ΑΝΩΤΑΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ
ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ &
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΜΑΘΗΜΑ: ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

« ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΛΟΓΙΑ ΣΕ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ »

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΚΑΡΚΑΤΣΟΥΛΗ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΑ
ΛΑΓΙΟΥ ΕΥΘΥΜΙΑ

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΒΑΣΙΛΗΣ

ΠΑΤΡΑ, ΜΑΪΟΣ 2007

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η Επαγωγική Στατιστική είναι η επιστήμη η οποία αναφέρεται σε μια ομάδα στατιστικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται για την εξαγωγή συμπερασμάτων, αναφορικά με έναν πληθυσμό, από τα δεδομένα που έχουμε συλλέξει από ένα δείγμα πληθυσμού. Διακρίνεται σε παραμετρικούς και μη παραμετρικούς ελέγχούς.

Οι πιο συνηθισμένοι μη παραμετρικοί έλεγχοι είναι : κριτήρια για 2 ανεξάρτητα δείγματα (έλεγχος Mann – Whitney ή u, Kolmogorov – Smirnov, και ο έλεγχος διαμέσου), κριτήρια για 2 εξαρτημένα δείγματα (έλεγχος σημείων, Wilcoxon, Mc Nemar και ο προσημικός έλεγχος), κριτήρια για κ ανεξάρτητα δείγματα (έλεγχος Kruskal-Wallis), κριτήρια για κ εξαρτημένα δείγματα (έλεγχος Friedman, και Spearman), και κριτήρια για ένα δείγμα (έλεγχος Kolmogorov – Smirnov και έλεγχος Wald Wolfowitz ή κριτήριο των ροών).

Οι πιο συνηθισμένοι παραμετρικοί έλεγχοι είναι : έλεγχος t για δύο εξαρτημένα δείγματα, ανάλυση διακύμανσης μονής κατεύθυνσης εξαρτημένων δειγμάτων για κ εξαρτημένα δείγματα, έλεγχος t για δύο ανεξάρτητα δείγματα, ανάλυση διακύμανσης μονής κατεύθυνσης για κ ανεξάρτητα δείγματα, ανάλυση διακύμανσης με δύο ανεξάρτητες μεταβλητές ανεξάρτητων δειγμάτων, ανάλυση διακύμανσης διπλής κατεύθυνσης μεικτού σχεδιασμού, ανάλυσης διακύμανσης με δύο ανεξάρτητες μεταβλητές εξαρτημένων δειγμάτων.

Στη συνέχεια, υπάρχουν εφαρμογές στο SPSS των ελεγχών για την καλύτερη κατανόηση τους. Καθώς επίσης και ένα παράδειγμα βασισμένο σε πραγματικά δεδομένα.

<u>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</u>

ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Η Επαγωγική Στατιστική είναι το μέρος εκείνο της στατιστικής που ασχολείται με τις μεθόδους που καθιστούν δυνατή τη γενίκευση των δειγματοληπτικών συμπερασμάτων στον γεννήτορα πληθυσμό, από τον οποίο πήραμε το δείγμα και μας βοηθάει στη λήψη σωστών αποφάσεων σε συνθήκες αβεβαιότητας.

Η στατιστική επαγωγή είναι δυνατόν να αναφέρεται σε οποιοδήποτε κύριο χαρακτηριστικό της κατανομής του πληθυσμού, όπως είναι ο μέσος όρος, η τυπική απόκλιση, οι ποσοστιαίες αναλογίες και οι διάφοροι δείκτες συνάφειας. Το γεγονός ότι τα συμπεράσματα που εξάγονται από ένα δείγμα γενικεύονται σε όλη την ομάδα, είναι χρήσιμο όχι μόνο στις επιστήμες της συμπεριφοράς, αλλά και σε οποιονδήποτε τομέα επιστημονικής έρευνας. Ο καθορισμός των χαρακτηριστικών μιας ευρύτερης ομάδας, από τα δεδομένα ενός σχετικά μικρού μέρους της, είναι φαινόμενο συνηθισμένο στην πρακτική τόσο της καθημερινής ζωής όσο και της επιστημονικής εργασίας.

Από τα παραπάνω καταλαβαίνουμε ότι έχει εφαρμογή μόνο στις περιπτώσεις όπου από μια μικρή ομάδα δεδομένων, επιχειρούμε να καθορίσουμε τα χαρακτηριστικά μιας ευρύτερης ομάδας του πληθυσμού. Σε περίπτωση όπου η υπό μελέτη ομάδα περιλαμβάνει όλα τα μέλη του πληθυσμού, η επαγωγική στατιστική στερείται αντικειμένου.

Την επαγωγική στατιστική τη διακρίνουμε στην στατιστική εκτίμηση και στον έλεγχο στατιστικών υποθέσεων.

Με τον όρο στατιστική εκτίμηση εννοούμε τη διαδικασία με την οποία, βασισμένη στα δεδομένα του δείγματός μας, υπολογίζουμε ποιες είναι πιθανότερες τιμές των χαρακτηριστικών του πληθυσμού. Διακρίνουμε δύο είδη στατιστικής εκτίμησης:

i. *Την εκτίμηση σημείου:* Με τη διαδικασία αυτή, για το υπό μελέτη χαρακτηριστικό του πληθυσμού, καθορίζεται μία και μόνη τιμή.

ii. *Την εκτίμηση διαστήματος:* Με τη διαδικασία αυτή, με βάση τα δεδομένα ενός δείγματος, καθορίζεται ένα διάστημα τιμών, μέσα στο οποίο αναμένεται, με έναν ορισμένο βαθμό βεβαιότητας κάθε φορά, να βρίσκεται η αληθής τιμή του πληθυσμού.

Ενώ με τον όρο: έλεγχο στατιστικών υποθέσεων ορίζουμε τη διαδικασία με την οποία, με βάση τα δεδομένα ενός δείγματος, ελέγχουμε την ορθότητα μιας γνώμης που έχουμε σχηματίσει για κάποιο χαρακτηριστικό του πληθυσμού. Πολλές φορές συμβαίνει να έχουμε σχηματίσει μια γνώμη για ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά του πληθυσμού. Τέτοιου είδους γνώμες συνήθως απορρέουν από προηγούμενες σποραδικές παρατηρήσεις ή από τα αξιώματα κάποιας θεωρίας ή από λογική επαγωγική συλλογιστική διαδικασία. Με βάση τα δεδομένα ενός δείγματος, ελέγχουμε κατά πόσον η γνώμη αυτή είναι ορθή.

1.ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΚΑΙ ΜΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΛΟΓΙΑ

1.1 ΜΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ

Εάν θέλουμε να γνωρίζουμε αν οι μέσοι όροι δύο διαφορετικών συνόλων τιμών είναι σημαντικά διαφορετικοί μεταξύ τους και δούμε πως η προϋπόθεση για κατά προσέγγιση κανονική κατανομή των τιμών κάθε μεταβλητής δεν ικανοποιείται, τότε πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τους μη παραμετρικούς ελέγχους.

Οι μη παραμετρικοί έλεγχοι είναι αυτοί με τις λιγότερες παραδοχές σχετικά με τα χαρακτηριστικά του πληθυσμού από τον οποίο προήλθαν τα δεδομένα. Είναι το αντίθετο των παραμετρικών ελέγχων(όπως ο έλεγχος t), όπου γίνονται περισσότερες παραδοχές σχετικά με τη φύση του πληθυσμού από τον οποίο προήλθαν τα δεδομένα. Ένα παράδειγμα του είδους των παραδοχών που χρησιμοποιούνται στους παραμετρικούς στατιστικούς ελέγχους είναι η παραδοχή της κανονικότητας.

Για να είμαστε ακριβείς, οι μη παραμετρικοί στατιστικοί έλεγχοι δεν εξετάζουν τις διαφορές των μέσων όρων. Δεν έχουν αυτή τη δυνατότητα γιατί χρησιμοποιούν ιεραρχημένες τιμές. Συνήθως, ελέγχουν αν οι ιεραρχίες μιας ομάδας είναι τυπικά μεγαλύτερες ή μικρότερες από αυτές των άλλων ομάδων.

1.2 ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ

Παραμετρικά στατιστικά κριτήρια είναι εκείνα στα οποία είναι γνωστή η συναρτησιακή μορφή της κατανομής του πληθυσμού από τον οποίο λαμβάνεται το δείγμα και οι παράμετροι της κατανομής είναι άγνωστες.

Για τον υπολογισμό των παραμέτρων ενός πληθυσμού, είναι αναγκαίο να γνωρίζουμε εκ των προτέρων κάποια χαρακτηριστικά του πληθυσμού, ή τουλάχιστον να έχουμε τη δυνατότητα να κάνουμε κάποιες υποθέσεις γι' αυτά.

Τα παραμετρικά κριτήρια είναι πολύ ισχυρά στατιστικά κριτήρια. Για την εφαρμογή τους θα πρέπει καταρχάς οι τιμές της κάθε ομάδας να προέρχονται από πληθυσμό που σχηματίζει κανονική κατανομή, οι διακυμάνσεις των πληθυσμών να είναι περίπου ίσες ή ομοιογενείς και τέλος, οι μετρήσεις να έχουν γίνει με τη χρήση κλίμακας ίσων διαστημάτων τουλάχιστον.

Τέτοια κριτήρια είναι : έλεγχος t για δύο εξαρτημένα δείγματα, ανάλυση διακύμανσης μονής κατεύθυνσης εξαρτημένων δειγμάτων για κ εξαρτημένα δείγματα, έλεγχος t για δύο ανεξάρτητα δείγματα, ανάλυση διακύμανσης μονής κατεύθυνσης για κ ανεξάρτητα δείγματα, ανάλυση διακύμανσης με δύο ανεξάρτητες μεταβλητές ανεξάρτητων δειγμάτων, ανάλυση διακύμανσης διπλής κατεύθυνσης μεικτού σχεδιασμού, ανάλυσης διακύμανσης με δύο ανεξάρτητες μεταβλητές εξαρτημένων δειγμάτων.

1.2.1 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

Ένα βασικό πλεονέκτημα των μη παραμετρικών κριτηρίων είναι ότι μπορούν να παραχθούν χρησιμοποιώντας απλούς συνδυαστικούς τύπους, ενώ η κατασκευή των παραμετρικών κριτηρίων απαιτεί περισσότερα μαθηματικά. Για μικρά δείγματα ($n \leq 30$) οι μη παραμετρικές διαδικασίες είναι γενικά ταχύτερες από τις κλασσικές. Σε μεγάλα όμως δείγματα τα μη παραμετρικά κριτήρια (ιδίως τα βαθμολογικά) απαιτούν περισσότερο χρόνο από τα παραμετρικά.

Όσο αφορά τώρα την αποτελεσματικότητα των κριτηρίων (παραμετρικών και μη), παρατηρούμε ότι πολλές φορές συγκρίνουμε παραμετρικές διαδικασίες με αντίστοιχες μη παραμετρικές. Αν και παράδοξη η σύγκριση αυτή έχει μεγάλη πρακτική αξία, για παράδειγμα στην περίπτωση που η απώλεια στην ισχύ ενός μη παραμετρικού κριτηρίου σε σύγκριση με ένα παραμετρικό είναι μικρή, τότε πρέπει να προτιμάται το πρώτο γιατί έχει ευρύτερο πεδίο εφαρμογών. Η κατανομή των παραμετρικών κριτηρίων κάτω από τη μηδενική υπόθεση είναι συνήθως συνεχής οπότε μπορεί κανείς να βρει κάποια τιμή του κριτηρίου για την οποία η αθροιστική συνάρτηση κατανομής είναι ακριβώς ίση με το καθορισμένο επίπεδο σημαντικότητας και επιπλέον η υπόθεση που ελέγχεται είναι ότι τα δείγματα που παίρνουν μέρος στην έρευνα προέρχονται από πληθυσμούς που σχηματίζουν κανονική κατανομή. Αντίθετα, η κατανομή των περισσότερων μη παραμετρικών κριτηρίων είναι διακριτή. Έτσι, είτε πρέπει να επιλέγεται σαν επίπεδο σημαντικότητας μια από τις διακριτές αθροιστικές πιθανότητες του κριτηρίου, είτε πρέπει να εφαρμόζεται αυτό χρησιμοποιώντας σαν επίπεδο σημαντικότητας α μια αθροιστική πιθανότητα την οποία ποτέ δεν επιτυγχάνει το κριτήριο, είναι συντηρητικό και η μηδενική υπόθεση που ελέγχεται είναι ότι οι κατανομές των πληθυσμών από τους οποίους προέρχονται τα δείγματα έχουν την ίδια μορφή και το ίδιο σχήμα.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, τα μη παραμετρικά κριτήρια δεν στηρίζονται στην προϋπόθεση ότι ο πληθυσμός από τον οποίο προέρχονται τα δεδομένα του δείγματος ακολουθεί κανονική κατανομή, αντίθετα με τα παραμετρικά κριτήρια όπου στηρίζονται σε αυτό. Αυτό δε σημαίνει ότι τα μη παραμετρικά κριτήρια δεν στηρίζονται σε προϋποθέσεις που αφορούν στην κατανομή των μεταβλητών τις οποίες μελετούν. Αντίθετα, υπάρχουν τέτοιες προϋποθέσεις, μόνο που στηρίζονται σε τελείως διαφορετική λογική. Ένα σημαντικό πλεονέκτημα των μη παραμετρικών μεθόδων είναι ότι μπορούν να εφαρμοστούν σε διατάξιμα δεδομένα ενώ οι παραμετρικές μέθοδοι προϋποθέτουν τις ίδιες τις μετρήσεις. Σε πολλές περιπτώσεις η κατανομή του δειγματοληπτούμενου πληθυσμού παρεκκλίνει τόσο πολύ από τη συμμετρία έτσι ώστε τα παραμετρικά κριτήρια (π.χ. F-test, t-test) να μην είναι τόσο ευσταθή. Αυτό συμβαίνει όταν τα μεγέθη των δειγμάτων των πληθυσμών είτε δεν είναι ίσα είτε είναι αρκετά μικρά έτσι ώστε να μη μπορεί να εφαρμοστεί το κεντρικό οριακό θεώρημα που δικαιολογεί την κατά προσέγγιση κανονικότητα. Από αυτά αντιλαμβανόμαστε ότι τα μη παραμετρικά κριτήρια μπορούν να εφαρμοστούν σε πολλά πρακτικά προβλήματα με δεδομένα κατά κατηγορίες, δηλαδή, οι παρατηρήσεις του δείγματος, είτε ποσοτικές είτε ποιοτικές, δεν υπάρχουν ξεχωριστά αλλά δίνονται μόνο με τη μορφή συχνοτήτων που αντιστοιχούν σε ορισμένες κατηγορίες.

Μια σημαντική ιδιότητα των μη παραμετρικών έχει να κάνει με το γεγονός ότι φαίνονται να είναι πιο ευαίσθητα στις διάμεσους και λιγότερο στους μέσους όρους από ότι τα παραμετρικά κριτήρια. Άρα όταν τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται ευνοούν περισσότερο τη χρήση της διαμέσου αντί του μέσου όρου, τότε τα μη παραμετρικά κριτήρια είναι πιο κατάλληλα.

2. ΜΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ

2.1 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ ΔΥΟ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

Στην περίπτωση που ο ερευνητικός σχεδιασμός δεν στοχεύει στον έλεγχο της διαφοράς μεταξύ των μέσων όρων δύο ανεξάρτητων δειγμάτων τότε τα κατάλληλα μη παραμετρικά τεστ είναι: το Mann-Whitney(U),Kolmogorov-Smirnov και Διαμέσου.

2.1.1 MANN-WHITNEY (U)-ΕΛΕΓΧΟΣ ΟΜΟΙΟΓΕΝΕΙΑΣ

Το κριτήριο U εφαρμόζεται όταν έχουμε τουλάχιστον διατάξιμα δεδομένα και στην περίπτωση που θέλουμε να αποφύγουμε την υπόθεση της κανονικότητας που απαιτείται για το t-test. Επίσης για την ορθή χρήση του κριτηρίου, το n [το πλήθος των ατόμων στην καθεμία από τις δύο συνθήκες (n_1,n_2)] να είναι μικρότερο από 20.

Ο γενικός κανόνας που ακολουθούμε στη διατύπωση υποθέσεων τόσο στο κριτήριο U όσο και για τα υπόλοιπα μη παραμετρικά κριτήρια είναι ο εξής:

Η μηδενική υπόθεση που εξετάζουμε είναι η

H_0: Οι κατανομές των τιμών των πληθυσμών από τους οποίους προήλθαν οι δύο ομάδες είναι ακριβώς ίδιες.

Ενώ η εναλλακτική υπόθεση

H_1: Οι κατανομές των τιμών των πληθυσμών από τους οποίους προήλθαν οι δύο ομάδες διαφέρουν ως προς τους μέσους όρους τους· δηλαδή $\mu_1 \neq \mu_2$.

Αν υποθέσουμε ότι κάποιο δείγμα θα πάει καλύτερα από το άλλο, τότε θα πρέπει να διατυπώσουμε μια υπόθεση μονής κατεύθυνσης.

Σε αυτή την περίπτωση η μηδενική υπόθεση είναι

H_0: Οι κατανομές των τιμών των πληθυσμών από τους οποίους προήλθαν οι δύο ομάδες είναι ακριβώς ίδιες.

Ενώ η εναλλακτική υπόθεση

H_1: Οι κατανομές των τιμών των πληθυσμών από τους οποίους προήλθαν οι δύο ομάδες διαφέρουν ως προς τους μέσους όρους τους· δηλαδή $\mu_1 < \mu_2$ ή $\mu_1 > \mu_2$.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΚΡΙΤΗΡΙΟΥ U

1ος ΤΡΟΠΟΣ

Για να υπολογίσουμε το στατιστικό κριτήριο Mann-Whitney (U), πρέπει να βρούμε δύο U, ένα για κάθε ομάδα (U_1 και U_2). Συγκεκριμένα, τα U_1 και U_2 βρίσκονται από τους τύπους:

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1$$

Και

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - R_2$$

Όπου,

n_1 = ο αριθμός των στοιχείων του πρώτου δείγματος

n_2 = ο αριθμός των στοιχείων του δεύτερου δείγματος

R_1 = το άθροισμα των ιεραρχήσεων για το πρώτο δείγμα

R_2 = το άθροισμα των ιεραρχήσεων για το δεύτερο δείγμα.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, για να εφαρμόσουμε σωστά το κριτήριο, είναι απαραίτητο τα δεδομένα μας να έχουν μετρηθεί σε ιεραρχική κλίμακα. Για το λόγο αυτό, το πρώτο πράγμα που πρέπει να κάνουμε είναι να ιεραρχήσουμε τα δεδομένα μας ανεξάρτητα από το δείγμα στο οποίο ανήκουν, ξεκινώντας πάντοτε από τη μικρότερη και καταλήγοντας στη μεγαλύτερη. Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί ότι, επειδή χρησιμοποιούμε ανεξάρτητα δείγματα, δεν είναι απαραίτητο να συμμετέχει ίδιος αριθμός ατόμων και στα δύο δείγματα.

Το επόμενο βήμα είναι να υπολογίσουμε το άθροισμα των ιεραρχήσεων για κάθε δείγμα ξεχωριστά (R_1 και R_2). Το U με τη μικρότερη τιμή είναι το τελικό αποτέλεσμα.

2ος ΤΡΟΠΟΣ

Σύμφωνα με τον Pagano (1994), επειδή πάντοτε $U_1+U_2= n_1n_2$, μπορούμε υπολογίζοντας μόνο το U (π.χ. U_1) να υπολογίσουμε αυτόματα και το άλλο U (π.χ. U_2) χρησιμοποιώντας τον τύπο $U_2= n_1n_2- U_1$. Επιπλέον, ο συγκεκριμένος τύπος ($U_1+U_2= n_1n_2$) μπορεί να λειτουργήσει ως έλεγχος της ορθότητας του υπολογισμού των δύο U, καθώς το άθροισμά τους θα πρέπει να ισούται με το γινόμενο του αριθμού των ατόμων που συμμετείχαν στην έρευνα.

Για να απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση, η τιμή U που υπολογίστηκε πρέπει να είναι ίση ή μικρότερη από την κρίσιμη τιμή. Χρησιμοποιώντας μόνο το κατάλληλο επίπεδο σημαντικότητας α και για δεδομένα n_1, n_2 οι τιμές παριστάνουν τα άνω και κάτω όρια της κρίσιμης περιοχής. Εάν δηλαδή η τιμή του κριτηρίου είναι έξω από τα όρια αυτά η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται στο αντίστοιχο επίπεδο σημαντικότητας α.

N>20

Όταν το N>20, η κατανομή του U πλησιάζει την κανονική κατανομή, με μέσο όρο και τυπική απόκλιση όπως ορίζονται από τις ακόλουθες εξισώσεις $\mu_U= \frac{n_1 n_2}{2}$ και $\sigma_U=\sqrt{\frac{n_1 n_2(n_1+n_2+1)}{12}}$. Σε αυτή την περίπτωση είναι προτιμότερο να μετατρέψουμε την τιμή U που βρήκαμε σε τυπική τιμή (z-τιμή) δηλαδή

$$z_U = \frac{U-\mu_u}{\sigma_u} = \frac{U-\frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1+n_2+1)}{12}}}$$

Όπου,

U=η τιμή U από την εφαρμογή του τύπου για n_1, n_2<20

n_1= το πλήθος των στοιχείων στο πρώτο δείγμα και

n_2= το πλήθος των στοιχείων στο δεύτερο δείγμα.

και στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τη δειγματοληπτική κατανομή των τυπικών τιμών, να ελέγξουμε τις υποθέσεις μας.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Έστω δύο δείγματα μεγέθους n_1= 6 και n_2= 8.

n_1	230	2700	3400	87000	14000	25000		
n_2	4000	19000	1200000	2300	8500	2700	3400	370

Σύμφωνα με τον έλεγχο Mann-Whitney (U), κατασκευάζουμε τον πίνακα[1] διαβαθμίσεως των στοιχείων.

A		**B**	
n_1	**Διαβάθμιση**	**n_2**	**Διαβάθμιση**
230	1	4000	8
2700	4,5	19000	11
3400	6,5	1200000	14
87000	13	2300	3

[1] Ιεραρχούμε τις τιμές και των δύο μαζί ξεκινώντας πάντα από την μικρότερη τιμή.

14000	10	8500	9
25000	12	2700	4,5
		3400	6,5
		370	2
R_1	**47**	**R_2**	**58**

Όπου R_1 και R_2 το άθροισμα των διαβαθμίσεων.

Υπολογίζουμε το :

$$U_1 = 6 \times 8 + \frac{6(6+1)}{2} - 47 = 22$$

$$U_2 = 6 \times 8 + \frac{8(8+1)}{2} - 58 = 26$$

Μεταξύ των U_1 και U_2 επιλέγουμε αυτό με τη μικρότερη τιμή, $U_1 < U_2$, άρα $U = 22$.

Από τον πίνακα Mann-Whitney ότι $U_{6,8,0.01} = 6$. Άρα, επειδή $U > U_{a/2,\ (6,8)}$ αποδεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση H_0

2.1.2 ΕΛΕΓΧΟΣ KOLMOGOROV-SMIRNOV

Ο συγκεκριμένος έλεγχος χρησιμοποιείται για έλεγχο ομογένειας και είναι περισσότερο αποτελεσματικός απ' ότι ο έλεγχος της διαμέσου (όπου θα αναφερθούμε παρακάτω) και των Mann-Whitney για μικρά δείγματα. Αντίθετα ο έλεγχος αυτός δεν είναι τόσο αποτελεσματικός, όσο ο έλεγχος των Mann-Whitney, για μεγάλα δείγματα.

Έστω ότι έχουμε δύο ανεξάρτητα τυχαία δείγματα $X_1, X_2, \ldots, X_\nu$ και $Y_1, Y_2, \ldots, Y_\kappa$ από τις κατανομές F(x) και G(x) αντίστοιχα. Η μηδενική υπόθεση είναι:

H_0: Τα δύο δείγματα προέρχονται από την ίδια κατανομή

ενώ η εναλλακτική υπόθεση είναι:

H_1: Τα δύο δείγματα προέρχονται από διαφορετικές κατανομές.

Για να υπολογίσουμε το στατιστικό έλεγχο Kolmogorov-Smirnov πρέπει να γίνει κατάταξη των δύο δειγμάτων σε κατανομές χρησιμοποιώντας τις ίδιες κλάσεις και να βρεθούν οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες F(x) και G(x) των κατανομών των δύο δειγμάτων. Στη συνέχεια υπολογίζουμε τη διαφορά $|F(x)-G(x)|$ για κάθε κλάση και βρίσκουμε το $D = \sup$[2] $|F(x)- G(x)|$ με κρίσιμη περιοχή D_α. Σε περίπτωση που το $D \leq D_\alpha$ αποδεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση H_0, δηλαδή ότι τα δύο δείγματα προήλθαν από την ίδια κατανομή.

Εάν τώρα έχουμε μονόπλευρο έλεγχο η μηδενική μας υπόθεση παραμένει η ίδια, ενώ η εναλλακτική υπόθεση γίνεται ως εξής:

H_1': $F(x) \geq G(x)$, για κάθε x, με το μεγαλύτερο να ισχύει για τουλάχιστον ένα x.

τότε χρησιμοποιούμε το κριτήριο

$$D^+ = \sup\,[F(x)- G(x)]\,,$$

με κρίσιμη περιοχή

$$D^+ \geq D^+_{(\alpha)}.$$

ή

H_1'': $F(x) \leq G(x)$, για κάθε x με το μικρότερο να ισχύει για τουλάχιστον ένα x, τότε χρησιμοποιούμε το κριτήριο

$$D^- = \sup\,[G(x)-F(x)]\,,$$

με κρίσιμη περιοχή

$$D \geq D^-_{(\alpha)}.$$

[2] $\mathrm{Sup} = -\infty < x < +\infty$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Η μηνιαία κατανάλωση γάλακτος x ανά οικογένεια για 50 οικογένειες από την Αθήνα και 80 οικογένειες από τη Θεσσαλονίκη, δίνεται παρακάτω. Θέλουμε να ελέγξουμε την υπόθεση ότι οι κατανομές των οικογενειών ως προς την κατανάλωση γάλακτος είναι η ίδια στις δύο πόλεις. Ο πίνακας συμπληρώνεται με τις δειγματικές αθροιστικές συχνότητες και την απόλυτη διαφορά τους.

x(λίτρα)	**Αθήνα**	**Θεσσαλονίκη**	**$F_{50}(x)$**	**$G_{80}(x)$**	**$\lvert G_{80}(x) - F_{50}(x) \rvert$**
1	0	2	0,00	0,025	0,025
2	1	4	0,02	0,075	0,055
3	4	10	0,10	0,200	0,100
4	10	22	0,30	0,475	0,175
5	10	15	0,50	0,662	0,162
6	8	10	0,60	0,787	0,127
7	6	7	0,78	0,875	0,095
8	5	4	0,88	0,925	0,045
9	3	3	0,94	0,962	0,022
10	1	1	0,96	0,975	0,015
11	1	1	0,98	0,987	0,007
12	0	1	0,98	1,000	0,020
13	1	0	1,00	1,000	0,000
>13	0	0			
ΣΥΝΟΛΟ	**50**	**80**			

Από τα δεδομένα προκύπτει ότι $D_{50,80}$ = 0,175. Από τον πίνακα Kolmogorov-Smirnov για α = 5 % προκύπτει

$$D_{50,80}(0{,}05) = 1{,}36\sqrt{\frac{50+80}{50\times 80}} = 0{,}245.$$

Επειδή $D_{50,80} < D_{50,80}$ (0,05) δεν μπορούμε να απορρίψουμε την H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας α = 5%, πράγμα που σημαίνει ότι οι κατανομές των οικογενειών ως προς την κατανάλωση γάλακτος είναι η ίδια στις δύο πόλεις.

2.1.3 ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΙΑΜΕΣΟΥ

Το κριτήριο της Διαμέσου δίνει πληροφορίες αν δύο ανεξάρτητες ομάδες παρατηρήσεων προέρχονται από πληθυσμούς με την ίδια διάμεσο.

Εδώ πρέπει να προσέξουμε διότι πολλές φορές τυχαίνει πολλά από τα στοιχεία των δύο δειγμάτων, να συμπίπτουν με τη διάμεσο του κοινού δείγματος των δύο αυτών δειγμάτων. Οπότε δεν είναι δυνατόν να καταχωρήσουμε τα στοιχεία αυτά ως μεγαλύτερα ή μικρότερα από τη διάμεσο. Σε αυτές τις περιπτώσεις όταν το $n = n_1 + n_2$ είναι αρκετά μεγάλο, τότε τα στοιχεία αυτά που είναι ίσα με τη διάμεσο, δεν τα λαμβάνουμε υπόψη στην ανάλυση. Όταν όμως το n είναι μικρό, τότε τα στοιχεία αυτά τα κατανέμουμε ισομερώς, ανάμεσα στις δύο κλάσεις μεγαλύτερα από Μ (διάμεσος) και μικρότερα από Μ.

Η μηδενική υπόθεση στον έλεγχο της διαμέσου είναι :

H_0: οι διάμεσοι των πληθυσμών είναι ίσοι

ενώ η εναλλακτική υπόθεση είναι:

H_1: οι διάμεσοι των πληθυσμών είναι άνισοι.

Για να υπολογίσουμε τον έλεγχο της διαμέσου καταρχάς σημειώνουμε τα στοιχεία των δύο δειγμάτων κατά αύξουσα σειρά μεγέθους, σαν τα δύο δείγματα να αποτελούν μόνο ένα δείγμα. Στη συνέχεια βρίσκουμε τη διάμεσο των στοιχείων και σημειώνουμε για κάθε δείγμα ξεχωριστά, τα στοιχεία του που είναι μεγαλύτερα ή μικρότερα από τη διάμεσο. Λαμβάνοντας υπόψη το διαχωρισμό των στοιχείων, σχηματίζουμε έναν πίνακα κατατάξεως 2x2. Στον πίνακα αυτόν εφαρμόζουμε τον έλεγχο χ^2.

Όταν το $\chi^2 < \chi^2_\alpha(\nu)$, για $\alpha = 0{,}05$ τότε αποδεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση H_0, δηλαδή αποδεχόμαστε ότι οι διάμεσοι των δύο πληθυσμών είναι ίσοι μεταξύ τους.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Έστω X_i και Y_j μετρούν τη μηνιαία παραγωγή αυγών ανά στρουθοκάμηλο, όταν τρέφονται με δύο διαφορετικές τροφές. Να ελεγχθεί σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0{,}05$, αν αυτές οι δύο τροφές επηρεάζουν διαφορετικά τη μέση μηνιαία παραγωγή αυγών.

X_i	20	20	21	22	23	19	22	17	18	21	22	23	19	18	23	19	18	20	24	17	22
Y_i	18	19	21	23	18	24	24	25	19	22	24	25	19	25	24	22	23	20	22		

$$M = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_{21} + Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_{19}}{40} = 21{,}5.$$

Συνεπώς, από τα στοιχεία X_i, 8 είναι μεγαλύτερα από τη διάμεσο και 13 στοιχεία είναι μικρότερα από αυτήν. Ενώ από τα στοιχεία Y_j, 12 στοιχεία είναι μεγαλύτερα από το 21,5 και 7 στοιχεία είναι μικρότερα από 21,5.

ΚΡΙΤΗΡΙΑ	X	Y	ΣΥΝΟΛΟ
ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΑ ΑΠΟ Μ	8	12	20
ΜΙΚΡΟΤΕΡΑ ΑΠΟ Μ	13	7	20
ΣΥΝΟΛΟ	21	19	40

$$\chi^2 = \frac{40(|8\times 7 - 13\times 12| - \frac{1}{2}\times 40)^2}{20\times 20\times 21\times 19} = 1,604$$

$\chi^2 < \chi_\alpha^2(\nu)$= 3,84, για α = 0,05 και ν = 1, όπως προκύπτει από τον πίνακα, συνεπάγεται ότι δεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση H_0. Αποδεχόμαστε δηλαδή ότι οι διάμεσο των δύο πληθυσμών είναι ίσοι μεταξύ τους, ή ότι οι δύο τροφές δεν επηρεάζουν διαφορετικά τη μέση παραγωγή αυγών των στρουθοκαμήλων.

2.2 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ ΔΥΟ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

Τα μη παραμετρικά κριτήρια για δύο εξαρτημένα δείγματα είναι: Wilcoxon (T), έλεγχος σημείων, Προσημικός έλεγχος και Mc Nemar.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε τις παρατηρήσεις X_i,Y_i από τις n μονάδες ενός τυχαίου δείγματος και ότι εξαρτώνται μεταξύ τους. Έστω ότι $d_i = Y_i - X_i$, i=1,2,…,n i διάφορο του j και d_i,d_j είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους. Επίσης υποθέτουμε ότι d_i=M+ε_i όπου M : η διαφορά των αποτελεσμάτων των δυο καταστάσεων ,από τις οποίες προέκυψαν οι παρατηρήσεις Y_i και X_i και όπου ε_i: οι ανεξάρτητες τιμές μιας συνεχούς κατανομής με διάμεσο μηδέν.

Οι υποθέσεις που ελέγχουμε είναι :

H_0: M = 0

H_1 : M $\neq$ 0 ή >0 ή <0

Για να ελέγξουμε αυτές τις υποθέσεις θα ασχοληθούμε με δυο ελέγχους : τον έλεγχο των σημείων και τον έλεγχο Wilcoxon.

2.2.1 ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ

Ο έλεγχος αυτός απαριθμεί τις θετικές και αρνητικές διαφορές d_i. Αν D είναι ο αριθμός των θετικών ή των αρνητικών d_i τότε έχουμε:

$H_0 : P(d_i<0) = P(d_i>0) = ½$

Ο δείκτης D ακολουθεί διωνυμική κατανομή με παραμέτρους n,k και p=½.

Αν κ είναι η τιμή του D που παρατηρήθηκε στο δείγμα, τότε υπολογίζουμε την πιθανότητα $\alpha^* = P(D \leq k) = \sum_{D=0}^{\kappa} \binom{n}{D} p^D (1-p)^{n-D}$

Σε επίπεδο σημαντικότητας α, ο παραπάνω έλεγχος ανάγεται στον εξής:

Αν α* <α/2, ή α (δίπλευρος ή μονόπλευρος έλεγχος) απορρίπτουμε την H_0.

Αν α*>= α/2, ή α (δίπλευρος ή μονόπλευρος έλεγχος) αποδεχόμαστε την H_0.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Οι συντελεστές πεπτικότητας ξηράς τροφής σε 8 μοσχάρια πριν και μετά την υποβολή τους σε κάποιο συγκεκριμένο στρες, δίνεται παρακάτω

n	1	2	3	4	5	6	7	8
Πριν Y_i	64,2	58,7	63,1	62,5	59,8	59,2	60,2	61,3
Μετά X_i	63,6	58,7	63,9	59,3	57,6	60,3	59,4	58,2

Να βρεθεί σε επίπεδο σημαντικότητας α = 0,05, αν η επιβολή του στρες στα μοσχάρια επηρεάζει το συντελεστή πεπτικότητας.

Οι στατιστικές υποθέσεις στο πρόβλημα αυτό είναι:

H_0 : δεν επηρεάζεται ο συντελεστής πεπτικότητας

H_1 : επηρεάζεται ο συντελεστής πεπτικότητας.

Για τον έλεγχο αυτόν παίρνουμε τις διαφορές:

$d_i = Y_i - X_i$	0,6	0	-0,8	3,2	2,2	-1,1	0,8	3,1
Σημεία	+	0	-	+	+	-	+	+

Από τις διαφορές προκύπτει ότι έχουμε 2 αρνητικά σημεία , 5 θετικά σημεία και ένα μηδέν. Θα αγνοήσουμε το μηδέν, οπότε από n = 8, θα έχουμε n = 7 και θα εργαστούμε με τα αρνητικά σημεία, γιατί είναι μικρότερα στον αριθμό, οπότε k=2. Άρα:

$$\alpha^* = \sum_{D=0}^{2} \binom{7}{D} 0{,}5^D 0{,}5^{7-D} = \binom{7}{0} 0{,}5^0 0{,}5^{7-0} + \binom{7}{1} 0{,}5^1 0{,}5^{7-1} + \binom{7}{2} 0{,}5^2 0{,}5^{7-2} = 0{,}2266$$

2.2.2 ΕΛΕΓΧΟΣ WILCOXON

Βελτίωση του έλεγχου των σημείων αποτελεί ο έλεγχος wilcoxon γιατί εκτός από τα σημεία των διαφορών των τιμών των ζευγαριών, παίρνει υπόψη και τη διαβάθμιση κατά σειρά μεγέθους των απόλυτων τιμών των διαφορών αυτών.

Τον έλεγχο αυτό τον χρησιμοποιούμε όταν θέλουμε να διαπιστώσουμε κατά πόσο υπάρχουν διαφορές μεταξύ δυο συνθηκών μιας ανεξάρτητης μεταβλητής με σχεδιασμό εξαρτημένων δειγμάτων.

Οι υποθέσεις στην περίπτωση που διατυπώνουμε μια υπόθεση διπλής κατεύθυνσης είναι οι εξής :

H_0 : το άθροισμα των ιεραρχήσεων με θετικό πρόσημο θα ισούται με το άθροισμα των ιεραρχήσεων με αρνητικό πρόσημο.

H_1 : το άθροισμα των ιεραρχήσεων με θετικό πρόσημο δεν ισούται με το άθροισμα των ιεραρχήσεων με αρνητικό πρόσημο.

Οι υποθέσεις σε περίπτωση μόνης κατεύθυνσης, δηλαδή όταν θέλουμε να επιχειρήσουμε μια πρόβλεψη για το αποτελεσμα, είναι οι εξής:

H_0 : το άθροισμα των ιεραρχήσεων με θετικό πρόσημο θα είναι μεγαλύτερο από το άθροισμα των ιεραρχήσεων με αρνητικό πρόσημο.

Στην περίπτωση που υποθέτουμε ότι οι κατανομές των δυο πληθυσμών είναι ίδιες σε όλα τα χαρακτηρίστηκα τους εκτός από τους δείκτες κεντρικής τάσης, η μηδενική και η εναλλακτική υπόθεση θα αναφέρονται στο μέσο όρο των τιμών των δυο πληθυσμών:

H_1 : ο μέσος όρος της μιας ομάδας (συνθήκης) θα είναι μεγαλύτερος από το μέσο όρο της άλλης συνθήκης ($\mu_1>\mu_2$ ή $\mu_1<\mu_2$).

Για να υπολογίσουμε τον έλεγχο του Wilcoxon πρέπει πρώτα να γίνει ο υπολογισμός των διαφορών των τιμών των ζευγαριών X_i,Y_i, έπειτα γίνεται διαβάθμιση των απόλυτων τιμών κατά σειρά μεγέθους, αντιστοιχώντας τον αριθμό 1 στη μικρότερη απόλυτη διάφορα. Οι διαφορές που είναι ίσες με μηδέν δε λαμβάνονται υπόψη και στις ισοψηφίες διαφορών, οι οποίες όμως έχουν διαφορετικό σημείο, αντιστοιχίζεται ο μέσος όρος των αντίστοιχων διαβαθμίσεων. Στη συνέχεια επισυνάπτουμε τα σημεία των διαφορών στη σειρά των διαβαθμίσεων, υπολογίζουμε το άθροισμα των ψηφίων των αρνητικών, T^-, και των θετικών, T^+, διαβαθμίσεων. Ισχύει ότι $T^-+T^+=\frac{n_1(n_1+1)}{2}$. Βρίσκουμε το μικρότερο από τα T^- και T^+ δηλαδή $T=\min(T^-,T^+)$, συγκρίνουμε τη τιμή T με την τιμή $T_{\alpha/2(n)}$ ή $T_{\alpha(n)}$, για μέγεθος δείγματος n και επίπεδο σημαντικότητας α.

Τέλος αν $T_\alpha<T_{\alpha/2(n)}$ ή $T_{\alpha(n)}$, απορρίπτουμε την υπόθεση H_o.

Αν $T_\alpha\geq T_{\alpha/2(n)}$ ή $T_{\alpha(n)}$, αποδεχόμαστε την υπόθεση H_o

Για N>25 ισχύει προσεγγιστικά ότι

$$T \sim N\left[\frac{n(n+1)}{4},\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}\right]$$

Για μεγάλα δείγματα ακολουθείται ο έλεγχος της κανονικής κατανομής, ο οποίος είναι :

$$Z = \frac{T-\mu_\tau}{\sigma_\tau} = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} \sim N(0,1)$$

Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι έλεγχος του Wilcoxon είναι πολύ πιο ισχυρός, από τον έλεγχο των σημείων.

Εκτός από αυτούς τους δυο έλεγχους υπάρχει ένας ακόμη έλεγχος στα κριτήρια για δυο εξαρτημένα δείγματα ο οποίος είναι ο *προσημικος έλεγχος*.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Εξετάζουμε την αρτηριακή πίεση 10 ασθενών πριν (x) και μετά (y) την χορήγηση κάποιου φαρμάκου κατά της πίεσης. Έχουμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

ασθενής, i	πίεση πριν, x_i	πίεση μετά, y_i	Διαφορά $d_i = x_i - y_i$	$\mid d_i \mid$	Βαθμός $\mid d_i \mid$	Βαθμός αρνητικών d_i	Βαθμός θετικών d_i
1	15	11	4	4	8		8
2	13	13	0	-			
3	17	15	2	2	5,5		5,5
4	17	14	3	3	7		7
5	18	17	1	1	2,5		2,5
6	15	14	1	1	2,5		2,5
7	13	14	-1	1	2,5	2,5	
8	12	10	2	2	5,5		5,5

9	13	14	-1	1	2,5	2,5	
10	19	13	6	6	9		9
				n = 9		$T^- = 5$	$T^+ = 40$
Έλεγχος: $T^- + T^+ = 45$, $n(n+1)/2 = 9\times10/2 = 45$						$T = \min(5,40) = 5$	

Από τον πίνακα Wilcoxon βλέπουμε ότι η κρίσιμη τιμή για α= 1% (μονόπλευρος έλεγχος) είναι 3. Επειδή όμως Τ= 5>3 η H_0 δεν μπορεί να απορριφθεί σε επίπεδο σημαντικότητας 1%. Βλέπουμε όμως από τον ίδιο πίνακα ότι η H_0 απορρίπτεται για α= 2%

2.2.3 ΠΡΟΣΗΜΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

Ο προσημικος έλεγχος είναι χρήσιμος όταν γίνεται εκτίμηση μιας έρευνας που καταγράφει την προτίμηση των συμμετεχόντων στην ερευνά, αλλά όχι και το βαθμό προτίμησης τους. Σημαντικό πλεονέκτημα του έλεγχου αυτού είναι ότι δε χρειάζεται να κάνουμε περιοριστικές παραδοχές για τη φύση του πληθυσμού.

Το μειονέκτημα του είναι ότι αγνοεί κάποιες πληροφορίες που ίσως, σε κάποιες περιπτώσεις, να έχουμε στη διάθεσή μας.

Η υπόθεση που γίνεται εδώ είναι, ότι η πιθανότητα μια παρατήρηση να είναι μεγαλύτερη από την μ_0, είναι ίση με την πιθανότητα η παρατήρηση αυτή να είναι μικρότερη από τη μ_0. Έτσι έχουμε :

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_1 : \mu > \mu_0$, $H_1 : \mu < \mu_0$, $H_1 : \mu \neq \mu_0$

Αντικαθιστούμε τις παρατηρήσεις του δείγματος με το πρόσημο + ή με το πρόσημο – εάν η παρατήρηση είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη της τιμής μ_0 αντίστοιχα και παραλείπεται, εάν αυτή είναι ίση με την τιμή μ_0 τότε το σύνολο των πρόσημων συνιστά δείγμα από διωνυμικη κατανομή και βάση της υποθέσεως που κάναμε περιμένουμε τα πρόσημα + και – να είναι εξίσου κατανεμημένα. Έτσι ο αρχικός έλεγχος μεταπίπτει στον έλεγχο της αρχικής υποθέσεως.

$H_0 : p=1/2$

$H_1 : p<1/2 , p>1/2 , p\neq 1/2$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τον αριθμό των οπτικών επαφών κάποιων βρεφών με τις μητέρες τους στον έκτο και ένατο μήνα. Ο σκοπός ανάλυσης είναι να διαπιστώσουμε αν μεταβάλλεται ο αριθμός των οπτικών επαφών μεταξύ αυτών των ηλικιών.

ΜΩΡΟ	ΕΞΙ ΜΗΝΩΝ	ΕΝΝΕΑ ΜΗΝΩΝ
Α	3	7
Β	5	6
Γ	5	3
Δ	4	8
Ε	3	5
ΣΤ	7	9
Ζ	8	7
Η	7	9

Για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$

Ο έλεγχος που θα κάνουμε είναι:

H_0 : δεν υπάρχει σημαντική αλλαγή στην ποσότητα των οπτικών επαφών μεταξύ 6 και 9 μηνών.

H_1 : υπάρχει σημαντική αλλαγή στην ποσότητα των οπτικών επαφών μεταξύ 6 και 9 μηνών.

$p = 0.289 > \alpha = 0,05$

Άρα για επίπεδο σημαντικότητας 0,05 αποδεχόμαστε την H_0, δηλαδή δεν υπάρχει σημαντική αλλαγή στην ποσότητα των οπτικών επαφών μεταξύ 6 και 9 μηνών.

2.2.4 ΚΡΙΤΗΡΙΟ MC NEMAR

Αυτό το κριτήριο το χρησιμοποιούμε όταν θέλουμε να ελέγξουμε τη μεταβολή στη συμπεριφορά των ατόμων ενός πληθυσμού, πριν και μετά τη μεσολάβηση κάποιου γεγονότος. Οι υποθέσεις είναι οι εξής:

H_0: δεν υπάρχει μεταβολή στη συμπεριφορά των ατόμων ενός πληθυσμού, μετά τη μεσολάβηση κάποιου γεγονότος.

H_1: Υπάρχει μεταβολή στη συμπεριφορά των ατόμων ενός πληθυσμού, μετά τη μεσολάβηση κάποιου γεγονότος.

Όταν $\chi^2 > \chi_1^2$ σε επίπεδο σημαντικότητας α, η υπόθεση H_0 απορρίπτεται.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Έστω ότι θέλουμε να ελέγξουμε αν υπάρχει μεταστροφή των ψηφοφόρων μετά από κάποια συνέντευξη κάποιου υποψήφιου. Επιλέγουμε ένα τυχαίο δείγμα ψηφοφόρων οι οποίοι απαντούν σε κάποιες ίδιες ερωτήσεις (ναι – όχι) πριν και μετά την συνέντευξη. Σχηματίζουμε έναν πίνακα, όπου τα σύμβολα + και - χρησιμοποιούνται για να δηλώσουν τις διαφορετικές αποκρίσεις:

	ΜΕΤΑ		
	-	+	
ΠΡΙΝ	A	B	-
	C	D	+

Στα κελιά A και D παρατηρούμε αλλαγή στη συμπεριφορά των ατόμων, ενώ στα κελιά B και C δεν παρατηρείται καμία αλλαγή.

Η ποσότητα:

$$\chi^2 = \frac{(A-D)^2}{(A+D)}$$

ακολουθεί ασυμπτωτικά την κατανομή χ_1^2.

Η αρχική υπόθεση

H_0: δεν υπάρχει μεταβολή στη συμπεριφορά.

Ενώ η εναλλακτική:

H_1: υπάρχει μεταβολή στη συμπεριφορά.

Άρα όταν $\chi^2 > \chi_1^2$ σε επίπεδο σημαντικότητας α, η υπόθεση H_0 απορρίπτεται.

Όταν όλες οι αναμενόμενες συχνότητες είναι πολύ μικρές, τότε στην ποσότητα χ^2 κάνουμε τη διόρθωση της συνέχειας του Yates και υπολογίζουμε την ποσότητα χ'^2, που ακολουθεί επίσης την χ^2_1 και είναι:

$$\chi_1'^2 = \frac{(|A-D|-1)^2}{A+D}$$

2.3 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ Κ ΔΕΙΓΜΑΤΑ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ

2.3.1 ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΩΝ KRUSKALL-WALLIS

Είναι για περισσότερα από δυο ανεξάρτητα δείγματα. Αν κ=2 τότε ο έλεγχος ισοδυναμεί με τον Mann-Whitney και του Wilcoxon. Συνήθως ο έλεγχος αυτός εφαρμόζεται όταν τα στοιχεία προέρχονται σύμφωνα με το εντελώς τυχαιοποιημένο σχέδιο και όταν δεν ισχύουν οι προϋποθέσεις του σχεδίου αυτού.

Οι υποθέσεις είναι οι εξής :

H_0 : Οι κατανομές των τιμών των πληθυσμών είναι ακριβώς ίδιες.

Ενώ η εναλλακτική υπόθεση:

H_1: Οι κατανομές των τιμών των πληθυσμών διαφέρουν μόνο ως προς τους μέσους όρους τους.

Για να υπολογίσουμε τον έλεγχο αυτό ακολουθούμε τα εξής βήματα :

Αν έχουμε k δείγματα, με n_1, n_2, …,n_k =n (ο συνολικός αριθμός των ατόμων του δείγματος) τότε διαβαθμίζουμε τα στοιχεία και των k δειγμάτων, επισυνάπτοντας αριθμούς από 1 έως n, βρίσκουμε τα αθροίσματα των διαβαθμίσεων για κάθε δείγμα χωριστά, R_i, για i=1,2,…,k. Στη συνέχεια υπολογίζουμε τη ποσότητα Η,

όπου $H=\frac{12}{n(n+1)}\times\sum\left(\frac{R_j^2}{n_i}\right)-3(n+1)$

Όταν υπάρχουν ισοψηφίες, η $H' = \frac{H}{1-\sum t_j\left(t_j^2-1\right)/n\left(n^2-1\right)}$ όπου η άθροιση γίνεται

για τις j ομάδες ισοψηφιών, με t_j το μέγεθος κάθε ομάδας ισοψηφιών.

Όταν είναι k=3 και $n_i \leq 5$ για i=1,2,3 τότε η κρίσιμη τιμή H_α βρίσκεται από τον πίνακα Kruskall- Wallis. Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις η H_α βρίσκεται στον πίνακα της $\chi^2(\nu=\kappa-1)$ κατανομής.

Αν $H \geq H_{\alpha}$, τότε απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση. Απορρίπτουμε δηλαδή την υπόθεση ότι τα δείγματα προήλθαν από τον ίδιο πληθυσμό.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Στον παρακάτω πίνακα σημειώνεται η διάρκεια παρασιτισμού σε θηλυκά D. Marginatus, κάτω από διαφορετικές συνθήκες φωτοπεριόδου στους 25° C. Να ελεγχθεί, σε επίπεδο σημαντικότητας α = 0,05, αν οι διαφορετικές αυτές συνθήκες φωτοπεριόδου επηρεάζουν διαφορετικά τη διάρκεια παρασιτισμού.

Φωτοπερίοδος (ώρες φωτός / ημέρα)					
6 ώρες		**12 ώρες**		**18 ώρες**	
Ημέρες	**Διαβάθμιση**	**Ημέρες**	**Διαβάθμιση**	**Ημέρες**	**Διαβάθμιση**
7,2	1	10,1	6,5	9,7	5
14,5	14	8,5	2	11,0	11
13,0	13	11,2	12	10,4	8
10,9	9,5	9,1	4	10,9	9,5
10,1	6,5			8,9	3
R_1	**44**	**R_2**	**24,5**	**R_3**	**36,5**

Έχουμε n= 14 στοιχεία. n_1= 5 με R_1= 44, n_2= 4 με R_2= 24,5 και n_3= 5 με R_3= 36,5. Επιπλέον παρατηρούμε δύο ισοψηφίες (j = 1, 2) με δύο στοιχεία η καθεμία (t_j= 2,2).

Από τον τύπο έχουμε ότι:

$$H=\frac{12}{14(14+1)}\left(\frac{44^2}{5}+\frac{24{,}5^2}{4}+\frac{36{,}5^2}{5}\right)-(14+1)=0{,}9264$$

Επειδή έχουμε δύο ισοψηφίες θα υπολογίσουμε:

$$H' = {}^{0,964}\Big/\left[1-\frac{1}{14(14^2-1)}\left(2(2^{2-1})+2(2^2-1)\right)\right] = 0,9305$$

Από τον πίνακα KRUSKALL-WALLIS, για α= 0,05, $n_1 = 5$, $n_2 = 4$ και $n_3 = 5$, έχουμε ότι H_α= 5,6429. Επειδή τώρα είναι H' = 0,9305 < H_α= 5,6429, αποδεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση H_0. Αποδεχόμαστε δηλαδή ότι οι συνθήκες φωτοπεριόδου δεν επηρεάζουν διαφορετικά τη διάρκεια παρασιτισμού στα θηλυκά D. Marginatus.

2.4 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ Κ ΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΑ

2.4.1 ΕΛΕΓΧΟΣ FRIEDMAN

Στο κριτήριο Friedman χρησιμοποιούμε ποσοτικές μεταβλητές. Αναφέρεται σε περισσότερα από δυο εξαρτημένα δείγματα.

Υποθέσεις :

H_0 : Οι κατανομές των τιμών των πληθυσμών είναι ακριβώς ίδιες.

Ενώ η εναλλακτική υπόθεση

H_1: Οι κατανομές των τιμών των πληθυσμών διαφέρουν μόνο ως προς τους μέσους όρους τους.

Υπολογισμός του κριτηρίου :

$$\chi_f^2 = \frac{12}{nk(k+1)} \times \sum\left[R_J^2 - 3n(k+1)\right]$$

Όπου R_J^2 : το άθροισμα των ιεραρχήσεων για καθεμία από τις ομάδες j

n :ο συνολικός αριθμός των ατόμων του δείγματος

k :ο αριθμός των ομάδων και

Σ : το άθροισμα...

Όταν k=3 και $2 \leq n \leq 9$ ή k=4 και $2 \leq n \leq 4$, τότε η κρίσιμη τιμή x_f^2 βρίσκεται από τον πίνακα Friedman. Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις η x_f^2 βρίσκεται στον πίνακα της $\chi^2(\nu=\kappa-1)$ κατανομής.

Αν $x_f^2 \geq x_f^2(\alpha)$, τότε απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Ζητήθηκε από 9 φυσιοθεραπευτές να βαθμολογήσουν 3 μοντέλα μιας συσκευής του επαγγέλματος τους, από 1 έως 3 ανάλογα με την προτίμηση τους. Ο βαθμός 1 υποδηλώνει πρώτη προτίμηση. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Φυσ/της	**Μοντέλο**		
	Α	**Β**	**Γ**
1	2	3	1
2	2	3	1
3	2	3	1
4	1	2,5	2,5
5	3	2	1
6	1	2,5	2,5
7	2	3	1
8	1	3	2
9	1	3	2
R_j	**15**	**25**	**14**

Έχουμε n= 9, k= 3. Η τιμή του κριτηρίου προκύπτει:

$$F = \frac{12}{9 \times 3 \times 4}\left(15^2 + 25^2 + 14^2\right) - 3 \times 9 \times 4 = 8,22$$

Από τον πίνακα Friedman βρίσκουμε P-τιμή 0,016 και επομένως για επίπεδο σημαντικότητας 5% η μηδενική υπόθεση περί ίσης προτίμησης των μοντέλων απορρίπτεται. Αντιθέτως για επίπεδο σημαντικότητας 1% η H_0 γίνεται δεκτή.

2.4.2 ΕΛΕΓΧΟΣ SPEARMAN

Σύμφωνα με αυτόν τον έλεγχο παρακάμπτεται η υπόθεση της κανονικότητας και βασίζεται μόνο στις τάξεις των παρατηρήσεων.

Έλεγχος ανεξαρτησίας δύο τυχαίων μεταβλητών X και Y.

H_0 : Οι τυχαίες μεταβλητές X και Y είναι ανεξάρτητες.

Ενώ η εναλλακτική υπόθεση

H_1 : Οι τυχαίες μεταβλητές X και Y δεν είναι ανεξάρτητες.

Χρησιμοποιείται σαν στατιστικό ο συντελεστής r_s χωρίς την υπόθεση της κανονικότητας των τυχαίων μεταβλητών x και y. Η υπόθεση H_0 απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας a αν $|r_s| \geq k$ όπου k η κρίσιμη τιμή που βρίσκεται από κατάλληλους πίνακες. Για τιμές μεγαλύτερες του n (n>10) χρησιμοποιούμε το κριτήριο ελέγχου:

$$t_s = r_s\sqrt{\frac{n-2}{1-r_s^2}}$$

ακολουθεί την κατανομή Student t με (n-2) βαθμούς ελευθερίας. Έτσι, η H_0 απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας a όταν :

$$k : |t_s| \geq t_{n-2, a/2}.$$

Έστω ένα δείγμα μεγέθους n που αποτελείται από τα ζεύγη (x_1, y_1), (x_2, y_2), …, (x_n, y_n). Ταξινομούμε τα επιμέρους δείγματα $(x_1, x_2, ..., x_n)$ και $(y_1, y_2, ..., y_n)$ σε αύξουσα τάξη και έστω r_{xi} οι βαθμοί των x_i στο δείγμα x και r_{yi} βαθμοί των y_i στο δείγμα y.

Ο συντελεστής του Spearman είναι :

$$r_s = \frac{n\sum r_{X_i} r_{Y_i} - \left(\sum r_{X_i}\right)\left(\sum r_{Y_i}\right)}{\sqrt{n\sum r_{X_i}^2 - \left(\sum r_{X_i}\right)^2}\sqrt{n\sum r_{Y_i}^2 - \left(\sum r_{Y_i}\right)^2}}$$

Όταν δεν υπάρχουν ίσες παρατηρήσεις τότε ο συντελεστής Spearman υπολογίζεται ευκολότερα από τη σχέση:

$$r_s = \frac{1 - 6\sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

όπου

$d_i = r_{xi} - r_{yi}$.

Όπως και για τον r έτσι και για τον r_s ισχύει $-1 \leq r_s \leq 1$

Αν $r_s = -1$ έχουμε πλήρη αρνητική εξάρτηση

για $r_s = 1$ έχουμε πλήρη θετική εξάρτηση και

για $r_s = 0$ οι δύο μεταβλητές θεωρούνται ασυσχέτιστες.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Σε δείγμα 10 ατόμων είχαμε τις ακόλουθες μετρήσεις για το ύψος (x) του πατέρα και το ύψος (y) του μεγαλύτερου παιδιού.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	170	165	180	170	190	170	200	185	195	205
y_i	165	170	160	190	180	180	195	175	200	180

a) Να βρεθεί ο συντελεστής συσχέτισης του Spearman. Τι παρατηρείται ;

b) Να γίνει έλεγχος της υπόθεσης της ανεξαρτησίας σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 10\%$.

c) Να ελεγχθεί η υπόθεση της ανεξαρτησίας σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=10\%$.

ΛΥΣΗ

Με βάση τον παρακάτω πίνακα

i	r_{xi}	r_{yi}	r_{xi}^2	r_{yi}^2	$r_{xi}\, r_{yi}$	d_i	d_i^2
1	3	2	9	4	6	1	1
2	1	3	1	9	3	-2	4
3	5	1	25	1	5	4	16
4	3	8	9	64	224	-5	25
5	7	6	49	36	42	1	1
6	3	6	9	36	18	-3	9
7	9	9	81	81	81	0	0
8	6	4	36	16	24	2	4
9	8	10	64	100	80	-2	4
10	10	6	100	36	60	4	16
ΣΥΝΟΛΟ	**55**	**55**	**383**	**383**	**343**	**0**	**80**

Βρίσκουμε

$$r_s = \frac{n\sum r_{xi}r_{yi} - \left(\sum r_{xi}\right)\left(\sum r_{yi}\right)}{\sqrt{n\sum r_{xi}^2 - \left(\sum r_{xi}\right)^2}\sqrt{n\sum r_{yi}^2 - \left(\sum r_{yi}\right)^2}} = \frac{(10\times 343)-(55\times 55)}{\sqrt{(10\times 383)-55^2}\sqrt{(10\times 383)-55^2}}$$

$$= \frac{405}{805} = 0{,}503.$$

Χρησιμοποιώντας τον προσεγγιστικό τύπο έχουμε

$$r_s = \frac{1-6\times 80}{10\times 99} = 0{,}515\,.$$

Από τα δύο αποτελέσματα συμπεραίνουμε ότι δεν υπάρχει μεγάλη διαφορά κι αυτό οφείλεται στο ότι έχουμε λίγους δεσμούς.

b) Αφού

$$|\, r_s \,| = 0{,}503 < C_{10}\, 0{,}10 = 0{,}564$$

δεν μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση της ανεξαρτησίας.

c) Η μετασχηματισμένη τιμή του r_s είναι η

$$t_s = r_S\sqrt{\frac{n-2}{1-r_S^2}}$$

$$= 1{,}646$$

και αφού

$$|\ t_s\ | = 1{,}646 < 1{,}86 = t_{8},\ 0{,}05$$

η υπόθεση της ανεξαρτησίας δεν θα πρέπει να απορριφθεί.

2.5 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΓΙΑ ΕΝΑ ΔΕΙΓΜΑ

2.5.1 ΚΡΙΤΗΡΙΟ KOLMOGOROV – SMIRNOV

Με το Kolmogorov – Smirnov ελέγχουμε αν το δείγμα προέρχεται από κάποια συγκεκριμένη θεωρητική κατανομή με συνάρτηση αθροιστικής κατανομής $F_0(x)$. Με τη βοήθεια ενός τυχαίου δείγματος ($x_1, x_2, \ldots, x_n$) υπολογίζουμε τις τιμές $F_0(x_i)$ της θεωρητικής συνάρτησης κατανομής και τις τιμές $F_n(x_i)$ της δειγματικής συνάρτησης αθροιστικής κατανομής για την οποία ισχύει: $F_n(x) = \frac{k}{n}$, όπου k είναι το πλήθος των τιμών του δείγματος x_i, i = 1, 2, …, n για τα οποία ισχύει $x_i \leq x$.

Βάσει λοιπόν των παραπάνω, εάν $F_0(x)$ είναι η υποτιθέμενη πραγματική συνάρτηση κατανομής και $F_n(x)$ η δειγματική συνάρτηση κατανομής, διατυπώνεται η μηδενική υπόθεση:

H_0 : το δείγμα ($x_1, x_2, \ldots, x_n$) προέρχεται από συνεχή πληθυσμό με συνάρτηση αθροιστικής κατανομής $F_0(x)$, δηλαδή:

$H_0 : F(x) = F_0(x)$ για κάθε x€R

και ελέγχεται ως προς μία από τις παρακάτω εναλλακτικές υποθέσεις

i. $H_1 : F(x) \neq F_0(x)$

ii. $H_1' : F(x) > F_0(x)$

iii. $H_1'' : F(x) < F_0(x)$

όπου η (i) ισχύει για τουλάχιστον ένα x και στις (ii) και (iii) ισχύει γνήσια ανισότητα για τουλάχιστον ένα x.

Για τον έλεγχο της H_0 κατά των H_1, H_1', H_1'' υπολογίζονται αντίστοιχα οι τιμές :

$$D_n = \sup_{x_i} |F_n(x_i) - F_0(x_i)|,$$

$$D_n^+ = \sup_{x_i} \{F_n(x_i) - F_0(x_i)\},$$

$$D_n^- = \sup_{x_i} \{F_0(x_i) - F_n(x_i)\}.$$

Η υπόθεση H_0 απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α όταν:

$D_n > D_{n,\alpha}$, $D_n^+ > D_{n,\alpha}$, $D_n^- > D_{n,\alpha}$

Αντίστοιχα για κάθε μία από τις εναλλακτικές υποθέσεις όπου τα $D_{n,\alpha}$ υπολογίζονται από τους πίνακες Kolmogorov -Smirnov.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Ρίχνουμε συγχρόνως 4 ζάρια 81 φορές. Θεωρείται ως επιτυχία, αν εμφανιστεί ο αριθμός 5 ή 6. Στον παρακάτω πίνακα μεταφέρονται όλα τα αναγκαία στοιχεία για την ανάλυση

Επιτυχίες	Απόλυτη συχνότητα	Σχετική συχνότητα $F_i=\alpha_i/N$	Πιθανότητα P_i	$F(x)=\sum P_i$	$F_0(x)= =\sum\frac{\alpha_i}{N}$	$\lvert F(x)-F_0(x)\rvert$
0	11	0,1358	0,1975	0,1975	0,1358	0,0617
1	34	0,4198	0,3951	0,5926	0,5556	0,370
2	30	0,3704	0,2963	0,8889	0,9260	0,0371
3	6	0,0740	0,0987	0,9876	1,0000	0,0124
4	0	0,0000	0,0124	1,0000	1,0000	0,0000
ΣΥΝΟΛΟ	**81**	**1,0000**	**1,0000**		**1,0000**	**D_n=0,0617**

Στη στήλη 3 φαίνονται οι σχετικές συχνότητες, που τις πήραμε από τη διαίρεση των απόλυτων συχνοτήτων δια του συνολικού αριθμού των δοκιμών. Στη στήλη 4 φαίνονται οι πιθανότητες που λαμβάνονται από την ανάπτυξη του διωνύμου:

$$81(\tfrac{1}{3}+\tfrac{2}{3})^4$$

Να γίνει έλεγχος προσέγγισης της δειγματοληπτικής με τη θεωρητική κατανομή, σε επίπεδο σημαντικότητας 1%.

Με τη βοήθεια του test Kolmogorov εξετάζουμε εάν η δειγματοληπτική κατανομή πλησιάζει τη θεωρητική κατανομή. Για το σκοπό αυτό απαιτείται η κατασκευή των θεωρητικών και εμπειρικών συναρτήσεων κατανομής. Αυτό επιτυγχάνεται, εάν υπολογίσουμε τις αθροιστικές τιμές των στηλών 3 και 4. Έτσι λαμβάνονται οι δύο συναρτήσεις κατανομής F(x) και $F_0(x)$ που φαίνονται αντίστοιχα στη στήλη 5 και 6 ενώ στη στήλη 7 φαίνονται οι αποκλίσεις $\lvert F(x)-F_0(x)\rvert$. Από την εξέταση της στήλης 7 προκύπτει ότι η μέγιστη διαφορά μεταξύ της θεωρητικής και της εμπειρικής κατανομής είναι: **D_n=0,0617.**

Για να αποφασίσουμε λοιπόν περί της αποδοχής ή μη της υπόθεσης H_0, απαιτείται η σύγκριση της τιμής D_n με την τιμή της $D_{n,a}$, που την πήραμε από τον πίνακα, σε επίπεδο σημαντικότητας 0,01 και μέγεθος δείγματος 81:

$$D_{81,1\%} = \frac{163}{\sqrt{81}} \cong 0{,}181$$

Επειδή D_n=0,0617 και $D_{n,a}$=0,181, δηλαδή $D_n < D_{n,a}$, αποδεχόμαστε την υπόθεση H_0 ότι η θεωρητική κατανομή πλησιάζει αρκετά την εμπειρική κατανομή:

$81(⅓+⅔)^4$.

2.5.2 ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΤΩΝ ΡΟΩΝ ή WALD – WOLFOWITZ

Για να είναι αξιόπιστα τα στατιστικά συμπεράσματα θα πρέπει το δείγμα στο οποίο βασίζεται η στατιστική διαδικασία να είναι τυχαίο. Αυτή την τυχαιότητα του δείγματος, ελέγχει το κριτήριο των ροών. Οι υποθέσεις διατυπώνονται ως εξής:

H_0 : το δείγμα είναι τυχαίο

ενώ

H_1 : το δείγμα δεν είναι τυχαίο.

Αν ο πληθυσμός εκφράζεται από μια δίτιμη μεταβλητή (ποιοτική ή ποσοτική) τότε το δείγμα είναι μια ακολουθία ροών.

Αν πάλι ο πληθυσμός εκφράζεται από μια ποσοτική μη δίτιμη μεταβλητή τότε το δείγμα είναι μια διάταξη πραγματικών αριθμών και μετατρέπεται σε ακολουθία ροών ως εξής:

σε κάθε τιμή του δείγματος αντιστοιχούμε ένα σύμβολο π.χ. Κ αν είναι μικρότερη από τη διάμεσο ή τη μέση τιμή και Ε με τη διάμεσο ή τη μέση τιμή αντίστοιχα. Τιμές ίσες με τη διάμεσο ή τη μέση τιμή παραλείπονται.

Η υπόθεση H_0 απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α αν για το πλήθος των ροών u ισχύει $u \le k_1$ ή $u \ge k_2$ όπου $P(u \le k_1) = P(u \ge k_2) = \alpha/2$ και οι πιθανότητες $P(u \le k)$ υπολογίζονται από πίνακες όταν το πλήθος των συμβόλων n_1 και n_2 είναι μικρό, δηλαδή $n_1, n_2 \le 10$.

Για n_1, $n_2 \geq 10$ το πλήθος των ροών u ακολουθεί προσεγγιστικά κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu_u = \frac{2n_1 n_2}{n_1 + n_2} + 1$ και διασπορά

$$\sigma_u^2 = \frac{2n_1 n_2 (2n_1 n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2 (n_1 + n_2 - 1)}$$

Η υπόθεση H_0 απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α όταν:

$$\left| \frac{U - \mu_U}{\sigma_U} \right| > Z_{\alpha/2}.$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Στην ακολουθία συμβόλων ΚΚΕΕΕΚΕΚΚΕΕ υπάρχουν 6 ροές με μήκη 2, 3, 1, 1, 2, 2 αντίστοιχα.

Σε αυτή την ακολουθία υπάρχουν 5 σύμβολα Κ και 6 σύμβολα Ε με 6 ροές. Για το ζευγάρι των τιμών (5,6) θα πρέπει να υπολογίσουμε τις τιμές k_1 και k_2 έτσι ώστε $P(u \leq k_1) = P(u \geq k_2) = \alpha/2$ όπου α είναι το επίπεδο σημαντικότητας. Επειδή ο πίνακας δίνει μόνο την πιθανότητα $P(u \leq k_1)$ χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των πιθανοτήτων η τιμή του k_2 υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P(u \geq k_2) = 1 - P(u < k_2) = 1 - P(u \leq k_2 - 1) = \alpha/2 \Rightarrow P(u \leq k_2 - 1) = 1 - \alpha/2.$$

Από τον πίνακα $\alpha = 0{,}048 \approx 0{,}05 \rightarrow \alpha/2 = 0{,}024$

$$P(u \leq 3) = 0{,}024 \text{ και } P(u \leq 9) = 0{,}976$$

Άρα $k_1 = 3$ και $k_2 - 1 = 9 \Rightarrow k_2 = 10$. Πράγμα που σημαίνει ότι για μια ακολουθία 5 και 6 συμβόλων το δείγμα δεν είναι τυχαίο αν το πλήθος των ροών είναι μικρότερο του $k_1 = 3$ ή μεγαλύτερο του $k_2 = 10$. Συγκεκριμένα εδώ το πλήθος των ροών είναι $u = 6$ άρα το δείγμα είναι τυχαίο.

3. ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ

3.1 ΚΡΙΤΗΡΙΟ t ΓΙΑ 2 ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

Το κριτήριο t για εξαρτημένα δείγματα εφαρμόζεται όταν τα άτομα που συμμετέχουν στην έρευνα παίρνουν μέρος σε όλες τις συνθήκες της ανεξάρτητης μεταβλητής.

Οι υποθέσεις είναι

H_0 : ο μέσος όρος των συνθηκών δε διαφέρει

H_1 : ο μέσος όρος των συνθηκών διαφέρει

Ο τύπος για t εξαρτημένα δείγματα είναι ο εξής :

$$t = \frac{\Sigma d}{\sqrt{\left[\frac{\mathrm{N}\Sigma d^2 - (\Sigma d^2)}{\mathrm{N}-1}\right]}}$$

Όπου d : = η διαφορά ανάμεσα στις τιμές των δύο συνθηκών για κάθε άτομο,

N : =ο αριθμός των συμμετεχόντων και

Σ : =το άθροισμα

Όταν η τιμή t είναι μεγαλύτερη από τη κρίσιμη τιμή $t_{a,n}$ απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση και δεχόμαστε την εναλλακτική. Δηλαδή υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στους μέσους όρους των δυο συνθηκών.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Έστω ότι θέλουμε να μελετήσουμε κατά πόσο επηρεάζει το κάπνισμα την αντοχή 8 ατόμων. Βάζουμε αυτά τα 8 άτομα να τρέξουν μια συγκεκριμένη διαδρομή με τη προϋπόθεση ότι δεν έχουν καπνίσει καθόλου το τρέχον μηνά και σημειώνουμε την αντοχή τους. Μετά από ένα μήνα ξαναβάζουμε αυτά τα 8 άτομα να τρέξουν με τη προϋπόθεση αυτή τη φορά να έχουν καπνίσει όλο το τρέχον μήνα και σημειώνουμε την αντοχή τους. Οι επιδόσεις των ατόμων φαίνονται στο παρακάτω πίνακα:

Ο πίνακας δείχνει τα λεπτά για τον τερματισμό.

ΣΥΜΜΕΤΕΧΟΝΤΕΣ	ΜΕ ΚΑΠΝΙΣΜΑ	ΧΩΡΙΣ ΚΑΠΝΙΣΜΑ
1	6	5
2	4	2
3	3	4
4	5	4
5	7	3
6	6	4
7	5	5
8	6	3

Χρησιμοποιήσαμε μια ομάδα ατόμων και για τις δυο συνθήκες γιατί κάναμε πειραματικό σχεδιασμό εξαρτημένων δειγμάτων.

Η εξαρτημένη μεταβλητή είναι τα λεπτά για τον τερματισμό και η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι ο τρόπος που έτρεξαν, δηλαδή έχοντας καπνίσει το τρέχον μήνα και μη έχοντας καπνίσει.

Οι υποθέσεις στο παράδειγμά μας είναι:

H_0 : οι συμμετέχοντες δε θα κάνουν περισσότερα λεπτά να τερματίσουν αφού έχουν καπνίσει από όσα θα κάνουν όταν δε θα έχουν καπνίσει

H_1 : οι συμμετέχοντες θα κάνουν περισσότερα λεπτά να τερματίσουν αφού έχουν καπνίσει από όσα θα κάνουν όταν δε θα έχουν καπνίσει

$$t = \frac{12}{\sqrt{\left[\frac{(8*36)-144}{8-1}\right]}} = \frac{12}{\sqrt{\frac{288-144}{7}}} = 2.64$$

Οι βαθμοί ελευθερίας είναι : $d_f = N - 1 = 8 - 1 = 7$. Βρίσκουμε τη κρίσιμη τιμή για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$ και υπόθεση μονής κατεύθυνσης από τον αντίστοιχο πίνακα κρίσιμων τιμών και είναι 1,90. Άρα αφού η τιμή t που βρήκαμε είναι μεγαλύτερη από τη κρίσιμη τιμή (2,64>1,90) απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση και δεχόμαστε την εναλλακτική. Δηλαδή υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στους μέσους όρους των δυο συνθηκών και το κάπνισμα επιδρά αρνητικά στην αντοχή των ατόμων.

3.2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΜΟΝΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΩΝ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΓΙΑ Κ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

Είναι στατιστικό κριτήριο που εφαρμόζεται στα δεδομένα από ερευνητικούς σχεδιασμούς με περισσότερες από δυο ερευνητικές συνθήκες στις οποίες έχουν μετρηθεί οι ίδιοι συμμετέχοντες. Η διαφορά αυτής της ανάλυσης από την ανάλυση διακύμανσης ανεξάρτητων δειγμάτων είναι πολύ μικρή και έγκειται στο γεγονός ότι στην πρώτη το σφάλμα μειώνεται με την αφαίρεση ολόκληρης της συμβολής των ατομικών διαφορών σε αυτό. Με τον όρο ατομικές διαφορές εννοούμε τη τάση ενός συγκεκριμένου ατόμου να παίρνει γενικά χαμηλές ή υψηλές τιμές σε μια δραστηριότητα, ανεξάρτητα από την ερευνητική συνθήκη την οποία του έχει θέσει ο ερευνητής.

Οι υποθέσεις είναι:

H_0 : δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ των ερευνητικών συνθηκών ($\mu_1=\mu_2=\ldots=\mu_\kappa$)

H_1 : υπάρχει διαφορά μεταξύ των ερευνητικών συνθηκών ($\mu_1\neq\mu_2\neq\ldots\neq\mu_\kappa$)

Για να υπολογίσουμε την ανάλυση διακύμανσης εξαρτημένων δειγμάτων πρέπει να υπολογίσουμε αρχικά το

$SS_{total} = \Sigma X^2_{total} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N}$.

Όπου N είναι ο συνολικός αριθμός μετρήσεων και όχι ο αριθμός συμμετεχόντων που χρησιμοποιούμε στην ανάλυση διακύμανσης ανεξάρτητων δειγμάτων.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε το

$SS_{bet.conds} = \frac{\Sigma(\Sigma X_t)^2}{n} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N}$

Το N είναι ο συνολικός αριθμός μετρήσεων και το n ο αριθμός συμμετεχόντων.

Το $SS_{bet.conds}$ είναι το άθροισμα τετραγώνων μεταξύ των ερευνητικών συνθηκών.

Έπειτα υπολογίζουμε το $SS_{with.conds}$

$SS_{with.conds} = SS_{total} - SS_{bet.conds}$

Υπολογίζουμε το $SS_{betsubjs}$

$SS_{betsubjs} = \frac{\Sigma T_s^2}{k} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N}$

Το T_S είναι το άθροισμα των μετρήσεων του κάθε ατόμου και το k είναι ο αριθμός των ερευνητικών συνθηκών.

Υπολογίζουμε το άθροισμα τετραγώνων του σφάλματος :

$SS_{error} = SS_{with.conds} - SS_{betsubjs}$.

Υπολογίζουμε τους βαθμούς ελευθερίας σύμφωνα με τους τύπους :

$df_{total} = N-1$

$df_{bet.conds} = k-1$

$df_{with.conds} = df_{total} - df_{bet.conds}$

$df_{betsubjs} = n-1$

$df_{error} = (n-1)(k-1)$.

Το μέσο τετράγωνο μεταξύ των συνθηκών από τον τύπο:

$MS_{bet.conds} = SS_{betsubjs} / df_{bet.conds}$

Το μέσο τετράγωνο του σφάλματος δίνεται από το τύπο:

$MS_{error} = SS_{error} / df_{error}$

Και τέλος υπολογίζουμε το F:

$F=MS_{bet.conds}/MS_{error}$

Όταν η F είναι μεγαλύτερη από τη κρίσιμη τιμή $F_{a,n}$ απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Έστω ότι θέλουμε να συγκρίνουμε την επίδοση 8 τυφλών όσο αφόρα την ευκολία πληκτρολόγησης σε 6 διαφορετικά κινητά τηλέφωνα(με διαφορετικά πληκτρολόγια). Οι 8 τυφλοί πρέπει να πληκτρολογήσουν έξι κείμενα ίδιας δυσκολίας χρησιμοποιώντας με τη σειρά όλα τα κινητά. Τα κείμενα θα είναι διαφορετικά, ώστε να μην υπάρξει βελτίωση της επίδοσης των τυφλών λόγω της εμπειρίας τους με το ίδιο κείμενο. Η επίδοση θα μετρηθεί σύμφωνα με τα λάθη που θα κάνουν.

Οι υποθέσεις είναι:

H_0 : δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ των έξι ερευνητικών συνθηκών ως προς την ευκολία πληκτρολόγησης των τυφλών ($\mu_1=\mu_2=\ldots=\mu_i$)

H_1 : υπάρχει διαφορά μεταξύ των έξι ερευνητικών συνθηκών ως προς την ευκολία πληκτρολόγησης των τυφλών ($\mu_1 \neq \mu_2 \neq \ldots \neq \mu_i$)

Τα λάθη των τυφλών σε καθένα από τα 6 κινητά:

ΛΑΘΗ ΑΝΑ ΚΙΝΗΤΟ

ΤΥΦΛΟΙ	K1	K2	K3	K4	K5	K6
S1	7	3	2	2	1	1
S2	4	8	3	8	1	2
S3	7	6	3	1	5	4
S4	8	6	1	0	2	0

S5	7	2	3	0	1	3
S6	6	3	3	1	1	1
S7	4	2	0	0	0	0
S8	6	7	5	1	3	2
$\bar{X}$	6,12	4,62	2,50	1,62	1,75	1,62
ΣX	49	37	20	13	14	13
ΣX^2	315	211	66	71	42	35

Όπου ΣΧ τα αθροίσματα και όπου ΣX^2 τα αθροίσματα των τετραγώνων:

$$SS_{total} = \Sigma X^2_{total} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N} = 740-444,08=295,92$$

$$SS_{bet.conds} = \frac{\Sigma(\Sigma X_i)^2}{n} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N} = 588-444,08=143,92$$

$$SS_{with.conds} = SS_{total} - SS_{bet.conds} = 295,92-143,92=152,00$$

$$SS_{betsubjs} = \frac{\Sigma T_s^2}{k} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N} = 498,33-444,08=54,25$$

$$SS_{error} = SS_{with.conds} - SS_{betsubjs} = 152,00-54,25=97,75$$

Στη συνέχεια:

$df_{total} = N-1 = 48-1=47$

$df_{bet.conds} = k-1=6-1=5$

$df_{with.conds} = df_{total} - df_{bet.conds} = 47-5=42$

$df_{betsubjs} = n-1=8-1=7$

$df_{error} = (n-1)(k-1)=7*5=35$

Υπολογίζουμε τα μέσα τετράγωνα:

$MS_{bet.conds} = SS_{betsubjs} / df_{bet.conds} = 143,92/5=28,78$

$MS_{error} = SS_{error}/df_{error} = 97,75/35=2,79.$

Και τέλος

$F = MS_{bet.conds}/MS_{error} = 28,78/2,79 = 10,32$.

Παρατηρούμε ότι η F (10,32) είναι μεγαλύτερη από τη κρίσιμη τιμή(2,49) για 5 και 35 βαθμούς ελευθερίας σε επίπεδο σημαντικότητας α=0,05 αλλά και σε α=0,01 (10,32>3,59). Έτσι απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση και συμπεραίνουμε ότι το είδος του κινητού επηρεάζει τους τυφλούς στην ευκολία χρήσης του.

3.3 ΚΡΙΤΗΡΙΟ t ΓΙΑ 2 ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

Με τον όρο ανεξάρτητα δείγματα εννοούμε κάθε άτομο το οποίο συμμετέχει μόνο σε μία ομάδα ή συνθήκη. Ο έλεγχος αυτός χρησιμοποιείται όταν τα δύο σύνολα τιμών προέρχονται από δύο διαφορετικά δείγματα ατόμων. Το κριτήριο t χρησιμοποιείται στον έλεγχο της διαφοράς μεταξύ των μέσων όρων δύο ανεξάρτητων δειγμάτων και αφού πληρούνται οι προϋποθέσεις για τη χρήση στατιστικού παραμετρικού κριτηρίου.

Οι υποθέσεις που χρησιμοποιούμε είναι οι εξής:

H_0 : Οι μέσοι όροι των δύο πληθυσμών μας δε διαφέρουν,

ενώ η εναλλακτική:

H_1 : Οι μέσοι όροι των δύο πληθυσμών μας διαφέρουν.

Ο τύπος για τον υπολογισμό του κριτηρίου t είναι ο εξής:

$$t = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\left[\frac{\left(\sum X_1^2 - \frac{\left(\sum X_1\right)^2}{N_1}\right) + \left(\sum X_2^2 - \frac{\left(\sum X_2\right)^2}{N_2}\right)}{N_1 + N_2 - 2}\right]\left[\frac{N_1 + N_2}{(N_1)(N_2)}\right]}}$$

Όπου,

$\overline{X_1}$ = Ο μέσος όρος της ομάδας 1,

$\overline{X_2}$ = Ο μέσος όρος της ομάδας 2,

N_1= Ο αριθμός των ατόμων στην ομάδα 1

N2 = Ο αριθμός των ατόμων στην ομάδα 2 και

Σ = το άθροισμα των τιμών του

Όταν $t_{a,n} > t$,δεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Ενδιαφερόμαστε να μελετήσουμε την επίδραση που έχει η ιδιότητα των ανθρώπων (εργαζόμενοι-άνεργοι) στον τρόπο που ψηφίζουν. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα θέλουμε να ελέγξουμε κατά πόσο οι μέσοι όροι των εργαζόμενων και μη διαφέρουν στο τι ψηφίζουν. Η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι: εάν είναι εργαζόμενοι η όχι ,και η εξαρτημένη μεταβλητή είναι ο τρόπος που ψηφίζουν στις εκλογές. Σε αυτή την έρευνα κάθε άτομο συμμετέχει μόνο σε μία ομάδα (είτε στην ομάδα των εργαζομένων, είτε στην ομάδα των ανέργων), χρησιμοποιούμε το κριτήριο t για ανεξάρτητα δείγματα.

Άρα ο έλεγχος είναι ο εξής:

H_0: Ο τρόπος με τον οποίο ψηφίζουν οι εργαζόμενοι και οι άνεργοι δε διαφέρει.

H_1: Ο τρόπος με τον οποίο ψηφίζουν οι εργαζόμενοι και οι άνεργοι διαφέρει.

Σε αυτό το σημείο είναι αναγκαίο να αναφέρουμε ότι, εφόσον δεν επιχειρούμε κάποια πρόβλεψη σχετικά με το ποια από τις δύο ομάδες θα έχει θετικότερη ή αρνητικότερη στάση απέναντι τον τρόπο ψηφοφορίας τους ,η υπόθεση που διατυπώνουμε είναι διπλής κατεύθυνσης.

Η μηδενική υπόθεση αναφέρει ότι ο τρόπος με τον οποίο ψηφίζουν οι δύο ομάδες προέρχονται από τον ίδιο πληθυσμό, αφού διατυπώνει ότι δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ των συνθηκών της ανεξάρτητης μεταβλητής. Αυτό σημαίνει ότι όποιες διαφορές διαπιστωθούν ανάμεσα στις δύο ομάδες θα οφείλονται σε τυχαίους παράγοντες και όχι στη σχέση που πιθανόν να υπάρχει μεταξύ της ανεξάρτητης και της εξαρτημένης μεταβλητής. Αντίθετα, η εναλλακτική υπόθεση προτείνει ότι όποια διαφορά παρατηρηθεί ανάμεσα στις δύο αυτές ομάδες θα οφείλεται στην επίδραση της ανεξάρτητης μεταβλητής πάνω στην εξαρτημένη.

Στον παρακάτω πίνακα βλέπουμε τις εκτιμήσεις του τρόπου ψηφοφορίας των εργαζομένων και ανέργων:

Εργαζόμενοι	*Άνεργοι*
12	12
18	9
12	12
10	8
10	10
14	8
14	7
18	13
12	16
8	11
14	15
14	13
	9
$\overline{X}_1 = 13$	$\overline{X}_2 = 11$

Εδώ θα μπορούσαμε να πούμε ότι οι εργαζόμενοι έχουν θετικότερη στάση απέναντι στον ήδη υπάρχοντα πρωθυπουργό από τους ανέργους. Αλλά έχουμε αναφέρει ότι δεν αρκούν μόνο οι μέσοι όροι για να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα αλλά χρειάζεται να ελέγξουμε αν η αριθμητική διαφορά μεταξύ των μέσων όρων που προέκυψε είναι στατιστικά σημαντική.

Εργαζόμενοι	X_1^2	*Άνεργοι*	X_2^2
12	144	12	144
18	324	9	81
12	144	12	144
10	100	8	64
10	100	10	100
14	196	8	64
14	196	7	49
18	324	13	169
12	144	16	256
8	64	11	121
14	196	15	225
14	196	13	169
		9	81
$\sum X_1 = 156$	$\sum X_1^2 = 2128$	$\sum X_2 = 143$	$\sum X_2^2 = 1667$
$\overline{X_1} = 13$		$\overline{X_2} = 11$	
$\left(\sum X_1\right)^2 = 24336$		$\left(\sum X_2\right)^2 = 20449$	

$$t = \frac{13-11}{\sqrt{\left[\dfrac{\left(2128-\dfrac{24336}{12}\right)+\left(1667-\dfrac{20449}{13}\right)}{12+13-2}\right]\left(\dfrac{12+13}{12\times 13}\right)}} = 1{,}72 .$$

Για df = N1+N2-2 = 12+13-2 = 23 (όπου df οι βαθμοί ελευθερίας), για υπόθεση διπλής κατεύθυνσης και επίπεδο σημαντικότητας α=0,05, η κρίσιμη τιμή είναι 2,069. Αφού $t_{23,0.05}$=2,069 > t=1,72, δεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση. Αυτό σημαίνει ότι το εάν κάποιος είναι εργαζόμενος ή είναι άνεργος δεν παίζει ρόλο στο τι θα ψηφίσει. Δηλαδή, τόσο οι εργαζόμενοι όσο και οι άνεργοι έχουν παρόμοια στάση απέναντι στην ψηφοφορία.

3.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΜΟΝΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΓΙΑ Κ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

Η ανάλυση διακύμανσης ανεξάρτητων δειγμάτων είναι στατιστικό κριτήριο όπου εφαρμόζεται σε δεδομένα τα οποία προέρχονται από ερευνητικούς σχεδιασμούς ανεξάρτητων δειγμάτων με περισσότερες από δύο ερευνητικές συνθήκες. Η συνολική διακύμανση μεταξύ των συνθηκών προκύπτει από τρεις πηγές, την επίδραση της ανεξάρτητης μεταβλητής, τις ατομικές διαφορές και το σφάλμα μέτρησης. Μελετώντας όμως τη διακύμανση μέσα σε ερευνητικά παραδείγματα, θα πρέπει να την αποδώσουμε ολόκληρη στο σφάλμα, καθώς όλα τα άτομα της κάθε ομάδας συμμετείχαν στην ίδια ακριβώς διαδικασία.

Οι υποθέσεις που χρησιμοποιούμε είναι οι εξής:

H_0: Οι μέσοι όροι των ερευνητικών συνθηκών μας δεν διαφέρουν,

ενώ η εναλλακτική:

H_1: Οι μέσοι όροι των ερευνητικών συνθηκών μας διαφέρουν.

Αν $F>F_{a,n1,n2}$, τότε απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση και δεχόμαστε την εναλλακτική υπόθεση.

-ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Ένας ερευνητής θέλησε να συγκρίνει το βαθμό αυτοπεποίθησης ανάμεσα σε πολύ αδύνατους φυσιολογικούς και υπέρβαρους ανθρώπους. Χρησιμοποίησε 21 ανθρώπους της ίδιας ηλικίας όπου τους χώρισε στις τρεις αυτές κατηγορίες. Για τη μέτρηση του βαθμού αυτοπεποίθησης στηρίχτηκε στους βαθμούς που συγκέντρωσαν στο τεστ που επιβλήθηκαν.

Πολύ αδύνατοι	**Φυσιολογικοί**	**Υπέρβαροι**
68	78	94
63	69	82
58	58	73
51	57	67
41	53	66
40	52	61
34	48	61

Η μηδενική υπόθεση είναι:

H_0: Δεν υπάρχει διαφορά μεταξύ των τριών ερευνητικών συνθηκών όσο αφορά το βαθμό αυτοπεποίθησης των 21 ανθρώπων δηλαδή $\mu_1=\mu_2=\mu_3$.

Ενώ η εναλλακτική

H_1: Υπάρχει διαφορά μεταξύ των τριών ερευνητικών συνθηκών όσο αφορά το βαθμό αυτοπεποίθησης των 21 ανθρώπων δηλαδή $\mu_1\neq\mu_2\neq\mu_3$.

Πολύ αδύνατοι	**Φυσιολογικοί**	**Υπέρβαροι**	
68	78	94	
63	69	82	
58	58	73	
51	57	67	
41	53	66	
40	52	61	
34	48	61	**ΣΥΝΟΛΑ**
ΣΧ= 355	**ΣΧ= 415**	**ΣΧ= 504**	**1274**
$ΣX^2$= 18995	**$ΣX^2$= 25275**	**$ΣX^2$= 37176**	**81446**
$\overline{X} = 50{,}71$	$\overline{X} = 59{,}29$	$\overline{X} = 72{,}00$	

Το συνολικό άθροισμα των τετραγώνων (SS_{total}) θα πρέπει να ισούται με το άθροισμα των δύο επιμέρους αθροισμάτων τετραγώνων($SS_{between}$ και SS_{within}) και να μην είναι αρνητικό. Σε περίπτωση που βρούμε αρνητική τιμή θα πρέπει να ελέγξουμε τους υπολογισμούς μας.

Για βαθμούς ελευθερίας 2 και 18 και επίπεδο σημαντικότητας α=0,05 το F=3,55

$$SS_{total} = \Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N} = (68^2 + 63^2 + ... + 61^2) - \frac{1274^2}{21} =$$

=81446-77289,33=4156,67

$$SS_{between} = \frac{\sum\left(\sum X_i\right)^2}{n} - \frac{\left(\sum X_{total}\right)^2}{N} = \frac{355^2 + 415^2 + 504^2}{7} - \frac{1274^2}{21} = 78895{,}14 - 77289{,}33 = 1605{,}81$$

όπου n το πλήθος των μετρήσεων σε κάθε συνθήκη και προφανώς το ίδιο για όλες τις συνθήκες.

Σφάλμα εντός των ομάδων

$$SS_{within} = SS_1 + SS_2 + SS_3 = \left|\sum X_1^2 - \frac{\left(\sum X_1\right)^2}{N_1}\right| + \left|\sum X_2^2 - \frac{\left(\sum X_2\right)^2}{N_2}\right| + \left|\sum X_3^2 - \frac{\left(\sum X_3\right)^2}{N_3}\right| =$$

$$(18995 - \frac{355^2}{7}) + \left(25275 - \frac{415^2}{7}\right) + \left(37176 - \frac{504^2}{7}\right) = 991{,}43 + 671{,}43 + 888 = 2550{,}86$$

Υπολογίζουμε τους βαθμούς ελευθερίας

df_{total}=N-1=21-1=20

$df_{between}$=αριθμός ομάδων(k)-1=3-1=2

df_{within}= df_{total} – $df_{between}$= 20-2=18

Τα μέσα τετράγωνα

$MS_{between}$= $SS_{between}$/ $df_{between}$=1605,81/2=802,905

MS_{within}= SS_{within}/ df_{within}=2550,86/18=141,7144

F= $MS_{between}$ / MS_{within} =802,905 / 141,7144=5,66

F=5,66>$F_{2,18,0.05}$ =3,55 Άρα απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση και δεχόμαστε την εναλλακτική υπόθεση, το οποίο σημαίνει ότι υπάρχει διαφορά στο βαθμό αυτοπεποίθησης μεταξύ των τριών συνθηκών.

Άνισα δείγματα

Σε αρκετές περιπτώσεις δεν είναι δυνατόν το πλήθος των συμμετεχόντων να είναι το ίδιο σε κάθε ομάδα. Όταν συμβαίνει αυτό, η μοναδική αλλαγή στον υπολογισμό της ανάλυσης της διακύμανσης έγκειται στον τύπο υπολογισμού του αθροίσματος τετραγώνων μεταξύ των ομάδων($SS_{between}$)

$$SS_{between} = \sum \frac{\left(\sum X_i\right)^2}{N_i} - \frac{\left(\sum X_{total}\right)^2}{N}$$

όπου N_i πλήθος των τιμών καθενός από τα δείγματα που χρησιμοποιήθηκαν.

Όλοι οι υπόλοιποι υπολογισμοί παραμένουν ακριβώς ίδιοι με αυτούς που αναφέραμε παραπάνω.

3.5 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΜΕ ΔΥΟ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΩΝ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ

Η ανάλυση διακύμανσης με δύο ανεξάρτητες μεταβλητές ανεξάρτητων δειγμάτων δείχνει αν δύο ή περισσότερες ομάδες τιμών έχουν πολύ διαφορετικούς μέσους όρους. Υποθέτει ότι κάθε ομάδα τιμών προέρχεται από διαφορετικά άτομα. Δεν είναι απαραίτητο το πλήθος των τιμών να είναι ίδιο σε κάθε ομάδα. Στο σχεδιασμό αυτής της ανάλυσης και οι δύο παράγοντες (Α και Β) είναι ανεξάρτητων μετρήσεων. Βασικά η ανάλυση διακύμανσης υπολογίζει τη διακύμανση μεταξύ των τιμών και τη διακύμανση μεταξύ των μέσων όρων του δείγματος. Και οι δύο αυτές διακυμάνσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην εκτίμηση της διακύμανσης στον πληθυσμό. Αν οι δύο εκτιμήσεις διαφέρουν πολύ, αυτό σημαίνει ότι η διακύμανση που οφείλεται στην ανεξάρτητα μεταβλητή είναι μεγαλύτερη από την αναμενόμενη με βάση τη διακύμανση μεταξύ των τιμών. Αν αυτή η απόκλιση είναι αρκετά μεγάλη, τότε η διαφορά της μεταβλητότητας είναι στατιστικά σημαντική. Αυτό σημαίνει ότι η ανεξάρτητη μεταβλητή επηρεάζει τις τιμές. Καθώς υπάρχουν ατομικές διαφορές σε όλα τα αθροίσματα τετραγώνων, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη διακύμανση εντός των ομάδων (SS_{within}) ως το άθροισμα τετραγώνων του σφάλματος (SS_{error}) που είναι απαραίτητο για τον υπολογισμό των τριών τιμών του F.

Η ανάλυση διακύμανσης διπλής κατεύθυνσης χρησιμοποιείται για τον έλεγχο τριών υποθέσεων. Οι δύο από αυτές αναφέρονται στις κύριες επιδράσεις των δύο παραγόντων (Α και Β), ενώ η Τρίτη αναφέρεται στην αλληλεπίδραση των παραγόντων (Α×Β).Οι υποθέσεις είναι οι εξής :

Μηδενικές υποθέσεις:

i. Οι μέσοι όροι όλων των επιπέδων του παράγοντα Α είναι ίσοι μεταξύ τους (H_0:μ_1=μ_2=…=μ_i).

ii. Οι μέσοι όροι όλων των επιπέδων του παράγοντα Β είναι ίσοι μεταξύ τους (H_0:μ_1=μ_2=…=μ_j).

iii. Δεν υπάρχει καμία επίδραση από την αλληλεπίδραση των δύο παραγόντων (H_0:επίδραση αλληλεπίδρασης=0).

Εναλλακτικές υποθέσεις:

i. Οι μέσοι όροι όλων των επιπέδων του παράγοντα Α δεν είναι ίσοι μεταξύ τους (H_1:$\mu_i \neq \mu_{i'}$, για μερικά i και i').

ii. Οι μέσοι όροι όλων των επιπέδων του παράγοντα Β δεν είναι ίσοι μεταξύ τους (H_1:$\mu_j \neq \mu_{j'}$, για μερικά j και j').

iii. Υπάρχει επίδραση από την αλληλεπίδραση των δύο παραγόντων (H_1:επίδραση αλληλεπίδρασης≠0).

Για τον υπολογισμό των τιμών F αρχικά υπολογίζουμε τα αθροίσματα των τιμών (ΣΧ), τα αθροίσματα των τετραγώνων των τιμών (ΣX^2) και τους μέσους όρους των τιμών καθεμιάς ομάδας, καθενός παράγοντα καθώς και του συνόλου των τιμών.

Υπολογίζουμε τα αθροίσματα των τετραγώνων:

$$SS_{total} = \Sigma X^2_{total} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N}$$

$$SS_A = \frac{\Sigma T_A^2}{bn} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N}$$

$$SS_B = \frac{\Sigma T_B^2}{an} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N}$$

$$SS_{A\times B} = \frac{\Sigma T_{AB}^2}{n} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N} - SS_A - SS_B$$

$$SSerror = SS_{total} - SS_A - SS_B - SS_{A\times B}$$

Υπολογίζουμε τους βαθμούς ελευθερίας:

df_{total}=N-1

df_A=a-1

$df_B = b-1$

$df_{A\times B} = (a-1)(b-1)$

$df_{error} = ab(n-1)$

Υπολογίζουμε τα μέσα τετράγωνα

$MS_A = SS_A/df_A$

$MS_B = SS_B/df_B$

$MS_{A\times B} = SS_{A\times B}/df_{A\times B}$

$MS_{error} = SS_{error}/df_{error}$

Υπολογίζουμε τις τιμές του F:

$F_A = MS_A/MS_{error}$

$F_B = MS_B/MS_{error}$

$F_{A\times B} = MS_{A\times B}/MS_{error}$.

Βρίσκουμε από τον πίνακα τις κρίσιμες τιμές σε επίπεδο σημαντικότητας α= 0,05 και κάνουμε τις συγκρίσεις.

Απορρίπτουμε τις μηδενικές υποθέσεις, όταν έχουμε στατιστικά σημαντικές επιδράσεις από τις ανεξάρτητες μεταβλητές καθώς και από την αλληλεπίδρασή τους.

Προϋπόθεση για τη στατιστική σημαντικότητα μιας κύριας επίδρασης ή αλληλεπίδρασης είναι η τιμή F που υπολογίστηκε να είναι ίση ή μεγαλύτερη από την αντίστοιχη κρίσιμη τιμή.

3.6 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΔΙΠΛΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΜΕΙΚΤΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

Αυτή η ανάλυση εφαρμόζεται σε ερευνητικούς σχεδιασμούς όπου έχουμε δύο ανεξάρτητες μεταβλητές, από τις οποίες η μία χρησιμοποιεί ανεξάρτητα δείγματα και η άλλη εξαρτημένα δείγματα. Ο σχεδιασμός αυτός χρησιμοποιείται όταν οι ερευνητές θέλουν να συγκρίνουν ανεξάρτητα μεταξύ τους δείγματα σε μία σειρά από δραστηριότητες. Ορίζουμε την ανεξάρτητη μεταβλητή ανεξάρτητων δειγμάτων ως παράγοντα Α και την ανεξάρτητη μεταβλητή εξαρτημένων δειγμάτων ως παράγοντα Β. Είναι σημαντικό να γίνει αυτό γιατί ο υπολογισμός του τυχαίου σφάλματος είναι διαφορετικός για τον καθένα από τους δύο αυτούς παράγοντες

Οι υποθέσεις είναι οι εξής:

H_0 : δεν υπάρχει επίδραση των δύο ανεξάρτητων μεταβλητών ούτε αλληλεπίδραση αυτών,

H_1 : υπάρχει επίδραση των δύο ανεξάρτητων μεταβλητών και αλληλεπίδραση αυτών.

Για τον υπολογισμό των τιμών F αρχικά υπολογίζουμε τα αθροίσματα καθεμίας συνθήκης του κάθε παράγοντα (T_{B1}, T_{B2}, …, T_{Bn} και T_{A1}, T_{A2}, …T_{An}) καθώς και των συνδυασμό τους (T_{B1A1}, T_{B1A2}, …, T_{BnAn}), τα αθροίσματα τετραγώνων, τους αντίστοιχους μέσους όρους και τα γενικά σύνολα (ΣX_{total}, ΣX^2_{total} και $\overline{x}_{total}$).

Υπολογίζουμε τα αθροίσματα των τετραγώνων

$$SS_{total} = \Sigma X^2_{total} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N}$$

$$SS_A = \frac{\Sigma T_A^2}{bn} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N}$$

$$SS_B = \frac{\Sigma T_B^2}{an} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N}$$

$SS_{A\times B}= \frac{\Sigma T_{AB}^2}{n} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N} - SS_A - SS_B$

$SSerror_A= \frac{\Sigma T_{AS}^2}{b} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N} - SS_A$

$SSerror_B=\Sigma X^2 - \frac{\Sigma T_S^2}{b} - SS_B - SS_{A\times B}$

Υπολογίζουμε τους βαθμούς ελευθερίας:

$df_{total}=N-1$

$df_A=a-1$

$df_B=b-1$

$df_{A\times B}=(a-1)(b-1)$

$df_{errorA}=a(n-1)$

$df_{errorB}=a(b-1)(n-1)$

Υπολογίζουμε τα μέσα τετράγωνα:

$MS_A=SS_A/df_A$

$MS_B=SS_B/df_B$

$MS_{A\times B} =SS_{A\times B} /df_{A\times B}$

$MS_{errorA}=SS_{errorA}/df_{errorA}$

$MS_{errorB}=SS_{errorB}/df_{errorB}$

Υπολογίζουμε τις τιμές του F:

$F_A= MS_A/ MS_{errorA}$

$F_B= MS_B/ MS_{errorB}$

$F_{A\times B} = MS_{A\times B} / MS_{errorB}$

Βρίσκουμε από τον πίνακα τις κρίσιμες τιμές σε επίπεδο σημαντικότητας α= 0,05 και κάνουμε τις συγκρίσεις.

Προϋπόθεση για τη στατιστική σημαντικότητα μιας κύριας επίδρασης ή αλληλεπίδρασης είναι η τιμή F που υπολογίστηκε να είναι ίση ή μεγαλύτερη από την αντίστοιχη κρίσιμη τιμή.

3.7 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΜΕ ΔΥΟ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΩΝ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ

Η διπλή ανάλυση διακύμανσης επιτρέπει τη σύγκριση των μέσων όρων μιας εξαρτημένης μεταβλητής όταν έχουμε δύο ανεξάρτητες μεταβλητές. Ο σχεδιασμός των εξαρτημένων δειγμάτων μπορεί να επεξεργαστεί στατιστικώς τα δεδομένα του έχοντας σχετικά λίγους συμμετέχοντες, σε αντίθεση με τον ερευνητικό σχεδιασμό των ανεξάρτητων δειγμάτων που έχουν περισσότερους. Επίσης, ο πρώτος επιτρέπει να αφαιρεθεί η διακύμανση των τιμών που οφείλεται στους συμμετέχοντες και να διερευνηθεί αν η επίδοση των συμμετεχόντων είναι ίση ή όχι. Στην ανάλυση διακύμανσης διπλής κατεύθυνσης πρέπει να υπολογιστεί ένα διαφορετικό άθροισμα τετραγώνων του σφάλματος για καθεμία από τις τρείς επιδράσεις που μελετώνται (A, B ΚΑΙ A×B) και γι' αυτό ο υπολογισμός είναι πιο περίπλοκος όταν έχουμε επαναληπτικές μετρήσεις και από τους δύο παράγοντες.

Στην ανάλυση διακύμανσης διπλής κατεύθυνσης εξαρτημένων δειγμάτων πρέπει να υπολογιστούν επιπλέον τα αθροίσματα των μετρήσεων του κάθε ατόμου (s) σε κάθε συνθήκη καθενός από τους δύο παράγοντες (T_{AS} και T_{BS}) καθώς και για το σύνολο των μετρήσεων (T_S).

Οι υποθέσεις είναι οι εξής:

H_0 : δεν υπάρχει επίδραση των δύο ανεξάρτητων μεταβλητών στο δείγμα μας ούτε αλληλεπίδραση αυτών,

H_1 : υπάρχει επίδραση των δύο ανεξάρτητων μεταβλητών στο δείγμα μας και αλληλεπίδραση αυτών.

Για τον υπολογισμό των τιμών F υπολογίζουμε αρχικά τα αθροίσματα καθεμίας συνθήκης του κάθε παράγοντα (T_{B1}, T_{B2}, ..., T_{Bn} και T_{A1}, T_{A2}, ...T_{An}) καθώς και των συνδυασμό τους (T_{B1A1}, T_{B1A2}, ..., T_{BnAn}), τα αθροίσματα τετραγώνων, τους αντίστοιχους μέσους όρους και τα γενικά σύνολα (ΣX_{total}, ΣX^2_{total} και $\overline{x}_{total}$). Επίσης , όπως αναφέρθηκε πιο πάνω υπολογίζουμε τα αθροίσματα των μετρήσεων του κάθε ατόμου (s) σε κάθε συνθήκη καθενός από τους δύο παράγοντες (T_{AS} και T_{BS}).

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τα αθροίσματα τετραγώνων SS_{total}, SS_A, SS_B, $SS_{A\times B}$, SS_{errorA}, SS_{errorB} και $SS_{errorA\times B}$).

Οι τύποι είναι οι εξής:

$$SS_{total} = \Sigma X^2_{total} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N}$$

$$SS_A = \frac{\Sigma T_A^2}{bn} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N}$$

$$SS_B = \frac{\Sigma T_B^2}{an} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N}$$

$$SS_s = \frac{\Sigma T_B^2}{ab} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N}$$

$$SS_{A\times B} = \frac{\Sigma T_{AB}^2}{n} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N} - SS_A - SS_B$$

$$SSerror_A = \frac{\Sigma T_{AS}^2}{b} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N} - SS_A - SS_S$$

$$SSerror_B = \frac{\Sigma T_{BS}^2}{a} - \frac{(\Sigma X_{total})^2}{N} - SS_B - SS_S$$

$$SSerror_{A\times B} = SS_{total} - SS_A - SS_B - SS_s - SS_{A\times B} - SSerror_A - SSerror_B.$$

Μετά υπολογίζουμε τους βαθμούς ελευθερίας:

$Df_{total} = N-1$

$Df_A = a-1$

$Df_B = b-1$

$Df_S = n-1$

$df_{A\times B} = (a-1)(b-1)$

$df_{errorA} = (a-1)(n-1)$

$df_{errorB} = (b-1)(n-1)$

$df_{errorA\times B} = (a-1)(b-1)(n-1)$

Υπολογίζουμε τα μέσα τετράγωνα:

$MS_A = SS_A/df_A$

$MS_B = SS_B/df_B$

$MS_{A\times B} = SS_{A\times B} / df_{A\times B}$

$MS_{errorA} = SS_{errorA}/df_{errorA}$

$MS_{errorB} = SS_{errorB}/df_{errorB}$

$MS_{errorA\times B} = SS_{errorA\times B} / df_{errorA\times B}$

Υπολογίζουμε τις τιμές του F:

$F_A = MS_A / MS_{errorA}$

$F_B = MS_B / MS_{errorB}$

$F_{A\times B} = MS_{A\times B} / MS_{errorA\times B}$.

Βρίσκουμε τις κρίσιμες τιμές από τον πίνακα και κάνουμε τη σύγκριση. Απορρίπτουμε την H_0 που αφορά στους παράγοντες A και B, όταν έχουμε στατιστικά σημαντικές επιδράσεις και από τις δύο ανεξάρτητες μεταβλητές και δεχόμαστε την H_0 που αφορά στην αλληλεπίδραση των δύο ανεξάρτητων μεταβλητών (A×B), όταν δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική αλληλεπίδραση αυτών των δύο.

Προϋπόθεση για τη στατιστική σημαντικότητα μιας κύριας επίδρασης ή αλληλεπίδρασης είναι η τιμή F που υπολογίστηκε να είναι ίση ή μεγαλύτερη από την αντίστοιχη κρίσιμη τιμή.

4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΜΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΩΝ ΕΛΕΓΧΩΝ ΣΤΟ SPSS 13

4.1 ΕΛΕΓΧΟΣ U Ή MANN WHITNEY

Για την εκτέλεση αυτού του ελέγχου στο spss καταχωρούμε τα δεδομένα (δύο μεταβλητές). Η εξαρτημένη έχει δύο κατηγορίες(ομάδες). Ανοίγουμε *analyze → nonparametric → 2 independent samples*. Ενεργοποιούμε το Mann Whitney και περνάμε την εξαρτημένη μεταβλητή στο test variable list και την ανεξάρτητη στο grouping variable, πατάμε define groups → 1 στο Group 1 και 2 στο group 2.

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

U1

A/A	A	B
1	1	6
2	1	9
3	1	4
4	1	13
5	1	14
6	1	9
7	1	8
8	1	12
9	1	11
10	1	9
11	2	12

12	2	18
13	2	14
14	2	10
15	2	19
16	2	8
17	2	15
18	2	11
19	2	10
20	2	13
21	2	15
22	2	16

Output 1

Ranks

	A	N	Mean Rank	Sum of Ranks
B	1	10	7,85	78,50
	2	12	14,54	174,50
	Total	22		

Test Statistics(b)

	B
Mann-Whitney U	23,500
Wilcoxon W	78,500
Z	-2,414
Asymp. Sig. (2-tailed)	,016
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,014(a)

a Not corrected for ties.
b Grouping Variable: A

Ο πίνακας Ranks μας δείχνει ότι η μέση αξιολόγηση που δίνεται στην εξαρτημένη μεταβλητή για την πρώτη ομάδα (δηλαδή τη τιμή 1) είναι 7,85, και η μέση αξιολόγηση που δίνεται στη δεύτερη ομάδα (δηλαδή τη τιμή 2) είναι 14,54. Αυτό σημαίνει ότι οι επιδόσεις της ομάδας 2 είναι μάλλον μεγαλύτερες από αυτές της ομάδας 1. Επίσης, μας δείχνει και τις παρατηρήσεις N της κάθε ομάδας της εξαρτημένης μεταβλητής που είναι 10 για την μία και 12 για την άλλη.

Στον πίνακα test statistics παρατηρούμε τη βασική στατιστική παράμετρο Mann Whitney, την τιμή U η οποία είναι 23,500, δηλαδή στατιστικά σημαντική σε επίπεδο 0,014.

Επίσης η τιμή Z είναι ίση με -2,414 και είναι στατιστικά σημαντική σε επίπεδο 0,016 sig=0.016<0.05.

U2

A/A	A	B
1	1	6
2	1	9
3	1	53
4	1	46
5	1	89
6	1	35
7	1	45
8	1	28
9	1	79
10	1	36
11	1	59
12	1	46
13	1	95
14	1	64
15	2	74
16	2	48
17	2	56
18	2	99
19	2	88
20	2	77

21	2	63
22	2	62
23	2	41
24	2	52

Output2

Ranks

	A	N	Mean Rank	Sum of Ranks
B	1	14	10,50	147,00
	2	10	15,30	153,00
	Total	24		

Test Statistics(b)

	B
Mann-Whitney U	42,000
Wilcoxon W	147,000
Z	-1,640
Asymp. Sig. (2-tailed)	,101
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,108(a)

a Not corrected for ties.
b Grouping Variable: A

Στην δεύτερη περίπτωση αλλάξαμε τις αναλογίες στις ομάδες της εξαρτημένης μεταβλητής και μεγαλώσαμε λίγο τις τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής.

Ο πίνακας Ranks μας δείχνει ότι η μέση αξιολόγηση που δίνεται στην εξαρτημένη μεταβλητή για την πρώτη ομάδα (δηλαδή τη τιμή 1) είναι 10,50, και η μέση αξιολόγηση που δίνεται στη δεύτερη ομάδα (δηλαδή τη τιμή 2) είναι 15,30. Αυτό σημαίνει ότι οι επιδόσεις της ομάδας 2 είναι μάλλον μεγαλύτερες από αυτές της ομάδας 1, όπως και στην πρώτη περίπτωση. Επίσης, μας δείχνει και το πλήθος των παρατηρήσεων N της κάθε ομάδας της εξαρτημένης μεταβλητής που είναι 14 για τη μία και 10 για την άλλη.

Στον πίνακα test statistics παρατηρούμε τη βασική στατιστική παράμετρο Mann Whitney, την τιμή U η οποία είναι 42,000, δεν είναι στατιστικά σημαντική σε επίπεδο 0,108 διότι

Sig. =0.108>0.05,

Επίσης η τιμή Z είναι ίση με -1,640 και δεν είναι στατιστικά σημαντική σε επίπεδο 0.101 διότι

Sig. =0.101>0.05 .

U3

A/A	A	B
1	1	6
2	1	9
3	1	53
4	1	46
5	1	89
6	1	35
7	1	45
8	1	28
9	1	79
10	1	36
11	2	59
12	2	46
13	2	95
14	2	64
15	2	74
16	2	48
17	2	56
18	2	99
19	2	88
20	2	77

21	2	63
22	2	62

Output3

Ranks

	A	N	Mean Rank	Sum of Ranks
B	1	10	7,65	76,50
	2	12	14,71	176,50
	Total	22		

Test Statistics(b)

	B
Mann-Whitney U	21,500
Wilcoxon W	76,500
Z	-2,539
Asymp. Sig. (2-tailed)	,011
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,009(a)

a Not corrected for ties.
b Grouping Variable: A

Στην τρίτη περίπτωση, δεν αλλάξαμε τις αναλογίες στις ομάδες της εξαρτημένης μεταβλητής αλλά μεγαλώσαμε ακόμη περισσότερο τις τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής.

Ο πίνακας Ranks μας δείχνει ότι η μέση αξιολόγηση που δίνεται στην εξαρτημένη μεταβλητή για την πρώτη ομάδα (δηλαδή την τιμή 1) είναι 7,65, και η μέση αξιολόγηση που δίνεται στη δεύτερη ομάδα (δηλαδή την τιμή 2) είναι 14,71. Αυτό σημαίνει ότι οι επιδόσεις της ομάδας 2 είναι μάλλον μεγαλύτερες από αυτές της ομάδας 1, όπως και στην πρώτη περίπτωση. Επίσης, μας δείχνει και τις παρατηρήσεις N της κάθε ομάδας της εξαρτημένης μεταβλητής που είναι 10 για την μία και 12 για την άλλη.

Στον πίνακα test statistics παρατηρούμε τη βασική στατιστική παράμετρο Mann Whitney, την τιμή U η οποία είναι 21,500, είναι στατιστικά σημαντική σε επίπεδο 0,009 διότι

Sig. =0.009<0.05

Επίσης η τιμή Z είναι ίση με -2,539 και είναι στατιστικά σημαντική σε επίπεδο 0.011 διότι

Sig. =0.011<0.05.

Παρατηρούμε ότι αυτή η περίπτωση, όπου μεγαλώσαμε μόνο τις τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής, δε διαφέρει κατά πολύ από την πρώτη περίπτωση.

4.2 ΕΛΕΓΧΟΣ WILCOXON(W) ΓΙΑ ΔΥΟ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

Καταχωρούμε τα δεδομένα. Ανοίγουμε το *Analyze→ Non parametric* (Μη παραμετρικοί έλεγχοι)→ *2 Related Samples* (2 Συσχετισμένα δείγματα).

Εμφανίζεται το παράθυρο *Two-Related-Samples Tests*. Επιλέγουμε τις δύο μεταβλητές μας και τις τοποθετούμε στο πλαίσιο κειμένου Test Pair(s) List(Λίστα Ζευγών ελέγχου). Ενεργοποιούμε το πλαίσιο ελέγχου Wilcoxon, σε περίπτωση που είναι απενεργοποιημένο, και πατάμε OK.

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

W1

A/A	M	A	B
1	a	3	7
2	b	5	6
3	c	5	3
4	d	4	8
5	e	3	5
6	f	7	9

7	g	8	7
8	h	7	9

Output 1

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
B - A	Negative Ranks	2(a)	3,00	6,00
	Positive Ranks	6(b)	5,00	30,00
	Ties	0(c)		
	Total	8		

a B < A
b B > A
c B = A

Test Statistics(b)

	B - A
Z	-1,706(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	,088

a Based on negative ranks.
b Wilcoxon Signed Ranks Test

Στο Output εμφανίζονται δύο πίνακες, Rank και Test Statistics. Ο πρώτος πίνακας μας δείχνει των αριθμό των αρνητικών(2), των θετικών(6), και των μηδενικών(0) διαφορών των ιεραρχημένων δεδομένων για τις δύο ηλικίες, καθώς επίσης και το μέσο όρο και το άθροισμα των αρνητικά και θετικά ιεραρχημένων δεδομένων. Η μεταβλητή Β είναι μεγαλύτερη από τη μεταβλητή Α, B>A.

Ο δεύτερος πίνακας δείχνει το επίπεδο σημαντικότητας αυτού του ελέγχου. Αντί για πίνακα κρίσιμων τιμών, χρησιμοποιεί έναν τύπο ο οποίος έχει σχέση με την κατανομή z. Η τιμή z είναι -1,706 και έχει μια δίπλευρη πιθανότητα 0,088. Αυτό σημαίνει ότι η διαφορά μεταξύ των δύο μεταβλητών δεν είναι στατιστικά σημαντική στο επίπεδο 0,05.

W2

A/A	M	A	B
1	a	35	77
2	b	56	52
3	c	27	34
4	d	83	58
5	e	54	47
6	f	96	53
7	g	76	86
8	h	11	99

Output 2

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
B - A	Negative Ranks	4(a)	3,88	15,50
	Positive Ranks	4(b)	5,13	20,50
	Ties	0(c)		
	Total	8		

a B < A
b B > A
c B = A

Test Statistics(b)

	B - A
Z	-,350(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	,726

a Based on negative ranks.
b Wilcoxon Signed Ranks Test

Καθώς αυξήσαμε λίγο τις τιμές των μεταβλητών παρατηρούμε ότι το

Sig.=0,726>0,05,

άρα όπως και παραπάνω η διαφορά των δύο μεταβλητών δεν είναι στατιστικά σημαντική στο επίπεδο 0,05.

W3

A/A	M	A	B
1	a	135	777
2	b	560	524
3	c	272	343
4	d	835	581
5	e	544	477
6	f	964	531
7	g	176	867
8	h	211	599

Output 3

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
B - A	Negative Ranks	4(a)	3,25	13,00
	Positive Ranks	4(b)	5,75	23,00
	Ties	0(c)		
	Total	8		

a B < A
b B > A
c B = A

Test Statistics(b)

	B - A
Z	-,700(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	,484

a Based on negative ranks.
b Wilcoxon Signed Ranks Test

Στη συνέχεια αυξήσαμε περισσότερο τις τιμές των μεταβλητών και βλέπουμε ότι έχει δίπλευρο p-value.

Στον πίνακα test statistics δίνεται σημαντικότητα αυτού του δίπλευρου ελέγχου:

Sig. = 0.484>0.05 δηλαδή δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των A και B σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05.

W4

A/A	M	A	B
1	a	135	777
2	b	560	524
3	c	272	343
4	d	835	581
5	e	544	477
6	f	964	531
7	g	176	867
8	h	211	599
9	i	154	745
10	k	692	124

Output 4

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
B - A	Negative Ranks	5(a)	4,00	20,00
	Positive Ranks	5(b)	7,00	35,00
	Ties	0(c)		
	Total	10		

a B < A
b B > A
c B = A

Test Statistics(b)

	B - A
Z	-,764(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	,445

a Based on negative ranks.
b Wilcoxon Signed Ranks Test

Τέλος, αυξήσαμε λίγο και το πλήθος των παρατηρήσεων και καταλήγουμε στα ίδια συμπεράσματα ότι δηλαδή η διαφορά μεταξύ των δύο μεταβλητών δεν είναι στατιστικά σημαντική στο επίπεδο 0,05.

4.3 ΠΡΟΣΗΜΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

Για την εκτέλεση αυτού του ελέγχου στο spss καταχωρούμε τα δεδομένα (δύο μεταβλητές) και ανοίγουμε *analyze → nonparametric → 2 related samples*, επιλέγουμε τις δύο μεταβλητές και τις καταχωρούμε στο test pair(s) list (λίστα ζευγών ελέγχου). Τέλος ενεργοποιούμε το *sign.*

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Sign1

Α/Α	Μ	Α	Β
1	a	3	7
2	b	5	6
3	c	5	3
4	d	4	8
5	e	3	5
6	f	7	9
7	g	8	7
8	h	7	9

Output 1

Frequencies

		N
B - A	Negative Differences (a)	2
	Positive	6

	Differences (b)	
	Ties(c)	0
	Total	8

a B < A
b B > A
c B = A

Test Statistics(b)

	B - A
Exact Sig. (2-tailed)	,289(a)

a Binomial distribution used.
b Sign Test

Ο πίνακας frequencies δείχνει τον αριθμό των αρνητικών (2), των θετικών (6) και των μηδενικών διαφορών.

Στον πίνακα test statistics δίνεται σημαντικότητα αυτού του δίπλευρου ελέγχου:

Sig. = 0.289>0.05 δηλαδή δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των Α και Β σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05.

Sign 2

A/A	M	A	B
1	a	50	65
2	b	45	25
3	c	23	98
4	d	8	69
5	e	9	46
6	f	78	15
7	g	95	35
8	h	85	77

Output 2

Frequencies

		N
B - A	Negative Differences(a)	4
	Positive Differences(b)	4
	Ties(c)	0
	Total	8

a B < A
b B > A
c B = A

Test Statistics(b)

	B - A
Exact Sig. (2-tailed)	1,000(a)

a Binomial distribution used.
b Sign Test

Στην δεύτερη περίπτωση, απλά μεγαλώσαμε τις τιμές και στις δύο μεταβλητές.

Ο πίνακας frequencies δείχνει τον αριθμό των αρνητικών (4), των θετικών (4) και των μηδενικών διαφορών.

Στον πίνακα test statistics δίνεται σημαντικότητα αυτού του δίπλευρου ελέγχου:

Sig. = 1,000>0.05 δηλαδή δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των Α και Β σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05.

Sign 3

A/A	M	A	B
1	a	205	150
2	b	100	350
3	c	159	650
4	d	235	405
5	e	350	60

6	f	158	80
7	g	96	45
8	h	35	177

Output 3

Frequencies

		N
B - A	Negative Differences(a)	4
	Positive Differences(b)	4
	Ties(c)	0
	Total	8

a B < A
b B > A
c B = A

Test Statistics(b)

	B - A
Exact Sig. (2-tailed)	1,000(a)

a Binomial distribution used.
b Sign Test

Στην τρίτη περίπτωση μεγαλώσαμε ακόμα πιο πολύ τις τιμές και στις δύο μεταβλητές.

Ο πίνακας frequencies δείχνει τον αριθμό των αρνητικών (4), των θετικών (4) και των μηδενικών διαφορών.

Στον πίνακα test statistics δίνεται σημαντικότητα αυτού του δίπλευρου ελέγχου:

Sig. = 1,000>0.05 δηλαδή δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των A και B σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05.

Παρατηρούμε ότι έχουμε ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα με την προηγούμενη περίπτωση, παρόλο που μεγαλώσαμε περισσότερο τις τιμές.

4.4 ΈΛΕΓΧΟΣ McNemar

Καταχωρούμε τα δεδομένα των μεταβλητών ΠΡΙΝ, ΜΕΤΑ και ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ σε προβολή δεδομένων(Data View) του παραθύρου Data Editor. Στην τιμή 1 δίνουμε την ετικέτα ΝΑΙ και στην τιμή 2 την ετικέτα ΟΧΙ. Ανοίγουμε το *Analyze→ Non parametric* (Μη παραμετρικοί έλεγχοι)→ *2 Related Samples* (2 Συσχετιζόμενα δείγματα).

Εμφανίζεται το παράθυρο *Two-Related-Samples Tests*. Επιλέγουμε τις δύο μεταβλητές ΜΕΤΑ και ΠΡΙΝ και τις τοποθετούμε στο πλαίσιο κειμένου *Test Pair(s) List* (Λίστα Ζευγών ελέγχου). Ενεργοποιούμε το πλαίσιο ελέγχου *McNemar* και πατάμε ΟΚ.

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

McNemar1

A/A	A	B	C
1	1	1	30
2	1	2	50
3	2	1	10
4	2	2	32

Output 1

A & B

	B	
A	1	2
1	30	50
2	10	32

Test Statistics(b)

	A & B
N	122
Chi-Square(a)	25,350

Asymp. Sig.	,000

a Continuity Corrected
b McNemar Test

Στο Output εμφανίζονται δύο πίνακες, ΜΕΤΑ και ΠΡΙΝ και Test Statistics. Ο πρώτος πίνακας μας δείχνει τις συχνότητες των περιπτώσεων στα τέσσερα κελιά. Για παράδειγμα ο αριθμός 10 μας δείχνει τον αριθμό των ατόμων που άλλαξαν την απόφασή τους, από θετική πριν το γεγονός σε αρνητική μετά το γεγονός ενώ ο αριθμός 50, μας δείχνει τον αριθμό των ατόμων που άλλαξαν την απόφασή τους, από αρνητική πριν το γεγονός, σε θετική μετά από αυτό.

Ο δεύτερος πίνακας δίνει το συνολικό αριθμό των περιπτώσεων N(122), την τιμή X^2(25.350) και το επίπεδο σημαντικότητας (0.000). Αφού η σημαντικότητα sig.<0.001<0,05, συνεπάγεται ότι υπήρξε σημαντική αλλαγή στον αριθμό των ατόμων που άλλαξαν απόφαση μετά το γεγονός.

McNemar2

A/A	A	B	C
1	1	1	10
2	1	2	20
3	2	1	7
4	2	2	13

Output 2

A & B

	B	
A	1	2
1	10	20
2	7	13

Test Statistics(b)

	A & B
N	50
Chi-Square(a)	5,333
Asymp. Sig.	,021

a Continuity Corrected
b McNemar Test

Κρατώντας τις μεταβλητές ΜΕΤΑ και ΠΡΙΝ ίδιες και αυξάνοντας λίγο τη μεταβλητή ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ παρατηρούμε ότι έχει σημαντικότητα (p-value) 0,021,

Sig.=0.021<0.05

άρα είναι στατιστικά σημαντικό. Δηλαδή, υπάρχει σημαντική αλλαγή στον αριθμό των ατόμων που άλλαξαν απόφαση μετά το γεγονός.

5. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΩΝ ΕΛΕΓΧΩΝ

5.1 ΕΛΕΓΧΟΣ t ΓΙΑ ΔΥΟ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

Αφού καταχωρίσουμε τα δεδομένα στο παράθυρο data editor κατά το γνωστό τρόπο έπειτα θα σας αναφέρουμε τα βήματα τα οποία πρέπει να εκτελέσουμε για να κάνουμε τον έλεγχο.

Πατάμε το *analyze*→ *Compare means*(Σύγκριση μέσων όρων)→ *Paired Samples T-Test*(Έλεγχος t με ζεύγη δειγμάτων).

Μόλις τελειώσουμε την παραπάνω εντολή στην οθόνη μας εμφανίζεται το παράθυρο Paired Samples T-Test. Στην αριστερή μεριά του παραθύρου θα εμφανίζονται οι μεταβλητές μας, στο συγκεκριμένο παράδειγμα οι μεταβλητές μας είναι οι A και B, αφού τις επιλέξουμε πατάμε στο κουμπί ▶ για να τις τοποθετήσουμε στο πλαίσιο κειμένου Paired Variables(Ζεύγος μεταβλητών) και τέλος πατάμε OK.

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Π1

A/A	M	A	B
1	a	3	7
2	b	5	6
3	c	5	3
4	d	4	8
5	e	3	5
6	f	7	9
7	g	8	7
8	h	7	9

Output 1

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	A	5,25	8	1,909	,675
	B	6,75	8	2,053	,726

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	A & B	8	,419	,301

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	A - B	-1,500	2,138	,756	-3,287	,287	-1,984	7	,088

Στον πρώτο πίνακα Paired Samples Statistics παρουσιάζεται ο μέσος όρος (Means), ο αριθμός των περιπτώσεων (N) και η τυπική απόκλιση (St. Deviation) των δύο ομάδων. Στο παράδειγμα μας ο μέσος όρος για τη μεταβλητή A είναι 5,25 και η τυπική απόκλιση 1,909 ενώ για τη μεταβλητή B ο μέσος όρος είναι 6,75 και η τυπική απόκλιση 2,053. Παρατηρούμε ότι οι δύο τυπικές αποκλίσεις είναι παρόμοιες.

Στον δεύτερο πίνακα παρουσιάζεται ο συντελεστής συσχέτισης (Paired Samples Correlations) των δύο ομάδων τιμών. Ο συντελεστής συσχέτισης(Correlation) μεταξύ τους είναι 0,419. Παρατηρούμε ότι το p-value του συντελεστή συσχέτιση είναι μεγαλύτερο από το επίπεδο σημαντικότητας, δηλαδή 0,301>0,05, το οποίο σημαίνει ότι πρόκειται για μια στατιστικά σημαντική συσχέτιση. Οι συσχετισμένοι έλεγχοι πρέπει να χρησιμοποιούνται όταν υπάρχει σημαντική συσχέτιση μεταξύ των δύο ομάδων τιμών.

Στον τελευταίο πίνακα Paired Samples Test, οι τρεις πρώτες στήλες με αριθμούς αποτελούν τις βασικές συνιστώσες υπολογισμού του συσχετισμένου ελέγχου. Ο μέσος όρος (Mean) -1.500 είναι ο μέσος όρος των διαφορών της Α μεταβλητής και της Β μεταβλητής, δηλαδή είναι η μέση διαφορά. Η τιμή του t βασίζεται στο πηλίκο αυτής της μέσης διαφοράς (-1.500) με το τυπικό σφάλμα του μέσου όρου (Std. Error Mean)(0,756). Ο υπολογισμός δίνει την τιμή t = -1.984. Επίσης στον πίνακα αυτόν μας δίνονται ακόμα οι βαθμοί ελευθερίας (df) 7 και το επίπεδο δίπλευρης σημαντικότητας (Sig.2-tailed)0,88,

sig.=0,88>0,05 άρα είναι στατιστικά μη σημαντικό.

Αν τώρα διαιρέσουμε με το 2 δίνει το επίπεδο μονόπλευρης σημαντικότητας, το οποίο είναι 0,044 και είναι στατιστικά σημαντικό. Ωστόσο, μόνον ο δίπλευρος έλεγχος είναι απαραίτητος, εκτός αν η διαφορά έχει προβλεφθεί πριν από τη συγκέντρωση των δεδομένων με βάση ισχυρή θεωρητική ή και εμπειρική αιτιολογία.

Όλα τα παραπάνω θα μπορούσαμε να τα παρουσιάσουμε και ως εξής: Για τη Α μεταβλητή (M=5,25 , Sd=1,91) ενώ για τη Β (M=6,75 , SD=2,05) δε διαφέρουν σημαντικά (t=-1,98 , DF=7, p=0,088 δίπλευρη).

Π2

Α/Α	Μ	Α	Β
1	a	15	88
2	b	56	45
3	c	89	52
4	d	45	90
5	e	77	725
6	f	100	64
7	g	36	95
8	h	96	33

Output 2

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	A	64,25	8	30,992	10,957
	B	149,00	8	233,850	82,678

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	A & B	8	,094	,826

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
Pair 1 A - B	-84,750	233,003	82,379	-279,546	110,046	-1,029	7	,338

Αφήνοντας τώρα σταθερό το πλήθος των παρατηρήσεων αλλά αυξάνοντας τις τιμές αυτών, παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα τα οποία παίρνουμε είναι τα ίδια, δηλαδή

sig.=0,826>0.05

το οποίο σημαίνει ότι δεν είναι στατιστικά σημαντικό. Αυτό σημαίνει ότι οι μεταβλητές A και B δε διαφέρουν σημαντικά.

Π3

A/A	M	A	B
1	a	15	88
2	b	156	45
3	c	89	152
4	d	45	90

5	e	77	725
6	f	100	64
7	g	36	955
8	h	296	33
9	i	386	751
10	k	75	212
11	l	85	369
12	m	36	156
13	n	78	425
14	o	49	12
15	p	56	84
16	r	25	96

Output 3

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	A	100,25	16	101,303	25,326
	B	266,06	16	296,385	74,096

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	A & B	16	,198	,462

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	A - B	-165,813	293,635	73,409	-322,280	-9,345	-2,259	15	,039

Στη συνέχεια διπλασιάζοντας των αριθμό των παρατηρήσεων, παρατηρήσαμε ότι το

Sig.=0,462>0,05.

Άρα οδηγούμαστε στα ίδια συμπεράσματα, ότι οι μεταβλητές Α και Β δε διαφέρουν σημαντικά.

5.2 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΜΟΝΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΩΝ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΓΙΑ Κ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

Καταχωρούμε τα δεδομένα μας. Αφού τα δεδομένα μας είναι εξαρτημένα, οι τιμές των τριών μεταβλητές χωρίζονται σε τρεις στήλες: A, B και C.Επιλέγουμε το *Analyze→ General Linear Model* (Γενικό γραμμικό Μοντέλο)→ *Repeated Measures* (Επαναλαμβανόμενες μετρήσεις). Εμφανίζεται στην οθόνη το παράθυρο Repeated Measures Define Factor(s). Στο πλαίσιο κειμένου Number of levels (Αριθμός επιπέδων) πληκτρολογούμε 3, έπειτα πατάμε Add και τέλος πατάμε Define. Στη συνέχεια, εμφανίζεται στην οθόνη το παράθυρο εν ονόματι Repeated Measures. Επιλέγουμε καθεμιά μεταβλητή (ή και τις 3 μαζί) και τις περνάμε δίπλα στο πλαίσιο κειμένου Within-Subjects Variables (Μεταβλητές στο εσωτερικό των υποκειμένων).

Εν συνεχεία πατάμε το κουμπί Options. Επιλέγουμε από το Display το πλαίσιο ελέγχου Descriptive Statistics (Περιγραφικά στατιστικά) και πατάμε Continue και μετά OK.

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

A/A	A	B	C
1	7	8	6
2	5	10	3
3	6	6	4
4	9	9	2
5	3	7	5

Output 1

Within-Subjects Factors

Measure: MEASURE_1

factor1	Dependent Variable
1	A
2	B
3	C

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
A	6,00	2,236	5
B	8,00	1,581	5
C	4,00	1,581	5

Multivariate Tests(b)

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
factor1	Pillai's Trace	,755	4,630(a)	2,000	3,000	,121
	Wilks' Lambda	,245	4,630(a)	2,000	3,000	,121
	Hotelling's Trace	3,087	4,630(a)	2,000	3,000	,121
	Roy's Largest Root	3,087	4,630(a)	2,000	3,000	,121

a Exact statistic
b Design: Intercept
Within Subjects Design: factor1

Mauchly's Test of Sphericity(b)

Measure: MEASURE_1

Within Subjects Effect	Mauchly's W	Approx. Chi-Square	df	Sig.	Epsilon(a)		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
factor1	,862	,444	2	,801	,879	1,000	,500

Tests the null hypothesis that the error covariance matrix of the orthonormalized transformed dependent variables is proportional to an identity matrix.
a May be used to adjust the degrees of freedom for the averaged tests of significance. Corrected tests are displayed in the Tests of Within-Subjects Effects table.
b Design: Intercept
Within Subjects Design: factor1

Tests of Within-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.

factor1	Sphericity Assumed	40,000	2	20,000	5,106	,037
	Greenhouse-Geisser	40,000	1,758	22,752	5,106	,045
	Huynh-Feldt	40,000	2,000	20,000	5,106	,037
	Lower-bound	40,000	1,000	40,000	5,106	,087
Error(factor1)	Sphericity Assumed	31,333	8	3,917		
	Greenhouse-Geisser	31,333	7,032	4,456		
	Huynh-Feldt	31,333	8,000	3,917		
	Lower-bound	31,333	4,000	7,833		

Tests of Within-Subjects Contrasts

Measure: MEASURE_1

Source	factor1	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
factor1	Linear	10,000	1	10,000	1,905	,240
	Quadratic	30,000	1	30,000	11,613	,027
Error(factor1)	Linear	21,000	4	5,250		
	Quadratic	10,333	4	2,583		

Tests of Between-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1
Transformed Variable: Average

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	540,000	1	540,000	249,231	,000
Error	8,667	4	2,167		

Τα αποτελέσματα δίνουν επτά πίνακες. Ο πίνακας Descriptive Statistics μας δίνει το μέσο όρο(Mean) και την τυπική απόκλιση(Std Deviation) για τις τρεις ομάδες.

Ο πίνακας Mauchly's Test of Sphericity δείχνει τα αποτελέσματα του ελέγχου σφαιρικότητας του Mauchly(0,801). Επειδή αυτός ο έλεγχος δεν είναι σημαντικός, δεχόμαστε ότι έχουμε σφαιρικότητα και δεν χρειάζεται να προσαρμόσουμε τα επίπεδα σημαντικότητας για να πραγματοποιήσουμε την ανάλυση. Αν είναι σημαντικός, τότε πρέπει να χρησιμοποιήσουμε κάποιον από τους εναλλακτικούς ελέγχους του επόμενου πίνακα. (Tests of Within-Subjects Effects).

Ο πίνακας Tests of Within-Subjects Effects, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσαρμογή των βαθμών ελευθερίας των μέσων όρων των ελέγχων σημαντικότητας. Στην πρώτη στήλη στο factor1, πολύ λίγα από τα στοιχεία είναι απαραίτητα. Στο μεγαλύτερο μέρος τους αποτελούνται από παρόμοιες αναλύσεις οι οποίες χρησιμοποιούν ελέγχους που λίγο διαφέρουν μεταξύ τους. Αυτοί χρησιμοποιούνται στον προηγούμενο πίνακα αποτελεσμάτων όταν ο έλεγχος Mauchly είναι σημαντικός. Το sig. μας δίνει τη σημαντικότητα του λόγου F. Με την παραδοχή ότι έχουμε σφαιρικότητα, η σημαντικότητα είναι 0,037.

Ο λόγος F είναι το αποτέλεσμα της διαίρεσης του μέσου τετραγώνου (Mean Square,MS) για τον παράγοντα factor1 (20.000), με το μέσο τετράγωνο του παράγοντα Error(factor1) (3.917) και είναι ίσος με 5.106, οπότε η σημαντικότητα αυτού του λόγου F είναι 0,037.

Παρατηρούμε ότι

Sig.=0,037<0,05,

που συνεπάγεται ότι υπάρχει σημαντική διαφορά στις μέσες τιμές των τριών συνθηκών συνολικά.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

A/A	A	B	C
1	86	45	45
2	39	36	52
3	59	95	13
4	75	24	71
5	12	67	63

Output 2

Within-Subjects Factors

Measure: MEASURE_1

factor1	Dependent Variable
1	A
2	B
3	C

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
A	54,20	29,491	5
B	53,40	28,077	5
C	48,80	22,365	5

Multivariate Tests(b)

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.

factor1	Pillai's Trace	,024	,037(a)	2,000	3,000	,964
	Wilks' Lambda	,976	,037(a)	2,000	3,000	,964
	Hotelling's Trace	,025	,037(a)	2,000	3,000	,964
	Roy's Largest Root	,025	,037(a)	2,000	3,000	,964

a Exact statistic
b Design: Intercept
Within Subjects Design: factor1

Mauchly's Test of Sphericity(b)

Measure: MEASURE_1

Within Subjects Effect	Mauchly's W	Approx. Chi-Square	df	Sig.	Epsilon(a)		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
factor1	,959	,127	2	,939	,960	1,000	,500

Tests the null hypothesis that the error covariance matrix of the orthonormalized transformed dependent variables is proportional to an identity matrix.
a May be used to adjust the degrees of freedom for the averaged tests of significance. Corrected tests are displayed in the Tests of Within-Subjects Effects table.
b Design: Intercept
Within Subjects Design: factor1

Tests of Within-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
factor1	Sphericity Assumed	84,933	2	42,467	,042	,959
	Greenhouse-Geisser	84,933	1,921	44,221	,042	,955
	Huynh-Feldt	84,933	2,000	42,467	,042	,959
	Lower-bound	84,933	1,000	84,933	,042	,847
Error(factor1)	Sphericity Assumed	8048,400	8	1006,050		
	Greenhouse-Geisser	8048,400	7,683	1047,613		
	Huynh-Feldt	8048,400	8,000	1006,050		
	Lower-bound	8048,400	4,000	2012,100		

Tests of Within-Subjects Contrasts

Measure: MEASURE_1

Source	factor1	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
factor1	Linear	72,900	1	72,900	,091	,778
	Quadratic	12,033	1	12,033	,010	,925
Error(factor1)	Linear	3218,600	4	804,650		
	Quadratic	4829,800	4	1207,450		

Tests of Between-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1
Transformed Variable: Average

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	40768,267	1	40768,267	279,044	,000
Error	584,400	4	146,100		

Έπειτα, αυξήσαμε τις τιμές και των τριών μεταβλητών μας, αφήνοντας το πλήθος τους το ίδιο. Ο πίνακας Descriptive Statistics μας δίνει το μέσο όρο και την τυπική απόκλιση για τις τρεις ομάδες. Ο πίνακας Mauchly's Test of Sphericity δείχνει τα αποτελέσματα του ελέγχου σφαιρικότητας του Mauchly(p=0,939). Ο πίνακας Tests of Within-Subjects Effects βοηθάει να ελέγξουμε πόσο σημαντικός είναι ο λόγος F. Το επίπεδο σημαντικότητας αυτού του λόγου F είναι 0,959.
Παρατηρούμε

Sig.=0,959>0,05,

συνεπάγεται ότι δεν υπάρχει σημαντική διαφορά στις μέσες τιμές των τριών συνθηκών συνολικά.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3

A/A	A	B	C
1	7	8	6
2	5	10	3
3	6	6	4
4	9	9	2
5	3	7	5
6	2	12	9
7	4	4	11
8	1	15	7
9	10	3	14
10	8	17	19

Output 3

Within-Subjects Factors

Measure: MEASURE_1

factor1	Dependent Variable
1	A
2	B
3	C

Multivariate Tests(b)

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
factor1	Pillai's Trace	,304	1,751 (a)	2,000	8,000	,234
	Wilks' Lambda	,696	1,751 (a)	2,000	8,000	,234
	Hotelling's Trace	,438	1,751 (a)	2,000	8,000	,234
	Roy's Largest Root	,438	1,751 (a)	2,000	8,000	,234

a Exact statistic
b Design: Intercept
Within Subjects Design: factor1

Mauchly's Test of Sphericity(b)

Measure: MEASURE_1

Within Subjects Effect	Mauchly's W	Approx. Chi-Square	df	Sig.	Epsilon(a)		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
factor1	,978	,181	2	,913	,978	1,000	,500

Tests the null hypothesis that the error covariance matrix of the orthonormalized transformed dependent variables is proportional to an identity matrix.
a May be used to adjust the degrees of freedom for the averaged tests of significance. Corrected tests are displayed in the Tests of Within-Subjects Effects table.
b Design: Intercept
Within Subjects Design: factor1

Tests of Within-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
factor1	Sphericity Assumed	68,067	2	34,033	1,927	,174
	Greenhouse-Geisser	68,067	1,956	34,796	1,927	,176
	Huynh-Feldt	68,067	2,000	34,033	1,927	,174
	Lower-bound	68,067	1,000	68,067	1,927	,199
Error(factor1)	Sphericity Assumed	317,933	18	17,663		

Greenhouse-Geisser	317,933	17,606	18,059			
Huynh-Feldt	317,933	18,000	17,663			
Lower-bound	317,933	9,000	35,326			

Tests of Within-Subjects Contrasts

Measure: MEASURE_1

Source	factor1	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
factor1	Linear	31,250	1	31,250	2,079	,183
	Quadratic	36,817	1	36,817	1,814	,211
Error(factor1)	Linear	135,250	9	15,028		
	Quadratic	182,683	9	20,298		

Tests of Between-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1
Transformed Variable: Average

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	1702,533	1	1702,533	73,857	,000
Error	207,467	9	23,052		

Τέλος, διπλασιάσαμε το N και παρατηρήσαμε ότι
sig=0.174>0,05,
Συνεπάγεται ότι δεν υπάρχει σημαντική διαφορά στις μέσες τιμές των τριών συνθηκών συνολικά.

5.3 ΕΛΕΓΧΟΣ t ΓΙΑ ΔΥΟ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ

Για την εκτέλεση του μη συσχετισμένου ελέγχου t στο spss καταχωρούμε τα δεδομένα (δύο μεταβλητές). Μία στήλη για την ανεξάρτητη μεταβλητή και μία για την εξαρτημένη. Ανοίγουμε το μενού *analyze → compare means* και επιλέγουμε τη διαταγή *independent samples T test* (έλεγχος t με ανεξάρτητα δείγματα). Στη συνέχεια, επιλέγουμε τη εξαρτημένη μεταβλητή, πατάμε στο κουμπί ▶ του πλαισίου κειμένου test variable(s) (μεταβλητή ελέγχου) για να την τοποθετήσουμε εκεί. Επιλέγουμε την ανεξάρτητη μεταβλητή και πατάμε στο κουμπί ► του πλαισίου κειμένου grouping variable (μεταβλητή ομαδοποίησης) για να την τοποθετήσουμε εκεί. Στην ανεξάρτητη μεταβλητή έχουμε δύο ομάδες και για να τις ορίσουμε επιλέγουμε το define groups. Καταχωρούμε τον αριθμό "1" στο πλαίσιο κειμένου group 1 και τον αριθμό "2" στο πλαίσιο κειμένου group 2.

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

Α/Α	Α	Β
1	2	12
2	2	18
3	2	14
4	2	10
5	2	19
6	2	8
7	2	15
8	2	11
9	2	10
10	2	13
11	2	15
12	2	16
13	1	6
14	1	9
15	1	4
16	1	13
17	1	14
18	1	9
19	1	8
20	1	12
21	1	11
22	1	9

Output 1

Group Statistics

	A	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
B	1	10	9,50	3,100	,980
	2	12	13,42	3,370	,973

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
B	Equal variances assumed	,212	,650	-2,813	20	,011	-3,917	1,392	-6,821	-1,013
	Equal variances not assumed			-2,836	19,768	,010	-3,917	1,381	-6,800	-1,034

Στο πίνακα group statistics παρουσιάζεται για κάθε ομάδα ο αριθμός των περιπτώσεων : 10 και 12 αντίστοιχα, ο μέσος όρος και η τυπική απόκλιση 3,100 για την πρώτη και 3,370 για την δεύτερη ομάδα. Ο μέσος όρος στη πρώτη ομάδα είναι 9,50 ενώ στη δεύτερη είναι 13,42 και παρατηρούμε ότι υπάρχει διαφορά μεταξύ των δύο ομάδων. Ο μέσος όρος στη δεύτερη ομάδα είναι σημαντικά υψηλότερος.

Στο πίνακα independent samples test παρατηρούμε τη διαφορά των μέσων όρων (-3,917). Το τυπικό σφάλμα της διαφοράς είναι 1,382 και η διαίρεση αυτών των δύο είναι η τιμή του t, δηλαδή -2,813.

Αν η σημαντικότητα του ελέγχου Levene είναι μεγαλύτερη από 0,05, όπως σε αυτή την περίπτωση που είναι 0,650, χρησιμοποιούμε τις πληροφορίες της πρώτης γραμμής. Αν η σημαντικότητα του ελέγχου Levene είναι 0,05 ή μικρότερη, χρησιμοποιούμε τις πληροφορίες της δεύτερης γραμμής. Η δεύτερη γραμμή δίνει τις τιμές όταν οι διακυμάνσεις διαφέρουν στατιστικά σημαντικά.

Sig.=0.011<0.05 δηλαδή υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά.

Όταν οι διακυμάνσεις είναι ίσες, η τιμή του t είναι -2,813, η οποία με 20 βαθμούς ελευθερίας έχει δίπλευρη σημαντικότητα 0,011. Για να πάρουμε το επίπεδο μονόπλευρης σημαντικότητας, διαιρούμε αυτό το επίπεδο με το 2, οπότε θα πάρουμε την τιμή 0,006 στρογγυλοποιημένη με ακρίβεια τριών δεκαδικών ψηφίων.

Το διάστημα εμπιστοσύνης 95% της διαφοράς κυμαίνεται από -6,82 έως -1,01. Επειδή το διάστημα εμπιστοσύνης δεν περιέχει 0.00, η διαφορά είναι στατιστικά σημαντική σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

Α/Α	Α	Β
1	2	2
2	2	8
3	2	14
4	2	10
5	2	19
6	2	20
7	2	15
8	2	11
9	1	10
10	1	13
11	1	15
12	1	16
13	1	66
14	1	9
15	1	14
16	1	13
17	1	155
18	1	6
19	1	8
20	1	12
21	1	11
22	1	54

Output 2

Group Statistics

	A	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
B	1	14	28,71	40,492	10,822
	2	8	12,38	5,927	2,095

Independent Samples Test

	Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
								Lower	Upper
Equal variances assumed	4,543	,046	1,123	20	,275	16,339	14,552	-14,015	46,694
Equal variances not assumed			1,482	13,957	,160	16,339	11,023	-7,309	39,988

Στη δεύτερη περίπτωση αλλάξαμε την αναλογία ανάμεσα στις 2 ομάδες της ανεξάρτητης μεταβλητής. Αυξήσαμε την πρώτη και μειώσαμε τη δεύτερη. Επίσης μεγαλώσαμε τις τιμές της δεύτερης μεταβλητής.
Με αυτές τις αλλαγές παρατηρούμε ότι η σημαντικότητα του ελέγχου Levene είναι μικρότερη από 0,05 άρα χρησιμοποιούμε τη δεύτερη γραμμή στον πίνακα independent samples test. Έτσι έχουμε:

Sig.=0.160>0.05 άρα σε αυτή την περίπτωση δεν είναι στατιστικά σημαντικό.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3

Α/Α	Α	Β
1	2	122
2	2	52
3	2	136
4	2	59

5	2	78
6	2	56
7	2	36
8	2	46
9	2	85
10	2	15
11	2	155
12	2	258
13	1	96
14	1	75
15	1	44
16	1	65
17	1	78
18	1	73
19	1	16
20	1	13
21	1	94
22	1	51

Output 3

Group Statistics

	A	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
B	1	10	60,50	29,201	9,234
	2	12	91,50	67,264	19,417

Independent Samples Test

Στη τρίτη περίπτωση οι αναλογίες των ομάδων της ανεξάρτητης μεταβλητής παρέμειναν οι ίδιες με την πρώτη περίπτωση και το μόνο που άλλαξε είναι οι τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής όπου μεγάλωσαν αρκετά. Παρατηρούμε ότι

Sig.=0.192>0.05, άρα και εδώ δεν είναι στατιστικά σημαντική η διαφορά.

5.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΜΟΝΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΓΙΑ Κ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

Για να υπολογίσουμε το λόγο διακυμάνσεων (λόγο F) διαιρούμε την υψηλότερη εκτίμηση της διακύμανσης με τη χαμηλότερη εκτίμηση. Η εκτίμηση της διακύμανσης γίνεται με τη διαδικασία Descriptives.

Έστω ότι έχουμε δύο μεταβλητές. Η πρώτη μεταβλητή(ανεξάρτητη) έχει δύο καταστάσεις. Καταχωρούμε τα δεδομένα μας τοποθετώντας στην πρώτη στήλη τη μεταβλητή Α. Δίνουμε για την πρώτη κατάσταση την ετικέτα[3] 1 και για τη δεύτερη κατάσταση την ετικέτα 2. Στη δεύτερη στήλη τοποθετούμε τη δεύτερη μεταβλητή και τοποθετούμε τα δεδομένα μας. Στη συνέχεια, επιλέγουμε **Analyze→ Compare Means** (Σύγκριση μέσων όρων)→ **Means** (μέσοι όροι).

Στην οθόνη εμφανίζεται το παράθυρο Means, επιλέγουμε την μεταβλητή αυτοπεποίθηση και πατάμε το κουμπί ► δίπλα στο πλαίσιο κειμένου Dependent List (Λίστα εξαρτημένων μεταβλητών) ώστε να τοποθετηθεί εκεί. Στη συνέχεια επιλέγουμε τη μεταβλητή Α και την τοποθετούμε στο πλαίσιο κειμένου Independent List (Λίστα ανεξάρτητων μεταβλητών). Έπειτα, επιλέγουμε την εντολή Options, όπου από το παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγουμε το δείκτη Variance (Διακύμανση) και τον τοποθετούμε στο πλαίσιο κειμένου Cell Statistics (Στατιστικά κελιών). Πατάμε το κουμπί Continue, επανερχόμαστε στο προηγούμενο πλαίσιο διαλόγου και πατάμε OK.

[3] Στο παράθυρο Data editor περάστε σε προβολή Variable View. Αφού ονομάσετε τις μεταβλητες, επιλέγετε τη στήλη Values. Στο παράθυρο Value Labels που θα εμφανιστεί στο κελί Value βάζετε τον αριθμό 1 και στο κελί Value Label το όνομα που θέλουμε να αντιστοιχεί και πατάμε add. Μόλις τελειώσετε όλες τις καταχωρίσεις πατάτε OK.

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

A/A	A	B
1	1	20
2	1	14
3	1	18
4	1	22
5	1	13
6	1	15
7	1	9
8	2	36
9	2	28
10	2	4
11	2	18
12	2	2
13	2	22
14	2	1

Output 1

Case Processing Summary

	Cases					
	Included		Excluded		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
B * A	14	28,0%	36	72,0%	50	100,0%

Report

B

A	Mean	N	Std. Deviation	Variance
1	15,86	7	4,451	19,810
2	15,86	7	13,837	191,476
Total	15,86	14	9,875	97,516

Στον πίνακα Report εμφανίζονται ο μέσος όρος(Mean), ο αριθμός των περιπτώσεων(N), η τυπική απόκλιση(Std. Deviation) και η Διακύμανση (Variance). Η διακύμανση για την κατηγορία 2 είναι 19,810.

Για να υπολογίσουμε το λόγο των διακυμάνσεων διαιρούμε τη μεγαλύτερη εκτιμώμενη διακύμανση των αποτελεσμάτων με τη μικρότερη εκτιμώμενη διακύμανση. Η μεγαλύτερη διακύμανση είναι 191,476 (για την πρώτη κατηγορία) και αν τη διαιρέσουμε με τη μικρότερη που είναι 19,810 (για τη δεύτερη), παίρνουμε διακύμανση ή λόγο F ίσο με 9,6656.

Έχουμε 6 βαθμούς ελευθερίας για τον αριθμητή 191,48 και για τον παρανομαστή 19,81. Η κρίσιμη τιμή σε επίπεδο 0,05 του λόγου F με 6 βαθμούς ελευθερίας αριθμητή και παρανομαστή είναι 4,28.

Ο λόγος F που υπολογίσαμε είναι 9,66, τιμή η οποία είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή 4,28 σε επίπεδο 0,05 ($F_{v1,v2}$[4]: $F_{6.6}=9.66$, $p<0.05$),
άρα υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

Α/Α	Α	Β
1	1	202
2	1	114
3	1	138
4	1	226
5	1	135
6	1	515
7	1	925
8	2	368
9	2	428

[4] $v_1=n_1-1$ και $v_2=n_2-1$, $\frac{X:v_1}{Y:v_2}=\frac{\frac{v_1S_1^2}{\sigma^2}/v_1}{\frac{v_2S_2^2}{\sigma^2}/v_2}=\frac{S_1^2}{S_2^2}$

10	2	415
11	2	618
12	2	212
13	2	622
14	2	431

Output 2

Case Processing Summary

	Cases					
	Included		Excluded		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
B * A	14	93,3%	1	6,7%	15	100,0%

Report

B

A	Mean	N	Std. Deviation	Variance
1	322,14	7	299,044	89427,143
2	442,00	7	143,061	20466,333
Total	382,07	14	233,640	54587,764

Στη συνέχεια αυξήσαμε τις τιμές των μεταβλητών μας, αφήνοντας όμως το πλήθος των μεταβλητών μας το ίδιο. Εδώ παρατηρούμε ότι τη μεγαλύτερη διακύμανση την παρουσιάζει η δεύτερη κατηγορία της ανεξάρτητης μεταβλητής 89427,143 ενώ τη μικρότερη η πρώτη κατηγορία της ανεξάρτητης μεταβλητής 20466,333. Για να βρούμε το λόγο F, όπως αναφέραμε και παραπάνω διαιρούμε τη διακύμανση της μεγαλύτερης μεταβλητής με εκείνον της μικρότερης μεταβλητής, και παίρνουμε λόγο F ίσο με 4,3694. Έχουμε 6 βαθμούς ελευθερίας για τον αριθμητή 89427,143 και για τον παρανομαστή 20466,333. Η κρίσιμη τιμή σε επίπεδο 0,05 του λόγου F με 6 βαθμούς ελευθερίας σε αριθμητή και παρανομαστή, είναι 4,28. Ο λόγος F που υπολογίσαμε είναι 4.37, τιμή η οποία είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή 4,28 σε επίπεδο 0,05.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3

Α/Α	Α	Β
1	1	202
2	1	114
3	1	138
4	1	226
5	1	135
6	1	515
7	1	925
8	1	368
9	1	428
10	1	415
11	1	618
12	1	212
13	1	622
14	1	431
15	1	879
16	1	123
17	1	315
18	1	642
19	1	580
20	1	320
21	1	960
22	1	110
23	1	356
24	1	851
25	2	258
26	2	763
27	2	666
28	2	999
29	2	333
30	2	222

31	2	221
32	2	121
33	2	21
34	2	54
35	2	320
36	2	230
37	2	120
38	2	974
39	2	563
40	2	420
41	2	600
42	2	156
43	2	960
44	2	421
45	2	698
46	2	453
47	2	124
48	2	963
49	2	785
50	2	543

Output 3

Case Processing Summary

	Cases					
	Included		Excluded		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
B * A	50	100,0%	0	,0%	50	100,0%

Report

B

A	Mean	N	Std. Deviation	Variance
1	429,72	25	268,174	71917,460
2	469,20	25	315,448	99507,33

Total	449,46	50	290,449	3 84360,78 4

Τέλος, αυξήσαμε και το πλήθος των δύο καταστάσεων της ανεξάρτητης μεταβλητής αλλά και τις τιμές αυτών. Για να υπολογίσουμε το λόγο των διακυμάνσεων διαιρούμε τη μεγαλύτερη εκτιμώμενη διακύμανση των αποτελεσμάτων με τη μικρότερη εκτιμώμενη διακύμανση. Η μεγαλύτερη διακύμανση είναι 99507,333 (για την δεύτερη κατηγορία) και αν διαιρέσουμε με τη μικρότερη που είναι 71917,460(για την πρώτη), παίρνουμε λόγο F ίσο με 1,3836. Έχουμε 24 βαθμούς ελευθερίας για τον αριθμητή 99507,333 και για τον παρανομαστή 71917,460. Η κρίσιμη τιμή σε επίπεδο 0,05 του λόγου F με 24 βαθμούς ελευθερίας σε αριθμητή και παρανομαστή, είναι 1,73. Ο λόγος F που υπολογίσαμε είναι 1,3836, τιμή η οποία είναι μικρότερη από την κρίσιμη τιμή 1,73 σε επίπεδο 0,05.

5.5 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΜΕ ΔΥΟ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΩΝ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ

Για την εκτέλεση αυτού του ελέγχου στο spss καταχωρούμε τα δεδομένα (δύο μεταβλητές), κωδικοποιούμε τρεις καταστάσεις στη πρώτη μεταβλητή 1,2,3 και τις δηλώνουμε με το define groups. Επιλέγουμε *analyze → compare means → one way ANOVA*. Περνάμε την δεύτερη (εξαρτημένη) μεταβλητή στο dependent list και την άλλη στο factor. Στη συνέχεια επιλέγουμε options και κλικάρουμε στα: descriptive και homogeneity of variance test.

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

A/A	A	B
1	1	9
2	1	12
3	1	8
4	2	4
5	2	2
6	3	5
7	3	3
8	3	6
9	3	3

Output 1

Descriptives

B

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound		
orm1	3	9,67	2,082	1,202	4,50	14,84	8	12
orm2	3	3,67	1,528	,882	-,13	7,46	2	5
eikoniko farmako	3	4,00	1,732	1,000	-,30	8,30	3	6
Total	9	5,78	3,308	1,103	3,23	8,32	2	12

Test of Homogeneity of Variances

B

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
,293	2	6	,756

ANOVA

B

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	68,222	2	34,111	10,586	,011

Within Groups	19,333	6	3,222			
Total	87,556	8				

Στον πίνακα descriptives δίνονται τα διάφορα περιγραφικά στατιστικά, όπως ο αριθμός των περιπτώσεων N που είναι ίσο με 3 και στις τρεις καταστάσεις, οι μέσοι όροι όπου στη πρώτη κατάσταση είναι ίσο με 9,67, στη δεύτερη ίσο με 3,67 και στη τρίτη 4 και η τυπική απόκλιση όπου για την πρώτη κατάσταση είναι ίσο με 2,082, την δεύτερη ίσο με 1,528 και την τρίτη ίσο με 1,732. Στους μέσους όρους μεταξύ της πρώτης κατάστασης και της δεύτερης βρέθηκε σημαντική διαφορά αφού ο πρώτος ήταν σημαντικά μεγαλύτερος από τον δεύτερο. Επίσης, δεν προέκυψε σημαντική διαφορά μεταξύ του μέσου όρου της τρίτης κατάστασης και των δύο πρώτων.

Στο πίνακα test of homogeneity of variances παρουσιάζεται ο έλεγχος Levene ο οποίος εξετάζει την ομοιότητα των διακυμάνσεων.

Παρατηρούμε ότι το

sig.=0,756 > 0,05 που σημαίνει ότι υπάρχει ομοιογένεια στις διακυμάνσεις.

Αν οι διακυμάνσεις δεν ήταν παρόμοιες, θα έπρεπε να προσπαθήσουμε να μετασχηματίσουμε τις τιμές για να τις κάνουμε παρόμοιες. Διαφορετικά, μπορεί να υπάρξουν προβλήματα κατά την ερμηνεία των αποτελεσμάτων της ανάλυσης διακύμανσης.

Στον πίνακα Anova παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης διακύμανσης.

Παρατηρούμε ότι: Sig.=0,011<0,05.

Ο λόγος F προκύπτει από τη διαίρεση του μέσου τετραγώνου μεταξύ των ομάδων με το μέσο τετράγωνο στο εσωτερικό των ομάδων και είναι ίσος με 10,586 (34,111/3,222=10,5869). Αυτό δείχνει ότι υπάρχει σημαντική διαφορά μεταξύ των τριών ομάδων, χωρίς αυτό να σημαίνει απαραίτητα ότι όλοι οι μέσοι όροι είναι σημαντικά διαφορετικοί μεταξύ τους, όπως είδαμε και πιο πάνω.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

Α/Α	Α	Β
1	1	9
2	1	12
3	1	8
4	1	4
5	1	2
6	1	5
7	1	3
8	1	6
9	1	3
10	1	15
11	1	23
12	2	12
13	2	9
14	2	16
15	2	7
16	2	5
17	2	6
18	2	9
19	2	29
20	2	30
21	2	21
22	2	25
23	3	16
24	3	17
25	3	19
26	3	21
27	3	26
28	3	25

29	3	31
30	3	8
31	3	4
32	3	1
33	3	9

Output 2

Descriptives

B

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound		
orm1	11	8,18	6,369	1,920	3,90	12,46	2	23
orm2	11	15,36	9,394	2,833	9,05	21,67	5	30
eikoniko farmako	11	16,09	9,607	2,897	9,64	22,54	1	31
Total	33	13,21	9,068	1,579	10,00	16,43	1	31

Test of Homogeneity of Variances

B

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
1,790	2	30	,184

ANOVA

B

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	420,424	2	210,212	2,852	,073
Within Groups	2211,091	30	73,703		
Total	2631,515	32			

Στη δεύτερη περίπτωση αυξήσαμε το μέγεθος των τριών καταστάσεων της ανεξάρτητης μεταβλητής και μεγαλώσαμε λίγο τις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής. Στον πίνακα όπου παρουσιάζεται ο έλεγχος Levene, ο οποίος εξετάζει την ομοιότητα των διακυμάνσεων παρατηρούμε ότι:

Sig.=0,184>0,05 άρα ούτε εδώ είναι σημαντικός ο έλεγχος δηλαδή οι διακυμάνσεις είναι και εδώ παρόμοιες. όπως και στη πρώτη περίπτωση

Στον πίνακα ANOVA παρατηρούμε ότι: Sig.=0.073>0.05.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3

Α/Α	Α	Β
1	1	98
2	1	53
3	1	58
4	2	94
5	2	62
6	2	75
7	3	35
8	3	42
9	3	75

Output 3

Descriptives

B

					95% Confidence Interval for Mean			
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound	Minimum	Maximum
orm1	3	69,67	24,664	14,240	8,40	130,94	53	98
orm2	3	77,00	16,093	9,292	37,02	116,98	62	94
eikoniko farmako	3	50,67	21,362	12,333	-2,40	103,73	35	75
Total	9	65,78	21,667	7,222	49,12	82,43	35	98

Test of Homogeneity of Variances

B

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
,657	2	6	,552

ANOVA

B

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	1108,222	2	554,111	1,256	,350
Within Groups	2647,333	6	441,222		
Total	3755,556	8			

Στην τρίτη περίπτωση το μόνο που άλλαξε από την πρώτη είναι ότι οι τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής αυξήθηκαν αρκετά ενώ οι το μέγεθος των τριών καταστάσεων παρέμεινε το ίδιο. Τα συμπεράσματα όμως άλλαξαν.

Ο έλεγχος Levene δείχνει ότι:

Sig.=0,552>0,05 άρα ισχύει η υπόθεση ομοιογένειας, δηλαδή οι διακυμάνσεις είναι και εδώ παρόμοιες, όπως και στη πρώτη περίπτωση.

Στον πίνακα ANOVA παρατηρούμε ότι: Sig.=0,350>0,05.

5.6 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΔΙΠΛΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΜΕΙΚΤΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

Έχουμε τρεις μεταβλητές. Για την πρώτη μεταβλητή τοποθετούμε ετικέτες(1και 2).Καταχωρούμε τα δεδομένα με το γνωστό τρόπο. Ανοίγουμε το **Analyze→ General Linear Model** (Γενικό Γραμμικό Μοντέλο)→ **Repeated Measures** (Επαναλαμβανόμενες Μετρήσεις).

Οδηγούμαστε στο παράθυρο Repeated Measures Define Factor(s), όπου στο πλαίσιο κειμένου Number of levels (Αριθμός Επιπέδων) πληκτρολογούμε 2 και πατάμε Add. Στη συνέχεια, πατάμε το κουμπί Define.

Εμφανίζεται το παράθυρο Repeated Measures. Επιλέγουμε την δεύτερη και την τρίτη μεταβλητή, είτε μαζί είτε χωριστά, και τις τοποθετούμε στο πλαίσιο κειμένου Within-Subjects Variables (Μεταβλητές εντός υποκειμένων). Στη συνέχεια, επιλέγουμε την πρώτη μεταβλητή και την τοποθετούμε στο πλαίσιο κειμένου Between-Subjects Factor(s)(Παράγοντες μεταξύ των υποκειμένων). Πατάμε το κουμπί Options.

Εμφανίζεται το παράθυρο Repeated Measures:Options. Ενεργοποιούμε την επιλογή Descriptive statistics (Περιγραφικά στατιστικά) και Homogeneity Tests (Έλεγχοι ομοιογένειας) και πατάμε Continue.

Σε περίπτωση που θέλουμε να δημιουργήσουμε κάποιο γράφημα, στο πλαίσιο διαλόγου Repeated Measures πατάμε στο κουμπί Plots(Γραφήματα). Οδηγούμαστε στο πλαίσιο διαλόγου Repeated Measures:Profile Plots. Επιλέγουμε τη μεταβλητή factor1(αποτελούν:δεύτερη και τρίτη μεταβλητή) και τις τοποθετούμε στο πλαίσιο κειμένου Horizontal Axis(Οριζόντιος Άξονας). Στη συνέχεια, επιλέγουμε την πρώτη μεταβλητή και την τοποθετούμε στο πλαίσιο κειμένου Separate Lines(Ξεχωριστές γραμμές). Τέλος, πατάμε Add και Continue.

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ 1

Α/Α	A	B	C
1	1	6	5
2	1	4	6
3	1	5	7
4	2	7	10
5	2	5	11
6	2	5	12

Output 1

Within-Subjects Factors

Measure: MEASURE_1

factor1	Dependent Variable
1	B
2	C

Between-Subjects Factors

		Value Label	N
A	1	a	3
	2	b	3

Descriptive Statistics

	A	Mean	Std. Deviation	N
B	a	5,00	1,000	3
	b	5,67	1,155	3
	Total	5,33	1,033	6
C	a	6,00	1,000	3
	b	11,00	1,000	3
	Total	8,50	2,881	6

Box's Test of Equality of Covariance Matrices[a]

Box's M	,757
F	,115
df1	3
df2	2880,000
Sig.	,951

Tests the null hypothesis that the observed covariance matrices of the dependent variables are equal across groups.

a. Design: Intercept+A
Within Subjects Design: factor1

Multivariate Tests(b)

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
factor1	Pillai's Trace	,804	16,409(a)	1,000	4,000	,015
	Wilks' Lambda	,196	16,409(a)	1,000	4,000	,015
	Hotelling's Trace	4,102	16,409(a)	1,000	4,000	,015
	Roy's Largest Root	4,102	16,409(a)	1,000	4,000	,015
factor1 * A	Pillai's Trace	,658	7,682(a)	1,000	4,000	,050
	Wilks' Lambda	,342	7,682(a)	1,000	4,000	,050
	Hotelling's Trace	1,920	7,682(a)	1,000	4,000	,050
	Roy's Largest Root	1,920	7,682(a)	1,000	4,000	,050

a Exact statistic
b Design: Intercept+A
Within Subjects Design: factor1

Mauchly's Test of Sphericity(b)

Measure: MEASURE_1

Within Subjects Effect	Mauchly's W	Approx. Chi-Square	df	Sig.	Epsilon(a)		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
factor1	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000

Tests the null hypothesis that the error covariance matrix of the orthonormalized transformed dependent variables is proportional to an identity matrix.
a May be used to adjust the degrees of freedom for the averaged tests of significance. Corrected tests are displayed in the Tests of Within-Subjects Effects table.
b Design: Intercept+A
Within Subjects Design: factor1

Tests of Within-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
factor1	Sphericity Assumed	30,083	1	30,083	16,409	,015
	Greenhouse-Geisser	30,083	1,000	30,083	16,409	,015
	Huynh-Feldt	30,083	1,000	30,083	16,409	,015
	Lower-bound	30,083	1,000	30,083	16,409	,015
factor1 * A	Sphericity Assumed	14,083	1	14,083	7,682	,050
	Greenhouse-Geisser	14,083	1,000	14,083	7,682	,050
	Huynh-Feldt	14,083	1,000	14,083	7,682	,050
	Lower-bound	14,083	1,000	14,083	7,682	,050
Error(factor1)	Sphericity Assumed	7,333	4	1,833		
	Greenhouse-Geisser	7,333	4,000	1,833		
	Huynh-Feldt	7,333	4,000	1,833		
	Lower-bound	7,333	4,000	1,833		

Tests of Within-Subjects Contrasts

Measure: MEASURE_1

Source	factor1	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
factor1	Linear	30,083	1	30,083	16,409	,015
factor1 * A	Linear	14,083	1	14,083	7,682	,050

Error(factor1 Linear)	7,333	4	1,833		

Levene's Test of Equality of Error Variances(a)

	F	df1	df2	Sig.
B	,308	1	4	,609
C	,000	1	4	1,000

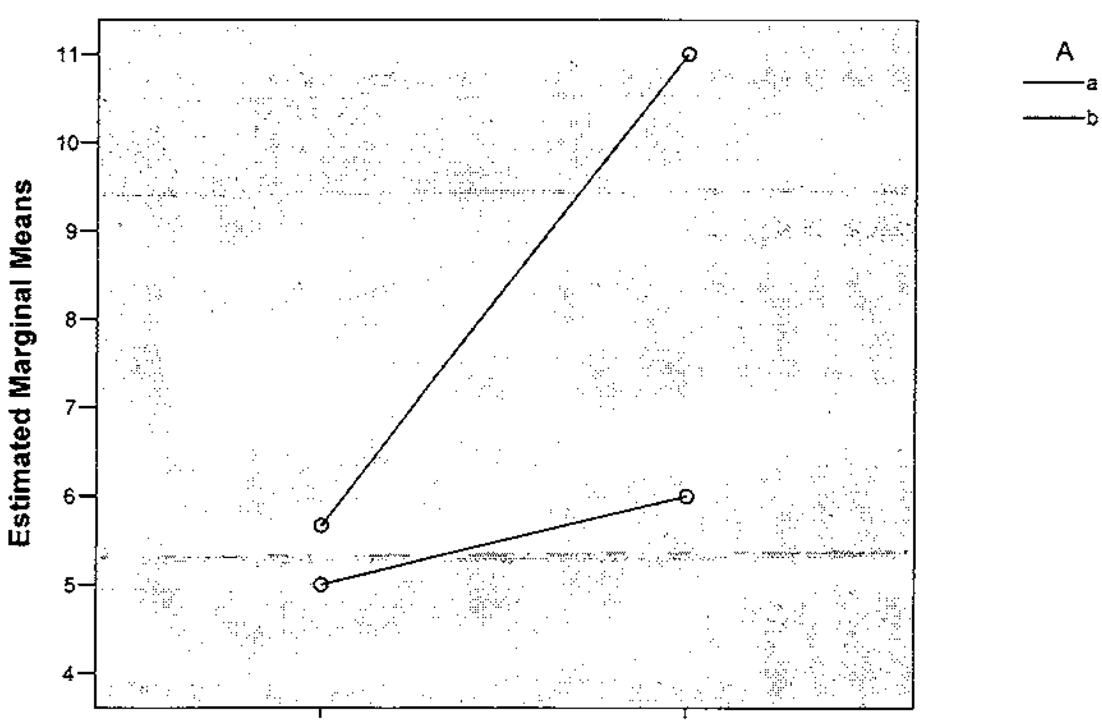
Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a Design: Intercept+A
Within Subjects Design: factor1

Tests of Between-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1
Transformed Variable: Average

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	574,083	1	574,083	1722,250	,000
A	24,083	1	24,083	72,250	,001
Error	1,333	4	,333		

Estimated Marginal Means of MEASURE_1



Στον πίνακα Descriptive statistics εμφανίζεται ο μέσος όρος (Mean) και η τυπική απόκλιση (Std. Deviation) για τις δύο ομάδες.

Ο πίνακας Box's Test of Equality of Covariance Matrices μας δείχνει αν οι μήτρες συνδιακύμανσης πριν από το πείραμα είναι ίσες και στις δύο συνθήκες. Στην ανάλυση διακύμανσης υποθέτουμε ότι είναι ίσες. Επειδή το επίπεδο σημαντικότητας,

sig.=0,951 >0,05

οι μήτρες είναι όμοιες, οπότε αυτή η υπόθεση ικανοποιείται.

Ο πίνακας Tests of Within-Subjects Contrasts περιέχει πληροφορίες για τον έλεγχο F. Ο έλεγχος F που παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για μας είναι αυτός που αφορά την αλληλεπίδραση μεταξύ των παραγόντων στο εσωτερικό των υποκειμένων(within-subjects) και μεταξύ των υποκειμένων(between-subjects). Αυτός ο λόγος F είναι 7.682 και έχει πιθανότητα 0,05 , το οποίο σημαίνει ότι η αλληλεπίδραση είναι οριακά σημαντική.

Ο πίνακας Levene's Test of Equality of Error Variances μας δείχνει αν η διακύμανση σφάλματος των δύο μεταβλητών είναι ίδια στις δύο συνθήκες. Ένα επίπεδο σημαντικότητας μεγαλύτερο από 0,05 δείχνει ότι αυτές οι διακυμάνσεις είναι ίδιες. Sig_2=0.609 και Sig_3=1.000 όπου και τα δύο είναι μεγαλύτερα από 0,05, άρα αυτές οι διακυμάνσεις είναι ίδιες. Με τον όρο σημαντικότητα εννοούμε ότι οι διακυμάνσεις σφάλματος είναι σημαντικά διαφορετικές για τις δύο ή περισσότερες συνθήκες. Σύμφωνα με τα παραπάνω μπορούμε να πούμε ότι η αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο συνθηκών και η μεταβολή των δύο μεταβλητών(2 και 3) είναι στατιστικά μη σημαντικές,$F_{1,4}=7.68$, $p=0.05$. Αν και οι μέσοι όροι της μεταβλητής 2 της κατάστασης 1 δεν διαφέρουν σημαντικά - $t=0.76$, DF=4, δίπλευρη $p=0.492$- ο μέσος όρος της μεταβλητής 3 της κατάστασης 2 (M=11.00, SD=1.00) είναι σημαντικά υψηλότερος ($t=6.12$, DF=4, δίπλευρη $p=0.004$) από αυτόν της συνθήκης ελέγχου (M=6.00, SD=1.00). Η αύξηση από M=5.67, SD= 1.15, της μεταβλητής 2 της κατάστασης 2, σε M=11.00, SD=1.00, της μεταβλητής 3, είναι σημαντική ($t=4.44$, DF=2, δίπλευρη p=0.047) αλλά όχι και για την συνθήκη ελέγχου(t=1.00, DF=2, δίπλευρη p=0.423).

Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τους μέσους όρους(M) και τις τυπικές αποκλίσεις(SD) των μεταβλητών 2 και 3.

	Μεταβλητή 2		Μεταβλητή 3	
Συνθήκες	M	SD	M	SD
Κατάσταση 1	5.00	1.00	6.00	1.00
Κατάσταση 2	5.67	1.15	11.00	1.00

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

A/A	A	B	C
1	1	45	15
2	1	84	99
3	1	96	46
4	2	26	26
5	2	71	73
6	2	5	88

Output 2

Within-Subjects Factors

Measure: MEASURE_1

factor1	Dependent Variable
1	B
2	C

Between-Subjects Factors

		Value Label	N
A	1	a	3
	2	b	3

Descriptive Statistics

	A	Mean	Std. Deviation	N
B	a	75,00	26,665	3
	b	34,00	33,719	3
	Total	54,50	35,263	6
C	a	53,33	42,477	3

b	62,33	32,347	3
Total	57,83	34,126	6

Box's Test of Equality of Covariance Matrices(a)

Box's M	,871
F	,133
df1	3
df2	2880,000
Sig.	,941

Tests the null hypothesis that the observed covariance matrices of the dependent variables are equal across groups.
a Design: Intercept+A
Within Subjects Design: factor1

Multivariate Tests(b)

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
factor1	Pillai's Trace	,010	,040(a)	1,000	4,000	,852
	Wilks' Lambda	,990	,040(a)	1,000	4,000	,852
	Hotelling's Trace	,010	,040(a)	1,000	4,000	,852
	Roy's Largest Root	,010	,040(a)	1,000	4,000	,852
factor1 * A	Pillai's Trace	,359	2,238(a)	1,000	4,000	,209
	Wilks' Lambda	,641	2,238(a)	1,000	4,000	,209
	Hotelling's Trace	,560	2,238(a)	1,000	4,000	,209
	Roy's Largest Root	,560	2,238(a)	1,000	4,000	,209

a Exact statistic
b Design: Intercept+A
Within Subjects Design: factor1

Mauchly's Test of Sphericity(b)

Measure: MEASURE_1

Within Subjects Effect	Mauchly's W	Approx. Chi-Square	df	Sig.	Epsilon(a)		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
factor1	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000

Tests the null hypothesis that the error covariance matrix of the orthonormalized transformed dependent variables is proportional to an identity matrix.
a May be used to adjust the degrees of freedom for the averaged tests of significance. Corrected tests are displayed in the Tests of Within-Subjects Effects table.
b Design: Intercept+A
Within Subjects Design: factor1

Tests of Within-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
factor1	Sphericity Assumed	33,333	1	33,333	,040	,852
	Greenhouse-Geisser	33,333	1,000	33,333	,040	,852
	Huynh-Feldt	33,333	1,000	33,333	,040	,852
	Lower-bound	33,333	1,000	33,333	,040	,852
factor1 * A	Sphericity Assumed	1875,000	1	1875,000	2,238	,209
	Greenhouse-Geisser	1875,000	1,000	1875,000	2,238	,209
	Huynh-Feldt	1875,000	1,000	1875,000	2,238	,209
	Lower-bound	1875,000	1,000	1875,000	2,238	,209
Error(factor1)	Sphericity Assumed	3350,667	4	837,667		
	Greenhouse-Geisser	3350,667	4,000	837,667		
	Huynh-Feldt	3350,667	4,000	837,667		
	Lower-bound	3350,667	4,000	837,667		

Tests of Within-Subjects Contrasts

Measure: MEASURE_1

Source	factor1	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
factor1	Linear	33,333	1	33,333	,040	,852
factor1 * A	Linear	1875,000	1	1875,000	2,238	,209
Error(factor1)	Linear	3350,667	4	837,667		

Levene's Test of Equality of Error Variances(a)

	F	df1	df2	Sig.
B	,195	1	4	,682
C	,200	1	4	,678

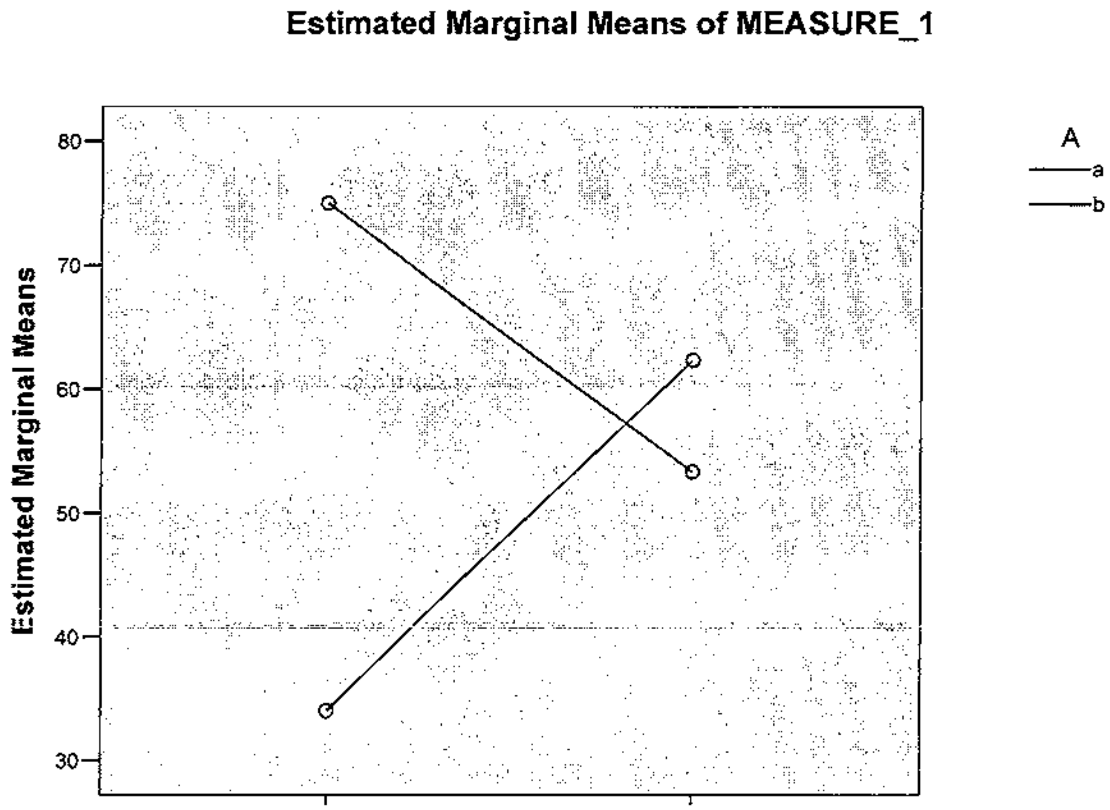
Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a Design: Intercept+A
Within Subjects Design: factor1

Tests of Between-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1
Transformed Variable: Average

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	37856,333	1	37856,333	25,043	,007
A	768,000	1	768,000	,508	,515

Error	6046,667	4	1511,667			



Στο παρακάτω Data View βλέπουμε ότι αφήσαμε τις ίδιες κατηγορίες και το ίδιο πλήθος αλλά αυξήσαμε τις τιμές των μεταβλητών.

Ο πίνακας Box's Test of Equality of Covariance Matrices μας δείχνει αν οι μήτρες συνδιακύμανσης της μεταβλητής 2 είναι ίσες και στις δύο καταστάσεις. Στην ανάλυση διακύμανσης υποθέτουμε ότι είναι ίσες. Επειδή η σημαντικότητα

sig.=0,941>0,05

οι μήτρες είναι όμοιες, οπότε αυτή η υπόθεση ικανοποιείται, όπως ακριβώς και στην παραπάνω εφαρμογή. Όπως και παραπάνω έτσι και εδώ οι διακυμάνσεις σφάλματος είναι ίδιες αφού έχουν επίπεδο σημαντικότητας μεγαλύτερο από 0,05. Ο λόγος F είναι 2,238 και έχει πιθανότητα 0,209. Αυτό σημαίνει ότι η αλληλεπίδραση είναι στατιστικά σημαντική.

5.7 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΜΕ ΔΥΟ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΩΝ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ

Για την εκτέλεση αυτού του ελέγχου στο spss καταχωρούμε τα δεδομένα (τρεις μεταβλητές). Στη πρώτη στήλη υπάρχουν 2 ομάδες(καταστάσεις) και στη δεύτερη τρεις και τις δηλώνουμε με το define groups. Ανοίγουμε *analyze → general linear model → univariate*. Περνάμε την τρίτη μεταβλητή (εξαρτημένη) στο dependent variable και τις άλλες δύο στο fixed factor. Επιλέγουμε options και κάνουμε κλικ στο descriptive statistics και στο homogeneity tests. Στη συνέχεια, επιλέγουμε plots , περνάμε την πρώτη μεταβλητή στο horizontal axis και τη δεύτερη στο separate lines και μετά add

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

A/A	A	B	C
1	1	1	16
2	1	1	12
3	1	1	17
4	1	2	18
5	1	2	16
6	1	2	25
7	1	3	22
8	1	3	24
9	1	3	32
10	2	1	11
11	2	1	9
12	2	1	12
13	2	2	13
14	2	2	8
15	2	2	11
16	2	3	12
17	2	3	14
18	2	3	12

Output 1

Between-Subjects Factors

		Value Label	N
A	1	1	9
	2	2	9
B	1	a	6
	2	b	6
	3	c	6

Descriptive Statistics

Dependent Variable: C

A	B	Mean	Std. Deviation	N
1	a	15,00	2,646	3
	b	19,67	4,726	3
	c	26,00	5,292	3
	Total	20,22	6,099	9
2	a	10,67	1,528	3
	b	10,67	2,517	3
	c	12,67	1,155	3
	Total	11,33	1,871	9
Total	a	12,83	3,061	6
	b	15,17	5,981	6
	c	19,33	8,066	6
	Total	15,78	6,330	18

Levene's Test of Equality of Error Variances(a)

Dependent Variable: C

F	df1	df2	Sig.
2,786	5	12	,068

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a Design: Intercept+A+B+A * B

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: C

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	546,444(a)	5	109,289	9,739	,001
Intercept	4480,889	1	4480,889	399,287	,000
A	355,556	1	355,556	31,683	,000
B	130,111	2	65,056	5,797	,017
A * B	60,778	2	30,389	2,708	,107
Error	134,667	12	11,222		
Total	5162,000	18			

Corrected Total	681,111	17			

a R Squared = ,802 (Adjusted R Squared = ,720)

Στο πίνακα descriptive statistics παρατηρούμε τους μέσους όρους (mean), τις τυπικές αποκλίσεις (std.deviation) και τον αριθμό Ν των περιπτώσεων για τις δύο πρώτες μεταβλητές μεμονωμένα, αλλά και συνολικά.. Έτσι, ο μέσος όρος για την πρώτη κατάσταση της πρώτης μεταβλητής δίνεται συνολικά (total) 20,22. Ο μέσος όρος για την περίπτωση της πρώτης ομάδας της δεύτερης μεταβλητής δίνεται συνολικά (total) 12,83. Οι μέσοι όροι και οι τυπικές αποκλίσεις διαφέρουν σημαντικά.

Στον πίνακα Levene's test of equality of error variances δίνονται τα αποτελέσματα του ελέγχου Levene για την ομοιότητα των διακυμάνσεων.

Παρατηρούμε ότι:

Sig.=0,068 > 0,05 δηλαδή υπάρχει ομοιότητα στις διακυμάνσεις.

Στον πίνακα tests of between-subjects effects δίνεται ο λόγος F για τις δύο κύριες μεταβλητές. Για την πρώτη μεταβλητή ο λόγος F είναι 31,683, τιμή η οποία είναι σημαντική σε επίπεδο μικρότερο από 0,0005, διότι

Sig.=0.0005<0.05.

Καθώς υπάρχουν μόνο δύο καταστάσεις για την επίδραση αυτή, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η μέση τιμή της μιας κατάστασης είναι σημαντικά υψηλότερη από αυτή της άλλης. Για τη δεύτερη μεταβλητή, ο λόγος είναι 5,797, τιμή με σημαντικότητα 0,017, διότι

Sig.=0:017<0.05.

Με άλλα λόγια , ο λόγος F είναι στατιστικά σημαντικός σε επίπεδο 0,05, που σημαίνει πως οι μέσοι όροι των τριών διαφορετικών καταστάσεων της δεύτερης μεταβλητής είναι ανόμοιοι. Ο λόγος F για τη διπλή αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο μεταβλητών είναι 2,708 καθώς η σημαντικότητα αυτού του λόγου είναι 0,107, μπορούμε να συμπεράνουμε πως δεν υπάρχει σημαντική αλληλεπίδραση.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

Α/Α	A	B	C
1	1	1	166
2	1	1	212
3	1	1	365
4	1	2	485
5	1	2	965
6	1	2	12
7	1	3	75
8	1	3	24
9	1	3	32
10	2	1	11
11	2	1	46
12	2	1	369
13	2	2	861
14	2	2	78
15	2	2	67
16	2	3	83
17	2	3	159
18	2	3	246

Output2

Between-Subjects Factors

		Value Label	N
A	1	1	9
	2	2	9
B	1	a	6
	2	b	6
	3	c	6

Descriptive Statistics

Dependent Variable: C

A	B	Mean	Std. Deviation	N
1	a	247,67	104,184	3
	b	487,33	476,504	3
	c	43,67	27,429	3
	Total	259,56	310,890	9
2	a	142,00	197,365	3
	b	335,33	455,274	3
	c	162,67	81,562	3
	Total	213,33	267,717	9
Total	a	194,83	152,553	6
	b	411,33	425,045	6
	c	103,17	84,913	6
	Total	236,44	282,449	18

Levene's Test of Equality of Error Variances(a)

Dependent Variable: C

F	df1	df2	Sig.
3,328	5	12	,041

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a Design: Intercept+A+B+A * B

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: C

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	373129,111(a)	5	74625,822	,911	,506
Intercept	1006307,556	1	1006307,556	12,283	,004
A	9614,222	1	9614,222	,117	,738
B	300483,444	2	150241,722	1,834	,202
A * B	63031,444	2	31515,722	,385	,689
Error	983085,333	12	81923,778		
Total	2362522,000	18			
Corrected Total	1356214,444	17			

a R Squared = ,275 (Adjusted R Squared = -,027)

Σε αυτή την περίπτωση το μόνο που αλλάξαμε είναι οι τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής, οι οποίες είναι πολύ μεγαλύτερες από αυτές της πρώτης περίπτωσης.

Στον πίνακα Levene's test of equality of error variances δίνονται τα αποτελέσματα του ελέγχου Levene για την ομοιότητα των διακυμάνσεων.

Παρατηρούμε ότι:

Sig.=0,041 < 0,05 δηλαδή υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στις διακυμάνσεις.

Ο πίνακας tests of between-subjects effects μας δείχνει το λόγο F για τις δύο κύριες επιδράσεις. Στη δεύτερη περίπτωση που εξετάζουμε τώρα, για την πρώτη μεταβλητή ο λόγος F είναι 1,834, τιμή η οποία δεν είναι σημαντική σε επίπεδο μικρότερο από 0,202 διότι

Sig.=0,202>0,05.

Για τη δεύτερη μεταβλητή, ο λόγος είναι 0,117, τιμή δεν είναι σημαντική σε επίπεδο 0,738 διότι Sig.=0,738>0,05

Ο λόγος F για τη διπλή αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο μεταβλητών είναι 0,385, καθώς η σημαντικότητα αυτού του λόγου είναι 0,689, μπορούμε να συμπεράνουμε πως δεν υπάρχει σημαντική αλληλεπίδραση διότι Sig.=0,689>0,05.

6. CASE STUDY

Παρακάτω παρουσιάζεται ένα αρχείο Spss, βασισμένο σε πραγματικά δεδομένα. Περιλαμβάνει πληροφορίες για την πίστωση 1000 πελατών μιας τράπεζας.

……..ΑΡΧΕΙΟ SPSS……ΣΤΟ CD

Κατά πόσο επηρεάζεται το ποσό δανείου(Credit amount) που θα πάρει ο πελάτης από το αν είναι αλλοδαπός(Foreign worker) ή όχι.

Για να ελέγξουμε αν η κατανομή μιας μεταβλητής είναι συμβατή με την κανονική εφαρμόζουμε το test Kolmogorov-Smirnov.
Μηδενική υπόθεση: Η υπό έλεγχο κατανομή, δε διαφέρει από την κανονική κατανομή.
έναντι της
Εναλλακτικής υπόθεσης: Η υπό έλεγχο κατανομή διαφέρει από την κανονική κατανομή.
SPSS
Analyze →Nonparametric tests →One sample K-S →Test variable list: βάζουμε τις μεταβλητές που θέλουμε να ελέγξουμε την κανονικότητα τους, συγκεκριμένα εδώ τοποθετούμε το credit amount στο **Test distribution**: **Normal →Ok,** αφού έχουμε κάνει πρώτα split file στο foreign worker, δηλαδή **Data→ Split file→ Organize output by groups**. Και στο **Groups Based on** τοποθετούμε το Foreign worker.

Foreign worker = NO

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test(c)

		Credit amount
N		37
Normal Parameters(a,b)	Mean	2550,8649
	Std. Deviation	3186,17176
Most Extreme Differences	Absolute	,323
	Positive	,323
	Negative	-,269
Kolmogorov-Smirnov Z		1,962
Asymp. Sig. (2-tailed)		,001

a Test distribution is Normal.

b Calculated from data.
c Foreign worker = NO

Foreign worker = YES

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test(c)

		Credit amount
N		963
Normal Parameters(a,b)	Mean	3298,9367
	Std. Deviation	2806,00693
Most Extreme Differences	Absolute	,162
	Positive	,162
	Negative	-,145
Kolmogorov-Smirnov Z		5,041
Asymp. Sig. (2-tailed)		,000

a Test distribution is Normal.
b Calculated from data.
c Foreign worker = YES

Παρατηρούμε ότι: sig.= 0.00<0.05 και 0,001<0,05 άρα απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση, συνεπώς δεν ακολουθεί κανονική κατανομή.
Από τη στιγμή που δεν υπάρχει κανονικότητα ακολουθούμε μη παραμετρικό έλεγχο.

Mann-Whitney Test

Ranks

	Foreign worker	N	Mean Rank	Sum of Ranks
Credit amount	NO	37	379,84	14054,00
	YES	963	505,14	486446,00
	Total	1000		

Test Statistics(a)

	Credit amount
Mann-Whitney U	13351,000
Wilcoxon W	14054,000
Z	-2,590
Asymp. Sig. (2-tailed)	,010

a Grouping Variable: Foreign worker

Χρησιμοποιείται ο έλεγχος Mann-Whitney (2 ανεξάρτητες μεταβλητές)

Ο πίνακας Ranks μας δείχνει ότι οι αλλοδαποί πελάτες είναι 37 και οι μη είναι 963. Στη συνέχεια παρατηρείται ότι η μέση κατάταξη των μη αλλοδαπών(379,84) είναι μικρότερη από αυτή των αλλοδαπών(505,14).
Αυτό σημαίνει ότι το ποσό του δανείου που θα δοθεί από την τράπεζα θα είναι μεγαλύτερο στους μη αλλοδαπούς.
Στον πίνακα Test Statistics μας δίνεται η βασική στατιστική παράμετρο Mann-Whitney η οποία είναι 13351, δηλαδή στατιστικά σημαντική σε επίπεδο 0,010.
Sig=0,010< a=0,05.

Κατά πόσο η κατάσταση λογαριασμού(Account status) επηρεάζει το ποσό δανείου(Credit amount) που θα δοθεί στον κάθε πελάτη της τράπεζας.

Ελέγχουμε πάλι την κανονικότητα.
Μηδενική υπόθεση: Η υπό έλεγχο κατανομή, δε διαφέρει από την κανονική κατανομή.
έναντι της
Εναλλακτικής υπόθεσης: Η υπό έλεγχο κατανομή διαφέρει από την κανονική κατανομή.
SPSS
Data→ Split file. Κλικάρουμε το **Compare groups** και τοποθετούμε στο **Groups Based on** το Account Status.
Στη συνέχεια
Analyze →Nonparametric tests →One sample K-S →Test variable list: βάζουμε τις μεταβλητές που θέλουμε να ελέγξουμε την κανονικότητά τους, συγκεκριμένα εδώ το credit amount, **Test distribution**: **Normal →Ok**

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

Account status			Credit amount
No debt history	N		40
	Normal Parameters(a,b)	Mean	5305,6750
		Std. Deviation	4268,98035
	Most Extreme Differences	Absolute	,190
		Positive	,190
		Negative	-,129
	Kolmogorov-Smirnov Z		1,203
	Asymp. Sig. (2-tailed)		,111
No current debt	N		49
	Normal Parameters(a,b)	Mean	3344,8776
		Std. Deviation	3122,87465

	Most Extreme Differences	Absolute	,218
		Positive	,218
		Negative	-,168
	Kolmogorov-Smirnov Z		1,529
	Asymp. Sig. (2-tailed)		,019
Payments current	N		530
	Normal Parameters(a,b)	Mean	3040,9585
		Std. Deviation	2670,56571
	Most Extreme Differences	Absolute	,177
		Positive	,177
		Negative	-,159
	Kolmogorov-Smirnov Z		4,075
	Asymp. Sig. (2-tailed)		,000
Payments delayed	N		88
	Normal Parameters(a,b)	Mean	4302,6023
		Std. Deviation	3183,52870
	Most Extreme Differences	Absolute	,171
		Positive	,171
		Negative	-,121
	Kolmogorov-Smirnov Z		1,604
	Asymp. Sig. (2-tailed)		,012
Critical account	N		293
	Normal Parameters(a,b)	Mean	3088,0375
		Std. Deviation	2502,82857
	Most Extreme Differences	Absolute	,172
		Positive	,172
		Negative	-,140
	Kolmogorov-Smirnov Z		2,944
	Asymp. Sig. (2-tailed)		,000

a Test distribution is Normal.

b Calculated from data.

Παρατηρούμε ότι τα: sig.<0.05 , άρα απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση, συνεπώς δεν ακολουθεί κανονική κατανομή.

Από τη στιγμή που δεν υπάρχει κανονικότητα ακολουθούμε μη παραμετρικό έλεγχο και συγκεκριμένα τον Kruskal-Wallis.

Kruskal-Wallis Test

Ranks

	Account status	N	Mean Rank
Credit amount	No debt history	40	668,50
	No current debt	49	486,78
	Payments current	530	477,58
	Payments delayed	88	609,77
	Critical account	293	488,49
	Total	1000	

Test Statistics(a,b)

	Credit amount
Chi-Square	30,084
df	4
Asymp. Sig.	,000

a Kruskal Wallis Test
b Grouping Variable: Account status

Χρησιμοποιείται ο έλεγχος Kruskal-Wallis (K ανεξάρτητες μεταβλητές) Ο πίνακας Rank μας δείχνει τις εξής πέντε κατηγορίες της κατάστασης λογαριασμού:

No debt history – Δεν έχει πάρει δάνειο ποτέ (N_1=40)
No current debt – Δεν υπάρχει τρέχον δάνειο (N_2=49)
Payments current – Πληρώνει κανονικά (N_3=530)
Payments delayed – Πληρώνει καθυστερημένα (N_4=88)
Critical account – Δεν πληρώνει (N_5=293)

Επίσης παρατηρείται (από το Mean Rank) ότι οι πελάτες οι οποίοι δεν έχουν πάρει ποτέ δάνειο πήραν το μεγαλύτερο ποσό δανείου.
Τέλος, από τον πίνακα Test Statistics δίνεται το X^2=30,084, δηλαδή στατιστικά σημαντικό σε επίπεδο 0,000.
Sig=0.000 < a=0.05.

Κατά πόσο επηρεάζεται το ποσό δανείου(credit amount) από την ακίνητη περουσία (property owner) του κάθε πελάτη.

Έλεγχος κανονικότητας:
Μηδενική υπόθεση: Η υπό έλεγχο κατανομή, δε διαφέρει από την κανονική κατανομή.
έναντι της
Εναλλακτικής υπόθεσης: Η υπό έλεγχο κατανομή διαφέρει από την κανονική κατανομή.
SPSS
Data→ Split file. Κλικάρουμε το **Compare groups** και τοποθετούμε στο **Groups Based on** το property owner.
Στη συνέχεια
Analyze →Nonparametric tests →One sample K-S →Test variable list: βάζουμε τις μεταβλητές που θέλουμε να ελέγξουμε την κανονικότητα τους, συγκεκριμένα εδώ credit amount, **Test distribution: Normal →Ok**

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

Property owner			Credit amount
Real Estate	N		282
	Normal Parameters(a,b)	Mean	2153,2801
		Std. Deviation	1606,27879
	Most Extreme Differences	Absolute	,154
		Positive	,154
		Negative	-,130
	Kolmogorov-Smirnov Z		2,591
	Asymp. Sig. (2-tailed)		,000
BLD SAV/LIFE INS	N		232
	Normal Parameters(a,b)	Mean	3104,1422
		Std. Deviation	2602,53168
	Most Extreme Differences	Absolute	,147
		Positive	,145
		Negative	-,147
	Kolmogorov-Smirnov Z		2,232
	Asymp. Sig. (2-tailed)		,000
CAR OR OTHER	N		332
	Normal Parameters(a,b)	Mean	3574,1205
		Std. Deviation	2877,33655
	Most Extreme Differences	Absolute	,169

		Positive	,169
		Negative	-,142
	Kolmogorov-Smirnov Z		3,076
	Asymp. Sig. (2-tailed)		,000
Unknown/None	N		154
	Normal Parameters(a,b)	Mean	4917,2987
		Std. Deviation	3725,23047
	Most Extreme Differences	Absolute	,146
		Positive	,146
		Negative	-,129
	Kolmogorov-Smirnov Z		1,818
	Asymp. Sig. (2-tailed)		,003

a Test distribution is Normal.
b Calculated from data.

Παρατηρούμε ότι: όλων τα sig.<0.05 , άρα απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση, συνεπώς δεν ακολουθεί κανονική κατανομή.
Από τη στιγμή που δεν υπάρχει κανονικότητα ακολουθούμε μη παραμετρικό έλεγχο και συγκεκριμένα τον Kruskal-Wallis.

Kruskal-Wallis Test

Ranks

	Property owner	N	Mean Rank
Credit amount	Real Estate	282	377,03
	BLD SAV/LIFE INS	232	487,78
	CAR OR OTHER	332	548,96
	Unknown/None	154	641,28
	Total	1000	

Test Statistics(a,b)

	Credit amount
Chi-Square	97,920
df	3
Asymp. Sig.	,000

a Kruskal Wallis Test
b Grouping Variable: Property owner

Ο πίνακας Rank δείχνει την περουσιακή κατάσταση του κάθε πελάτη ώστε να πάρουν το δάνειο. Είναι οι εξής:
Real Estate: N_1=282
BLD SAV/LIFE INS: N_2=232
CAR OR OTHER: N_3=332
Unknown/None: N_4=154

Παρατηρείται ότι οι πελάτες που δεν δήλωσαν κάποια περουσιακή κατάσταση (Unknown/None) πήραν το μεγαλύτερο ποσό δανείου (641,28)ενώ όσοι δήλωσαν ότι έχουν Real Estate πήραν το μικρότερο ποσό δανείου(377,03).
Το X^2=97,920. Είναι στατιστικά σημαντικό σε επίπεδο 0,000.
Sig=0.000 < a=0.05.

Κατά πόσο επηρεάζει η οικογενειακή κατάσταση (Personal status) του κάθε πελάτη τη διάρκεια σε μήνες (Duration in month) που θα του δοθεί το δάνειο.

Έλεγχος κανονικότητας:
Μηδενική υπόθεση: Η υπό έλεγχο κατανομή, δε διαφέρει από την κανονική κατανομή.
έναντι της
Εναλλακτικής υπόθεσης: Η υπό έλεγχο κατανομή διαφέρει από την κανονική κατανομή.
SPSS
Analyze →Nonparametric tests →One sample K-S →Test variable list: βάζουμε τις μεταβλητές που θέλουμε να ελέγξουμε την κανονικότητα τους, συγκεκριμένα εδώ τοποθετούμε το credit amount στο **Test distribution**: **Normal →Ok,** αφού έχουμε κάνει πρώτα split file στο personal status, δηλαδή **Data→ Split file→ Organize output by groups**. Και στο **Groups Based on** τοποθετούμε το personal status.

Personal status = F DIV/SEP/MAR

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test(c)

		Duration in months
N		310
Normal Parameters(a,b)	Mean	19,4387
	Std. Deviation	11,04805
Most Extreme Differences	Absolute	,162
	Positive	,162
	Negative	-,105

Kolmogorov-Smirnov Z	2,860
Asymp. Sig. (2-tailed)	,000

a Test distribution is Normal.
b Calculated from data.
c Personal status = F DIV/SEP/MAR

Personal status = M SINGLE

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test(c)

		Duration in months
N		548
Normal Parameters(a,b)	Mean	22,2372
	Std. Deviation	12,80662
Most Extreme Differences	Absolute	,166
	Positive	,166
	Negative	-,093
Kolmogorov-Smirnov Z		3,887
Asymp. Sig. (2-tailed)		,000

a Test distribution is Normal.
b Calculated from data.
c Personal status = M SINGLE

Personal status = M DIV/SEP

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test(c)

		Duration in months
N		50
Normal Parameters(a,b)	Mean	21,2400
	Std. Deviation	10,85820
Most Extreme Differences	Absolute	,160
	Positive	,160
	Negative	-,080
Kolmogorov-Smirnov Z		1,129
Asymp. Sig. (2-tailed)		,156

a Test distribution is Normal.
b Calculated from data.
c Personal status = M DIV/SEP

Personal status = M MAR

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test(c)

		Duration in months
N		92
Normal Parameters(a,b)	Mean	17,7065
	Std. Deviation	10,20508
Most Extreme Differences	Absolute	,173
	Positive	,173
	Negative	-,126
Kolmogorov-Smirnov Z		1,662
Asymp. Sig. (2-tailed)		,008

a Test distribution is Normal.
b Calculated from data.
c Personal status = M MAR

Παρατηρούμε ότι: τα sig.<0.05 , άρα απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση, συνεπώς δεν ακολουθεί κανονική κατανομή.
Από τη στιγμή που δεν υπάρχει κανονικότητα ακολουθούμε μη παραμετρικό έλεγχο και συγκεκριμένα τον Kruskal-Wallis.

Kruskal-Wallis Test

Ranks

	Personal status	N	Mean Rank
Duration in months	M DIV/SEP	50	524,80
	F DIV/SEP/MAR	310	469,29
	M SINGLE	548	527,73
	M MAR	92	430,29
	Total	1000	

Test Statistics(a,b)

	Duration in months
Chi-Square	14,498
df	3
Asymp. Sig.	,002

a Kruskal Wallis Test
b Grouping Variable: Personal status

Ο πίνακας Ranks δείχνει την οικογενειακή κατάσταση στην οποία ανήκει κάθε πελάτης δηλαδή:
M DIV/SEP – Άνδρας χωρισμένος/ σε διάσταση (N_1=50)
F DIV/SEP/MAR – Γυναίκα χωρισμένη/ σε διάσταση/ παντρεμένη (N_2=310)
M SINGLE – Άνδρας μόνος (N_3=548)
M MAR – Άνδρας παντρεμένος (N_4=92)

Παρατηρείται ότι οι άνδρες που είναι ανύπαντροι παίρνουν δάνειο με μεγαλύτερη διάρκεια σε μήνες(Μέση κατάταξη 527,73) ενώ οι παντρεμένοι άνδρες είναι αυτοί που παίρνουν δάνειο με τη μικρότερη διάρκεια (Μέση κατάταξη 430,29).
Το X^2=14,498 και είναι στατιστικά σημαντικό σε επίπεδο 0,002.
Sig=0.002 <α=0.05.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Α. ΕΛΛΗΝΙΚΗ

1. Αθανασόπουλος Δ. Α., ¨Επαγωγική Στατιστική¨, Πειραιάς, Σταμούλης, 1990
2. Δαμιανού Χ.- Κούτρας Μ., ¨Εισαγωγή στη Στατιστική¨, Μέρος ΙΙ, Αθήνα: εκδ. Συμμετρία, 1998
3. Δημητριάδης Ε. ¨Στατιστικές Εφαρμογές με SPSS¨. Αθήνα: Εκδ. Κριτική, 2002
4. Δρακάτος Κων. Γ., ¨Στατιστική¨,εκδ.ΙΙ, Αθήνα: Παπαζήσης, 1984
5. Καραγεώργος Δ.Λ., ¨Στατιστική Περιγραφική και Επαγωγική¨, Αθήνα: Σαββάλας, 2001
6. Κάτος Αν. Β., ¨Στατιστική¨, εκδ. Παρατηρητής, 1986
7. Κατσίλης Ιωαν. Μ., ¨Επαγωγική Στατιστική¨, Αθήνα, Gutenberg, 2006
8. Κιόχος Π.Α., ¨Στατιστική¨, Αθήνα: Interbooks, 1993
9. Κολύβα Φ.- Μαχαίρα, Μπόρα Ε.- Σέντα, ¨Στατιστική¨, Θεσσαλονίκη: εκδ. Ζήτη , 1995
10. Μπαγιάτης Κ.Β.,¨Στατιστική¨, Θεσσαλονίκη: Εκδ.Κ.Χριστοδουλίδη, 1990
11. Μπένος Β.Κ., ¨Εφαρμογές επαγωγικής Στατιστικής με θεωρίας¨, Πειραιάς: Σταμούλης 1986
12. Μπένου Β., ¨Εφαρμογές επαγωγικής Στατιστικής¨, Πειραιάς 1984
13. Ξεκαλάκη Ε., ¨Μη παραμετρική Στατιστική¨, Αθήνα, 2001
14. Παπαδήμας Ο., ¨Στατιστική ΙΙ συνδυαστική-πιθανότητες-επαγωγική στατιστική-ανάλυση χρονολογικών σειρών-θεωρία-εφαρμογές-ασκήσεις-στατιστικοί πίνακες¨, Αθήνα: Μακεδονικές Εκδ 1994
15. Παπαδημάς Ο., ¨Στατιστική¨ Εκδ.ΙΙ, Αθήνα: Μακεδονικές Εκδόσεις, 1995
16. Παπαδημητρίου Γ., ¨Επαγωγική στατιστική¨, Θεσσαλονίκη: Παρατηρητής, 1989
17. Παπαϊωάννου Τ.- Φερεντίνου Κ., ¨Μαθηματική Στατιστική¨, Γιάννενα, 1983
18. Παπαϊωάννου Τ.- Φερεντίνου Κ.:¨Μαθηματική Στατιστική¨, Αθήνα: Εκδ. Σταμούλη 2000
19. Παρασκευόπουλος Ι.Ν., ¨Στατιστική εφαρμοσμένη στις επιστήμες της συμπεριφοράς¨, Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα, 1990
20. Παρασκευόπουλος Ι.Ν., ¨Στοιχεία περιγραφικής και επαγωγικής στατιστικής¨, Αθήνα: χ.ε., 1984
21. Ρούσσα Γ., ¨Στατιστική Συμπερασματολογία¨ τόμοι Ι, ΙΙ, Πάτρα, 1975
22. Στυλιανού Αλίκη Χ., ¨Μη παραμετρικές μέθοδοι στην ανάλυση παλινδρόμησης¨, Αθήνα, 2003.

B. ΞΕΝΗ

1. Daniel, W. W., ¨Applied Nonparametric Statistics¨, PWS-Kent,1990
2. Downing- Clark, ¨Στατιστική των Επιχειρήσεων¨, Τρίτη αμερικανική έκδοση, εκδ. Κλειδάριθμος, 1998
3. Howitt D.- Cramer D., ¨Στατιστική με το Spss 13¨, Τρίτη αγγλική έκδοση, Αθήνα: Κλειδάριθμος, 2006
4. Krishnaiah P.R., ¨Nonparametric methods¨, Amsterdam North Holland, 1984

ΠΙΝΑΚΕΣ

ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΙΑΜΕΣΟΥ

n a	0,99	0,975	0,95	0,9	0,5	0,1	0,05	0,025	0,01
1	0,0002	0,001	0,004	0,02	0,45	2,71	3,84	5,02	6,63
2	0,02	0,05	0,1	0,21	1,39	4,61	5,99	7,38	9,21
3	0,11	0,22	0,35	0,58	2,37	6,25	7,81	9,35	11,34
4	0,3	0,48	0,71	1,06	3,36	7,78	9,49	11,14	13,28
5	0,55	0,83	1,15	1,61	4,35	9,24	11,07	12,83	15,09
6	0,87	1,24	1,64	2,2	5,35	10,64	12,59	14,45	16,81
7	1,24	1,69	2,17	2,83	6,35	12,02	14,07	16,01	18,48
8	1,65	2,18	2,73	3,49	7,34	13,36	15,51	17,53	20,09
9	2,09	2,7	3,33	4,17	8,34	14,68	16,92	19,02	21,67
10	2,56	3,24	3,94	4,87	9,34	15,99	18,31	20,48	23,21
11	3,05	3,81	4,57	5,58	10,34	17,28	19,68	21,92	24,72
12	3,57	4,4	5,23	6,3	11,34	18,55	21,03	23,34	26,22
13	4,11	5,01	5,89	7,04	12,34	19,81	22,36	24,74	27,69
14	4,66	5,62	6,57	7,79	13,34	21,06	23,68	26,12	29,14
15	5,23	6,26	7,26	8,55	14,34	22,31	25	27,49	30,58
16	5,81	6,9	7,96	9,31	15,34	23,54	26,3	28,85	32
17	6,41	7,56	8,67	10,09	16,34	24,77	27,59	30,19	33,41
18	7,01	8,23	9,39	10,86	17,34	25,99	28,87	31,53	34,81
19	7,63	8,9	10,12	11,65	18,34	27,2	30,14	32,85	36,19
20	8,26	9,59	10,85	12,44	19,34	28,41	31,41	34,17	37,57
21	8,9	10,28	11,59	13,24	20,34	29,62	32,67	35,48	38,93
22	9,54	10,98	12,34	14,04	21,34	30,81	33,92	36,78	40,29
23	10,2	11,69	13,09	14,85	22,34	32,01	35,17	38,08	41,64
24	10,86	12,4	13,85	15,66	23,34	33,2	36,42	39,36	42,98
25	11,52	13,11	14,61	16,47	24,34	34,38	37,65	40,65	44,31
26	12,2	13,84	15,38	17,29	25,34	35,56	38,89	41,92	45,64
27	12,88	14,57	16,15	18,11	26,34	36,74	40,11	43,19	46,96
28	13,56	15,3	16,93	18,94	27,34	37,92	41,34	44,46	48,28
29	14,26	16,04	17,71	19,77	28,34	39,09	42,56	45,72	49,59

30	14,95	16,78	18,49	20,6	29,34	40,26	43,77	46,98	50,89
40	22,16	24,42	26,51	29,05	39,34	51,81	55,76	59,34	63,69
50	29,71	32,35	34,76	37,69	49,33	63,17	67,5	71,42	76,15
60	37,48	40,47	43,19	46,46	59,33	74,4	79,08	83,3	88,38
70	45,44	48,75	51,74	55,33	69,33	85,53	90,53	95,02	100,43
80	53,54	57,15	60,39	64,28	79,33	96,58	101,88	106,63	112,33
90	61,75	65,64	69,13	73,29	89,33	107,57	13,15	118,14	124,12
100	70,06	74,22	77,93	82,36	99,33	118,5	124,34	129,56	135,81

Mc Nemar

n | a	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.00833	0.00625	0.005
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	38.190	50.923	63.657
2	.816	1.886	2.920	4.303	6.965	7.649	8.860	9.925
3	.765	1.638	2.353	3.182	4.541	4.857	5.392	5.842
4	.741	1.533	2.132	2.776	3.747	3.961	4.315	4.604
5	.727	1.476	2.015	2.571	3.365	3.534	3.810	4.032
6	718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.287	3.521	3.707
7	711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.128	3.335	3.499
8	.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.016	3.206	3.355
9	.703	1.383	1.833	2.262	2.821	2.933	3.111	3.250
10	.700	1.372	1.812	2.228	2.764	2.870	3.083	3.169
11	.697	1.363	1.796	2.201	2.718	2.820	2.981	3.106
12	.695	1.356	1.782	2.179	2.681	2.779	2.934	3.055
13	.694	1.350	1.771	2.160	2.650	2.746	2.896	3.012
14	.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.718	2.864	2.977
15	.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.694	2.837	2.947
16	.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.673	2.813	2.921
17	.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.655	2.793	2.898
18	.688	1.330	1.743	2.101	2.552	2.639	2.775	2.878
19	.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.625	2.759	2.861
20	.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.613	2.744	2.845
21	.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.601	2.732	2.831
22	.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.591	2.720	2.819
23	.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.582	2.710	2.807
24	.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.574	2.700	2.797
25	.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.566	2.692	2.787
26	.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.559	2.684	2.779
27	.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.552	2.676	2.771
28	.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.546	2.669	2.763
29	.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.541	2.663	2.756
30	.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.536	2.657	2.750
40	.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.499	2.616	2.704
60	.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.463	2.575	2.660
120	.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.428	2.536	2.617
∞	.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.394	2.489	2.576

Kolmogorov-Smirnov

	0,2	0,15	0,1	0,05	0,01
1	0,9	0,925	0,95	0,975	0,995
2	0,684	0,726	0,776	0,842	0,929
3	0,565	0,57	0,642	0,708	0,829
4	0,494	0,525	0,564	0,624	0,734
5	0,446	0,474	0,51	0,563	0,669
6	0,41	0,436	0,47	0,521	0,618
7	0,381	0,405	0,438	0,486	0,577
8	0,358	0,381	0,411	0,457	0,543
9	0,339	0,36	0,388	0,432	0,514
10	0,322	0,342	0,368	0,409	0,486
11	0,307	0,326	0,352	0,391	0,468
12	0,295	0,313	0,338	0,375	0,45
13	0,284	0,302	0,325	0,361	0,433
14	0,274	0,292	0,314	0,349	0,418
15	0,266	0,283	0,304	0,338	0,404
16	0,258	0,274	0,295	0,328	0,391
17	0,25	0,266	0,286	0,318	0,38
18	0,244	0,259	0,278	0,309	0,37
19	0,237	0,252	0,272	0,301	0,361
20	0,231	0,246	0,264	0,294	0,352
25	0,21	0,22	0,24	0,264	0,32
30	0,19	0,2	0,22	0,242	0,29
35	0,18	0,19	0,21	0,23	0,27
40				0,21	0,25
50				0,19	0,23
60				0,17	0,21
70				0,16	0,19
80				0,15	0,18
90				0,14	
100				0,14	
Ασυμπτωτκός	$\boxed{\frac{1.07}{\sqrt{n}}}$	$\boxed{\frac{1.14}{\sqrt{n}}}$	$\boxed{\frac{1.22}{\sqrt{n}}}$	$\boxed{\frac{1.36}{\sqrt{n}}}$	$\boxed{\frac{1.63}{\sqrt{n}}}$

5% και 1% σημεία του κριτηρίου Dm,n των Kolmogorov-Smirnov

n \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15
1	* *	* *	* *	* *	* *	* *	* *	* *	* *	* *		
2		* *	* *	* *	* *	* *	* *	7/8 *	16/18 *	9/10 *		
3			* *	* *	12/15 *	5/6 *	18/21 *	18/24 *	7/9 8/9		9/12 11/12	
4				3/4 *	16/20 *	9/12 10/12	21/28 24/28	6/8 7/8	27/36 32/36	14/20 16/20	8/12 10/12	
5					4/5 4/5	20/30 25/30	25/35 30/35	27/40 32/40	31/45 36/45	7/10 8/10		10/15 11/15
6						4/6 5/6	29/42 35/42	16/24 18/24	12/18 14/18	19/30 22/30	7/12 9/12	
7							5/7 5/7	35/56 42/56	40/63 47/63	43/70 53/70		
8								5/8 6/8	45/72 54/72	23/40 28/40	14/24 16/24	
9									5/9 6/9	52/90 62/90	20/36 24/36	
10										6/10 7/10		15/30 19/30
12											6/12 7/12	30/60 35/60
15												7/15 8/15

Σημ.1. O * σημαίνει αποδοσή της Ho:F(x)= G(x) για το αντίστοιχο α

Για μεγάλα m & n τα α-σημεία δίνονται προσεγγιστηκά από τους τύπους:

$$a = 0.05 : 1.36\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$$

$$a = 0.01 : 1.63\sqrt{\frac{m+n}{mn}}$$

Πίνακας Friedman

k=3

N=2		N=3		N=4		N=5	
x_r^2	p	x_r^2	p	x_r^2	p	x_r^2	p
0	1	0	1	0	1	0	1
1	0,833	0,667	0,977	0,5	0,931	0,4	0,954
3	0,5	2	0,528	1,5	0,653	1,2	0,691
4	0,167	2,667	0,361	2	0,431	1,6	0,522
		4,667	0,194	3,5	0,273	2,8	0,367
		6	0,028	4,5	0,125	3,6	0,182
				6	0,069	4,8	0,124
				6,5	0,042	5,2	0,093
				8	0,0046	6,4	0,039
						7,6	0,024
						8,4	0,0085
						10	0,00077

N=6		N=7		N=8		N=9	
x_r^2	p	x_r^2	p	x_r^2	p	x_r^2	p
0	1	0	1	0	1	0	1
0,33	0,956	0,286	1,964	0,25	0,967	0,222	0,971
1	0,74	0,857	1,768	0,75	0,794	0,667	0,814
1,33	0,57	1,143	1,62	1	0,654	0,889	0,865
2,33	0,43	2	1,486	1,75	0,531	1,556	0,569
3	0,252	2,571	1,305	2,25	0,355	2	0,398
4	0,184	3,429	1,237	3	0,285	2,667	0,328
4,33	0,142	3,714	1,192	3,25	0,236	2,889	0,278
5,33	0,072	4,571	1,112	4	0,149	3,556	0,187
6,33	0,052	5,429	1,085	4,75	0,120	4,222	0,154
7	0,029	6	1,052	5,25	0,079	4,667	0,107
8,33	0,012	7,143	1,027	6,25	0,047	5,556	0,069
9	0,0081	7,714	1,021	6,75	0,038	6	0,057
9,33	0,0055	8	1,016	7	0,030	6,222	0,048
10,33	0,0017	8,857	1,0084	7,75	0,018	6,889	0,031
12	0,0001	10,286	1,0036	9	0,0099	8	0,019
		10,571	1,0027	9,25	0,0080	8,222	0,016

		11,143	1,0012	9,75	0,0048	8,667	0,01
		12,286	1,00032	10,75	0,0024	9,556	0,006
		14	0,000021	12	0,0011	10,667	0,0035
				12,25	0,00086	10,887	0,0029
				13	0,00026	11,556	0,0013
				14,25	0,000061	12,667	0,00066
				16	0,0000036	13,556	0,00035
						14	0,00020
						14,222	0,000097
						14,889	0,000054
						16,222	0,000011
						18	0,0000006

Mann-Whitney (U) α=0.01

N_2	N_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1											
2											
3								0	0	1	1
4						0	1	1	2	3	3
5					0	1	2	3	4	5	6
6					1	2	3	4	6	7	8
7				0	1	3	4	6	7	9	11
8				0	2	4	6	7	9	11	13
9				1	3	5	7	9	11	14	16
10				1	3	6	8	11	13	16	19
11				1	4	7	9	12	15	18	22
12				2	5	8	11	14	17	21	24
13			0	2	5	9	12	16	20	23	27
14			0	2	6	10	13	17	22	26	30
15			0	3	7	11	15	19	24	28	33
16			0	3	7	12	16	21	26	31	36
17			0	4	8	13	18	23	28	33	38
18			0	4	9	14	19	24	30	36	41
19			1	4	9	15	20	26	32	38	44
20			1	5	10	16	22	28	34	40	47

Συνέχεια

N_1 N_2	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1										
2			0	0	0	0	0	0	1	1
3	1	2	2	2	3	3	4	4	4	5
4	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10
5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
6	9	11	12	13	15	16	18	19	20	22
7	12	14	16	17	19	21	23	24	26	28
8	15	17	20	22	24	26	28	30	32	34
9	18	21	23	26	28	31	33	36	38	40
10	22	24	27	30	33	36	38	41	44	47
11	25	28	31	34	37	41	44	47	50	53
12	28	31	35	38	42	46	49	53	56	60
13	31	35	39	43	47	51	55	59	63	67
14	34	38	43	47	51	56	60	65	69	73
15	37	42	47	51	56	61	66	70	75	80
16	41	46	51	56	61	66	71	76	82	87
17	44	49	55	60	66	71	77	82	88	93
18	47	53	59	65	70	76	82	88	94	100
19	50	56	63	69	75	82	88	94	101	107
20	53	60	67	73	80	87	93	100	107	114

X^2

	α								
n	0,999	0,975	0,95	0,9	0,1	0,05	0,025	0,01	0,001
1	0,0002	0,001	0,0039	0,0158	2,71	3,84	5,02	6,63	10,83
2	0,02	0,05	0,1	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	13,82
3	0,12	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	16,27
4	0,3	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	18,47
5	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	20,52
6	0,87	1,24	1,64	2,2	10,64	12,59	14,45	16,81	22,46
7	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,47	24,32
8	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	26,13
9	2,09	2,7	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	27,88
10	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	29,59
11	3,05	3,82	4,57	5,58	17,27	19,67	21,92	24,72	31,26
12	3,57	4,4	5,23	6,3	18,55	21,03	23,34	26,22	32,91
13	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	34,53
14	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	36,12
15	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25	27,49	30,58	37,7
16	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,3	28,84	32	39,25
17	6,41	7,56	8,67	10,08	24,77	27,59	30,19	33,41	40,79
18	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,8	42,31
19	7,63	8,91	10,12	11,65	27,2	30,14	32,85	36,19	43,82
20	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	45,32
21	8,9	10,28	11,59	13,24	29,61	32,67	35,48	38,93	46,8
22	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	48,27
23	10,2	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	49,73
24	10,86	12,4	13,85	15,66	33,2	36,41	39,37	42,98	51,18
25	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	52,62
26	12,2	13,84	15,38	17,29	35,56	38,88	41,92	45,64	54,05
27	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	55,48
28	13,57	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	56,89
29	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	58,3
30	14,95	16,79	18,49	20,6	40,26	43,77	46,98	50,89	59,7

$F_{n1,n2,a}$ $\alpha=0{,}05$

n_2	n_1									
	1	2	3	4	5	6	7	8	12	24
1	161,4	199,5	125,7	224,6	230,2	234	238,9	243,9	249	254,3
2	18,51	19	19,16	19,25	19,3	19,33	19,37	19,41	19,45	19,5
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,77	5,63	
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,3
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,9	2,71
10	4,96	4,1	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,2	3,09	2,95	2,79	2,61	2,4
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3	2,85	2,69	2,5	2,3
13	4,67	3,8	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,6	2,42	2,21
14	4,6	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,7	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,9	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,2	2,96	2,81	2,7	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,9	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,1	2,87	2,71	2,6	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,3	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,4	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,8	2,64	2,53	2,38	2,2	2	1,76
24	4,26	3,4	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,6	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,3	2,13	1,93	1,67
28	4,2	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,7	2,54	2,43	2,28	2,1	1,9	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2	1,79	1,51
60	4	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,1	1,92	1,7	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,02	1,83	1,61	1,25
∞	3,84	2,99	2,6	2,37	2,21	2,1	1,94	1,75	1,52	1

$t_{n,\alpha}$

	α						
n	0,3	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,62
2	1,386	1,886	2,92	4,303	6,965	9,925	31,598
3	1,25	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	1,19	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,61
5	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	1,134	1,44	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	1,108	1,397	1,86	2,306	2,896	3,555	5,041
9	1,1	1,383	1,833	2,262	2,821	3,25	4,781
10	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	1,083	1,356	1,782	2179	2,681	3,055	4,318
13	1,079	1,35	1,771	2,16	2,65	3,012	4,221
14	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,14
15	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	1,071	1,337	1,746	2,12	2,583	2,921	4,015
17	1,069	1,333	1,74	2,11	2,567	2,898	3,965
18	1,067	1,33	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,85
21	1,063	1,323	1,721	2,08	2,518	2,831	3,819
22	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	1,06	1,319	1,714	2,069	2,5	2,807	3,767
24	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	1,058	1,316	1,708	2,06	2,485	2,787	3,725
26	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,69
28	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	1,055	1,311	1,699	2,042	2,457	2,75	3,659
40	1,05	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
120	1,041	1,289	1,658	1,98	2,358	2,617	3,373
∞	1,036	1,282	1,645	1,96	2,326	2,576	3,201

Πίνακας Wilcoxon

Μονόπλευρο test a	Δίπλευρο test a	n=5	n=6	n=7	n=8	n=9	n=10	n=11	n=12	n=13	n=14	n=15	n=16
0,05	0,1	1	2	4	6	8	11	14	17	21	26	30	36
0,025	0,05		1	2	4	6	8	11	14	17	21	25	30
0,01	0,02			0	2	3	5	7	10	13	16	20	24
0,005	0,01				0	2	3	5	7	10	13	16	19
		n=17	n=18	n=19	n=20	n=21	n=22	n=23	n=24	n=25	n=26	n=27	n=28
0,05	0,1	41	47	54	60	68	75	83	92	101	110	120	130
0,025	0,05	35	40	46	52	59	66	73	81	90	98	107	117
0,01	0,02	28	33	38	43	49	56	62	69	77	85	93	102
0,005	0,01	23	28	32	37	43	49	55	61	68	76	84	92
		n=29	n=30	n=31	n=32	n=33	n=34	n=35	n=36	n=37	n=38	n=39	
0,05	0,1	141	152	163	175	188	201	214	228	242	256	271	
0,025	0,05	127	137	148	159	171	183	195	208	222	235	250	
0,01	0,02	111	120	130	141	151	162	174	186	198	211	224	
0,005	0,01	100	109	118	128	138	149	160	171	183	195	208	
		n=40	n=41	n=42	n=43	n=44	n=45	n=46	n=47	n=48	n=49	n=50	
0,05	0,1	287	303	319	336	353	371	389	408	427	446	466	
0,01	0,02	238	252	267	281	297	313	329	345	362	380	398	
0,005	0,01	221	234	248	262	277	292	307	323	339	356	373	