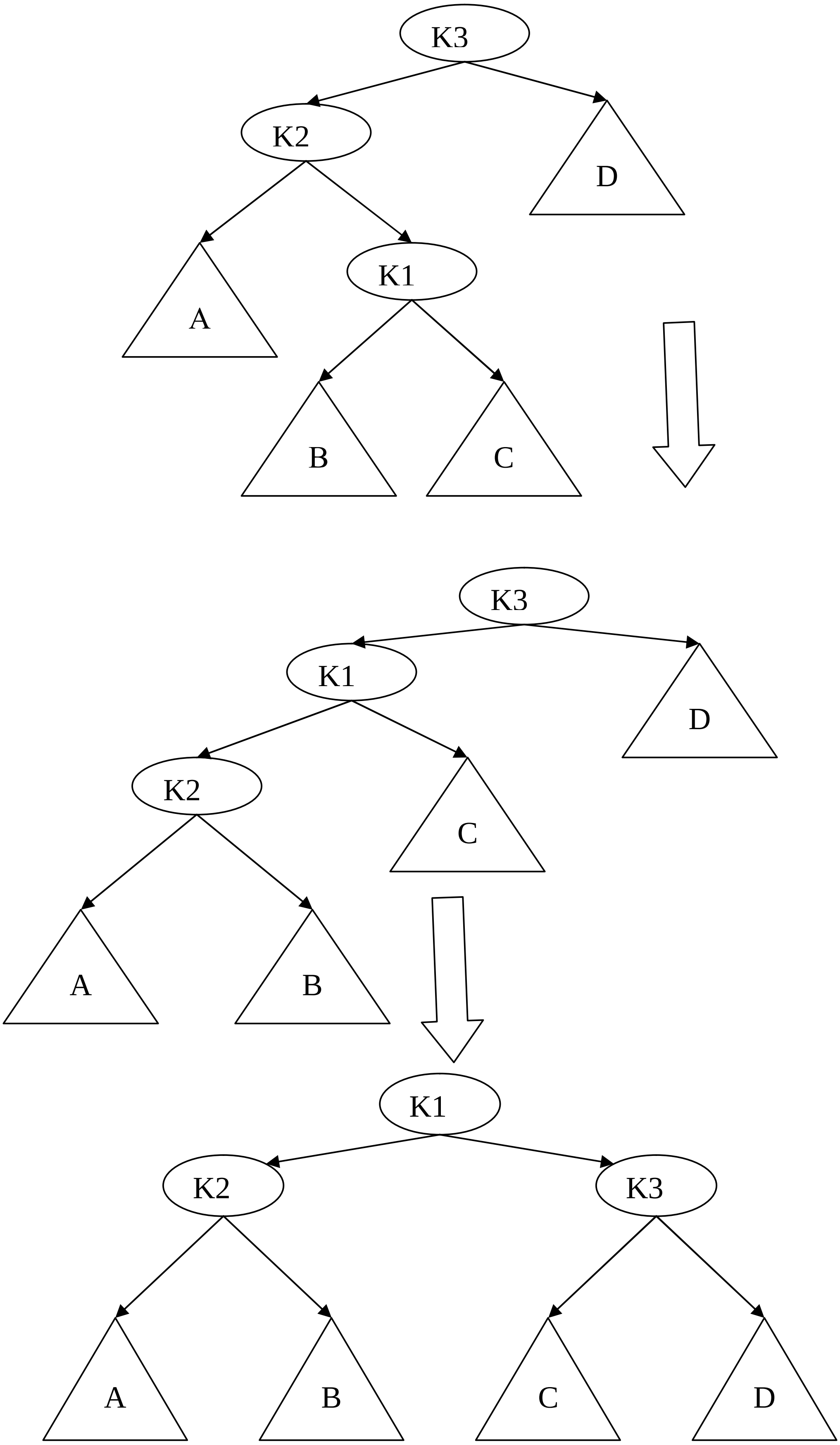


3.2 Είδη Περιστροφών

- Απλή Περιστροφή



ü Διπλή Περιστροφή

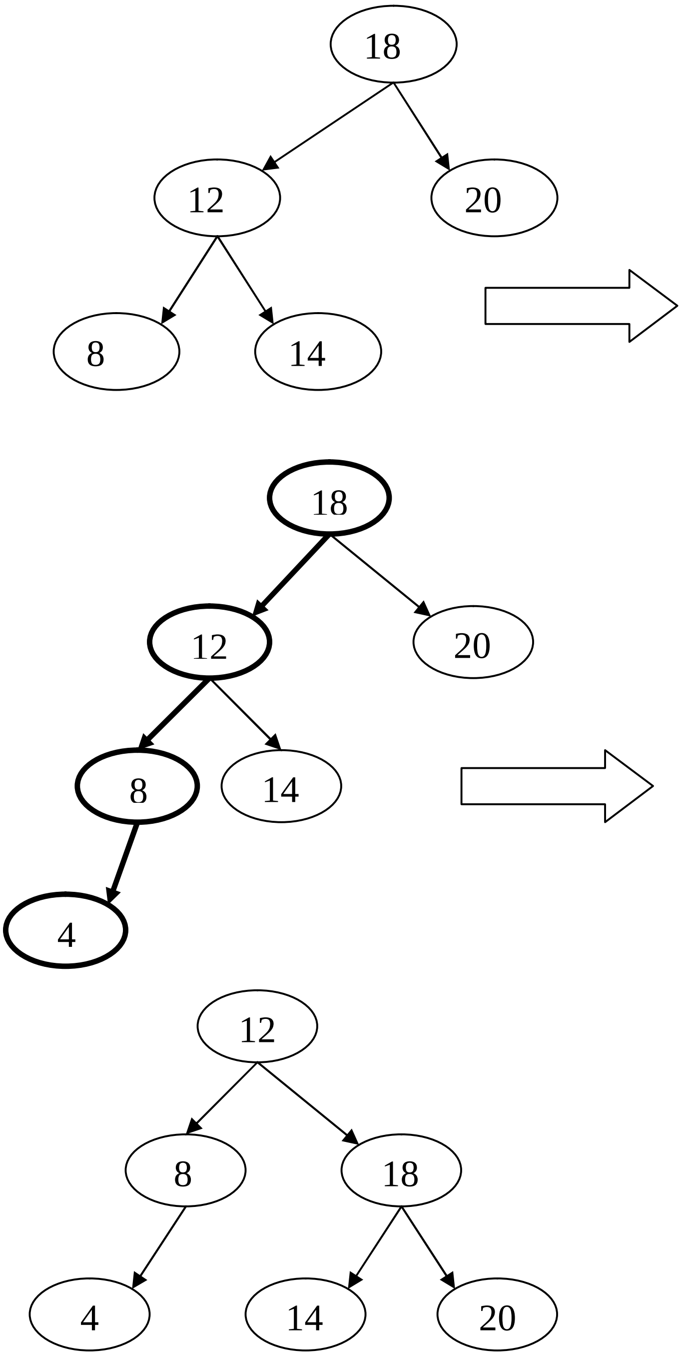


3.3 Περιπτώσεις εξισορρόπηση AVL δέντρων

ü A.A (Left of Left)

Όταν σε ένα δέντρο AVL το αριστερό υποδέντρο του είναι ψηλό και συνεχίζει να είναι ψηλό από αριστερά και στα υποδέντρα του.

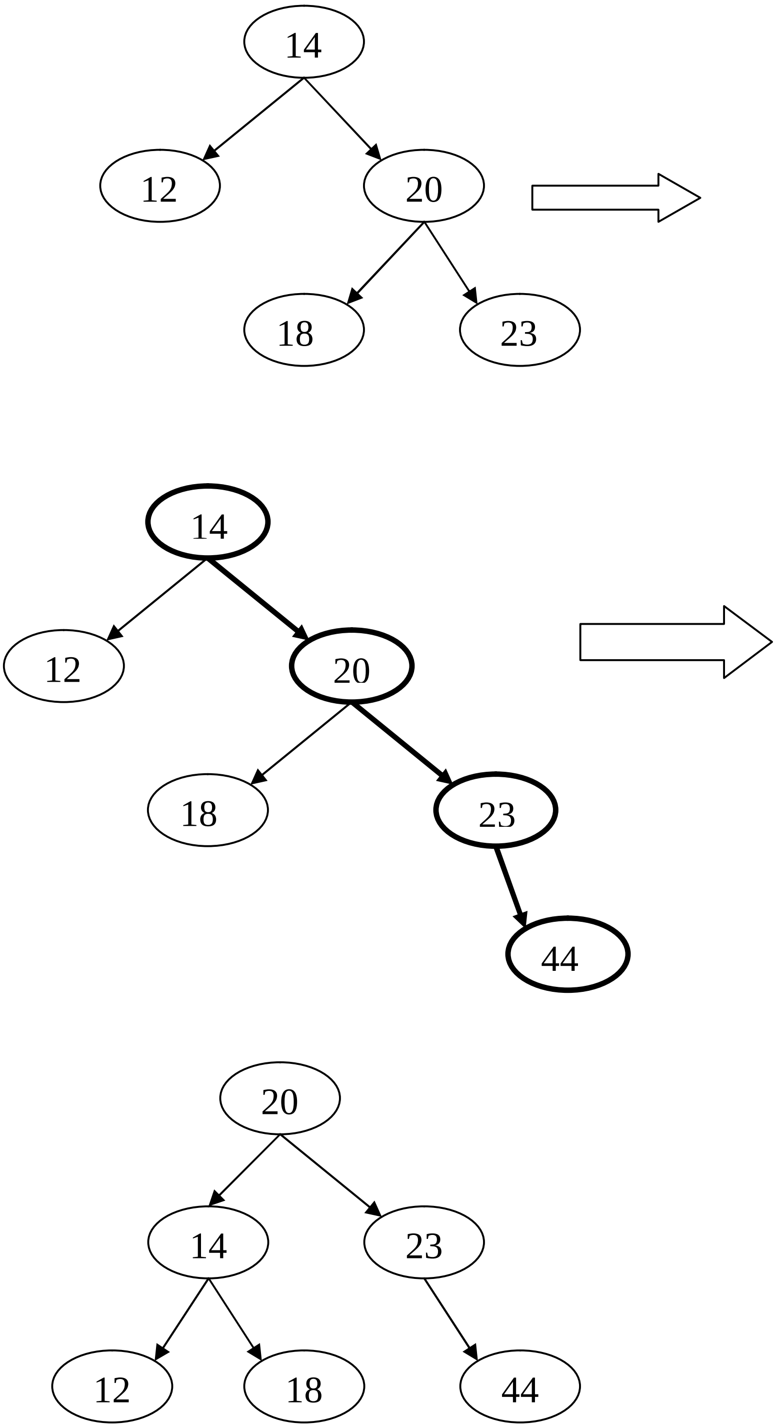
Παράδειγμα με εισαγωγή του κόμβου 4



ü Δ.Δ. (Right of Right)

Όταν σε ένα δέντρο AVL το δεξιό υποδέντρο του είναι ψηλό και συνεχίζει να είναι ψηλό από δεξιά και στα υποδέντρα του.

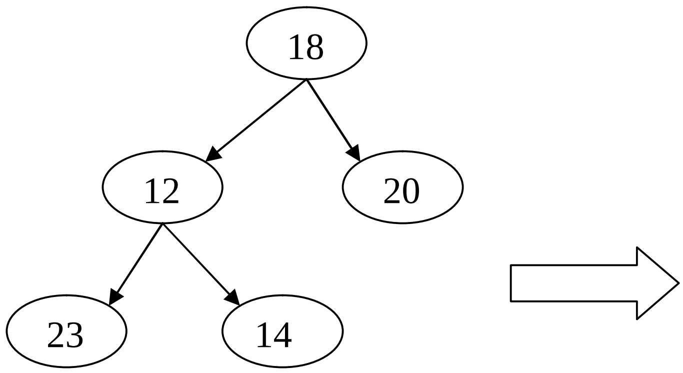
Παράδειγμα με εισαγωγή του κόμβου 44

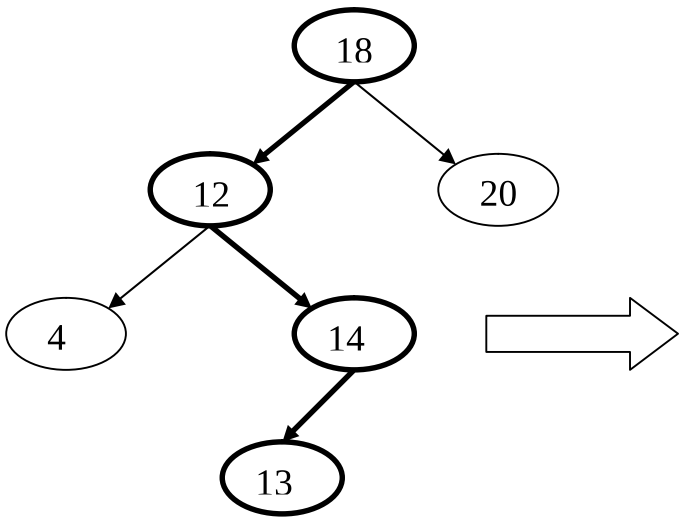


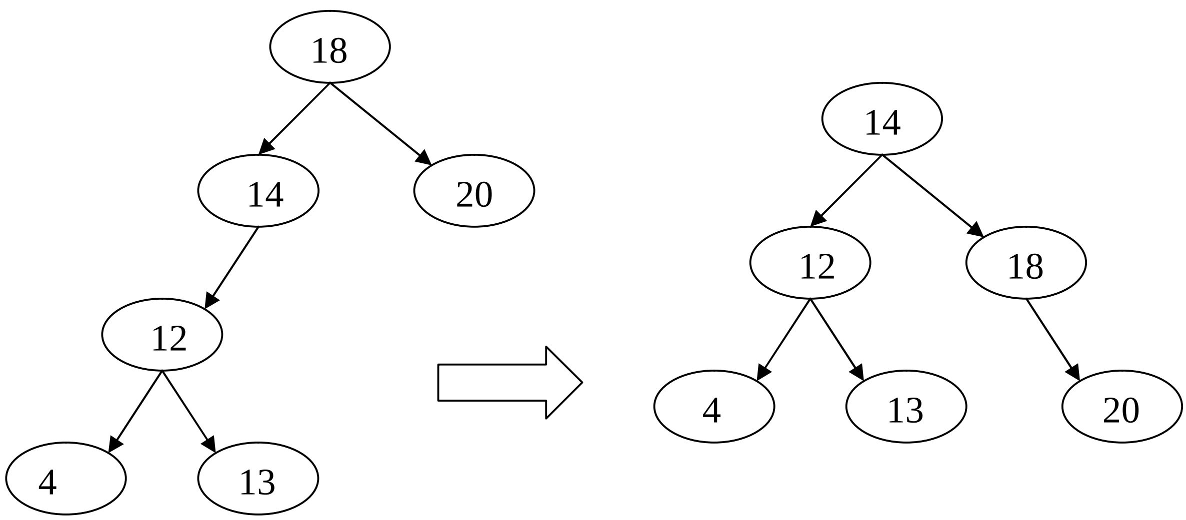
ü Δ.Α. (Right of Left)

Όταν σε ένα δέντρο AVL το αριστερό υποδέντρο του είναι ψηλό και συνεχίζει να είναι ψηλό από δεξιά και στα υποδέντρα του.

Παράδειγμα με εισαγωγή του κόμβου 13



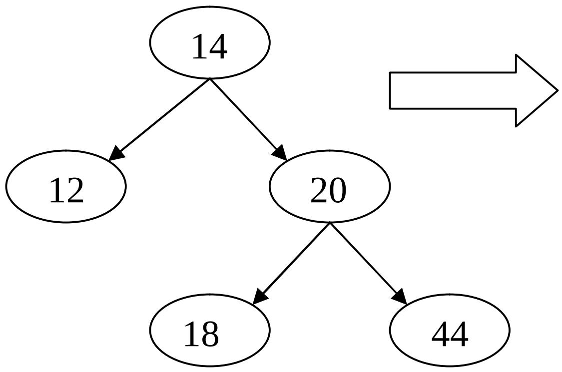


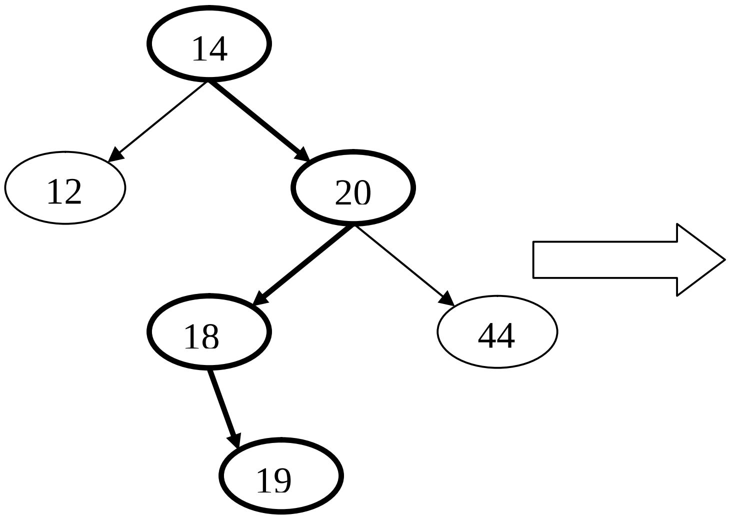


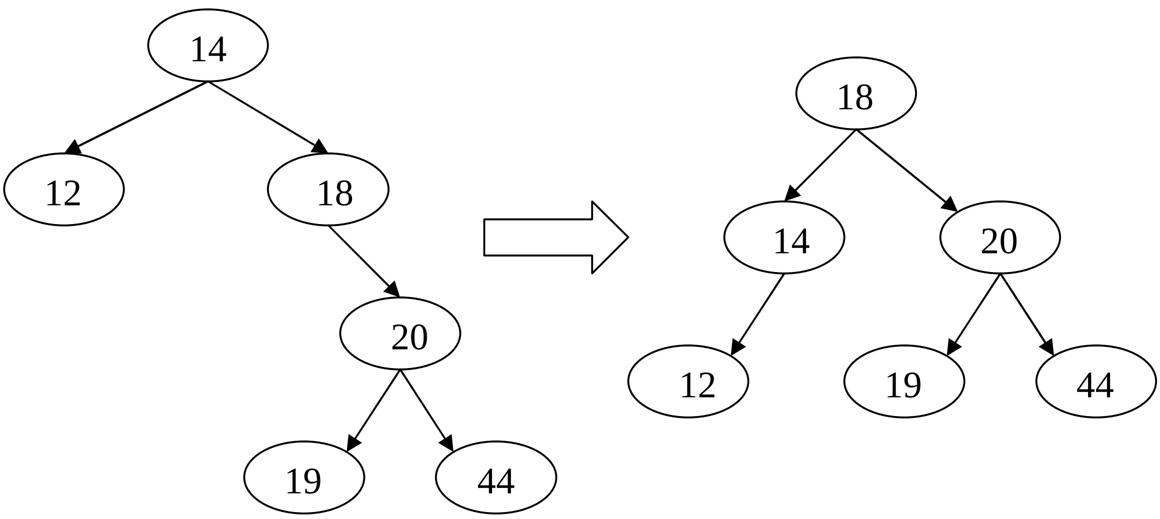
ü Α.Δ. (Left of Right)

Όταν σε ένα δέντρο AVL το δεξιό υποδέντρο του είναι ψηλό και συνεχίζει να είναι ψηλό από αριστερά και στα υποδέντρα του.

Παράδειγμα με εισαγωγή του κόμβου 19





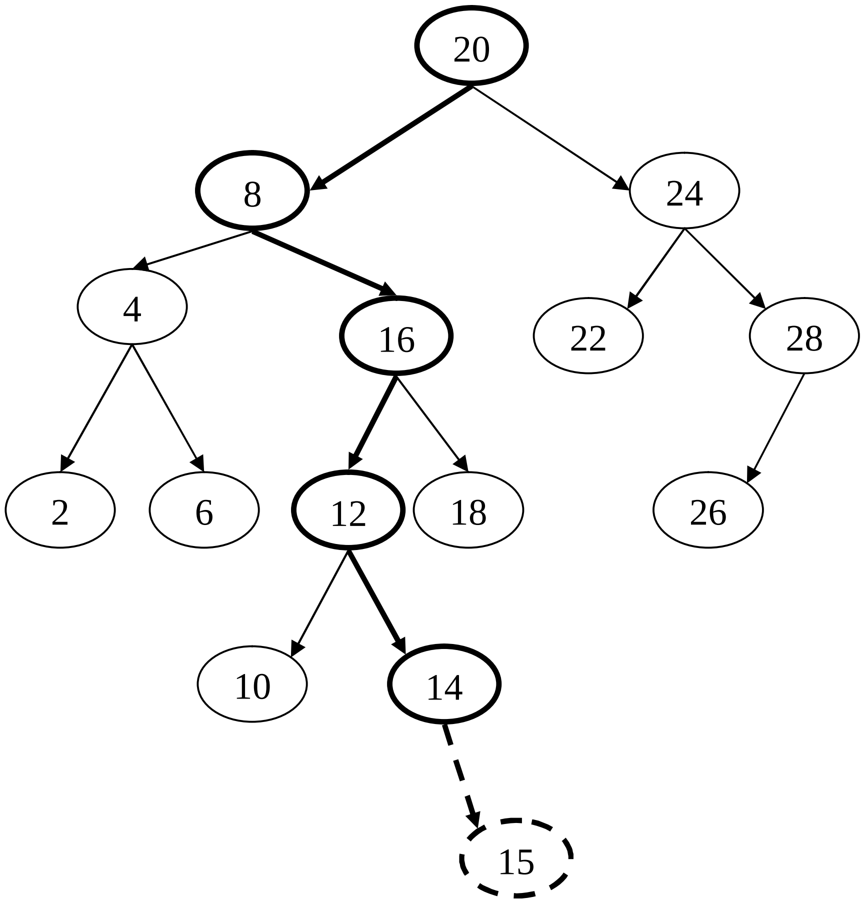


3.4 Εισαγωγή κόμβου σε AVL δέντρο

Η διαδικασία εισαγωγής κόμβου είναι παρόμοια με την εισαγωγή σε ένα δυαδικό δέντρο αναζήτησης. Πραγματοποιείται έλεγχος για το αν υπάρχει ήδη ο κόμβος στο δέντρο, αν δεν υπάρχει ακολουθείτε η διαδικασία της εισαγωγή.

Στην συνέχεια γίνεται έλεγχος του δέντρου για το αν υπάρχει ισορροπία, αν δεν υπάρχει ακολουθείται η διαδικασία επαναφοράς της ισορροπίας του δέντρου.

Παράδειγμα εισαγωγής του στοιχείου 15

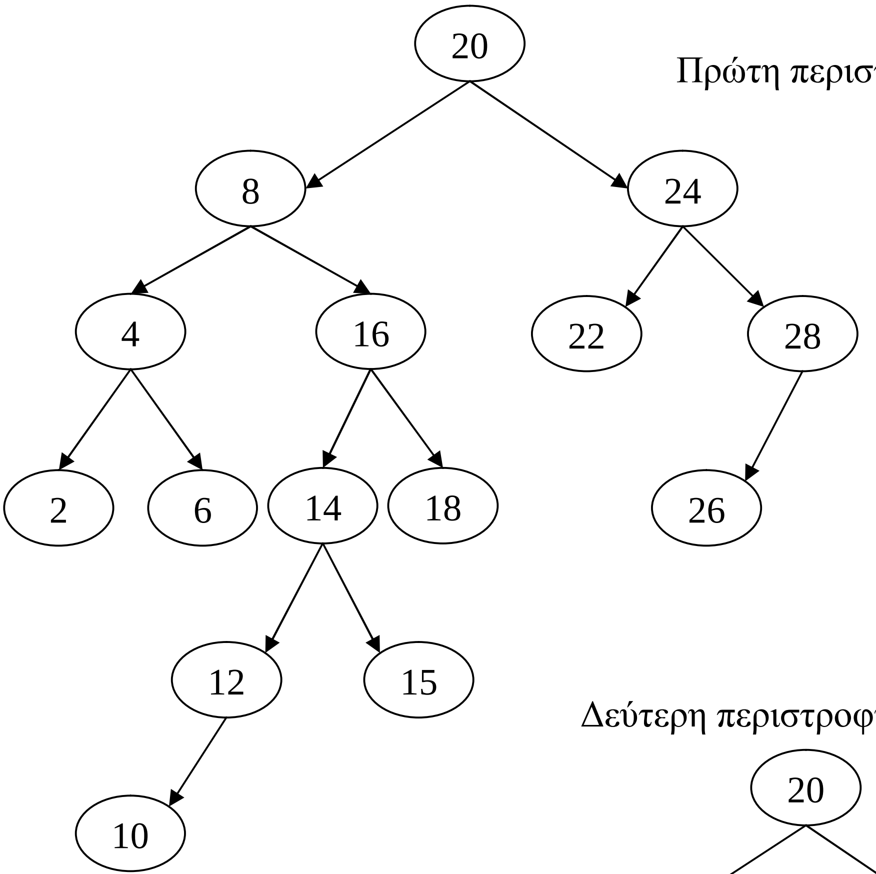


Ξεκινώντας τον έλεγχο από το νέο στοιχείο και ακολουθώντας το μονοπάτι προς την ρίζα. Στον πρώτο κόμβο που υπάρχει πρόβλημα ισορροπίας με τις αντίστοιχες περιστροφές το διορθώνουμε και συνεχίζουμε την ίδια διαδικασία ελέγχου μέχρι τη ρίζα.

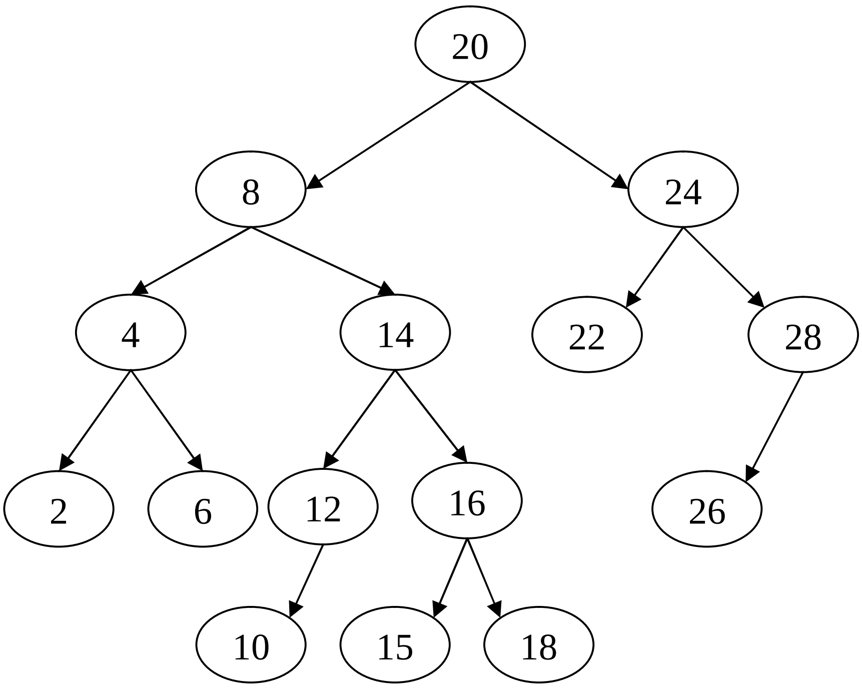
Στο παράδειγμα ξεκινώντας από τον κόμβο 15 προς την ρίζα ελέγχουμε διαδοχικά όλους τους κόμβους. Οι κόμβοι 14 και 12 δεν παρουσιάζουν πρόβλημα στην ισορροπία του δέντρου. Ελέγχοντας τον κόμβο 16 διαπιστώνουμε ότι δεν υπάρχει ισορροπία και χρειάζεται διπλή περιστροφή για να επανέλθει.

Άρα μετά τις περιστροφές το δέντρο θα είναι το εξής :

Πρώτη περιστροφή αριστερά

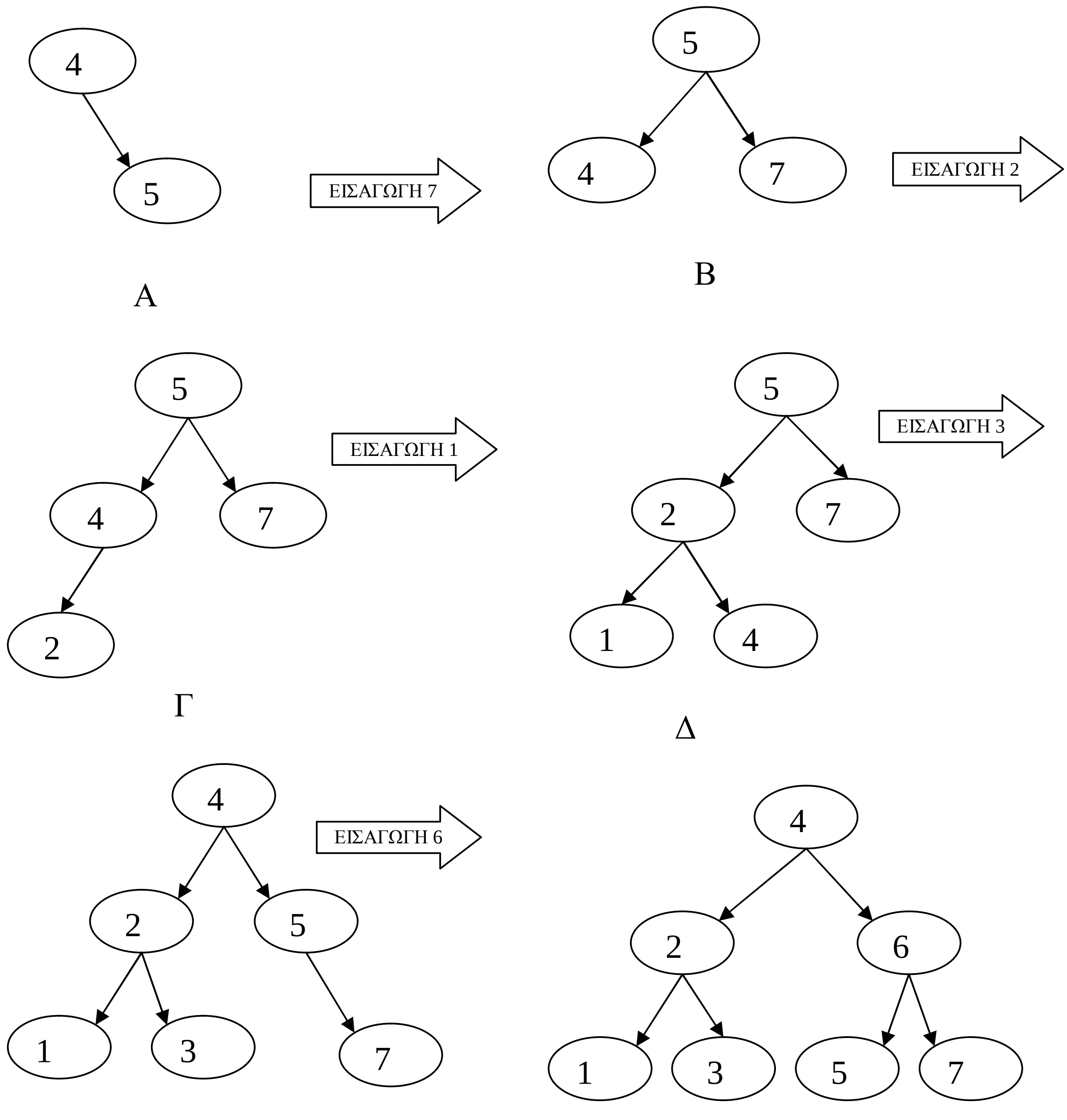


Δεύτερη περιστροφή δεξιά



3.4.1 Παράδειγμα εισαγωγής

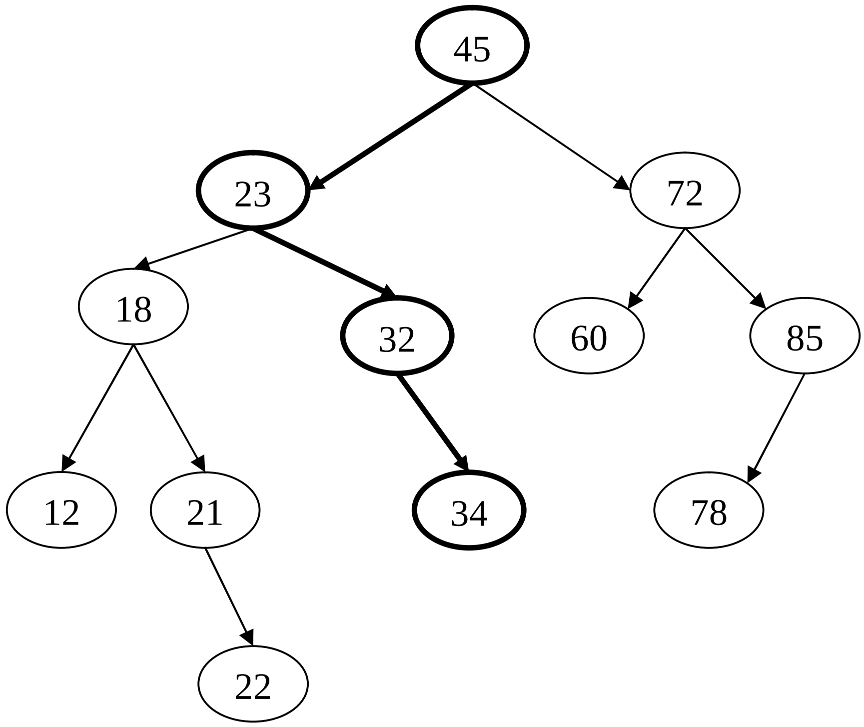
Με την εισαγωγή του κόμβου 7 δεν υπάρχει ισορροπία στο σχήμα Α, κάνοντας μια περιστροφή RR επανέρχεται όπως φαίνεται στο σχήμα Β. Με την εισαγωγή του κόμβου 2 δεν υπάρχει πρόβλημα όπως φαίνεται στο σχήμα Γ, ενώ με την εισαγωγή του κόμβου 1 χρειάζεται περιστροφή LL για να καταλήξουμε στο σχήμα Δ. Με την εισαγωγή του κόμβου 3 απαιτείται διπλή περιστροφή LR για να επανέλθει η ισορροπία στο σχήμα Ε. Τέλος με τον κόμβο 6 χρειάζεται διπλή περιστροφή RL ώστε να καταλήξουμε στο τελικό δέντρο στο σχήμα ΣΤ.



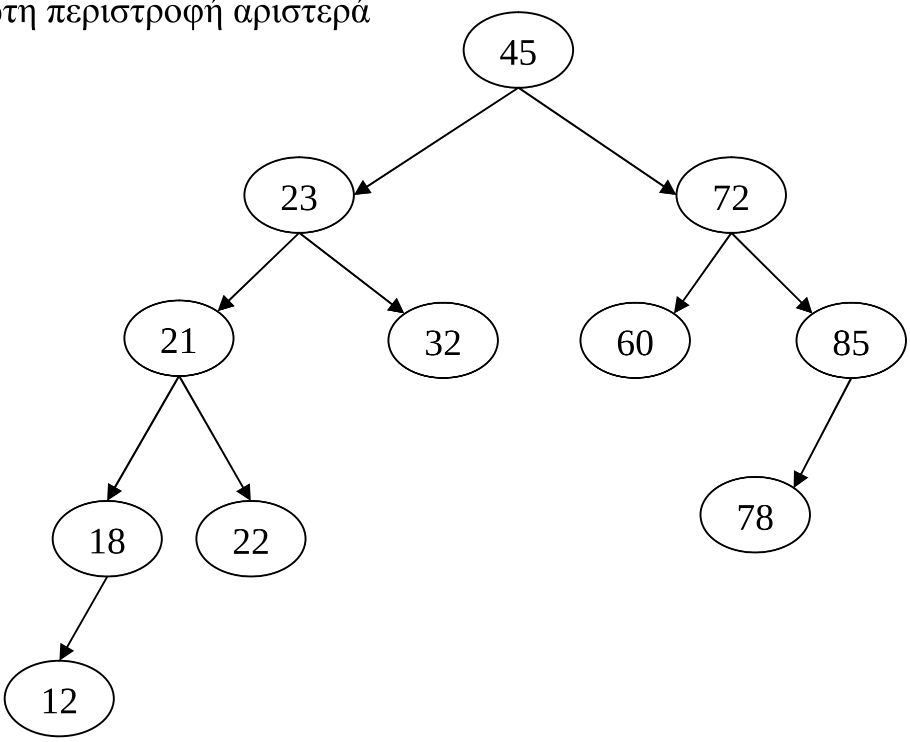
3.5 Διαγραφή κόμβου σε AVL δέντρο

Η διαδικασία διαγραφής είναι παρόμοια με τη διαδικασία εισαγωγής ενός κόμβου σε ένα δέντρο AVL. Αναζητώντας το στοιχείο που θέλουμε να διαγραφεί. Αν είναι παιδί γονέα με ένα ή δύο παιδιά και είναι τερματικός , δηλαδή φύλλο, τότε απλά διαγράφεται. και ελέγχετε αν δημιουργεί πρόβλημα ισορροπίας. Αν όμως δεν είναι τερματικός τότε με την διαγραφή προκύπτει πρόβλημα ισορροπίας οπότε πρέπει να γίνει η ανάλογη εξισορρόπηση του δέντρου με τις αντίστοιχες περιστροφές μέχρι να επανέλθει η ισορροπία στο δέντρο.

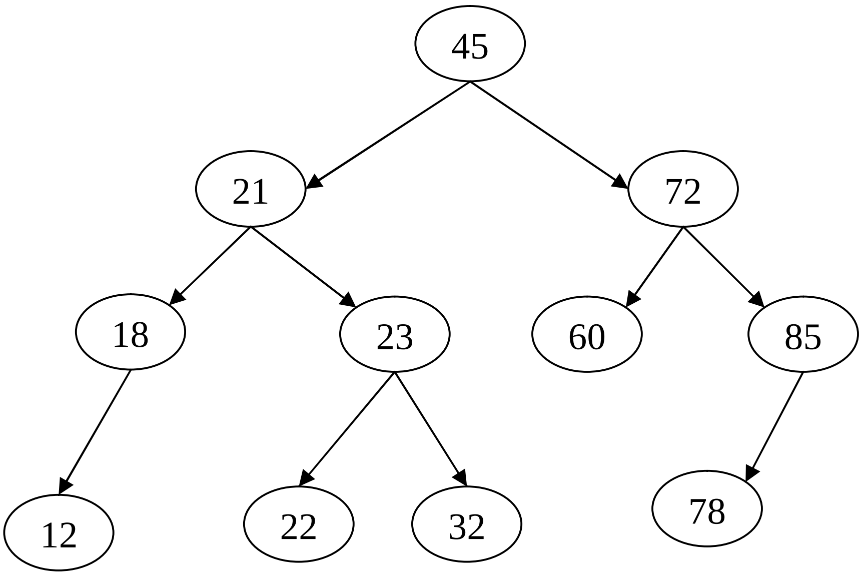
Παράδειγμα διαγραφή του στοιχείου 34



Πρώτη περιστροφή αριστερά

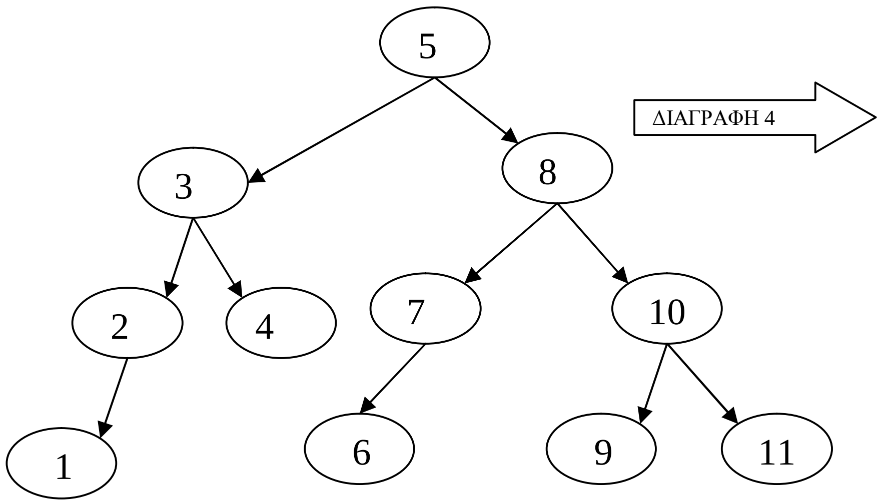


Δεύτερη περιστροφή δεξιά

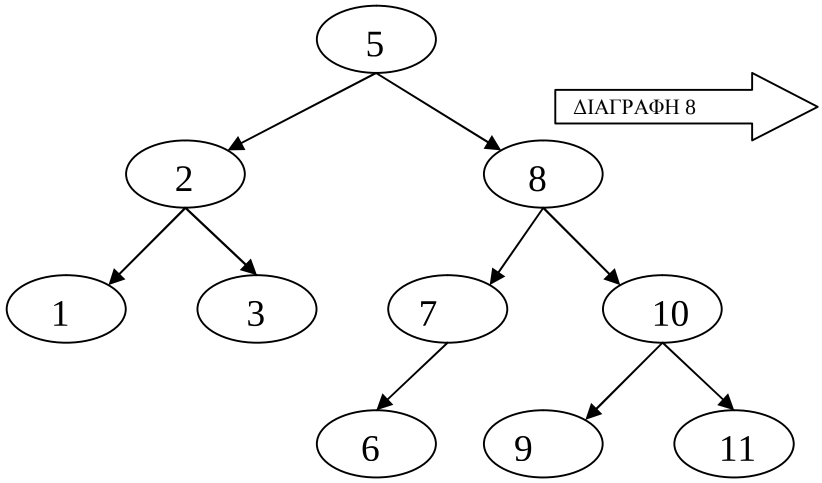


3.5.1 Παράδειγμα διαγραφής

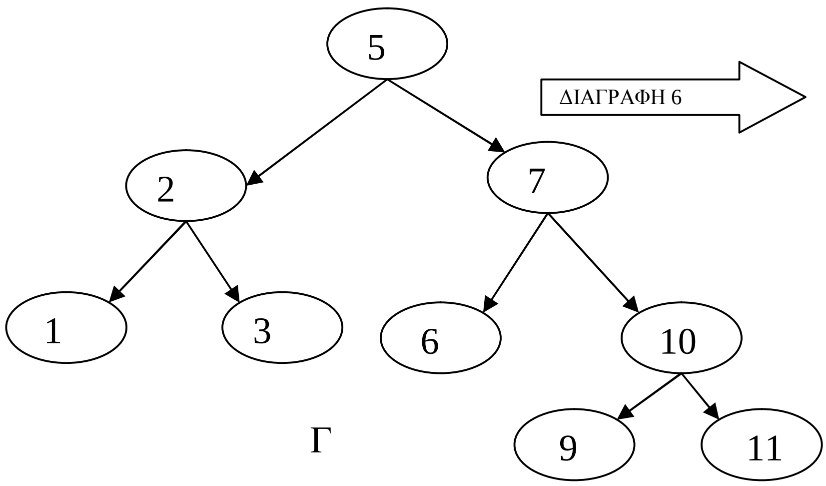
Με την διαγραφή του κόμβου 4 είναι εύκολη μιας και είναι τερματικός και με μια απλή περιστροφή LL επανέρχεται η ισορροπία στο σχήμα Β. Με την διαγραφή του κόμβου 8 δεν δημιουργεί πρόβλημα όπως φαίνεται στο σχήμα Γ, ενώ με την διαγραφή του κόμβου 6 χρειάζεται περιστροφή RR για να καταλήξουμε στο σχήμα Δ. Ομοίως με τον κόμβο 8 και ο κόμβος 5 στο σχήμα Ε. Ενώ ο κόμβος 2 με την διαγραφή του δίνει το σχήμα ΣΤ και χρειάζεται διπλή περιστροφή RL για να επανέλθει η ισορροπία, στο σχήμα Ζ είναι η πρώτη περιστροφή δεξιά και στο σχήμα Η με την αριστερή περιστροφή έχει επανέλθει η ισορροπία. Ο κόμβο 1 δεν προκαλεί προβλήματα με την διαγραφεί του όπως φαίνεται στο σχήμα Θ. Τέλος η διαγραφή του κόμβου 7 δίνει το σχήμα Ι και χρειάζεται διπλή περιστροφή LR ώστε να καταλήξουμε στο σχήμα ΙΑ όπου και είναι το τελικό μας δέντρο.



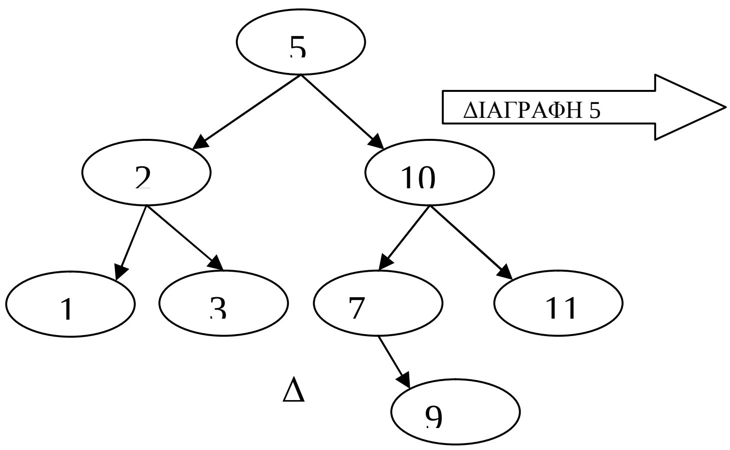
Α


5
ΔΙΑΓΡΑΦΗ 8
2
8
1
3
7
10
6
9
11

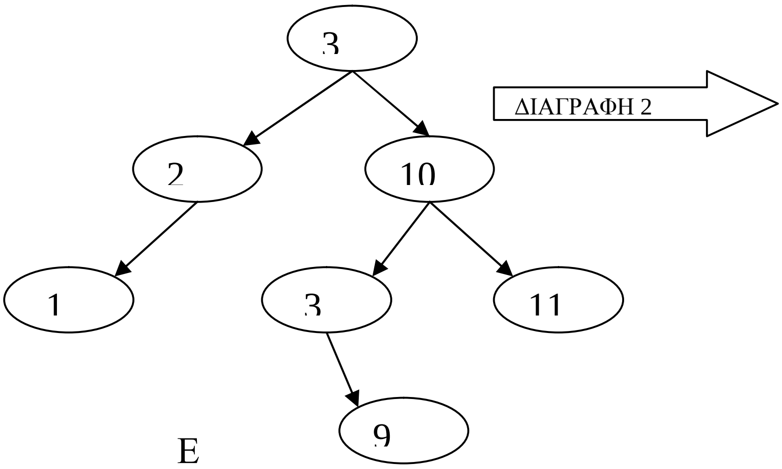
Β


5
ΔΙΑΓΡΑΦΗ 6
2
7
1
3
6
10
9
11

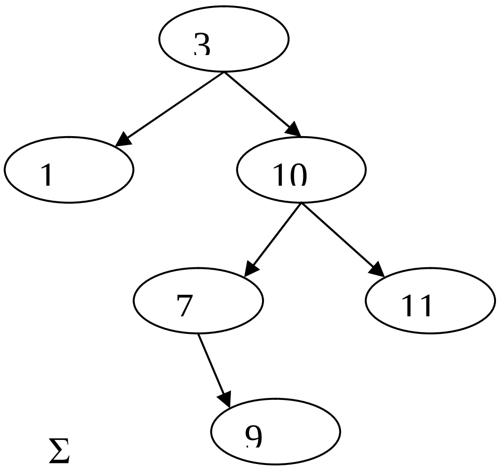
Γ


5
ΔΙΑΓΡΑΦΗ 5
2
10
1
3
7
11
9

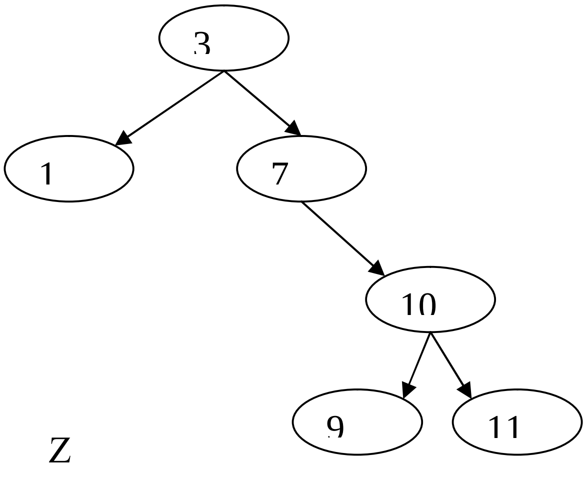
Δ



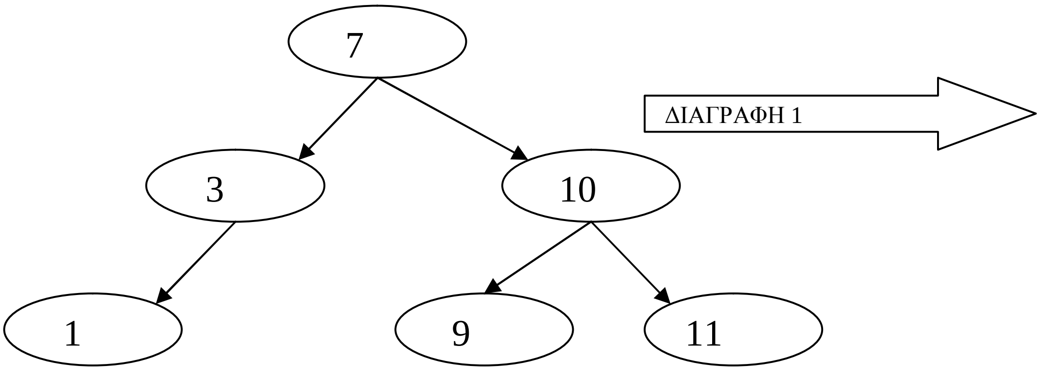
Ε



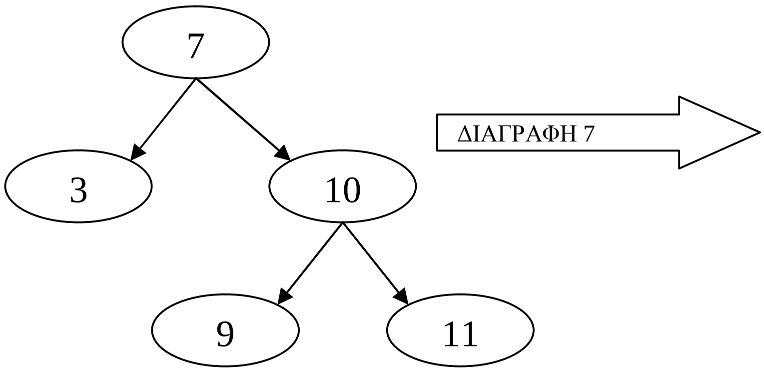
Σ



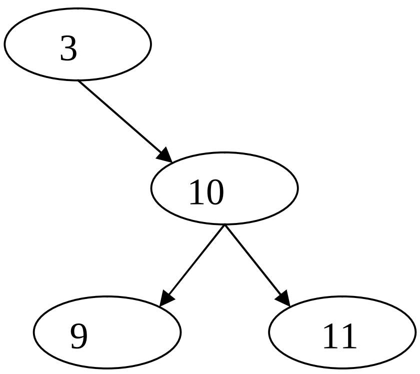
Ζ

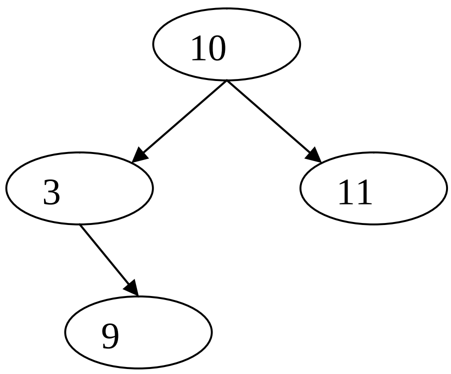


Η



Θ





Ι

ΙΑ

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

INTERNET SITE

Μιρσυλής Ν. Δομές Δεδομένων
eclass.di.uoa.gr/d12/document/%d0%e1%f1%ef%f5%f3%e9%dc%f3%e5%e9%f2/8trees.pdf

Βασίλης Βεσκούκης **Προγραμματιστικές Τεχνικές**
http://www.softlab.ntua.gr/~nickie/courses/progtech

Φωτάκης Δημήτρης Δυαδικά Δέντρα Αναζήτησης
www.icsd.aegean.gr/lecturers/fotakis/data_structures/binarysearhtrees4.pdf

Φωτάκης Δημήτρης Δέντρα Αναζήτησης
www.icsd.aegean.gr/lecturers/fotakis/data_structures/search_trees.pdf

Δημήτρης Ζεϊναλιπούρ
www.cs.ucy.ac.cy/~dzeina/courses/epl035/lectures/lect18.pdf

ΒΙΒΛΙΑ

Wirth N. Αλγόριθμοι και Δομές Δεδομένων, Εκδόσεις Κλειδάριθμος 1990

Κοίλιας Χρήστος Δομές Δεδομένων και Οργάνωση Αρχείων, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών 1993