

**ΑΝΩΤΑΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ  
(Α.Τ.Ε.Ι.) ΠΑΤΡΩΝ**

**ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ &  
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ**

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΘΕΜΑ: «ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ  
ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ»**

**ΣΠΟΥΔΑΣΤΡΙΑ: ΒΑΣΙΛΕΙΑΔΗ ΣΩΤΗΡΙΑ**

**ΕΙΣΗΓΗΤΡΙΑ: ΒΑΣΙΟΥ ΓΕΩΡΓΙΑ**

**ΠΑΤΡΑ 2005**

ΑΡΙΘΜΟΣ | 7011

ΑΥΓΕΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΕΛΛΑΣ ΚΩΔΙΚΟΣ ΑΣΤΡΟΦΩΝΑ  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ

ΘΕΜΑΣΤΙΚΗ ΕΛΛΑΣ / ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗ  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΕΛΛΑΣ / ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗ

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΛΛΑΣ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ  
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΡΧΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΛΛΑΣ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ

ΑΡΧΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΕΛΛΑΣ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗ

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	Σελ.
<b><u>ΕΙΣΑΓΩΓΗ: ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ</u></b>	1
<b>0.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ</b>	1
<b>0.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ</b>	7
<b><u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ</u></b>	14
<b>1.1 ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ</b>	16
<b>1.2 ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ</b>	24
<b>1.3 ΔΙΚΤΥΩΤΗ ΑΝΑΛΥΣΗ</b>	38
<b>1.4 ΔΕΝΔΡΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ</b>	45
<b>1.5 ΑΝΑΛΥΣΗ MARKOV</b>	51
<b><u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ</u></b>	56
<b>2.1 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ</b>	56
<b>2.2 ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΟΛΙΚΗΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ (ΔΟΠ)</b>	63
<b><u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΧΡΗΣΗ Η/Υ ΣΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ</u></b>	85
<b>3.1 ΤΟ ΠΑΚΕΤΟ QSB+</b>	87
<b>3.2 ΤΟ ΠΑΚΕΤΟ LINDO</b>	89
<b>3.3 ΤΟ ΠΑΚΕΤΟ EXCEL</b>	104
<b><u>ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ</u></b>	109
<b>ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ</b>	
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b>	

## **ΕΙΣΑΓΩΓΗ: ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ**

### **0.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ**

Ο όρος επιχειρησιακή έρευνα χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά στην Μεγάλη Βρετανία, λίγο πριν από την έναρξη του Δεύτερου Παγκοσμίου Πολέμου. Ήταν η εποχή πού άρχισε να προβάλλει επιτακτική η ανάγκη της συγκροτήσεως ομάδων από επιστήμονες διαφόρων ειδικοτήτων για την αντιμετώπιση και επίλυση των στρατηγικών και επιχειρησιακών προβλημάτων που παρουσίαζε η κατά ξηρά και αέρα άμυνα της χώρας.

Τον πυρήνα της πρώτης επιστημονικής ομάδας επιχειρησιακών ερευνών απετέλεσε η ομάδα που συγκροτήθηκε τον Σεπτέμβριο του 1939 στο Αρχηγείο Πολεμικών Επιχειρήσεων της RAF από τους επιστήμονες εκείνους, οι οποίοι ήδη από το 1937 μελετούσαν τον τρόπο χρησιμοποίησεως του τότε επινοηθέντος συστήματος εγκαίρου προειδοποιήσεως (radar) για τον εντοπισμό εχθρικών αεροσκαφών.

Από την συνένωση της ομάδας αυτής με την ομάδα ερευνών του Αρχηγείου Αντιαεροπορικής Αμύνης προέκυψε λίγο αργότερα, και συγκεκριμένα τον Σεπτέμβριο του 1940, η πρώτη ομάδα επιχειρησιακών ερευνών. Η ομάδα αυτή επρόκειτο αρχικά να μελετήσει την αποτελεσματικότητα των νέου τύπου βιομβαρδιστικών αεροσκαφών και την αποδοτικότητα των χρησιμοποιουμένων συστημάτων ελέγχου πυρός στο πεδίο της μάχης.

Την ομάδα αρχικά απετέλεσαν δύο ψυχολόγοι, δύο μαθηματικοί φυσικοί, ένας αστροφυσικός, ένας αξιωματικός του στρατού και ένας τοπογράφος. Αργότερα προσετέθησαν ένας ακόμα ψυχολόγος, ένας φυσικός και δύο μαθηματικοί. Αρχηγός της ομάδας τοποθετήθηκε ο διακεκριμένος Βρετανός φυσικός P.M.S. Blackett.

Από το όνομα του αρχηγού της και το ευρύ φάσμα ειδικοτήτων που αντιπροσώπευαν οι έντεκα αυτοί επιστήμονες, η πρώτη ομάδα επιχειρησιακών ερευνών πέρασε στην ιστορία με το όνομα «Το τσίρκο του Blackett». Η συγκρότηση και το έργο της ομάδας αυτής αποτελούν την πρώτη επιστημονική δραστηριότητα που επίσημα χαρακτηρίζεται σαν επιχειρησιακή έρευνα.

Ο όρος επιχειρησιακή έρευνα (operational research κατά την Βρετανική ορολογία και συντετμημένα OR) οφείλεται προφανώς στο γεγονός, ότι αντικείμενο της επιστημονικής αυτής ομάδας ήταν η έρευνα (research) (στρατιωτικών) επιχειρήσεων (operations).

Η επιτυχία που σημαδεύει το έργο της πρώτης ομάδας επιχειρησιακών ερευνών στην Μεγάλη Βρετανία, οδήγησε λίγο αργότερα, και συγκεκριμένα τον Απρίλιο του 1942, το Υπουργείο Πολέμου των Ηνωμένων Πολιτειών στην αποδοχή των προτάσεων του Sir Robert Watson-Watt, ο οποίος συνιστούσε την εισαγωγή της επιχειρησιακής έρευνας για την επόμενη στρατηγικών, τακτικών και επιχειρησιακών προβλημάτων.

Ο νέος τύπος επιστημονικής δραστηριότητας έγινε γνωστός στην μεν Αεροπορία σαν επιχειρησιακή ανάλυση (operational analysis), στο δε Ναυτικό και τον Στρατό Εηράς σαν έρευνα επιχειρήσεων και εκτίμηση επιχειρήσεων (operations research and operations evaluation). Μεταξύ των αρχικών προβλημάτων με τα οποία ασχολήθηκε, περιλαμβάνονται ο τρόπος χρησιμοποίησεως του συστήματος εγκαίρου προειδοποίησεως, σαν αποτελεσματικού μέσου αντιαεροπορικής αμύνης και η οργάνωση των νηοπομπών κατά τρόπο που να ελαχιστοποιούνται οι απώλειες από την δράση των εχθρικών υποβρύχων.

Η καθιέρωση του όρου επιχειρησιακή έρευνα για τον χαρακτηρισμό του νέου αυτού τύπου επιστημονικής δραστηριότητας, οδήγησε αμέσως στη διαπίστωση, ότι ο νεοεισαχθείς όρος θα μπορούσε με την ίδια επιτυχία να χρησιμοποιηθεί και για τον χαρακτηρισμό πολύ προηγούμενων εργασιών και μελετών. Αυτό είναι ένα κοινό γνώρισμα των περισσότερων επιστημών, ακόμα και των πιο παλαιών, όπως είναι οι φυσικές επιστήμες που δεν απέκτησαν αυτοτέλεια και ιδιαίτερο όνομα, παρά μόνον εδώ και εκατό περίπου χρόνια. Τότε διαπιστώθηκε, ότι ο Νεύτωνας, λόγου χάρη, ήταν ένας φυσικός και όχι ένας νατουραλιστής φιλόσοφος, όπως ήταν γνωστός στην εποχή του (1642-1727).

Ήδη το 1914 στην Αγγλία, ο F.W. Lanchester δημοσιεύει τις πρώτες μελέτες επί των θεωρητικών σχέσεων μεταξύ της νικηφόρου εκβάσεως ενός πολέμου και της υπεροχής σε αριθμό μαχίμων μονάδων και δύναμη πυρός. Κατά την περίοδο του Πρώτου Παγκοσμίου πολέμου ανατίθεται στον Thomas Edison το πρόβλημα του προσδιορισμού των ελιγμών στους οποίους θα έπρεπε να προβαίνουν τα εμπορικά σκάφη, προκειμένου να ελαχιστοποιηθούν οι απώλειες από την δράση των εχθρικών υποβρύχων.

Ο Edison αντιμετώπισε το πρόβλημα αυτό σαν ένα επιχειρησιακό παίγνιο (operational game) και κάνοντας χρήση ενός πινακικού πάιγνιου τακτικής (tactical game board), επέτυχε να προσδομοίωσει τις συνθήκες του προβλήματος, αποφεύγοντας να εκθέσει τα σκάφη στους κινδύνους ενός πραγματικού πολέμου. Την ίδια περίπου εποχή, περί τα τέλη του 1910, ο Δανός μηχανικός A.K. Erlang της Τηλεφωνικής Εταιρείας της Κοπεγχάγης προέβαινε στην

εκτέλεση πειραμάτων σχετικά με την διακύμανση του χρόνου απασχολήσεως των μηχανημάτων αυτομάτου επιλογής τηλεφωνικών γραμμών.

Η εργασία του αποτελεί τη βάση πολλών από τα μαθηματικά πρότυπα που χρησιμοποιούνται σήμερα στην θεωρία των γραμμών αναμονής. Λίγο αργότερα το 1930, ο Horace C. Levenson ευρισκόμενος προ ενός πλήθους δεδομένων, τα οποία έπρεπε οπωδίποτε να χρησιμοποιήσει για την εξαγωγή ορισμένων συμπερασμάτων, ανέπτυξε σύνθετα μαθηματικά πρότυπα, χωρίς τα οποία η ανάλυση και αξιοποίηση των δεδομένων αυτών θα ήταν αδύνατη. Αυτοί είναι μερικοί από τους πρωτοπόρους, των οποίων ή εργασία μπορεί σήμερα να χαρακτηρισθεί σαν επιχειρησιακή έρευνα.

Αν και οι πρώτες επιστημονικές δραστηριότητες που μπορούν να χαρακτηρισθούν σαν επιχειρησιακή έρευνα εκδηλώνονται χρονικά αρκετά πριν από την Πρώτη Βιομηχανική Επανάσταση, όμως, και πέρα από κάθε αμφιβολία, ήταν κατά την διάρκεια αυτής της περιόδου που άρχισαν να δημιουργούνται οι συνθήκες, οι οποίες κατέστησαν αναγκαία την ανάπτυξη της επιχειρησιακής έρευνας.

Μέχρι τα μέσα του περασμένου αιώνα, οι περισσότερες βιομηχανικές επιχειρήσεις χρησιμοποιούσαν μόνο ένα περιορισμένο ανθρώπινο δυναμικό. Η εμφάνιση των μηχανικών μέσων, η βαθμαία αντικατάσταση των εργατικών χεριών από μηχανές σαν πηγών δυνάμεως και η εξέλιξη των συστημάτων μεταφοράς και επικοινωνιών είχαν σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη της βιομηχανίας στην σημερινή της μορφή και την εξάπλωση εταιρειών και επιχειρήσεων σε εθνική και πολυεθνική κλίμακα.

Καθώς όμως οι εταιρείες εξαπλώνονταν καλύπτοντας όλο και περισσότερο γεωγραφικό χώρο γινόταν όλο και περισσότερο φανερό, ότι ένα και μόνο άτομο ήταν αδύνατο να ασκήσει αποτελεσματικά την διοίκηση των εταιρειών αυτών. Σαν συνέπεια, ο ιδιοκτήτης της εταιρείας, του οποίου η φύση και η μορφή επίσης αλλάζουν, υποχρεώνεται να κατανείμει μέρος των δραστηριοτήτων του.

Έτσι, κάνει για πρώτη φορά την εμφάνισή της η υποδιαιρεση των μεγάλων βιομηχανικών επιχειρήσεων και εταιρειών σε διάφορα τμήματα, όπως τα τμήματα παραγωγής, προσωπικού, οικονομικού και εμπορίας. Με την πάροδο του χρόνου, οι αυξανόμενες απαιτήσεις από την συνεχιζόμενη βιομηχανική ανάπτυξη επιβάλλουν την υποδιαιρεση ακόμα και αυτών των τμημάτων. Έτσι σήμερα, το τμήμα παραγωγής μιας μεγάλης βιομηχανικής επιχειρήσεως αποτελείται, συνήθως, από τα τμήματα αγοράς, συντηρήσεως, διακινήσεως,

ποιοτικού ελέγχου και προγραμματισμού.

Την ίδια περίοδο, η αύξηση και η εξάπλωση των πληθυσμών συντελούν στο άνοιγμα νέων αγορών και την ανακάλυψη νέων πηγών πρώτων υλών. Αυτό είχε σαν αποτέλεσμα την δημιουργία πολλαπλών μονάδων παραγωγής και παραρτημάτων πωλήσεων της αυτής εταιρείας, που απαιτούν την δική τους διοίκηση, κατάλληλα προσαρμοσμένη στις κατά τόπους ειδικές και συνθήκες αγοράς. Κατ' αυτό τον τρόπο διαμορφώθηκε η λειτουργική και γεωγραφική δομή της διοικήσεως, όπως την γνωρίζουμε σήμερα, σαν συνέπεια της βιομηχανικής αναπτύξεως που ακολούθησε την Πρώτη Βιομηχανική Επανάσταση.

Παράλληλα με την βιομηχανική αυτή ανάπτυξη και τον καταμερισμό της διοικήσεως κάνουν την εμφάνισή τους νέοι κλάδοι εφαρμοσμένων επιστημών, απαραίτητοι για την επίλυση των προβλημάτων, τα οποία καλείται να αντιμετωπίσει η εκάστοτε πρωτεμφανιζόμενη μορφή διοικήσεως. Έτσι, οι εφαρμογές της φυσικής και της χημείας οδηγούν στην ανάπτυξη της μηχανολογίας και της χημικής τεχνολογίας, ενώ λίγο αργότερα, με την εισαγωγή των μεθόδων και γνώσεων που παρέχουν η στατιστική και η ψυχολογία, αναπτύσσεται η μηχανική της παραγωγής.

Η έρευνα αγοράς, η βιομηχανική (μικρο) οικονομία, η βιομηχανική ψυχολογία και κοινωνιολογία είναι μερικές ακόμα από τις εφαρμοσμένες επιστήμες που τέθηκαν στην διάθεση της Βιομηχανικής και Επιστημονικής Διοικητικής (Industrial Scientific Management).

Ο εκάστοτε επιβαλλόμενος καταμερισμός της διοικήσεως σε απλούστερες και πιο εξειδικευμένες μορφές δημιουργεί όμως ένα νέο πρόβλημα. Τον συντονισμό όλων των επιμέρους λειτουργιών κατά τρόπο που να εξυπηρετούνται αποτελεσματικά τα συμφέροντα του συνόλου. Το έργο αυτό του συντονισμού των διαφόρων λειτουργιών αποτελεί την εκτελεστική λειτουργία της διοικήσεως.

Η εκτελεστική λειτουργία ακολουθεί την σταδιακή ανάπτυξη της βιομηχανίας, χωρίς όμως αρχικά να επωφελείται, όπως οι άλλες λειτουργίες της διοικήσεως, από τις επαναστατικές μεθόδους που εισάγουν οι νέες μορφές τεχνολογίας. Κατά την αντίληψη του υπέύθυνου για την εκτελεστική λειτουργία της διοικήσεως, η επίλυση των προβλημάτων του δεν απαιτεί τίποτε περισσότερο από σωστή κρίση και σχετική πείρα.

Ο Αμερικανός μηχανικός Frederick Winslow Taylor, ο επονομαζόμενος «Πατέρας της Επιστημονικής Διοικητικής» διατύπωσε πρώτος την άποψη, ότι η επίλυση των προβλημάτων

της Διοικητικής θα έπρεπε να στηρίχτει σε επιστημονικές μεθόδους. Η ανάγκη όμως για έναν πιο αυστηρό τρόπο αντιμετώπισεως των προβλημάτων της εκτελεστικής λειτουργίας της διοικήσεως δεν είναι ακόμα αισθητή.

Αργότερα, οι αυξανόμενες απαιτήσεις από την συνεχή βιομηχανική ανάπτυξη καθιστούν αναγκαία την ανάθεση των προβλημάτων της εκτελεστικής λειτουργίας σε άτομα που διαθέτουν την κατάλληλη πείρα και τον απαιτούμενο χρόνο για την αντιμετώπιση και επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων. Οι μέθοδοι όμως που οι διοικητικοί αυτοί σύμβουλοι χρησιμοποιούν για τη λήψη των κατάλληλων αποφάσεων και την εξαγωγή των σχετικών συμπερασμάτων, δεν στηρίζονται αρχικά στην συστηματική χρησιμοποίηση της επιστήμης ή της επιστημονικής έρευνας.

Έτσι, η ανάπτυξη της επιχειρησιακής έρευνας, που στην πραγματικότητα αποσκοπεί στην επίλυση των προβλημάτων της εκτελεστικής λειτουργίας της διοικήσεως με την βοήθεια επιστημονικών μεθόδων, δεν ακολουθεί αρχικά την ραγδαία ανάπτυξη που παρουσιάζουν οι άλλοι κλάδοι εφαρμοσμένων επιστημών, λίγο μετά την Πρώτη Βιομηχανική Επανάσταση. Και η καθυστέρηση αυτή στην ανάπτυξη και εφαρμογή των μεθόδων της επιχειρησιακής έρευνας θα συνεχίζοτανε, ίσως για πολύ ακόμα, αν δεν μεσολαβούσε ο Δεύτερος Παγκόσμιος Πόλεμος και η συγκρότηση των πρώτων επιστημονικών ομάδων επιχειρησιακών ερευνών.

Με το τέλος του πολέμου, διαφορετικά πράγματα συμβαίνουν στην επιχειρησιακή έρευνα στην Βρετανία και τις Ήνωμένες Πολιτείες. Στην Βρετανία, οι δαπάνες αμυντικών ερευνών περικόπτονται, γεγονός που οδηγεί στην αποδέσμευση από τους διάφορους στρατιωτικούς οργανισμούς πολλών επιχειρησιακών ερευνητών και μάλιστα την στιγμή που η προσοχή της χώρας συγκεντρώνεται στην ανασυγκρότηση των πληγέντων από τους βομβαρδισμούς βιομηχανικών και παραγωγικών συγκροτημάτων.

Παράλληλα, και με την άνοδο στην εξουσία του Εργατικού Κόμματος, αρχίζει η εθνικοποίηση πολλών από τις μεγάλες και βασικές βιομηχανίες, η οποία συνοδεύεται από σοβαρά διοικητικά και επιχειρησιακά προβλήματα. Για την επίλυσή τους οι διοικήσεις των εθνικοποιημένων αυτών βιομηχανικών μονάδων καταφεύγουν στην βοήθεια των αποδεσμευθέντων από τούς στρατιωτικούς οργανισμούς επιχειρησιακών ερευνητών, την οποία και λαμβάνουν. Έτσι οι βιομηχανίες άνθρακα, σιδήρου και χάλυβα, καθώς και πολλοί οργανισμοί κοινής ωφέλειας, αρχίζουν να χρησιμοποιούν συστηματικά τις μεθόδους της επιχειρησιακής

έρευνας.

Αντίθετα με την κατάσταση στην Βρετανία, στις Ηνωμένες Πολιτείες οι δαπάνες αμυντικών ερευνών αυξάνονται και η επιχειρησιακή έρευνα γνωρίζει μία σημαντική ανάπτυξη μέσα στους διάφορους στρατιωτικούς οργανισμούς. Η εφαρμογή των μεθόδων της επιχειρησιακής έρευνας για την επόμενη βιομηχανικών προβλημάτων στις Ηνωμένες Πολιτείες δεν αρχίζει, παρά στα τέλη της δεκαετίας του 40, με την εκδήλωση της Δεύτερης Βιομηχανικής Επαναστάσεως.

Ο Δεύτερος Παγκόσμιος Πόλεμος συνοδεύεται από σημαντικά επιστημονικά επιτεύγματα στους τομείς των επικοινωνιών, του ελέγχου και της θεωρίας υπολογισμού, τα οποία δημιουργησαν την τεχνολογική βάση του αυτοματισμού, της αντικαταστάσεως δηλαδή των ανθρώπων από μηχανές, όχι μόνον σαν πηγών δυνάμεως, αλλά και σαν μέσων ελέγχου.

Η διάθεση και χρησιμοποίηση σε ευρεία κλίμακα των ηλεκτρονικών υπολογιστών, με τις καταπληκτικές ικανότητες σε ταχύτητα υπολογισμών και αποθήκευση πληροφοριών, σημαδεύουν την αρχή της νέας αυτής Βιομηχανικής Επαναστάσεως και συμβάλλουν, κατά ένα μεγάλο μέρος, στην εντυπωσιακή πρόοδο που συντελέστηκε έκτοτε στον τομέα της επιχειρησιακής έρευνας, επιτρέποντας την επόμενη πολύπλοκων και μεγάλης διαστάσεως προβλημάτων.

Η πρώτη μαθηματική μέθοδος επιχειρησιακής έρευνας, η μέθοδος *simplex* του γραμμικού προγραμματισμού, αναπτύχθηκε το 1947 από τον Αμερικανό μαθηματικό George B. Dantzig. Από τότε, νέες τεχνικές και εφαρμογές της επιχειρησιακής έρευνας αναπτύσσονται συνεχώς, από την συνδυασμένη προσπάθεια και συνεργασία των επιστημόνων που ασχολούνται με αυτήν σε πανεπιστήμια και σε επιστημονικά και βιομηχανικά κέντρα ερευνών. Η επίδραση της επιχειρησιακής έρευνας είναι σήμερα αισθητή σε πολλούς τομείς. Αυτό άλλωστε γίνεται φινερό και από τον αριθμό των πανεπιστημιακών ιδρυμάτων που διδάσκουν τον νέο αυτόν κλάδο επιστήμης σε προπτυχιακό και μεταπτυχιακό επίπεδο.

Έτσι σήμερα, οι εφαρμογές της επιχειρησιακής έρευνας καλύπτουν, πέρα από στρατιωτικούς οργανισμούς, βιομηχανίες, νοσοκομεία, οικονομικά ιδρύματα, βιβλιοθήκες, οργανισμούς κοινής ωφελείας, συστήματα μεταφοράς και πολλούς άλλους τομείς της σύγχρονης επιστημονικής, επιχειρησιακής και κοινωνικοπολιτικής δραστηριότητας.

## 0.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Αν και η επιχειρησιακή έρευνα αναπτύσσεται συνεχώς και μάλιστα με αλματώδη ρυθμό από το τέλος του Δευτέρου Παγκοσμίου Πολέμου και μετά, όμως δεν μπορούμε να πούμε, ότι έχει ήδη φθάσει σε επίπεδο πλήρους ωριμότητας. Είναι, επίσης, ακόμα ίσως νωρίς να αποφανθούμε επί του κατά πόσο η επιχειρησιακή έρευνα θα έπρεπε να χαρακτηρισθεί σαν επιστήμη ή σαν μεθοδολογία. Εκείνο όμως που μπορούμε να δεχθούμε ανεπιφύλακτα είναι το ότι, είτε σαν επιστήμη, είτε σαν μεθοδολογία, η επιχειρησιακή έρευνα απολαμβάνει ήδη πλήρους αυτονομίας.

Με πρόφαση την συνεχώς εξελισσόμενη κατάσταση της επιχειρησιακής έρευνας σήμερα, πόλλοι αντιτίθενται στον ορισμό της, σαν να επρόκειτο ένας σαφής ορισμός του τι είναι και σε τι αποσκοπεί η επιχειρησιακή έρευνα να περιορίσει την ανάπτυξη και το συνεχώς διευρυμένο πεδίο εφαρμογών της. Χωρίς να ισχυριστούμε το αντίθετο, ότι δηλαδή ένας συγκεκριμένος ορισμός της επιχειρησιακής έρευνας θα εισήγαγε απαραιτήτως πρόσθετα πλεονεκτήματα, θα ήταν ίσως σκόπιμο, αλλά και λογικό, να δεχθούμε κάποιον ορισμό που, εκτός των άλλων, θα παρείχε και μια χρήσιμη αφετηρία της επιχειρησιακής έρευνας. Ένας ενδεικτικός ορισμός είναι ο εξής:

Επιχειρησιακή έρευνα είναι η επινόηση και η εφαρμογή επιστημονικών μεθόδων από διεπιστημονικές ομάδες για την επίλυση προβλημάτων που αφορούν στον έλεγχο και τον βέλτιστο τρόπο λειτουργίας οργανωμένων συστημάτων.

Έχει παρατηρηθεί, ότι σε όλα τα οργανωμένα συστήματα η συμπεριφορά καθενός από τα στοιχεία που συνθέτουν το σύστημα, ασκεί τελικά μια επίδραση πάνω σε κάθε άλλο στοιχείο του συστήματος. Επομένως, για την επιτυχή αντιμετώπιση και επίλυση ενός προβλήματος που αφορά στον έλεγχο ή το βέλτιστο τρόπο λειτουργίας ενός τέτοιου συστήματος, είναι απαραίτητη η ανάλυση του συστήματος στα συνθετικά του στοιχεία για τον προσδιορισμό, αλλά και την αξιολόγηση των αντεπιδράσεων μεταξύ των στοιχείων αυτών. Η συστηματική έρευνα για τον εντοπισμό των αντεπιδράσεων εκείνων που επηρεάζουν αποφασιστικά τον έλεγχο και τον τρόπο λειτουργίας του συστήματος, αποτελεί ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά της επιχειρησιακής έρευνας.

Ένα άλλο χαρακτηριστικό της επιχειρησιακής έρευνας που διαφαίνεται στον προηγούμενο ορισμό, είναι η διεπιστημονική σύνθεση των ομάδων επιχειρησιακών ερευνών, η συγκρότηση δηλαδή των ομάδων αυτών από επιστήμονες διαφόρων ειδικοτήτων. Η

ταξινόμηση των ανθρωπίνων γνώσεων σε ειδικότητες είναι ένα προϊόν του 19<sup>ο</sup> αιώνα. Μέχρι το τέλος περίπου του αιώνα αυτού ήταν δυνατή η εκμάθηση και κατακράτηση των μέχρι τότε συσσωρευθεισών γνώσεων από ένα και μόνο άτομο. Η ανάγκη για μια κάποια εξειδίκευση προέκυψε από τη στιγμή που το απόθεμα των γνώσεων άρχισε να υπερβαίνει τις δυνατότητες του ανθρώπινου εγκεφάλου. Τον διαχωρισμό των γνώσεων σε επιστημονικές ειδικότητες ακολούθησε ο αντίστοιχος διαχωρισμός των διαφόρων προβλημάτων σε κατηγορίες.

Στο σημείο αυτό πρέπει να παρατηρήσουμε ότι στην πραγματικότητα, δεν υπάρχουν διαφορετικές κατηγορίες προβλημάτων, όπως προβλήματα φυσικά, βιολογικά, ψυχολογικά και οικονομικά. Υπάρχουν μόνο προβλήματα και διαφορετικοί τρόποι αντιμετωπίσεως αυτών από τις διάφορες επιστήμες ή επιστημονικές ειδικότητες.

Σαν παράδειγμα, ας θεωρήσουμε μία βιομηχανική μονάδα, στην οποία τίθεται πρόβλημα αυξήσεως της παραγωγικότητας. Υπάρχουν πολλοί τρόποι αντιμετωπίσεως του προβλήματος αυτού. Έτσι, ο υπεύθυνος προσωπικού θα προτείνει την πρόσληψη πιο εξειδικευμένων εργατών ή τη βελτίωση του προσφερόμενου προγράμματος εκπαίδευσεως. Ο μηχανολόγος μηχανικός θα προσπαθήσει να αυξήσει την απόδοση των μηχανημάτων. Ο μηχανικός παραγωγής θα επιδιώξει να βελτιώσει την διάταξη των εγκαταστάσεων και να απλουστεύσει τις διενεργούμενες διαδικασίες.

Ο αναλυτής συστημάτων, τέλος, θα προσπαθήσει να βελτιώσει τη ροή των πληροφοριών εντός και δια του εργοστασίου. Κάθε μια από τις ανωτέρω προτάσεις θα επιφέρει κάποια βελτίωση, ποια όμως από αυτές ή ποιος συνδυασμός προτάσεων θα επιφέρει το βέλτιστο αποτέλεσμα; Για πολύπλοκα συστήματα σπάνια μπορούμε να δώσουμε εκ των προτέρων μια απάντηση στο ερώτημα αυτό. Απαιτείται, επομένως, να εξετάσουμε και να εκτιμήσουμε ένα κατά το δυνατόν ευρύτερο φάσμα προσεγγίσεων στο πρόβλημα. Αυτός είναι και ο λόγος που επιβάλλει τη συγκρότηση διεπιστημονικών ομάδων έρευνας.

Η χρησιμοποίηση επιστημονικών μεθόδων για την επίλυση προβλημάτων ελέγχου είναι το τρίτο και τελευταίο από τα κύρια χαρακτηριστικά της επιχειρησιακής έρευνας που διαφαίνονται στον προηγούμενο ορισμό της. Για την ανάπτυξη των μεθόδων αυτών ο επιχειρησιακός ερευνητής είναι υποχρεωμένος να χρησιμοποιήσει ένα πρότυπο (model), δηλαδή μία εξιδανικευμένη αναταράσταση του πραγματικού συστήματος. Αυτό οφείλεται στο γεγονός, ότι ο επιχειρησιακός ερευνητής είναι σε θέση να παρατηρήσει το υπό εξέταση σύστημα, όχι όμως και να το χρησιμοποιήσει κατά τη διάρκεια της έρευνάς του. Προφανώς, η

αξιοποστία της λαμβανόμενης λόσεως εξαρτάται από το κατά πόσο το χρησιμοποιούμενο πρότυπο αποδίδει ή όχι πιστά την πραγματικότητα.

Τα χρησιμοποιούμενα στην επιχειρησιακή έρευνα πρότυπα κατατάσσονται σε τρεις κατηγορίες:

- εικονικά,
- αναλογικά και
- συμβολικά ή μαθηματικά.

Τα εικονικά πρότυπα αναπαριστάνουν το σύστημα υπό διαφορετική κλίμακα. Ένα τέτοιο πρότυπο είναι η μακέτα ενός οικισμού ή ενός εργοστασίου.

Τα αναλογικά πρότυπα αντικαθιστούν μια ιδιότητα του συστήματος με μια άλλη ανάλογη ιδιότητα. Οι καμπύλες ζητήσεως, οι καμπύλες κατανομής συχνοτήτων στην στατιστική και τα λογικά διαγράμματα αποτελούν παραδείγματα αναλογικών προτύπων. Η χρησιμοποίηση των προτύπων αυτών ενδείκνυται ιδιαίτερα για την αναπαράσταση της ποσοτικής σχέσεως μεταξύ διαφορετικών ιδιωτήτων.

Τα μαθηματικά πρότυπα χρησιμοποιούν ένα σύνολο μαθηματικών συμβόλων και συναρτήσεων για την αναπαράσταση της δομής και της λειτουργίας του συστήματος. Η λόση του προβλήματος λαμβάνεται δια της αναπτύξεως κατάλληλων μαθηματικών τεχνικών. Από τα τρία ανωτέρω είδη των χρησιμοποιούμενων προτύπων στην επιχειρησιακή έρευνα, τα μαθηματικά είναι τα πιο σημαντικά. Αυτό οφείλεται στο γεγονός, ότι τα πρότυπα αυτά επιδέχονται την εφαρμογή μαθηματικών μεθόδων για τον προσδιορισμό της βέλτιστης λόσεως.

Η ανάπτυξη των ψηφιακών υπολογιστών οδήγησε στην εισαγωγή δύο ακόμα κατηγοριών προτύπων στην επιχειρησιακή έρευνα:

- των προτύπων προσομοιώσεως και
- των ευριστικών προτύπων.

Τα πρότυπα προσομοιώσεως (simulation) είναι ψηφιακές απομιμήσεις της συμπεριφοράς του συστήματος σε έναν ψηφιακό υπολογιστή. Τα πρότυπα αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αναπαράσταση σύνθετων συστημάτων, τα οποία θα ήταν δύσκολο, αν όχι αδύνατο, να περιγραφούν με ένα μαθηματικό πρότυπο. Δεν είναι όμως σε θέση να προσδιορίσουν γενικές λόσεις, όπως αυτές που παρέχουν τα μαθηματικά πρότυπα. Επιπλέον, τα πρότυπα προσομοιώσεως δεν χαρακτηρίζονται κατά κανόνα από μεγάλη ακρίβεια, γεγονός

που οφείλεται στα υπεισερχόμενα πειραματικά σφάλματα. Την βάση της προσομοιώσεως αποτελεί η τεχνική Monte Carlo που συνίσταται στην τυχαία δειγματοληψία των τιμών μιας μεταβλητής από μια κατανομή της μεταβλητής αυτής.

Ενώ τα μαθηματικά πρότυπα και τα πρότυπα προσομοιώσεως χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση συστημάτων με καλά καθορισμένες στρατηγικές, τα ευριστικά (heuristic) πρότυπα χρησιμοποιούνται κυρίως για την αναζήτηση εναλλακτικών στρατηγικών, οι οποίες είχαν προηγουμένως παραβλεφθεί. Τα ευριστικά πρότυπα δεν αποβλέπουν στον προσδιορισμό της βέλτιστης λύσεως στο πρόβλημα, αλλά στην επινόηση νέων στρατηγικών για την βελτίωση της λύσεως, ακολουθώντας διαισθητικά μερικές κατευθυντήριες γραμμές.

Αντίθετα με τα πρότυπα προσομοιώσεως και τα ευριστικά πρότυπα, τα μαθηματικά πρότυπα έχουν μία συγκεκριμένη δομή, της οποίας τρία είναι τα βασικά στοιχεία:

### 1. Οι ελεγχόμενες μεταβλητές (decision variables) και οι παράμετροι.

Οι ελεγχόμενες μεταβλητές είναι οι άγνωστοι που πρόκειται να προσδιορισθούν από την λύση του προτύπου. Οι παράμετροι αποτελούν τις μη ελεγχόμενες μεταβλητές. Σε ορισμένες περιπτώσεις οι μεταβλητές αυτές είναι στοχιστικές.

### 2. Οι συνθήκες (constraints).

Λαμβάνουν υπ' όψη τους φυσικούς περιορισμούς του υπό μελέτη συστήματος, περιορίζοντας τις ελεγχόμενες μεταβλητές στις εφικτές (feasible), δηλαδή στις επιτρεπτές τους τιμές. Οι συνθήκες του προτύπου έχουν την μορφή ανισοεξισώσεων.

### 3. Η αντικειμενική συνάρτηση (objective function).

Αποτελεί το μέτρο της αποτελεσματικότητας του συστήματος σαν συναρτήσεως των ελεγχόμενων μεταβλητών του. Βέλτιστη λύση είναι εκείνη, της οποίας οι ελεγχόμενες μεταβλητές παρέχουν τη βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συναρτήσεως και, ταυτόχρονα, ικανοποιούν όλες τις συνθήκες του προβλήματος.

Συνήθως η ανάπτυξη και χρησιμοποίηση ενός μοντέλου γίνεται για έναν ή περισσότερους σκοπούς, οι σημαντικότεροι από τους οποίους είναι οι ακόλουθοι:

- α) Η περιγραφή του συστήματος και των συστατικών του μερών.
- β) Η κατανόηση της δομής του συστήματος και του τρόπου λειτουργίας του.
- γ) Η πρόβλεψη της μελλοντικής συμπεριφοράς του συστήματος με διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας.
- δ) Ο έλεγχος της λειτουργίας του συστήματος.

Η διαδικασία λήψης των αποφάσεων, που βασίζεται στη συστηματική προσέγγιση με τη χρήση του κατάλληλου μοντέλου, εκτός από την περιγραφή του συστήματος, την πρόβλεψη της συμπεριφοράς του και τον έλεγχο λειτουργίας του, αναζητά απαντήσεις που αφορούν στη βελτιστοποίηση της λειτουργίας του συστήματος. Η βελτιστοποίηση είναι συνυφασμένη με ένα ή περισσότερα κριτήρια, που μετρούν την απόδοση της λειτουργίας του συστήματος.

Η βέλτιστη λύση είναι εκείνη που μεγιστοποιεί ή ελαχιστοποιεί την τιμή του κριτηρίου απόδοσης, το οποίο μπορεί να είναι διαφορετικό κάθε φορά και εξαρτάται άμεσα από το εξεταζόμενο πρόβλημα. Σε όλες τις περιπτώσεις, η συστηματική προσέγγιση χρησιμοποιεί μαθηματικά μοντέλα και η διαδικασία εντοπισμού της βέλτιστης λύσης καλείται διαδικασία βελτιστοποίησης.

Ορισμένοι από τους λόγους που μας οδηγούν στη χρησιμοποίηση της συστηματικής προσέγγισης στη λήψη των αποφάσεων με την ανάπτυξη του κατάλληλου μοντέλου είναι οι εξής:

- 1) Με τη χρήση ενός μοντέλου βάζουμε σε τάξη τις γνώσεις που αφορούν τη λειτουργία του συστήματος, τις συνδυάζουμε με τις εμπειρικές παρατηρήσεις που πιθανώς έχουμε στη διάθεσή μας και ορίζουμε με σαφήνεια το πρόβλημα.
- 2) Το μοντέλο συνδράμει σημαντικά στην κατανόηση της λειτουργίας του συστήματος, στην οριοθέτηση των στόχων και στον εντοπισμό των περιορισμών και των υποθέσεων που διέπουν τη λειτουργία του.
- 3) Ένα μοντέλο αποτελεί ένα πλαίσιο εργασίας και ελέγχου σεναρίων, που αφορούν στον τρόπο λειτουργίας του συστήματος αλλά και όμοιων συστημάτων. Ο έλεγχος εναλλακτικών σεναρίων είναι πολλές φορές αδύνατον να πραγματοποιηθεί μεταβάλλοντας το πραγματικό σύστημα.
- 4) Η διαχείριση του μοντέλου είναι πιο ευέλικτη και δεν παρενοχλεί το πραγματικό σύστημα.
- 5) Με το μοντέλο παρέχεται η δυνατότητα εκτεταμένης ανάλυσης υποθετικών σεναρίων (what if analysis) και ελέγχονται παράγοντες μεταβλητότητας που αν και σημαντικοί δεν εμφανίζονται συχνά στην πραγματικότητα.
- 6) Το μοντέλο επισπεύδει τη διαδικασία μελέτης και βελτιστοποίησης της λειτουργίας του συστήματος.
- 7) Η ανάπτυξη και χρήση ενός μοντέλου είναι συχνά λιγότερο δαπανηρή από την

εφαρμογή εναλλακτικών σεναρίων στο ίδιο το σύστημα.

8) Το μοντέλο συνδράμει στο βέλτιστο σχεδιασμό του συστήματος, όταν αυτό δεν υπάρχει.

9) Η χρήση μοντέλων ελαχιστοποιεί τους κινδύνους που ελλοχεύουν από την άμεση εφαρμογή μίας απόφασης στο σύστημα, για την οποία δεν έχουμε ακριβή στοιχεία για τα πιθανά αποτελέσματά της (στοχαστικότητα).

10) Η ανάπτυξη και χρήση μοντέλων για τη λήψη αποφάσεων προάγει την ομαδική εργασία των στελεχών, τη διάχυση των πληροφοριών και τη διευκόλυνση της επικοινωνίας μεταξύ τους μέσω μίας κοινής γλώσσας.

Η επίλυση οποιουδήποτε προβλήματος επιχειρησιακής έρευνας διέρχεται, κατά κανόνα, από τα κάτωθι πέντε κύρια στάδια:

### 1. Διαμόρφωση του Προβλήματος

Κατά το στάδιο αυτό περιγράφονται και προσδιορίζονται:

- Ο επιδιωκόμενος σκοπός
- Οι επιδρώντες παράγοντες ή παράμετροι του συστήματος
- Οι τυχόν υπάρχοντες περιορισμοί και απαιτήσεις.

### 2. Κατασκευή Προτύπου

Μετά την διαμόρφωση του προβλήματος, το επόμενο βήμα είναι η επιλογή του πλέον κατάλληλου προτύπου για την αναπαράσταση του συστήματος. Ο επιδιωκόμενος σκοπός και οι τυχόν υπάρχοντες φυσικοί περιορισμοί του συστήματος εκφράζονται με ισοδύναμες μαθηματικές σχέσεις, όλες των οποίων είναι συναρτήσεις των ελεγχόμενων (ή προσδιοριστέων) μεταβλητών. Αν οι μαθηματικές σχέσεις του προτύπου είναι τόσο πολύπλοκες, ώστε να αποκλείεται η επίλυση με αναλυτικές μεθόδους, τότε είναι προτιμότερη η αναπαράσταση του συστήματος με ένα πρότυπο προσομοιώσεως ή ένα ευριστικό πρότυπο.

### 3. Επίλυση Προτύπου

Κατά το στάδιο αυτό λαμβάνεται η λύση του αναπτυχθέντος προτύπου και εξετάζεται η συμπεριφορά του συστήματος σε ενδεχόμενες μεταβολές τιμών των παραμέτρων του με μια κατάλληλη ανάλυση ευαισθησίας.

### 4. Έλεγχος Προτύπου

Δεδομένου ότι οι βέλτιστες τιμές των ελεγχόμενων μεταβλητών στην προκύπτουσα λύση βελτιώνουν την απόδοση του συστήματος, μόνο στην περίπτωση που το αναπτυχθέν πρότυπο

αποδίδει ικανοποιητικά το πραγματικό σύστημα, απαιτείται ο έλεγχος του προτύπου αυτού. Ένα μέτρο της ισχύος του προτύπου είναι η υπ' αυτού δυνατότητα αναπαραγωγής της προγενέστερης συμπεριφοράς του συστήματος υπό τις αυτές συνθήκες εισόδου.

### 5. Εφαρμογή της Λύσεως

Το τελευταίο στάδιο αποτελεί η εφαρμογή της λαμβανόμενης λύσεως, εφ' όσον βέβαια αυτή γίνει αποδεκτή. Αυτό άλλωστε είναι και το αντικείμενο της επιχειρησιακής έρευνας. Όχι μόνον η υποβολή εισηγήσεων και προτάσεων, αλλά η βελτίωση της αποδόσεως των εξεταζόμενων συστημάτων.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ**

Τα διοικητικά στελέχη που συμμετέχουν σε μία ομάδα λήψης αποφάσεων με τη χρήση των ποσοτικών μεθόδων, θα πρέπει να αποκτήσουν ένα σημαντικό χαρακτηριστικό. Το χαρακτηριστικό αυτό δεν είναι άλλο από την ικανότητα αναγνώρισης και εφαρμογής της πλέον κατάλληλης μεθόδου για την επίλυση του προβλήματος που εξετάζει η ομάδα λήψης αποφάσεων.

Σε γενικές γραμμές, θα μπορούσαμε να ταξινομήσουμε τις μεθόδους Ποσοτικής Ανάλυσης / Επιχειρησιακής Έρευνας σε κατηγορίες, χωρίς φυσικά να σημαίνει ότι η διάκριση αυτή είναι απόλυτη ή μοναδική. Οι κατηγορίες αυτές είναι οι εξής:

- **Μέθοδοι Γραμμικού Προγραμματισμού**

Στην κατηγορία αυτή εντάσσονται τεχνικές του Γραμμικού Προγραμματισμού που επιλύουν προβλήματα με μία γραμμική αντικειμενική συνάρτηση, η οποία πρέπει να μεγιστοποιηθεί ή να ελαχιστοποιηθεί κάτω από γραμμικούς περιορισμούς. Στην ίδια κατηγορία εντάσσονται επίσης τεχνικές, όπως ο Ακέραιος ή ο Μεικτός Ακέραιος Γραμμικός Προγραμματισμός όπου αντίστοιχα όλες ή ορισμένες μεταβλητές παίρνουν ακέραιες τιμές. Ειδικές περιπτώσεις μεθόδων που επιλύουν Προβλήματα Μεταφοράς ή Εκχώρησης υπάγονται στην κατηγορία αυτή.

- **Στοχαστικές Μέθοδοι**

Στην κατηγορία των στοχαστικών μεθόδων εντάσσονται η Θεωρία Αποφάσεων, η οποία σ' ένα περιβάλλον αβεβαιότητας επιλέγει τη βέλτιστη στρατηγική από ένα σύνολο εναλλακτικών στρατηγικών, η Θεωρία Παγνίων, η οποία διαπραγματεύεται προβλήματα ανταγωνιστικών καταστάσεων, η Μαρκοβιανή Θεωρία, η οποία εξετάζει τη διαχρονική εξέλιξη των συστημάτων και τις πιθανότητες εμφάνισης σημαντικών καταστάσεων καθώς και η Θεωρία Ουρών Αναμονής, η οποία εξετάζει συστήματα εξυπηρέτησης, στα οποία εμφανίζεται το φαινόμενο της ουράς αναμονής των πελατών.

Επιπλέον, οι Τεχνικές Προβλέψεων, οι οποίες προσδιορίζουν μελλοντικές τιμές μίας μεταβλητής μελετώντας τη διαχρονική συμπεριφορά της ή και τις σχέσεις της με άλλες μεταβλητές, καθώς και οι τεχνικές Στατιστικού Ελέγχου Ποιότητας, οι οποίες εφαρμόζονται στη διαχείριση και στον έλεγχο της ποιότητας. Τέλος, στην ίδια κατηγορία εντάσσεται και η

Προσομοίωση, η οποία χρησιμοποιείται συνήθως στις περιπτώσεις όπου δεν μπορούν να εφαρμοστούν αναλυτικά μαθηματικά μοντέλα και εξετάζει την εξέλιξη ενός συστήματος διαχρονικά.

- Μέθοδοι Διαχείρισης Αποθεμάτων

Τα μοντέλα Αποθεμάτων αποσκοπούν στον προσδιορισμό της άριστης ποσότητας παραγγελίας (παραγωγής) και του άριστου χρόνου παραγγελίας (παραγωγής), ώστε να ικανοποιηθεί η αναμενόμενη ζήτηση με το μικρότερο δυνατό κόστος. Στην ίδια κατηγορία εντάσσονται και τεχνικές που αφορούν στη διαχείριση υλικών.

- Μέθοδοι Δικτυωτής Ανάλυσης

Οι τεχνικές της Δικτυωτής Ανάλυσης επιλύουν προβλήματα τα οποία μπορούν να παρασταθούν ως γραφήματα, δηλαδή με τη μορφή κόμβων που συνδέονται μέσω γραμμών επικοινωνίας (ακμών). Λόγω της ειδικής μορφής των προβλημάτων αυτών, έχουν αναπτυχθεί ειδικοί αλγόριθμοι για την επίλυσή τους. Κλασικές περιπτώσεις τέτοιων προβλημάτων και αντίστοιχων τεχνικών επίλυσης είναι το πρόβλημα της μεταφοράς, το πρόβλημα της συντομότερης διαδρομής, το πρόβλημα της μέγιστης ροής, προβλήματα σχεδιασμού, παρακολούθησης και ελέγχου μεγάλων έργων, κ.ά.

- Άλλες Γραμμικές ή Μη Γραμμικές Τεχνικές

Εδώ εντάσσονται τεχνικές, όπως ο Στοχαστικός Προγραμματισμός, ο Δυναμικός Προγραμματισμός, οι Μη Γραμμικές Μέθοδοι Βελτιστοποίησης, στις οποίες η αντικειμενική συνάρτηση ή και οι περιορισμοί του προβλήματος μπορούν να παριστάνονται από μη γραμμικές σχέσεις, η Ανάλυση Νεκρού Σημείου και άλλες μέθοδοι που στηρίζονται στο Διαφορικό Λογισμό.

- Μέθοδοι Πολλαπλών Κριτηρίων και Στόχων

Στην κατηγορία αυτή εντάσσονται μέθοδοι οι οποίες μπορούν να χειριστούν προβλήματα με περισσότερες από μία αντικειμενικές συναρτήσεις, όπως ο Προγραμματισμός Πολλαπλών Στόχων, η Ανάλυση Pareto, ο Ασαφής Προγραμματισμός, κ.ά.

- Ευρετικές Μέθοδοι

Οι ευρετικές μέθοδοι στηρίζονται κυρίως στη κοινή λογική πάρα στη μαθηματική θεμελίωση και χρησιμοποιούνται είτε για να εντοπίσουμε γρήγορα μία αρχική λύση στο πρόβλημα, από την οποία μπορούμε να προχωρήσουμε σε περαιτέρω βελτίωση, είτε για τον

εντοπισμό μίας ικανοποιητικής λύσης σε προβλήματα, στα οποία η ακριβής επίλυση είναι αρκετά δύσκολη ή ανέψικτη.

Παρακάτω θα αναφερθούμε στις σημαντικότερες από αυτές τις μεθόδους, αναλύοντας τα βήματα επίλυσης ενός προβλήματος με τη χρήση αυτών των μεθόδων, τομείς εφαρμογής τους στην οικονομία και τη διοίκηση καθώς και γενικότερες πληροφορίες για την συμβολή τους στην βέλτιστη λύση.

## 1.1 ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Ο γραμμικός προγραμματισμός έχει τις ρίζες του στο πρότυπο εισόδου-εξόδου (input-output) που ανέπτυξε ο οικονομολόγος W.W.Leontief για την ανάλυση και επίλυση διαβιομηχανικών οικονομικών προβλημάτων. Η σημερινή μορφή του μαθηματικού προτύπου του γραμμικού προγραμματισμού οφείλεται στον Αμερικανό μαθηματικό George Dantzig. Στον ίδιο οφείλεται, επίσης, η ανάπτυξη της μεθόδου SIMPLEX, σαν μιας συστηματικής διαδικασίας για την επίλυση γενικών προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού.

Κατά το 1947 ο George Dantzig, μαζί με τον Marshall Wood και τους συνεργάτες τους, εκλήθησαν από την Πολεμική Αεροπορία των Ηνωμένων Πολιτειών να μελετήσουν την δυνατότητα χρησιμοποίησεως μαθηματικών και συναφών μεθόδων για την επίλυση προβλημάτων στρατιωτικού προγραμματισμού. Το αποτέλεσμα αυτής της έρευνας ήταν να θεωρηθούν οι αμοιβαίες σχέσεις μεταξύ των δραστηριοτήτων ενός μεγάλου οργανισμού σαν ένα πρότυπο της μορφής του γραμμικού προγραμματισμού και να προσδιορισθεί το βέλτιστο πρόγραμμα δια της ελαχιστοποίησεως μιας γραμμικής αντικειμενικής συναρτήσεως.

Αρχικά, οι μέθοδοι του γραμμικού προγραμματισμού χρησιμοποιήθηκαν για την ανάλυση και επίλυση προβλημάτων στρατιωτικού προγραμματισμού, οικονομικών προβλημάτων που στηρίζονται στο πρότυπο εισόδου-εξόδου του Leontief, καθώς και προβλημάτων αφορώντων στην σχέση μεταξύ γραμμικού προγραμματισμού και παιγνίων μηδενικού αθροίσματος μεταξύ δύο παικτών. Με την πάροδο του χρόνου, το πεδίο εφαρμογών του γραμμικού προγραμματισμού με την μέθοδο Simplex σε ηλεκτρονικό υπολογιστή έγινε το 1952 στον υπολογιστή SEAC του National Bureau of Standards των Ηνωμένων Πολιτειών.

Αξίζει να σημειωθεί, ότι προβλήματα που συνίστανται στην βέλτιστοποίηση γραμμικών συναρτήσεων υπό τις γραμμικές συνθήκες, είχαν αντιμετωπισθεί και πριν από το 1947. μεταξύ αυτών είναι το πρόβλημα της μεταφοράς που διατύπωσε πρώτος ο Hitchcock το 1941 και ανεξάρτητα από αυτόν ο Koopmans το 1947 και το πρόβλημα της δίαιτας που μελέτησε το 1945 ο Stigler.

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός (Linear Programming) είναι μια από τις πλέον δημοφιλείς τεχνικές της Επιχειρησιακής Έρευνας (Operations Research), οι οποίες έχουν αναπτυχθεί για να βοηθήσουν τα διευθυντικά στελέχη των επιχειρήσεων και οργανισμών στη λήψη των αποφάσεων τους. Ο γραμμικός προγραμματισμός ασχολείται κυρίως με το πρόβλημα της άριστης κατανομής των περιορισμένων πόρων μεταξύ ανταγωνιζομένων δραστηριοτήτων.

Συνεπώς, ο γραμμικός προγραμματισμός επικεντρώνεται στον εντοπισμό του άριστου (βέλτιστου) προγράμματος, με το οποίο κατανέμονται κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο οι περιορισμένοι διαθέσιμοι πόροι μιας οικονομικής μονάδας στις ανταγωνιζόμενες δραστηριότητές της, ώστε να ικανοποιηθούν οι προκαθορισμένοι της στόχοι.

Όπως είναι γνωστό, οι στόχοι της επιχείρησης ή του οργανισμού επιτυγχάνονται κάτω από συνθήκες, οι οποίες υπαγορεύονται από περιορισμούς που πρέπει να ικανοποιούνται και οι οποίοι επιβάλλονται ενδογενώς ή εξωγενώς. Ορισμένοι από τους περιορισμούς αφορούν στους περιορισμένους διαθέσιμους πόρους της επιχείρησης, όπως είναι η εργασία, οι πρώτες ύλες, η δυναμικότητα του εξοπλισμού, τα διαθέσιμα κεφάλαια, κ.ά. Όμως υπάρχουν και περιορισμοί, οι οποίοι προκύπτουν από άλλες αιτίες, όπως είναι η ζήτηση των προϊόντων, οι προδιαγραφές τους, η πολιτική της επιχείρησης, η μέθοδος χρηματοδότησης των δραστηριοτήτων της, οι κανονισμοί λειτουργίας, η νομοθεσία κ.ά.

Η βέλτιστη απόφαση, στην οποία οδηγεί ο γραμμικός προγραμματισμός, αποσκοπεί στη μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση ενός κριτηρίου απόδοσης που μπορεί, για παράδειγμα, να είναι η μεγιστοποίηση του κέρδους που προκύπτει από τις πωλήσεις των προϊόντων, η μεγιστοποίηση του μεριδίου αγοράς, η ελαχιστοποίηση του κόστους παραγωγής των προϊόντων μιας βιομηχανικής επιχείρησης, η ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς ενός προϊόντος από διάφορα κέντρα παραγωγής του σε διάφορα κέντρα κατανάλωσης και άλλα πολλά.

Η συνομασία Γραμμικός Προγραμματισμός δεν έχει καμία σχέση με αυτό που ονομάζουμε προγραμματισμό ηλεκτρονικών υπολογιστών. Βέβαια, για να επιλύσουμε ένα πραγματικό πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, αν και χρειαζόμαστε απαραίτητα τη βοήθεια του ηλεκτρονικού υπολογιστή, το βέλτιστο πρόγραμμα που βρίσκουμε από την επίλυση του προβλήματος, δεν προκύπτει από κάποια γλώσσα προγραμματισμού ηλεκτρονικών υπολογιστών.

Για πολλά χρόνια ο γραμμικός προγραμματισμός αποτελεί μία από τις πλέον γνωστές και ευρέως χρησιμοποιούμενες τεχνικές μοντελοποίησης και συνδράμει σημαντικά στη λήψη των αποφάσεων. Η επίλυση των προβλημάτων του γίνεται συνήθως με τη μέθοδο simplex, η οποία θεωρείται ως μία από τις σημαντικότερες μαθηματικές μεθοδολογίες του εικοστού αιώνα. Η μέθοδος simplex σε συνδυασμό με τη ραγδαία εξέλιξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών σε επόπειδο υλικού και λογισμικού μπόρεσε να δώσει λύσεις σε θεμελιώδη προβλήματα μεγάλου μεγέθους για ένα πολύ ευρύ φάσμα εφαρμογών.

Μερικοί τομείς εφαρμογής του γραμμικού προγραμματισμού είναι οι ακόλουθοι:

1) Πρόβλημα μείγματος προϊόντων (product mix problem).

Το πρόβλημα αυτό αφορά οικονομικές μονάδες, που χρησιμοποιούν τους περιορισμένους διαθέσιμους πόρους τους και ενδιαφέρονται να προσδιορίσουν τις ποσότητες που πρέπει να παράγουν από κάθε προϊόν (δραστηριότητα), ώστε να αριστοποιήσουν ένα κριτήριο απόδοσης π.χ. να μεγιστοποιήσουν το κέρδος κατά τη διάρκεια μιας συγκεκριμένης χρονικής περιόδου (ορίζοντας προγραμματισμού).

2) Πρόβλημα δίαιτας (diet problem).

Στο πρόβλημα αυτό αναζητούμε τη βέλτιστη κατανομή των τροφίμων, ώστε να εντοπίσουμε το διαιτολόγιο εκείνο, που πληρεί συγκεκριμένες διατροφικές προδιαγραφές με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Αποτελεί σημαντικό πρόβλημα για ιδρύματα, στα οποία σιτίζεται μεγάλο πλήθος ατόμων, όπως π.χ. νοσοκομεία, εκπαιδευτικές μονάδες, φυλακές, στρατώνες, κ.ά.

3) Πρόβλημα μείξης (blending problem).

Το πρόβλημα αυτό έχει τις ρίζες του στη βιομηχανία διώλισης και αναφέρεται στον προσδιορισμό του άριστου προγράμματος μείξης διαφορετικών πρώτων υλών για την παραγωγή καυσίμων με συγκεκριμένες ιδιότητες. Με άλλα λόγια, το πρόβλημα μείξης αφορά στον εντοπισμό της συνταγής εκείνης, σύμφωνα με την οποία αναμειγνύονται διαφορετικά

προϊόντα πετρελαίου, προκειμένου να δώσουν ένα βελτιωμένο μείγμα με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Παρόμοιες εφαρμογές υπάρχουν στις χημικές βιομηχανίες, στη βιομηχανία τροφίμων, στη μεταλλουργία, κ.ά.

4) Επιλογή χαρτοφυλακίου (portfolio problem).

Το πρόβλημα της επιλογής του χαρτοφυλακίου είναι ένα πρόβλημα, που το αντιμετωπίζουν τα διοικητικά στελέχη τραπεζών, εταιρειών επενδύσεων, ασφαλιστικών εταιρειών κ.ά. και το οποίο αναφέρεται στην επιλογή ενός πακέτου χρεογράφων (μετοχών, ομοιόγων) που βελτιστοποιεί ένα προκαθορισμένο κριτήριο απόδοσης.

Αντικειμενικός σκοπός στο πρόβλημα αυτό μπορεί να είναι η μεγιστοποίηση της απόδοσης των χρεογράφων, η ελαχιστοποίηση του κινδύνου, κ.ά. σε μια ορισμένη χρονική περίοδο. Οι περιορισμοί του προβλήματος μπορεί να σχετίζονται με το διαθέσιμο κεφάλαιο προς επένδυση, με την πολιτική του λήπτη της απόφασης σε σχέση με τις αποδόσεις των χρεογράφων, με τη ρευστότητα σε κεφάλαιο κίνησης, με τον κίνδυνο των χρεογράφων και με άλλα πολλά.

5) Προγραμματισμός ανθρώπινου δυναμικού (workforce scheduling).

Στα προβλήματα του προγραμματισμού του ανθρώπινου δυναμικού ενδιαφερόμαστε να καταρτίσουμε εκείνο το σχέδιο κατανομής προσωπικού, που ελαχιστοποιεί κάποια συνάρτηση κόστους κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες, όπως π.χ. περιορισμένα κεφάλαια, φόρτο εργασίας, απαιτούμενες δεξιότητες και προσόντα, κ.ά. Το βέλτιστο σχέδιο είναι δυνατό να επεκτείνεται σε διαφορετικές χρονικές περιόδους για να καλυφθούν οι ανάγκες της επιχείρησης σε προσωπικό κατά τις περιόδους αυτές.

6) Χρηματοοικονομικές αποφάσεις (financial decisions).

Πρόκειται για ανάλυση και επίλυση μιας μεγάλης ποικιλίας χρηματοοικονομικών προβλημάτων, που σχετίζονται με τη χρηματοδότηση των δραστηριοτήτων της επιχείρησης, με τα επενδυτικά της προγράμματα, με την παρακολούθηση του ταμειακού προϋπολογισμού και με άλλα πολλά.

7) Πολυσταδιακά προβλήματα προγραμματισμού παραγωγής (multistage production planning problems).

Τα προβλήματα αυτά αναφέρονται κυρίως στην κατάρτιση προγραμμάτων παραγωγής, με τα οποία προσδιορίζουμε τις ποσότητες των προϊόντων που θα παραχθούν με τις εφικτές μεθόδους παραγωγής, ώστε να ικανοποιήσουμε τη ζήτηση των προϊόντων κατά τις επόμενες

χρονικές περιόδους με το ελάχιστο συνολικό σχετικό κόστος, λαμβάνοντας υπόψη την παραγωγική δυναμικότητα κάθε περιόδου, το αρχικό και τελικό απόθεμα των προϊόντων κ.ά.

### 8) Πρόβλημα μεταφοράς (transportation problem).

Αναφέρεται κυρίως στον οικονομικότερο τρόπο μεταφοράς ενός προϊόντος από διαφορετικές πηγές - προελεύσεις (παραγωγικές μονάδες, αποθήκες, κέντρα διανομής κ.ά.) σε διάφορους προορισμούς-κέντρα κατανάλωσης (σημεία πώλησης, αποθήκες, σταθμούς, λιμάνια, κ.ά.). Αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα, που αντιμετωπίστηκαν με γραμμικό προγραμματισμό, με πολλές εφαρμογές σε προβλήματα κατανομής περιορισμένων πόρων σε ανταγωνιζόμενες δραστηριότητες, που δε σχετίζονται απαραίτητα με μεταφορά προϊόντων.

### 9) Επιπλέον εφαρμογές

Άλλες περιοχές εφαρμογής του γραμμικού προγραμματισμού είναι η εκχώρηση αρμοδιοτήτων σε προσωπικό, η κατάρτιση διαφημιστικών σχεδίων, η διαχείριση έργων, η ανάπτυξη δικτύων μεταφοράς και επικοινωνιών, η σχεδίαση παραγωγικών μονάδων, η επιλογή του τόπου εγκατάστασης, η αξιολόγηση της απόδοσης κέντρων δραστηριοτήτων, κ.ά.

Για να εφαρμόσουμε σ' ένα συγκεκριμένο πρόβλημα το Γραμμικό Προγραμματισμό, θα πρέπει να πληρούνται ορισμένες προϋποθέσεις, που ονομάζονται συνήθως «αρχές» της εφαρμογής του γραμμικού προγραμματισμού και είναι οι παρακάτω:

#### 1) Αρχή της αναλογίας

Σύμφωνα με την αρχή αυτή, οι ποσότητες των διαθεσίμων πόρων (παραγωγικών) που καταναλίσκονται στις διάφορες δραστηριότητες πρέπει να είναι ευθέως ανάλογες προς το επίπεδο των δραστηριοτήτων αυτών (π.χ. εάν για την παραγωγή μιας μονάδας ενός προϊόντος χρειάζονται α ώρες εργασίας και β ποσότητα μιας πρώτης ύλης, τότε για την παραγωγή δέκα μονάδων του προϊόντος αυτού θα χρειαστούν 10α ώρες εργασίας και 10β ποσότητα πρώτης ύλης). Το ίδιο ισχύει και για την αντικειμενική συνάρτηση. Συγκεκριμένα, το μέρος της αντικειμενικής συνάρτησης που επηρεάζεται από μια ορισμένη δραστηριότητα πρέπει να είναι ποσό ευθέως ανάλογο του επιπέδου αυτής της δραστηριότητας.

#### 2) Αρχή των σταθερών συντελεστών

Οι τιμές των συντελεστών πρέπει να προσδιορίζονται εκ των προτέρων με βεβαιότητα και ακρίβεια, να είναι δε σταθερές (φυσικά για μια ορισμένη χρονική περίοδο). Επειδή στην πραγματικότητα πολύ συχνά δεν υπάρχει αυτή η προϋπόθεση (οπότε στην περίπτωση αυτή

δεν μπορεί να εφαρμοσθεί ο γραμμικός προγραμματισμός) καθορίζεται εκ των προτέρων μια τιμή των συντελεστών αυτών. Συχνά για την αντιμετώπιση αυτού του θέματος εφαρμόζεται η ανάλυση ευαισθησίας της λύσης (Sensitivity Analysis). Σύμφωνα με την ανάλυση αυτή, δοκιμάζεται κατά πόσο παραμένει η λύση «άριστη» μετά από μεταβολές στις τιμές των «σταθερών συντελεστών».

### 3) Αρχή της προσθετικότητας

Κατά την αρχή αυτή οι ποσότητες ενός διαθέσιμου παραγωγικού πόρου που «καταναλίσκονται» για την εκτέλεση των διαφόρων δραστηριοτήτων πρέπει να είναι δυνατό να προστεθούν, ανεξάρτητα από την κατανομή τους. Το ίδιο ισχύει και για το μέτρο αποτελεσματικότητας, η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης π.χ. συνολικό κέρδος, πρέπει να είναι ίση με το άθροισμα των μερικών κερδών που αντιστοιχούν προς τα επίπεδα των διαφόρων δραστηριοτήτων.

### 4) Αρχή της διαιρετότητας

Θα πρέπει να επιτρέπονται οι κλασματικές τιμές του επιπέδου των διαφόρων δραστηριοτήτων. Στην πράξη μερικές φορές είναι απαραίτητο να έχουμε ακέραιες τιμές (π.χ. δεν μπορούμε να παράγουμε  $\frac{1}{2}$  αυτοκίνητο), τότε, στις περιττώσεις που οι «βέλτιστες» τιμές των μεταβλητών είναι σχετικώς μεγάλες, μπορεί να θεωρηθεί ότι ισχύει η αρχή της διαιρετότητας και να γίνει σε συνέχεια η στρογγυλοποίηση των τιμών δραστηριοτήτων, χωρίς σημαντική επίδραση στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Εάν όμως δεν συμβαίνει αυτό, τότε εφαρμόζεται ιδιαίτερη τεχνική επεξεργασίας των συγκεκριμένων προβλημάτων, που λέγεται «ακέραιος προγραμματισμός».

Για να χρησιμοποιήσουμε ένα μοντέλο (υπόδειγμα) γραμμικού προγραμματισμού θα πρέπει αρχικά να διαπιστώσουμε ότι το πρόβλημα ικανοποιεί τις βασικές παραδοχές της μεθοδολογίας και ότι μπορεί να εκφραστεί με τη μορφή γραμμικών σχέσεων. Όταν διατυπώσουμε όλες τις σχέσεις και συνθήκες σε φυσική γλώσσα, θα πρέπει να τις μετατρέψουμε σε μαθηματικές σχέσεις, που να είναι σε θέση να εκφράσουν τις συγκεκριμένες πτυχές του συστήματος που προσεγγίζουμε.

Σημειώνουμε, ότι κάθε υπόδειγμα δεν είναι παρά μία πρόσπαθεια απομίμησης της λειτουργίας ενός πραγματικού συστήματος και επομένως με την επίλυση του μοντέλου μπορούμε να καταλήξουμε σε προτάσεις προς την κατεύθυνση της βελτιστοποίησης της λειτουργίας του συστήματος, από το οποίο προέκυψε το αρχικό πρόβλημα.

Όπως αναφέραμε, στο γραμμικό προγραμματισμό οι μαθηματικές σχέσεις που συνδέονται μεταξύ τους τις διάφορες μεταβλητές του προβλήματος πρέπει να είναι γραμμικές. Αυτό πρακτικά σημαίνει, ότι σε κάθε σχέση του μοντέλου κάθε μεταβλητή δεν είναι υψηλού βαθμού σε καμία άλλη δύναμη εκτός από τη μονάδα και ότι δεν υπάρχουν γινόμενα μεταξύ των μεταβλητών.

Οι μεταβλητές εκφράζουν ένα σημαντικό μέρος της δομής του συστήματος και ειδικότερα εκείνες τις ποσότητες, που μπορεί πιθανώς να επηρεάσει ο αναλυτής. Για το λόγο αυτό τις ονομάζουμε δομικές μεταβλητές (structural variables) ή μεταβλητές ελέγχου (control variables) ή ακόμα καλύτερα μεταβλητές απόφασης (decision variables).

Για παράδειγμα αναφέρουμε μία επιχείρηση, που παράγει δύο τύπους επεξεργαστών και που πρέπει να αποφασίσει πόσα τεμάχια να παράγει από κάθε τύπο τον προσεχή μήνα, ώστε να μεγιστοποιήσει το κέρδος της. Οι παραγόμενες μονάδες των δύο επεξεργαστών αποτελούν τις δύο μεταβλητές αποφάσεων (ανταγωνιζόμενες δραστηριότητες). Το ερώτημα είναι βέβαια ο εντοπισμός του άριστου επιτέδου της κάθε δραστηριότητας (τιμή της μεταβλητής), ώστε να βελτιστοποιείται (μεγιστοποιείται) το κριτήριο απόδοσης, δηλαδή το κέρδος. Οι άριστες τιμές για τις δύο μεταβλητές αποτελούν την άριστη (βέλτιστη) απόφαση της επιχείρησης.

Σε κάθε περίπτωση είναι απαραίτητο ένα κριτήριο απόδοσης, το οποίο μπορεί να είναι η μεγιστοποίηση ή η ελαχιστοποίηση μίας ποσότητας. Η συνάρτηση που εκφράζει το κριτήριο αυτό επίσης γραμμική ως προς τις μεταβλητές απόφασης και ονομάζεται αντικειμενική συνάρτηση (objective function). Συνεπώς, αν η παραπάνω επιχείρηση στοχεύει στη μεγιστοποίηση του κέρδους της στο χρονικό ορίζοντα που έχει θέσει, θα πρέπει να εκφράσει το συνολικό κέρδος ως συνάρτηση των μεταβλητών απόφασης, εκτιμώντας τη συνεισφορά του κάθε προϊόντος σ' αυτό.

Η τελική απόφαση για τα επίπεδα των δύο δραστηριοτήτων, δηλαδή τα τεμάχια προϊόντος που παράγονται για κάθε ένα από τους δύο τύπους επεξεργαστών, θα πρέπει να μεγιστοποιεί το κριτήριο του κέρδους. Όταν δεν μπορεί να εκφραστεί το κριτήριο απόδοσης με μία μοναδική συνάρτηση, αλλά έχουμε αντικρούνόμενους στόχους, που πρέπει να τους συμβιβάσουμε στην τελική λύση, τότε ο γραμμικός προγραμματισμός με μία αντικειμενική συνάρτηση δεν είναι δυνατό να εφαρμοστεί και αντί αυτού χρησιμοποιούμε τεχνικές πολλαπλών στόχων (multiobjective programming).

Αν η επιχείρηση μπορούσε να εξασφαλίσει απεριόριστους πόρους για την παραγωγή των δύο επεξεργαστών και η παραγωγική της δυναμικότητα ήταν τέτοια ώστε να ικανοποιεί πιθανή απεριόριστη ζήτηση, τότε τα κέρδη της θα οδηγούνταν στο άπειρο. Αυτό όμως δε συμβαίνει ποτέ.

Η λειτουργία κάθε συστήματος υπόκειται σε περιορισμούς (constraints) και οι περιορισμοί αυτοί μπορεί να αντιπροσωπεύνουν τα διαθέσιμα κεφάλαια για αγορά πρώτων υλών, τη διαθέσιμη ποσότητα των πρώτων υλών, την προσφορά και το κόστος εργασίας, την παραγωγική δυναμικότητα του εξοπλισμού, τις προβλέψεις της ζήτησης, τις οικονομικές υποχρεώσεις της επιχείρησης κ.ά.

Οι περιορισμοί μπορούν να εκφραστούν με τη βοήθεια γραμμικών σχέσεων μεταξύ των μεταβλητών απόφασης, αρκεί να προσδιορίσουμε τη σχέση που συνδέει κάθε μεταβλητή απόφασης με τον αντίστοιχο περιορισμό.

Συμπερασματικά, τα κύρια συστατικά ενός προβλήματος διαμορφωμένου ως μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού είναι οι μεταβλητές απόφασης, η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί. Γνωστές (ή εκτιμηθείσες) εκ των προτέρων σταθερές, όπως για παράδειγμα το ανά μονάδα προϊόντος κέρδος ή κόστος, η διαθέσιμη ποσότητα των πρώτων υλών, η πρόβλεψη της ζήτησης, ή ακόμα, η απαιτούμενη κατανάλωση ενός πόρου ανά μονάδα προϊόντος που παράγεται, αποτελούν στοιχεία του μοντέλου, που ονομάζονται παράμετροι (parameters) του προβλήματος.

Ο γραμμικός προγραμματισμός χρησιμοποιείται επίσης για την αντιμετώπιση προβλημάτων με περισσότερες από 3 μεταβλητές, με τη βοήθεια της μεθόδου simplex, η οποία δημιουργήθηκε γι' αυτό το λόγο.

Στη μέθοδο simplex παριστάνουμε το μοντέλο με τη μορφή ενός πίνακα (simplex table, simplex tableau) και με στοιχειώδης πράξεις μεταξύ των γραμμών του πίνακα οδηγούμαστε στη διαμόρφωση νέων πινάκων simplex, μέχρι να φτάσουμε στον εντοπισμό της βέλτιστης βασικής εφικτής λύσης. Κάθε ενδιάμεσος πίνακας simplex που προκύπτει κατά τη διαδικασία της επίλυσης αντιστοιχεί σε μία κορυφή της εφικτής περιοχής. Η διαδικασία καταλήγει με την επιλογή της βέλτιστης κορυφής, όπως και στη γραφική αναπαράσταση.

Επομένως, η simplex ξεκινώντας από την αρχή των αξόνων διερευνά τις βασικές εφικτές λύσεις, δηλαδή τις κορυφές της εφικτής περιοχής, και ανακαλύπτει την καλύτερη, μετακινούμενη μεταξύ γειτονικών ακραίων σημείων. Η λέξη simplex προκύπτει από το

γεωμετρικό όρο που αναφέρεται στην απλούστερη κυρτή περιοχή στο χώρο των π διαστάσεων που συνδέει  $n + 1$  σημεία. Στη μέθοδο simplex δίνουμε την τιμή μηδέν σε η από τις μεταβλητές, έτσι ώστε στη συνέχεια να λύσουμε ως προς τις υπόλοιπες και να βρούμε μία εφικτή λύση.

Η μέθοδος simplex αναζητά ανάμεσα στις βασικές εφικτές λύσεις, δηλαδή ανάμεσα στα ακραία σημεία που είναι κορυφές της εφικτής περιοχής, εκείνη τη λύση που δίνει την άριστη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση, θέτοντας διαδοχικά μηδενικές τιμές σε η μεταβλητές του προβλήματος και εντοπίζοντας την εκάστοτε βασική εφικτή λύση του συστήματος των εξισώσεων (δηλαδή μετακινείται από κορυφή σε κορυφή). Έτσι, με διαδοχικές μεταβολές της βάσης προχωρά στον εντοπισμό της άριστης λύσης, η οποία δίνει τη βέλτιστη τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση.

Οι βασικές μεταβλητές παίρνουν θετικές τιμές. Σε εξαιρετικές όμως περιπτώσεις, μία βασική μεταβλητή είναι δυνατό να πάρει τιμή μηδέν, οπότε τότε έχουμε μία εκφυλισμένη (degenerate) λύση.

## 1.2 ΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

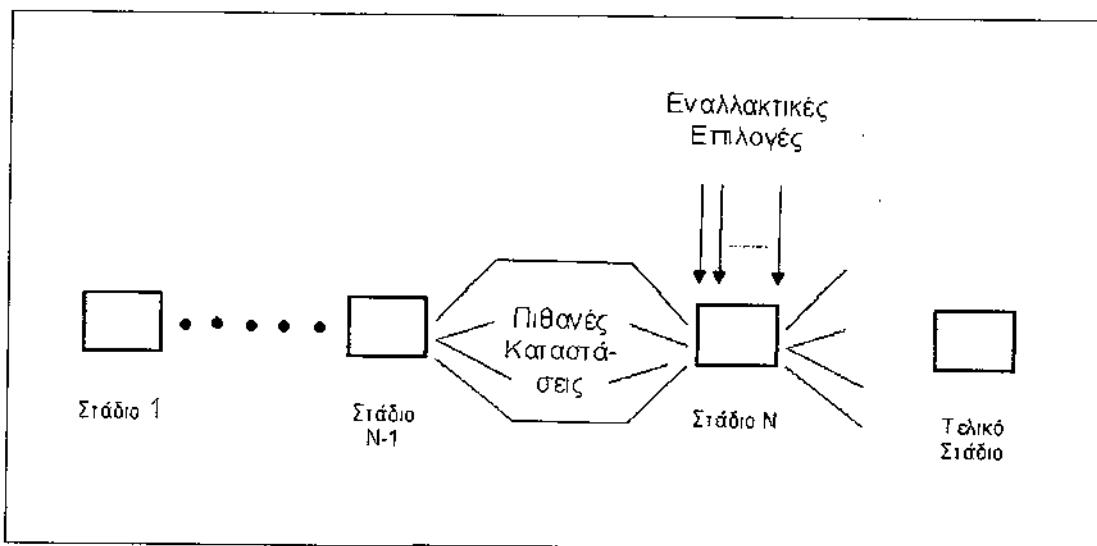
Μία επιπλέον τεχνική της επιχειρησιακής έρευνας, ο Δυναμικός Προγραμματισμός αποτελεί την πιο κατάλληλη από τις μεθοδολογίες της επιχειρησιακής έρευνας για την επίλυση προβλημάτων που χαρακτηρίζονται από τη λήψη διαδοχικών αλληλένδετων αποφάσεων με αλληλοεξαρτώμενα αποτελέσματα.

Αντίθετα με την περίπτωση του Γραμμικού Προγραμματισμού, όπου η επίλυση των προβλημάτων γίνεται με την εφαρμογή ενός συγκεκριμένου αλγορίθμου, της μεθόδου Simplex, στο Δυναμικό Προγραμματισμό δεν υπάρχει ούτε συγκεκριμένος τρόπος διατύπωσης ούτε και συγκεκριμένος αλγόριθμος επίλυσης των αντίστοιχων προβλημάτων. Σχεδόν σε κάθε περίπτωση εφαρμογής της μεθοδολογίας Δυναμικού Προγραμματισμού απαιτείται ιδιαίτερη διατύπωση και προσέγγιση.

Εν τούτοις, δόλα τα προβλήματα στα οποία είναι δυνατή η εφαρμογή μεθοδολογίας δυναμικού προγραμματισμού έχουν ορισμένα κοινά γενικά χαρακτηριστικά. Ένα από τα χαρακτηριστικά των προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού είναι η δυνατότητα

διαχωρισμού του προβλήματος σε διαδοχικά στάδια. Σε κάθε στάδιο απαιτείται η επιλογή μιας απόφασης από ένα δεδομένο σύνολο εναλλακτικών αποφάσεων.

Η απόφαση που λαμβάνεται σε κάθε στάδιο επηρεάζει το επιδιωκόμενο αποτέλεσμα όχι μόνο του συγκεκριμένου σταδίου αλλά και όλων εκείνων που ακολουθούν. Στο παρακάτω Σχήμα 1. φαίνεται ο διαχωρισμός ενός προβλήματος σε διαδοχικά στάδια:



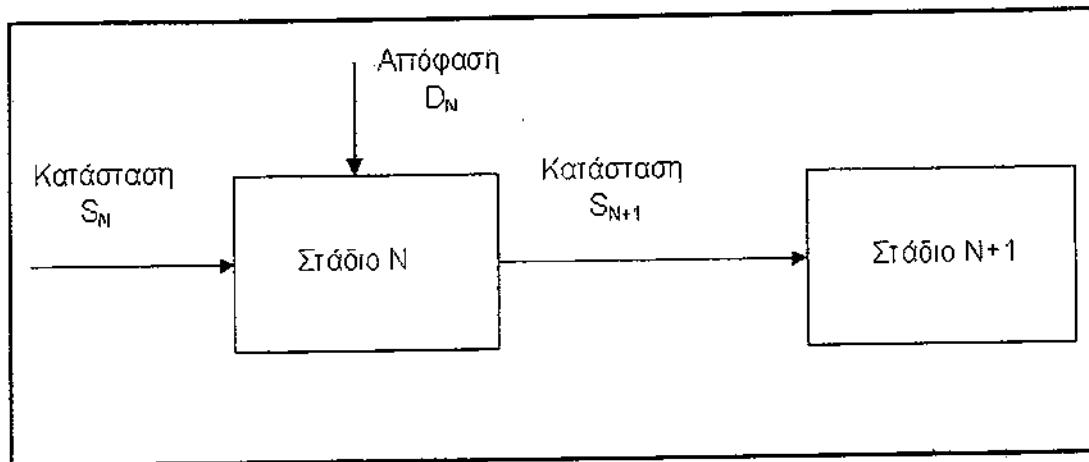
Σχήμα 1.: Διαχωρισμός προβλήματος σε διαδοχικά στάδια.

Σε κάθε στάδιο διακρίνουμε ένα σύνολο πιθανών καταστάσεων στις οποίες μπορεί να βρίσκεται το υπό ανάλυση σύστημα. Η κατάσταση στην οποία μπορεί να βρίσκεται το σύστημα σε ένα συγκεκριμένο στάδιο επηρεάζει την απόφαση που θα ληφθεί στο συγκεκριμένο στάδιο. Οι πιθανές καταστάσεις σε κάθε στάδιο ορίζονται με τέτοιο τρόπο ώστε για κάθε μία κατάσταση να υπάρχουν όλες εκείνες οι πληροφορίες που είναι απαραίτητες για τη λήψη μιας απόφασης στο συγκεκριμένο στάδιο. Για τις διαφορετικές καταστάσεις που μπορεί να υπάρχουν στο στάδιο  $N$  χρησιμοποιούμε το συμβολισμό  $S_N$ .

Σε κάθε στάδιο λαμβάνεται κάποια απόφαση η οποία εξαρτάται από την κατάσταση που υπάρχει στο συγκεκριμένο στάδιο. Οι διαφορετικές αποφάσεις που μπορεί να ληφθούν στο στάδιο  $N$  συμβολίζονται με τη μεταβλητή  $D_N$ .

Όπως αναφέραμε, ο Δυναμικός Προγραμματισμός είναι μία μεθοδολογία βελτιστοποίησης προβλημάτων που περιλαμβάνουν τη λήψη διαδοχικών αλληλένδετων αποφάσεων. Έτσι οι καταστάσεις των διαδοχικών σταδίων είναι αλληλοσυνδεδεμένες.

Γενικώς μπορούμε να πούμε ότι σε ένα δεδομένο στάδιο  $N$ , αν θεωρήσουμε μία δεδομένη κατάσταση  $S_N$ , τότε για κάθε απόφαση  $D_N$  που θα ληφθεί, ορίζεται μία κατάσταση  $S_{N+1}$  για το στάδιο  $N+1$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2.: Απεικόνιση καταστάσεων διαδοχικών σταδίων.

Όπως είδαμε σε κάθε στάδιο  $N$  μπορούμε να έχουμε διαφορετικές καταστάσεις, και για κάθε συγκεκριμένη κατάσταση  $S_N$  μπορούμε να επιλέξουμε μία από τις εφικτές αποφάσεις  $D_N$ . Κάθε δυνατός συνδυασμός κατάστασης  $S_N$  και απόφασης  $D_N$ , στο στάδιο  $N$  δημιουργεί ένα οικονομικό αποτέλεσμα για το στάδιο  $N$  και για τα επόμενα στάδια  $N+1$ , κ.λ.π. που ακολουθούν. Ανάλογα με τη μορφή του προβλήματος το αποτέλεσμα αυτό μπορεί να μετράται με κέρδος, κόστος, απόσταση, χρόνο κ.λ.π.

Το μερικό αποτέλεσμα που προκύπτει στο στάδιο  $N$ ,  $N+1$ ,  $N+2$ , κ.ο.κ. έως το τελευταίο στάδιο από το συνδυασμό της κατάστασης  $S_N$  και της απόφασης  $D_N$ , συμβολίζεται με  $f_N(S_N, D_N)$ .

Ας υποθέσουμε ότι βρισκόμαστε στο στάδιο  $N$  και εξετάζουμε μία δεδομένη κατάσταση  $S_N$ . Για τη δεδομένη κατάσταση μπορούμε να προσδιορίσουμε εκείνη την

απόφαση  $D_N^*$  η οποία βελτιστοποιεί το αποτέλεσμα που αντιστοιχεί στην κατάσταση  $S_N$ . Για κάθε στάδιο  $N$ , ορίζουμε το βέλτιστο αποτέλεσμα που αντιστοιχεί στην κατάσταση  $S_N$  ως εξής:

$$f_N^*(S_N) = \text{Μέγιστο } f_N(S_N, D_N)$$

Εάν βέβαια το αποτέλεσμα αντιστοιχεί σε κόστος τότε λαμβάνεται το ελάχιστο αντί του μεγίστου.

Επομένως η συνολική βελτιστοποίησης του προβλήματος αντιστοιχεί στην εύρεση του βέλτιστου αποτελέσματος για το πρώτο στάδιο  $f_1^*(S_1)$ .

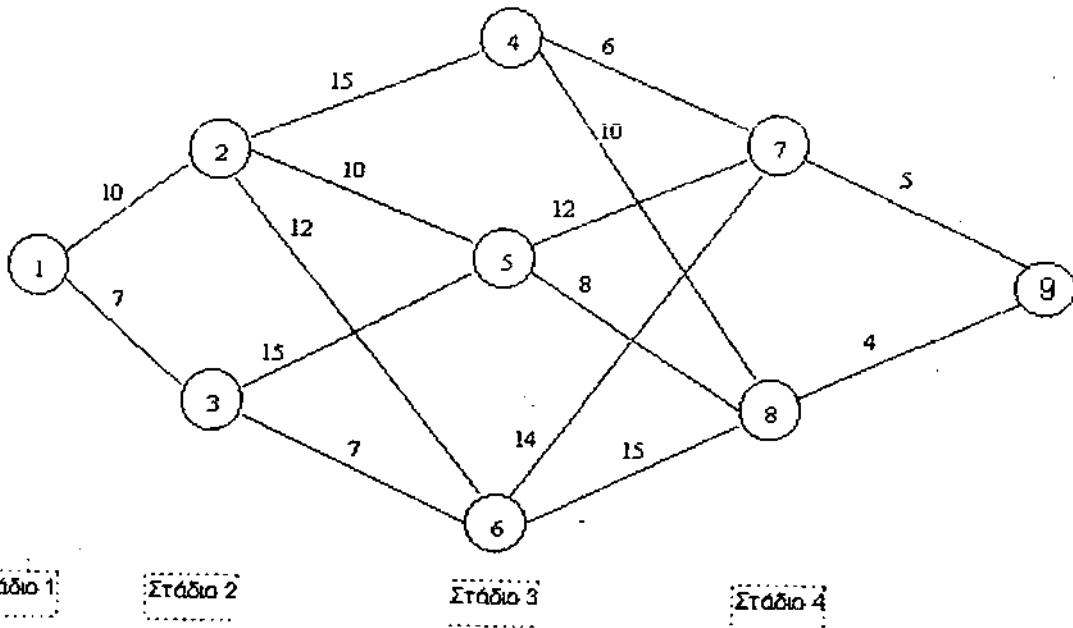
Μία βασική αρχή που ισχύει στα προβλήματα Δυναμικού Προγραμματισμού είναι η αρχή της μερικής βελτιστοποίησης. Η αρχή αυτή δηλώνει ότι στην μεθοδολογία του δυναμικού προγραμματισμού η απόφαση που βελτιστοποιεί το αποτέλεσμα σε οποιοδήποτε στάδιο  $N$  είναι ανεξάρτητη των αποφάσεων που έχουν ληφθεί στα προηγούμενα στάδια, και εξαρτάται μόνον από την κατάσταση στην οποία βρίσκεται το σύστημα στο στάδιο  $N$ .

Ας εξετάσουμε τώρα τη μεθοδολογία επίλυσης των προβλημάτων Δυναμικού Προγραμματισμού. Το παράδειγμα που θα χρησιμοποιήσουμε είναι ένα από τα κλασικά παραδείγματα του Δυναμικού Προγραμματισμού, το πρόβλημα του Περιοδεύοντος Πωλητή.

### Παράδειγμα:

#### Το πρόβλημα του Περιοδεύοντος Πωλητή

Ας υποθέσουμε ότι ένας πωλητής θέλει να μεταβεί από το σημείο 1 στο σημείο 9 όπως φαίνεται παρακάτω στο Σχήμα 3.:



Σχήμα 3.: Διαδρομή στο παράδειγμα του Περιοδεύοντος Πωλητή.

Στη διάρκεια της διαδρομής ο πωλητής πρέπει να κάνει τρεις διανυκτερεύσεις. Η πρώτη θα γίνει σε μία από τις πόλεις που αντιστοιχούν στον κόμβο 2 ή 3, η δεύτερη σε έναν από τους κόμβους 4,5 ή 6 και η τρίτη σε έναν από τους κόμβους 7 ή 8. Οι αποστάσεις μεταξύ των κόμβων φαίνονται στο σχήμα.

Το ζητούμενο είναι η ελαχιστοποίηση της συνολικής απόστασης που θα διανύσει ο πωλητής για να μεταβεί από τον κόμβο 1 στον κόμβο 9 κάνοντας 3 διανυκτερεύσεις.

Ας εξετάσουμε το παραπάνω πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή.

#### Στάδια

Το πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή αναλύεται στη λήψη διαδοχικών αποφάσεων σε τέσσερα στάδια. Σε κάθε στάδιο ο πωλητής πρέπει να αποφασίσει ποιος θα είναι ο επόμενος κόμβος του ταξιδιού του:

#### Στάδιο 1:

Στο πρώτο στάδιο ο πωλητής πρέπει να επιλέξει αν από τον κόμβο 1 θα μεταβεί στον κόμβο 2 ή στον κόμβο 3.

Στάδιο 2:

Ο πωλητής πρέπει να επιλέξει αν ο επόμενος κόμβος που θα επισκεφθεί θα είναι ο κόμβος 4,5 ή 6.

Στάδιο 3:

Ομοίως η απόφαση περιλαμβάνει επιλογή μεταξύ των κόμβων 7 και 8.

Στάδιο 4:

Υπάρχει μόνο μία απόφαση. Η μετάβαση στον κόμβο 9.

Σε κάθε ένα από τα τέσσερα στάδια ο πωλητής μπορεί να βρίσκεται σε διαφορετικό κόμβο. Ο κόμβος στον οποίο μπορεί να βρίσκεται ο πωλητής δηλώνει την κατάστασή του στο συγκεκριμένο στάδιο. Έτσι, αν θεωρήσουμε το στάδιο 4, οι πιθανές καταστάσεις είναι οι κόμβοι 7 και 8. ομοίως στο στάδιο 3 οι πιθανές καταστάσεις στις οποίες μπορεί να βρίσκεται ο πωλητής είναι οι κόμβοι 4,5 και 6. Στο στάδιο 2 οι πιθανές καταστάσεις είναι οι κόμβοι 2 και 3, ενώ για το πρώτο στάδιο υπάρχει μόνο μία πιθανή κατάσταση, ο κόμβος 1.

Στάδιο	Καταστάσεις
1	1
2	2,3
3	4,5,6
4	7,8

Σε κάθε ένα από τα τέσσερα στάδια ο πωλητής θα πρέπει να λάβει μια απόφαση. Συγκεκριμένα, η απόφασή του αφορά την επιλογή του επόμενου κόμβου που θα επισκεφθεί. Έτσι σε κάθε ένα από τα τέσσερα στάδια, οι εφικτές αποφάσεις που θα θεωρήσει ο πωλητής είναι οι εξής:

Στάδιο	Αποφάσεις
1	2,3
2	4,5,6
3	7,8
4	9

Ο ορισμός της συνάρτησης αποτελεσμάτων είναι από τα σημαντικότερα στοιχεία στη διατύπωση ενός προβλήματος Δυναμικού Προγραμματισμού. Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, σε κάθε στάδιο  $N$ , ανάλογα με την κατάσταση  $S_N$  στην οποία βρίσκεται το σύστημα, και την συγκεκριμένη απόφαση  $D_N$ , αντιστοιχεί ένα αποτέλεσμα το οποίο μπορούμε να συμβολίσουμε με  $f_N(S_N, D_N)$ .

Στην περίπτωση του προβλήματος του περιοδεύοντος πωλητή, η συνάρτηση  $f_N(S_N, D_N)$  ορίζεται ως εξής:

$f_N(S_N, D_N) = \text{απόσταση από τον κόμβο } S_N \text{ έως το τέλος της διαδρομής δεδομένου ότι ο επόμενος κόμβος (απόφαση) θα είναι } D_N.$

Ας υποθέσουμε τώρα ότι στο στάδιο  $N$  ο πωλητής βρίσκεται στον κόμβο  $S_N$ . Επομένως έχει να επιλέξει μεταξύ των εναλλακτικών αποφάσεων που οδηγούν από τον κόμβο  $S_N$ , σε έναν από τους κόμβους του επόμενου σταδίου. Κάθε εναλλακτική απόφαση έχει σαν αποτέλεσμα μια διαφορετική απόσταση  $f_N(S_N, D_N)$  της διαδρομής από τον κόμβο  $S_N$  έως το τέλος του δρόμου.

Ορίζονται ως:

$$f^*(S_N) = \text{Min } \{f_N(S_N, D_N)\}$$

τη μικρότερη απόσταση από τον κόμβο  $S_N$  έως το τέλος της διαδρομής.

Επομένως εάν με  $A(S_N, D_N)$  συμβολίσουμε την απόσταση μεταξύ των κόμβων  $S_N$  και  $D_N$  θα ισχύει η επαναληπτική σχέση:

$$f_N(S_N, D_N) = A(S_N, D_N) + f^*(S_{N+1})$$

Ο προηγούμενος επαναληπτικός τόπος δηλώνει ότι το αποτέλεσμα σε κάθε στάδιο εξαρτάται από το αποτέλεσμα του επόμενου σταδίου, και οδηγεί στην εφαρμογή του αλγορίθμου που ακολουθεί:

Ο Αλγόριθμος του Δυναμικού Προγραμματισμού, λέει ότι, εφ' όσον το αποτέλεσμα στο στάδιο N εξαρτάται από το αποτέλεσμα του επόμενου σταδίου N+1, είναι λογικό να ξεκινήσουμε από το τελευταίο στάδιο, θεωρώντας όλες τις πιθανές καταστάσεις του συστήματος στο τελευταίο στάδιο καθώς επίσης και όλες τις εναλλακτικές αποφάσεις που είναι δυνατόν να ληφθούν.

#### Στάδιο 4

Στο στάδιο 4 οι πιθανές καταστάσεις είναι 2:

- Ο πωλητής θα βρίσκεται στον κόμβο 7 ή
- Ο πωλητής θα βρίσκεται στον κόμβο 8.

Στο στάδιο αυτό ο πωλητής έχει μόνον μία δυνατή επιλογή, να ακολουθήσει τη διαδρομή προς τον κόμβο 9. Ο πίνακας περιλαμβάνει τους υπολογισμούς της μικρότερης απόστασης από κάθε κατάσταση (κόμβο) του σταδίου 4 έως το τέλος του δικτύου.

Κατάσταση (Κόμβος S <sub>4</sub> )	Απόφαση D <sub>4</sub>	Επόμενος Κόμβος S <sub>5</sub>	Απόσταση από επόμενο κόμβο A(S <sub>4</sub> ,D <sub>4</sub> )	Ελάχιστη Απόσταση από επόμενο κόμβο έως το τέλος f <sub>5</sub> * (S <sub>5</sub> )	Συνολική Απόσταση $f_4(S_4, D_4) = A(S_4, D_4) + f_5^*(S_5)$
7	[7,9]	9	5	0	5 ← f <sub>4</sub> * (7)
8	[8,9]	9	4	0	4 ← f <sub>4</sub> * (8)

Με  $f_4^*$  (7) και  $f_4^*(8)$ , αντίστοιχα συμβολίζεται η ελάχιστη απόσταση από κάθε έναν από τους κόμβους του τέταρτου σταδίου έως το τέλος του δικτύου.

### Στάδιο 3

Ας εξετάσουμε τώρα το στάδιο 3. Στο στάδιο 3 οι πιθανές καταστάσεις στις οποίες μπορεί να βρίσκεται ο πωλητής είναι τρεις: ο πωλητής θα βρίσκεται στον κόμβο 4 ή στον κόμβο 5 ή στον κόμβο 6. Σε κάθε κόμβο του τρίτου σταδίου ο πωλητής έχει δύο δυνατές επιλογές:

Ο επόμενος κόμβος να είναι ο κόμβος 7 ή ο κόμβος 8. Ας υποθέσουμε ότι ο πωλητής βρίσκεται στον κόμβο 4. Από τον κόμβο 4 οι επιλογές του είναι δύο: Να ακολουθήσει τη διαδρομή [4,7] ή τη διαδρομή [4,8].

Υποθέστε ότι ακολουθεί τη διαδρομή [4,7]. Σε αυτή την περίπτωση η απόσταση από τον κόμβο 4 έως το τέλος του δικτύου είναι η απόσταση από τον κόμβο 4 στον κόμβο 7 συν τη μικρότερη δυνατή απόσταση από τον κόμβο 7 έως το τέλος του δικτύου η οποία έχει ευρεθεί στον πίνακα . Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζεται η απόσταση έως το τέλος του δικτύου στην περίπτωση που η επιλογή του πωλητή είναι η διαδρομή [4,8]. Ο πίνακας περιέχει τους αντίστοιχους υπολογισμούς:

Κατάσταση (Κόμβος $S_3$ )	Απόφαση $D_3$	Επόμενος Κόμβος $S_4$	Απόσταση από επόμενο κόμβο $A(S_3, D_3)$	Ελάχιστη Απόσταση από επόμενο κόμβο έως το τέλος $f_4^*(S_4)$	Συνολική Απόσταση $f_3(S_3, D_3) = A(S_3, D_3) + f_4^*(S_4)$
4	[4,7]	7	6	5	11 ← $f_3^*(4)$
4	[4,8]	8	10	4	14

Παρατηρούμε ότι εφ' όσον στο στάδιο 3, ο πωλητής βρεθεί στον κόμβο 4 η επιλογή της διαδρομής [4,7] οδηγεί σε συνολική απόσταση έως τον τελικό κόμβο ίση με 11 (6 η

απόσταση [4,7] συν 5 η απόσταση του επόμενου κόμβου 7 από το τέλος). Αντίθετα η επιλογή [4,8] οδηγεί σε μία συνολική απόσταση 14 (10 η απόσταση [4,8] συν 4 η απόσταση του κόμβου 8 από το τέλος ).

Επομένως η βέλτιστη επιλογή στον κόμβο 4 είναι η διαδρομή [4,7] με συνολική απόσταση έως το τέλος της διαδρομής ίση με 11 η οποία σύμφωνα με τους συμβολισμούς που νιοθετήσαμε συμβολίζεται με  $f^*_3$  (4).

Τους ίδιους υπολογισμούς μπορούμε να επαναλάβουμε για τις άλλες δύο καταστάσεις του τρίτου σταδίου, τους κόμβους 5 και 6. Οι υπολογισμοί φαίνονται στον πίνακα:

Κατάσταση (Κόμβος $S_3$ )	Απόφαση $D_3$	Επόμενος Κόμβος $S_4$	Απόσταση από επόμενο κόμβο $A(S_3, D_3)$	Ελάχιστη Απόσταση από επόμενο κόμβο έως το τέλος $f_4^*(S_4)$	Συνολική Απόσταση $f_3(S_3, D_3) = A(S_3, D_3) + f_4^*(S_4)$
4	[4,7]	7	6	5	11 ← $f^*_3$ (4)
4	[4,8]	8	10	4	14
5	[5,7]	7	12	5	17
5	[5,8]	8	8	4	12 ← $f^*_3$ (5)
6	[6,7]	7	14	5	19 ← $f^*_3$ (6)
6	[6,8]	8	15	4	19 ← $f^*_3$ (6)

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα οι συντομότερες διαδρομές από τους κόμβους του σταδίου 3 έως τον τελικό προορισμό είναι:

Από τον κόμβο 4: Ο επόμενος κόμβος θα είναι ο 7, με συνολική απόσταση έως το τέλος 11.

Από τον κόμβο 5: Ο επόμενος κόμβος θα είναι ο 8, με συνολική απόσταση έως το τέλος 12.

Από τον κόμβο 6: Ο επόμενος κόμβος θα είναι ο 7 ή ο 8, με συνολική απόσταση έως το τέλος 19.

## Στάδιο 2

Ας εξετάσουμε τώρα το στάδιο 2. Στο στάδιο 2 οι πιθανές καταστάσεις στις οποίες μπορεί να βρίσκεται ο πωλητής είναι δύο:

Ο πωλητής μπορεί να βρίσκεται στον κόμβο 2 ή στον κόμβο 3.

Για κάθε έναν από τους κόμβους του δεύτερου σταδίου ο πωλητής έχει τις εξής επιλογές:

Από τον κόμβο 2, ο επόμενος κόμβος μπορεί να είναι ο κόμβος 4 ή ο κόμβος 5, ή ο κόμβος 6.

Από τον κόμβο 3 όμως, οι επιλογές είναι μόνο δύο, οι κόμβοι 5 ή 6 διότι η διαδρομή [3,4] δεν υφίσταται. (Σχήμα 3.)

Ας υποθέσουμε τώρα ότι ο πωλητής βρίσκεται στον κόμβο 2. Από τον κόμβο 2 οι επιλογές του είναι οι τρεις που προαναφέραμε: Να ακολουθήσει τη διαδρομή [2,4] ή τη διαδρομή [2,5] ή τη διαδρομή [2,6]. Υποθέστε ότι ακολουθεί τη διαδρομή [2,4]. Σε αυτή την περίπτωση η απόσταση από τον κόμβο 2 έως το τέλος του δικτύου είναι η απόσταση από τον κόμβο 2 στον κόμβο 4 συν η μικρότερη δυνατή απόσταση από τον κόμβο 4 έως το τέλος του δικτύου η οποία έχει βρεθεί στον πίνακα . Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζεται η απόσταση έως το τέλος του δικτύου στην περίπτωση που η επιλογή του πωλητή είναι η διαδρομή [2,5] ή η διαδρομή [2,6]. Ο πίνακας περιέχει τους αντίστοιχους υπολογισμούς.

Κατόσταση (Κόμβος $S_2$ )	Απόφαση $D_2$	Επόμενος Κόμβος $S_3$	Απόσταση από επόμενο κόμβο $A(S_2, D_2)$	Ελάχιστη Απόσταση από επόμενο κόμβο έως το τέλος $f_3^*(S_3)$	Συνολική Απόσταση $f_2(S_2, D_2) = A(S_2, D_2) + f_3^*(S_4)$
2	[2,4]	4	15	11	26
2	[2,5]	5	10	12	22 ← $f_2^*(2)$
2	[2,6]	6	12	19	31

Παρατηρούμε ότι εφ' όσον στο στάδιο 2, ο πωλητής βρεθεί στον κόσμο 2 η βέλτιστη επιλογή είναι η διαδρομή [2,5] η οποία οδηγεί σε συνολική απόσταση έως τον τελικό κόμβο ίση με 22 (10 η απόσταση [2,5] συν 12 η απόσταση του επόμενου κόμβου 5 από το τέλος) και η οποία σύμφωνα με το συμβολισμό που υιοθετήθηκε συμβολίζεται  $f^*_2$  (2).

Τους ίδιους υπολογισμούς μπορούμε να επαναλάβουμε και για την άλλη κατάσταση του 2<sup>ου</sup> σταδίου, τον κόμβο 3. Οι υπολογισμοί φαίνονται στον πίνακα:

Κατάσταση (Κόμβος $S_2$ )	Απόφαση $D_2$	Επόμενος Κόμβος $S_3$	Απόσταση από επόμενο κόμβο $A(S_2, D_2)$	Ελάχιστη Απόσταση από επόμενο κόμβο έως το τέλος $f_3^*(S_3)$	Συνολική Απόσταση $f_2(S_2, D_2) = A(S_2, D_2) + f_3^*(S_3)$
2	[2,4]	4	15	11	26
2	[2,5]	5	10	12	22 ← $f^*_2$ (2)
2	[2,6]	6	12	19	31
3	[3,5]	5	15	12	27
3	[3,6]	6	7	19	26 ← $f^*_2$ (3)

Επομένως σύμφωνα με τα αποτελέσματα που έχουμε βρει έως τώρα, η μικρότερη απόσταση από τον κόμβο 2 έως τον τελικό κόμβο είναι 22 (με επιλογή της διαδρομής [2,5]), ενώ αντίστοιχα η μικρότερη απόσταση από τον κόμβο 3 έως τον τελικό κόμβο είναι 26 (με επιλογή της διαδρομής [3,6]). Ας εξετάσουμε τώρα τι συμβαίνει στο πρώτο στάδιο.

Εδώ ακριβώς ας ξαναθυμηθούμε την αρχή της βέλτιστοποίησης στο δυναμικό προγραμματισμό. Η πρακτική σημασία αυτής, είναι ότι δεν έχει σημασία με ποιον τρόπο θα φτάσουμε στον κόμβο 2. Από τη στιγμή όμως που βρισκόμαστε στον κόμβο 2 η ελάχιστη απόσταση έως το τέλος της διαδρομής είναι 22 και η βέλτιστη απόφαση είναι η επιλογή του

κόμβου 5 για το επόμενο στάδιο. Κοιτώντας κατόπιν το επόμενο στάδιο (πίνακας), βλέπουμε ότι η βέλτιστη επιλογή στον κόμβο 5 είναι η μετάβαση στον κόμβο 8 κ.ο.κ.

### Στάδιο 1

Στο στάδιο 1 υπάρχει μόνο μία κατάσταση στην οποία μπορεί να βρίσκεται ο πωλητής, ο κόμβος 1:

Από τον κόμβο 1, ο επόμενος κόμβος μπορεί να είναι ο κόμβος 2 ή ο κόμβος 3. Αν ο πωλητής ακολουθήσει τη διαδρομή [1,2], σ' αυτήν την περίπτωση η απόσταση από τον κόμβο 1 έως το τέλος του δικτύου είναι η απόσταση από τον κόμβο 1 στον κόμβο 2 συν η μικρότερη δυνατή απόσταση από τον κόμβο 2 έως το τέλος του δικτύου η οποία έχει ευρεθεί στον πίνακα. Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζεται η απόσταση έως το τέλος του δικτύου στην περίπτωση που η επιλογή του πωλητή είναι η διαδρομή [1,3].

Κατάσταση (Κόμβος $S_1$ )	Απόφαση $D_1$	Επόμενος Κόμβος $S_2$	Απόσταση από επόμενο κόμβο $A(S_1, D_1)$	Ελάχιστη Απόσταση από επόμενο κόμβο έως το τέλος $f_2^*(S_2)$	Συνολική Απόσταση $f_1(S_1, D_1) = A(S_1, D_1) + f_2^*(S_2)$
1	[1,2]	2	10	22	32 ← $f_2^*(3)$
1	[1,3]	3	7	26	33

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης του σταδίου 1, οδηγούν στη λύση του προβλήματος.

Από τον πίνακα που αντιστοιχεί στο πρώτο στάδιο, εξάγεται το συμπέρασμα ότι η βέλτιστη απόφαση για τον πωλητή είναι να ακολουθήσει τη διαδρομή [1,2]. Επομένως στο δεύτερο στάδιο του προβλήματος ο πωλητής θα βρίσκεται στον κόμβο 2.

Ο πίνακας περιλαμβάνει την ανάλυση του δεύτερου σταδίου. Με το δεδομένο ότι ο πωλητής βρίσκεται στον κόμβο 2, εξάγεται το συμπέρασμα ότι η βέλτιστη απόφαση για τον

πωλητή είναι να ακολουθήσει τη διαδρομή [2,5]. Επομένως στο τρίτο στάδιο ο πωλητής βρίσκεται στον κόμβο 5.

Περνώντας στο τρίτο στάδιο, από την ανάλυση του πίνακα προκύπτει ότι από τον κόμβο 5 του τρίτου σταδίου η βέλτιστη απόφαση είναι η επιλογή της διαδρομής [5,8]. Επομένως στο τέταρτο στάδιο ο πωλητής βρίσκεται στον κόμβο 8.

Τέλος στο τέταρτο στάδιο δεδομένου ότι ο πωλητής θα βρίσκεται στο στάδιο 8, η μόνη επιλογή που έχει είναι να επιλέξει τη διαδρομή [8,9].

Συνοψίζοντας βλέπουμε ότι η βέλτιστη διαδρομή είναι η διαδρομή είναι η διαδρομή 1-2-5-8-9 με συνολική απόσταση 32.

Συμπερασματικά, για να είναι δυνατή η επίλυση ενός προβλήματος με τη μέθοδο του δυναμικού προγραμματισμού, απαιτούνται τα παρακάτω:

1. Διαχωρισμός της διαδικασίας λήψης αποφάσεων σε στάδια και προσδιορισμός:

- των δυνατών καταστάσεων στις οποίες μπορεί να βρίσκεται το σύστημα σε κάθε στάδιο και
- των εναλλακτικών αποφάσεων που αντιστοιχούν σε κάθε κατάσταση.

Ο καθορισμός των καταστάσεων πρέπει να γίνει με τέτοιο τρόπο ώστε οι ορισθείσες καταστάσεις να περιλαμβάνουν αρκετές πληροφορίες για να είναι δυνατή η εφαρμογή της βελτιστοποίησης για κάθε κατάσταση σε κάθε στάδιο αρχίζοντας από το τελευταίο και τελειώνοντας με το πρώτο.

2. Καθορισμός της συνάρτησης αποτελέσματος (ελαχιστοποίηση απόστασης, ελαχιστοποίηση κόστους, μεγιστοποίηση κέρδους κ.ο.κ.) που αντιστοιχεί σε κάθε συνδυασμό δυνατής κατάστασης και εφικτής επιλογής. Αυτό οδηγεί στον ορισμό μιας μαθηματικής σχέσης για τη συνάρτηση  $f_N(S_N, D_N)$  και την  $f^*_N(S_N)$  καθώς και την επαναληπτική σχέση μεταξύ των δύο.

3. Προσδιορισμός διαδοχικά των τιμών της  $f^*_N(S_N)$  (για ένα πρόβλημα με N στάδια), της  $f^*_{N-1}(S_{N-1})$ , της  $f^*_{N-2}(S_{N-2})$ ....., της  $f^*_2(S_2)$  και τέλος της  $f^*_1(S_1)$  χρησιμοποιώντας πίνακες.

4. Η βελτιστοποίηση σε οποιοδήποτε στάδιο N είναι ανεξάρτητη από τα προηγούμενα στάδια N-1, N-2 κ.ο.κ.

### **1.3 ΔΙΚΤΥΩΤΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

Η σχεδίαση και ο προγραμματισμός μακροπρόθεσμων έργων αποτελούν ένα από τα αντικείμενα των περισσότερων βιομηχανικών, οικονομικών και κυβερνητικών οργανισμών. Με τον όρο έργο (project) είναι εννοούμε ένα σύνολο πολύπλοκων δραστηριοτήτων, οι οποίες είναι λογικά αλληλεξαρτημένες, υπό την έννοια ότι η εκτέλεση μερικών δραστηριοτήτων δεν μπορεί να αρχίσει πριν κάποιες άλλες από αυτές έχουν ήδη περατωθεί. Κάθε δραστηριότητα του έργου μπορεί να θεωρηθεί σαν μια εργασία, η οποία απαιτεί για την περάτωσή της χρόνο και μέσα.

Μέχρι πρόσφατα το διάγραμμα Gantt, στο οποίο ο χρόνος έναρξης και περατώσεως κάθε δραστηριότητας τοποθετείται επί μίας οριζοντίου χρονικής κλίμακας, αποτελούσε τον μόνο τρόπο για την παρακολούθηση ενός τέτοιου έργου. Οι πολυπληθείς και πολύπλοκες δραστηριότητες των σημερινών έργων επέβαλαν την ανάπτυξη πιο αναλυτικών και πιο αποτελεσματικών τεχνικών σχεδιάσεως και προγραμματισμού.

Η δικτυωτή ανάλυση (network analysis) αποτελεί ένα κατ' εξοχήν αποτελεσματικό τρόπο για την ανάλυση, την σχεδίαση, την παρακολούθηση και τον έλεγχο ενός σύνθετου έργου. Χρησιμοποιώντας ένα κατάλληλα διαμορφωμένο δίκτυο για την γραφική απεικόνιση και περιγραφή του έργου, η δικτυωτή ανάλυση:

1. Επιτρέπει την αναλυτική εξέταση των δραστηριοτήτων που συνθέτουν το έργο.
2. Προσδιορίζει την σειρά προτεραιότητας κατά την εκτέλεση των δραστηριοτήτων του.
3. Εντοπίζει τις κρίσιμες από άποψη χρόνου δραστηριότητες.
4. οδηγεί στην ανάπτυξη ενός αποτελεσματικού σχεδίου για την περάτωση του έργου εντός της τακτής προθεσμίας.
5. Διευκολύνει τον αποτελεσματικό καταμερισμό των διαθέσιμων μέσων μεταξύ των προς εκτέλεση δραστηριοτήτων.
6. Επιτρέπει την παρακολούθηση της προόδου του έργου.
7. Καθιστά δυνατή την λήψη των κατάλληλων διορθωτικών μέτρων την στιγμή και τον τρόπο που πρέπει και όχι όταν η περάτωση τού έργου ευρίσκεται προς το τέλος της, οπότε είναι πια πολύ αργά για να προβούμε σε οποιαδήποτε διορθωτική ενέργεια.
8. Επιτυγχάνει την ελαχιστοποίηση του συνολικά απαιτούμενου κόστους για την εκτέλεση του έργου.

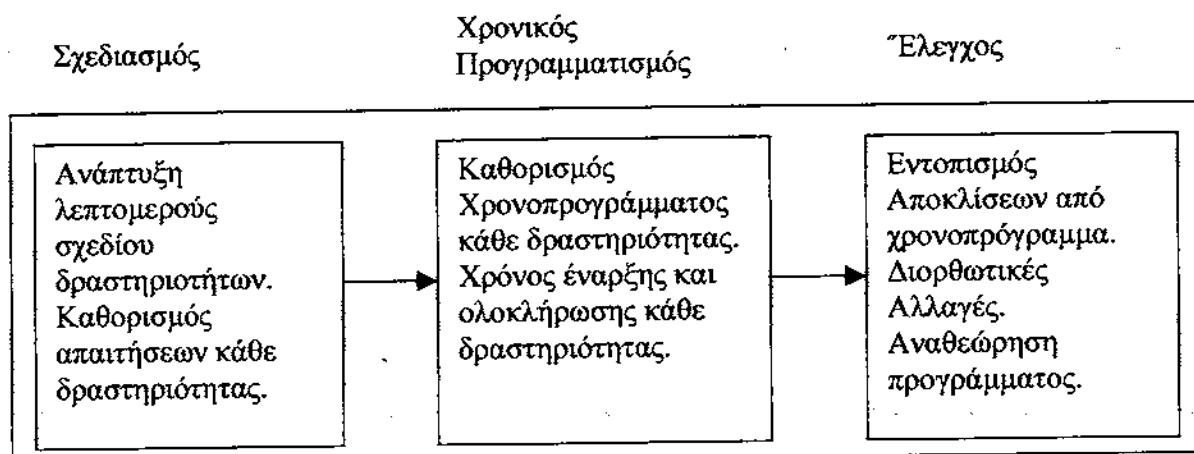
Οι δύο τεχνικές δικτυωτής αναλύσεως, η τεχνική της κρίσιμης διαδρομής CPM (Critical Path Method) και η τεχνική PERT (Project Evaluation and Review Technique), αναπτύχθηκαν σχεδόν ταυτόχρονα (1956-1958) από δύο διαφορετικές ομάδες επιστημόνων.

Η τεχνική PERT αναπτύχθηκε για λογαριασμό της Lockheed Aircraft Corporation προκειμένου να χρησιμοποιηθεί για την σχεδίαση και την ανάπτυξη του προγράμματος των πυραύλων Polaris. Είχε σαν αποτέλεσμα την μείωση του αρχικά προβλεπόμενου χρόνου κατά δύο (2) έτη.

Η τεχνική CPM αναπτύχθηκε από την εταιρεία du Pont και εφαρμόσθηκε για τον προγραμματισμό της συντηρήσεως των μηχανών της εταιρείας. Η επιτευχθείσα ελάττωση του χρόνου συντηρήσεως κατά 37% απέφερε κέρδη άνω του £1.000.000 μέσα σε ένα έτος. Μία από τις πιο επιτυχείς εφαρμογές της δικτυωτής αναλύσεως είναι ίσως εκείνη που αφορούσε στον χρονικό προγραμματισμό της κατασκευής των κτιριακών και λοιπών εγκαταστάσεων της Διεθνούς Έκθεσεως του Montreal EXPO 67. Παρά το τεράστιο πλήθος και την ιδιομορφία των εγκαταστάσεων, η περάτωση του έργου κατέστη δυνατόν να πραγματοποιηθεί μέσα στις προκαθορισμένες ημερομηνίες.

Η εφαρμογή των τεχνικών της δικτυωτής αναλύσεως περιλαμβάνει τρία κύρια στάδια:

- Σχεδιασμός
- Προγραμματισμός
- Έλεγχος



Σχήμα 4.: Βασικές φάσεις διαχείρισης έργων.

Κατά το στάδιο της σχεδιάσεως το έργο αναλύεται πρώτα σε επί μέρους δραστηριότητες, των οποίων εκτιμάται ο απαιτούμενος χρόνος περατώσεως και προσδιορίζεται η σειρά προτεραιότητας κατά την εκτέλεση του έργου. Στην συνέχεια η αλληλεξάρτηση μεταξύ των δραστηριοτήτων του έργου απεικονίζεται γραφικά με την βοήθεια ενός δικτύου, του οποίου κάθε κλάδος παριστάνει και μία διαφορετική δραστηριότητα. Η μορφή του δικτύου αυτού επιτρέπει την αναλυτική εξέταση των επί μέρους εργασιών, εκ της οποίας ενδέχεται να προκύψουν ορισμένες βελτιώσεις, πριν ακόμα αρχίσει στην πραγματικότητα η εκτέλεση του έργου.

Το δεύτερο στάδιο είναι εκείνο του προγραμματισμού και συνιστάται στην κατασκευή ενός χρονοδιαγράμματος, στο οποίο εμφαίνεται ο χρόνος ενάρξεως και πέρατος κάθε δραστηριότητας, καθώς και η συσχέτισή της με τις υπόλοιπες δραστηριότητες του έργου. Κατά το στάδιο αυτό προσδιορίζονται, επίσης, οι κρίσιμες από άποψη χρόνου δραστηριότητες, οι οποίες απαιτούν ιδιαίτερη προσοχή, αν το όλο έργο πρόκειται να περατωθεί εντός της τακτής προθεσμίας.

Για τις μη κρίσιμες δραστηριότητες ο προγραμματισμός παρέχει τα ανεκτά περιθώρια χρόνου, τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην περίπτωση που παρατηρείται μια καθυστέρηση στην περάτωση των δραστηριοτήτων αυτών ή όταν τα διατιθέμενα για την εκτέλεση του έργου μέσα είναι περιορισμένα, οπότε και ενδιαφέρει ο αποτελεσματικός καταμερισμός τους μεταξύ των επί μέρους δραστηριοτήτων.

Το τελικό στάδιο μιας μελέτης δικτυωτής αναλύσεως είναι ο έλεγχος της προόδου του έργου δια της συντάξεως περιοδικών αναφορών, κάνοντας χρήση του δικτύου και του καταρτισθέντος χρονοδιαγράμματος. Το δίκτυο μπορεί έτσι να αναθεωρηθεί και αν κριθεί απαραίτητο, νέες γραμμές δράσεως καθορίζονται για το εναπομένον προς εκτέλεση τμήμα του έργου.

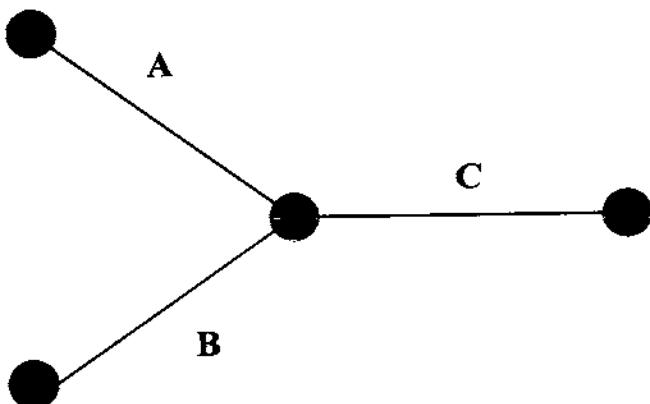
Για να είμαστε σε θέση να χρησιμοποιήσουμε την απεικόνιση ενός έργου σε μορφή γραφήματος δικτύου και να προχωρήσουμε στην ανάλυση PERT/CPM τα παρακάτω βήματα είναι αναγκαία:

1. Το συνολικό έργο πρέπει να αναλυθεί σε επιμέρους δραστηριότητες. Οι δραστηριότητες αυτές δεν θα πρέπει να επικαλύπτονται, και η κάθε μία να έχει ένα συγκεκριμένο σημείο αρχής και περάτωσης.

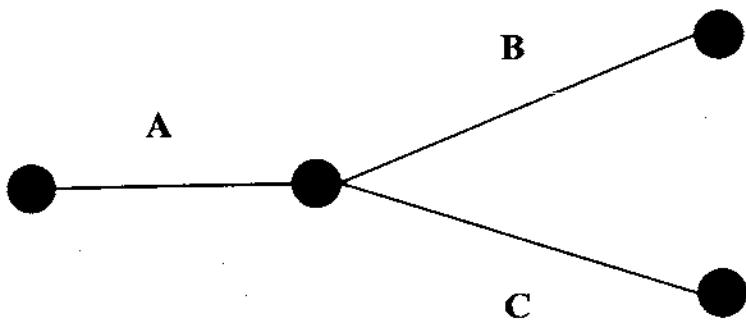
- Πρέπει να καθορισθεί η αλληλεξάρτηση μεταξύ των διαφορετικών δραστηριοτήτων με βάση τους τεχνικούς ή διοικητικούς περιορισμούς του έργου. Για κάθε δραστηριότητα θα πρέπει να ορισθούν ποιες άλλες δραστηριότητες πρέπει να ολοκληρωθούν πριν την έναρξη της συγκεκριμένης δραστηριότητας, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.
- Για κάθε μία δραστηριότητα εκτιμάται ο χρόνος και το κόστος εκτέλεσης της.



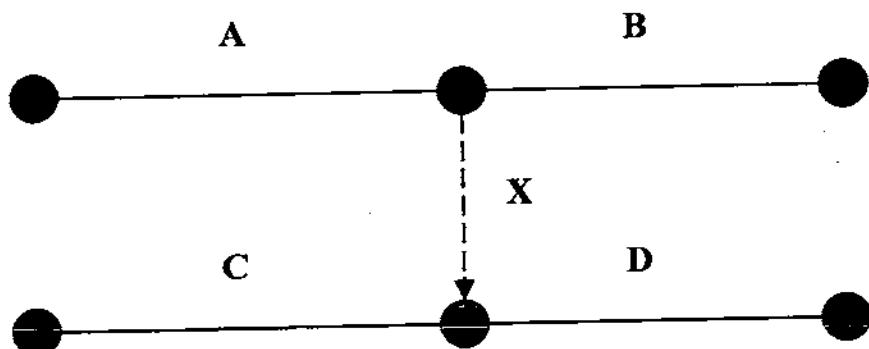
Η δραστηριότητα Α πρέπει να ολοκληρωθεί πριν αρχίσει η δραστηριότητα Β.



Για να αρχίσει η δραστηριότητα Κ θα πρέπει να έχουν ολοκληρωθεί οι δραστηριότητες Α και Β.



Οι δραστηριότητες Β και Σ μπορούν να πραγματοποιηθούν μόλις ολοκληρωθεί η δραστηριότητα Α.



Η δραστηριότητα Β αρχίζει μετά την ολοκλήρωση της Α.  
 Η δραστηριότητα Δ αρχίζει μόλις ολοκληρωθούν οι Α και Σ.  
 Η δραστηριότητα Χ είναι μία τεχνητή δραστηριότητα (με μηδέν διάρκεια). Χρησιμοποιείται για να δείξει ότι για την Δ υπάρχουν δύο προσπατούμενες δραστηριότητες, οι Α και Σ.

Σχήμα 5.: Αλληλεξάρτηση διαφορετικών δραστηριοτήτων έργου.

Η έννοια της κρίσιμης διαδρομής στην ανάλυση PERT/CPM είναι θεμελιώδης. Αν αρχίσουμε από την αρχή ενός δικτύου μπορούμε να ακολουθήσουμε μία διαδρομή ή μονοπάτι (από τις πολλές που υπάρχουν) και να φτάσουμε στο τέλος του δικτύου. Κάθε διαδρομή αντιπροσωπεύει μία σειρά δραστηριοτήτων που οδηγούν από την αρχή στο τέλος του έργου. Εφ' όσον οι δραστηριότητες που ανήκουν σε μία διαδρομή θα εκτελεσθούν η μία μετά την άλλη, μπορούμε να υπολογίσουμε το συνολικό χρόνο της συγκεκριμένης διαδρομής.

Αν μπορούσαμε να προσδιορίσουμε όλες τις εναλλακτικές διαδρομές του δικτύου και υπολογίζαμε το χρόνο κάθε διαδρομής, τότε η διαδρομή με το μεγαλύτερο χρόνο εκτέλεσης θα καθορίζει και τον ελάχιστο χρόνο περάτωσης του όλου έργου.

Η διαδρομή του δικτύου με το μεγαλύτερο χρόνο εκτέλεσης ονομάζεται κρίσιμη διαδρομή. Οι δραστηριότητες που ανήκουν στην κρίσιμη διαδρομή ονομάζονται κρίσιμες δραστηριότητες, με την έννοια ότι εφ' όσον η κρίσιμη διαδρομή καθορίζει και το συνολικό χρόνο εκτέλεσης του έργου, κάθε καθυστέρηση σε δραστηριότητες που ανήκουν στην κρίσιμη διαδρομή θα προκαλέσει καθυστέρηση και στο όλο έργο.

Η μεθοδολογία προσδιορισμού της κρίσιμης διαδρομής βασίζεται στον υπολογισμό του συντομότερου και του αργότερου χρόνου έναρξης και λήξης κάθε δραστηριότητας.

Οι υπολογισμοί για το Συντομότερο Χρόνο Έναρξης (ΣΧΕ) κάθε δραστηριότητας έχουν ως εξής:

- Κατ' αρχήν, ο συντομότερος χρόνος έναρξης για τις δραστηριότητες που δεν έχουν προαπαιτούμενες δραστηριότητες είναι 0.
- Ο Συντομότερος Χρόνος Λήξης (ΣΧΛ) κάθε δραστηριότητας προκύπτει αν στον ΣΧΕ προσθέσουμε την προβλεπόμενη διάρκεια της δραστηριότητας.
- Για δραστηριότητες που έχουν μία ή περισσότερες προαπαιτούμενες δραστηριότητες ο Συντομότερος Χρόνος Έναρξης καθορίζεται από το μεγαλύτερο από τους ΣΧΛ των προαπαιτούμενων δραστηριοτήτων. Αυτό είναι ευνόητο διότι αν μία δραστηριότητα έχει περισσότερες από μία προαπαιτούμενης, δεν είναι δυνατό να αρχίσει παρά μόνο αφού τελειώσει και η τελευταία από τις προαπαιτούμενες δραστηριότητες.

Οι υπολογισμοί για τον Αργότερο Χρόνο Έναρξης (ΑΧΕ) και Λήξης (ΑΧΛ) γίνονται ξεκινώντας από τις τελευταίες δραστηριότητες του έργου και προχωρώντας προς την αρχή του έργου, σύμφωνα με τους εξής κανόνες:

- Κατ' αρχήν ο Αργότερος Χρόνος Λήξης (ΑΧΛ) για τις τελευταίες δραστηριότητες του έργου (που δεν ακολουθούνται από άλλες δραστηριότητες) είναι ο χρόνος διάρκειας του έργου.
- Ο Αργότερος Χρόνος Έναρξης (ΑΧΕ) κάθε δραστηριότητας βρίσκεται αν αφαιρέσουμε από τον ΑΧΛ την προβλεπόμενη διάρκεια κάθε δραστηριότητας.
- Για δραστηριότητες που ακολουθούνται από μία ή περισσότερες δραστηριότητες ΑΧΛ είναι ο μικρότερος από τους ΑΧΕ των δραστηριοτήτων που ακολουθούν. Αυτό είναι ευνόητο διότι καμία από τις δραστηριότητες που ακολουθούν δεν μπορεί να αρχίσει εκτός και αν περατωθεί αυτή που προηγείται. Άρα αυτή που προηγείται θα πρέπει να έχει τελειώσει προτού αρχίσει η πρώτη από αυτές που έπονται.

Το περιθώριο είναι η διαφορά μεταξύ των Συντομότερων και Αργότερων χρόνων Έναρξης και λήξης κάθε μίας δραστηριότητας. Για ορισμένες δραστηριότητες το περιθώριο αυτό είναι 0. αυτές είναι οι κρίσιμες δραστηριότητες οι οποίες καθορίζουν την κρίσιμη διαδρομή. Για τις κρίσιμες διαδρομές δεν υπάρχουν περιθώρια διακύμανσης στο χρόνο έναρξης και λήξης τους.

Κάθε καθυστέρηση σε μία από τις κρίσιμες δραστηριότητες επηρεάζει αμέσως όλο το έργο. Άρα αυτές είναι οι δραστηριότητες που θα πρέπει να παρακολουθηθούν στενότερα για να μη σημειωθούν καθυστερήσεις στην εκτέλεση του έργου.

Όπως είδαμε η ανάλυση PERT/CPM δίνει κατ' αρχήν τις εξής πληροφορίες σχετικά με την εκτέλεση ενός έργου:

- Ποιος είναι ο ελάχιστος χρόνος εκτέλεσης όλου του έργου.
- Πότε πρέπει να αρχίσει η κάθε μία από τις δραστηριότητες του έργου (Χρονοπρόγραμμα Δραστηριοτήτων).
- Ποιες δραστηριότητες είναι κρίσιμες για την εκτέλεση του έργου χωρίς να σημειωθούν καθυστερήσεις.
- Ποια είναι τα περιθώρια καθυστέρησης στις μη κρίσιμες δραστηριότητες.

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης PERT/CPM δίνουν χρήσιμες πληροφορίες στη διοίκηση για το σχεδιασμό των δραστηριοτήτων ενός έργου.

Στη διάρκεια εκτέλεσης ενός έργου η διοίκηση χρειάζεται «εργαλεία» ελέγχου της πορείας των δραστηριοτήτων του έργου. Το πιο συνηθισμένο εργαλείο παρακολούθησης της προόδου ενός έργου είναι το διάγραμμα Gantt.

Στο διάγραμμα Gantt κάθε δραστηριότητα του έργου παριστάνεται με μία οριζόντια ράβδο, το μήκος της οποίας είναι ανάλογο με τη διάρκεια της δραστηριότητας. Ο οριζόντιος άξονας παριστάνει τον ημερολογιακό χρόνο. Το διάγραμμα Gantt μας δίνει μια συνολική εικόνα όλων των δραστηριοτήτων του έργου.

Σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή ο υπεύθυνος του έργου μπορεί να χαράξει μία κατακόρυφη γραμμή στην αντίστοιχη μέρα (ή εβδομάδα κ.ο.κ) και να ελέγξει ποιες δραστηριότητες έχουν καθυστερήσει και κατά πόσο.

#### 1.4 ΔΕΝΔΡΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Συχνά οι διοικητικοί φορείς αντιμετωπίζουν πολυσύνθετα προβλήματα που δεν μπορούν να εμφανισθούν με τη μορφή μήτρας αποτελεσμάτων. Γιατί η δομή τους είναι πολυσταδιακή, με την έννοια ότι αποτελείται από μια ακολουθία αποφάσεων (ενεργειών) που παίρνονται σε διαδοχικά χρονικά σημεία, κάθε δε απόφαση επηρεάζει τα αναμενόμενα αποτελέσματα, καθώς και τις μελλοντικές αποφάσεις. Στις περιπτώσεις αυτές ακολουθείται η διαδικασία του δυναμικού προγραμματισμού.

Ο δυναμικός προγραμματισμός, ως τεχνική του μαθηματικού προγραμματισμού και ο ίδιος προγραμματισμός ως τεχνική των δένδρων αποφάσεων εφαρμόζονται στα ίδια ακριβώς προβλήματα. Στην πρώτη τεχνική είναι σημαντική η συμμετοχή των μαθηματικών, διαφέρει ο τρόπος υπολογισμού των αναμενόμενων αποτελεσμάτων και η εφαρμογή της συνιστάται στην περίπτωση που το πρόβλημα έχει πάρα πολλά στάδια και πολλές εκβάσεις (καταστάσεις της φύσης) σε κάθε στάδιο, έτσι ώστε το δένδρο να είναι πολύ μεγάλο ή πολύ δύσκολο να διαμορφωθεί.

Η επίλυση αυτής της κατηγορίας προβλημάτων είναι δύσκολη για τους παρακάτω κυρίως λόγους:

1) Για να εκτελεσθεί κάθε μία από τις επιμέρους ενέργειες και να πραγματοποιηθούν τα αντίστοιχα αποτελέσματα χρειάζεται, συνήθως, μία ορισμένη χρονική διάρκεια, έτσι ώστε

τελικά ο συνολικός χρόνος που είναι απαραίτητος για την ολοκλήρωση μιας εναλλακτικής λύσης μπορεί να είναι αρκετά μακρύς. Η παρέλευση όμως γενικά του χρόνου ασκεί επίδραση τόσο στα αναμενόμενα αποτελέσματα, που εκφράζονται συνήθως σε χρήμα, όσο και στις πιθανότητες που παίρνουμε υπόψη στο συγκεκριμένο πρόβλημα, καθώς επίσης και στην ανάγκη συγκέντρωσης περισσότερων πληροφοριών σχετικών με το «περιβάλλον» του διοικητικού στελέχους που αποφασίζει.

2) Η λήψη μιας απόφασης εξαρτάται από την προηγούμενη απόφαση και επηρεάζει τις επόμενες αποφάσεις, αλλά και τις τυχόν ενδεχόμενες εκβάσεις.

3) Εξάλλου, είναι ήδη δύσκολη η εκτίμηση των πιθανοτήτων εμφάνισης των διαφόρων καταστάσεων της φύσης που είναι δυνατόν να αντιμετωπισθούν κατά τη λήψη μιας μόνο απόφασης. Έτσι, όταν έχουμε να αξιολογήσουμε μια σειρά ενεργειών και να εκτιμήσουμε τις πιθανότητες εμφάνισης των αντίστοιχων καταστάσεων της φύσης, τότε οι δυσκολίες είναι πολύ πιο μεγάλες.

Το μοντέλο του δένδρου αποφάσεων, που εμφανίζεται με τη μορφή σημείων λήψης αποφάσεων και κόμβων των αντίστοιχων πιθανών αποτελεσμάτων, διαρθρώνει, συστηματοποιεί και εκφράζει δυναμικά τους παράγοντες που αποτελούν το «περιβάλλον» μιας απόφασης, έτσι ώστε τα συνθετικά στοιχεία του προβλήματος ν' αποτελούν μια διαχρονική ακολουθία αλληλοεξαρτώμενων αποφάσεων και πιθανών εκβάσεων.

Στο σημείο αυτό θα θέλαμε να παρατηρήσουμε ότι το σχετικό διάγραμμα ονομάζεται «δένδρο αποφάσεων» επειδή απεικονίζει τα δεδομένα του προβλήματος γραφικά, με τη μορφή δένδρου και συγκεκριμένα στην οριζόντια θέση του (δενδροδιάγραμμα). Η όλη δε διαδικασία χρησιμοποίησης αυτού του διαγράμματος, που αποτελεί στην ουσία υλοποίηση της διαδικασίας λήψης αποφάσεων, όπως την περιγράψαμε παραπάνω, ονομάζεται ανάλυση δένδρων αποφάσεων.

Τα βασικά πλεονεκτήματα αυτής της ανάλυσης, είναι:

1) Αποτελεί τον καλύτερο τρόπο περιγραφής του συγκεκριμένου προβλήματος γιατί παρουσιάζει κάθε ενέργεια (απόφαση), καθώς και τις αντίστοιχες δεδομένες εκβάσεις με σαφήνεια και απλότητα. Έτσι, έχουμε μία βάση για συζήτηση με σκοπό τη λήψη απόφασης καλύτερης ποιότητας.

2) Το υπόδειγμα του δένδρου αποφάσεων διακρίνεται για τη δυνατότητα προσαρμογής στις μεταβαλλόμενες συνθήκες του περιβάλλοντος. Ειδικότερα, διευκολύνει

τη διενέργεια πειραματισμών ή την εκτέλεση τυχόν άλλων δραστηριοτήτων, καθώς και την προσθήκη άλλων πιθανών εκβάσεων (καταστάσεων της φύσης) κάτω από το φως νέων πληροφοριών.

3) Διευκολύνει τον εντοπισμό των ευαίσθητων σημείων των διαφόρων ενεργειών (στρατηγικών) που χρειάζονται ιδιαίτερη προσοχή και αντιμετώπιση. Μ' αυτό δε τον τρόπο συμβάλλει στην άσκηση «διοίκησης με βάση τις εξαιρέσεις» (management-by exception).

4) Βελτιώνει σημαντικά τις αναλυτικές ικανότητες του διοικητικού φορέα που αποφασίζει, καθώς και τη δυνατότητα συστηματοποίησης της σκέψης του με αποτέλεσμα να οδηγείται στη λήψη ορθολογικών αποφάσεων.

5) Η τεχνική αυτή επιδέχεται επεξεργασία από τον ηλεκτρονικό υπολογιστή.

6) Τέλος, πρόκειται για μια τεχνική που μπορεί εύκολα να κατανοηθεί και να εφαρμοσθεί σε πολλά και ποικύλα προβλήματα από οποιδήποτε διοικητικό φορέα.

Κάθε δένδρο αποφάσεων διαμορφώνεται σύμφωνα με το συγκεκριμένο πρόβλημα στο οποίο αναφέρεται και αποτελεί μια απεικόνισή του. Γι' αυτό το λόγο δεν είναι δυνατόν να δώσουμε ένα γενικό υπόδειγμα «δένδρον αποφάσεων». Μπορούμε όμως να έχουμε μερικές κατευθυντήριες γραμμές που βοηθούν σημαντικά στην κατασκευή του δένδρου αποφάσεων.

Τα βασικά στοιχεία ενός δένδρου αποφάσεων είναι:



= Σημείο λήψης αποφάσεων, συνήθως μετά από μία έκβαση ή μετά από μία απόφαση.



= Κλώνος ο οποίος εμφανίζει την εναλλακτική στρατηγική που μπορεί να επιλεγεί στο συγκεκριμένο σημείο απόφασης.



= Κόμβος δυνατών εκβάσεων (καταστάσεων της φύσης), συνήθως μετά από κάθε στρατηγική ή μετά από προηγούμενη έκβαση.

 = Κλόνος πιθανής έκβασης ο οποίος εμφανίζει μία κατάσταση της φύσης που μπορεί να εμφανισθεί στο συγκεκριμένο κόμβο δυνατών εκβάσεων.

 = Σημείο πέρατος (τέλους).

**A** = Αξία που αντιστοιχεί σε κάθε κλόνο απόφασης ή δυνατής έκβασης.

**P** = Πιθανότητα εμφάνισης μιας κατάστασης της φύσης.

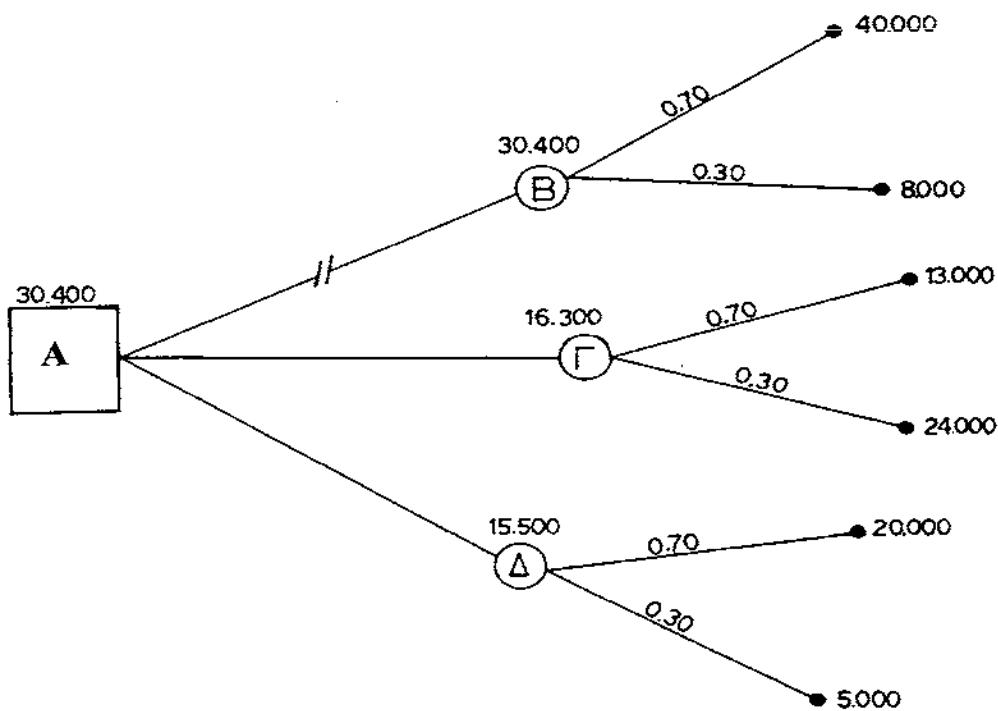
#### Σχήμα 6.: Βασικά στοιχεία δένδρου αποφάσεων

##### Παράδειγμα «δένδρου αποφάσεων»

Έστω ότι έχουμε την παρακάτω μήτρα απόδοσης:

Στρατηγικές	Καταστάσεις της φύσης	
	$\Phi_1(P_1=0,70)$	$\Phi_2(P_2=0,30)$
$\Sigma_1$	40.000	8.000
$\Sigma_2$	13.000	24.000
$\Sigma_3$	20.000	5.000

Η μήτρα αυτή απόδοσης μπορεί να απεικονισθεί γραφικά με τη μορφή δένδρου αποφάσεων όπως παρακάτω:



Σχήμα 7.: Γραφική απεικόνιση με τη μορφή δένδρου αποφάσεων της μήτρας απόδοσης στο παράδειγμα «δένδρου αποφάσεων».

Η διαμόρφωση κάθε δένδρου αποφάσεων αρχίζει από τα αριστερά προς τα δεξιά μ' ένα σημείο λήψης αποφάσεων. Αφού δε «λήψη αποφάσεων» σημαίνει την επιλογή που κάνουμε μεταξύ δύο τουλάχιστον εναλλακτικών λύσεων, είναι ευνόητο ότι το δένδρο αρχίζει με δύο τουλάχιστον βασικούς «κλώνους» (μία δηλαδή διακλάδωση) π.χ.

- $\Sigma_1$ , να γίνει μία ενέργεια για να αλλάξει η κατάσταση.

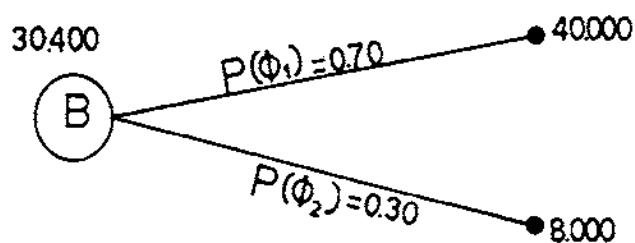
- $\Sigma_2$ , να μη γίνει μία ενέργεια και να παραμείνει η τωρινή κατάσταση.

Υστερα ακολουθούμε κάθε έναν από τους αρχικούς κλώνους και σημειώνουμε με τη μορφή πάλι διακλαδώσεων τις δυνατές εκβάσεις, σε συνέχεια τις ενέργειες που μπορούν να γίνουν κ.ο.κ. Πάνω στον κλόνο κάθε ενέργειας ή κλόνο πιθανής έκβασης σημειώνουμε το αποτέλεσμά της (συνήθως εκφράζεται σε χρήμα). Επίσης, γράφουμε τις πιθανότητες των διαφόρων καταστάσεων της φύσης (εκβάσεων).

Όταν το δένδρο είναι έτοιμο προβαίνουμε σε έλεγχο των εγγραφών που έγιναν και όστερα προσπαθούμε, μετά από προσεκτική μελέτη των δεδομένων που έχουμε στη διάθεσή μας να περιορίσουμε όσο είναι δυνατόν τις διαστάσεις του δένδρου (δηλαδή τις διακλαδώσεις). Γι' αυτό το σκοπό αναπτύχθηκαν και διάφορες τεχνικές.

Μετά τη διαμόρφωση του δένδρου αποφάσεων αρχίζει η επίλυση αυτού, η οποία αρχίζει από το τέλος του διαγράμματος (δεξιά) προς την αρχή αυτού (αριστερά). Ειδικότερα:

1)Σε κάθε κόμβο δυνατών εκβάσεων (Ο) σημειώνουμε την αναμενόμενη αξία όπως παρακάτω:



Σχήμα 8.: Απεικόνιση αναμενόμενης αξίας στον κόμβο B του δένδρου αποφάσεων στο παράδειγμα «δένδρου αποφάσεων».

2)Εξάλλου, σε κάθε σημείο «λήψης αποφάσεων» βάζουμε τη μεγαλύτερη αναμενόμενη αξία, όταν εκφράζει κέρδη (ή την μικρότερη, όταν εκφράζει κόστος), που προκύπτει από τις συγκεκριμένες ενέργειες, δηλαδή «κλώνους», που ξεκινούν από το σημείο αυτό. Έτσι, προσδιορίζουμε τελικά το «βέλτιστο δρομολόγιο», δηλαδή τη σειρά ενεργειών που θα πρέπει να γίνουν για να έχουμε την καλύτερη δυνατή λύση του προβλήματός μας.

3) Εάν έχουμε αμφιβολίες για ορισμένες πιθανότητες, μπορούμε να κάνουμε όλους αυτούς τους υπολογισμούς βάζοντας άλλες πιθανότητες, για να διαπιστώσουμε την επίδραση της αλλαγής αυτής των πιθανοτήτων πάνω στο «βέλτιστο δρομολόγιο». Αν μία μικρή αλλαγή στην εκτίμηση των πιθανοτήτων μεταβάλλει τελείως το δρομολόγιο που δίνει τη «βέλτιστη λύση», τότε, αφού επισημάνουμε το κρίσιμο πεδίο, θα προσπαθήσουμε να συγκεντρώσουμε περισσότερες σχετικές μ' αυτό πληροφορίες και θα μελετήσουμε από την αρχή το όλο πρόβλημα πιο προσεκτικά.

## 1.5 ΑΝΑΛΥΣΗ MARKOV

Στα προηγούμενα κεφάλαια θεωρούσαμε τις πιθανότητες εμφάνισης των διαφόρων καταστάσεων της φύσης σταθερές. Άλλαγή μπορούσε να σημειωθεί μόνο κάτω από το φως νέων (πρόσθετων) πληροφοριών, οπότε με την εφαρμογή του τύπου Bayes, αναθεωρούσαμε τις «εκ των προτέρων» πιθανότητες σε πιθανότητες «εκ των υστέρων».

Σε ορισμένα όμως προβλήματα οι πιθανότητες εμφάνισης των καταστάσεων της φύσης, μετά από κάθε ενέργεια-λύση, είναι ανάγκη να τροποποιηθούν, με βάση την κατάσταση που εμφανίσθηκε στην αμέσως προηγούμενη χρονική περίοδο (ή στις αμέσως προηγούμενες δύο ή τρεις κλπ. χρονικές περιόδους, φάσεις ή στάδια). Η τεχνική που συνήθως χρησιμοποιείται για την αντιμετώπιση αυτών των προβλημάτων είναι η ανάλυση διαδικασία (ή αλυσίδα) Markov, η οποία αποτελεί επίσης στοχαστική διαδικασία γιατί και αυτή εξελίσσεται με βάση τις πιθανότητες.

Έτσι, σύμφωνα με την ανάλυση Markov:

α) Αφού η έκβαση κάθε ενέργειας-λύσης εξαρτάται από την έκβαση της αμέσως προηγούμενης ενέργειας-λύσης, οι πιθανότητες εμφάνισης των διαφόρων καταστάσεων της φύσης είναι πιθανότητες «υπό συνθήκη» (desmēnumenēs) και συνήθως ονομάζονται «πιθανότητες μετάβασης» (transition probabilities). Ένας εύχρηστος τρόπος παρουσίασης αυτών των πιθανοτήτων είναι το «διάγραμμα μετάβασης» (transition diagram).

β) Η διαδικασία αρχίζει από μια δεδομένη κατάσταση και αφού γνωρίζουμε τις πιθανότητες μετάβασης από τη μια κατάσταση στην άλλη, μπορούμε να καθορίσουμε και τις πιθανότητες σχετικά με την όλη διαδοχή των συγκεκριμένων καταστάσεων? Έτσι, θα μπορούσαμε να πούμε ότι οι πιθανότητες μετάβασης περιγράφουν τον τρόπο με τον οποίο ένα σύστημα μεταβάλλεται από τη μια χρονική περίοδο στην επόμενη χρονική περίοδο. Επιπλέον, είναι δυνατό να καθορισθούν οι πιθανότητες που έχει αυτό το σύστημα να βρίσκεται σε μια ορισμένη κατάσταση, στη διάρκεια μιας συγκεκριμένης χρονικής περιόδου.

Η Μαρκοβιανή Ανάλυση στηρίζεται στις εξής παραδοχές:

- Το σύνολο των πιθανών καταστάσεων στις οποίες μπορεί να βρίσκεται το υπό μελέτη σύστημα είναι πεπερασμένο.

Για παράδειγμα οι επιλογές που έχει ένας καταναλωτής σε ότι αφορά τον τύπο του απορρυπαντικού που χρησιμοποιεί είναι γνωστές και συγκεκριμένες. Σε κάθε δεδομένη στιγμή επιλέγει ένα από τους διαθέσιμους τύπους.

2. Η πιθανότητες για τη μεταπήδηση από τη μία κατάσταση σε μία άλλη παραμένουν σταθερές στη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα που αφορούν την ανάλυση του συστήματος.

Ας υποθέσουμε, με βάση το προηγούμενο παράδειγμα, ότι τα αποτελέσματα μίας έρευνας έδειξαν ότι στη διάρκεια της προηγούμενης εβδομάδας το 2% των καταναλωτών που χρησιμοποίησαν τον Α τύπο απορρυπαντικού, άλλαξαν προτίμηση και χρησιμοποιούν τώρα το απορρυπαντικό Β. Αν στόχος της μελέτης είναι η εκτίμηση των μεριδίων αγοράς μετά από 2 μήνες, υποθέτουμε ότι η πιθανότητα αλλαγής από το Α στο Β προϊόν παραμένει η ίδια για όλη τη διάρκεια της μελέτης.

3. Το σύστημα παραμένει αναλλοίωτο όσον αφορά το μέγεθός του και τη σύνθεσή του στην διάρκεια της μελέτης.

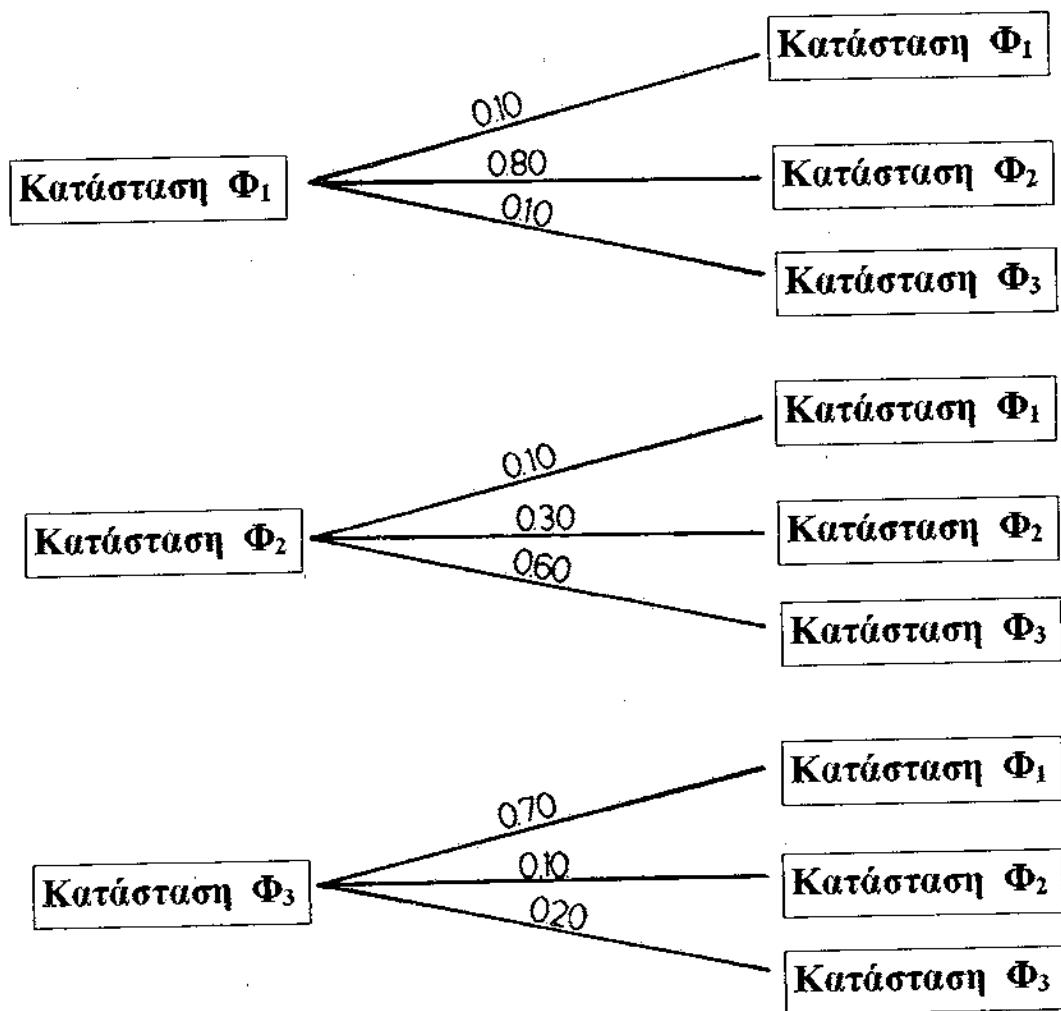
Αναφερόμενοι στο ίδιο παράδειγμα, έστω ότι ο καταναλωτής έχει να επιλέξει μεταξύ 5 ανταγωνιστικών προϊόντων. Υποθέτουμε ότι στη διάρκεια της μελέτης δεν θα υπάρξουν νέα προϊόντα.

#### Παράδειγμα «ανάλυση Markov»:

Έστω ότι έχουμε την παρακάτω μήτρα μετάβασης (transition matrix).

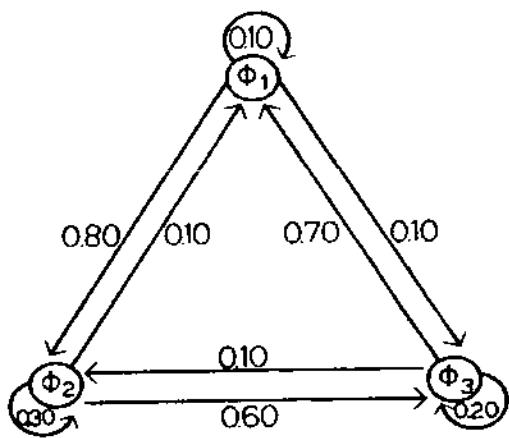
Από \ Προς	$\Phi_1$	$\Phi_2$	$\Phi_3$
$\Phi_1$	0,10	0,10	0,70
$\Phi_2$	0,80	0,30	0,10
$\Phi_3$	0,10	0,60	0,20

Για να κατασκευάσουμε μία αλυσίδα Markov, πρέπει να καθορίσουμε το σημείο αφετηρίας, δηλαδή την αρχική κατάσταση, διότι, σύμφωνα με την παραπάνω μήτρα, εάν η αρχική κατάσταση είναι η  $\Phi_1$  ή η  $\Phi_2$  ή η  $\Phi_3$ , θα έχουμε:



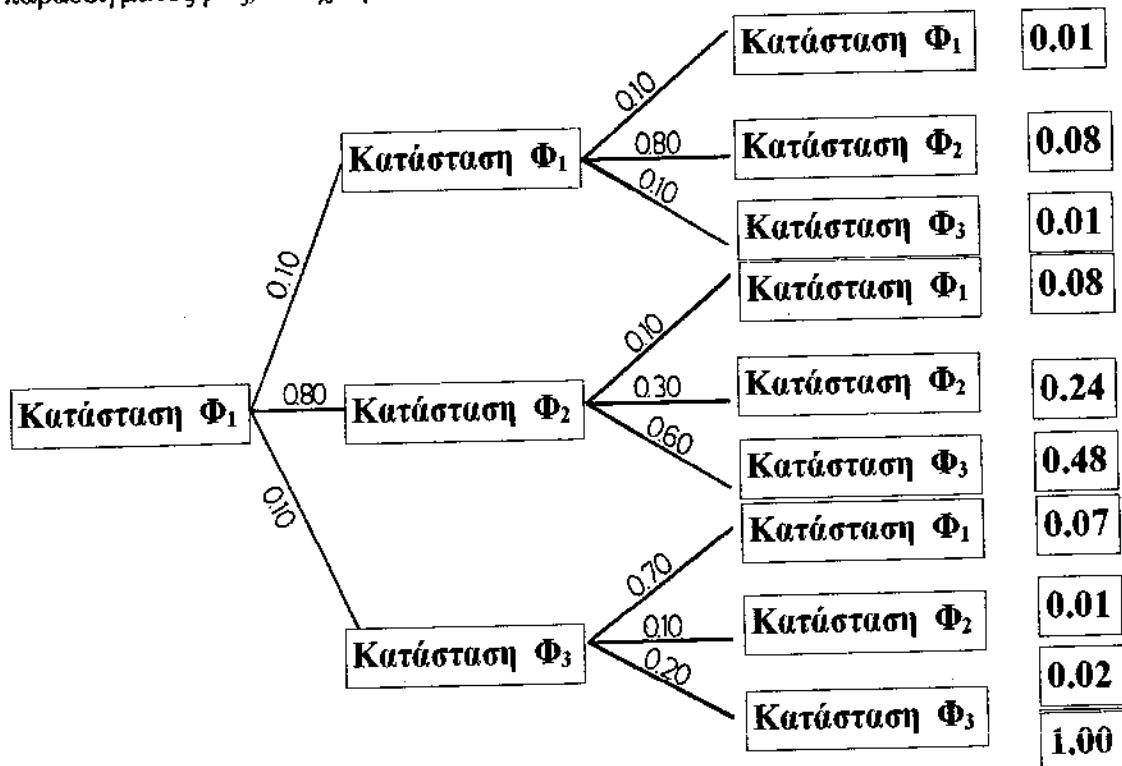
Σχήμα 9.: Γραφική απεικόνιση αλυσίδας Markov της μήτρας μετάβασης του παραδείγματος «ανάλυση Markov».

Σύμφωνα με τα παραπάνω δεδομένα, μπορούμε να κατασκευάσουμε το επόμενο «διάγραμμα μετάβασης», στο οποίο τα τόξα εμφανίζουν τις ενδεχόμενες καταστάσεις προς τις οποίες μπορεί να οδηγήσει η διαδικασία από μια δεδομένη κατάσταση.



Σχήμα 10.: Γραφική απεικόνιση του διαγράμματος μετάβασης της μήτρας μετάβασης του παραδείγματος «ανάλυση Markov».

Αν υποθέσουμε ότι η διαδικασία αρχίζει από την κατάσταση  $\Phi_1$ , τότε για τις δύο επόμενες διαδοχικές περιόδους (φάσεις ή στάδια), με βάση τις πιθανότητες μετάβασης του παραδείγματός μας, θα έχουμε:



Σχήμα 11.: Διάγραμμα μετάβασης με αρχική κατάσταση  $\Phi_1$  του παραδείγματος «ανάλυση Markov».

Από το προηγούμενο διάγραμμα προκύπτει ότι:

- Η πιθανότητα να καταλήξει η διαδικασία στο τέλος της δεύτερης περιόδου στην κατάσταση  $\Phi_1$  είναι  $P(\Phi_1) = 0,01 + 0,08 + 0,07 = 0,16$ .
- Η πιθανότητα να βρεθεί στην κατάσταση  $\Phi_2$  είναι ίση με 0,33, διότι  $0,08 + 0,24 = 0,33$ .
- Η πιθανότητα να βρεθεί στην κατάσταση  $\Phi_3$  είναι η μεγαλύτερη, δηλαδή ίση με 0,51, διότι  $0,01 + 0,048 + 0,02 = 0,51$ .

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ**

### **2.1 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ**

Η προσομοίωση είναι μία μέθοδος επιχειρησιακής έρευνας που χρησιμοποιείται αρκετά συχνά για την επίλυση προβλημάτων και πολλές φορές αντικαθιστά ή υποκαθιστά τη χρήση αναλυτικών μαθηματικών μοντέλων στη μελέτη σύνθετων επιχειρησιακών προβλημάτων.

Η μέθοδος της προσομοίωσης δημιουργήθηκε λόγω των τεραστίων προβλημάτων που συναντούσαν οι επιστήμονες κατά τη μαθηματική μελέτη της συμπεριφοράς και της λειτουργίας των μεγάλων συστημάτων, η περιγραφή των οποίων οδηγούσε σε περίπλοκες μαθηματικές εξισώσεις που η επίλυσή τους ήταν αδύνατη ή θα είχε ως αποτέλεσμα την απώλεια χρόνου.

Ένας ορισμός, που βοηθά για την πληρέστερη κατανόηση της έννοιας προσομοίωσης, είναι ο ακόλουθος:

Προσομοίωση είναι η αναπαράσταση μερικών χαρακτηριστικών συμπεριφοράς ενός φυσικού συστήματος με συμπεριφορά ενός άλλου εικονικού συστήματος.

Γενικώς, στα μοντέλα προσομοίωσης χρησιμοποιούνται μέθοδοι που είναι επαγγελματικές και στηρίζονται στην τυχαία δειγματοληψία. Παίρνοντας τυχαία δείγματα είναι δυνατόν να περιγραφεί το «τι συμβαίνει» στο σύστημα που προσομοιώνεται, για μια επιλεγμένη χρονική περίοδο και κάτω από ποικίλους υποθετικούς όρους.

Η βασική ιδέα της προσομοίωσης είναι να αξιοποιήσει κάποια τεχνάσματα για την απομίμηση ενός πραγματικού συστήματος με σκοπό τη μελέτη και κατανόηση των ιδιοτήτων του, της συμπεριφοράς και των χαρακτηριστικών της λειτουργίας του.

Για παράδειγμα εξετάζουμε τα χαρακτηριστικά λειτουργίας ενός νέου αεροπλάνου με την απομίμηση ( προσομοίωση ) των προϋποθέσεων πτήσης σε μια σήραγγα αέρος. Ο λόγος που το κάνουμε αυτό είναι διότι το κόστος πειραματισμού σε πραγματικές συνθήκες θα ήταν πάρα πολύ υψηλό και πιθανόν να έθετε σε κίνδυνο ανθρώπινες ζωές.

Στο χώρο των επιχειρησιακών προβλημάτων μπορούμε να προσομοιώσουμε τη συμπεριφορά ενός συστήματος τήρησης αποθεμάτων με πειραματισμό πάνω σ' ένα μαθηματικό μοντέλο, το οποίο αναπαριστά το σύστημα. Μπορούμε επίσης να

πειραματισθούμε προσομοίωνοντας τη λειτουργία μιας τράπεζας με διαφορετικά σχήματα λειτουργίας των ταμείων της: μία ουρά αναμονής, διαχωρισμός των ταμείων ανά είδος συναλλαγής κ.ο.κ. Είναι ευνόητο ότι τέτοιοι πειραματισμοί δεν μπορούν να γίνουν με το πραγματικό υπό εξέταση σύστημα.

Ο πειραματισμός σε ένα σύστημα προσομοίωσης μπορεί να εκτελεσθεί πάνω σε κάποιο φυσικό μοντέλο όπως ο έλεγχος του αεροπλάνου στη σήραγγα αέρος (εικονική προσομοίωση) ή πάνω σε ηλεκτρονικά ή υδραυλικά αναλογικά μοντέλα διαδικασιών παραγωγής ή οικονομικών συστημάτων (αναλογική προσομοίωση) ή πάνω σ' ένα μάθηματικό μοντέλο κάποιου πραγματικού συστήματος, όπως έλεγχος αποθεμάτων, σχέδιο επένδυσης, προγραμματισμός παραγωγής (συμβολική προσομοίωση).

Ο σκοπός πάντα είναι η μελέτη, η ανάλυση και η κατανόηση της συμπεριφοράς του πραγματικού συστήματος μέσω των δοκιμών ή του ελέγχου του μοντέλου κάτω από ποικίλες συνθήκες λειτουργίας. Η τελευταία κατηγορία είναι αυτή που χρησιμοποιείται στην προσομοίωση επιχειρησιακών προβλημάτων.

Η προσομοίωση, που βασίζεται σε μαθηματικά μοντέλα, μπορεί να είναι προκαθορισμένη ή πιθανολογική.

- Προκαθορισμένη (Deterministic) Προσομοίωση

Το βασικό χαρακτηριστικό των μοντέλων προκαθορισμένης προσομοίωσης είναι ότι οι τιμές των μεταβλητών λαμβάνουν συγκεκριμένες τιμές. Δηλαδή η προκαθορισμένη προσομοίωση έχει να κάνει με την προσπάθεια της εξέτασης της συμπεριφοράς ενός συστήματος όταν κάποιες μεταβλητές που το επηρεάζουν παίρνουν συγκεκριμένες τιμές.

Παράδειγμα προκαθορισμένης προσομοίωσης είναι:

Ανάλυση ευαισθησίας

Συνήθως οι διευθυντές επιχειρήσεων καταφέύγουν στην ανάλυση του τύπου «τι θα συμβεί αν...» όταν μελετούν τα προγράμματα χρηματοδότησης, τα σχέδια επενδύσεων, τους μηνιαίους προϋπολογισμούς κ.τ.λ. Ετσι προσπαθούν να πάρουν απαντήσεις στο ερώτημα πως θα επιδράσουν στα παραπάνω μεγάθη γεγονότα όπως π.χ. η αύξηση των επιτοκίων κατά 2 μονάδες, η πιθανή υποτίμηση ενός νομίσματος, η αύξηση του πληθωρισμού, ή τι θα συμβεί αν η τιμή του πετρελαίου αυξηθεί κατά 15% το επόμενο έτος.

- Πιθανολογική (Stochastic) Προσομοίωση

Η πιθανολογική προσομοίωση έχει να κάνει με τυχαία φαινόμενα. Δηλαδή όταν το πραγματικό σύστημα επηρεάζεται από κάποιες μεταβλητές οι οποίες παρουσιάζουν συνεχείς διακυμάνσεις, όπως για παράδειγμα οι χρόνοι άφιξης των πελατών σε μία τράπεζα, η ημερήσια ζήτηση για ένα προϊόν κ.ά. Σε αυτή την περίπτωση η τυχαία διακύμανση αυτών των μεταβλητών υποτίθεται ότι ακολουθεί κάποια κατανομή πιθανοτήτων (εμπειρική ή θεωρητική).

Τότε συνήθως βασιζόμενοι στην αρχή της τυχαίας δειγματοληψίας αντικαθιστούμε στο μαθηματικό μοντέλο τις στοχαστικές μεταβλητές με τυχαίες τιμές σε διάφορες χρονικές στιγμές και κάτω από διαφορετικές συνθήκες ( οι τυχαίες τιμές για κάθε μεταβλητή καταλήγουν σε μια κατανομή πιθανότητας η οποία απομιμείται την πραγματικότητα). Ακόμη περισσότερο μεταβάλλοντας τις τιμές κάποιων παραμέτρων και τών ανεξαρτήτων μεταβλητών και επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία του τυχαίου δείγματος, μπορούμε να εκτιμήσουμε την επίδρασή τους στη στοχαστική μεταβλητή.

Η μέθοδος της προσομοίωσης όπως έχει αναφερθεί, εφαρμόζεται κατά την περιγραφή συστημάτων στα οποία συναντάμε δυσκολίες στην ανάλυσή τους. Η εφαρμογή της περιλαμβάνει την κατασκευή ενός του συστήματος, το οποίο θέλουμε να μελετήσουμε και πάνω στο οποίο μπορούμε να δοκιμάσουμε εναλλακτικούς τρόπους δράσης που για διαφόρους λόγους δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε στο κυρίως σύστημα. Η μέθοδος της προσομοίωσης μας επιτρέπει, επίσης, να παρατηρήσουμε τη συμπεριφορά ενός συστήματος μέσα από τον εντοπισμό ων βασικών χαρακτηριστικών του, έτσι ώστε να αποκτήσουμε μια πληρέστερη εικόνα του συστήματος.

Στα μοντέλα προσομοίωσης, σε αντίθεση με τα αναλυτικά μοντέλα, η λύση του προβλήματος δεν προκύπτει αφαιρετικά αλλά με πειραματισμό που περιλαμβάνει την εισαγωγή στο μοντέλο καθορισμένων τιμών των στοχαστικών μεταβλητών, κάτω από υποθετικούς όρους, και κατόπιν την παρατήρηση των επιδράσεών τους πάνω στις μεταβλητές κριτηρίου.

Στοχαστική ονομάζεται μια μεταβλητή όταν παίρνει τιμές μέσα από κάποιο σύνολο τιμών οι οποίες όμως δεν μπορούν να προβλεφθούν-παρουσιάζουν δηλαδή τυχαίες διακυμάνσεις οι οποίες μπορούν να περιγραφτούν μέσω μιας στατιστικής κατανομής.

Μεταβλητή κριτηρίου ονομάζεται κάθε εξαρτημένη μεταβλητή της οποία οι τιμές παρακολουθούνται για την μελέτη και εξαγωγή συμπερασμάτων. Η αντικειμενική συνάρτηση είναι για παράδειγμα μία μεταβλητή κριτηρίου. Σε ένα μοντέλο προσομοίωσης σε αντίθεση με τα αναλυτικά μοντέλα όπου επιδιώκουμε την βελτιστοποίηση μίας ποσότητας που εκφράζεται μέσω της αντικειμενικής συνάρτησης, μπορεί να επιθυμούμε να παρακολουθούμε τη συμπεριφορά περισσοτέρων της μίας μεταβλητών.

Τα αναλυτικά μοντέλα είναι πολύ ισχυρά και χρήσιμα «εργαλεία» σε πολλές περιπτώσεις εφαρμογών. Εντούτοις έχουν κάποιους σοβαρούς περιορισμούς, οι οποίουδιατεροι από τους οποίους είναι:

- Στερούνται ικανότητας καθορισμού της διαχρονικής συμπεριφοράς του συστήματος. Τα αναλυτικά δίνουν στον ενδιαφερόμενο μόνο τη γενική λύση του συγκεκριμένου προβλήματος-μία λύση που μπορεί να είναι μοναδική και βέλτιστη, όμως δεν ορίζει κάποιες διαδικασίες λειτουργίας για χρονικά διαστήματα μικρότερα ή μεγαλύτερα από τον σχεδιασμένο ορίζοντα. Για παράδειγμα η λύση ενός προβλήματος παραγωγής με γραμμικό προγραμματισμό και με σχεδιασμένο ορίζοντα ενός έτους, δεν ορίζει κάποιους κανόνες για την αναγωγή της λειτουργίας μήνα προς μήνα, εβδομάδα προς εβδομάδα ή ημέρα προς ημέρα. Ιδιαίτερα δε όταν τα δεδομένα της ζήτησης και παραγωγής παρουσιάζουν τυχαίες διακυμάνσεις. Παρόμοια όταν ένα μοντέλο διατήρησης αποθεμάτων βασίζεται στη μέση ημερήσια ζήτηση, δεν δίνει μια εικόνα για τον κίνδυνο να βρεθεί η επιχείρηση χωρίς στοκ στην περίπτωση κατά την οποία υπάρχουν τυχαίες διακυμάνσεις στη ζήτηση ή καθυστέρηση στις ημερομηνίες παράδοσης. Ετσι αν ο διευθυντής της επιχείρησης επιθυμούσε να έχει κάποια ιδέα για τη χρονική εξέλιξη της συμπεριφοράς του συστήματος διατήρησης αποθεμάτων μάλλον τα αναλυτικά μοντέλα δεν τον εξυπηρετούν.
- Μεγάλα και σύνθετα πραγματικά συστήματα δεν μπορούν να αναπαρασταθούν επαρκώς με τα συνηθισμένα αναλυτικά μοντέλα. Ετσι θα ήταν εξαιρετικά δύσκολο να δημιουργηθεί ένα μοντέλο που να αναπαριστά τον τρόπο ανάπτυξης ενός πολεοδομικού συγκροτήματος και το οποίο να ενσωματώνει επαρκώς τους σχετικούς οικονομικούς, κοινωνικούς και πολιτικούς παράγοντες. Άλλα και αν ακόμη δημιουργηθεί το κατάλληλο μοντέλο ενός τέτοιου σύνθετου συστήματος, θα είναι μάλλον απίθανο να μελετηθεί με τις γνωστές αναλυτικές τεχνικές.

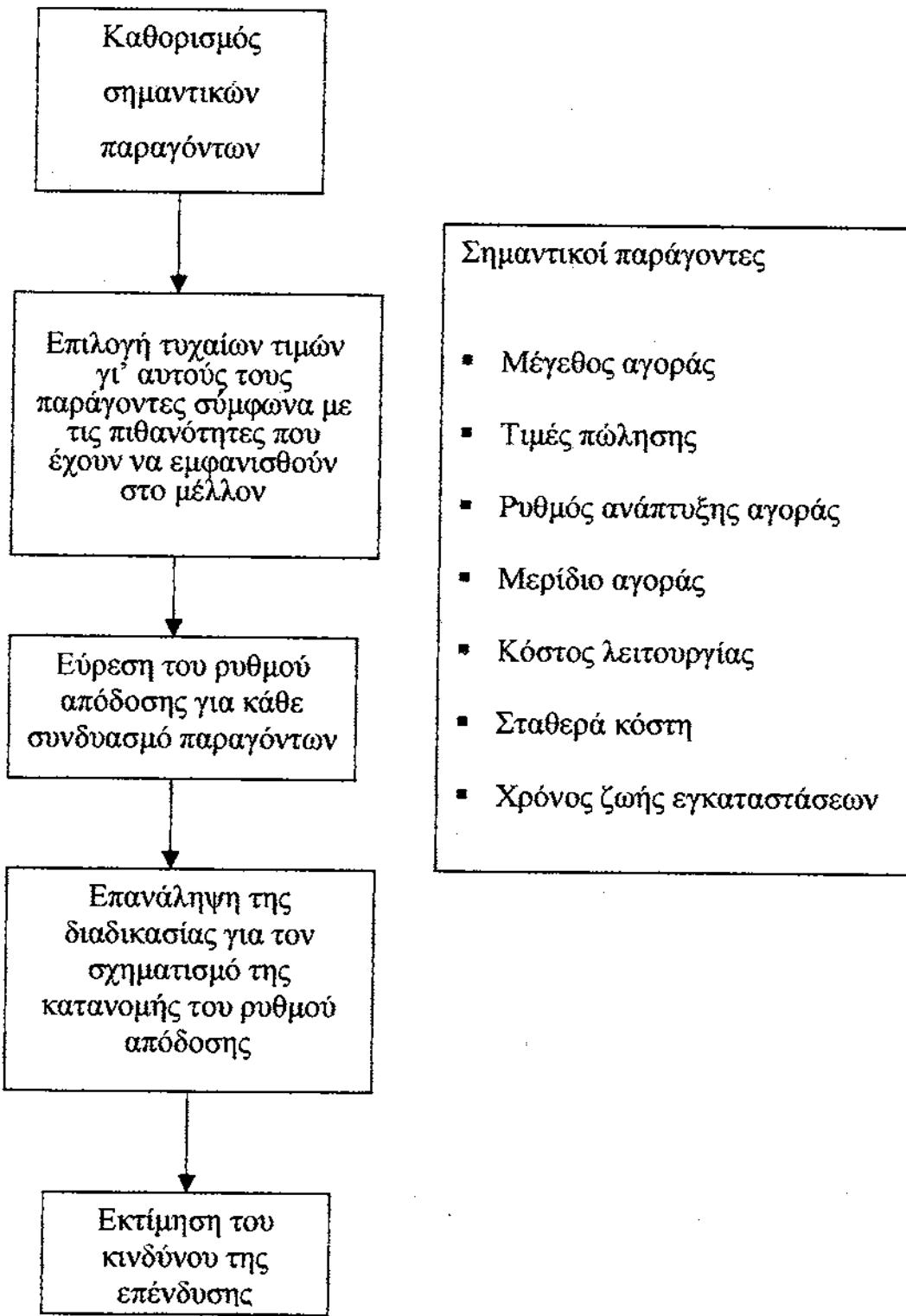
- Ακόμα και σε περιπτώσεις που είναι δυνατή η απεικόνιση ενός σύνθετου επιχειρηματικού προβλήματος με ένα μαθηματικό μοντέλο, η πολυπλοκότητα του μοντέλου μπορεί να είναι τέτοια που να είναι αδύνατη η επίλυσή του με αναλυτικές μεθόδους ή ακόμα και να είναι δυνατή να απαιτείται τεράστιος χρόνος υπολογισμών που να καθιστά τον τρόπο επίλυσης μη πρακτικά εφαρμόσιμο.

Η διαδικασία που χρησιμοποιείται για να προσομοιωθεί ένα στοχαστικό (πιθανολογικό) σύστημα, ένα σύστημα δηλαδή οι παράμετροι του οποίου παρουσιάζουν τυχαίες διακυμάνσεις είναι γνωστή ως «Monte Carlo» προσομοίωση.

Η «Monte Carlo» προσομοίωση είναι ένας πειραματισμός πάνω στα πιθανολογικά συστατικά του συστήματος αυτού με την εφαρμογή κάποιου τεχνάσματος που δίνει τη δυνατότητα να δημιουργηθούν πιθανολογικές ή τυχαίες εκβάσεις. Το τέχνασμα είναι έτσι κατασκευασμένο, ή χρησιμοποιείται με τέτοιο τρόπο, ώστε οι τυχαίες εκβάσεις να βασίζονται και να αντιστοιχούν στην κατανομή πιθανότητας κάθε παραμέτρου του συστήματος. Η δημιουργία των τυχαίων εκβάσεων είναι αποτέλεσμα μιας διαδικασίας τυχαίας δειγματοληψίας.

Μια από τις εφαρμογές της προσομοίωσης σε προβλήματα οικονομικής ανάλυσης, είναι η «ανάλυση κινδύνου» - Risk Analysis. Σκοπός είναι η μελέτη της επίδρασης διαφόρων μεταβαλλόμενων οικονομικών παραγόντων (τιμή πώλησης, μέγεθος αγοράς, πληθωρισμός κ.λ.π.) πάνω σε μια οικονομική παράμετρο όπως η απόδοση μίας επένδυσης (Return on Investment-ROI). Το μοντέλο προσομοίωσης βασίζεται στην προσομοίωση της τυχαίας διακύμανσης με βάση τις αντίστοιχες παραμέτρους και κατόπιν υπολογίζει το ρυθμό απόδοσης της επένδυσης για κάθε τυχαίο συνδυασμό τιμών των στοχαστικών μεταβλητών.

Για κάθε δοκιμή το εξαγόμενο είναι ένας συγκεκριμένος ρυθμός απόδοσης, και έτσι το αποτέλεσμα πολλών δοκιμών είναι μία κατανομή του Συντελεστή Απόδοσης της Επένδυσης (ΣΑΕ). Από αυτή την κατανομή μπορούμε να υπολογίσουμε την αναμενόμενη τιμή και την τυπική απόκλιση του ΣΑΕ. Ειδικά η τυπική απόκλιση δίνει ένα μέτρο της ποιότητας κινδύνου. Μια συνοπτική αναπαράσταση της διαδικασίας μιας τέτοιας προσομοίωσης φαίνεται στο παρακάτω Σχήμα 12.:



Σχήμα 12.: Αναπαράσταση διαδικασίας προσομοίωσης.

Η δημιουργία και η χρήση ενός μοντέλου προσομοίωσης με σκοπό την επίλυση κάποιου συγκεκριμένου προβλήματος, περιλαμβάνει τα εξής στάδια:

1) Συστηματική αναγνώριση του προβλήματος εξαιτίας του οποίου ή για το οποίο θα γίνει η προσομοίωση

2) Καθορισμός του προβλήματος και / ή του συστήματος με την συστηματική και ακριβή περιγραφή των παραγόντων που εμπλέκονται και των επιμέρους συστημάτων.

3) Τυποποίηση των αντικειμενικών σκοπών με τον ορισμό μεταβλητής κριτηρίου, μεταβλητών απόφασης ή ελεγχόμενων, μη ελεγχόμενων μεταβλητών και παραμέτρων.

4) Ανάπτυξη του μαθηματικού μοντέλου. Δηλαδή, λαμβάνοντας υπόψη τις προϋποθέσεις του προβλήματος, το περιβάλλον και τους σχετικούς παράγοντες, διατυπώνονται οι σχέσεις που συνδέουν τις διάφορες μεταβλητές και παραμέτρους καθώς και το πώς αυτές επιδρούν στην μεταβλητή κριτηρίου.

5) Τρέξιμο (δοκιμή) του μοντέλου που ουσιαστικά χωρίζεται σε τρία μέρη:

- Δήλωση των προϋποθέσεων και της δομής του μαθηματικού μοντέλου.
- Εκλογή τυχαίων αριθμών και μετάφρασή τους σε μοναδικές τιμές των κατάλληλων στοχαστικών μεταβλητών, και
- Εισαγωγή αυτών των προσομοιωμένων τιμών στο μαθηματικό μοντέλο και υπολογισμός της αριθμητικής τιμής της μεταβλητής κριτηρίου ή άλλων χαρακτηριστικών λειτουργίας του συστήματος.

6) Ανάλυση των δεδομένων και των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης, υπολογισμός των χαρακτηριστικών λειτουργίας, μέτρηση της αποτελεσματικότητας του συστήματος και εκτίμηση της καταλληλότητας της μεθόδου προσομοίωσης.

7) Σχεδίαση και εφαρμογή μίας σειράς ενεργειών που έχουν σχέση τόσο με το αποτέλεσμα της προσομοίωσης όσο και με τον έλεγχο του συστήματος προσομοίωσης, όπως εισαγωγή του αποτελέσματος ή του συμπεράσματος σε ένα σύστημα λήψης αποφάσεων ή διόρθωση του μαθηματικού μοντέλου και επανάληψη της εκτέλεσης της προσομοίωσης για επίτευξη καλύτερης λύσης.

## **2.2 ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΟΛΙΚΗΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ (ΔΟΠ)**

Η Διοίκηση Ολικής Ποιότητας (ΔΟΠ) - Total Quality Management (TQM), που αναπτύχθηκε στην Ιαπωνία από το 1950 και που εξαπλώθηκε αρκετά χρόνια αργότερα στην Αμερική και μόλις τη δεκαετία του 1980 στην Ευρώπη, αποτελεί μια νέα, ουσιαστικά φιλοσοφία μάνατζμεντ που επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό τη λειτουργία της βιομηχανίας και των επιχειρήσεων γενικότερα.

Διοίκηση Ολικής Ποιότητας είναι το σύστημα διοίκησης με βάση το οποίο επιδιώκεται η μεγιστοποίηση της αξίας του παρεχόμενου προϊόντος όπως αυτή γίνεται αντιληπτή από τον πελάτη με την πλήρη συμμετοχή όλων των εργαζόμενων.

Ένας άλλος κοινά αποδεκτός ορισμός είναι: ΔΟΠ είναι η φιλοσοφία και οι δραστηριότητες που αποσκοπούν στη συνεχή ικανοποίηση των απαιτήσεων του πελάτη, με ελαχιστοποίηση του κόστους και ενεργοποιώντας όλους τους εργαζόμενους στην επιχείρηση ή τον οργανισμό.

Η ΔΟΠ στην εφαρμογή της περιλαμβάνει μια σειρά από δραστηριότητες και μεθόδους που αποσκοπούν στη δημιουργία μιας οργανωτικής «κουλτούρας» όπου όλοι οι εργαζόμενοι ενστέρνιζονται τη νέα νοοτροπία και αναζητούν και επιτυγχάνουν τη συνεχή αύξηση της αξίας των προσφερόμενων προϊόντων και υπηρεσιών.

Η ΔΟΠ είναι δυνατή μόνον όταν έχει γίνει αποδεκτή απ' όλα τα μέλη της επιχείρησης ή του οργανισμού. Σ' αυτό το σημείο έγκειται η δύναμη αλλά και η αδυναμία της. Όλοι οι εργαζόμενοι, ανεξάρτητα από το επίπεδο που βρίσκονται στην ιεραρχία, είναι εξίσου υπεύθυνοι για το κοινό αποτέλεσμα. Η κοινή αυτή υπευθυνότητα με το συναρτώμενο αίσθημα δημιουργίας και ευθύνης είναι που εμψυχώνουν τον κοινό άνθρωπο να γίνει ένα ενεργό μέλος αυτής της προσπάθειας. Η εκπαίδευση στη φιλοσοφία της ΔΟΠ είναι όμοια για όλα τα επίπεδα της ιεραρχίας στα βασικά θέματα και δεξιότητες.

Η ΔΟΠ βασίζεται στους ανθρώπους και υπηρετεί τους ανθρώπους. Οι δραστηριότητες, τα μέσα παραγωγής και οι μέθοδοι είναι απλώς εργαλεία για την επίτευξη της ικανοποίησης των πελατών, των προμηθευτών και των εργαζομένων. Τα εργαλεία αυτά εξελίσσονται συνέχεια ώστε να διευκολύνουν περισσότερο την όλη προσπάθεια. Η προσπάθεια είναι ομαδική.

Οι πελάτες αποτελούν μια προέκταση της επιχείρησης, με την έννοια ότι οι παρατηρήσεις τους, οι απαιτήσεις τους, και γενικότερα η γνώμη τους λαμβάνονται υπόψη στην εξέλιξη του συστήματος. Η δύναμη και η συγκέντρωση γνώσης δεν είναι μονοπάθλιο ενός στρώματος της διοίκησης πλέον, αλλά όλων των επιπέδων διοίκησης και των εργαζομένων στα επίπεδα παραγωγής ή εξυπηρέτησης. Η πρώτη γραμμή εξυπηρέτησης του πελάτη ενδυναμώνεται με την απαραίτητη εξουσία ώστε να μπορεί να πάρει τις κατάλληλες αποφάσεις και να προβεί στις απαραίτητες ενέργειες για την ικανοποίηση του πελάτη.

Η εξέλιξη και η επιτυχία ενός συστήματος ΔΟΠ εξαρτάται από μια σειρά παραγόντων, όπως η αλληλεπίδραση του με το περιβάλλον της επιχείρησης ή του οργανισμού, η συνεργασία και ο συντονισμός των διαφόρων υποσυστημάτων της επιχείρησης. Για το σκοπό αυτό είναι απαραίτητη η οργάνωση ενός πληροφοριακού συστήματος διοίκησης που να είναι ανοικτό και ολοκληρωμένο.

Ανοικτό είναι ένα σύστημα όταν μπορεί να προσαρμόζεται με ευκολία στις εξωτερικές αλλαγές, ενώ η ολοκλήρωση αναφέρεται στη δυνατότητα συντονισμού και συνεργασίας των διαφόρων τμημάτων της επιχείρησης ή του οργανισμού. Η συνεργασία γίνεται σε πιο χαλαρή βάση επειδή το σύστημα είναι αποκεντρωμένο σε ομάδες μεγαλύτερης αυτονομίας που μπορούν να εξασκήσουν δημιουργικότητα και πρωτοβουλία, και να είναι περισσότερο ευέλικτες και γρήγορες στις αποφάσεις τους.

Η ΔΟΠ δεν αντιτίθεται στα άλλα συστήματα ποιότητας αλλά είναι υπερσύνολό τους. Περικλείει τη Διασφάλιση Ποιότητας (Quality Assurance), όπως αυτή με τη σειρά της περικλείει τον Ποιοτικό Ελεγχο (Quality Control), που με τη σειρά του είναι υπερσύνολο της Επιθεώρησης (Inspection).

Σύμφωνα με όσα αναφέρουν οι σημαντικότεροι από τους γκουρού της ποιότητας, επτά είναι τα κυριότερα εργαλεία που μπορεί να επιστρατεύσει μία επιχείρηση για τη βελτίωση της ποιότητας σε όλες τις διαδικασίες της. Τα πολύ χρήσιμα αυτά εργαλεία παρουσιάζονται συνοπτικά παρακάτω:

- To Διάγραμμα Pareto και Διάγραμμα Αιτίου-Αποτελέσματος

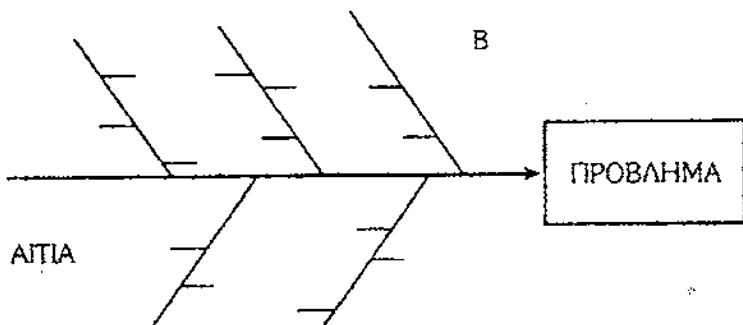
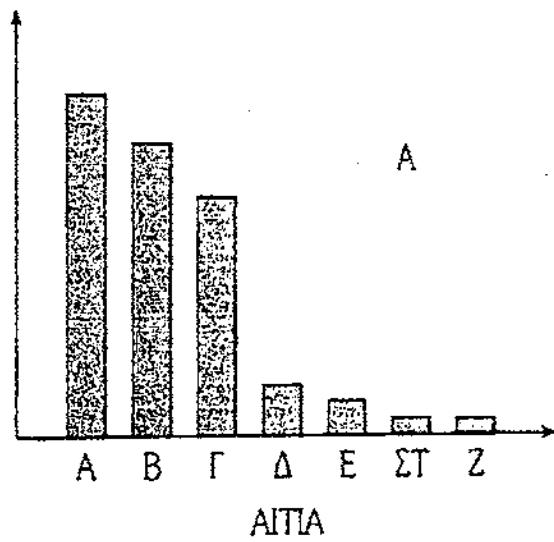
Η χρήση του διαγράμματος Pareto γίνεται συνήθως σε συνδυασμό με το διάγραμμα αιτίου - αποτελέσματος και στηρίζεται στην αρχή του Pareto που λέει ότι: το 80% ενός προβλήματος οφείλεται μόνο στο 20% των πιθανών αιτίων ενώ μόνο το 20 % του συγκεκριμένου προβλήματος οφείλεται στο 80 % των πιθανών αιτίων.

Η φιλοσοφία δηλαδή αυτού του εργαλείου είναι ότι πρέπει να συγκεντρώνουμε τις προσπάθειές μας για τη βελτίωση της ποιότητας στα λίγα αλλά ζωτικά αίτια του εκάστοτε προβλήματος και μη σπαταλούμε πολύτιμο χρόνο με τα πολλά και ασήμαντα. Η διαπίστωση αυτής της απλής ιδέας έγινε για πρώτη φορά από τον Ιταλό Vilfredo Pareto, ο οποίος παρατήρησε ότι ένα μεγάλο μέρος του εθνικού πλούτου το διαχειριζόταν ένας σχετικά μικρός αριθμός ανθρώπων (σε αναλογία 80:20).

Η αναζήτηση των αιτίων του προβλήματος γίνεται από ειδικές ομάδες εργαζομένων που η εργασία τους σχετίζεται άμεσα με αυτό, με χρήση του Brainstorming και καταγράφονται στο διάγραμμα αιτίου - αποτελέσματος του οποίου το σχήμα μοιάζει με ψαροκόκαλο στα παρακλάδια του οποίου αναφέρονται τα αίτια του προβλήματος ενώ το κεντρικό τμήμα είναι το πρόβλημα.

Στη συνέχεια τα μέλη της ομάδας επιλέγουν με τη βοήθεια του διαγράμματος Pareto τα κύρια αίτια και όλη η διαδικασία επαναλαμβάνεται σε επόμενο στάδιο μέχρι να καταλήξουν στα πραγματικά κύρια αίτια του προβλήματος και τέλος στην πρόταση Λύσεων για την εξάλεψή τους.

Τυπικές μορφές του διαγράμματος Pareto και του διαγράμματος αιτίου - αποτελέσματος παρουσιάζονται στο Σχήμα 13.:



Σχήμα 13.: Α: Διάγραμμα Pareto και Β: Διάγραμμα Αιτίου – Αποτελέσματος

- Φύλλα Ελέγχου

Είναι ειδικές τυποποιημένες φόρμες που χρησιμοποιούνται ήδη από πολλές επιχειρήσεις για την καταγραφή της συχνότητας ή του αριθμού των εμφανίσεων ενός συγκεκριμένου γεγονότος. Η μορφή αυτού του εντύπου αποφασίζεται ανάλογα με τις ανάγκες της παραγωγικής λειτουργίας της επιχείρησης και πρέπει να περιέχει όλα τα απαραίτητα στοιχεία για τη σωστή αποτύπωση και παρακολούθησή της. Ενδεικτικά ένα φύλλο ελέγχου μπορεί να περιλαμβάνει: το είδος, τη χρονική διάρκεια και τον αριθμό συγκεκριμένων συμβάντων, το κόστος και τα παρακολουθούμενα χαρακτηριστικά μιας διαδικασίας κ.λπ. Χαρακτηριστική μορφή φύλλου ελέγχου δίνεται στο παρακάτω Σχήμα 14.:

ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΕΙΣ ΠΑΡΑΓΟΓΗΣ (ΣΕ ΓΡΕΣ - ΑΝΑ ΒΑΡΔΙΑ ΚΑΙ ΘΕΣΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ)													
ΘΕΣΗ	ΣΥΝΤΗΡΗΣΗ	ΕΠΙΣΚΕΥΗ			ΕΛΛΕΙΨΕΙΣ			ΑΛΟΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ					
		A'	B'	Γ'	A	B	Γ	A	B	Γ	ΔA	ΔB	ΔΓ
Q1													
Q2													
Q3													
Q4													

Σχήμα 14.: Τυπικό Φύλλο Ελέγχου

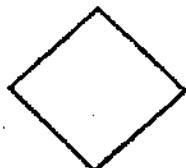
- Διαγράμματα Ροής

Χρησιμοποιούνται για την απεικόνιση μιας συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας με χρήση συγκεκριμένων τυποποιημένων συμβόλων τα οποία απεικονίζουν τις διαφόρων μορφών λειτουργίες. Η κατάρτιση διαγραμμάτων ροής είναι πολύ χρονοβόρα αλλά αποτελούν πολύ χρήσιμα εργαλεία για την παραστατική απεικόνιση κάθε είδους παραγωγικής λειτουργίας και φυσικά βοηθούν στον εντοπισμό των προβληματικών σημείων.

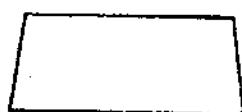
Τα χρησιμοποιούμενα σε αυτά τα διαγράμματα τυποποιημένα σύμβολα παρουσιάζονται στο παρακάτω Σχήμα 15.:



ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ -  
ΕΝΕΡΓΕΙΑ



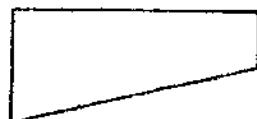
ΑΠΟΦΑΣΗ -  
ΕΛΕΓΧΟΣ



ΕΡΓΑΣΙΑ ΣΕ  
ΤΕΡΜΑΤΙΚΟ ή PC



ΜΗΧΑΝΟΓΡΑΦΗΣΗ



ΟΤΙΔΗΠΟΤΕ  
ΕΓΓΡΑΦΟ/ΕΝΤΥΠΟ



ΔΙΕΚΠΕΡΑΙΩΣΗ



ΤΑΧΥΔΡΟΜΕΙΟ



ΡΟΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

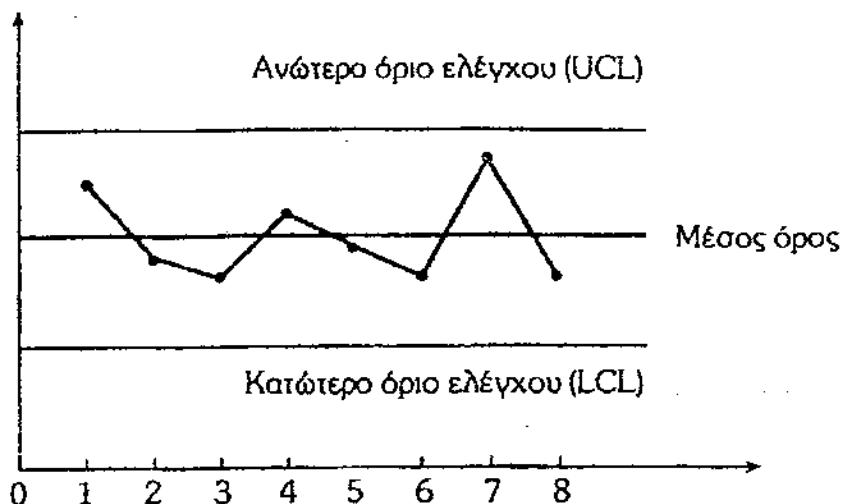
Σχήμα 15.: Σύμβολα που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή διαγραμμάτων ροής.

- Στρωματοποίηση

Αυτή είναι μία τεχνική με τη βοήθεια της οπίας μπορούμε να κάνουμε ανάλυση δεδομένων. Πολλές φορές τα διάφορα δεδομένα που έχουμε μας δίνονται με τέτοια μορφή που δεν μπορούμε να βγάλουμε χρήσιμα συμπεράσματα. Με την εφαρμογή της στρωματοποίησης μπορούμε να δώσουμε στα δεδομένα μας τέτοια δομή που να εξυπηρετεί το σκοπό της συλλογής τους και να βοηθά την εξαγωγή πολύ εύκολων, σωστών και χρήσιμων συμπερασμάτων.

- Διαγράμματα Ελέγχου

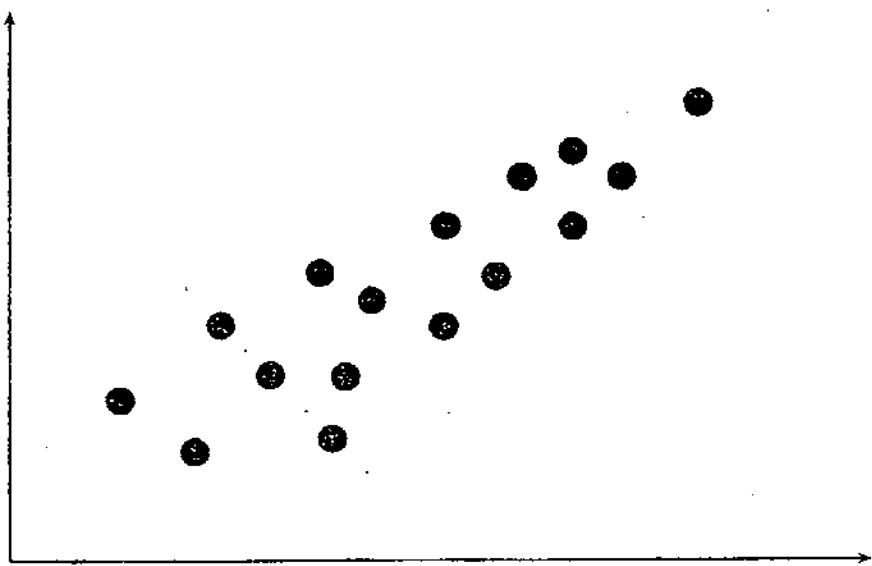
Είναι διαγράμματα που κατασκευάζονται με τη χρήση ειδικών εξισώσεων και μεταβλητών και χρησιμοποιούνται στο στατιστικό έλεγχο ποιότητας. Το κύριο χαρακτηριστικό τους είναι ότι απεικονίζουν το αποδεκτό εύρος της απόκλισης ενός ποιοτικού ή άλλου χαρακτηριστικού. Τα όρια αυτού του εύρους καθορίζονται στο διάγραμμα από δύο παράλληλες γραμμές που απεικονίζουν αντίστοιχα το ανώτερο και κατώτερο όριο ελέγχου, τα οποία και έχουν υπολογιστεί με τη βοήθεια σχετικών τύπων και με βάση τα δεδομένα της συγκεκριμένης διαδικασίας. Η γραμμή που βρίσκεται ανάμεσα στα όρια ελέγχου παριστάνει το μέσο όρο. Μία τυπική μορφή διαγράμματος ελέγχου παρουσιάζεται στο Σχήμα 16.:



Σχήμα 16.: Τυπική μορφή Διαγράμματος Ελέγχου

- Διαγράμματα Διασποράς

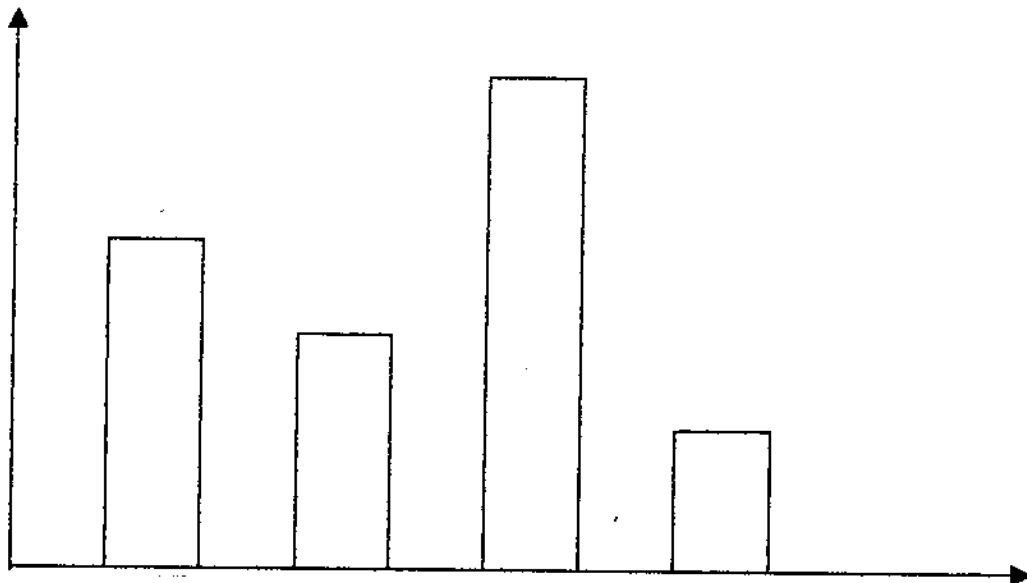
Παριστάνουν τη σχέση μεταξύ δύο μεταβλητών. Η σχέση αυτή μπορεί να έχει τις εξής τρεις μορφές: θετική, αρνητική και απροσδιόριστη. Θετική είναι η σχέση μεταξύ δύο μεταβλητών όταν αυξανόμενης της μιας αυξάνεται και η άλλη. Όταν συμβαίνει το αντίστροφο, η σχέση είναι αρνητική και τέλος όταν η μεταβολή της μιας δεν επηρεάζει την άλλη η σχέση είναι απροσδιόριστη. Τυπική μορφή διαγράμματος διασποράς παρουσιάζεται στο Σχήμα 17.:



Σχήμα 17.: Τυπική μορφή Διαγράμματος Διασποράς

- Ιστογράμματα

Χρησιμοποιούνται για την απεικόνιση και σύγκριση των μεγεθών συγκεκριμένων μεταβλητών οι οποίες μετρούνται με την ίδια μονάδα μέτρησης. Για την κατασκευή τους χρησιμοποιούνται ομάδες από στήλες (ιστούς). Τυπική μορφή ιστογράμματος παρουσιάζεται στο Σχήμα 18.:



Σχήμα 18.: Τυπική μορφή Ιστογράμματος

Τα παραπάνω εργαλεία είναι τα βασικά εργαλεία βελτίωσης της ποιότητας. Για την επίτευξη της ΔΟΠ αναπτύχθηκαν μια σειρά συμπληρωματικών εργαλείων, που είναι τα εξής:

- Ανάπτυξη Λειτουργίας Ποιότητας (Quality Function Deployment).
- Ο Έλεγχος Ανταγωνιστικότητας με χρήση Δεικτών (Benchmarking).
- Άλλα εργαλεία ελέγχου ποιότητας, όπως:

Τα Διαγράμματα Συσχετισμών (Relations Diagrams), τα Διαγράμματα Συγγένειας (Affinity Diagrams), τα Διαγράμματα Μητρώου (Matrix Diagrams), η Ανάλυση Πολλών Μεταβλητών (Matrix DataAnalysis), τα Διαγράμματα Συστηματοποίησης (Systematic Diagrams), η Μεθοδολογία Επιλογής Διαδικασιών (Process Decision Program Chart-PDPC), και η Μέθοδος των Διαγραμμάτων Κρίσιμου Δρόμου (Arrow Diagrams).

Παρακάτω δίνονται μια σύντομη περιγραφή αυτών των εργαλείων.

## Ανάπτυξη Λειτουργίας Ποιότητας (QFD - Quality Function Deployment)

Η μέθοδος QFD αναπτύχθηκε αρχικά στην Ιαπωνία το 1972 από τη Mitsubishi και βελτιώθηκε από την Toyota. Σήμερα χρησιμοποιείται από μια σειρά μεγάλων εταιρειών στις Η.Π.Α. και στην Ευρώπη όπως η IBM, AT & T, και η Philips.

Η QFD είναι ένα εργαλείο σχεδιασμού που χρησιμοποιείται για να βοηθήσει τις επιχειρήσεις και τους οργανισμούς να επικεντρωθούν στις ανάγκες των πελατών τους από τα πρώτα στάδια καθορισμού των προδιαγραφών του σχεδιασμού και της κατασκευής. Σύμφωνα με το ASI (American Standards Institute) είναι ένα σύστημα μετατροπής των απαιτήσεων του πελάτη σε κατάλληλες προδιαγραφές σε κάθε στάδιο παραγωγής και εξυπηρέτησης, από την έρευνα, μέχρι το σχεδιασμό και την ανάπτυξη, την κατασκευή, τη διανομή, την εγκατάσταση και την προώθηση, τις πωλήσεις και τις υπηρεσίες.

Σύμφωνα με την QFD, οι απαιτήσεις του πελάτη λαμβάνονται και παρουσιάζονται σαν μια σειρά από διαδοχικά διαγράμματα από τη σύλληψη μέχρι τις λεπτομέρειες της κατασκευής. Ένα διάγραμμα QFD μοιάζει σαν σπίτι με σκεπή και γι' αυτό ονομάζεται «σπίτι της ποιότητας - house of quality».

Κάθε ενδιάμεση λειτουργία εκτελείται με θεώρηση του επόμενου εργαζόμενου στη σειρά παραγωγής ή εξυπηρέτησης σαν πελάτη, έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η ικανοποίηση του τελικού χρήστη. Κάθε προηγούμενη ενέργεια γίνεται έτσι ώστε η επόμενή της να μπορεί να τελειοποιηθεί. Η εφαρμογή βασίζεται στην ομαδική εργασία. Τα παραδοσιακά λειτουργικά όρια δεν υπάρχουν, με συνέπεια την πλήρη ιεραρχική επικοινωνία και την πλήρη συναίνεση στην παραγωγή και εξυπηρέτηση.

Παρακάτω θα χρησιμοποιήσουμε για παράδειγμα τα διαδοχικά στάδια που ακολουθούνται από μια ομάδα πολλών ειδικοτήτων στην κατασκευή ενός θερμομονωτικού και ηχομονωτικού δομικού στοιχείου κατάλληλου για χτίσιμο τοίχων κατοικιών, στην κατασκευή του «σπιτιού ποιότητας» της μεθόδου QFD. Η ανάλυση είναι υποθετική, και περιλαμβάνει ένα μικρό υποσύνολο των απαραίτητων απαιτήσεων. Η διαδικασία είναι η εξής:

- 1) Καθορισμός των απαιτήσεων του πελάτη. Αναλυτικός κατάλογος που να περιλαμβάνει ακόμη και τις απαιτήσεις που θεωρούνται ότι είναι κοινά αποδεκτές, ποια χαρακτηριστικά δεν είναι αποδεκτά, και ποια θα προκαλούσαν ιδιαίτερη ικανοποίηση. Ο

κατάλογος περιλαμβάνει τις πρωταρχικές απαιτήσεις και πιθανές δευτερεύουσες ή ακόμη και τρίτερους. Ο καθορισμός των απαιτήσεων γίνεται με προσεκτικά επιλεγμένους υποκειμενικούς όρους.

Για παράδειγμα, στο εξεταζόμενο δομικό στοιχείο, πρωταρχικές απαιτήσεις είναι να έχει χαρακτηριστικά που να ευνοούν την εύκολη και γρήγορη δόμηση, όπως διαστάσεις, βάρος, ευκολία αποθήκευσης, ευκολία κοπής, ευκολία σύνδεσης, ενώ δευτερεύοντα χαρακτηριστικά αποτελούν η αδρότητα και η ευκολία καθαρισμού της επιφάνειας.

2) Οι πελάτες αξιολογούν τις απαιτήσεις τους κατά σειρά σπουδαιότητας, δίνοντας βαθμό για παράδειγμα από 1 μέχρι 5.

3) Μετάφραση των απαιτήσεων σε τεχνικές ή τρόπους επίτευξης με όρους που μπορούν να μετρηθούν και τακτοποίησή τους σε σειρά προτεραιότητας.

4) Καθορισμός των σχέσεων μεταξύ των απαιτήσεων και των τεχνικών όπου υπάρχουν, σε ισχυρές, μεσαίες και ασθενείς.

5) Καθορισμός των μονάδων μέτρησης κάθε τεχνικής και των τιμών που θεωρούνται επιτεύξιμες. Το πλάτος και οι λοιπές διαστάσεις καθορίζονται για παράδειγμα σε εκατοστά και το βάρος σε χιλιόγραμμα.

6) Οι επιτεύξιμες τιμές μπορούν να ανξομειωθούν για βελτίωση, και αυτό παρουσιάζεται με τη χρήση βελών ανόδου ή καθόδου, ή με την τιμή 0 (μηδέν) όταν δε χρειάζεται αλλαγή.

7) Κατασκευάζεται ο πίνακας συσχετίσεων, όπου οι συσχετίσεις διαχωρίζονται σε θετικές - αρνητικές και εξετάζεται αν η σχέση είναι ισχυρή.

Στο Σχήμα 19. παρουσιάζουμε ένα παράδειγμα που περιλαμβάνει όλα τα τμήματα μιας «οικίας ποιότητας».

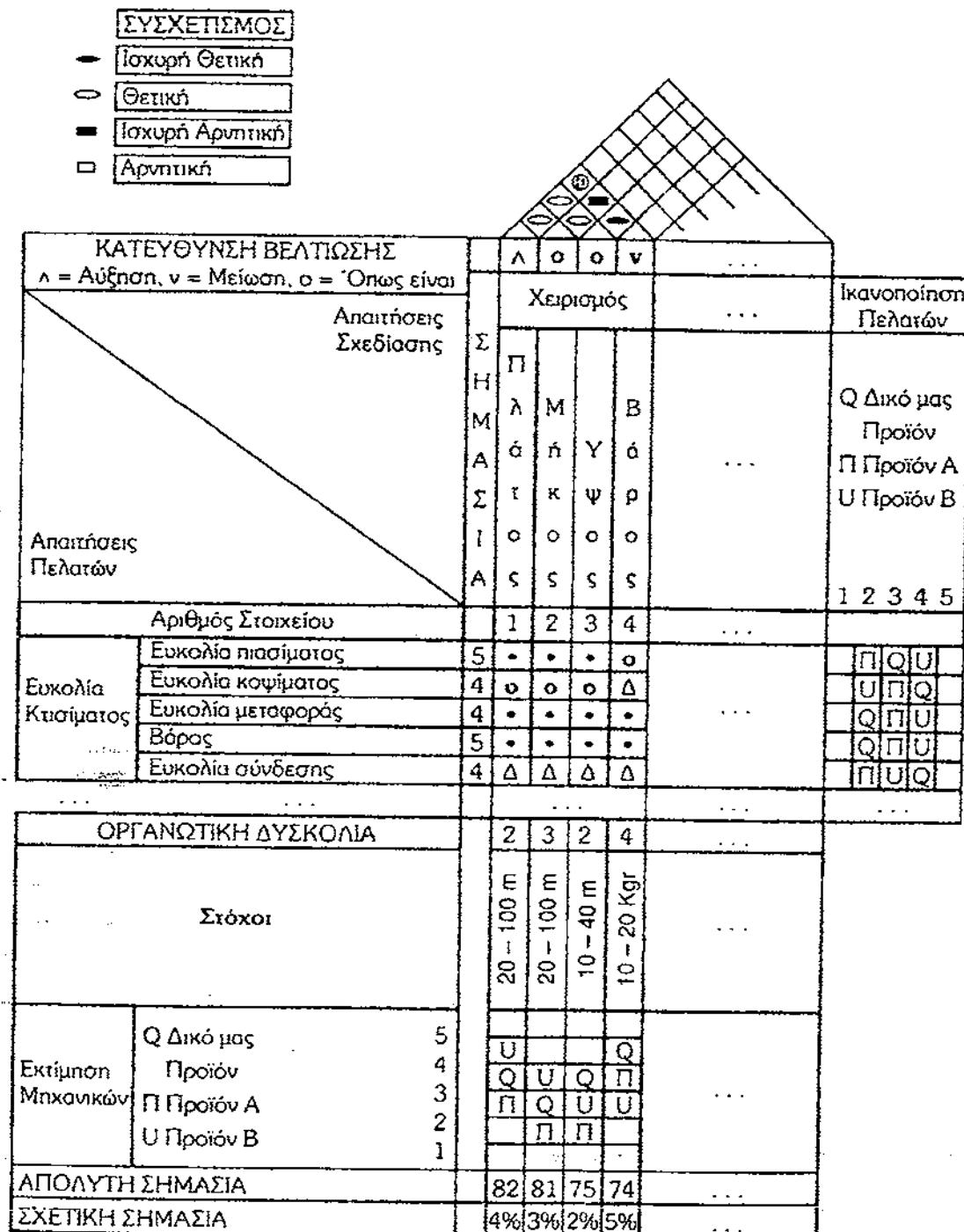
Το σύστημα QFD οδηγείται από τους πελάτες. Υπάρχουν μια σειρά από πηγές για την απόκτηση πληροφοριών, όπως:

- α) Ερωτηματολόγια και δοκιμές σε πελάτες
- β) Ερωτηματολόγια και δοκιμές σε εκθέσεις
- γ) Εργασία με σημαντικούς, επιλεγμένους πελάτες
- δ) Ανάλυση ανταγωνιστών
- ε) Ομάδες εστίασης

Στις παραπάνω περιπτώσεις, η εταιρεία είναι συνήθως σε θέση να κατασκευάσει τη δομή αναζήτησης πληροφοριών ώστε να λαμβάνει τις πληροφορίες που θέλει. Υπάρχουν όμως και άλλες πηγές πληροφοριών, που αν και δεν επιζητούνται ενεργά, είναι πολύ σημαντικές επίσης. Τέτοιες πηγές είναι:

- α) Παράπονα πελατών
- β) Δικονομικές τυποποιήσεις και οδηγίες
- γ) Μηνύσεις εναντίον της εταιρείας ή άλλων παρόμοιων εταιρειών
- δ) Ανεπίσημα σχόλια από επισκέψεις πωλητών σε πελάτες, σχόλια σε συνέδρια, σε εκπαιδεύσεις, και εκθέσεις.

**ΤΟ ΣΠΙΤΙ ΤΗΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ**



Σχήμα 19.: Διάγραμμα QFD.

Ενώ η μέθοδος QFD αναπτύχθηκε αρχικά για χρήση στην κατασκευαστική βιομηχανία, και έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς στη βιομηχανία αυτοκινήτων, η εφαρμογή της έχει σήμερα επεκταθεί και σε άλλες βιομηχανίες, ακόμη και του τομέα παροχής υπηρεσιών. Τα κύρια οφέλη από την εφαρμογή της μεθόδου είναι τα εξής:

- 1) Επικεντρώνει τη σχεδίαση νέων προϊόντων και υπηρεσιών στις απαιτήσεις του πελάτη, με συνέπεια την αύξηση της ικανοποίησής του, και την ελάττωση του χρόνου παρουσίασης νέων προϊόντων στην αγορά.
- 2) Βάζει τις δραστηριότητες σχεδίασης σε σειρά προτεραιότητας ανάλογα με τη σημασία που αποδίδει ο πελάτης. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα τη μείωση των αλλαγών σχεδιασμού και των συναφών προβλημάτων και τη μείωση του κόστους σχεδίασης και παραγωγής, όπως και τη βελτίωση της αξιοπιστίας των προϊόντων και υπηρεσιών.
- 3) Αναλύει την επίδοση των προϊόντων και υπηρεσιών της επιχείρησης συγκρίνοντάς την με αυτή των άμεσων ανταγωνιστών της, στα θέματα των βασικών απαιτήσεων του πελάτη, με αποτέλεσμα τη βελτίωση της επίδοσης και της ποιότητας.
- 4) Μειώνει τον αριθμό των αλλαγών σχεδίασης μετά την παράδοση του προϊόντος με μείωση του χρόνου κατάρτισης σχεδίων, και του χρόνου λήψης αποφάσεων.
- 5) Προωθεί την ομαδική εργασία ανάμεσα σε εργαζομένους διαφορετικών ειδικοτήτων, θεωρώντας όλα τα μέλη ίσης σπουδαιότητας, με αποτέλεσμα την αύξηση της αποδοτικότητας των εργαζομένων, τη βελτίωση της επικοινωνίας, και των διαδικασιών λήψης αποφάσεων.
- 6) Παρέχει ένα μέσο για καταγραφή διαδικασιών και μια σταθερή βάση πάνω στην οποία μπορούν να ληφθούν αποφάσεις σχεδιασμού. Αυτό βοηθάει στην προστασία των διαδικασιών από αλλαγές στο προσωπικό.
- 7) Έχει σαν αποτέλεσμα λιγότερες αποζημιώσεις, και αύξηση των κερδών.

Η μέθοδος αυτή είναι δυνατό να εφαρμοσθεί με τη χρήση των ίδιων τεχνικών και στους τομείς παροχής υπηρεσιών. Αυτοί οι τομείς πολλές φορές εξάλλου είναι δύσκολο να διαχωριστούν, όπως για παράδειγμα, το γεύμα στο εστιατόριο ενός ξενοδοχείου.

## Ο Ελεγχος Ανταγωνιστικότητας με χρήση Δεικτών (Benchmarking)

Ο όρος benchmarking αναφέρεται στον έλεγχο ή σύγκριση της ανταγωνιστικότητας μιας επιχείρησης χρησιμοποιώντας σαν δείκτες τις επιδόσεις άλλων ομοειδών ισχυρότερων επιχειρήσεων, και ιδιαίτερα εκείνων που θεωρούνται ότι ηγούνται σε παγκόσμια κλίμακα.

Οι σκοποί του benchmarking είναι αφενός ο καθορισμός των σταθερών απόδοσης σε στρατηγικό επίπεδο και αφετέρου η κατανόηση των καλύτερων πρακτικών λειτουργίας σε λειτουργικό ή τακτικό επίπεδο. Στο στρατηγικό επίπεδο, οι σταθερές απόδοσης είναι: ικανοποίηση του πελάτη, παρακίνηση και ικανοποίηση των εργαζομένων, μερίδιο αγοράς και απόδοση κεφαλαίων.

Υπάρχουν οι εξής τρεις κύριες κατηγορίες benchmarking:

- Εσωτερικός έλεγχος
- Ανταγωνιστικός
- Λειτουργικός ή Γενικός έλεγχος.

Ο εσωτερικός έλεγχος απαντάται συνήθως σε εταιρείες, για παράδειγμα πολυεθνικές, που έχουν δύο ή περισσότερα τμήματα, συνήθως σε διαφορετικούς τόπους, με παρόμοιες αρμοδιότητες ή λειτουργίες. Ο έλεγχος γίνεται από τους διαχειριστές διαφόρων λειτουργιών και επιπέδων ως προς τις επιδόσεις των συναδέλφων τους σε άλλα ομοειδή τμήματα.

Ο ανταγωνιστικός έλεγχος είναι και ο συνήθης όπου οι διαχειριστές πληροφορούνται για τις επιδόσεις των συγγενών τμημάτων άλλων, συνήθως καλύτερων εταιρειών. Τα βασικά μειονεκτήματα είναι η λήψη πληροφοριών για ανταγωνιστικές διαδικασίες ή στόχους. Συνήθως αυτές λαμβάνονται έμμεσα από ερωτηματολόγια προς τους πελάτες όπου γίνονται και οι απαραίτητες συγκρίσεις μεταξύ εταιρειών. Χρειάζεται προσοχή στην προσπάθεια απλής απομίμησης των πρακτικών άλλων επιχειρήσεων και στην εξασφάλιση ότι αυτές οι συγκρίσεις έχουν νόημα, ιδίως όταν τα μεγέθη των συγκρινόμενων επιχειρήσεων διαφέρουν κατά πολύ.

Ο λειτουργικός ή γενικός έλεγχος συγκρίνει ειδικές λειτουργίες, όπως για παράδειγμα τη διανομή, την εξυπηρέτηση, το σύστημα λογιστικής παρακολούθησης ή γενικότερα το πληροφοριακό σύστημα της επιχείρησης με το καλύτερο στην κατηγορία του. Ένα σημαντικό

πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι η ευκολότερη πληροφόρηση, λόγω της μη ύπαρξης ανταγωνισμού καθώς και της δυναμικής για ανάπτυξη σχέσεων συμπάθειας του τύπου καθηγητή ή συμβούλου προς μαθητή (mentorship). Προσοχή χρειάζεται στη σύγκριση όταν σημαντικό ρόλο στην απόδοση έχουν παιίσει ειδικοί τοπικοί ή άλλοι παράγοντες, όπως πολιτιστικοί ή δημογραφικοί παράγοντες.

Η διαδικασία του benchmarking συνήθως περιλαμβάνει τα εξής βασικά στάδια:

1) Καθορισμός των σκοπών και των δεικτών ελέγχου. Πρώτα πρέπει να ξεκαθαριστεί πιθανόν να αποδώσει η προσπάθεια, που θα πρέπει να έχει την πλήρη υποστήριξη της ηγεσίας. Η εργασία επιλογής των δεικτών ελέγχου θα γίνει από μια ομάδα που θα εκπαιδευτεί και πιθανόν να καθοδηγείται από έναν ή περισσότερους εξωτερικούς συμβούλους.

Είναι απαραίτητο για την επιτυχία της ομάδας να προβεί πρώτα στην ανάλυση των υπαρχόντων διαδικασιών στην επιχείρηση. Πολλές φορές αυτή η ανάλυση μαζί με την αναζήτηση πληροφοριών που βρίσκονται σε κοινή χρήση, μπορεί να επιτύχει τον εντοπισμό σημαντικών παραλείψεων και ενκαιριών βελτίωσης.

2) Στη δεύτερη φάση, της ανάλυσης, είναι απαραίτητο να απαντηθούν οι εξής ερωτήσεις:

- Είναι ο ανταγωνισμός καλύτερος: Αν ναι, κατά πόσο;
- Γιατί είναι καλύτερη;
- Τι μπορούμε να μάθουμε από αυτούς;
- Πώς αυτά που θα μάθουμε μπορούν να εφαρμοσθούν;

Στη φάση αυτή γίνεται η αξιολόγηση της επιχείρησης και εκτιμάται η απόστασή της (θετική ή αρνητική) από τις ανταγωνιστικές εταιρείες.

3) Στην τρίτη φάση, της ολοκλήρωσης, γίνεται προσπάθεια για τη χρήση των πληροφοριών της προηγούμενη φάσης στη διαδικασία σχεδιασμού. Η προσπάθεια αυτή μπορεί να βρει εμπόδια αν δεν υπάρχει συμμετοχή των εργαζόμενων στη διαδικασία. Η συμμετοχή μπορεί να κερδηθεί αν είναι κατανοητή η οργανωτική κουλτούρα της επιχείρησης.

4) Στην τέταρτη φάση, της δράσης, εφαρμόζονται τα στρατηγικά και λειτουργικά σχέδια που αναπτύχθηκαν στη φάση ολοκλήρωσης, με λεπτομερή καθορισμό των ενεργειών

στις οποίες είναι αναγκαίο να προβεί ο κάθε ενδιαφερόμενος. Οι εργαζόμενοι συμμετέχουν ενεργά σ' αυτές τις ενέργειες αφού έχουν κατανοήσει την ανάγκη εφαρμογής τους. Σ' ένα τέτοιο δυναμικό περιβάλλον, οι στόχοι μπορεί να επανακαθορισθούν ώστε να αντανακλούν τις αλλαγές στο περιβάλλον, στην επιχείρηση, και στη βαθύτερη κατανόηση των διαδικασιών. Η διαδικασία ελέγχου δεν τελειώνει στη μια φορά αλλά επαναλαμβάνεται πιο αποδοτικά σε επήσια βάση.

5) Στην πέμπτη φάση, της ωριμότητας, εξετάζεται αν έχει επιτευχθεί ηγετική θέση στην αγορά, και εκτιμάται αν η διαδικασία ελέγχου έχει γίνει ένα αναπόσπαστο τμήμα της διοίκησης της επιχείρησης.

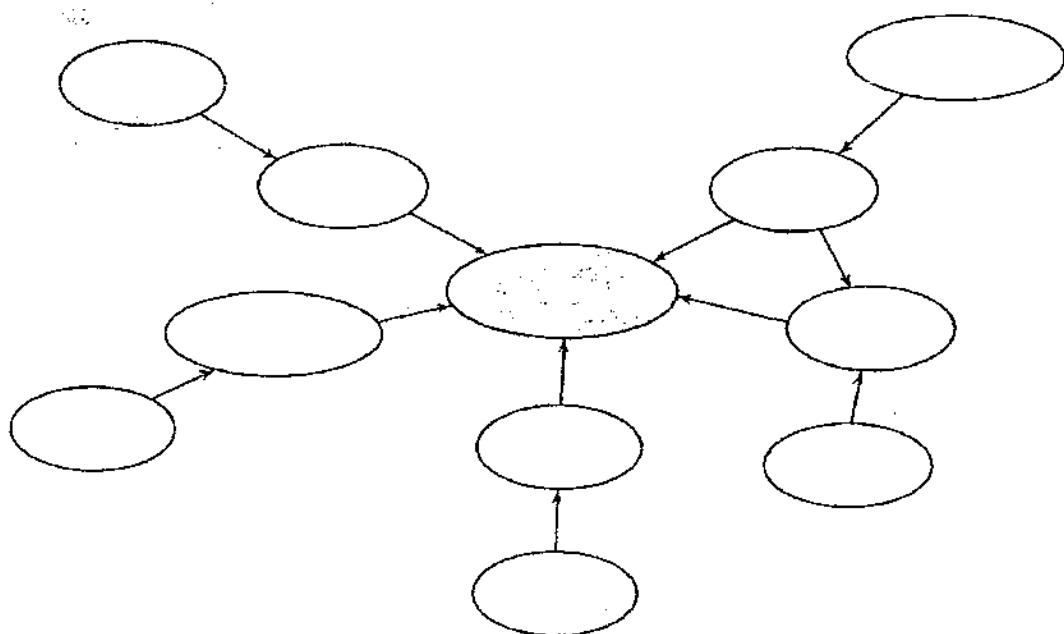
### Διαγράμματα Συσχετίσεων (Relations Diagrams)

Τα διαγράμματα συσχετισμού χρησιμοποιούνται για την κατανόηση συνθέτων σχέσεων αιτίας - αποτελέσματος, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις όπου οι αιτίες δεν είναι ιεραρχικές και όταν υπάρχουν πολλαπλά συσχετιζόμενα προβλήματα. Θεωρούνται ότι είναι μια πιο ελεύθερη και γενική απόδοση των διαγραμμάτων αιτίας - αποτελέσματος.

Οι βασικοί κανόνες κατασκευής των διαγραμμάτων συσχετισμών είναι:

- Αναζητούνται οι βασικές αιτίες, βασικά θέματα, και προβλήματα, και γράφονται συνοπτικά το καθένα σε μια κάρτα σχήματος οβάλ ή τετραγώνου.
- Οι κάρτες τοποθετούνται γύρω από την κάρτα του κεντρικού θέματος με τέτοια διάταξη ώστε η απόστασή τους να είναι αντιστρόφως ανάλογη με την ισχύ της σχέσης με την κεντρική.
- Οι συσχετίσεις παρουσιάζονται με τη χρήση βελών που δείχνουν από τις αιτίες στα αποτελέσματα.
- Οι κύριες αιτίες και αποτελέσματα υπογραμμίζονται ή οι κάρτες τους φέρουν κάποια σκιά ή διαγράμμιση.

Στο τελικό διάγραμμα αναλύονται οι βασικές αιτίες ή αποτελέσματα. Μια τυπική μορφή ενός διαγράμματος συσχετίσεων παρουσιάζεται στο Σχήμα 20.:



Σχήμα 20.: Διάγραμμα Συσχετίσεων.

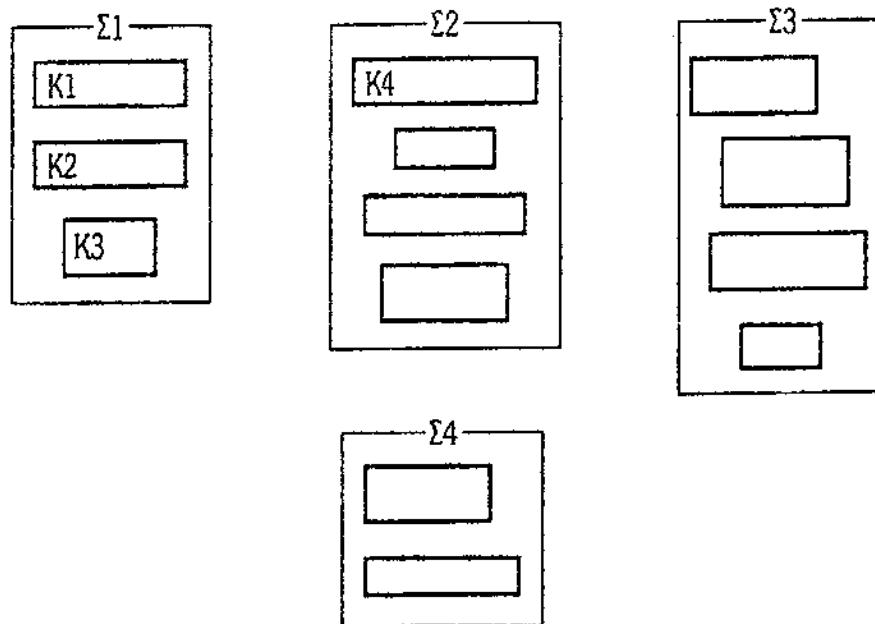
#### Διαγράμματα Συγγένειας (Affinity Diagrams)

Τα διαγράμματα συγγένειας χρησιμοποιούνται για την ταξινόμηση θεμάτων που δεν είναι σαφή στην κατανόηση. Χρησιμοποιούνται οι φυσικές ομοιότητες και φυσικές συγγένειες μεταξύ των διαφόρων πληροφοριών και γνωμών χρήσιμων στην κατανόηση ενός θέματος. Τα βασικά βήματα για την κατασκευή ενός διαγράμματος συγγένειας είναι:

- Καθορισμός του θέματος για ανάλυση.
- Συλλογή όλων των διαθέσιμων πληροφοριών και ιδεών για το εξεταζόμενο θέμα πάνω σε κάρτες, μία κάρτα ανά πληροφορία, ή ιδέα.
- Όλες οι κάρτες τοποθετούνται με τυχαίο τρόπο πάνω σε κάποιο πίνακα ή άλλο μέσο προβολής.
- Οι κάρτες ξεχωρίζονται κατά ομάδες που παρουσιάζουν συγγένεια ή ομοιότητα.
- Οι κάρτες κάθε συγγενικής ομάδας τακτοποιούνται σε λογική σειρά και περιβάλλονται με περιγράμματα.

Κάθε περίγραμμα μελετάται ως προς τη συνοχή των πληροφοριών και ιδεών που περικλείει.

Το παρακάτω Σχήμα 21. δείχνει ένα τυπικό διάγραμμα συγγένειας. Κάθε συγγενική ομάδα  $\Sigma$ , περιλαμβάνει μια σειρά από κάρτες  $K$ .



Σχήμα 21.: Διάγραμμα Συγγένειας.

### Διαγράμματα Μητρώου (Matrix Diagrams)

Χρησιμοποιούνται για το ξεκαθάρισμα των σχέσεων μεταξύ αιτίων και αποτελεσμάτων ή μεταξύ στόχων ή σκοπών και μεθόδων, με χρήση ενός δισδιάστατου πίνακα όπου η μία κατηγορία τακτοποιείται κατά τη μία διάσταση και η άλλη κατά την άλλη, και εκεί που συναντώνται οι στήλες με τις γραμμές καθορίζεται ο βαθμός συσχέτισης μεταξύ των επί μέρους παραγόντων των δύο κατηγοριών. Οι τύποι διαγραμμάτων μητρώου είναι συνήθως σχήματος Γ (ονομάζεται L στην Αγγλική) και δείχνει την οργάνωση στην πρώτη σειρά και στην πρώτη στήλη των βασικών μεγεθών ή παραγόντων των δύο συγκρινόμενων κατηγοριών.

### Ανάλυση Πολλών Μεταβλητών (Matrix Data-Analysis)

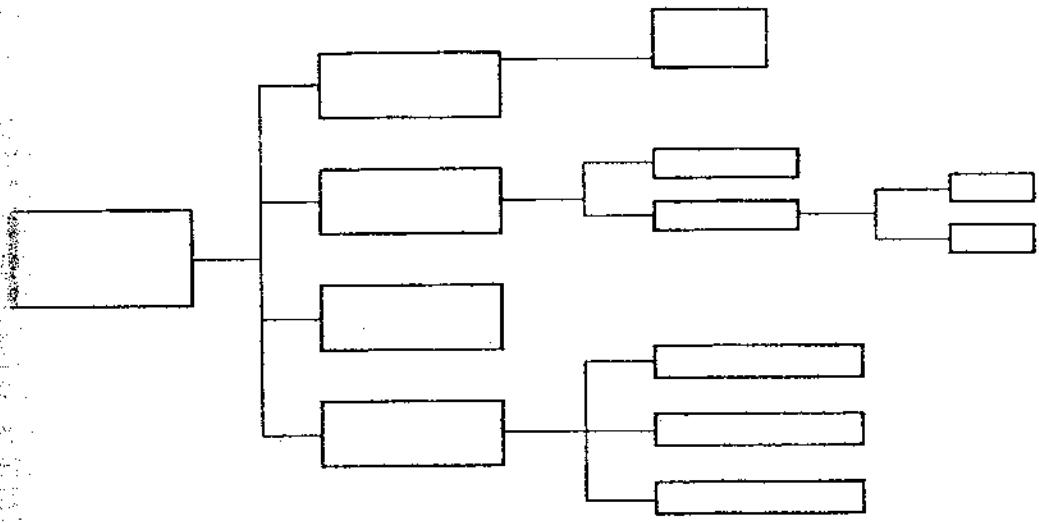
Χρησιμοποιείται για υπολογισμούς και τακτοποίηση των δεδομένων ενός διαγράμματος μητρώου με χρήση στατιστικών αριθμητικών μεθόδων ανάλυσης πολλών μεταβλητών (multivariate analysis).

### Διαγράμματα Συστηματοποίησης (Systematic Diagrams)

Το διάγραμμα συστηματοποίησης αναφέρεται και σαν διάγραμμα δένδρου. λόγω του σχήματος που παίρνει η παρουσίαση της ανάλυσης. Η μέθοδος ακολουθεί τα εξής βήματα: Πρώτα τοποθετείται το προς επίλυση θέμα ή πρόβλημα σε μια κάρτα, που τοποθετείται πάνω ή συνήθως αριστερά του χώρου παρουσίασης.

Με την πρώτη κάρτα συνδέονται μία ή περισσότερες κάρτες που περιλαμβάνουν τις βασικές μεθόδους επίλυσης του στόχου της πρώτης κάρτας ή τις βασικές αιτίες του προβλήματος. Κάθε μέθοδος επίλυσης λαμβάνεται σαν στόχος και επαναλαμβάνεται η ανάλυση σε μικρότερους στόχους μέχρι να εξαντληθούν οι υπάρχουσες ιδέες.

Μετά την περάτωση του διαγράμματος, εξετάζεται η δυνατότητα επιτυχίας των προβλεπόμενων μεθόδων συγκρινόμενων με τους αντίστοιχους στόχους, ξεκινώντας από το τέλος προς την αρχή. Η σχεδίαση γίνεται από τα πάνω (top - down) και η ανάλυση από τα κάτω (bottom - up). Ένα τέτοιο τυπικό διάγραμμα παρουσιάζεται στο Σχήμα 22.:



Σχήμα 22.: Διάγραμμα Συστηματοποίησης ή Δένδρου.

#### Μεθοδολογία Επιλογής Διαδικασιών (Process Decision Program Chart - PDPC)

Η Επιλογή Διαδικασιών χρησιμοποιείται για την επιλογή των βέλτιστων διαδικασιών που οδηγούν στον τιθέμενο στόχο. Η μέθοδος PDPC βασίζεται στη μέθοδο του διαγράμματος συστηματοποίησης και αναλύει τις εναλλακτικές περιπτώσεις συμβάντων συμπεριλαμβάνοντας και τυχόν απρόβλεπτες καταστάσεις. Τα βασικά συστατικά της μεθόδου είναι:

- Καθορισμός του στόχου ή του αντιμετωπιζόμενου προβλήματος.
- Καθορισμός των προβλεπόμενων και μη αποτελεσμάτων και εναλλακτικών λύσεων και προσεγγίσεων.
- Καθορισμός των σχέσεων μεταξύ των προβλημάτων, των λύσεων και του επιθυμητού στόχου.

Σε περίπτωση που συμβεί κάποιο συμβάν που δεν έχει προβλεφθεί, η όλη διαδικασία αναθεωρείται τότε ώστε να αντικατοπτρίζει τις νέες συνθήκες.

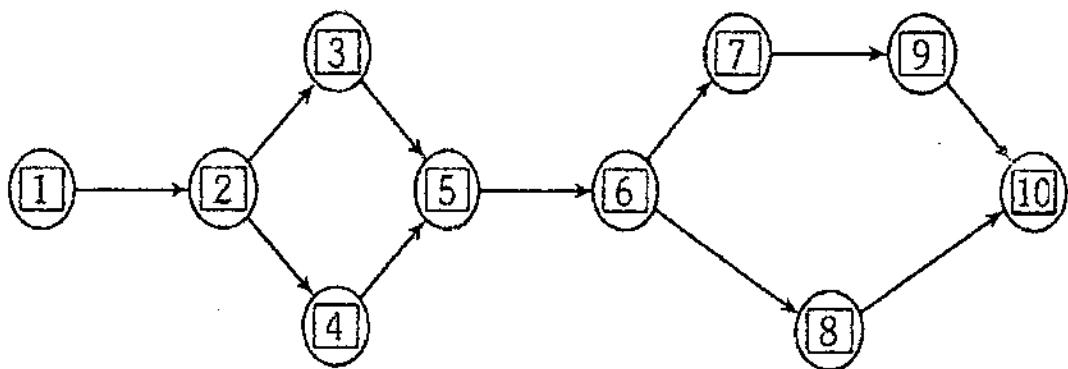
#### Μέθοδος των Διαγραμμάτων Κρίσιμου Δρόμου (Arrow Diagrams)

Η μέθοδος του κρίσιμου δρόμου (Critical Path Method - CPM) χρησιμοποιείται από

παλιά στον προγραμματισμό των έργων (projects), για την επιλογή εκείνων των διαδικασιών που θα συνεισφέρουν στην περάτωση ενός έργου στο μικρότερο δυνατό χρονικό διάστημα με αποφυγή των άσκοπων καθυστερήσεων. Τα βασικά σημεία ενός τέτοιου διαγράμματος είναι τα εξής:

- Καθορισμός όλων των δραστηριοτήτων που είναι απαραίτητες για την εκτέλεση του έργου.
- Καθορισμός των δραστηριοτήτων που είναι προαπαιτούμενες σε άλλες, ή εξαρτώμενες από άλλες, ή μπορούν να εκτελεστούν ταυτόχρονα με άλλες δραστηριότητες και τοποθέτησή τους με συνδεόμενους στη σειρά κύκλους σε διάγραμμα με βάση αυτή τη λογική.
- Καθορισμός των χρόνων έναρξης και τέλους για κάθε δραστηριότητα ή ομάδα δραστηριοτήτων.
- Ανάλυση του σχηματιζόμενου δικτύου δραστηριοτήτων για τον καθορισμό των δραστηριοτήτων όπου υπάρχει ελεύθερος χρόνος.

Το παρακάτω Σχήμα 23. παρουσιάζει ένα τυπικό διάγραμμα κρίσιμου δρόμου.



Σχήμα 23.: Διάγραμμα κρίσιμου δρόμου.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΧΡΗΣΗ Η/Υ ΣΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ**

Η μέθοδος simplex και οι άλλες τεχνικές της Ποσοτικής Ανάλυσης / Επιχειρησιακής Έρευνας θα είχαν πιθανώς παραμείνει κομψά μαθηματικά εργαλεία χωρίς την ταυτόχρονη ανάπτυξη των υπολογιστικών συστημάτων.

Μέχρι τις αρχές της δεκαετίας του 1980 η χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών και ειδικότερα του εξειδικευμένου λογισμικού επίλυσης προβλημάτων Επιχειρησιακής Έρευνας ήταν προνόμιο ειδικευμένων αναλυτών, προγραμματιστών και επιχειρησιακών ερευνητών, οι οποίοι έπρεπε να συνεργάζονται με τα διοικητικά στελέχη και γενικά με την ομάδα που έθετε το πρόβλημα για τη σωστή μεταφορά του μοντέλου στον υπολογιστή, την επίλυσή του και στη συνέχεια την ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Η εμφάνιση όμως του προσωπικού υπολογιστή και η εκρηκτική ανάπτυξη του υλικού και λογισμικού κατά την τελευταία εικοσαετία έδωσε τη δυνατότητα σε στελέχη με διαφορετικό γνωστικό υπόβαθρο άλλα και διαφορετικό αντικείμενο απασχόλησης να εφαρμόζουν τις τεχνικές αυτές ευέλικτα και αποδοτικά χωρίς την αναγκαστική παρέμβαση ειδικών αναλυτών.

Από την άλλη πλευρά, η ανάπτυξη σύγχρονων εργαλείων υποστήριξης αποφάσεων για προσωπικούς υπολογιστές σε περιβάλλον φιλικό προς το χρήστη καθιστούν αναγκαία την εκπαίδευση των αυριανών στελεχών στη χρήση τους, ώστε να είναι σε θέση να στηρίζουν τις αποφάσεις τους μεταξύ των άλλων και στην ποσοτική ανάλυση των πληροφοριών, που συσσωρεύονται καθημερινά σε πραγματικό επιχειρησιακό περιβάλλον.

Γνωρίζουμε ότι ενώ η γραφική μέθοδος επιλύει προβλήματα δύο διαστάσεων, για μεγαλύτερες διαστάσεις είναι αναγκαία η χρήση κάποιας αλγεβρικής μεθόδου και γενικότερα ενός αλγορίθμου που να είναι σε θέση να εντοπίσει τη βέλτιστη λύση. Ακόμα όμως και στην περίπτωση αυτή, η αντιμετώπιση ενός πραγματικού προβλήματος με εκατοντάδες ή χιλιάδες μεταβλητές και περιορισμούς απαιτεί τη χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή, καθώς είναι πρακτικά αδύνατο να λυθεί με το χέρι.

Στόχος μας είναι μία ενημερωτική προσέγγιση της χρήσης του ηλεκτρονικού υπολογιστή για τη μορφοποίηση και λύση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού, καθώς και η ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Το σημαντικότερο πλεονέκτημα που προσφέρει ο ηλεκτρονικός υπολογιστής και το κατάλληλο πρόγραμμα, εκτός φυσικά από την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων μεγάλης κλίμακας σε ρεαλιστικό χρόνο, είναι η εύκολη, γρήγορη και χωρίς σφάλματα δυνατότητα πειραματισμού σε εναλλακτικά σενάρια διαμόρφωσης του μοντέλου και η διεξαγωγή ανάλυσης ευαισθησίας με ελάχιστο κόστος ως προς τον απαιτούμενο χρόνο.

Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, τα προγράμματα αυτά «τρέχουν» σε προσωπικό υπολογιστή και επομένως οι δυνατότητες αυτές παρέχονται στο διοικητικό στέλεχος στο δικό του χώρο και με ελάχιστο σχετικά κόστος.

Για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού και γενικότερα προβλημάτων Ποσοτικής Ανάλυσης, υπάρχει μία μεγάλη ποικιλία πακέτων λογισμικού. Πολλά από αυτά μπορούν να λύσουν προβλήματα μικρής κλίμακας και είναι άριστα εκπαιδευτικά εργαλεία (π.χ. το QSB+, το AB:QM, το QM και άλλα). Ορισμένα από αυτά διατίθενται μαζί με τα σχετικά συγγράμματα Ποσοτικής Ανάλυσης / Επιχειρησιακής Έρευνας. Για επαγγελματικές όμως εφαρμογές μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει πακέτα, με τα οποία δύναται να αντιμετωπίσει μεγαλύτερο πλήθος μεταβλητών και περιορισμών (π.χ. το πρόγραμμα LINDO σε εκδόσεις mainframe και PC, Industrial ή Professional).

Μια άλλη ευέλικτη λύση είναι τα προγράμματα λογιστικών φύλλων, όπως το Excel ή το Lotus 1-2-3, τα οποία με κατάλληλες προσθήκες (Excel Solver, What's Best!) είναι ικανά να επιλύσουν με ικανοποιητική απόδοση ρεαλιστικά προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού. Τα προγράμματα διαχείρισης και ανάλυσης λογιστικών φύλλων έχουν το πλεονέκτημα, διότι υπάρχουν πλέον σε κάθε χώρο εργασίας και επομένως είναι διαθέσιμα με χαμηλό κόστος σε κάθε χρήστη που θα ήθελε να τα χρησιμοποιήσει.

Τέλος, για περιπτώσεις όπου η διαδικασία μοντελοποίησης είναι αρκετά περίπλοκη και το πλήθος των μεταβλητών και περιορισμών πραγματικά πολύ μεγάλο, μπορεί κάποιος να χρησιμοποιήσει γλώσσες μοντελοποίησης (π.χ. AMPL, XPRESS-MP, LINGO). Στις περιπτώσεις αυτές το μοντέλο παρίσταται με βάση τους συντακτικούς κανόνες και τη γραμματική της γλώσσας μοντελοποίησης (modeling language).

Τα δεδομένα (τιμές παραμέτρων) συνήθως φυλάσσονται σε ξεχωριστά αρχεία και η επίλυση γίνεται με τη βοήθεια ενσωματωμένων λυτών (solvers), που τρέχουν στο παρασκήνιο του περιβάλλοντος εργασίας (π.χ. CPLEX και MINOS).

Στη συνέχεια, θα περιγράψουμε τρία πακέτα λογισμικού με τη βοήθεια των οποίων

μπορεί κανείς να επιλύσει προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού. Το πρώτο είναι το QSB+ (Quantitative Systems for Business), το οποίο αναπτύχθηκε από τον Y.L. Chang και «τρέχει» σε περιβάλλον DOS. Το δεύτερο είναι το LINDO, έκδοση για Windows, που αναπτύχθηκε από την ομάδα του καθηγητή Linus Schrage στο Πανεπιστήμιο του Σικάγο και διακινείται από τη LINDO Systems. Το τρίτο πακέτο που θα χρησιμοποιήσουμε είναι το γνωστό Excel της Microsoft.

Στην τελευταία περίπτωση θα δούμε, ότι απαιτείται μία ελαφρώς διαφορετική λογική αναπαράσταση του μοντέλου στο λογιστικό φύλλο. Η διαδικασία αυτή δεν είναι πολύπλοκη, ενώ τα οφέλη που προκύπτουν από τη διενέργεια της ανάλυσης ευαισθησίας και των εναλλακτικών σεναρίων είναι πολλαπλά.

Θα παρουσιάσουμε προγράμματα που είναι διαθέσιμα για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού και θα δείξουμε τη μεθοδολογία παρουσίασης και ερμηνείας των αποτελεσμάτων που δίνει ο ηλεκτρονικός υπολογιστής, περιγράφοντας συνοπτικά το περιβάλλον κάθε προγράμματος.

### 3.1 ΤΟ ΠΑΚΕΤΟ QSB+

Το πρώτο πακέτο λογισμικού, το πακέτο QSB+, εκτός από την επίλυση μοντέλων Γραμμικού Προγραμματισμού, περιέχει μία ολόκληρη σειρά από τμήματα (modules), που ενσωματώνουν τεχνικές της Επιχειρησιακής Έρευνας, όπως, Ακέραιο Προγραμματισμό, Προγραμματισμό Πολλαπλών Στόχων (Goal Programming), Μέθοδο Μεταφοράς, Δίκτυα, Θεωρία Ουρών Αναμονής, Θεωρία Αποφάσεων, Προγραμματισμό Έργων με PERT / CPM και άλλες. Αποτελεί ένα φιλικό προς το χρήστη εκπαιδευτικό εργαλείο και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων μικρής όμως κλίμακας.

Το φυσικό του περιβάλλον είναι το λειτουργικό σύστημα DOS. Το γεγονός ότι οδηγείται εξ ολοκλήρου από συρόμενα μενού εντολών (pull down menus) και η χρήση του ποντικιού το καθιστούν -για πρόγραμμα DOS- αρκετά εύχρηστο. Για τα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού, όπως και για τα περισσότερα τμήματα του προγράμματος, η είσοδος των δεδομένων γίνεται με τη βοήθεια μίας οθόνης τύπου λογιστικού φύλλου, όπου ο χρήστης εισάγει από έναν πίνακα όλα τα στοιχεία του προβλήματος.

Η διαδικασία φύλαξης, επανάκτησης και μεταβολής των δεδομένων γίνεται από την

ίδια οθόνη με σχετικά εύκολο τρόπο. ΤΟ QSB+ «τρέχει» από το DOS, αν στον κατάλογο που βρίσκεται στο δίσκο του ηλεκτρονικού υπολογιστή γράψουμε τη λέξη QSB και πατήσουμε το Enter.

Το πρόγραμμα αυτό μας δίνει τη δυνατότητα να επιλέξουμε την τεχνική που μας ενδιαφέρει ανάμεσα από μία πληθώρα τεχνικών, όπως είναι ο γραμμικός προγραμματισμός, ο ακέραιος προγραμματισμός, ο μη γραμμικός προγραμματισμός, ο τετραγωνικός προγραμματισμός, ο δυναμικός προγραμματισμός, η θεωρία ουρών, η μέθοδος μεταφοράς, η οικονομική ανάλυση, η μέθοδος προσομοίωσης κ.ά.

Από το μενού εισαγωγής δεδομένων μπορούμε να δώσουμε τα στοιχεία ενός καινούργιου προβλήματος (Data Entry), να διαβάσουμε από το δίσκο ένα υπάρχον πρόβλημα (Read a file), να δείξουμε τα δεδομένα (Show data), να τυπώσουμε (Print data) ή να μεταβάλουμε (Modify data) τις παραμέτρους κάποιου προβλήματος. Επίσης, έχουμε τη δυνατότητα φύλαξης του προβλήματος στο δίσκο (Save) ή ακόμα φύλαξης με διαφορετικό όνομα από αυτό που ήδη έχει το αρχείο που είναι φορτωμένο στη μνήμη (Save As).

Δίνουμε το πλήθος των μεταβλητών απόφασης και των περιορισμών, καθορίζουμε τον τύπο του προβλήματος (maximization-minimization), επιλέγουμε τον τρόπο ονομασίας των μεταβλητών και καθορίζουμε τον τρόπο εισαγωγής των υπόλοιπων παραμέτρων.

Στη συνέχεια εισάγουμε τους αντικειμενικούς συντελεστές, τους τεχνολογικούς συντελεστές και τις σταθερές των δεξιών μελών. Αφού σώσουμε το μοντέλο με την εντολή save σε κάποιο αρχείο, σύμφωνα με τους κανόνες του DOS, προχωράμε στη λύση του. Οι επιλογές είναι αρκετές και σχετίζονται με τη διαδικασία επίλυσης και ερμηνείας των αποτελεσμάτων.

Έχουμε τη δυνατότητα να εφαρμόσουμε τη μέθοδο simplex με άμεση καταχώρηση των αποτελεσμάτων στη μνήμη αλλά και να επιλύσουμε το πρόβλημα προβάλλοντας όλα τα ενδιάμεσα βήματα της διαδικασίας.

Ακόμα, για προβλήματα δύο διαστάσεων υπάρχει η δυνατότητα γραφικής επίλυσης με ανακεφαλαίωση των αποτελεσμάτων καθώς και την ανάλυση εναισθησίας. Μπορούμε επίσης να δούμε κατευθείαν τη λύση του προβλήματος, δηλαδή τη βέλτιστη λύση του μοντέλου που έχουμε εισάγει χωρίς να εμφανιστούν όλα τα ενδιάμεσα βήματα.

### **3.2 ΤΟ ΠΑΚΕΤΟ LINDO**

Το δεύτερο λογισμικό πακέτο που χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού είναι το LINDO. Το πρόγραμμα LINDO (Linear, INteractive, and Discrete Optimizer), καθώς επίσης και η γλώσσα μοντελοποίησης LINGO διατίθενται από τη LINDO SYSTEMS INC. σε διάφορες παραλλαγές (versions) ανάλογα με τις ανάγκες των χρηστών (για περισσότερες πληροφορίες <http://www.lindo.com>). Έτσι το πρόγραμμα προσφέρεται σε εκδόσεις που ποικίλουν από εκπαιδευτικά πακέτα χαμηλού κόστους και δυνατοτήτων μέχρι και περιβάλλοντα βιομηχανικών και άλλων μεγάλης κλίμακας εφαρμογών.

Ακόμα προσφέρεται σε εκδόσεις για πολλά διαφορετικά λειτουργικά συστήματα, όπως DOS, Windows, mainframe υπολογιστές ή Unix. Το LINDO είναι σε θέση να επιλύσει προβλήματα που μπορούν να εκφραστούν ως μοντέλα γραμμικού, ακέραιου ή ακόμα και τετραγωνικού προγραμματισμού, καθώς επίσης και ως προβλήματα πολλαπλών στόχων (goal programming). Το περιβάλλον εργασίας είναι εξαιρετικά φιλικό προς το χρήστη, μιας και εκμεταλλεύεται πολλές από τις δυνατότητες επικοινωνίας που προσφέρει το γενικότερο περιβάλλον εργασίας κάτω από Windows.

Η εισαγωγή ενός μοντέλου στο πρόγραμμα LINDO γίνεται, όπως ακριβώς θα το γράφαμε στο χαρτί, χρησιμοποιώντας την ηλεκτρονική σελίδα εργασίας (το ενεργό παράθυρο) που παρέχεται στην αρχική οθόνη. Κάθε πρόβλημα ξεκινάει με την αντικειμενική συνάρτηση, στην οποία προτάσσουμε το Max ή Min αναλόγως με την περίπτωση και κατόπιν ακολουθούν οι περιορισμοί, τους οποίους μπορούμε και πολύ άνετα να αριθμήσουμε. Στο τέλος γράφουμε την εντολή end. Μια σειρά από μενού διευκολύνουν το χρήστη στην εισαγωγή, επίλυση και διερεύνηση του μοντέλου.

Παράλληλα με την επεξήγηση της λειτουργίας του προγράμματος LINDO, θα λύσουμε και ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης:

#### **Το πρόβλημα μεγιστοποίησης της «ΑΛΦΑ ΑΕ».**

Η «ΑΛΦΑ ΑΕ» είναι μία εξελισσόμενη βιομηχανική επιχείρηση προϊόντων γάλακτος. Στην προσπάθειά της να διεισδύσει ακόμα περισσότερο στην αγορά του παγωτού πολυτελείας παράγει μεταξύ των άλλων δύο νέα προϊόντα σε οικογενειακή συσκευασία, τα οποία είναι παγωτό κρέμας με άρωμα πραγματικής βανίλιας (προϊόν A) και παγωτό κρέμας με πραγματική σοκολάτα (προϊόν B).

Αν και η παραγωγική διαδικασία είναι αρκετά πιο περίπλοκη, θα θεωρήσουμε ότι για την παραγωγή των δύο αυτών προϊόντων η επιχείρηση δεσμεύει κάθε εβδομάδα ένα μικρό μέρος των παραγωγικών της πόρων. Αυτοί είναι το γάλα, που αποτελεί τη βασική πρώτη ύλη, η εργασία (παραλαβή πρώτων υλών, μακροσκοπικός και μικροσκοπικός έλεγχος, ποιοτικός έλεγχος, συσκευασία, κ.λπ.), καθώς επίσης και η διαθέσιμη παραγωγική δυναμικότητα των μονάδων παστερίωσης και ψύξης (έστω σε λεπτά ανά εβδομάδα).

Η παραγωγική δυναμικότητα των υπόλοιπων μονάδων του εργοστασίου είναι ικανή να καλύψει την εβδομαδιαία ζήτηση για όλα τα προϊόντα της επιχείρησης και επομένως δεν αναφέρονται στην παρούσα ανάλυση. Το ίδιο ισχύει και όλα τα άλλα στοιχεία της συνταγής, τα οποία βρίσκονται σε επάρκεια.

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται τα δεδομένα του προβλήματος που έχουν προσδιοριστεί για την παραγωγή μίας μονάδας από κάθε προϊόν και τα οποία προέκυψαν από εκτιμήσεις των υπευθύνων της παραγωγής.

#### Δεδομένα προβλήματος:

Απαιτούμενη ποσότητα πόρου / μονάδα προϊόντος			
Πόρος	Προϊόν A	Προϊόν B	Διαθέσιμη ποσότητα πόρου
Γάλα (λίτρα)	1	1	550
Εργασία (λεπτά)	1	3	1000
Παστερίωση και ψύξη (λεπτά)	2	5	2000
Μέγιστη ζήτηση (μονάδες)	400	απεριόριστη	
Κέρδος / μονάδα (δρχ.)	150	200	

Έτοι, για την παραγωγή μίας μονάδας προϊόντος Α χρειάζονται ένα λίτρο γάλακτος, ένα λεπτό εργασίας και 2 λεπτά επεξεργασίας στις μονάδες παστερίωσης και ψύξης, ενώ για την παραγωγή μίας μονάδας προϊόντος Β χρειάζονται ένα λίτρο γάλακτος, 3 λεπτό εργασίας και 5 λεπτά επεξεργασίας στις μονάδες παστερίωσης και ψύξης.

Οι διαθέσιμες ποσότητες των τριών αυτών πόρων ανά εβδομάδα είναι 500 λίτρα γάλακτος, 1000 λεπτά εργασίας και 2000 λεπτά επεξεργασίας στις μονάδες παστερίωσης και ψύξης. Επίσης, το τμήμα μάρκετινγκ μετά από διενέργεια της κατάλληλης έρευνας μάρκετινγκ προέβλεψε, ότι η εβδομαδιαία ζήτηση για το προϊόν Α δεν αναμένεται να ξεπεράσει τις 400 μονάδες, ενώ η εβδομαδιαία ζήτηση για το προϊόν Β αναμένεται να είναι πολύ μεγάλη.

Στον πίνακα δίνεται επίσης η μοναδιαία συνεισφορά στο κέρδος, που είναι 150 δρχ. για το προϊόν Α και 200 δρχ. για το προϊόν Β. Ως μοναδιαία συνεισφορά στο κέρδος θεωρούμε τη διαφορά μεταξύ της τιμής πώλησης και του μοναδιαίου μεταβλητού κόστους του προϊόντος, δηλαδή δεν λαμβάνουμε υπόψη τα σταθερά στοιχεία κόστους, τα οποία παραμένουν αμετάβλητα κατά την περίοδο προγραμματισμού (εβδομάδα) και επομένως δεν είναι σχετικά με την ανάλυσή μας.

Με βάση τα παραπάνω, αντικειμενικός μας σκοπός είναι να προσδιορίσουμε το βέλτιστο εβδομαδιαίο πρόγραμμα παραγωγής, δηλαδή εκείνο το συνδυασμό μονάδων των δύο προϊόντων που θα πρέπει να παραχθούν και να πωληθούν, ώστε να μεγιστοποιηθεί η επιχείρηση το συνολικό εβδομαδιαίο κέρδος της.

Για τον καθορισμό των μεταβλητών απόφασης θα πρέπει να θέσουμε ορισμένα ερωτήματα, οι απαντήσεις των οποίων να μας οδηγήσουν στον εντοπισμό εκείνων των μεταβλητών, τις τιμές των οποίων μπορούμε να ελέγξουμε. Μερικά από τα ερωτήματα αυτά είναι τα ακόλουθα:

- ✓ Ποια στοιχεία του προβλήματος επηρεάζουν το κριτήριο απόδοσης που στην περίπτωσή μας είναι το συνολικό εβδομαδιαίο κέρδος;
- ✓ Για ποια στοιχεία είμαστε σε θέση να καθορίσουμε τις τιμές τους (ασκώντας έλεγχο στο σύστημα) και ποια είναι δεδομένα και δεν επιδέχονται μεταβολές;
- ✓ Ποιες είναι οι αποφάσεις που πρέπει να πάρουμε και ποιες είναι οι τιμές των μεταβλητών που μπορούν να αποτελούν τη λύση του προβλήματος;

Τα στοιχεία που επηρεάζουν το συνολικό εβδομαδιαίο κέρδος και τα οποία μπορούν να καθοριστούν από την επιχείρηση είναι ο αριθμός των μονάδων των δύο προϊόντων που παράγονται εβδομαδιαίως. Ετσι η απόφαση την οποία θα πάρει η διοίκηση της επιχείρησης αφορά στις μονάδες κάθε προϊόντος που πρέπει να παραχθούν, μια και οι ποσότητες αυτές επηρεάζουν το συνολικό της κέρδος.

Αν γνωρίζουμε τις ποσότητες των δύο προϊόντων που μεγιστοποιούν το συνολικό εβδομαδιαίο κέρδος, τότε έχουμε τη βέλτιστη λύση του προβλήματος. Επομένως οι μεταβλητές απόφασης είναι ο αριθμός μονάδων των προϊόντων A και B που παράγονται κατά την περίοδο προγραμματισμού και τις οποίες συμβολίζουμε ως:

- $x_1$  = αριθμός μονάδων προϊόντος A που παράγονται κάθε εβδομάδα
- $x_2$  = αριθμός μονάδων προϊόντος B που παράγονται κάθε εβδομάδα

Για να κατασκευάσουμε την αντικειμενική συνάρτηση θα πρέπει αρχικά να διατυπώσουμε το στόχο μας, ο οποίος για το παράδειγμά μας είναι η μεγιστοποίηση του συνολικού εβδομαδιαίου κέρδους από την πώληση των δύο προϊόντων παγωτού. Αναλύοντας το στόχο στα δομικά του στοιχεία διαπιστώνουμε ότι το συνολικό εβδομαδιαίο κέρδος προκύπτει από το άθροισμα των συνεισφορών στο κέρδος από την παραγωγή και πώληση των δύο προϊόντων.

Επομένως η συνεισφορά κάθε προϊόντος στο κέρδος μπορεί να εκφραστεί χρησιμοποιώντας τις μεταβλητές απόφασης και τα κατάλληλα δεδομένα του προβλήματος, που είναι η μοναδιαία συνεισφορά στο κέρδος των δύο προϊόντων, δηλαδή 150 δρχ. για το προϊόν A και 200 δρχ. για το προϊόν B. Έτσι το συνολικό εβδομαδιαίο κέρδος μπορεί να υπολογιστεί με τον ακόλουθο τρόπο:

Συνολικό εβδομαδιαίο κέρδος

$$\begin{aligned}
 &= \text{εβδομαδιαίο κέρδος προϊόντος A} + \text{εβδομαδιαίο κέρδος προϊόντος B} \\
 &= (\text{μοναδιαία συνεισφορά προϊόντος A}) * (\text{παραγόμενες μονάδες A}) \\
 &\quad + (\text{μοναδιαία συνεισφορά προϊόντος B}) * (\text{παραγόμενες μονάδες B}) \\
 &= 150x_1 + 200x_2
 \end{aligned}$$

Άρα η αντικειμενική συνάρτηση που μεγιστοποιεί το συνολικό κέρδος και η οποία συνήθως παριστάνεται το z, είναι:

$$\text{Maximize (ή Max)} z = 150x_1 + 200x_2$$

Η αντικειμενική αυτή συνάρτηση είναι γραμμική, αφού καμία μεταβλητή δεν είναι υψηλού βαθμού αλλη από εκείνη της μονάδας και δεν υπάρχουν γινόμενα μεταξύ των μεταβλητών.

Αν η επιχείρηση είχε τη δυνατότητα να παράγει άπειρες μονάδες προϊόντων παγωτού και αν από την άλλη πλευρά η ζήτηση ήταν απεριόριστη, η επιχείρηση θα μπορούσε να παράγει όσες περισσότερες μονάδες από τα δύο προϊόντα μπορούσε, με αποτέλεσμα η τιμή

της αντικειμενικής συνάρτησης να οδηγούντων στο άπειρο.

Όπως αναφέραμε όμως, υπάρχουν κάποιοι περιορισμοί σε σχέση με την παραγωγική διαδικασία και τους διαθέσιμους πόρους, οι οποίοι θέτουν όρια στις τιμές που μπορούν να πάρουν οι μεταβλητές απόφασης και κατά συνέπεια και στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα υπάρχουν τέσσερις περιορισμοί. Ο πρώτος αναφέρεται στην διαθέσιμη ποσότητα γάλακτος για την παραγωγή του παγωτού. Έχει προσδιοριστεί ότι κάθε εβδομάδα η συνολική κατανάλωση γάλακτος για την παραγωγή παγωτού δεν μπορεί να ξεπεράσει το 550 λίτρα. Για να εκφραστεί η συνολική εβδομαδιαία κατανάλωση γάλακτος ως συνάρτηση των μεταβλητών απόφασης και να διασφαλιστεί ότι η κατανάλωση δεν ξεπερνά το δριό αυτό, θα πρέπει να ισχύει:

$$(\text{εβδομαδιαία κατανάλωση γάλακτος}) \leq (\text{διαθέσιμη ποσότητα γάλακτος}) \text{ δηλαδή,}$$

$$(\text{εβδομαδιαία κατανάλωση γάλακτος για το προϊόν A}) +$$

$$(\text{εβδομαδιαία κατανάλωση για το προϊόν B}) \leq (\text{διαθέσιμη ποσότητα γάλακτος})$$

$$\text{που τελικά δίνει: } 1^*(x_1) + 1^*(x_2) \leq 550, \text{ δηλαδή, } x_1 + x_2 \leq 550$$

Ο δεύτερος περιορισμός αφορά στην εργασία που απαιτείται για την παραγωγή των δύο προϊόντων παγωτού για την οποία η επιχείρηση διαθέτει συνολικά 1000 λεπτά την εβδομάδα. Για την εβδομαδιαία περίοδο προγραμματισμού ισχύει:

$$(\text{συνολική απαιτούμενη εργασία}) \leq (\text{διαθέσιμη εργασία}), \text{ δηλαδή,}$$

$$(\text{απαιτούμενη εργασία για το A}) + (\text{απαιτούμενη εργασία για το B}) \leq$$

$$(\text{διαθέσιμη εργασία}) \text{ και επομένως,}$$

$$(\text{εργασία / μονάδα A})^* (\text{παραγόμενες μονάδες A}) +$$

$$(\text{εργασία / μονάδα B})^* (\text{παραγόμενες μονάδες B}) \leq (\text{διαθέσιμη εργασία}),$$

που δίνει,

$$1^*(x_1) + 3^*(x_2) \leq 1000, \text{ δηλαδή, } x_1 + 3x_2 \leq 1000$$

Ο τρίτος περιορισμός σχετίζεται με την επεξεργασία στις μονάδες παστερίωσης και ψύξης, όπου διατίθενται για την παραγωγή των δύο προϊόντων 2000 λεπτά εβδομαδιαίως και εκφράζεται ως συνάρτηση των δύο μεταβλητών απόφασης ως:

$$2^*(x_1) + 5^*(x_2) \leq 2000, \text{ δηλαδή, } 2x_1 + 5x_2 \leq 2000$$

Υπάρχει όμως και ένας τέταρτος περιορισμός, ο οποίος δεν ανήκει στην ίδια κατηγορία με τους τρεις πρώτους (που αφορούν στους τρεις πόρους), αλλά αναφέρεται στην

πρόβλεψη του τμήματος μάρκετινγκ, σύμφωνα με την οποία η εβδομαδιαία ζήτηση για το προϊόν A δεν αναμένεται να ξεπεράσει τις 400 μονάδες. Πρόκειται για έναν περιορισμό που σχετίζεται με εξωτερικούς παράγοντες και εκφράζεται ως εξής:  $x_1 \leq 400$

Είναι προφανές ότι οι δύο μεταβλητές απόφασης παίρνουν μη αρνητικές τιμές, επειδή εκφράζουν μονάδες προϊόντος που παράγονται και έτσι έχουμε ότι  $x_1 \geq 0$  και  $x_2 \geq 0$  ή συμβολικά:  $x_1, x_2 \geq 0$ .

Συνοψίζοντας, το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού του προβλήματος είναι:

$$\text{Maximize } z = 150 x_1 + 200 x_2$$

με περιορισμούς:

$$x_1 + x_2 \leq 550$$

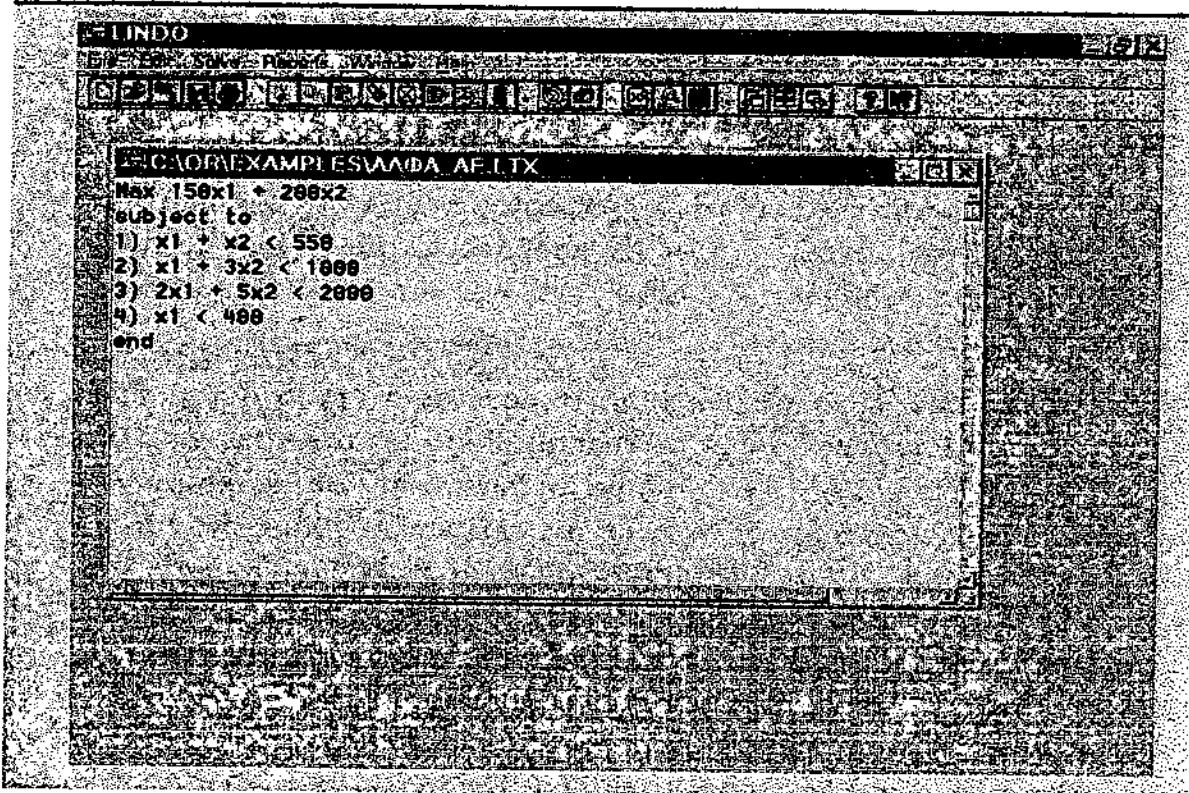
$$x_1 + 3x_2 \leq 1000$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 2000$$

$$x_1 \leq 400$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Μεταφέροντας το πρόβλημα στον υπολογιστή, βλέπουμε δύο παράθυρα, από τα οποία το εξωτερικό με τον τίτλο LINDO είναι το κύριο παράθυρο εργασίας, ενώ το εσωτερικό παράθυρο περιέχει το μοντέλο της «ΑΛΦΑ ΑΕ» δημοσιεύεται στο Σχήμα 24.



Σχήμα 24.: Το περιβάλλον εργασίας του LINDO με το μοντέλο της «ΑΛΦΑ ΑΕ».

Αφού σώσουμε το μοντέλο στο δίσκο του υπολογιστή με την εντολή Save, που βρίσκεται στο μενού εντολών File, τότε στο εσωτερικό παράθυρο βλέπουμε το πλήρες μονοπάτι (path) του καταλόγου και το όνομα του αρχείου στο οποίο έχει σωθεί το μοντέλο. Όλα τα αρχεία που περιέχουν μοντέλα του LINDO έχουν επέκταση LTX.

Κάθε πρόβλημα ξεκινάει με την αντικεμενική συνάρτηση, στην οποία προτάσσουμε το Max ή Min αναλόγως με την περίπτωση και κατόπιν ακολουθεί η φράση «subject to», δηλαδή «με περιορισμούς». Έπονται οι περιορισμοί, τους οποίους μπορούμε να αριθμούμε ελεύθερα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 24. και τελειώνουμε με την εντολή end.

Μία σειρά από μενού διευκολύνουν το χρήστη στην εισαγωγή, επίλυση και διερεύνηση του μοντέλου. Έτσι, υπάρχουν τα κλασικά μενού κάθε προγράμματος που «τρέχει» με τα Windows, όπως File (με εντολές σχετικές με την ανάγνωση, φύλαξη και

εκτύπωση των μοντέλων), Edit (με εντολές σχετικές με την αντιγραφή, αποκοπή, επικόλληση τμημάτων των μοντέλων), Window (ρυθμίσεις προβολής πολλαπλών παραθύρων ταυτοχρόνως) και Help (συνοπτικό εγχειρίδιο χρήστης, αλφαριθμητική αναζήτηση θεμάτων και παροχή επεξηγήσεων και συμβουλών).

Τα μενού που ουσιαστικά διεκπεραιώνουν τη διαδικασία επίλυσης είναι δύο, το Solve και το Reports. Το πρώτο περιέχει εντολές που κατευθύνουν τη διαδικασία εντοπισμού της βέλτιστης λύσης, ενώ με το δεύτερο ο χρήστης επιλέγει τις πληροφορίες που θα περιέχει η αναφορά επίλυσης του μοντέλου, η οποία προβάλλεται σε ξεχωριστό παράθυρο, το reports window.

Οι βασικές επιλογές στο μενού Solve είναι οι εξής:

1) Solve: Επιλύει το πρόβλημα που βρίσκεται στο ενεργό παράθυρο. Κατά την επίλυση εμφανίζεται το παράθυρο κατάστασης του λύτη (LINDO Solver Status), το οποίο δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να παρακολουθεί την εξέλιξη της διαδικασίας επίλυσης. Βέβαια, όταν το μοντέλο είναι μικρό σε πλήθος μεταβλητών και περιορισμών, η επίλυση γίνεται αστραπαία και το παράθυρο κατάστασης εμφανίζεται στο τέλος της διαδικασίας.

Η λύση του προβλήματος καταγράφεται στο παράθυρο αναφορών (reports window), όπου ο χρήστης μπορεί στη συνέχεια να επέμβει ως να είναι ένα απλό κείμενο ή ακόμα να το αντιγράψει σ' ένα άλλο αρχείο για να το επεξεργαστεί. Επίσης, μετά την επίλυση, το πρόγραμμα μπορεί να τυπώσει την αναφορά ανάλυσης ευαισθησίας (sensitivity analysis report, range analysis report) στο ίδιο παράθυρο.

Στο παράθυρο αναφορών καταγράφονται σειριακά όλα τα αποτελέσματα της επεξεργασίας που υφίσταται το μοντέλο και γι' αυτό υπάρχει η δυνατότητα εκκαθάρισής του απ' όλα τα στοιχεία που περιέχει, εφ' όσον ο χρήστης επιθυμεί να ξεκινήσει μία διαδικασία από την αρχή με καινούριο αρχείο αναφορών.

The screenshot shows the LINDO software interface. On the left, the model is defined:

```

Max 150x1 + 200x2
subject to
1) x1 + x2 < 550
2) x1 + 3x2 < 1000
3) 2x1 + 5x2 < 2000
4) x1 < 400
end

```

Below the model, the solver status window displays:

Optimizer Status	
Status	Optimal
Iterations	2
Infeasibility	0
Objective	93750.00
Best IP	N/A
IP Bound	N/A
Branches	N/A
Elapsed Time	00:00:02

On the right, the solution results are shown:

**LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2**

**OBJECTIVE FUNCTION VALUE**

1) 93750.00

VARIABLE	VALUE	REDUCE COST
X1	325.000000	
X2	225.000000	

**ROW SLACK OR SURPLUS DUAL PRICES**

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
1)	0.000000	125.000000
2)	0.000000	25.000000

Σχήμα 25.: Επίλυση του μοντέλου «ΑΛΦΑ ΑΕ» από το LINDO.

Στο Σχήμα 25. βλέπουμε στο παρασκήνιο το παράθυρο εργασίας του μοντέλου και το παράθυρο αναφορών, στο οποίο έχει ήδη καταγραφεί η λύση, ενώ στο προσκήνιο υπάρχει το παράθυρο κατάστασης, δύον φαίνεται ότι έχει ολοκληρωθεί η επίλυση του μοντέλου και βρέθηκε η βέλτιστη λύση (Status: Optimal).

2) Compile model: Ελέγχει συντακτικά το μοντέλο στο ενεργό παράθυρο και το ετοιμάζει για την επίλυση, δηλαδή το μετατρέπει σε μορφή που μπορεί να το χειριστεί ο λύτης (ο αλγόριθμος επίλυσης του LINDO).

3) Debug: Διερευνά το μοντέλο στο ενεργό παράθυρο, εφόσον μετά την επίλυση προκύψει ότι δεν έχει καμία εφικτή λύση ή είναι μη φραγμένο πρόβλημα. Επειδή, όποις έχουμε ήδη τονίσει, οι καταστάσεις αυτές πιθανότατα προκαλούνται από λανθασμένη ανάπτυξη του μοντέλου, το LINDO με την εντολή αυτή βοηθάει το χρήστη στον εντοπισμό των πιθανού σφάλματος. Η εντολή ουσιαστικά προσπαθεί να εντοπίσει εκείνες τις μεταβλητές

ή τους περιορισμούς που προκαλούν πρόβλημα.

4) Pivot: Η εντολή αυτή δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη -σε συνδυασμό με την εντολή Tableau από το μενού Reports- να βλέπει και να τυπώνει στο παράθυρο αναφορών τα ενδιάμεσα βήματα του αλγορίθμου επίλυσης.

The screenshot shows the LINDO software interface with the title bar "LINDO" and menu bar "File Edit Solve Reports Windows Help". The main window is titled "Reports Window". The output displayed is:

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2
OBJECTIVE FUNCTION VALUE
 1)    93750.00
VARIABLE          VALUE        REDUCED COST
  X1      325.000000        0.000000
  X2      225.000000        0.000000

ROW    SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
 2)      0.000000        125.000000
 3)      0.000000        25.000000
 4)      225.000000        0.000000
 5)      75.000000        0.000000

NO. ITERATIONS=      2
```

Σχήμα 26.: Η αναφορά της επίλυσης από το LINDO.

Η μέγιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, που ως γνωστό είναι 93,750, δίνεται κάτω από τον τίτλο OBJECTIVE FUNCTION VALUE. Πριν από την τιμή αυτή υπάρχει η μονάδα, επειδή στο LINDO η αντικειμενική συνάρτηση θεωρείται πάντα ως πρώτη εξίσωση.

Μετά ακολουθεί η βέλτιστη λύση με την τιμή κάθε μεταβλητής απόφασης και το αντίστοιχο κόστος ευκαιρίας (REDUCED COST). Στη συνέχεια αναγράφονται οι τιμές των βιορθητικών μεταβλητών για κάθε περιορισμό (στη στήλη με τίτλο SLACK OR SURPLUS) και δίπλα ακριβώς στη στήλη DUAL PRICES προβάλλονται οι δυνικές τιμές, που στο πρόβλημα μεγιστοποίησης είναι οι σκιώδεις τιμές. Αν δεν είχαμε αριθμήσει τους υπόλοιπους περιορισμούς, οι σειρές αυτές θα είχαν πάρει αυτομάτως τους αριθμούς 2 μέχρι 5.

Αν κάποιο πρόβλημα δεν έχει εφικτή λύση, τότε στην αναφορά αυτή κάποιες από τις τιμές των Slack ή Surplus μεταβλητών θα είναι αρνητικές. Η αναφορά επίλυσης τελειώνει με το πλήθος των επαναλήψεων που χρειάστηκαν για να βρεθεί η βέλτιστη λύση (NO.ITERATIONS=2).

Συνεχίζουμε με μία πολύ συνοπτική αναφορά στις κυριότερες επιλογές του μενού Reports:

1) Solution: Με την εντολή αυτή ο χρήστης μπορεί να τυπώσει στο παράθυρο αναφορών την αναφορά επίλυσης που βλέπουμε στο Σχήμα 26., αρκεί βέβαια να έχει προηγηθεί η εντολή Solve. Η εντολή είναι χρήσιμη σε περιπτώσεις που είναι απενεργοποιημένη η αυτόματη εκτόπωση της αναφοράς επίλυσης κατά την εκτέλεση της εντολής Solve.

2) Range: Με την εντολή αυτή παράγεται η αναφορά ανάλυσης ευαισθησίας. Επισημαίνουμε ότι θα πρέπει πάλι να έχει προηγηθεί η εντολή Solve. Η αναφορά τυπώνεται και μετά την επίλυση, εφ' όσον το ζητήσει ο χρήστης. Στο Σχήμα 27. βλέπουμε ότι στο παράθυρο αναφορών έχει καταγραφεί στη συνέχεια η ανάλυση ευαισθησίας.

LINDO [Reports Window]

File Edit Solve Reports Window Help

ROW SLACK OR SURPLUS DUAL PRICES

1)	0.000000	125.000000
2)	0.000000	25.000000
3)	225.000000	0.000000
4)	75.000000	0.000000

NO. ITERATIONS: 2

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	OBJ COEFFICIENT RANGES		
	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	150.000000	50.000000	83.333336
X2	200.000000	250.000000	50.000000

ROW	RIGHHAND SIDE RANGES		
	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
1	550.000000	50.000000	216.666672
2	1000.000000	150.000000	150.000000
3	2000.000000	INFINITY	225.000000
4	400.000000	INFINITY	75.000000

Σχήμα 27.: Η αναφορά ανάλυσης ευαισθησίας από το LINDO.

Η αναφορά έχει τίτλο «RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED», δηλαδή δίνει τα εύρη για τις παραμέτρους (αντικειμενικοί συντελεστές και δεξιά μέλη) μέσα στα οποία η βάση παραμένει αμετάβλητη. Στην ανάλυση ευαισθησίας, όπως παρέχεται από το LINDO, διακρίνουμε δύο τμήματα.

Το πρώτο με τίτλο OBJ COEFFICIENT RANGES δίνει το εύρος αριστότητας για τους αντικειμενικούς συντελεστές, ενώ το δεύτερο με τίτλο RIGHHAND SIDE RANGES δίνει το εύρος εφικτότητας για τα δεξιά μέλη. Στο πρώτο τμήμα βλέπουμε τις δύο μεταβλητές απόφασης και στη διπλανή στήλη με τίτλο CURRENT COEF τις τρέχουσες τιμές των συντελεστών τους.

Στη συνέχεια υπάρχουν δύο ακόμα στήλες. Η πρώτη έχει τίτλο ALLOWABLE INCREASE και η δεύτερη ALLOWABLE DECREASE, δηλαδή επιτρεπόμενη αύξηση και μείωση αντίστοιχα. Πρόκειται ουσιαστικά για τα όρια μέσα στα οποία κινείται η δυνατή

μεταβολή του αντικειμενικού συντελεστή.

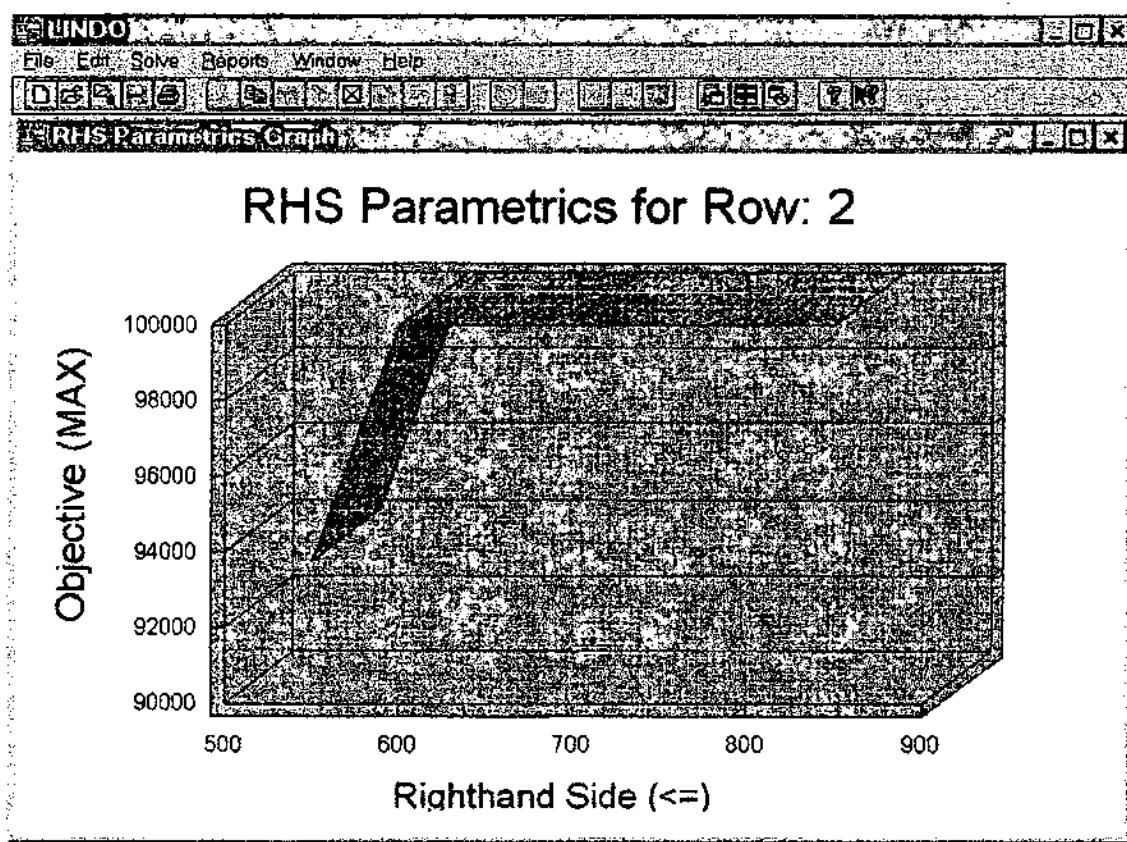
Για την πρώτη μεταβλητή, που έχει αντικειμενικό συντελεστή  $c_1=150$ , η επιτρεπόμενη αύξηση του συντελεστή της είναι 50 μονάδες, ενώ η επιτρεπόμενη μείωση είναι 83.333 μονάδες. Έτσι το εύρος ευαισθησίας για το συντελεστή αυτό είναι μεταξύ 83,333 και 200. Για τη δεύτερη μεταβλητή, η οποία έχει τρέχοντα αντικειμενικό συντελεστή  $c_2=200$ , το εύρος ευαισθησίας είναι μεταξύ 200-50 και 200+250, δηλαδή μεταξύ 150 και 450.

Για το δεξιό μέλος του πρώτου περιορισμού βλέπουμε ότι η επιτρεπόμενη αύξηση είναι 50 μονάδες, ενώ η επιτρεπόμενη μείωση είναι 216.666. Επομένως προκύπτει το εύρος εφικτότητας μεταξύ 333.333 και 600, ώστε η τρέχουσα βάση να παραμένει εφικτή.

Για τον τρίτο περιορισμό η επιτρεπόμενη αύξηση του δεξιού μέλους είναι το άπειρο (INFINITY), ενώ η επιτρεπόμενη μείωση είναι το πολύ 225 μονάδες. Άρα το εύρος εφικτότητας μπορεί να αυξηθεί απεριόριστα, αλλά και να μειωθεί το πολύ μέχρι και την τιμή 1775, χωρίς να επηρεαστεί η εφικτότητα της τρέχουσας βάσης. Με τον ίδιο τρόπο ερμηνεύουμε και τα υπόλοιπα αποτελέσματα της ανάλυσης ευαισθησίας, όπως προβάλλονται από το LINDO.

3) Parametrics: Η εντολή αυτή διενεργεί παραμετρική ανάλυση, η οποία σχετίζεται με το ενδιαφέρον ερώτημα «πι συμβαίνει όταν μία παράμετρος τελικά ξεπεράσει τα επιτρεπόμενα όρια μέσα στα οποία γνωρίζουμε ότι η βάση παραμένει ίδια και η σκιώδης τιμή αμετάβλητη;» Ένας τρόπος να διερευνήσουμε το ερώτημα αυτό, είναι να αλλάξουμε την τιμή της παραμέτρου λίγο παραπάνω ή παρακάτω από τα όρια της ανάλυσης ευαισθησίας και να λύσουμε πάλι το πρόβλημα μελετώντας την καινούρια ανάλυση ευαισθησίας.

Η εντολή Parametrics εκτελεί αυτόματα τη διαδικασία αυτή, παράγοντας μία γραφική αναπαράσταση της τιμής του  $z$  σε σχέση με τη μεταβολή μίας παραμέτρου που επιλέγει ο χρήστης, ενώ ταυτόχρονα τυπώνει μία αντίστοιχη αναφορά στο παράθυρο αναφορών. Πρέπει φυσικά να προηγηθεί η εντολή Solve.



Σχήμα 28.: Παραμετρική ανάλυση του δεξιού μέλους του δεύτερου περιορισμού.

Στο Σχήμα 28. βλέπουμε τη συμπεριφορά της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης, όταν η διαθέσιμη ποσότητα γάλακτος αρχίσει να αυξάνεται, φτάσει τα 600 λίτρα, τα ξεπεράσει και τελικά φτάσει τα 850 λίτρα. Παρατηρούμε ότι το  $z$  αυξάνεται με ρυθμό ίσο με τη σκιώδη τιμή για κάθε επιπλέον λίτρο γάλακτος που γίνεται διαθέσιμο, μέχρι η παράμετρος να φτάσει τις 600 μονάδες. Μόλις τις ξεπεράσει, η τιμή του  $z$  παραμένει πλέον σταθερή, μια και η σκιώδης τιμή του περιορισμού καθίσταται μηδέν και ο περιορισμός μη δεσμευτικός με περίσσευμα γάλακτος ίσο με όλα τα επιπλέον των 600 λίτρα, ενώ η βάση παραμένει ίδια με ίδιες τιμές για τις μεταβλητές.

Από τα Σχήματα 26. και 27. κατασκευάσαμε με τη δυνατότητα αντιγραφής (Copy) και επικόλλησης (Paste) το Σχήμα 29., το οποίο περιέχει συνολικά όλες τι πληροφορίες (λύση και ανάλυση ενασθησίας).

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 1		
OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1) 100000.0		
VARIABLE VALUE REDUCED COST		
X1	400.000000	0.000000
X2	200.000000	0.000000
ROW SLACK OR SURPLUS DUAL PRICES		
1)	250.000000	0.000000
2)	0.000000	66.666664
3)	200.000000	0.000000
4)	0.000000	83.333336
NO. ITERATIONS= 1		
RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:		
OBJ COEFFICIENT RANGES		
VARIABLE CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1 150.000000	INFINITY	83.333336
X2 200.000000	250.000000	199.999985
RIGHTHAND SIDE RANGES		
ROW CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
1 850.000000	INFINITY	250.000000
2 1000.000000	120.000000	600.000000
3 2000.000000	INFINITY	200.000000
4 400.000000	375.000000	400.000000

Σχήμα 29.: Επίλυση και ανάλυση εναισθησίας με παράμετρο = 850.

Παρατηρούμε ακόμα, ότι οι βασικές μεταβλητές είναι διαφορετικές. Στην αρχική λύση οι μεταβλητές  $s_1$  και  $s_2$  ήταν μη βασικές, ενώ τώρα μη βασικές είναι η  $s_2$  και  $s_4$ . Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να είναι τώρα δεσμευτικοί περιορισμοί ο δεύτερος και ο τέταρτος με σκιώδεις τιμές 66,66 και 83,33 αντιστοίχως.

Ο πρώτος περιορισμός έχει καταστεί μη δεσμευτικός, ενώ η  $s_1$  έχει τιμή 250. Όλα τα επιπλέον λίτρα πέρα από τα 600, που ήταν το άνω όριο της προηγούμενης ανάλυσης εναισθησίας, έχουν περισσέψει, καθώς δεν υπάρχουν διαθέσιμοι άλλοι παραγωγικοί συντελεστές (κυρίως εργασία), ώστε να χρησιμοποιηθεί η ποσότητα αυτή. Ως εκ τούτου, η σκιώδης τιμή του γάλακτος είναι τώρα μηδενική, όπως φαίνεται στη στήλη DUAL PRICES. Ως άνω όριο των δεξιών μελών των μη δεσμευτικών περιορισμών (ALLOWABLE

INCREASE = INFINITY) δίνεται το άπειρο. Αυτό σημαίνει, ότι όσο κι αν αυξηθούν τα δεξιά μέλη, επειδή οι δύο περιορισμοί είναι μη δεσμευτικοί, δεν θα μείνει απλώς ίδια η βάση, αλλά και δεν πρόκειται να αλλάξουν οι τιμές μεταβλητών.

4) Tableau: Η εντολή σε συνδυασμό με την εντολή Pivot του μενού Solution, δίνει τη δυνατότητα προβολής των ενδιάμεσων βημάτων του αλγορίθμου simplex.

### 3.3 ΤΟ ΠΑΚΕΤΟ EXCEL

Το τρίτο και πιο διαδεδομένο πακέτο είναι το γνωστό Excel της Microsoft. Η όλο και περισσότερο αυξανόμενη ανάγκη για τη συνδρομή της ποσοτικής ανάλυσης στη διαδικασία λήψης αποφάσεων σε επιχειρηματικό περιβάλλον, καθώς και η ζήτηση από την πλευρά των στελεχών για προγράμματα, τα οποία να ενσωματώνουν τις τεχνικές αυτές σ' ένα ολοκληρωμένο σύστημα υποστήριξης αποφάσεων, οδήγησε μεγάλες εταιρείες λογισμικού, όπως η Borland, η Microsoft και η Lotus να ενσωματώσουν λύτες (solvers) μοντέλων Επιχειρησιακής Έρευνας σε δημοφιλή προγράμματα διαχείρισης λογιστικών φύλλων, όπως τα Quattro Pro, Excel και Lotus 1-2-3 και ειδικότερα λύτες γραμμικού ή μη γραμμικού προγραμματισμού.

Έτσι, τα διοικητικά στελέχη μπορούν να εκμεταλλευτούν την ευελιξία και τις επιπλέον δυνατότητες που τους παρέχονται από τα προγράμματα αυτά και ταυτόχρονα να επιλύσουν σημαντικά προβλήματα με τη βοήθεια των τεχνικών της Επιχειρησιακής Έρευνας. Επίσης, εκτός από τους ενσωματωμένους λύτες, κυκλοφορούν και άλλοι που αναπτύχθηκαν ανεξάρτητα και μπορούν να προσκολληθούν στο λογιστικό φύλλο, όπως για παράδειγμα το What's Best!, το οποίο διακινείται από τη LINDO SYSTEMS Inc.

Η μορφοποίηση ενός μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού σε περιβάλλον λογιστικού φύλλου διαφέρει σε αρκετά σημεία από την τυπική μορφή καταγραφής μεταβλητών και μαθηματικών ή λογικών σχέσεων, τακτική που ακολουθήσαμε μέχρι τώρα.

Για να μεταφέρουμε ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού στο Excel και στη συνέχεια να το λύσουμε, μπορούμε να ακολουθήσουμε τις ακόλουθες γενικές αρχές:

1) Οργάνωση των παραμέτρων και γενικά των δεδομένων και των αναμενόμενων αποτελεσμάτων (Inputs / Outputs). Οι παράμετροι του μοντέλου είναι οι αντικειμενικοί συντελεστές, οι τεχνολογικοί συντελεστές και τα δεξιά μέλη.

Στο λογιστικό φύλλο οι μεταβλητές και οι παράμετροι δεν παριστάνονται με τον

τρόπο που έχουμε συνηθίσει, αλλά τοποθετούνται σε κελιά. Τα κελιά περιέχουν τρία βασικά είδη πληροφοριών:

- α) κελιά με γνωστές παραμέτρους,
- β) κελιά στα οποία θα μπουν οι τιμές των μεταβλητών όταν υπολογιστούν και
- γ) κελιά στα οποία γίνονται υπολογισμοί μεταξύ μεταβλητών και παραμέτρων (π.χ. η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης).

Mία βασική ιδέα είναι να οργανωθεί το φύλλο εργασίας (worksheet) με τέτοιο τρόπο, ώστε να μπορεί να μεταδώσει στο μη ειδικό όλο το φάσμα των πληροφοριών που αφορούν στο πρόβλημα. Καλό είναι να χρησιμοποιούμε τίτλους για τα διάφορα στοιχεία του μοντέλου, ώστε η μετάδοση αυτή των πληροφοριών να είναι όσο γίνεται πιο σαφής.

2) Τα μεταβλητά κελιά (changing cells). Όπως αναφέραμε, οι μεταβλητές απόφασης εμφανίζονται σε κελιά, τα οποία αρχικά είναι κενά (έχουν τιμή μηδέν). Τα κελιά που περιέχουν τις τιμές των μεταβλητών απόφασης συνήθως στοιχίζονται κατά στήλες με τα κελιά των τεχνολογικών τους συντελεστών, ώστε να υπάρχει ομοιομορφία και ευκολία κατανόησης της παράστασης του προβλήματος.

3) Το κελί στόχος (target cell). Το κελί αυτό περιέχει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης (δηλαδή το z), όπως αυτή υπολογίζεται με τη βοήθεια των κελιών που περιέχουν τους αντικειμενικούς συντελεστές και αυτών που περιέχουν τις τιμές των μεταβλητών απόφασης. Αρχικά έχει και αυτό μηδενική τιμή.

4) Η αναπαράσταση των περιορισμών και ειδικότερα του αριστερού μέλους κάθε περιορισμού (constraint cells - LeftHand Side cells). Με τη βοήθεια των κελιών που περιέχουν τους τεχνολογικούς συντελεστές και των μεταβλητών κελιών, μπορούμε να παραστήσουμε τη σχέση που δίνει το αριστερό μέλος κάθε περιορισμού και να το τοποθετήσουμε σ' ένα κελί υπολογισμού.

Στη συνέχεια, με τη βοήθεια του λύτη, στον οποίο θα αναφερθούμε σε λίγο, αυτό το κελί, σε συνδυασμό με εκείνο που περιέχει τη γνωστή παράμετρο του δεξιού μέλους, θα δώσει τον αντίστοιχο περιορισμό. Επίσης, οι περιορισμοί μη αρνητικότητας μπορούν να παρασταθούν εύκολα με τη βοήθεια των μεταβλητών κελιών και του λύτη.

5) Μετά την οργάνωση των δεδομένων, των μεταβλητών και των τύπων που υπολογίζονται με τη βοήθεια των παραπάνω (όπως το z και τα αριστερά μέλη των περιορισμών) μπορούμε να προχωρήσουμε στην ενεργοποίηση του λύτη (solver). Ο λύτης

μας βοηθάει να καθορίσουμε ποιοι είναι οι περιορισμοί, ποιο είναι το κελί στόχος και ποια τα μεταβλητά κελιά που περιέχουν τις τιμές για τις μεταβλητές απόφασης.

Στη συνέχεια επιλύει το μοντέλο χρησιμοποιώντας τη μέθοδο simplex και ετοιμάζει την αναφορά επίλυσης με τα στοιχεία που ζητά ο χρήστης. Ο λύτης είναι ένα πρόσθετο εργαλείο, όπου για να εισαχθεί, θα πρέπει πρώτα να εκτελέσουμε τις ανάλογες εντολές.

Μία αλλαγή σε κάποιο αντικειμενικό συντελεστή γίνεται εύκολα στο αντίστοιχο κελί, αντί να διορθώνεται ο τύπος στο κελί στόχος. Με τον τρόπο αυτό έχουμε ένα δομημένο μοντέλο, το οποίο μπορεί να υποστεί εύκολες μετατροπές και να συνδράμει στη διερεύνηση σεναρίων.

Η αναπαράσταση στο excel περιέχει τίτλους, επεξηγήσεις, γνωστές παραμέτρους, τύπους και κενά κελιά, τα οποία θα πάρουν στη συνέχεια τις τιμές των μεταβλητών. Το μοντέλο περιέχει πολλές πληροφορίες σχετικά με τα δεδομένα του προβλήματος και τις σχέσεις μεταξύ τους, αλλά παραμένει ημιτελές. Τώρα είναι η κατάλληλη στιγμή για την ενεργοποίηση του λύτη, ο οποίος θα ολοκληρώσει τη διαδικασία μοντελοποίησης και θα επιλύσει το πρόβλημα. Ο χρήστης καθορίζει το κελί-στόχο, τον τύπο του προβλήματος, τους περιορισμούς και στη συνέχεια τροφοδοτεί τη μέθοδο επίλυσης για να πάρει τις απαντήσεις και την ανάλυση ευαισθησίας.

Αν υπάρχει κάποιο λάθος στα στοιχεία που έχουμε εισάγει, τότε θα πάρουμε λανθασμένα αποτελέσματα. Μας δίνεται όμως η δυνατότητα να προχωρήσουμε σε έναν επανέλεγχο του μοντέλου, να εξετάσουμε όλους τους περιορισμούς, το κελί-στόχο, τον τύπο του προβλήματος και να εφαρμόσουμε ξανά όλα τα απαιτούμενα βήματα που θα μας οδηγήσουν στην επίλυση του προβλήματος.

Ο τρόπος παράστασης των αριθμών στην μηχανή τείνει να προκαλεί σφάλματα λόγω στρογγυλοποίησης ή αποκοπής δεκαδικών ψηφίων, που δεν μπορούν να παρασταθούν στην μνήμη του υπολογιστή. Τα σφάλματα αυτά συσσωρεύονται και μπορούν να οδηγήσουν σε εσφαλμένα συμπεράσματα σχετικά με την πιθανή παραβίαση περιορισμών.

Υπάρχει όμως ένας αριθμός μεταξύ 0 και 1 που μπορεί να μας δείξει την ανοχή την οποία μπορούμε να δεχθούμε στήν ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Όσο μικρότερος είναι, τόσο μεγαλύτερη ακρίβεια επιζητούμε στη λύση, με συνέπεια να απαιτείται περισσότερος χρόνος για να επιλυθεί το πρόβλημα.

Μόλις βρεθεί η βέλτιστη λύση, τα μεταβλητά κελιά, το κελί-στόχος και τα κελιά με τα

αριστερά μέλη των περιορισμών παίρνουν τις αντίστοιχες τιμές, ενώ παράλληλα εμφανίζεται το παράθυρο διαλόγου αποτελεσμάτων, με το οποίο επιλέγουμε το είδος των αναφορών που θέλουμε να ετοιμάσει ο λύτης. Επιπλέον, ο χρήστης, έχει τη δυνατότητα επιλογής αναφορών, όπως την αναφορά αποτελεσμάτων, την ανάλυση ευαισθησίας καθώς και των ορίων της αντικειμενικής συνάρτησης.

Το Excel χρησιμοποιεί με ευέλικτο τρόπο τους τίτλους που έχουμε δώσει στο φύλλο εργασίας του προβλήματος και τα αποτελέσματα, έτσι ώστε να παίρνουμε μία ενανάγνωστη αναφορά που μπορούμε να την ενσωματώσουμε στη συνέχεια σε μία σχετική μελέτη. Η αναφορά αποτελείται από τρία τμήματα. Το κελί-στόχο με την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης (Target Cell), το τμήμα με τα κελιά των μεταβλητών απόφασης (Adjustable Cells) και το τμήμα των περιορισμών (Constraints).

Στο πρώτο τμήμα βλέπουμε το κελί της αντικειμενικής συνάρτησης που περιέχει τη βέλτιστη τιμή του  $z$  στη στήλη Final Value.

Στη στήλη Original Value περιέχεται η αρχική τιμή του κελιού πριν την επίλυση, που εδώ ήταν μηδέν. Η χρησιμότητα της στήλης αυτής μπορεί να φανεί στις περιπτώσεις που ο χρήστης δοκιμάζει διάφορες παραλλαγές του προβλήματος. Τότε στη στήλη αυτή περιέχεται η εκάστοτε προτιγούμενη τιμή του  $z$ .

Στο δεύτερο τμήμα βλέπουμε τις τιμές των μεταβλητών απόφασης, τόσο τις αρχικές (μηδέν στη στήλη Original Values) όσο και τις βέλτιστες (στη στήλη Final Values). Το τελευταίο τμήμα της αναφοράς αποτελεσμάτων με τίτλο Constraints περιέχει στοιχεία που αφορούν στους περιορισμούς.

Στην πρώτη στήλη (Cells) έχουν τοποθετηθεί τα κελιά που αντιστοιχούν στο αριστερό μέλος του κάθε περιορισμού. Στη στήλη Name το Excel έχει τοποθετήσει ονομαστικά στοιχεία για κάθε περιορισμό, όπως τα έχει πάρει από το φύλλο εργασίας του προβλήματος. Στη στήλη Cell Value βλέπουμε την τιμή που προκύπτει στα κελιά που παριστάνονται τα αριστερά μέλη των περιορισμών.

Στην επόμενη στήλη με τίτλο Formula παρουσιάζεται με σαφήνεια η μορφή του περιορισμού και τα κελιά που συμμετέχουν για την κατάρτισή του, ενώ η στήλη Status δίνει - όπως και στο QSB- την κατάσταση του περιορισμού, δηλαδή αν είναι δεσμευτικός (binding) ή μη δεσμευτικός (not binding).

Η τελευταία στήλη (Slack) δίνει τις τιμές των βοηθητικών μεταβλητών, χαλαρών ή

πλεονασμού, ανάλογα με την περίπτωση. Είναι δηλαδή η διαφορά, η οποία προκύπτει μεταξύ του κελιού που περιέχει το δεξιό μέλος και του κελιού που περιέχει την τιμή του αριστερού μέλους για κάθε περιορισμό.

Θα πρέπει να επισημάνουμε ότι τα πρόσημα που χρησιμοποιούν τα διάφορα προγράμματα για την παράσταση των σκιωδών τιμών και του κόστους ευκαιρίας μπορεί να είναι διαφορετικά, χωρίς βέβαια να αλλάζει το φυσικό νόημα που αποδίδεται στις ποσότητες αυτές. Επομένως, χρειάζεται προσοχή στον τρόπο παρουσίασης των δεικτών αυτών από κάθε πρόγραμμα, ώστε στη συνέχεια να γίνεται και η σωστή ερμηνεία.

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Με τον όρο επιχειρησιακή έρευνα εννοούμε την επινόηση και την εφαρμογή επιστημονικών μεθόδων από διεπιστημονικές ομάδες για την επίλυση προβλημάτων που αφορούν στον έλεγχο και τον βέλτιστο τρόπο λειτουργίας οργανωμένων συστημάτων.

Από την εποχή του Δευτέρου Παγκοσμίου Πολέμου, όπου και έκανε την εμφάνισή της, μέχρι και σήμερα, η επιχειρησιακή έρευνα συνεχίζει να εξελίσσεται σταδιακά με σκοπό την καλύτερη αντιμετώπιση των προβλημάτων στη διοίκηση και την οικονομία.

Σκοπός της είναι η εύρεση της βέλτιστης λύσης των προβλημάτων στη διοίκηση και οικονομία, οδηγώντας την εκάστοτε επιχείρηση στη μεγιστοποίηση των κερδών της ή στην ελαχιστοποίηση του κόστους, με τη σωστή χρήση των διαθέσιμων παραγωγικών συντελεστών της.

Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση των τεχνικών βελτιστοποίησης που αναπτύχθηκαν για την αντιμετώπιση αυτών των προβλημάτων. Τεχνικές Γραμμικού Προγραμματισμού, στοχαστικές μέθοδοι, μέθοδοι διαχείρισης αποθεμάτων, μέθοδοι δικτυωτής ανάλυσης, μέθοδοι πολλαπλών κριτηρίων και στόχων καθώς και ευρετικές μέθοδοι αποτελούν τα κύρια εργαλεία βελτιστοποίησης.

Μία επιπλέον μέθοδος επιχειρησιακής έρευνας που χρησιμοποιείται αρκετά συχνά για την επίλυση προβλημάτων και πολλές φορές αντικαθιστά ή υποκαθιστά τη χρήση αναλυτικών μαθηματικών μοντέλων στη μελέτη σύνθετων επιχειρησιακών προβλημάτων είναι η προσομοίωση, άλλοτε προκαθορισμένη και άλλοτε πιθανολογική.

Με την πάροδο των χρόνων, αναπτύχθηκε η Διοίκηση Ολικής Ποιότητας, κλάδος που ασχολείται με την ικανοποίηση του πελάτη, με βάση το οποίο επιδιώκεται η μεγιστοποίηση της αξίας του παρεχόμενου προϊόντος όπως αυτή γίνεται αντιληπτή από τον πελάτη με την πλήρη συμμετοχή όλων των εργαζόμενων.

Τα εργαλεία της ΔΟΠ είναι πολλά, με κύρια το διάγραμμα Pareto και διάγραμμα Αιτίου-Αποτελέσματος, τα φύλλα ελέγχου, τα διαγράμματα ροής, τη στρωματοποίηση για καλύτερη ανάλυση δεδομένων, τα διαγράμματα ελέγχου, τα διαγράμματα διασποράς και τα ιστογράμματα.

Με την ανάπτυξη της τεχνολογίας και των ηλεκτρονικών υπολογιστών, δεν θα μπορούσαν να μην δημιουργηθούν κάποια πακέτα λογισμικού, εργαλεία βελτιστοποίησης και αυτά, με τη διαφορά ότι επιλύονται μέσω ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή, παρέχοντας ακριβή αποτελέσματα σε ελάχιστο χρόνο. Τα κύρια λογισμικά πακέτα βελτιστοποίησης είναι το QSB+, το LINDO και το EXCEL.

Υπάρχουν συνεπώς πάρα πολλές τεχνικές βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούνται σε διάφορους κλάδους της διοίκησης και της οικονομίας για την επίλυση προβλημάτων. Είναι απαραίτητα εργαλεία για μία επιχείρηση που έχει στόχο της ανάπτυξη και επέκτασή της και σε συνδυασμό με ένα σωστό προγραμματισμό και πλάνο δράσης, η επιχείρηση οδηγείται στην κορυφή του κλάδου της.

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

**Κεφ. Σελ.**

1.	Σχήμα 1.: Διαχωρισμός προβλήματος σε διαδοχικά στάδια.	1	25
2.	Σχήμα 2.: Απεικόνιση καταστάσεων διαδοχικών σταδίων.	1	26
3.	Σχήμα 3.: Διαδρομή στο παράδειγμα του Περιοδεύοντος Πωλητή.	1	28
4.	Σχήμα 4.: Βασικές φάσεις διαχείρισης έργων.	1	39
5.	Σχήμα 5.: Άλληλεξάρτηση διαφορετικών δραστηριοτήτων έργου.	1	41,42
6.	Σχήμα 6.: Βασικά στοιχεία δένδρου αποφάσεων	1	47,48
7.	Σχήμα 7.: Γραφική απεικόνιση με τη μορφή δένδρου αποφάσεων της μήτρας απόδοσης στο παράδειγμα «δένδρου αποφάσεων».	1	49
8.	Σχήμα 8.: Απεικόνιση αναμενόμενης αξίας στον κόμβο Β του δένδρου αποφάσεων στο παράδειγμα «δένδρου αποφάσεων».	1	50
9.	Σχήμα 9.: Γραφική απεικόνιση αλυσίδας Markov της μήτρας μετάβασης του παραδείγματος «ανάλυση Markov».	1	53
10.	Σχήμα 10.: Γραφική απεικόνιση των διαγράμματος μετάβασης της μήτρας μετάβασης του παραδείγματος «ανάλυση Markov».	1	54
11.	Σχήμα 11.: Διάγραμμα μετάβασης με αρχική κατάσταση Φ1 του παραδείγματος «ανάλυση Markov».	1	54
12.	Σχήμα 12.: Αναπαράσταση διαδικασίας προσομοίωσης.	2	61
13.	Σχήμα 13.: A: Διάγραμμα Pareto και B: Διάγραμμα Αιτίου – Αποτελέσματος	2	66
14.	Σχήμα 14.: Τυπικό Φύλλο Ελέγχου	2	67
15.	Σχήμα 15.: Σύμβολα που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή διαγραμμάτων ροής.	2	68
16.	Σχήμα 16.: Τυπική μορφή Διαγράμματος Ελέγχου	2	69
17.	Σχήμα 17.: Τυπική μορφή Διαγράμματος Διασποράς	2	70
18.	Σχήμα 18.: Τυπική μορφή Ιστογράμματος	2	71
19.	Σχήμα 19.: Διάγραμμα QFD	2	75
20.	Σχήμα 20.: Διάγραμμα Συσχετίσεων	2	80
21.	Σχήμα 21.: Διάγραμμα Συγγένειας.	2	81
22.	Σχήμα 22.: Διάγραμμα Συστηματοποίησης ή Δένδρου	2	83
23.	Σχήμα 23.: Διάγραμμα κρίσιμου δρόμου.	2	84
24.	Σχήμα 24.: Το περιβάλλον εργασίας του LINDO με το μοντέλο της «ΑΛΦΑ ΑΕ»	3	95
25.	Σχήμα 25.: Επίλυση του μοντέλου «ΑΛΦΑ ΑΕ» από το LINDO.	3	97
26.	Σχήμα 26.: Η αναφορά της επίλυσης από το LINDO.	3	98
27.	Σχήμα 27.: Η αναφορά ανάλυσης εναισθησίας από το LINDO.	3	100
28.	Σχήμα 28.: Παραμετρική ανάλυση του δεξιού μέλους του δεύτερου περιορισμού.	3	102
29.	Σχήμα 29.: Επίλυση και ανάλυση εναισθησίας με παράμετρο = 850.	3	103

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Γεώργιος Σ. Οικονόμου, Ανδρέας Κ. Γεωργίου, «Ποσοτική ανάλυση για τη λήψη διοικητικών αποφάσεων» Τόμος Α' (Εκδόσεις Ευγ. Μπένου) Αθήνα 1999.
2. Χαράλαμπος Ε. Μπότσαρης, «Επιχειρησιακή Έρευνα – μέθοδοι & προβλήματα» (Εκδόσεις "Ελλην") Αθήνα 1996.
3. Ε. Καρασαββίδου – Χατζηγρηγορίου, «Λήψη Επιχειρηματικών Αποφάσεων: προσέγγιση με την Επιχειρησιακή Έρευνα» (Εκδόσεις UNIVERSITY STUDIO PRESS) Θεσσαλονίκη 1986.
4. Παντελής Γ. Υψηλάντης, «Επιχειρησιακή Έρευνα – Λήψη Επιχειρηματικών Αποφάσεων» (Εκδόσεις "Ελλην") Λάρισα 1998.
5. Δερβιτσιώτης Κ., «Διοίκηση Ολικής Ποιότητας» Αθήνα 1993.
6. Λογοθέτης Ν., «Μάνατζμεντ Ολικής Ποιότητας», Prentice Hall International Ltd., 1992.
7. «Total Quality Management: Η Ελληνική προσέγγιση στη Διεθνή Πρόκληση», Ειδική Έκδοση TQM, ISO 9000, Επικοινωνία Ε.Π.Ε.
8. Σπανός Α., «Ολική Ποιότητα», Εκδόσεις Γαλαίος, 1993.
9. Αλεξόπουλος Σεραφείμ, «Μία κλάση αλγορίθμων με την ιδιότητα της συζυγίας για τη βελτιστοποίηση μη γραμμικών συναρτήσεων χωρίς περιορισμούς» Διδακτορική Διατριβή, Πανεπιστήμιο Πατρών, Τμήμα Μαθηματικό, Πάτρα 1999.
10. Αλεξόπουλος Σεραφείμ, «Μαθηματικός Προγραμματισμός» Βιβλίο για τις ανάγκες διδασκαλίας του ομάνυμου μαθήματος στο ΣΤ' εξάμηνο του τμήματος μηχανολόγων μηχανικών βιομηχανίας του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας (Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Θεσσαλίας), Μάρτιος 2002.

