



ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΥ  
ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΩΝ  
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ  
ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΥ ΣΤΙΣ ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ  
ΑΕΡΟΠΟΡΙΚΕΣ ΕΤΑΙΡΕΙΕΣ

ΚΑΓΚΕΛΙΔΗΣ ΓΡΗΓΟΡΗΣ Α.Μ. 121  
ΣΚΟΥΡΤΑ ΚΑΛΛΙΟΠΗ Α.Μ. 81  
ΝΤΑΚΟΒΑΝΟΥ ΣΤΑΥΡΟΥΛΑ Α.Μ. 54

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ  
ΔΡ. ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΣΠ. ΒΩΡΟΣ

ΠΑΤΡΑ 12/2003

ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ	6871
----------------------	------

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ



<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.....</b>	
<b>ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ</b>	
<b>ΑΕΡΟΓΡΑΜΜΩΝ.....</b>	<b>9</b>
<b><u>1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</u></b>	<b><u>9</u></b>
1.1.1 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ.....	9
1.1.2 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΑΕΡΟΓΡΑΜΜΩΝ.....	10
<b><u>1.2 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ</u></b>	
<b><u>ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ.....</u></b>	<b><u>12</u></b>
1.2.1 ΟΙ ΚΑΝΟΝΕΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΚΑΙ Η ΔΟΜΗ ΤΩΝ ΠΛΗΡΩΜΩΝ.....	13
1.2.1.1 ΠΕΡΙΟΔΟΙ ΒΑΡΔΙΑΣ.....	14
1.2.1.2 ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ (PAIRINGS).....	15
1.2.1.3 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΠΤΗΣΕΩΝ.....	16
1.2.2 ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΘΕΣΗΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ	
.....	17
1.2.2.1 Το πρόβλημα του συνδυασμού πτημάτων.....	17
1.2.2.2 Το πρόβλημα της αναθέσης πτημάτων.....	19
<b><u>1.3 ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΤΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ.....</u></b>	<b><u>21</u></b>
1.3.1 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΥ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ.....	21
1.3.1.1 Ισορροπία περιορισμών.....	22
1.3.2 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΑΝΑΘΕΣΗΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ.....	25
<b><u>1.4 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΛΥΣΗΣ.....</u></b>	<b><u>27</u></b>
1.4.1 ΙΣΤΟΡΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΛΥΣΕΩΝ.....	27
1.4.2 ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ.....	28
1.4.2.1 ΔΟΜΗ ΔΙΚΤΥΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ.....	28
1.4.2.1.1 Δίκτυο πτήσεων.....	29
1.4.2.1.2 Δίκτυο περιόδου βάρδιας.....	31
1.4.2.2 ΑΠΑΡΙΘΜΗΣΗ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ.....	33
1.4.2.2.1 Μερική παραγωγή συνδυασμών.....	34
1.4.3 Η ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΧΑΛΑΡΩΣΗΣ LP.....	35
1.4.3.1 ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΕΝΟΥ ΚΥΡΙΟΥ	
ΥΠΟΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....	36
1.4.3.2 ΚΟΣΤΟΛΟΓΗΣΗ.....	37
1.4.3.2.1 Η κοστολόγηση με τους αλγορίθμους κοντότερων μονοπατιών.....	38
1.4.3.2.2 Η κοστολόγηση των συνδυασμών με απαρίθμηση.....	40

1.4.4 ΒΡΙΣΚΟΝΤΑΣ ΚΑΛΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΑΚΕΡΑΙΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ (IP) .....	41
1.4.4.1 ΚΑΝΟΝΕΣ ΔΙΑΚΛΑΔΩΣΗΣ (ΤΩΝ ΣΥΝΔΕΔΕΜΕΝΩΝ ΚΟΜΒΩΝ) ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΥ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ .....	42
1.4.5 ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ .....	43
1.4.6 ΑΝΟΙΧΤΑ ΖΗΤΗΜΑΤΑ .....	44
1.4.7 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΛΥΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΣΤΕΛΕΧΩΣΗ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ..	44
1.4.7.1 ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ .....	44
1.4.7.2 ΜΙΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ.....	45

**1.5 ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΤΗΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΤΟΥ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΥ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗ ΑΕΡΟΣΚΑΦΩΝ ΚΑΙ ΤΗΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ .....** 46

1.5.1 ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗ ΑΕΡΟΣΚΑΦΩΝ .....	46
1.5.2 ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ .....	49
1.5.3 ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΑΚΤΙΚΟΤΗΤΑ .....	50

**1.6 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΑΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ .....** 51

1.6.1 ΕΝΑ ΜΟΝΤΕΛΟ ΑΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ .....	53
1.6.2 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΛΥΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ .....	56

**1.7 ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΕΙΣ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ.....** 57

1.7.1 Η ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΩΜΑΤΟΣ.....	58
1.7.2 ΜΟΝΤΕΛΑ ΑΕΡΟΓΡΑΜΜΩΝ ΓΙΑ ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΕΙΣ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΥ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ .....	58
1.7.2.1 Η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΟΥ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΤΩΝ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ .....	58
1.7.2.2 ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΤΟΝ ΧΡΟΝΟ ΣΥΝΔΕΣΗΣ .....	59
1.7.2.3 Το ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΥ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΑΝΑΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΛΗΡΩΜΑΤΑ .....	60

**1.8 ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΙΣ .....** 61

**ΑΝΑΦΟΡΕΣ.....** 62

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....** 69

<b>ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΑΕΡΟΓΡΑΜΜΩΝ ΜΕ ΤΑΚΤΙΚΟΤΗΤΑ .....</b>	<b>70</b>
<b><u>2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....</u></b>	<b><u>70</u></b>
2.1.1 Ο ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΤΩΝ ΑΕΡΟΓΡΑΜΜΩΝ.....	72
2.1.2 Το ΔΙΚΤΥΟ ΠΤΗΤΙΚΩΝ ΣΚΕΛΩΝ ΜΕ ΒΑΣΗ ΜΙΑ ΓΡΑΜΜΗ ΧΡΟΝΟΥ .....	74
<b><u>2.2 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ.....</u></b>	<b><u>74</u></b>
<b><u>2.3 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΣΥΝΔΕΣΗΣ.....</u></b>	<b><u>78</u></b>
2.3.1 ΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΣΥΝΔΕΣΗΣ .....	82
2.3.1.1. ΣΥΝΤΟΜΕΣ ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ (SIT CONNECTIONS) .....	82
2.3.1.2. ΝΥΧΤΕΡΙΝΗ ΞΕΚΟΥΡΑΣΗ (Η ΣΥΝΔΕΣΗ) .....	83
<b><u>2.4 ΤΟ ΕΝΩΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ .....</u></b>	<b><u>85</u></b>
2.4.1 ΕΠΑΥΞΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ.....	86
2.4.1.1 DEADHEADS .....	86
2.4.1.2 ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΒΑΣΕΙΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ .....	88
2.4.1.3 ΠΤΗΤΙΚΑ ΣΚΕΛΗ ΠΟΥ ΕΝΩΝΟΥΝ ΔΥΟ ΒΑΣΕΙΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ .....	89
2.4.1.4 Το ΕΝΩΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΜΕ ΑΝΑΘΕΣΗ ΠΟΛΥ-ΣΚΕΛΩΝ ΣΕ ΕΝΑ ΜΟΝΟΠΑΤΙ ..	90
2.4.1.5 ΜΙΑ ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΣΥΝΔΕΣΗΣ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ CM .....	93
<b><u>2.5 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ.....</u></b>	<b><u>93</u></b>
2.5.1 ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ.....	93
2.5.2 ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ .....	95
<b><u>2.6 ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....</u></b>	<b><u>97</u></b>
2.6.1 ΑΠΟΤΕΛΕΜΑΤΑ.....	97
<b><u>ΑΝΑΦΟΡΕΣ.....</u></b>	<b><u>101</u></b>
<b><u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....</u></b>	<b><u>102</u></b>

**ΛΥΝΟΝΤΑΣ ΜΕΓΑΛΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ  
ΑΕΡΟΓΡΑΜΜΩΝ: ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΤΥΧΑΙΩΝ  
ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ ΚΑΙ ΒΑΡΔΙΩΝ.....103**

**3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....103**

**3.2 Ο ΝΕΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ  
ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΑΕΡΟΓΡΑΜΜΩΝ.....104**

**3.2.1 ΛΥΝΟΝΤΑΣ ΤΗΝ ΧΑΛΑΡΩΣΗ ΤΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ (LP).....105**

**3.2.2 ΕΥΡΕΣΗ ΜΙΑΣ ΛΥΣΗΣ ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.....106**

**3.3 ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ.....107**

**3.3.1 ΤΥΧΑΙΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΒΑΡΔΙΩΝ .....109**

**3.3.2 ΤΥΧΑΙΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ .....110**

**3.3.3 ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ ΧΑΜΗΛΗΣ ΧΡΟΝΙΚΗΣ ΠΙΣΤΩΣΗΣ  
ΠΤΗΣΗΣ (FTC).....112**

**3.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ .....114**

**3.5. ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ.....114**

**ΑΝΑΦΟΡΕΣ.....115**

**ΚΑΦΑΛΑΙΟ 4 .....118**

**ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΓΙΑ ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΚΑΙ  
ΑΝΑΘΕΣΗΣ ΣΤΟΛΟΥ .....119**

**4.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....119**

**4.2. ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ .....121**

4.2.1 ΤΟ ΒΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ .....	121
4.2.2 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ.....	123
4.2.3 ΔΙΑΠΡΟΣΩΠΙΑ ΧΡΗΣΤΩΝ .....	124
4.2.4 ΔΟΜΕΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.....	131
4.2.5 ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΤΗΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ.....	135
<b>4.3 ΑΝΑΘΕΣΗ ΣΤΟΛΟΥ.....</b>	<b>138</b>
4.3.1 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ AMPL.....	138
4.3.2 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ FAM ΣΤΗΝ ACCESS.....	139
4.3.3 ΔΟΜΕΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.....	143
4.3.4 ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΤΗΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ.....	144
<b>4.4 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ AMPL .....</b>	<b>145</b>
<b>4.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....</b>	<b>146</b>
ΑΝΑΦΟΡΕΣ.....	149
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	150
Η ΜΕΘΟΔΟΣ SIMPLEX.....	151
<b>A1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....</b>	<b>151</b>
<b>A2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ SIMPLEX.....</b>	<b>152</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β.....</b>	<b>158</b>
<b>ΔΕΝΔΡΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ.....</b>	<b>159</b>
B1. ΕΝΝΟΙΑ ΤΩΝ ΔΕΝΔΡΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ .....	159
B2. ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΩΝ ΔΕΝΔΡΩΝ .....	161
B2.1 ΒΑΣΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΔΕΝΔΡΟΥ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ .....	161
B2.2 Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΤΟΥ ΔΕΝΔΡΟΥ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ .....	163
B2.3 ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΔΕΝΔΡΟΥ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ .....	164
ΑΝΑΦΟΡΕΣ.....	166

## ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ ΚΑΙ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1.1: Σχεδιασμός Προγράμματος.....	11
Πίνακας 1.1: Παράδειγμα Πτήσεων .....	23
Πίνακας 1.2: Συνδυασμοί της Βέλτιστης Λύσης.....	25
Σχήμα 1.2: Δίκτυο Πτήσεων.....	31
Σχήμα 1.3: Δίκτυο Περιόδου Βάρδιας.....	33
Σχήμα 1.4: Παράδειγμα Περιορισμένου Κοντύτερου Μονοπατιού .....	39
Σχήμα 1.5: Παράδειγμα Ολοκλήρωσης.....	48
Σχήμα 1.6: Αναχρονολόγηση Πτητικού Σκέλους.....	50
Πίνακας 2.1: Πρόγραμμα Πτήσεων.....	75
Σχήμα 2.1: Επεκτατικότητα των μονοπατιών.....	79
Σχήμα 2.2: Καμπύλη Κόστους Σύνδεσης για τις Σύντομες Συνδέσεις.....	83
Σχήμα 2.3: Το Στατικό $c$ του Ολονύχτιου Κόστους Σύνδεσης .....	84
Πίνακας 2.2: Δεδομένα Εισόδου .....	97
Πίνακας 2.3: Ποιότητα της Λύσης .....	98
Πίνακας 2.4: Κατανομή του Χρόνου Πτήσης .....	99
Πίνακας 2.5: Αεπιμέρειες της Λύσης για την Προσέγγιση $csr2$ , για τον Στόλο fl ..	100
Πίνακας 2.6: Χρόνος Εκτέλεσης σε Ώρες .....	100
Σχήμα 3.1: Η Ροή του Αλγορίθμου .....	105
Σχήμα 4.1: Τυπικός Συνδυασμός.....	121
Οθόνη 4.1: Δραστηριότητα Σταθμού.....	126
Σχήμα 4.2: Βασική Ροή Διαπροσωπειών του Χρήστη .....	127
Οθόνη 4.2: Φόρμα Εισόδου Παραμέτρων.....	129
Οθόνη 4.3: Δεδομένα Συνδυασμών.....	131
Σχήμα 4.3: Πως τα Ερωτήματα Τοποθετούν Αντίγραφα του Προγράμματος σε έναν Πίνακα.....	132
Σχήμα 4.4: Σχεσιακό Μοντέλο Δεδομένων για τα Αποτελέσματα του Προγραμματισμού Πληρωμάτων (Relational Data Model for Crew Scheduling Results).....	134
Σχήμα 4.5: Διάγραμμα Ροής Δεδομένων για τον Προγραμματισμό Πληρωμάτων (Data Flow Diagram for Crew Scheduling).....	135
Σχήμα 4.6: Πιθανοί Τύποι Στόλων για κάθε Πτητικό Σκέλος.....	139
Σχήμα 4.7: Εφικτή Λύση Μετά την Εφαρμογή των Περιορισμών .....	139
Σχήμα 4.8: Η Μήτρα του Προβλήματος.....	141
Οθόνη 4.4: Η Υπομήτρα του Προβλήματος σε Περιβάλλον Access .....	142
Πίνακας 4.1: Γραμμή του Πίνακα «Rhs» .....	143
Σχήμα 4.9: Διάγραμμα Ροής Δεδομένων για το Μοντέλο Ανάθεσης Στόλου (Data Flow Diagramm for Fleet Assignment Model).....	145
Πίνακας A1: Αρχικός Πίνακας Simplex.....	154
Πίνακας B1: Μήτρα Απόδοσης .....	162
Σχήμα B1: Απεικόνιση των Δεδομένων του Προβλήματος με τη Μορφή Δένδρου Αποφάσεων.....	163
Σχήμα B2: Αναμενόμενη Αξία στον Κόμβο B.....	164



*Ευχαριστούμε θερμά τον κύριο Παναγιώτη Αλιφραγκή. Οι οδηγίες, το υλικό καθώς και οι συμβουλές οι οποίες μας έδωσε, σχετικά με το θέμα της πτυχιακής μας εργασίας, ήταν πραγματικά πολύτιμες. Ευχαριστούμε, επίσης, τον κύριο Νικόλαο Βάρο, για την πολύτιμη καθοδήγηση του καθώς και για την άψογη συνεργασία, που είχαμε μαζί του, καθ' όλη τη διάρκεια, της εκπόνησης, της πτυχιακής μας εργασίας.*

*Αφιερώνουμε αυτήν την πτυχιακή εργασία στους γονείς μας, χωρίς την υποστήριξη των οποίων, δεν θα είχαμε φτάσει ποτέ ως εδώ.*

*Σας ευχαριστούμε μέσα απο την καρδιά μας*

*Καγκελίδης Γρηγόρης*

*Σκούρτα Καλλιόπη*

*Ντακοβάνου Σταυρούλα*

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**

# ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΑΕΡΟΓΡΑΜΜΩΝ

## 1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 1.1.1 ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ

Ο προγραμματισμός πληρώματος μπορεί να καθορισθεί ως το πρόβλημα ανάθεσης, ενός συνόλου εργασιών, σε μια ομάδα εργαζομένων (ένα πλήρωμα). Τα πλήρωματα είναι εναλλάξιμα, αν και σε μερικές περιπτώσεις, τα διάφορα πλήρωματα έχουν διαφορετικές ικανότητες, γεγονός το οποίο καθορίζει, τις εργασίες τις οποίες μπορούν να αναλάβουν.

Το ίδιο πρόβλημα (του προγραμματισμού πληρώματος), εμφανίζεται σε διάφορα μέσα μεταφορών. Παραδείγματα αποτελούν οι μεταφορές φορτίων και επιβατών με φορτηγά, τρένα καθώς και αεροπλάνα. Υπάρχουν πολλά κοινά στοιχεία σε όλα αυτά τα προβλήματα. Τέτοια είναι, η ανάγκη να καλυφθούν όλες οι στοιχειώδεις εργασίες, με το ελάχιστο δυνατό κόστος εργασίας, και βεβαίως να ικανοποιηθεί, μια ευρεία ποικιλία περιορισμών, που επιβάλλονται από τους κανονισμούς ασφάλειας και από τις διαπραγματεύσεις με τα σωματεία των εργαζομένων. Εν τούτοις, κάθε εφαρμογή έχει μοναδικά χαρακτηριστικά και τις δικές της ερευνητικές προκλήσεις. Στην πραγματικότητα, οι έρευνες για τον προγραμματισμό πληρώματος στρέφονται σε μια συγκεκριμένη ιδιαίτερη εφαρμογή, και δεν αναφέρονται σε ένα γενικότερο πλαίσιο.

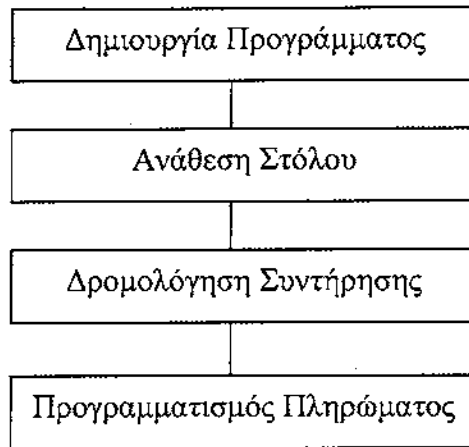
Η συγκεκριμένη εργασία, εστιάζεται στο πρόβλημα του προγραμματισμού πληρώματος των αερογραμμών, για διάφορους λόγους. Πρώτον, οι αερογραμμές, παρέχουν ένα γενικό πλαίσιο για την εξέταση πολλών στοιχείων, που είναι κοινά σε όλα τα προβλήματα του προγραμματισμού πληρωμάτων. Δεύτερον, το πρόβλημα των αερογραμμών, είναι ένα πρόβλημα προγραμματισμού, κατά το οποίο, τυπικά, οι αερογραμμές έχουν ένα σταθερό πρόγραμμα που αλλάζει μηνιαία. Επομένως, ο πραγματικός χρόνος και οι πηγές μπορούν να είναι (και είναι) διαθέσιμα για την επίλυση του. Τρίτον, τα πλήρωματα αερογραμμών λαμβάνουν υψηλότερους μισθούς, από το ισοδύναμο προσωπικό σε άλλα μέσα μεταφοράς. Η εξοικονόμηση, σε χρηματικούς όρους, που επιτυγχάνεται με ένα βελτιωμένο πρόγραμμα πληρωμάτων αερογραμμών, μπορεί να είναι αρκετά σημαντική. Τελικά, ένας μεγάλος αριθμός

περιοριστικών κανόνων, που επιβάλλονται τόσο από τις κυβερνητικές αντιπροσωπείες (FAA) όσο και από τα ισχυρά εργατικά σωματεία, περιορίζει πολύ το σύνολο των εφικτών λύσεων, κάνοντας τον προγραμματισμό των πληρωμάτων αερογραμμών, ένα από τα δυσκολότερα προβλήματα προγραμματισμού αυτού του είδους. Για να αναλογιστεί κανείς, πόσο πολύπλοκο γίνεται το πρόβλημα, σημειώνουμε ότι ένας κανόνας μιας αεροπορικής εταιρείας μπορεί να είναι π.χ. ότι ο πιλότος που πέταξε μία πτήση Αθήνα – Βαγδάτη, θα πρέπει να διανυκτερεύσει ή να μείνει για όσες μέρες απαιτείται, σε ξενοδοχείο τριών αστέρων!

Για όλους αυτούς τους λόγους, το συγκεκριμένο πρόβλημα έχει λάβει το μεγαλύτερο επίπεδο προσοχής, τόσο του βιομηχανικού χώρου όσο και της ακαδημαϊκής κοινότητας.

### **1.1.2 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΑΕΡΟΓΡΑΜΜΩΝ**

Ο προγραμματισμός πληρώματος είναι, απλώς, ένα από τα πολλά προβλήματα σχεδιασμού που αντιμετωπίζονται, ως πρόκληση από τις αερογραμμές. Ωστόσο, αν και όλα αυτά τα προβλήματα είναι σχετικά μεταξύ τους, λύνονται διαδοχικά, εξαιτίας του μεγέθους και της πολυπλοκότητάς τους. Οι αερογραμμές αρχίζουν συνήθως με την επίλυση του προβλήματος, που αφορά τον σχεδιασμό του προγράμματος, στο οποίο καταχωρούν τις πτήσεις που έχουν προγραμματιστεί για μία δεδομένη χρονική περίοδο. Συνήθως κατασκευάζουν μηνιαία προγράμματα, των οποίων η σχεδίαση ξεκινά δύο μήνες νωρίτερα (δηλ. το πρόγραμμα πτήσεων π.χ. του Αυγούστου, σχεδιάζεται από τον Ιούνιο). Στο επόμενο βήμα, που αφορά το πρόβλημα ανάθεσης στόλου, αποφασίζουν ποιον τύπο αεροσκάφους (όπως Boeing 767, 727 κ.λπ.) θα αναθέσουν σε κάθε πτήση, κάτι το οποίο εξαρτάται άμεσα, από την προβλεπόμενη ζήτηση για κάθε συγκεκριμένη πτήση. Ακολουθεί, το πρόβλημα της δρομολόγησης συντήρησης, που αφορά τη συντήρηση των αεροσκαφών. Σύμφωνα με αυτό το πρόβλημα, οι πτήσεις ανατίθενται στα μεμονωμένα αεροσκάφη, με τέτοιο τρόπο, ώστε να εξασφαλίζεται ότι κάθε αεροσκάφος ξοδεύει επαρκή χρόνο στους συγκεκριμένους αερολιμένες, προκειμένου να υποβληθούν οι στερεότυποι έλεγχοι συντήρησης. Ολοκληρώνοντας αυτές τις τρεις στοιχειώδεις εργασίες, οι αερογραμμές εξετάζουν, έπειτα, το πρόβλημα του προγραμματισμού πληρωμάτων. Κατά συνέπεια ισχύει η παρακάτω σειρά εργασιών, που πραγματοποιείται από κάθε αερογραμμή.



Σχήμα 1.1: Σχεδιασμός Προγράμματος

Στον προγραμματισμό πληρωμάτων των αερογραμμών, υπάρχουν σημαντικές διαφορές όσον αφορά τον προγραμματισμό της δράσης, σε διεθνές και σε εσωτερικό επίπεδο. Στις Η.Π.Α., παραδείγματος χάριν, οι διεθνείς πτήσεις, τείνουν να είναι σχετικά αραιές, με έναν περιορισμένο αριθμό πτήσεων προς και από κάποιον αερολιμένα. Αντίθετα, τα εσωτερικά δίκτυα, είναι δίκτυα hub and spoke και χαρακτηρίζονται από μεγάλους αριθμούς αφίξεων και αναχωρήσεων (banks or complexes), σε σύντομα χρονικά διαστήματα (Hubs είναι οι αερολιμένες με μεγάλη δραστηριότητα και spokes οι αερολιμένες με μικρότερη δραστηριότητα). Τα διεθνή δίκτυα πτήσεων, εντούτοις, χαρακτηρίζονται από δίκτυα σημείου προς σημείο, με αποτέλεσμα η δράση η οποία δημιουργείται, να διαδίδεται σε όλο το δίκτυο. Μια άλλη διάκριση είναι ότι τα διεθνή δίκτυα λειτουργούν τυπικά, σε ένα εβδομαδιαίο πρόγραμμα, ενώ τα καθημερινά προγράμματα χρησιμοποιούνται, κυρίως, στα εσωτερικά δίκτυα πτήσεων.

Σ' αυτό το σημείο, αξίζει να σημειωθεί ότι τα δίκτυα πτήσεων στην Ευρώπη δεν είναι hub and spoke. Θα μπορούσε κανείς να τα φανταστεί ως αστέρια, αφού υπάρχουν οι κεντρικές βάσεις και γύρω από αυτές όλες οι υπόλοιπες. Για παράδειγμα στην Ελλάδα η κεντρική βάση είναι η Αθήνα, ενώ όλοι οι υπόλοιποι αερολιμένες είναι δευτερεύοντες. Επίσης, είναι χαρακτηριστικό ότι στις Η.Π.Α. όλες οι αεροπορικές εταιρείες έχουν δικαίωμα πτήσης σε όλη την επικράτεια των Η.Π.Α. Αντίθετα στην Ευρώπη μόλις πριν λίγα χρόνια κάποιες μεγάλες αερογραμμές απέκτησαν αυτό το δικαίωμα. Για παράδειγμα μια Γερμανική εταιρία δεν μπορούσε να εκτελέσει πτήσεις που δεν ξεκινούσαν ή δεν είχαν προορισμό την Γερμανία.

Επιπλέον, αντίθετα από τις εσωτερικές πτήσεις, δεν είναι ασυνήθιστο για τις διεθνείς πτήσεις να χρησιμοποιούνται deadhead πληρώματα. Τα μέλη ενός πληρώματος, μπορούν να συμμετέχουν σε διάφορες πτήσεις ως επιβάτες, έτσι ώστε να είναι δυνατή η επανατοποθέτηση τους σε μελλοντικές πτήσεις. Τα πληρώματα αυτά ονομάζονται deadhead και έτσι θα αναφέρονται για το υπόλοιπο της εργασίας (Barnhart et al., μελέτη του 1995 για το πρόβλημα των deadhead πληρωμάτων). Όλες αυτές οι διαφορές, μεταξύ των εσωτερικών και των διεθνών δικτύων και μεταξύ Ευρώπης και Η.Π.Α., έχουν επιπτώσεις στον προγραμματισμό των πληρωμάτων.

Υπάρχουν επίσης σημαντικές διαφορές, όσον αφορά τον προγραμματισμό των πληρωμάτων πιλοτηρίου και των πληρωμάτων καμπίνας. Παραδείγματος χάριν, οι πιλοτοι και το υπόλοιπο προσωπικό πιλοτηρίου, παραμένουν συνήθως μαζί για το μεγαλύτερο διάστημα του προγράμματός τους. Τα πληρώματα καμπινών συχνά ποικίλουν, με τους παρατηρητές των πτήσεων να προγραμματίζονται σαν ξεχωριστές οντότητες, παρά ως τμήμα ενός ορισμένου πληρώματος. Μια άλλη βασική διαφορά, είναι ότι τα πληρώματα πιλοτηρίων είναι περιορισμένα, εξαιτίας του αριθμού των τύπων στόλου, που είναι ικανά να «πετάξουν». Αντίθετα, τα πληρώματα καμπινών έχουν μεγαλύτερη προσαρμοστικότητα, στους τύπους αεροσκαφών, που μπορούν να επανδρώσουν.

Η εργασία αυτή, στρέφεται στο πρόβλημα του προγραμματισμού πληρωμάτων των πιλοτηρίων. Για πρόσθετες πληροφορίες, για άλλες μορφές προγραμματισμού πληρώματος αερογραμμών (Ryan, 1997 και Kwok και Wu, 1996).

## **1.2 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ**

Κάθε πλήρωμα πιλοτηρίου είναι κατάλληλο, «να πετάει», έναν συγκεκριμένο τύπο στόλου (αεροσκαφών) ή ένα σύνολο πολύ σχετικών τύπων στόλου, που είναι γνωστό ως οικογένεια στόλου (fleet family). Επομένως, λύνουμε ένα ξεχωριστό πρόβλημα προγραμματισμού πληρώματος, για κάθε τύπο πληρώματος, το οποίο περιλαμβάνει μόνο εκείνες τις πτήσεις που έχουν χαρακτηριστεί κατάλληλες (για τον συγκεκριμένο τύπο στόλου).

Τα δεδομένα εισόδου (input) σε ένα πρόβλημα προγραμματισμού πληρώματος, είναι το σύνολο των πτήσεων που πρέπει να καλυφθούν. Οι πτήσεις ομαδοποιούνται μαζί, για να διαμορφώσουν τις περιόδους βάρδιας, οι οποίες είναι

σειρές διαδοχικών πτητικών σκελών, που περιλαμβάνουν την εργασία μιας ημέρας για ένα πλήρωμα. Έπειτα, οι βάρδιες συνδέονται, για να διαμορφώσουν τους συνδυασμούς (pairings), οι οποίοι είναι ταξίδια πληρωμάτων, που εκτείνονται απο μια εώς περισσότερες ημέρες εργασίας, διαχωρισμένες απο περιόδους ξεκούρασης. Τελικά, τα μηνιαία προγράμματα αποτελούνται απο πολλαπλούς συνδυασμούς με ενδιάμεσα ρεπό. Αυτά τα τέσσερα συστατικά, δηλ., οι πτήσεις, οι βάρδιες, οι συνδυασμοί (pairings), και τα μηνιαία προγράμματα, είναι τα κύρια δεδομένα για τον προγραμματισμό πληρώματος.

Συνδεμένη, με κάθε ένα απο τα δεδομένα αυτά, είναι μία ευδιάκριτη ομάδα περιορισμών. Οι περιορισμοί προέρχονται από τρεις πηγές. Πρώτον, οι κυβερνητικές αντιπροσωπείες, όπως το FAA στις Η.Π.Α., που περιορίζουν τον προγραμματισμό πληρωμάτων, πρώτιστα για λόγους ασφαλείας. Δεύτερον τα εργατικά σωματεία, που συχνά εμπλέκονται σε διαπραγματεύσεις, που αφορούν τις συνθήκες εργασίας των πληρωμάτων. Τρίτον, οι ίδιες οι αερογραμμές προσθέτουν περιορισμούς με τη στάση τους, παραδείγματος χάριν, για να καταστήσουν το πρόγραμμα πιο δυναμικό και πιο ευέλικτο. Εκτός από αυτούς τους περιορισμούς, κάθε ενέργεια (απλή ή σύνθετη) δημιουργεί ένα πρόσθετο κόστος υλοποίησης, για την εκάστοτε αεροπορική εταιρία. Αυτοί οι περιορισμοί και οι δομές του κόστους, περιγράφονται λεπτομερέστερα παρακάτω.

### **1.2.1 ΟΙ ΚΑΝΟΝΕΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΚΑΙ Η ΔΟΜΗ ΤΩΝ ΠΛΗΡΩΜΩΝ**

Η πιο στοιχειώδης απόφαση, σε ένα πρόβλημα προγραμματισμού πληρώματος, είναι να αποφασιστεί ποιο πλήρωμα θα ανατεθεί σε μία δεδομένη πτήση. Το κόστος μιας τέτοιας ανάθεσης είναι ένας σύνθετος υπολογισμός. Τα πληρώματα δεν μισθοδοτούνται. Πληρώνονται για το χρόνο που ξοδεύουν «πετώντας», συν κάποια πρόσθετη αποζημίωση, για τον υπερβολικό χρόνο που ξοδεύουν στο έδαφος, μεταξύ των πτήσεων και κατά τη διάρκεια των περιόδων ξεκούρασης. Λαμβάνοντας υπόψη αυτό, μπορούμε να σκεφτούμε το "κόστος", που συνδέεται με μία μεμονωμένη πτήση, αλλά ως την "διάρκεια" αυτής. Επειδή όλα τα πληρώματα, για μια δεδομένη ομάδα πτήσεων πληρώνονται στο ίδιο ποσοστό, το κόστος των πληρωμάτων εκφράζεται συνήθως σε όρους χρόνου, παρά κόστους. Ο συνολικός χρόνος πτήσης του συστήματος είναι ξεκάθαρα πάγιος και παρέχει, ενα χαμηλό όριο, στο βέλτιστο κόστος των πληρωμάτων. Ο στόχος, επομένως, στον

προγραμματισμό πληρωμάτων, είναι να ελαχιστοποιηθεί το πρόσθετο κόστος, οι πληρωμές που αναφέρθηκαν παραπάνω και κατ'επέκταση το κόστος του πραγματικού χρόνου πτήσεων.

### 1.2.1.1 Περίοδοι Βάρδιας

Διάφοροι κανόνες περιορίζουν ποιο σύνολο πτήσεων, μπορεί να πραγματοποιηθεί από το ίδιο πλήρωμα. Μια ακολουθία πτήσεων που μπορεί να πραγματοποιηθεί από ένα πλήρωμα, κατά τη διαδρομή μιας εργάσιμης ημέρας, αποκαλείται περίοδος βάρδιας (duty period). Σημειώστε ότι τα ίδια μέλη των πληρωμάτων, μένουν μαζί σε όλη τη "διάρκεια" μιας περιόδου βάρδιας.

Οι βάρδιες περιλαμβάνουν διάφορους περιορισμούς. Ο προφανέστερος από αυτούς, είναι ότι οι πτήσεις πρέπει να είναι διαδοχικές σε χώρο και χρόνο. Επιπλέον, υπάρχει ένας περιορισμός, όσον αφορά τον ελάχιστο χρόνο ξεκούρασης μεταξύ δύο διαδοχικών πτήσεων, που αναφέρεται ως χρόνος σύνδεσης. Υπάρχει επίσης ένας περιορισμός, για τον μέγιστο χρόνο σύνδεσης, που επιτρέπεται μεταξύ δύο διαδοχικών πτήσεων. Επιπρόσθετα, υπάρχει ένας μέγιστο όριο παρερχόμενου χρόνου, για μια περίοδο βάρδιας. Τελικά, οι ακριβείς κανονισμοί, καθορίζουν το συνολικό αριθμό των ωρών πτήσης, που είναι γνωστός ως block time, τον οποίο ένα πλήρωμα μπορεί να υποστεί, κατά τη διάρκεια μιας διαδρομής, μιας περιόδου βάρδιας.

Το κόστος πληρωμάτων, που συνδέεται με μια περίοδο βάρδιας, εκφράζεται συνήθως ως το μέγιστο τριών ποσοτήτων. Η πρώτη ποσότητα είναι ο χρόνος πτήσης. Η δεύτερη ποσότητα είναι ένα ποσοστό (παραδείγματος χάριν, 7/8) του συνολικού παρελθόμενου χρόνου, της περιόδου βάρδιας. Η τρίτη ποσότητα είναι ένας ελάχιστος εγγυημένος αριθμός ωρών (πτήσης). Αυτή η δομή αμοιβής, αποζημιώνει πρώτιστα τα πληρώματα, για το χρόνο πτήσης, αλλά και παρέχει μια πρόσθετη αμοιβή για εκείνα τα πληρώματα, που τους ανατίθενται σύντομες βάρδιες ή βάρδιες με εκτενή χρόνο σύνδεσης μεταξύ των πτήσεων. Τυπικά το κόστος μιας περιόδου βάρδιας  $d$ , μπορεί να εκφραστεί ως :

$$b_d = \max\{f_d \cdot \text{elapsed}, \text{fly}, \text{min\_guar}\},$$

όπου  $b_d$  είναι το κόστος σε λεπτά (της ώρας),  $f_d \cdot \text{elapsed}$ , είναι μία συνάρτηση του παρερχόμενου χρόνου βάρδιας, που εκφράζεται ως elapsed, fly είναι ο αριθμός των



λεπτών πτήσης της περιόδου βάρδιας, και `min_guar` είναι η ελάχιστη εγγύηση (χρόνου πτήσης) που εκφράζεται σε λεπτά.

### 1.2.1.2 Συνδυασμοί (Pairings)

Συχνά μια περίοδος βάρδιας αρχίζει και τελειώνει σε διαφορετικούς αερολιμένες. Επομένως, το πλήρωμα δεν μπορεί πάντα να επιστρέψει στο σπίτι του, στο τέλος μιας περιόδου βάρδιας. Αντ' αυτού πρέπει συχνά να διαμείνει σε κάποιο κατάλυμα, έως ότου αρχίσει η περίοδος βάρδιας της επόμενης ημέρας. Τυπικά, τα πληρώματα ξοδεύουν από μια έως πέντε συνεχόμενες ημέρες μακριά από το σπίτι τους. Μια ακολουθία βαρδιών και διαμονών (layovers) είναι γνωστή ως συνδυασμός (pairing).

Γενικά ένα πλήρωμα, θα μείνει ενωμένο, για όλες τις βάρδιες του, μέσα σε έναν συνδυασμό. Υπάρχουν διάφοροι λογικοί περιορισμοί για έναν εφικτό συνδυασμό. Σαφώς, η πρώτη περίοδος βάρδιας του συνδυασμού, πρέπει να αρχίσει από τον τόπο διαμονής του πληρώματος, αποκαλούμενη επίσης και ως βάση πληρώματος (crewbase), ενώ και η τελευταία περίοδος βάρδιας, πρέπει επίσης να τελειώσει εκεί. Επιπλέον, κάθε περίοδος βάρδιας, πρέπει να αρχίσει στον ίδιο αερολιμένα, όπου η προηγούμενη περίοδος βάρδιας τελείωσε.

Οι συνδυασμοί περιορίζονται περαιτέρω από μια σύνθετη σειρά, απαιτήσεων ξεκούρασης του πληρώματος, χρονικών περιορισμών των πτήσεων, και άλλων περιορισμών. Αυτοί, περιλαμβάνουν τον μέγιστο αριθμό βαρδιών που επιτρέπονται σε έναν συνδυασμό, το ελάχιστο και το μέγιστο (χρονικό) όριο ξεκούρασης μεταξύ των βαρδιών, και το μέγιστο όριο παρελθόμενου χρόνου ενός συνδυασμού, που είναι γνωστός επίσης ως χρόνος-μακριά-από-τη-βάση (Time Away From Base -TAFB). Ένας ιδιαίτερα περίπλοκος περιορισμός είναι ο κανόνας του 8ώρου ανα 24ωρο, ο οποίος επιβάλλεται από τον FAA στις Η.Π.Α.. Αυτός ο κανόνας, απαιτεί επιπλέον ξεκούραση, εάν ένας συνδυασμός περιέχει περισσότερες από 8 ώρες πτήσης σε οποιαδήποτε περίοδο 24ώρου. Εντούτοις, αυτό επιδίδεται, μόνο εφ' όσον η ξεκούραση, η οποία συμπεριλαμβάνεται, δηλ., η ξεκούραση μεταξύ των δύο περιόδων βάρδιας και η ξεκούραση, μετά από την δεύτερη περίοδο βάρδιας, που είναι γνωστή ως αντισταθμιστική ξεκούραση, είναι ικανοποιητικής διάρκειας.

Στις Η.Π.Α., το κόστος ενός συνδυασμού έχει δύο συστατικά. Το πρώτο συστατικό, παρόμοιο με το κόστος μιας περιόδου βάρδιας, είναι το μέγιστο τριών

ποσοτήτων. Η πρώτη αυτών των ποσοτήτων, είναι το άθροισμα του κόστους των βαρδιών, που περιλαμβάνονται στον συνδυασμό. Η δεύτερη ποσότητα, είναι ένα κλάσμα του συνολικού παρελθόμενου χρόνου (TAFB) του συνδυασμού. Η τρίτη ποσότητα είναι ένας ελάχιστος εγγυημένος αριθμός λεπτών ανά συνδυασμό, η οποία είναι τυπικά ο αριθμός των περιόδων βάρδιας του συνδυασμού, πολλαπλασιαζόμενος με ένα σταθερό ελάχιστο εγγυημένο αριθμό λεπτών ανά περίοδο βάρδιας. Το δεύτερο συστατικό, αντιπροσωπεύει το πρόσθετο κόστος, που συνδέεται με την περίοδο ξεκούρασης μεταξύ δύο βαρδιών, όπως τα γεύματα, ο ύπνος κ.λπ. Τυπικά, το κόστος ενός συνδυασμού  $p$  είναι:

$$c_p = \max\{f_p \cdot \text{TAFB}, n_d p \cdot mg, \sum_{d \in p} b_d\} + \sum_{\substack{i \in p, d \in p \\ \bar{d} \rightarrow d}} e(\hat{d}, \bar{d}),$$

,όπου  $\hat{d}$ ,  $\bar{d}$ ,  $\bar{d}$  αντιπροσωπεύουν τις περιόδους βάρδιας του  $p$ . Εδώ, το  $\hat{d} \rightarrow \bar{d}$ , δείχνει ότι η μία περίοδος βάρδιας (δεξιά του βέλους) ακολουθεί αμέσως την άλλη περίοδο βάρδιας (αριστερά του βέλους), στον συνδυασμό  $p$ . Επιπλέον,  $mg$  και  $f_p$  είναι σταθερές και  $n_d p$  είναι ο αριθμός των περιόδων βάρδιας του συνδυασμού  $p$ .

Επιπλέον, το πρόσθετο κόστος που εκφράζεται ως  $e(\hat{d}, \bar{d})$ , προέρχεται από την ξεκούραση μεταξύ των δύο αυτών, περιόδων βάρδιας. Οι ευρωπαϊκοί αερομεταφορείς τείνουν να έχουν έναν σταθερό μισθό, για κάθε πλήρωμα. Σε αυτήν την περίπτωση το κόστος ενός συνδυασμού είναι είτε  $n_d p$  είτε μονάδα.

### 1.2.1.3 Προγράμματα Πτήσεων

Όπως μια περίοδος βάρδιας, είναι μια ακολουθία πτήσεων με ενδιάμεσες συνδέσεις, και ένας συνδυασμός είναι μια ακολουθία βαρδιών με ενδιάμεση ξεκούραση, έτσι και ένα πρόγραμμα, είναι απλά μια ακολουθία συνδυασμών με περιόδους ρεπό ενδιάμεσα. Εντούτοις, μια βασική διαφορά των προγραμμάτων, είναι ότι συνδέονται με κάθε μέλος του πληρώματος ξεχωριστά, παρά με ολοκληρωμένα πληρώματα. Ο λόγος είναι ότι κάθε μέλος πληρώματος έχει διαφορετικές ανάγκες, όσον αφορά την άδεια του, κατά την διάρκεια μιας περιόδου προγράμματος, η οποία τυπικά είναι ένας μήνας. Η άδεια περιλαμβάνει το χρόνο διακοπών, το χρόνο εκπαίδευσης, κ.λπ. Κατά συνέπεια, για την ανάθεση πληρωμάτων σε προγράμματα,

πρέπει να λάβουμε υπόψη τις ανάγκες και τις προτιμήσεις των μεμονωμένων μελών του πληρώματος.

Εκτός από τις μεμονωμένες ανάγκες των μελών του πληρώματος, έχουμε επίσης περιορισμούς παρόμοιους με εκείνους που ισχύουν για τις βάρδιες και τους συνδυασμούς, παραδείγματος χάριν, όρια στο μέγιστο μηνιαίο χρόνο πτήσεων, στο μέγιστο χρόνο απασχόλησης ανά μήνα, στον ελάχιστο αριθμό διαδοχικών ρεπό, στον ελάχιστο συνολικό αριθμό ρεπό, στην ελάχιστη ξεκούραση μεταξύ των συνδυασμών, και ούτω καθ'εξής.

Λαμβάνοντας υπόψη αυτήν την βασική διαφορά, δεν είναι άξιον απορίας, ότι το κόστος ενός προγράμματος, είναι αρκετά διαφορετικό από τα άλλα συστατικά κόστους. Ενώ για τις βάρδιες και τους συνδυασμούς, το κόστος έγκειται στις πραγματικές δαπάνες εργασίας, το κόστος ενός προγράμματος θεωρείται περισσότερο, ως μια συνάρτηση της ικανοποίησης των πληρωμάτων και της ισορροπίας του φόρτου εργασίας.

## **1.2.2 ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΘΕΣΗΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ**

Το πρόβλημα του προγραμματισμού πληρώματος, τυπικά διαιρείται σε δύο υποπροβλήματα. Πρώτα λύνεται, το πρόβλημα του συνδυασμού πληρωμάτων. Σε αυτό το πρόβλημα, επιλέγουμε ένα σύνολο συνδυασμών, έτσι ώστε κάθε πτήση να συμπεριλαμβάνεται ακριβώς σε έναν συνδυασμό και το πρόσθετο κόστος να ελαχιστοποιείται. Κατόπιν λύνεται, το πρόβλημα ανάθεσης πληρωμάτων. Σε αυτό το πρόβλημα, οι επιλεγμένοι συνδυασμοί, συνδυάζονται με τις περιόδους ξεκούρασης, τις διακοπές, το χρόνο εκπαίδευσης και άλλα διαλλείματα, για να δημιουργήσουν εκτενή μεμονωμένα προγράμματα εργασίας, εκτεινόμενα τυπικά για μια περίοδο, περίπου ενός μήνα.

### **1.2.2.1 Το πρόβλημα του συνδυασμού πληρωμάτων**

Το πρόβλημα του συνδυασμού πληρωμάτων, στο εσωτερικό της Αμερικής, λύνεται τυπικά σε τρία στάδια: καθημερινά, με εβδομαδιαίες εξαιρέσεις, και με μεταβολές.

Στο πρώτο στάδιο (καθημερινό πρόβλημα), το σύνολο των πτήσεων θεωρείται ότι αντιστοιχεί σε τουλάχιστον τέσσερις ημέρες ανά εβδομάδα. Σε αυτό το πρώτο

στάδιο, μεταχειριζόμαστε αυτές τις πτήσεις σαν να λειτουργούν όλες καθημερινά. Επομένως θέλουμε να βρούμε ένα ελάχιστο κόστος του συνόλου των εφικτών συνδυασμών, έτσι ώστε κάθε πτήση αυτού του συνόλου, να καλύπτεται ακριβώς μία φορά. Έπειτα, γίνεται η υπόθεση, ότι οι συνδυασμοί αυτής της λύσης επαναλαμβάνονται καθημερινά. Το καθημερινό πρόβλημα, διαμορφώνει μια καλή προσέγγιση, δεδομένου ότι στις Η.Π.Α. οι περισσότερες από τις πτήσεις «λειτουργούν» καθημερινά, με μερικές εξαιρέσεις τα Σαββατοκύριακα.

Για τους συνδυασμούς, που εκτείνονται σε διάφορες ημέρες, υποθέτουμε ότι ένα πλήρωμα, θα διοριστεί σε κάθε μία από τις διαφορετικές βάρδιες, μέσα σε αυτόν τον συνδυασμό, για οποιαδήποτε δεδομένη ημέρα. Παραδείγματος χάριν, υποθέστε η λύση περιλαμβάνει έναν συνδυασμό τριών ημερών, που συνθέτεται από τις βάρδιες Α, Β, και C. Οποιαδήποτε δεδομένη ημέρα, θα υπάρξει ένα πλήρωμα που αρχίζει το ταξίδι του με την περίοδο βάρδιας Α, ένα άλλο πλήρωμα που άρχισε το ταξίδι του την προηγούμενη ημέρα και καλύπτει τώρα την περίοδο βάρδιας Β, και ένα τρίτο πλήρωμα που βρίσκεται στην τελευταία ημέρα του ταξιδιού του, και καλύπτει την περίοδο βάρδιας C. Το γεγονός αυτό, σε σύνδεση με τον περιορισμό, ότι οι συνδυασμοί δεν μπορούν να καλύψουν την ίδια πτήση περισσότερες από μία φορά, εξασφαλίζει ότι οποιαδήποτε δεδομένη ημέρα, κάθε πτήση θα καλυφθεί από ακριβώς ένα πλήρωμα.

Σημειώστε ότι μια λύση στο καθημερινό πρόβλημα δεν θα είναι εντελώς εφικτή στην πράξη, επειδή υποθέτει, ότι όλες οι πτήσεις πραγματοποιούνται κάθε ημέρα της εβδομάδας. Οι συνδυασμοί που δεν μπορούν να «πετάξουν» σε συγκεκριμένες ημέρες της εβδομάδας, επειδή μία ή περισσότερες από τις πτήσεις δεν «λειτουργούν» εκείνη την συγκεκριμένη ημέρα, αποκαλούνται σπασμένοι συνδυασμοί (broken pairings). Στο δεύτερο στάδιο του συνδυασμού πληρωμάτων, με εβδομαδιαίες εξαιρέσεις, κατασκευάζονται νέοι συνδυασμοί, οι οποίοι θα διορθώσουν τους σπασμένους (broken pairings) και επίσης για να καλύψουν εκείνες τις πτήσεις, που «λειτουργούν» τρεις ή λιγότερες ημέρες ανά εβδομάδα (έκτακτες πτήσεις). Κατά συνέπεια, στο εβδομαδιαίο πρόβλημα εξαιρέσεων, πρέπει να συνδεθούν οι πτήσεις, με μια συγκεκριμένη ημέρα της εβδομάδας. Με τον ίδιο τρόπο, οι συνδυασμοί συνδέονται και με συγκεκριμένα ρεπό ανά εβδομάδα. Τυπικά, είναι επίσης χρήσιμες, πτήσεις με πληρώματα deadhead, προκειμένου να βρεθούν καλές λύσεις στο εβδομαδιαίο πρόβλημα εξαιρέσεων. Όλοι μαζί, οι καθημερινοί

συνδυασμοί και αυτοί των εβδομαδιαίων εξαιρέσεων, συνθέτουν λύσεις για την κάλυψη κάθε πτήσης, στο εβδομαδιαίο πρόγραμμα, ακριβώς μία φορά.

Τελικά, σημειώστε ότι οι αερογραμμές αλλάζουν τις προσφορές στις πτήσεις τους σε κανονική βάση, συχνά τριμηνιαία και, σε κάποιο βαθμό, ακόμα και μηνιαία. Επομένως, οι συνδυασμοί διάφορων ημερών, μπορεί να είναι προβληματικοί στο τέλος ενός μηνιαίου προγράμματος πτήσεων. Παραδείγματος χάριν, την τελευταία ημέρα του μήνα, ένα νέο πλήρωμα πρέπει να αρχίσει κάθε συνδυασμό, για να καλύψει τις πτήσεις της δεδομένης ημέρας. Εντούτοις, οι υπόλοιπες ημέρες του συνδυασμού μπορεί να μην είναι έγκυρες, δεδομένου ότι διαφορετικές πτήσεις, ίσως να προσφερθούν στο πρόγραμμα του επόμενου μήνα. Επομένως πρέπει να λυθεί ένα τρίτο στάδιο του προβλήματος συνδυασμού πληρωμάτων, που είναι το πρόβλημα μεταβολής. Αυτό το πρόβλημα κατασκευάζει συνδυασμούς, για να καλύψει πτήσεις μιας συνοπτικής περιόδου ημερών, η οποία αφορά την αλλαγή των μηνών, οπότε και εναλλάσσονται τα μηνιαία προγράμματα πτήσεων.

Και στα τρία από αυτά τα προβλήματα, υπογραμμίζουμε ότι το αντικείμενο είναι η ελαχιστοποίηση του πρόσθετου κόστους, του κόστους εργασίας, αλλά και του ελάχιστου απαραίτητου χρόνου πτήσεων.

Τα τρία στάδια που περιγράφονται ανωτέρω είναι χαρακτηριστικά των εσωτερικών προβλημάτων, στην Αμερική. Γενικότερα, μπορούμε να σκεφτούμε δύο τύπους προβλημάτων συνδυασμού πληρωμάτων. Τα εβδομαδιαία προβλήματα και τα χρονολογημένα προβλήματα. Τα εβδομαδιαία προβλήματα παράγουν σύνολα συνδυασμών που επαναλαμβάνονται εβδομαδιαία. Δηλαδή συνδυασμούς που αρχίζουν στο τέλος της εβδομάδας, τελειώνουν γύρω στην αρχή της επομένης και επαναλαμβάνονται περιοδικά. Τα χρονολογημένα προβλήματα, αφ' ετέρου, αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες ημέρες του μήνα. Στην περίπτωση των Η.Π.Α., το καθημερινό πρόβλημα συνδυασμού και το εβδομαδιαίο πρόβλημα εξαιρέσεων, λύνουν συλλογικά το εβδομαδιαίο πρόβλημα, ενώ το πρόβλημα μετάβολής αποτελεί ένα χρονολογημένο πρόβλημα.

### **1.2.2.2 Το πρόβλημα της ανάθεσης πληρωμάτων**

Λαμβάνοντας υπόψη τη λύση, του προβλήματος του συνδυασμού πληρωμάτων (δηλ., ένα σύνολο συνδυασμών με ελάχιστο κόστος, που καλύπτουν όλες τις πτήσεις σε μια ολόκληρη μηνιαία περίοδο), πρέπει έπειτα να αναθέσουμε

συγκεκριμένα άτομα σε αυτούς τους συνδυασμούς. Αυτό αποτελεί το πρόβλημα της ανάθεσης πληρωμάτων.

Ακριβώς όπως, το πρόβλημα του συνδυασμού πληρωμάτων, επιλέγει ένα σύνολο συνδυασμών με ελάχιστο κόστος (διαδοχικές πτήσεις που ικανοποιούν ποικίλους κανόνες), έτσι ώστε κάθε πτήση να είναι καλυμμένη, έτσι και το πρόβλημα της ανάθεσης πληρωμάτων, επιλέγει ένα σύνολο προγραμμάτων (διαδοχικούς συνδυασμούς που ικανοποιούν ποικίλους κανόνες), έτσι ώστε κάθε συνδυασμός να καλύπτεται. Σε αυτό το πλαίσιο, ένας συνδυασμός αντιστοιχεί σε συγκεκριμένες ημέρες του προγράμματος.

Παρά τις ομοιότητές τους, αυτά τα δύο προβλήματα εξετάζονται χωριστά, και στη βιομηχανία και στην ακαδημαϊκή «κοινότητα». Υπάρχουν δύο κύριοι λόγοι, για τους οποίους συμβαίνει αυτό. Πρώτον, στο πρόβλημα του συνδυασμού πληρωμάτων, αναθέτουμε τα πλήρη πληρώματα στις πτήσεις, ενώ τα πληρώματα, στα προβλήματα της ανάθεσης πληρωμάτων, σχεδιάζονται ξεχωριστά, με κάθε συνδυασμό να καλύπτεται από διάφορα μέλη πληρώματος. Δεύτερον, το πρόβλημα του συνδυασμού πληρωμάτων εστιάζεται στην ελαχιστοποίηση του κόστους εργασίας, ενώ στο πρόβλημα της ανάθεσης πληρωμάτων, η μεγαλύτερη έμφαση, δίνεται στην ικανοποίηση των αιτημάτων του πληρώματος και στην επιδίωξη μιας ισορροπημένης διανομής της εργασίας.

Στις Η.Π.Α., το πρόβλημα της ανάθεσης πληρωμάτων λύνεται σε δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο κατασκευάζεται ένα σύνολο προγραμμάτων, έτσι ώστε κάθε συνδυασμός να συμπεριλαμβάνεται ακριβώς σε τόσα προγράμματα, όσα απαιτούνται, για να επανδρωθεί πλήρως μία πτήση. Κατόπιν, στο δεύτερο στάδιο, αυτά τα προγράμματα ανατίθενται στα μεμονωμένα μέλη πληρωμάτων, χρησιμοποιώντας μια προσέγγιση «προτίμησης», όπου τα προγράμματα αντιστοιχίζονται στα μέλη πληρωμάτων, μέσω ενός συστήματος, στο οποίο τα μέλη πληρώματος δηλώνουν τις προτιμήσεις τους, για τα υπάρχοντα προγράμματα εργασίας. Τα προγράμματα απονέμονται, έπειτα, από την αεροπορική εταιρία, η οποία δίνει προτεραιότητα σε πληρώματα, σύμφωνα με την παλαιότητά τους.

Στην Ευρώπη, αφ' ετέρου, τα εξατομικευμένα προγράμματα, που ονομάζονται «συνθέσεις», κατασκευάζονται συχνά, άμεσα, λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιαίτερες ανάγκες ή τα αιτήματα κάθε μέλους πληρωμάτων και, σε μερικές περιπτώσεις, την παλαιότητα των πληρωμάτων.

## 1.3 ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗ ΤΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

### 1.3.1 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΥ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ

Τα μοντέλα συνδυασμού πληρωμάτων, τυπικά αντιμετωπίζονται σαν προβλήματα\* (με καθορισμένο διαχωρισμό) στα οποία θέλουμε να βρούμε ένα ελάχιστο κόστος, του υποσυνόλου των εφικτών συνδυασμών, έτσι ώστε κάθε πτητικό σκέλος να συμπεριλαμβάνεται σε ακριβώς έναν, επιλεγμένο συνδυασμό (\*δηλαδή, προβλήματα που διαχωρίζονται σε υποπροβλήματα, για διευκόλυνση στην επίλυση τους. Από το σημείο αυτό και για το υπόλοιπο της εργασίας, η λέξη πρόβλημα, θα δηλώνει πάντοτε την ερμηνεία αυτή, για λόγους συντομίας. Επίσης, όταν το πρόβλημα ή το μοντέλο είναι αυτής της μορφής, τότε οι λύσεις του δεν συμπεριλαμβάνουν πληρώματα deadheads, αλλά αντίθετα είναι επιθυμητές οι λύσεις, που συμπεριλαμβάνουν ακριβώς τον απαιτούμενο αριθμό μελών πληρώματος).

Έστω  $F$ , το σύνολο των πτητικών σκελών που καλύπτονται και  $P$  το σύνολο όλων των εφικτών συνδυασμών. Η μεταβλητή απόφασης  $y_p$  είναι ίση με 1, εάν ο συνδυασμός  $p$  συμπεριλαμβάνεται στη λύση. Διαφορετικά η  $y_p$  είναι 0. Η στήλη  $p$  έχει τιμή 1 στη γραμμή  $i$  της μήτρας περιορισμού, εάν η πτήση  $i$ , συμπεριλαμβάνεται στον συνδυασμό  $p$ . Διαφορετικά αυτή η τιμή είναι 0.

Το πρόβλημα του συνδυασμού πληρωμάτων, δείχνεται από τις ακόλουθες συναρτήσεις:

$$\begin{aligned} \min \sum_{p \in P} c_p y_p \\ \sum_{p: i \in p} y_p &= 1 & i \in F \\ y_p &\in \{0, 1\} & p \in P \end{aligned} \quad (1.1)$$

Σημειώστε ότι αυτή η διατύπωση, απαιτεί τη ρητή απαρίθμηση όλων των συνδυασμών. Η απαρίθμηση των συνδυασμών μπορεί να είναι δύσκολη και λόγω των πολυάριθμων κανόνων εργασίας, που πρέπει να ελεγχθούν, για να εξασφαλίσουν τη νομιμότητα και, το πιο σημαντικό, λόγω του τεράστιου αριθμού πιθανών συνδυασμών. Είναι γεγονός, ότι στην πραγματικότητα, η ρητή απαρίθμηση της μήτρας περιορισμού, δεν είναι εφικτή. Παραδείγματος χάριν, ένα πρόβλημα εσωτερικών πτήσεων σε ένα δίκτυο hub-and-spoke, με αρκετές πτήσεις, έχει τυπικά

δισεκατομμύρια συνδυασμούς. Σ' αυτή την περίπτωση, χρησιμοποιούνται ευρετικές τοπικές προσεγγίσεις βελτιστοποίησης ή μέθοδοι παραγωγής στηλών, στη μήτρα περιορισμού (που περιγράφονται στην παράγραφο 1.4), για την επίλυση όλων, των μικρών όμως περιπτώσεων προβλημάτων.

Αυτό το βασικό μοντέλο καθορισμένου διαχωρισμού, του προβλήματος σε υπο-ομάδες προβλημάτων (υποπροβλήματα), χρησιμοποιείται και για τις τρεις φάσεις (καθημερινά, με εβδομαδιαίες εξαιρέσεις και με μεταβολές) της βελτιστοποίησης του συνδυασμού πληρωμάτων. Τα μοντέλα, διαφέρουν στο σύνολο πτήσεων  $F$ , που καθορίζουν τους περιορισμούς του προβλήματος. Για το καθημερινό πρόβλημα, υπάρχει ένας περιορισμός για κάθε πτήση, που επαναλαμβάνεται τέσσερις ή περισσότερες φορές ανά εβδομάδα. Η κύρια υπόθεση στην επίλυση αυτού του προβλήματος, είναι ότι κάθε συνδυασμός, της λύσης, θα πραγματοποιηθεί στην έναρξη κάθε ημέρας της εβδομάδας. Αυτό, βεβαίως, προϋποθέτει, ότι οι συνδυασμοί περιορίζονται στο να καλύπτουν ένα πτητικό σκέλος, το πολύ μία φορά.

Στα εβδομαδιαία και χρονολογημένα προβλήματα, το  $F$  περιέχει όλες τις πτήσεις του προγράμματος πτήσεων. Στο εβδομαδιαίο πρόβλημα, οι πτήσεις συνδέονται με μια συγκεκριμένη ημέρα της εβδομάδας, ενώ στο χρονολογημένο πρόβλημα συνδέονται με μια συγκεκριμένη ημερομηνία. Στα χρονολογημένα προβλήματα, υπάρχει η δυνατότητα χαλάρωσης του παραπάνω περιορισμού, ότι δηλαδή, ένας συνδυασμός δεν μπορεί να καλύπτει την ίδια πτήση, περισσότερες από μία φορές, δεδομένου ότι οι πτήσεις συνδέονται με συγκεκριμένες ημερομηνίες σε αυτά τα προβλήματα. Για τα εβδομαδιαία προβλήματα, μπορούμε να καταστήσουμε την ίδια χαλάρωση (περιορισμών) για όλους τους συνδυασμούς, με χρόνο μακρύτερο από την βάση (TAFB) μικρότερο από μια εβδομάδα.

### 1.3.1.1 Ισορροπία περιορισμών

Πολλές αεροπορικές εταιρίες, προσθέτουν περιορισμούς ισορροπίας για τις βάσεις πληρωμάτων, στο βασικό μοντέλο του συνδυασμού πληρωμάτων. Αυτοί οι περιορισμοί εξασφαλίζουν, ότι η διανομή της εργασίας, στις διάφορες βάσεις πληρωμάτων, αντιστοιχίζεται εν συνεχεία στα πληρώματα της κάθε βάσης. Επίσης, οι περιορισμοί αυτοί απαιτούν, ότι ο αριθμός ωρών της εργασίας, που περιέχεται στους επιλεγμένους συνδυασμούς, οι οποίοι δημιουργούνται σε μία δεδομένη βάση πληρωμάτων, πρέπει να είναι μεταξύ των προσδιορισμένων χαμηλότερων και



ανώτερων ορίων, τα οποία είναι αποτέλεσμα του αριθμού πληρωμάτων, που εδρεύουν σε εκείνη τη βάση πληρώματος. Οι περιορισμοί αυτής της μορφής, είναι γνωστοί ως δίπλευροι περιορισμοί.

**Παράδειγμα.** Επεξήγηση της μορφοποίησης του συνδυασμού πληρωμάτων, με τη χρησιμοποίηση ενός παραδείγματος επτά πτήσεων.

Πτήση (Flight #)	Απο (Orig)	Προς (Dest)	Έναρξη (Start)	Τέλος (End)	Συχνότητα (Frequency)
1	A	B	08:00	09:00	όχι 67
2	B	C	10:00	11:00	
3	C	D	13:00	14:00	όχι 7
4	C	A	15:00	16:00	
5	D	A	15:00	16:00	όχι 6
6	A	B	17:00	18:00	
7	B	C	11:00	12:00	όχι 67

Πίνακας 1.1: Παράδειγμα Πτήσεων

Η τελευταία στήλη δείχνει το πρόγραμμα πτήσεων. Παραδείγματος χάριν, η πτήση 1 πραγματοποιείται καθημερινά, εκτός από τα Σαββατοκύριακα, ενώ η πτήση 5 πραγματοποιείται κάθε ημέρα εκτός από το Σάββατο. Υποθέτουμε ότι όλοι οι αερολιμένες βρίσκονται στην ίδια χρονική ζώνη.

Εξετάζουμε αρχικά το καθημερινό πρόβλημα. Υποθέστε ότι οι έγκυρες περίοδοι βάρδιας είναι:

$$\begin{aligned}
 D_1 &= \{ 1 \} & D_2 &= \{ 2 \} & D_3 &= \{ 3 \} & D_4 &= \{ 4 \} \\
 D_5 &= \{ 5 \} & D_6 &= \{ 6 \} & D_7 &= \{ 7 \} & D_8 &= \{ 1, 2 \} \\
 D_9 &= \{ 1, 7, 3 \} & D_{10} &= \{ 2, 3 \}.
 \end{aligned}$$

Οι βάρδιες,  $D_8$ ,  $D_9$ ,  $D_{10}$ , προέκυψαν από τις στήλες Orig και Dest. Για παράδειγμα η βάρδια  $D_8$  δημιουργήθηκε, επειδή η πτήση 1 τελειώνει εκεί που αρχίζει η πτήση 2. Υποθέτοντας ότι οι αερολιμένες A, C, και D είναι βάσεις πληρωμάτων, έχουμε έξι συνδυασμούς, οι οποίοι μπορούν να εκφραστούν, από την άποψη των περιόδων βάρδιας ως:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \{ D_4, D_8 \} & P_2 &= \{ D_9, D_5 \} & P_3 &= \{ D_5, D_6, D_{10} \} \\
 P_4 &= \{ D_4, D_6, D_7 \} & P_5 &= \{ D_1, D_7, D_4 \} & P_6 &= \{ D_3, D_5, D_9 \}.
 \end{aligned}$$

Ο συνδυασμός  $P_6$  καλύπτει την πτήση 3 δύο φορές και επομένως δεν συμπεριλαμβάνεται στο καθημερινό πρόβλημα. Επίσης ένας πρόσθετος συνδυασμός

θα μπορούσε να έχει καθοριστεί από το σύνολο των βαρδιών  $\{ D_4, D_1, D_2 \}$ . Εντούτοις, αυτός ο συνδυασμός καλύπτει τις ίδιες πτήσεις με τον συνδυασμό  $P_1$ . Δεδομένου ότι και οι δύο συνδυασμοί δημιουργούνται στην ίδια βάση πληρώματος, μόνο ένας από τους δύο συνδυασμούς (ο λιγότερο δαπανηρός) εμφανίζεται στο μοντέλο. Σε αυτό το παράδειγμα, υποθέτουμε ότι  $\{ D_4, D_8 \}$  έχει χαμηλότερο κόστος από  $\{ D_4, D_1, D_2 \}$ . Θεωρώντας ως δεδομένο, ότι τα κόστη του συνδυασμού είναι  $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 4$  και  $c_5 = 5$  από την συνάρτηση (1.1), λαμβάνουμε τον ακόλουθο τύπο.

$$\begin{array}{rcllcl}
 \text{Min} & 4y_1 & + 4y_2 & + 4y_3 & + 4y_4 & + 5y_5 & & \\
 & y_1 & + y_2 & & & + y_5 & = & 1 \text{ (πτήση 1)} \\
 & y_1 & & + y_3 & & & = & 1 \text{ (πτήση 2)} \\
 & & y_2 & + y_3 & & & = & 1 \text{ (πτήση 3)} \\
 & y_1 & & & + y_4 & + y_5 & = & 1 \text{ (πτήση 4)} \\
 & & y_2 & + y_3 & & & = & 1 \text{ (πτήση 5)} \\
 & & & y_3 & + y_4 & & = & 1 \text{ (πτήση 6)} \\
 & & y_2 & & + y_4 & + y_5 & = & 1 \text{ (πτήση 7)} \\
 & y_1, & y_2, & y_3, & y_4, & y_5 & \in & \{ 0, 1 \}
 \end{array}$$

Εάν απαιτηθεί, ότι τουλάχιστον τρεις ώρες και το περισσότερο έξι ώρες αμοιβών, ανατίθενται στις βάσεις πληρώματος A και D, και το περισσότερο 5 ώρες αμοιβών στη βάση πληρώματος C, τότε οι περιορισμοί ισορροπίας πληρώματος είναι:

$$\begin{array}{ll}
 3 \leq 4y_2 + 3y_5 \leq 6 & \text{(Βάση Πληρώματος A)} \\
 0 \leq 3y_1 + 3y_4 \leq 5 & \text{(Βάση Πληρώματος C)} \\
 3 \leq 4y_3 \leq 6 & \text{(Βάση Πληρώματος D).}
 \end{array}$$

Μια βέλτιστη λύση σε αυτό το πρόβλημα χρησιμοποιεί τους συνδυασμούς  $P_3$  και  $P_5$ , για ένα συνολικό κόστος 9.

Για να επιτευχθεί μια λύση στο εβδομαδιαίο πρόβλημα, απαιτείται, εκτός από την επίλυση του καθημερινού προβλήματος, να λυθεί ένα εβδομαδιαίο πρόβλημα εξαιρέσεων, για να «επισκευαστούν» οι σπασμένοι συνδυασμοί. Το εβδομαδιαίο πρόβλημα εξαιρέσεων αποτελείται από τις ακόλουθες πτήσεις, χρησιμοποιώντας τους συνδυασμούς της βέλτιστης λύσης που βρήκαμε παραπάνω.

	P <sub>3</sub>	P <sub>5</sub>
Παρασκευή	5	1
Σάββατο	6	
Κυριακή	6,2	4
Δευτέρα	2,3	7,4
Τρίτη		4

Πίνακας 1.2: Συνδυασμοί της Βέλτιστης Λύσης

Εναλλακτικά, το πρόβλημα θα μπορούσε να έχει λυθεί ως μεμονωμένο εβδομαδιαίο πρόβλημα. Ένα τέτοιο πρόβλημα θα είχε 43 τμήματα πτήσεων και κατά συνέπεια 43 περιορισμούς κάλυψης (σύμφωνα με τον αρχικό πίνακα πτήσεων του παραδείγματος). Κάθε συνδυασμός θα εμφανίζεται πολλαπλές φορές, και θα συνδέεται με τις κατάλληλες ημέρες της εβδομάδας. Παραδείγματος χάριν, ο συνδυασμός P<sub>1</sub> θα είχε πέντε αντίγραφα, ένα που αρχίζει κάθε ημέρα της εβδομάδας, εκτός από την Παρασκευή και το Σάββατο. Το αντίγραφο που αρχίζει την Κυριακή πραγματοποιείται εγκαίρως, εφόσον η επόμενη περίοδος βάρδιας είναι τη Δευτέρα. Επιπλέον, αυτό το εβδομαδιαίο πρόβλημα περιλαμβάνει, επίσης, τον συνδυασμό P<sub>6</sub>.

### 1.3.2 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΑΝΑΘΕΣΗΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ

Σε αυτό το τμήμα, εξηγείται το πρόβλημα στελέχωσης (rostering), με το οποίο ασχολείται σε μεγάλο βαθμό, η ακαδημαϊκή κοινότητα.

Για κάθε τύπο πληρώματος, λύνονται ξεχωριστά προβλήματα στελέχωσης, όπου ένας τύπος πληρώματος, προσδιορίζεται τόσο από τον βαθμό των μελών του (όπως καπετάνιος, πρώτος ανώτερος υπάλληλος, μηχανικός πτήσης, κ.λπ.) όσο και από την οικογένεια στόλου (όπως Boeing 767, Airbus 320, κ.λπ.). Τα δύο αυτά χαρακτηριστικά πρέπει να συνδέονται κατάλληλα, έτσι ώστε τα μέλη πληρωμάτων να είναι κατάλληλα για πτήσεις. Για έναν δεδομένο τύπο πληρώματος, το μοντέλο εισερχόμενων δεδομένων, περιλαμβάνει το σύνολο των συνδυασμών που πρέπει να αρχίζουν κάθε ημέρα, και τον αριθμό των μελών πληρώματος αυτού του τύπου, που πρέπει να ανατεθεί σε κάθε έναν από αυτούς τους συνδυασμούς. Οι περιορισμοί του μοντέλου στελέχωσης απαιτούν ότι:

1. Κάθε συνδυασμός, στη λύση του προβλήματος του συνδυασμού πληρωμάτων, περιλαμβάνεται στον κατάλληλο αριθμό επιλεγμένων προγραμμάτων.

Σημειώστε ότι το μοντέλο στελέχωσης περιέχει έναν περιορισμό για κάθε συνδυασμό, αρχίζοντας μια δεδομένη ημέρα, για κάθε ημέρα της περιόδου στελέχωσης.

2. Κάθε μέλος πληρώματος ανατίθεται σε ακριβώς ένα πρόγραμμα εργασίας. Εάν η αερογραμμή, δεν απαιτείται να χρησιμοποιήσει όλα τα μέλη πληρώματος, ένα μέλος του πληρώματος ίσως ανατεθεί σε ένα κενό ή μηδενικό πρόγραμμα - δηλαδή ένα πρόγραμμα που δεν περιέχει καμία εργασία.

Έστω  $K$  το σύνολο των μελών πληρώματος ενός δεδομένου τύπου,  $S^k$  το σύνολο των προγραμμάτων εργασίας που είναι εφικτά για κάθε υπάλληλο  $k \in K$ , και  $P$  το σύνολο των χρονολογημένων συνδυασμών που καλύπτονται. [Ένας χρονολογημένος συνδυασμός, είναι ένας συνδυασμός μαζί με την αρχική ημερομηνία του συνδυασμού]. Το  $n_p$  αντιπροσωπεύει τον ελάχιστο αριθμό μελών πληρώματος, που πρέπει να ανατεθεί στον συνδυασμό  $p \in P$  και  $\gamma_p^s$  είναι 1, εάν ο συνδυασμός  $p \in P$  συμπεριλαμβάνεται στο πρόγραμμα  $s$ . Διαφορετικά είναι 0. Η μεταβλητή απόφασης  $x_s^k$  είναι ίση με 1 εάν το πρόγραμμα  $s \in S^k$ , ανατίθεται στον υπάλληλο  $k \in K$ , διαφορετικά είναι 0. Το  $c_s^k$ , του προγράμματος  $s \in S^k$  για τον υπάλληλο  $k \in K$ , αντιπροσωπεύει το κόστος του προγράμματος, που ίσως αντιπροσωπεύει, πόσο κοντά είναι το πρόγραμμα στις δηλωμένες προτιμήσεις των μελών του πληρώματος, ή καθορίζεται έτσι ώστε, να ελαχιστοποιεί τον αριθμό των μελών πληρώματος που χρησιμοποιείται. Το τελευταίο γίνεται με την ανάθεση πολύ χαμηλού κόστους στις μηδενικές αναθέσεις (δηλ. στις μη αναθέσεις).

Λαμβάνοντας υπόψη αυτήν την σημείωση, ο τύπος στελέχωσης πληρωμάτων, Gamache και Soumis, 1998, για έναν δεδομένο τύπο μελών πληρώματος, είναι ο εξής:

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{k \in K} \sum_{s \in S^k} c_s^k x_s^k \\
 & \sum_{k \in K} \sum_{s \in S^k} \gamma_p^s x_s^k \geq n_p && \text{for all } p \in P \\
 & \sum_{s \in S^k} x_s^k = 1 && \text{for all } k \in K \\
 & x_s^k \in \{0, 1\} && \text{for all } s \in S^k, \text{ for all } k \in K.
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

## 1.4 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΛΥΣΗΣ

Στον πυρήνα τους, τα μοντέλα συνδυασμού και ανάθεσης πληρωμάτων, είναι μοντέλα καθορισμένου διαχωρισμού και καθορισμένης κάλυψης, με έναν περιορισμό για κάθε στοιχειώδη εργασία που εκτελείται (δηλ. μια πτηση ή έναν συνδυασμό που καλύπτεται) και μια μεταβλητή για κάθε εφικτό συνδυασμό των στοιχειωδών εργασιών.

Αυτά τα προβλήματα είναι δύσκολα για τρεις λόγους. Πρώτον, ακόμη και ο καθορισμός, του εάν ένας συνδυασμός στοιχειωδών εργασιών είναι εφικτός, μπορεί να είναι δύσκολος, λαμβάνοντας υπόψη την ευρεία σειρά κανόνων και κανονισμών που πρέπει να επιβληθούν. Δεύτερον, αυτά τα προβλήματα έχουν συχνά έναν τεράστιο αριθμό μεταβλητών - συχνά εκατοντάδες εκατομμυρια ή περισσότερους. Τρίτον, αυτές οι μεταβλητές είναι όλοι ακέραιοι, περιπλέκοντας περαιτέρω τη διαδικασία λύσης. Σε αυτό το τμήμα, δίνονται προσεγγίσεις λύσεων για να εξεταστούν αυτές οι δυσκολίες.

### 1.4.1 ΙΣΤΟΡΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΛΥΣΕΩΝ

Μια από τις σημαντικότερες προκλήσεις στην επίλυση του προβλήματος του συνδυασμού πληρωμάτων, προκύπτει από το μέγεθος του κυρίως προβλήματος. Δεν είναι ασυνήθιστο για ένα πρόβλημα που περιέχει 300 πτήσεις να έχει δισεκατομμύρια συνδυασμούς. Συνεπώς, στα πρώτα βήματα που έγιναν στο παρελθόν, για την επίλυση αυτού του προβλήματος, μόνο ένα υποσύνολο συνδυασμών κατασκευαζόταν, με την χρησιμοποίηση ευρετικών κανόνων, που καθοδηγούσαν και περιόριζαν τη διαδικασία κατασκευής. Στην πραγματικότητα, μέχρι τη δεκαετία του '90, κάποιες τοπικές ευρετικές βελτίωσης, αντιπροσώπευαν την πρόοδο που είχε συντελεστεί, στον τομέα της βελτιστοποίησης του συνδυασμού πληρωμάτων.

Μια τοπική ευρετική βελτίωση, για το πρόβλημα του συνδυασμού πληρωμάτων, αρχίζει με μια εφικτή λύση του προβλήματος. Επειδή οι περισσότερες αερογραμμές κάνουν μόνο δευτερεύουσες αλλαγές στα προγράμματα πτήσεων τους, από μια προγραμματισμένη περίοδο στην επόμενη, οι εφικτές λύσεις μπορεί συνήθως να κατασκευαστούν χειρονακτικά, με την τροποποίηση της λύσης, που χρησιμοποιήθηκε στην προηγούμενη περίοδο σχεδιασμού. Κατόπιν για την εύρεση βελτιωμένων προγραμμάτων, η ευρετική μέθοδος επιλέγει τυχαία έναν μικρό αριθμό

συνδυασμών, της τρέχουσας λύσης, και αναζητά μια καλύτερη λύση, για τις πτήσεις που καλύπτονται από εκείνο το υποσύνολο των συνδυασμών. Η αναζήτηση εκτελείται συνήθως με την απαρίθμηση όλων των πιθανών συνδυασμών, του υποσυνόλου των πτήσεων και με την βέλτιστη λύση του μικρού αυτού προβλήματος ακεραίων (από το σημείο αυτό το πρόβλημα ακεραίων θα αναφεραται ως IP – Integer Problem), χρησιμοποιώντας τη μέθοδο συνδεδεμένου δέντρου (δηλαδή, τη διακλάδωση κόμβων απόφασης, βλ. Παράρτημα Β). Συχνά, αυτά τα μικρά προβλήματα, μπορούν να λυθούν γρήγορα, δεδομένου ότι οι χαλαρώσεις των ακεραίων προβλημάτων σε γραμμικά (από το σημείο αυτό η χαλάρωση του ακεραίου προβλήματος σε γραμμικό, θα αναφέρεται ως χαλάρωση LP – Linear Problem relaxation), όταν αυτά αποτελούνται από μικρό αριθμό γραμμών, συχνά έχουν ακέραιες ή κοντινά-ακέραιες λύσεις. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται, έως ότου δεν μπορεί να βρεθεί καμία περαιτέρω βελτίωση ή έως ότου τελειώσει κάποιο προκαθορισμένο χρονικό όριο, Anbil et al., 1991 και Gershkoff, 1989.

#### **1.4.2 ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ**

Σε κάθε επανάληψη, μιας τοπικής ευρετικής αναζήτησης, η τρέχουσα επιβεβλημένη λύση βελτιώνεται με την εξέταση, μόνο ενός μικρού υποσυνόλου των πτήσεων και οι συνδυασμοί καλύπτουν μόνο αυτές τις πτήσεις. Επομένως, αυτές οι ευρετικές μέθοδοι, δεν έχουν τη δυνατότητα να θεωρήσουν ολόκληρο το δίκτυο πτήσεων, σε ένα ενιαίο βήμα και χρειάζονται έναν μεγάλο αριθμό επαναλήψεων πρίν βρουν μια καλή λύση. Ένα πρόσθετο μειονέκτημα των τοπικών ευρετικών αναζητήσεων, είναι ότι δεν παρέχουν ένα κατώτατο όριο, που να αποτελεί δέσμευση, ότι αυτό είναι η καλύτερη δυνατή αξία λύσης. Κατά συνέπεια, είναι δύσκολο να υπολογιστεί, πόσο μακριά βρίσκεται η τρέχουσα λύση, από τη βέλτιστη. Για να παρακάμψουν αυτά τα δύο εμπόδια, απαιτούνται περισσότερο σφαιρικές προσεγγίσεις, όπου σε κάθε επανάληψη, οι συνδυασμοί θα καλύπτουν όλες τις παραγόμενες πτήσεις.

##### **1.4.2.1 Δομή δικτύων για την παραγωγή συνδυασμών**

Υπάρχουν δύο βασικοί τύποι δικτύων, που έχουν αναπτυχθεί στην ακαδημαϊκή κοινότητα, για την παραγωγή συνδυασμών. Ο πρώτος, αποκαλούμενος

ως δίκτυο πτήσεων, χρησιμοποιεί τόξα για να δηλώσει κάθε πτήση του προγράμματος. Τα τόξα αντιπροσωπεύουν, επίσης, τις πιθανές συνδέσεις μεταξύ των πτήσεων. Ο δεύτερος τύπος δικτύου, είναι ένα δίκτυο περιόδου βάρδιας. Χρησιμοποιεί ένα τόξο, για κάθε πιθανή περίοδο βάρδιας. Επίσης τα τόξα αντιπροσωπεύουν τις πιθανές περιόδους ξεκούρασης μεταξύ των βαρδιών.

Τα δίκτυα που χρησιμοποιούνται για την μοντελοποίηση των διεθνών προβλημάτων, βασίζονται τυπικά σε περιόδους βάρδιας, παρά σε πτήσεις. Δηλαδή οι κόμβοι αντιπροσωπεύουν την έναρξη ή το τέλος μιας περιόδου βάρδιας και κάθε τόξο του δικτύου, αναπαριστά κάθε πιθανή περίοδο βάρδιας. Τα τόξα σύνδεσης, συμπεριλαμβάνονται μεταξύ των βαρδιών, εάν και εφόσον δύο βάρδιες μπορούν να πραγματοποιηθούν, διαδοχικά από το ίδιο πλήρωμα. Στην περίπτωση των εσωτερικών πτήσεων, αφ' ετέρου, τυπικά, χρησιμοποιούνται δίκτυα πτήσεων, λόγω του μεγάλου αριθμού εφικτών βαρδιών.

Κάθε συνδυασμός πληρωμάτων αντιπροσωπεύεται από ένα δίκτυο μονοπατιών, αλλά μόνο το υποσύνολο των μονοπατιών που ικανοποιεί ορισμένες απαιτήσεις, αντιπροσωπεύει τους συνδυασμούς. Για παράδειγμα, σε ένα δίκτυο πτήσεων, μια ακολουθία πτήσεων μπορεί να δώσει ένα μονοπάτι μέσω του δικτύου, αλλά αυτό να «περιέχει» περισσότερες από τις επιτρεπόμενες ώρες πτήσης ή ο προκύπτον συνδυασμός, να περιέχει λιγότερες βάρδιες από τον μέγιστο επιτρεπόμενο αριθμό.

#### 1.4.2.1.1 Δίκτυο πτήσεων

Ένα χαρακτηριστικό δίκτυο πτήσεων, Minoux, 1984, και Desrosiers et al., 1991, έχει κόμβους που αναπαριστούν την αναχώρηση και την άφιξη κάθε πτήσης, δηλαδή τον αερολιμένα άφιξης  $s$  και τον αερολιμένα προορισμού  $t$ . Υπάρχει ένα τόξο που αντιπροσωπεύει κάθε πτήση στο πρόγραμμα. Εάν υπάρχει σπανιότητα των πτήσεων, που φθάνουν και αναχωρούν από έναν αερολιμένα, είναι συχνά απαραίτητο να συμπεριληφθούν πιθανές deadhead πτήσεις, προκειμένου να επιτευχθεί ένα καλύτερο αποτέλεσμα, ή ακόμα και μια εφικτή λύση. Για τα καθημερινά προβλήματα, κάθε τόξο πτήσης αντικαθίσταται τόσες φορές, όσος είναι ο μέγιστος αριθμός ημερολογιακών ημερών, που επιτρέπονται σε έναν συνδυασμό. Εντούτοις οι συνδυασμοί, παράγονται μόνο από πτήσεις που «λειτουργούν» την πρώτη ημέρα. Για τα εβδομαδιαία προβλήματα, τα τόξα αντικαθίστανται τόσες φορές, όσος είναι ο μέγιστος αριθμός εβδομάδων, που επιτρέπονται σε έναν συνδυασμό. Επειδή οι

συνδυασμοί, συχνά, δεν επιτρέπεται να υπερβούν τη μια εβδομάδα, σε "διάρκεια", τα τόξα πτήσεων πρέπει να επαναλαμβάνονται μόνο μία φορά, έτσι ώστε να μπορούν να παραχθούν συνδυασμοί, οι οποίοι θα ξεκινούν από το τέλος της μιας εβδομάδας και θα τελειώνουν στην αρχή της επόμενης, δηλ. από την μία Κυριακή στη επόμενη Δευτέρα. Φυσικά, θα μπορούσε να επιτραπεί στους συνδυασμούς, να «διασχίζουν» ολόκληρη την εβδομάδα, χωρίς την επανάληψη πτήσεων, εισάγοντας τόξα από την τελευταία ημέρα της εβδομάδας έως την πρώτη. Εντούτοις, η διατήρηση ενός μη κυκλικού δικτύου με επανάληψη πτήσεων, απλοποιεί τον αλγόριθμο κοντούτερου μονοπατιού, για την ευρεση των ελκυστικότερων συνδυασμών.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, ο κόμβος s αναπαριστά τον αερολιμένα άφιξης και ο κόμβος t τον αερολιμένα προορισμού. Υπάρχουν επίσης τόξα που αντιπροσωπεύουν τις «νόμιμες» συνδέσεις, μεταξύ των πτήσεων. Ένα ζευγάρι πτήσεων θα συνδέεται με ένα τόξο σύνδεσης, εάν ο αερολιμένας άφιξης του πρώτου, είναι ο ίδιος με τον αερολιμένα αναχώρησης του δεύτερου και ο χρόνος μεταξύ των δύο πτήσεων αποτελεί είτε μια «νόμιμη» σύνδεση, κατά τη διάρκεια μιας περιόδου βάρδιας είτε μία «νόμιμη» νυχτερινή ξεκούραση. Εντούτοις, η "διάρκεια" μιας νυχτερινής ξεκούρασης, απαιτείται, να είναι συνάρτηση των χαρακτηριστικών της περιόδου βάρδιας που προηγήθηκε, αλλά ίσως και άλλων χαρακτηριστικών του συνδυασμού.

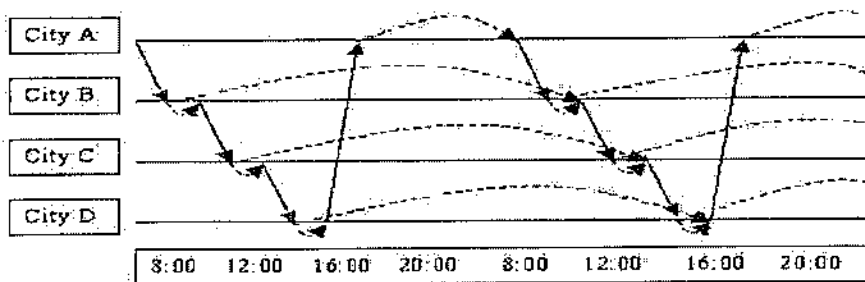
Το Σχήμα 1.2 εμφανίζει ένα μέρος δικτύου πτήσεων για το ακόλουθο πρόγραμμα πτήσεων.

Πτήση 1: ΑΕΡΟΛΙΜΕΝΑΣ Α - ΑΕΡΟΛΙΜΕΝΑΣ Β 08:00 - 09:00  
Πτήση 2: ΑΕΡΟΛΙΜΕΝΑΣ Β - ΑΕΡΟΛΙΜΕΝΑΣ C 10:00 - 11:00  
Πτήση 3: ΑΕΡΟΛΙΜΕΝΑΣ C - ΑΕΡΟΛΙΜΕΝΑΣ D 13:00 - 14:00  
Πτήση 4: ΑΕΡΟΛΙΜΕΝΑΣ D - ΑΕΡΟΛΙΜΕΝΑΣ Α 15:00 - 16:00

Το δίκτυο εκτείνεται σε έναν διήμερο χρονικό ορίζοντα και περιέχει δύο αντίγραφα κάθε πτήσης. Τα κανονικά βέλη αντιπροσωπεύουν πτήσεις. Κάθε πτήση αντιπροσωπεύει μια μετάβαση μέσα στο χρόνο και τον χώρο, από τον αερολιμένα αναχώρησης, την συγκεκριμένη ώρα αναχώρησης προς στον αερολιμένα άφιξης, τον συγκεκριμένο χρόνο άφιξης. Τα διακεκομένα βέλη αντιπροσωπεύουν τις πιθανές συνδέσεις μεταξύ των πτήσεων. Φυσικά, οι συνδέσεις επιτρέπονται μόνο μεταξύ των ζευγαριών πτήσεων, που φθάνουν και αναχωρούν από τον ίδιο αερολιμένα. Λόγω των ελάχιστων και μέγιστων χρονικών ορίων σύνδεσης, το σύνολο των βελών σύνδεσης στο δίκτυο, θα είναι γενικά ένα κατάλληλο υποσύνολο, του συνόλου όλων των



πιθανών συνδέσεων. Ας σημειωθεί, ότι στο Σχήμα 1.2, κάθε κόμβος άφιξης έχει δύο συνδέσεις που δημιουργούνται σε αυτόν, μία με την επόμενη αναχώρηση και μία με την ίδια πτήση, που αναχωρεί από τον ίδιο κόμβο, μια ημέρα αργότερα. Προκειμένου να παραχθούν συνδυασμοί, σε μία συγκεκριμένη βάση πληρώματος, παραδείγματος χάριν, στον αερολιμένα A, πρέπει να προστεθεί ένας κόμβος s και ένας κόμβος t, σε αυτό το δίκτυο. Έπειτα, συνδέεται ο s με τον κόμβο αναχώρησης κάθε τόξου πτήσης που δημιουργείται στον αερολιμένα A και συνδέεται ο t, με τον κόμβο άφιξης κάθε πτήσης, που έχει προορισμό τον αερολιμένα A.



Σχήμα 1.2: Δίκτυο Πτήσεων

Είναι εύκολο να δείχτεί, ότι κάθε νόμιμος συνδυασμός αντιπροσωπεύεται από κάποια μονοπάτια  $s - t$ , σε αυτό το δίκτυο. Εντούτοις, υπάρχουν πολλά μονοπάτια  $s - t$  που δεν αντιπροσωπεύουν νόμιμους συνδυασμούς. Η δομή του δικτύου εγγυάται, ότι δεν θα συνδέσουμε δύο πτήσεις, που δεν έχουν αντίστοιχες αφίξεις και αναχωρήσεις απο τον ίδιο αερολιμένα, αλλά δεν μας αποτρέπει από την παραβίαση άλλων κανόνων, όπως τον μέγιστο αριθμό ωρών πτήσης, που επιτρέπονται σε μια περίοδο βάρδιας ή το μέγιστο χρόνο μακριά από τη βάση (TAFB) ενός συνδυασμού.

Χρησιμοποιώντας ένα δίκτυο περιόδου βάρδιας, είναι δυνατό, να δομηθούν οι κανόνες περιόδου βάρδιας μέσα στο δίκτυο, με αποτέλεσμα όμως, ένα πολύ μεγαλύτερο σύνολο τόξων.

#### 1.4.2.1.2 Δίκτυο περιόδου βάρδιας

Αυτό το δίκτυο, Lavoie et al., 1988, Anbil et al., 1994, και Vance et al., 1997b, έχει κόμβους που αντιπροσωπεύουν την αναχώρηση και την άφιξη κάθε περιόδου βάρδιας καθώς επίσης και κόμβους s και t. Υπάρχουν βέλη που αντιπροσωπεύουν κάθε πιθανή περίοδο βάρδιας στο πρόγραμμα πτήσεων, καθώς

επίσης και βέλη που αντιπροσωπεύουν τις νόμιμες συνδέσεις μεταξύ των βαρδιών. Για τα καθημερινά προβλήματα, κάθε περίοδος βάρδιας επαναλαμβάνεται τόσες φορές όσες και ο μέγιστος αριθμός ημερολογιακών ημερών, οι οποίες επιτρέπονται σε έναν συνδυασμό. Ομοίως, για τα εβδομαδιαία προβλήματα, κάθε περίοδος βάρδιας επαναλαμβάνεται τόσες φορές όσες και ο μέγιστος αριθμός εβδομάδων, που επιτρέπονται σε έναν συνδυασμό.

Ένα ζευγάρι βαρδιών θα συνδέεται με ένα τόξο, εάν ο αερολιμένας άφιξης του πρώτου είναι ο ίδιος με τον αερολιμένα αναχώρησης του δεύτερου και ο χρόνος μεταξύ τους αποτελεί μία «νόμιμη» νύχτερινή ξεκούραση. Ας σημειωθεί ότι η απαιτούμενη "διάρκεια" μιας νύχτερινής ξεκούρασης, μπορεί να είναι συνάρτηση των χαρακτηριστικών της περιόδου βάρδιας που προηγήθηκε και ενδεχομένως άλλων χαρακτηριστικών του συνδυασμού. Στο δίκτυο περιόδου βάρδιας, αντίθετα από το δίκτυο πτήσεων, είναι πιθανό να δομηθούν, μέσα στο δίκτυο, οι απαιτήσεις που περιλαμβάνονται από την προηγούμενη περίοδο βάρδιας.

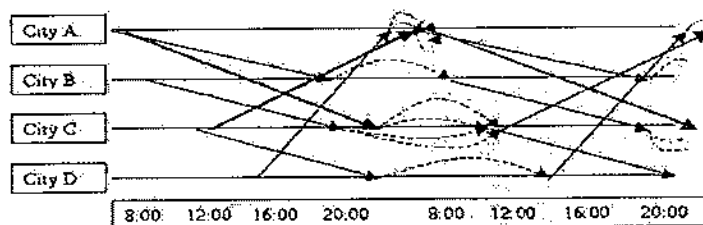
Για τα καθημερινά προβλήματα, ο μη επαναληπτικός κανόνας πτήσεων μπορεί να επιβληθεί μερικώς, επιτρέποντας συνδέσεις τόξων, μόνο μεταξύ των βαρδιών, που δεν μοιράζονται μία κοινή πτήση. Δηλαδή μπορεί να εξασφαλιστεί ότι δύο διαδοχικές βάρδιες δεν μοιράζονται μία κοινή πτήση, αλλά δεν επιτυγχάνεται το ίδιο και για τις μη διαδοχικές βάρδιες, π.χ. στην πρώτη και στην τρίτη βάρδια, δεν μπορεί να αποτραπεί η επανάληψη των πτητικών σκελών, με αυτόν τον τρόπο.

Ο Klabjan et al, 2001a, προτείνει μια προσέγγιση, για να «στηθεί» το δίκτυο συμπαγώς. Υποθέτει ότι οι περίοδοι βάρδιας ταξινομούνται με βάση τον αερολιμένα αναχώρησης και οι περίοδοι βάρδιας, που δημιουργούνται στον ίδιο αερολιμένα, ταξινομούνται με αύξουσα σειρά, σύμφωνα με τον χρόνο αναχώρησης. Για κάθε κόμβο, που αντιπροσωπεύει μια άφιξη περιόδου βάρδιας, καταχωρούνται δύο δείκτες. Ο πρώτος δείχνει την πιο πρόωρη και ο δεύτερος την τελευταία σύνδεση της περιόδου βάρδιας. Εξαιτίας της κατάταξης των περιόδων βάρδιας, όλες οι πιθανές συνδέσεις λαμβάνονται, με την ανίχνευση όλων των περιόδων βάρδιας μεταξύ των δύο προαναφερθέντων. Ενώ, αυτό το στήσιμο του δικτύου είναι συμπαγές, δεν μπορεί να ενσωματώσει κανόνες, που περιλαμβάνουν δύο περιόδους βάρδιας, παραδείγματος χάριν, δύο περίοδοι βάρδιας να μοιράζονται κοινές πτήσεις.

Το Σχήμα 1.3 εμφανίζει ένα δίκτυο διήμερων περιόδων βάρδιας, για το πρόγραμμα, που εμφανίζεται στο Σχήμα 1.2. Τα έντονα βέλη αντιπροσωπεύουν τις περιόδους βάρδιας και τα διακεκομμένα, αντιπροσωπεύουν τις συνδέσεις μεταξύ των

βαρδιών. Τα βέλη, που δεν είναι τόσο έντονα, αντιπροσωπεύουν τις περιόδους βάρδιας, πτήσεων που πραγματοποιούνται μόνο μια φορά και αντιστοιχούν σε κάθε μία από τις τέσσερις πτήσεις του προγράμματος. Τα εντονότερα βέλη, αντιστοιχούν σε δύο πρόσθετες βάρδιες, μία που δημιουργείται από την σύνθεση των πτήσεων 1 και 2 και την άλλη από την σύνθεση των πτήσεων 3 και 4. Είναι πιθανό, να δημιουργηθούν περισσότερες περιόδους βάρδιας, από αυτό το σύνολο των τεσσάρων πτήσεων, αλλά για να διατηρηθεί η απλότητα του παραδείγματος, δημιουργούνται μόνο δύο. Ας σημειωθεί ότι τα έντονα βέλη, «φτάνουν» πολύ αργότερα, από τα αντίστοιχα λιγότερο έντονα βέλη, στον προορισμό τους. Αυτό συμβαίνει, επειδή περιλαμβάνουμε το χρόνο της νυχτερινής ξεκούρασης στη "διάρκεια" του βέλους βάρδιας.

Για να παράγουμε συνδυασμούς, στο δίκτυο πτήσεων, που αρχίζουν και τελειώνουν σε μία βάση πληρώματος, προσθέτουμε ένα κόμβο  $s$  και έναν κόμβο  $t$ . Ο κόμβος  $s$  συνδέεται με τον κόμβο αναχώρησης κάθε περιόδου βάρδιας, που δημιουργείται σε μία συγκεκριμένη βάση πληρώματος. Ο κόμβος άφιξης, κάθε περιόδου βάρδιας, που τελειώνει σε εκείνη τη βάση πληρώματος, συνδέεται με τον κόμβο  $t$ .



Σχήμα 1.3: Δίκτυο Περιόδου Βάρδιας

Πολλοί περισσότεροι κανόνες, ικανοποιούνται στο δίκτυο περιόδου βάρδιας, από όλα τα μονοπάτια που ξεκινούν από τον κόμβο  $s$  και καταλήγουν στον κόμβο  $t$ , απ' ότι στο δίκτυο πτήσεων. Εντούτοις, υπάρχουν ακόμα μερικοί κανόνες, όπως ο κανόνας του δώρου και ο κανόνας της μη επαναλαμβανόμενης πτήσης, για τις μη διαδοχικές βάρδιες, που δεν μπορούν να επιβληθούν μέσω αυτής της δομής δικτύου.

#### 1.4.2.2 Απαρίθμηση συνδυασμών

Η απαρίθμηση των περιόδων βάρδιας, μπορεί να ολοκληρωθεί από μια προσέγγιση αναζήτησης πρώτα κατά βάθος (depth first), στο δίκτυο πτήσεων. Για

κάθε βέλος πτήσης κατασκευάζονται όλες οι περιόδοι βάρδιας, που αρχίζουν με αυτήν την πτήση. Με αυτόν τον τρόπο, γίνεται προσπάθεια να επεκταθεί η περίοδος βάρδιας με μία ακόμη πτήση, εάν υπάρχει ένα αντίστοιχο βέλος σύνδεσης, που να αντιπροσωπεύει ξεκούραση (του πληρώματος), στο δίκτυο πτήσεων και όλοι οι άλλοι κανόνες εφικτότητας της βάρδιας, να ικανοποιούνται. Προκειμένου να απαριθμηθούν όλες οι περιόδοι βάρδιας, πρέπει να γίνεται οπισθοδρόμηση (backtrack – δηλαδή πσωγύρισμα στον προηγούμενο κόμβο, στον προπροηγούμενο κ.λπ.) της διαδικασίας, κάθε φορά που ο χρήστης έχει εκμεταλλευτεί όλα τα τόξα σύνδεσης, που αντιστοιχούν σε έναν κόμβο, ο οποίος αντιστοιχεί σε μια άφιξη πτήσης.

Οι συνδυασμοί μπορούν να απαριθμηθούν με έναν παρόμοιο τρόπο είτε από το δίκτυο πτήσεων είτε από το δίκτυο περιόδου βάρδιας. Στην απαρίθμηση των συνδυασμών, η παραγωγή αρχίζει από κάθε πτήση ή βάρδια, που δημιουργείται σε μια βάση πληρωμάτων. Έπειτα, χρησιμοποιείται η αναζήτηση πρώτα κατά βάθος, για να επεκτείνει το υποσύνολο των συνδυασμών ή να οπισθοδρομήσει την διαδικασία.

#### **1.4.2.2.1 Μερική παραγωγή συνδυασμών**

Διάφορες μεθοδολογίες για το πρόβλημα του συνδυασμού πληρωμάτων απαιτούν μια παραγωγή, μόνο ενός υποσυνόλου των συνδυασμών, δεδομένου ότι δεν μπορούν όλες τους να αντιμετωπιστούν ρητά. Ένας εύκολος τρόπος να επιτευχθεί αυτό, είναι με την παραγωγή συνδυασμών μόνο σε ένα υποσύνολο πτήσεων, Anbil et al., 1991 και Gershkoff, 1989. Είναι ουσιαστικά δυσκολότερο να παραχθεί ένα υποσύνολο συνδυασμών, που να καλύπτει όλες τις πτήσεις του προγράμματος. Ο Andersson et al., 1998, δίνει μια διαφορετική προσέγγιση. Για να παραχθεί ένα υποσύνολο συνδυασμών, για κάθε πτήση, περιορίζεται ο αριθμός των πιθανών συνδέσεων. Επιλέγονται ορισμένες μικρές συνδέσεις και ενδεχομένως μερικές, ιστορικά, χρήσιμες συνδέσεις. Η ιδέα του στηρίζεται, στην επίλυση ενός προβλήματος ταιριάσματος πτήσεων, για κάθε αερολιμένα, πριν την απαρίθμηση των συνδυασμών. Η γνώση των "καλών" συνδέσεων είναι ουσιαστική. Επιπλέον, ένας πεπειραμένος προγραμματιστής ίσως να μειώσει τον αριθμό των παραγόμενων συνδέσεων, αναγνωρίζοντας και αφαιρώντας αυτές που δεν είναι χρήσιμες. Τέλος μια άλλη εκδοχή, είναι η παραγωγή τυχαίων συνδυασμών, Klabjan et al., 2001.

### 1.4.3 Η ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΧΑΛΑΡΩΣΗΣ LP

Οι πρώτες ιδέες, για την επίλυση της χαλάρωσης LP (1.1) (δηλαδή όπως προαναφέρθηκε, της χαλάρωσης του προβλήματος ακεραίων σε γραμμικό), περιλαμβάνει την εξέταση ενός μεγάλου αριθμού συνδυασμών και επίλυσης της χαλάρωσης LP, για αυτούς τους συνδυασμούς. Ο Anbil et al., 1992, βρήκε μια βέλτιστη λύση για την χαλάρωση LP (1.1), για ένα μεγάλο υποσύνολο συνδυασμών, για μια περίπτωση 800 πτήσεων ενός εσωτερικού καθημερινού προβλήματος, στις Η.Π.Α.. Πεντέμισυ εκατομμύρια εφικτοί συνδυασμοί απαριθμήθηκαν και η βέλτιστη λύση LP, βρέθηκε για αυτό το σύνολο, χρησιμοποιώντας μια εξειδικευμένη προσέγγιση, που ονομάστηκε SPRINT, στην οποία αρκετές χιλιάδες στήλες φορτώνονται σε έναν επιλυτή LP και η λύση LP βελτιστοποιείται, για εκείνες τις στήλες. Κατόπιν, οι περισσότερες από τις μη βασικές στήλες απορρίπτονται, και αρκετές χιλιάδες στήλες προστίθενται. Αυτή η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου έχουν ληφθεί υπόψη όλες οι στήλες. Στο τέλος, εντούτοις, είναι απαραίτητο να τεθούν πολύ υψηλές τιμές σε όλες τις μη βασικές στήλες, για να αποδειχθεί η βελτιστοποίηση (optimality). Ο Bixby et al., 1992, χρησιμοποίησε έναν συνδυασμό, των μεθόδων εσωτερικού σημείου και simplex, για να βρει τη βέλτιστη λύση LP, σε ένα πολύ μεγάλο μοντέλο συνδυασμού πληρωμάτων. Οι HU και Johnson, 1999, προτείνουν έναν πρωταρχικό-διπλό αλγόριθμο, για την επίλυση της χαλάρωσης LP, για έναν δεδομένο αριθμό συνδυασμών.

Καθώς οι επιλυτές (solvers) βελτιστοποίησης και οι υπολογιστές, έγιναν «εξυπνότεροι», υπήρξε μια μετατόπιση, προς στις δυναμικές τεχνικές παραγωγής στηλών, που λαμβάνουν υπόψη, σιωπηρά, όλους τους πιθανούς συνδυασμούς, κατά την επίλυση της χαλάρωσης LP, Anbil et al., 1994 και Desaulniers et al., 1998. Στην παραγωγή στηλών, το πρόβλημα (καθορισμένου διαχωρισμού) με όλους τους πιθανούς συνδυασμούς του, αναφέρεται ως κύριο πρόβλημα. Κατά συνέπεια από την συνάρτηση (1.1), προκύπτει ότι αυτό είναι το κύριο πρόβλημα. Ένα περιορισμένο κύριο πρόβλημα, είναι αυτο το οποίο περιέχει, μόνο ένα υποσύνολο των πιθανών στηλών (συνδυασμών). Ο αλγόριθμος παραγωγής στηλών, για την επίλυση (του προβλήματος) του συνδυασμού πληρώματος LP, περιλαμβάνει τα ακόλουθα βήματα:

- Βήμα 1: Λύστε το περιορισμένο κύριο πρόβλημα - βρείτε τη βέλτιστη λύση, στο τρέχον περιορισμένο κύριο πρόβλημα, που περιέχει μόνο ένα υποσύνολο όλων των στηλών.

- Βήμα 2: Λύστε το υποπρόβλημα κοστολόγησης - παράγετε μια ή περισσότερες στήλες, που μπορούν να βελτιώσουν τη λύση. Εάν καμία στήλη δεν βρεθεί, σταματήστε: η χαλάρωση LP έχει λυθεί.
- Βήμα 3: Κατασκευάστε ένα νέο περιορισμένο κύριο πρόβλημα - προσθέστε στο περιορισμένο κύριο πρόβλημα, τις στήλες που παράγονται από την επίλυση του υποπροβλήματος και επιστρέψτε στο Βήμα 1.

Η λύση και η κατασκευή του περιορισμένου κύριου προβλήματος (βήματα 1 και 3), μπορούν να επιτευχθούν χρησιμοποιώντας λογισμικό βελτιστοποίησης, όπως η CPLEX ή η OSL. Η λύση του υποπροβλήματος κοστολόγησης (βήμα 2), εντούτοις, πρέπει να προσαρμοστεί, για να εκμεταλλευτεί τη δομή των δικτύων του προβλήματος. Η ιδέα είναι να αντιπροσωπευθεί κάθε συνδυασμός ως μονοπάτι, σε ένα δίκτυο, έτσι ώστε ο τεράστιος αριθμός συνδυασμών να μπορεί να αντιπροσωπευθεί αποτελεσματικά. Αυτό το δίκτυο, χρησιμοποιείται έπειτα, για να προσδιορίσει τις μεταβλητές που μπορούν να βελτιώσουν τη λύση, χωρίς την εξέταση όλων των μεταβλητών. Αυτό μπορεί συχνά να επιτευχθεί, είτε με την επίλυση πολυετικετών, σε προβλήματα κοντύτερων μονοπατιών, σε ειδικά δομημένα δίκτυα, Desrochers και Soumis, 1989, είτε με απαρίθμηση, Marsten, 1994 και Makri και Klabjan, 2001.

#### **1.4.3.1 Κατευθύνσεις για την επίλυση του περιορισμένου κύριου υποπροβλήματος.**

Μέχρι σήμερα θεωρείται, ότι ο πρωταρχικός simplex αλγόριθμος (βλ. Παράρτημα Α), είναι η αποδοτικότερη διαδικασία, για το περιορισμένο κύριο υποπρόβλημα. Δεδομένου ότι, μια πρωτεύουσα λύση είναι διαθέσιμη, από την προηγούμενη επανάληψη, ο simplex βρίσκει «πρόσφορο έδαφος» κατά την έναρξη (της εφαρμογής) του. Εντούτοις, έχει δύο σημαντικά μειονεκτήματα. Πρώτον, οι χαλαρώσεις LP της συνάτησης (1.1), τείνουν να είναι μη παραγωγικές και επομένως ο simplex, τείνει να εκτελεί πολλά μη παραγωγικά βήματα, και δεύτερον, οι βέλτιστες διπλές λύσεις ακραίου σημείου, δίνουν παραπλανητικά μειωμένα κόστη και αυτό έχει ως συνέπεια, να απαιτούνται διάφορες επαναλήψεις, για την παραγωγή στηλών. Ένα τέχνασμα, για την αφαίρεση της μη παραγωγικότητας, είναι να διατάραχθούν τυχαία οι δεξιές πλευρές (των εξισώσεων). Αφότου λυθεί, το διαταραγμένο πρόβλημα LP, η

διαταραχή αφαιρείται και το LP λύνεται βέλτιστα. Μια διαφορετική προσέγγιση παρουσιάζεται στον du Merle et al., 1999, με την προσθήκη πλεονάσματος και slack μεταβλητών, με ποινικές ρήτρες. Αυτό αντιστοιχεί στην απαίτηση, για ύπαρξη, κατώτερων και ανώτερων ορίων, στις διπλές μεταβλητές και την «τιμωρία» των διπλών μεταβλητών, εάν βρίσκονται έξω από αυτά τα όρια. Για τα προβλήματα του συνδυασμού πληρωμάτων, αυτή η τεχνική, μειώνει ουσιαστικά τον αριθμό επαναλήψεων, στην παραγωγή στηλών. Οι αλγόριθμοι εσωτερικού σημείου, αποφέρουν μια διπλή λύση εσωτερικού σημείου, κάτι το οποίο αποτελεί, έναν πολύ καλύτερο δείκτη της "χρησιμότητας" μιας στήλης, αλλά στερούνται του πλεονεκτήματος, του «πρόσφορου εδάφους», σε αντίθεση με τον simplex. Για μία διαφορετική προσέγγιση, δείτε Barahona και Anbil, 1998 και 1999.

#### 1.4.3.2 Κοστολόγηση

Η κοστολόγηση είναι το πρόβλημα της επιλογής συνδυασμών, οι οποίοι προστίθενται, έπειτα, στο δεύτερο βήμα του περιορισμένου κύριου προβλήματος. Υπάρχουν δύο βασικά ερωτήματα, όσον αφορά την κοστολόγηση: Ποιά είναι τα κριτήρια για την επιλογή των συνδυασμών και πώς βρίσκονται οι συνδυασμοί που συμφωνούν με τα κριτήρια;

Παραδοσιακά, οι συνδυασμοί, επιλέγονται από το κριτήριο του μειωμένου κόστους. Πρόσφατα, έχουν προταθεί, εναλλακτικές στρατηγικές. Ο Bixby et al, 1992, χρησιμοποίησε ως κριτήριο επιλογής, το κόστος των συνδυασμών, ενώ αναφέρει, ότι παρατήρησε μια σημαντική μείωση στον αριθμό των επαναλήψεων. Οι HU και Johnson, 1999, παρουσιάζουν έναν πρωταρχικό-διπλό αλγόριθμο, για να επιλέξουν τις στήλες, με το χαμηλότερο μειωμένο κόστος ενώ και αυτοί αναφέρουν, έναν σημαντικά χαμηλότερο αριθμό επαναλήψεων. Μία ακόμη στρατηγική, είναι αυτή που προτείνουν οι Forrest και Goldfarb, 1992.

Υπάρχουν δύο προσεγγίσεις, για την εύρεση των συνδυασμών, που συμφωνούν σε ικανοποιητικό επίπεδο, με τα κριτήρια επιλογής. Μία είναι η συνδυαστική, η οποία χρησιμοποιεί έναν αλγόριθμο κοντύτερων μονοπατιών, και η δεύτερη είναι η δύναμική προσέγγιση της απαρίθμησης των συνδυασμών. Στα ακόλουθα τμήματα περιγράφουμε και τις δύο προσεγγίσεις.

#### 1.4.3.2.1 Η κοστολόγηση με τους αλγορίθμους κοντύτερων μονοπατιών.

Μέχρι σήμερα οι προσεγγίσεις κοντύτερων μονοπατιών, έχουν σχεδιαστεί, μόνο για το κριτήριο του μειωμένου κόστους. Πολλοί αλγόριθμοι, λύνουν το πρόβλημα κοστολόγησης, για να βρουν τους ελκυστικούς συνδυασμούς, με τη χρησιμοποίηση πολυετικετών ή μεθόδων κοντύτερων μονοπατιών με περιορισμούς, στα ειδικά δομημένα δίκτυα, Desrochers και Soumis, 1988. Και στο δίκτυο πτήσεων και στο δίκτυο περιόδου βάρδιας, μόνο οι βασικές απαιτήσεις μπορούν να τοποθετηθούν, στη δομή των δικτύων. Οι απαιτήσεις, που δεν μπορούν να τοποθετηθούν στη δομή των δικτύων, επιβάλλονται μέσω της χρήσης ετικετών. Παραδείγματος χάριν, μπορούμε να διατηρήσουμε μια ετικέτα, για να εντοπίσουμε τον αριθμό ωρών πτήσης, στην τρέχουσα περίοδο βάρδιας, τον αριθμό των βαρδιών του συνδυασμού, τον κανόνα του δώρου και τον κανόνα μη επανάληψης πτήσεων, για τα καθημερινά προβλήματα. Επιπρόσθετα με τις ετικέτες, που ελέγχουν τους κανόνες των εφικτών συνδυασμών, χρειάζονται και ετικέτες για να «συλλάβουν» τα μη γραμμικά συστατικά, της δομής κόστους, του συνδυασμού.

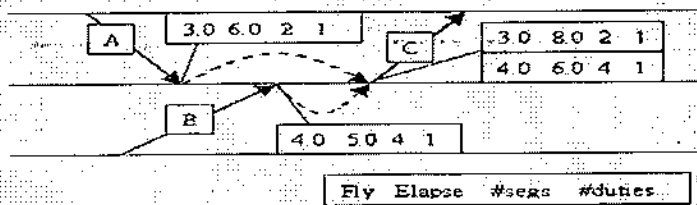
Οι προσεγγίσεις κοντύτερων μονοπατιών με πολυετικέτες, διαφέρουν από τις προσεγγίσεις μονό-ετικετών, στο ότι μπορεί να είναι απαραίτητο να κρατηθούν πολλά μονοπάτια, σε κάθε ενδιάμεσο κόμβο του δικτύου. Παραδείγματος χάριν, στην επίλυση του προβλήματος του συνδυασμού πληρωμάτων, συχνά δεν είναι γνωστό, ποιος από τους παράγοντες κόστους θα υπερυσχύσει ή ποιοί κανόνες θα αποτρέψουν ένα μονοπάτι, να αναμιχθεί σε έναν συνδυασμό, έως ότου αυτός ολοκληρωθεί. Συνεπώς, είναι απαραίτητο να κρατηθεί η διαδρομή όλων των κυρίαρχων μονοπατιών, για κάθε κόμβο, μεταξύ του  $s$  και του  $t$ . Ένα μονοπάτι είναι κυρίαρχο, εάν δεν υπάρχει ένα άλλο ενιαίο μονοπάτι, που να είναι "καλύτερο", αλλά και σύμφωνο με τα κόστη και τους κανόνες. Δηλαδή, αυτό το μονοπάτι, είναι είτε φτηνότερο, λαμβάνοντας υπόψη ένα από τα κριτήρια κόστους, ή είναι λιγότερο περιορισμένο λαμβάνοντας υπόψη έναν από τους κανόνες. Παραδείγματος χάριν, εάν δύο μονοπάτια, στον ίδιο κόμβο, έχουν όλες τις ετικέτες ίδιες εκτός από μια, τότε το ένα από τα δύο απέχει λιγότερο χρόνο από την βάση, εν συγκρίσει με το άλλο. Σε αυτήν την περίπτωση, βάση κυριαρχίας, το μονοπάτι με το μεγαλύτερο χρόνο μακρυνά από την βάση πρέπει να εξαλυφθεί.

Το Σχήμα 1.4 επεξηγεί μια αναπροσαρμογή των ετικετών, σε μια διαδικασία κοντύτερων μονοπατιών, με πολυετικέτες. Κάθε μονοπάτι έχει τέσσερις ετικέτες: η



πρώτη δείχνει το χρόνο πτήσης στην τρέχουσα περίοδο βάρδιας, η δεύτερη δείχνει τον παρερχόμενο χρόνο της τρέχουσας περιόδου βάρδιας, η τρίτη δείχνει τον αριθμό των πτητικών σκελών της τρέχουσας περιόδου βάρδιας, και η τελευταία, δείχνει τον αριθμό βαρδιών του συνδυασμού. Στον κόμβο άφιξης του βέλους A, οι αξίες της ετικέτας είναι (3.0, 6.0, 2, 1). Για τον κόμβο άφιξης του βέλους B είναι (4.0, 5.0, 4, 1). Τώρα πρέπει να εξεταστεί ο κόμβος αναχώρησης του τόξου C. Δύο βέλη σύνδεσης καταλήγουν σε αυτόν τον κόμβο. Το τόξο σύνδεσης, της πτήσης A έχει "διάρκεια" δύο ωρών και η σύνδεση από την πτήση B έχει "διάρκεια" μιας ώρας. Κατά συνέπεια, τα δύο πιθανά μονοπάτια θα έχουν τις ετικέτες (3.0, 8.0, 2, 1) και (4.0, 7.0, 4, 1) αντίστοιχα. Κανένα μονοπάτι δεν μπορεί να αποβληθεί, βάση κυριαρχίας, επειδή το ένα περιέχει λιγότερες ώρες πτήσης και το άλλο λιγότερο παρερχόμενο χρόνο. Κατά συνέπεια, πρέπει τώρα να διατηρηθούν δύο σύνολα ετικετών, στον κόμβο αναχώρησης της πτήσης C. Ας σημειωθεί, ότι σε αυτό το απλό παράδειγμα χρησιμοποιείται, μόνο, ένας μικρός αριθμός ετικετών. Δεδομένου ότι ο αριθμός ετικετών αυξάνεται, είναι γενικά δυσκολότερο να αποβληθούν μονοπάτια, βάση κυριαρχίας. Αυτό συνεπάγεται ότι ένας μεγάλος αριθμός πιθανών μονοπατιών, για κάθε κόμβο, πρέπει να αποθηκευτεί.

Ο Lavoie et al., 1988 και άλλοι, χρησιμοποίησαν, επιτυχώς, τη διαδικασία κοντύτερου μονοπατιού με πολυ-ετικέτες, για να λύσουν το υποπρόβλημα κοστολόγησης δικτύων που βασίζονται σε βάρδιες. Αυτή η προσέγγιση λειτουργεί «καλά», ειδικά όταν ο αριθμός περιόδων βάρδιας, δεν είναι υπερβολικά μεγάλος. Αυτό καταδεικνύεται από τον Anbil et al., 1994, ο οποίος χρησιμοποίησε ένα δίκτυο βασισμένο σε βάρδιες, για να λύσει τα προβλήματα πληρωμάτων, σε διεθνές επίπεδο, που περιείχαν περίπου διπλάσιες έως τριπλάσιες βάρδιες απ' ό,τι πτήσεις. Ο Vance et al., 1997, χρησιμοποίησε, επίσης με επιτυχία, ένα δίκτυο περιόδου βάρδιας για να λύσει ένα σχετικό, αλλά μικρό εσωτερικό καθημερινό πρόβλημα.



Σχήμα 1.4: Παράδειγμα Περιορισμένου Κοντύτερου Μονοπατιού

#### 1.4.3.2.2 Η κοστολόγηση των συνδυασμών με απαρίθμηση

Η προσέγγιση, της παραγωγής όλων των συνδυασμών, είναι μια ακόμη εναλλακτική λύση για την κοστολόγηση. Ας σημειωθεί ότι οι κανόνες εφικτότητας του συνδυασμού και η δομή κόστους, είναι πολύ περίπλοκα και επομένως μια προσέγγιση κοντύτερων μονοπατιών, απαιτεί πολλές ετικέτες, οι οποίες κάνουν τα μη κυρίαρχα μονοπάτια, σπάνιο φαινόμενο. Επιπλέον, ίσως είναι αδύνατον να «συλληφθούν» μερικοί από τους κανόνες εφικτότητας, με ετικέτες. Εάν απαιτείται, μια αλλαγή ή μια αναπροσαρμογή ενός κανόνα εφικτότητας, ίσως είναι απαραίτητες σημαντικές αλλαγές, στον κώδικα κοντύτερων μονοπατιών. Επομένως οι προμηθευτές λογισμικού, για προγραμματισμό πληρώματος, προτιμούν να χρησιμοποιούν, την απαρίθμηση συνδυασμών, στην κοστολόγηση, επειδή έτσι έχουν πολλούς πελάτες (αεροπορικές εταιρίες), όπου ο κάθε ένας από αυτούς, ορίζει τους δικούς του κανόνες εφικτότητας.

Για τις περιπτώσεις των μέσαίων και μεγάλων προβλημάτων συνδυασμού πληρώματος, η απαρίθμηση όλων των συνδυασμών μπορεί να είναι απαγορευτική. Επομένως, για την αποφυγή αυτού του προβλήματος, πρέπει να σχεδιαστούν στρατηγικές. Οι Marsten, 1994 και Anbil et al., 1998, περιγράφουν βελτιστοποιητές συνδυασμού πληρωμάτων, οι οποίοι χρησιμοποιούν τη μερική απαρίθμηση, για την κοστολόγηση. Και οι δύο προσεγγίσεις, χρησιμοποιούν το κριτήριο του μειωμένου κόστους.

Οι Makri και Klabjan, 2001, χρησιμοποίησαν το κριτήριο επιλογής, που εισήχθη από τον Bixby et al, 1992,

$$\min_{p \in P} \left\{ \frac{c_p}{\sum_{i \in p} y_i} \mid \sum_{i \in p} y_i^* > 0 \right\},$$

όπου  $y^*$ , είναι το βέλτιστο διπλό διάνυσμα του περιορισμένου κύριου υποπροβλήματος. Οι συνδυασμοί απαριθμούνται. Εντούτοις η απαρίθμηση «κλαδεύεται», με την παροχή ανώτατων ορίων στο αποτέλεσμα ενός συνδυασμού  $p$ , ο οποίος καθορίζεται ως το ακόλουθο πηλίκο:  $c_p / \sum_{i \in p} y_i^*$ .

#### 1.4.4 ΒΡΙΣΚΟΝΤΑΣ ΚΑΛΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΑΚΕΡΑΙΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ (IP)

Οι περισσότερες προσεγγίσεις, συνδυάζουν την παραγωγή στηλών, για την επίλυση της χαλάρωσης LP, του προβλήματος (καθορισμένου διαχωρισμού), με έναν αλγόριθμο που βασίζεται στη μεθοδολογία του συνδεδεμένου δέντρου, για να βρουν «καλές» λύσεις ακέραιων αριθμών. Λόγω του μεγάλου αριθμού πιθανών συνδυασμών, (για περίπτωση 250 πτήσεων έχει περισσότερους από 5.000.000 συνδυασμούς) για όλα τα προβλήματα, εκτός από τα μικρά, αυτές οι προσεγγίσεις είναι ευρετικής φύσεως. Ανήκουν σε μία από τις τρεις γενικές τάξεις. Στην πρώτη τάξη χρησιμοποιούνται αλγόριθμοι, όπου η παραγωγή στηλών εκτελείται "off-line". Δηλαδή ένα υποσύνολο των συνδυασμών απαριθμείται και το πρόγραμμα ακέραιων αριθμών λύνεται βέλτιστα, γι' αυτό το υποσύνολο. Ένα παράδειγμα, αυτού του τύπου προσέγγισης, μπορεί να βρεθεί στους Hoffman και Padberg, 1993. Επειδή ακόμη και τα μετρίου μεγέθους προβλήματα, μπορούν να έχουν δισεκατομμύρια μεταβλητές, αυτές οι προσεγγίσεις πρέπει να εφαρμοστούν σε ένα πολύ μικρό υποσύνολο.

Η δεύτερη τάξη προσεγγίσεων, χρησιμοποιεί τη δυναμική παραγωγή στηλών, για να λύσει τη χαλάρωση LP, του προβλήματος (καθορισμένου διαχωρισμού), βέλτιστα ή να πλησιάσει στην βελτιστοποίηση. Κατόπιν εφαρμόζεται, ο αλγόριθμος (που βασίζεται στη μεθοδολογία) συνδεδεμένου δέντρου, για να επιτύχει τη βέλτιστη λύση IP, του υποσύνολου των στηλών που παράγονται, για να λύσουν τη χαλάρωση LP. Μεταξύ αυτών των προσεγγίσεων, βρίσκεται η εργασία των Anbil et al., 1994, για το διεθνές πρόβλημα συνδυασμού πληρωμάτων και του Ryan, 1992, για το πρόβλημα σύνθεσης (rostering). Πρόσφατα ο Klabjan et al., 2001, πρότεινε έναν αλγόριθμο, που λύνει τη χαλάρωση LP της συνάρτησης (1.1) και επιλέγει έπειτα, αρκετά εκατομμύρια συνδυασμούς με αρκετά μειωμένο κόστος, για να βρεί μια λύση ακέραιων αριθμών.

Το μειονέκτημα, σε αυτές τις προσεγγίσεις, είναι ότι δεν υπάρχει καμία εγγύηση ότι, μια «καλή» λύση ή ακόμα και μια εφικτή λύση, υπάρχει, μεταξύ ενός υποσυνόλου στηλών, που δίνουν μια καλή λύση LP.

Μια τρίτη τάξη αλγορίθμων, επιτρέπει τη δυναμική παραγωγή στηλών σ' όλο το δεντροδιάγραμμα (συνδεδεμένων κόμβων). Αναφερόμαστε στους αλγορίθμους αυτού του τύπου ως δεντροδιαγράμματα τιμών. Το δεντροδιάγραμμα τιμών, λύνεται όπως κάθε δεντροδιάγραμμα, όπου κάθε χαλάρωση LP, λύνεται σε κάθε κόμβο. Η διαφορά είναι, ότι η τεράστια μήτρα περιορισμού, απαιτεί τη χρήση της παραγωγής

στηλών. Η μεθοδολογία των δεντροδιαγράμμάτων τιμών, έχει εφαρμοστεί σε διάφορα προβλήματα στις μεταφορές, στον προγραμματισμό, και στη συνδυαστική βελτιστοποίηση. Για μια καλύτερη αναφορά, δείτε Barnhart et al., 1998.

Διάφοροι ερευνητές έχουν αναπτύξει, κατά καιρούς, αλγορίθμους συνδυασμού και σύνθεσης πληρωμάτων, χρησιμοποιώντας ένα συνδεδεμένο πλαίσιο, για την παραγωγή στηλών. Μερικοί από αυτούς είναι: Desaulniers et al., 1998, Desrosiers et al., 1991, Gamache et al., 1999, Gamache et al., 1998, Gamache και Soumis, 1998, Ryan, 1992, Vance et al., 1997, και Anbil et al., 1998.

Ο Marsten, 1994, συνδύασε τη δυναμική παραγωγή συνδυασμών με τον καθορισμό των μεταβλητών (variable fixing), για να επιτύχει «καλές» λύσεις ακέραιων αριθμών. Για να βρεθούν, οι λύσεις ακέραιων αριθμών, οι μεταβλητές που συνδέονται με τους κλασματικούς συνδυασμούς, με αξία κοντά στη μονάδα, προσαρμόζονται διαδοχικά, στην μονάδα. Για να περιορίσει την παραγωγή στηλών, οι νέοι συνδυασμοί παράγονται μόνο όταν αυξάνεται το όριο της χαλάρωσης LP, πάνω από έναν προκαθορισμένο στόχο.

Ο Andersson et al., 1998, αποσύνδεσε την παραγωγή συνδυασμών από τη μηχανή βελτιστοποίησης. Ο αλγόριθμος, παρήγαγε συνδυασμούς πολλές φορές και έλυνε τη συνάρτηση (1.1), βασιζόμενος στις παραγόμενες στήλες. Κατόπιν, χρησιμοποιούσε τον lagrangian αλγόριθμο, που παρουσιάζεται στον Wedelin, 1995, για να λύσει τα προγράμματα ακέραιων αριθμών.

#### **1.4.4.1 Κανόνες διακλάδωσης (των συνδεδεμένων κόμβων) για το πρόβλημα συνδυασμού πληρωμάτων**

Το συνδεδεμένο δέντρο (ή δεντροδιάγραμμα), για να είναι σε θέση να παράγει συνδυασμούς, σε οποιοδήποτε κόμβο, απαιτείται ένας κανόνας διακλάδωσης, που να είναι συμβατός με τη διαδικασία παραγωγής συνδυασμών.

Ένας τέτοιος κανόνας διακλάδωσης, δίνεται από τους Ryan και Foster, 1981. Επίσης ο Klabjan et al., 2001, παρουσίασε έναν κανόνα διακλάδωσης, αποκαλούμενο ως διακλάδωση γραμμής χρόνου. Στην διακλάδωση γραμμής χρόνου, η απόφαση είναι βασισμένη σε μία πτήση  $r$  και σε έναν χρόνο  $t$ . Σε έναν κλάδο, επιτρέπουμε μόνο συνδυασμούς με χρόνο σύνδεσης, που αφορά την πτήση  $r$ , με τιμή μικρότερη ή ίση του  $t$ . Ο άλλος κλάδος, λαμβάνει υπόψη μόνο συνδυασμούς με χρόνο σύνδεσης της πτήσης  $r$ , με χρόνο μεγαλύτερο από το  $t$ . Αποδεικνύει, ότι αυτός είναι ένας έγκυρος κανόνας διακλάδωσης, εάν οι χρόνοι αναχώρησης είναι όλοι διαφορετικοί,

κάτι το οποίο μπορεί να επιτευχθεί με την ελαφρά διαταράξη τους, Bixby et al., 1995, και Linderoth, Savelsbergh, 1999.

#### **1.4.5 ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ**

Τα προβλήματα συνδυασμού πληρώματος, με περίπου 300 πτητικά σκέλη για τα συνδεδεμένα δίκτυα ή 2000 πτητικά σκέλη για τα δίκτυα από σημείο σε σημείο, μπορεί να χρειαστούν 10 έως 20 ώρες επεξεργασίας, από Η/Υ, για να λυθούν και δεν παράγουν απαραίτητα μια βέλτιστη λύση. Αυτό είναι ιδιαίτερα προβληματικό όταν πρόκειται για "what-if" ανάλυση. Ένας τρόπος, να μειωθεί ο χρόνος υπολογισμού, είναι να υιοθετηθούν παράλληλοι αλγόριθμοι για τον συνδυασμό πληρωμάτων. Εντούτοις, το μοντέλο συνδυασμού πληρωμάτων (1.1) είναι ένα πρόγραμμα ακέραιων αριθμών και οι παράλληλοι αλγόριθμοι, δεν αναπτύσσονται καλά, για αυτά τα προγράμματα. Κατά συνέπεια, ο σχεδιασμός των παράλληλων αλγορίθμων, για το πρόβλημα συνδυασμού πληρωμάτων, αποτελεί πρόβλημα πρόκληση, που μόλις, πρόσφατα έχει αρχίσει η μελέτη του.

Η παραγωγή συνδυασμών είναι εξαιρετικά χρονοβόρα και αυτό είναι ένα από τα πιο ευαίσθητα σημεία των περισσότερων αλγορίθμων συνδυασμού πληρωμάτων. Η βασική ιδέα, ενός παράλληλου αλγορίθμου, για την παραγωγή συνδυασμών, είναι να διανεμηθούν τα πτητικά σκέλη, που δημιουργούνται στις βάσεις πληρώματος (αποκαλούμενα και αρχικά σκέλη) μεταξύ των επεξεργαστών, με κάθε επεξεργαστή να απαριθμεί όλους τους συνδυασμούς, αρχίζοντας από τα αρχικά σκέλη, που του έχουν ανατεθεί. Δεδομένου ότι οι υπολογιστικοί χρόνοι, μπορούν να ποικίλουν για να παραχθούν όλοι οι συνδυασμοί, αρχίζοντας από ένα δεδομένο σκέλος, απαιτείται να φορτωθούν αλγόριθμοι ισοροπίας. Ο Goumopoulos et al., 1997, πρότεινε έναν αλγόριθμο τραβήγματος (pulling), που βασίζεται στο παράδειγμα «αφεντικού»/ «εργαζομένων». Το «αφεντικό» διανέμει τα σκέλη ένα προς ένα στους «εργαζομένους». Όποτε ένας «εργαζόμενος» δεν απασχολείται, απευθύνεται στο «αφεντικό» για να του αναθέσει ένα νέο αρχικό σκέλος. Οι Klabjan και Schwan, 2000, απεβάλλαν το «αφεντικό», χρησιμοποιώντας επεξεργαστές που ανταλλάσσαν το φόρτο εργασίας μεταξύ τους.

Άλλες έρευνες, Alefragis et al., 1998, Sanders et al., 1999, και Alefragis et al., 2000, εστιάζονται στην παραλληλοποίηση της απαρίθμησης συνδυασμών και στον αλγόριθμο αποσύνθεσης La Grance, Andersson et al., 1998. Υπολογίζουν τους

περιορισμούς παράλληλα και διανέμουν τις μεταβλητές μεταξύ των επεξεργαστών. Ας σημειωθεί, ότι αυτός ο αλγόριθμος δεν αποδίδει καλά, σε αρχιτεκτονικές με υψηλή λανθάνουσα κατάσταση, όπως είναι για παράδειγμα, ένας τομέας τερματικών σταθμών. Μια εξ' ολοκλήρου διαφορετική προσέγγιση δίνεται από τους Klabjan et al., 2001 και Gedron και Crainic, 1994.

#### **1.4.6 ΑΝΟΙΧΤΑ ΖΗΤΗΜΑΤΑ**

Υπάρχουν ακόμα διάφορα ανοικτά ζητήματα, σχετικά με την καλύτερη μέθοδο, για την βελτιστοποίηση του συνδυασμού πληρωμάτων. Δεν είναι σαφές, πότε πρέπει να χρησιμοποιηθεί, μία δυναμική βάση δικτύου, στην παραγωγή συνδυασμών και πότε μια γρήγορη διαδικασία κοστολόγησης, όπως είναι η SPRINT. Εάν οι συνδυασμοί μπορούν να απαριθμηθούν γρήγορα και να προσεγγιστούν off-line, με έναν αποδοτικό τρόπο, η προσέγγιση SPRINT μπορεί να είναι προτιμότερη. Εάν χρησιμοποιείται η μέθοδος, η οποία στηρίζεται σε βάσεις δικτύων, τότε ο τύπος δικτύου που θα αποδώσει αποτελεσματικότερα, σίγουρα θα βασίζεται σε ιδιαίτερα υψηλή προγραμματιστική. Για τα προβλήματα συνδυασμού πληρωμάτων σημείου προς σημείο, τα δίκτυα τα οποία είναι βασισμένα στην περίοδο βάρδιας, έχουν αποδείξει ότι είναι αποδοτικά, επειδή ο αριθμός πιθανών περιόδων βάρδιας, αυξάνεται σχετικά αργά, σε σχέση με τον αριθμό των πιθανών πτήσεων. Εντούτοις, για τα δίκτυα hub and spoke, τα συμπεράσματα είναι συγκεχυμένα. Ένα άλλο ανοικτό ζήτημα, είναι πώς μπορεί να γίνει αποτελεσματική διαχείριση, του αριθμού των συνδυασμών στη μήτρα περιορισμού, δηλαδή πόσοι συνδυασμοί πρέπει να προστεθούν, σε κάθε επανάληψη και εάν θα πρέπει ή όχι να διαγραφούν οι συνδυασμοί, με το πολύ μειωμένο κόστος.

#### **1.4.7 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΛΥΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΣΤΕΛΕΧΩΣΗ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ**

##### **1.4.7.1 Υπολογιστικά αποτελέσματα**

Οι προσεγγίσεις λύσεων που περιγράφονται ανωτέρω εφαρμόζονται επίσης και στα προβλήματα συνδυασμού αλλά και ανάθεσης πληρωμάτων. Όσον αφορά το πρόβλημα στελέχωσης πληρώματος, ο Ryan, 1992, έλυσε προβλήματα 55 μελών πληρώματος και 120 συνδυασμών. Αυτό οδήγησε σε προβλήματα, που περιέχουν

τουλάχιστον 300.000 μεταβλητές, με χρόνους λύσης, να κυμαίνονται από 10 λεπτά έως 2-3 ώρες.

Ο Gamache et al., 1998, κατασκεύασε εξατομικευμένα μηνιαία προγράμματα εργασίας για πιλότους και ανώτερους υπαλλήλους. Τα προγράμματα αυτά, επιλέγονται για την ανάθεση μελών πληρωμάτων, που βασίζεται στη θεώρηση των μεμονωμένων προτιμήσεων και περιορισμών αρχαιότητας, του κάθε μέλους. Αυτή η μέθοδος, έλυσε 24 περιπτώσεις προβλημάτων της AirCanada, οι οποίες περιείχαν ως δεδομένα, 108 πιλότους και 568 συνδυασμούς. Οι χρόνοι λύσης κυμαίνονταν από 1 έως 8 ώρες.

#### **1.4.7.2 Μια προσέγγιση προγραμματισμού με περιορισμούς.**

Σε μερικές περιπτώσεις, υπάρχουν κανόνες προγράμματος και κανονισμοί, που δεν μπορούν εύκολα να συλληφθούν, απο μια προσέγγιση κοντύτερων μονοπατιών με περιορισμούς. Επιπλέον, η κοστολόγηση με απαρίθμηση, μπορεί να είναι «ανυπάκουη». Πρόσφατα έχουν προταθεί, προσεγγίσεις, όσον αφορά τη στελέχωση πληρώματος, με προγραμματισμό βάση περιορισμών (Constraint Programming-CP). Οι λεπτομέρειες για το CP μπορούν να βρεθούν στους Lustig και Puget, 2001 και Brailsford et al., 1999.

Επίσης, ένα παράδειγμα χρησιμοποίησης του προγραμματισμού βάση περιορισμών, στην ανάθεση πληρωμάτων, μπορεί να βρεθεί στην εργασία των Fahle et al., 1999 και Junker et al., 1999. Χρησιμοποιούν τον CP για να λύσουν το πρόβλημα κοστολόγησης, για την παραγωγή στήλων, στο πρόβλημα ανάθεσης πληρωμάτων, μιας μεγάλης ευρωπαϊκής αεροπορικής εταιρείας. Για κάθε πλήρωμα καθορίζουν μια μεταβλητή, που αντιπροσωπεύει το σύνολο των βαρδιών, που του ανατίθενται. Αυτό το πεδίο περιέχει όλα τα εφικτά υποσύνολα, του συνόλου των βαρδιών, που πρέπει να καλυφθούν. Είναι σε θέση να προσδιορίσουν, τους περιορισμούς που «συλλαμβάνουν» όλους τους κανόνες και κανονισμούς των πληρωμάτων. Χρησιμοποιούν μεθόδους που τους επιτρέπει να μειώσουν το διάστημα αναζήτησης σημαντικά. Είναι σε θέση να λύσουν τα πραγματικά προβλήματα επιτυχώς, στα οποία ενσωματώνουν περιορισμούς, που δεν θα μπορούσαν να «συλληφθούν», απο μια προσέγγιση κοντύτερων μονοπατιών με περιορισμούς.

## **1.5 ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΤΗΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΤΟΥ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΥ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗ ΑΕΡΟΣΚΑΦΩΝ ΚΑΙ ΤΗΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ**

Στον σχεδιασμό των αεροπορικών εταιριών, τα προβλήματα, της σχεδίασης του προγράμματος, της ανάθεσης στόλου και της δρομολόγησης αεροσκαφών, λύνονται, πριν από το πρόβλημα του προγραμματισμού των πληρωμάτων. Οι λύσεις τους, επηρεάζουν στη συνέχεια, τα δεδομένα εισόδου στον συνδυασμό πληρωμάτων. Παραδείγματος χάριν, με την αναθέση τύπων αεροσκάφους στις πτήσεις, στο πρόβλημα της ανάθεσης στόλου, χωρίζονται οι πτήσεις σε μικρότερα μέρη και ο προγραμματιστής του συστήματος, μπορεί πλέον να λύσει, ένα ξεχωριστό πρόβλημα προγραμματισμού πληρώματος, για κάθε ένα από αυτά τα μέρη, δεδομένου ότι τα μεμονωμένα πληρώματα μπορούν να «πετάξουν» μόνο με ορισμένους τύπους αεροσκαφών. Κατά συνέπεια, η επίλυση αυτών των προβλημάτων σχεδιασμού, μπορεί διαδοχικά να οδηγήσει σε υποβελτιστοποιήσεις, επειδή οι αποφάσεις παίρνονται, στα πιο πρόωρα προβλήματα, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη ο αντίκτυπός τους στον προγραμματισμό των πληρωμάτων. Μια πλήρως ολοκληρωμένη προσέγγιση, για την διαδικασία του σχεδιασμού αερογραμμών είναι αρκετά δύσκολη, κάτι το οποίο, οφείλεται στο τεράστιο μέγεθος και την πολυπλοκότητά της. Εν τούτοις, οφέλη μπορούν να υπάρξουν, από την ενοποίηση μεμονομένων στοιχείων της διαδικασίας σχεδιασμού. Παραδείγματα αυτού του ισχυρισμού, ακολουθούν παρακάτω.

### **1.5.1 ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗ ΑΕΡΟΣΚΑΦΩΝ**

Αν και, ο προγραμματισμός των πληρωμάτων αναθέτει πληρώματα, ενώ η δρομολόγηση αεροσκαφών αναθέτει αεροσκάφη, υπάρχει μια ταύτιση μεταξύ αυτών των δύο προβλημάτων. Συγκεκριμένα, αυτή η ταύτιση έχει να κάνει με τον χρόνο, ο οποίος απαιτείται μεταξύ δύο πτήσεων, έτσι ώστε μία σύνδεση να είναι εφικτή για τα πληρώματα. Εξάλλου, όπως έχει αναφερθεί παραπάνω, είναι απαραίτητος ένας ελάχιστος χρόνος σύνδεσης /ανάπαυλας, για τα πληρώματα, μεταξύ δύο διαδοχικών πτήσεων, στη διάρκεια μιας περιόδου βάρδιας. Αυτός ο χρόνος απαιτείται, έτσι ώστε το πλήρωμα να μπορεί να κινηθεί από την πύλη άφιξης της πρώτης πτήσης, στην πύλη αναχώρησης της δεύτερης πτήσης. Εντούτοις, εάν και οι δύο πτήσεις έχουν ανατεθεί στο ίδιο αεροσκάφος, στο πρόβλημα δρομολόγησης αεροσκαφών, τότε το



πλήρωμα θα «ακολουθήσει» το ίδιο αεροσκάφος και επομένως αυτός ο χρονικός περιορισμός μπορεί να χαλαρώσει. Μια τέτοια σύνδεση πληρωμάτων, είναι εφικτή, μόνο εάν και οι δύο πτήσης μοιράζονται ένα κοινό αεροσκάφος, στη λύση του προβλήματος της δρομολόγησης των αεροσκαφών, η οποία είναι γνωστή ως αναγκασμένη στροφή (forced turn).

Στο πρόβλημα του συνδυασμού πληρωμάτων, η κατασκευή ενός δικτύου, αρχίζει με το σύνολο των συνδέσεων, που έχουν επαρκή χρόνο (για να είναι εφικτή μια σύνδεση) και μετά προσθέτονται, σε αυτό, το σύνολο των αναγκασμένων στροφών, που υποδεικνύονται από τη λύση του προβλήματος της δρομολόγησης των αεροσκαφών. Αυτές οι πρόσθετες συνδέσεις, «επιτρέπουν» ευκαιρίες, για νέους συνδυασμούς και μπορούν έτσι να βελτιώσουν την ποιότητα της λύσης, του προβλήματος του συνδυασμού πληρωμάτων. Εντούτοις, επειδή οι αναγκασμένες στροφές καθορίζονται στο πρόβλημα της δρομολόγησης των αεροσκαφών, χωρίς να λάβουν υπόψη τους το στόχο, που επιδιώκεται, από τον συνδυασμό των πληρωμάτων, η διαδοχική επίλυση αυτών των δύο προβλημάτων μπορεί να οδηγήσει σε υποβέλτιστα αποτελέσματα.

Αυτή η ενδεχόμενη υποβελτιστοποίηση, καταδεικνύεται στο ακόλουθο παράδειγμα, των Cohn και Barnhart, 2001. Έστω ένα δίκτυο με οκτώ πτήσεις, από το Α έως το Η. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.5 αυτό το δίκτυο αποτελείται, από τρεις ανάγκασμένες στροφές, από δύο διαφορετικές εφικτές λύσεις, στο πρόβλημα δρομολόγησης αεροσκαφών και από τέσσερις πιθανούς συνδυασμούς. Για κάθε μια από τις λύσεις της δρομολόγησης, μόνο ένα υποσύνολο των συνδυασμών είναι εφικτό, ανάλογα με τις αναγκασμένες στροφές, που υποδεικνύονται από αυτήν τη λύση. Κατά συνέπεια, λαμβάνοντας υπόψη τη λύση δρομολόγησης 1, η βέλτιστη λύση συνδυασμού πληρωμάτων έχει κόστος \$7, ενώ η λύση δρομολόγησης 2, οδηγεί σε ένα πρόβλημα συνδυασμού πληρωμάτων, με βέλτιστο κόστος \$5.

- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Πτήσεις:<br/>A B C D E F G H</li> <li>• Αναγκασμένες Στροφές:<br/>A-B A-D D-G</li> <li>• Η λύση δρομολόγησης (<math>x_1</math>)<br/>χρησιμοποιεί τις αναγκασμένες<br/>στροφές A-D D-G</li> <li>• Η λύση δρομολόγησης (<math>x_2</math>)<br/>χρησιμοποιεί την αναγκασμένη<br/>στροφή A-B</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ενδεχόμενοι Συνδυασμοί:<br/>- E-F-G-H (<math>y_1</math>)-\$1<br/>- B-C-E-F (<math>y_2</math>)-\$2<br/>- A-D-G-H (<math>y_3</math>)-\$5<br/>- A-B-C-D (<math>y_4</math>)-\$4</li> <li>• Λύσεις Συνδυασμού<br/>Πληρωμάτων:<br/>- <math>x_1 \Rightarrow</math> Συνδυασμοί 2, 3 -- \$7<br/>- <math>x_2 \Rightarrow</math> Συνδυασμοί 1, 4 -- \$5</li> </ul> |
|---|--|

Σχήμα 1.5: Παράδειγμα Ολοκλήρωσης

Τα κυριότερα σημεία, αυτού του μικρού παραδείγματος, δείχνουν πώς μια διαδοχική προσέγγιση της δρομολόγησης των αεροσκαφών και του προβλήματος του συνδυασμού πληρωμάτων, μπορούν να οδηγήσουν σε υποβέλτιστα αποτελέσματα. Τρεις διαφορετικές προσεγγίσεις αυτού του θέματος, έχουν εμφανιστεί στη βιβλιογραφία, μέχρι σήμερα.

Στην πρώτη προσέγγιση, ο Klabjan et al., 1999, λύνει το πρόβλημα του συνδυασμού πληρωμάτων, προτού να λύσει το πρόβλημα της δρομολόγησης των αεροσκαφών. Περιλαμβάνει όλες τις εφικτές ανάγκασμένες στροφές, στο δίκτυο του συνδυασμού πληρωμάτων. Αυτές οι αναγκασμένες στροφές, που περιλαμβάνονται στη λύση του συνδυασμού πληρωμάτων, γίνονται εν συνεχεία απαιτήσεις για στροφές του αεροσκάφους, κατά την επίλυση του προβλήματος της δρομολόγησης αεροσκαφών. Αν και αυτή η προσέγγιση, μπορεί ενδεχομένως να οδηγήσει σε ανεφικτότητα δρομολόγησης, ωστόσο, στην πράξη βρέθηκαν εφικτές λύσεις, για πολλά δίκτυα πτήσεων hub and spoke. Πρόσθετα, ας σημειωθεί, ότι όποτε μια εφικτή λύση του συνδυασμού πληρωμάτων, αποτελεί και εφικτή λύση δρομολόγησης των αεροσκαφών, αυτή η λύση είναι στην πραγματικότητα βέλτιστη, για τα ολοκληρωμένα προβλήματα, όταν ένα πρόβλημα δρομολόγησης αναζητά την εφικτότητα και όχι την βελτιστοποίηση.

Στη δεύτερη προσέγγιση, ο Cordeau et al., 2000, παρουσιάζει ένα ολοκληρωμένο μοντέλο, που εγγυάται την εφικτότητα της δρομολόγησης. Όπως και ο Klabjan et al., 1999, περιλαμβάνει όλες τις δυνατές ανάγκασμένες στροφές, μέσα στο δίκτυο του συνδυασμού πληρωμάτων. Συνδέει, έπειτα, τα δύο μοντέλα, με την προσθήκη ενός περιορισμού, για κάθε δυνατή αναγκασμένη στροφή. Ο περιορισμός, για την αναγκασμένη στροφή  $t$ , δηλώνει ότι ο αριθμός των επιλεγμένων συνδυασμών

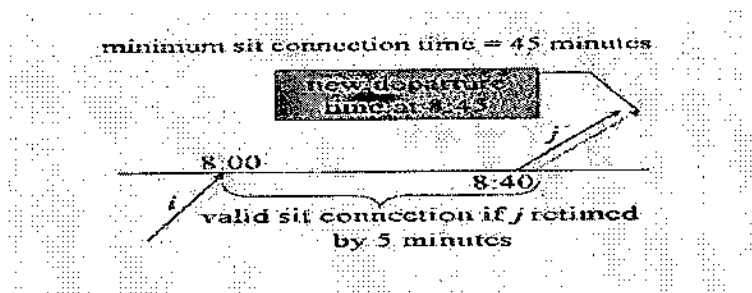
πληρωμάτων, που περιέχουν την αναγκασμένη στροφή  $t$ , δεν μπορεί να υπερβεί, τον αριθμό επιλεγμένων μονοπατιών δρομολόγησης, που την περιέχουν. Αυτό οδηγεί σε ένα μεγάλης κλίμακας πρόγραμμα ακέραιων αριθμών, το οποίο λύνει με τη μέθοδο των συνδεδεμένων κόμβων (δεντροδιάγραμμα).

Μια τρίτη προσέγγιση βρίσκεται στους Cohn και Barnhart, 2001. Η προσέγγισή τους είναι παρόμοια με αυτήν του Cordeau et al., 2000, μόνο που αυτοί χρησιμοποιούν μεταβλητές, που αντιπροσωπεύουν τις ολοκληρωμένες λύσεις, στο πρόβλημα της δρομολόγησης αεροσκαφών. Αυτό μειώνει εντυπωσιακά τον αριθμό των περιορισμών, επειδή όλοι οι αρχικοί περιορισμοί της δρομολόγησης, αντικαθιστώνται, από έναν ενιαίο σύνθετο περιορισμό. Αυτή η μείωση των περιορισμών, αποτρέπει ένα ενδεχόμενο κόστος, μιας πιθανής έκρηξης στον αριθμό των μεταβλητών. Εντούτοις, αποδεικνύουν ότι μόνο ένα μικρό υποσύνολο των εφικτών λύσεων της δρομολόγησης, χρειάζεται να ληφθεί υπόψη, για να εξασφαλίσει ένα βέλτιστο αποτέλεσμα. Με αυτόν τον τρόπο, βέβαια, μειώνουν πάρα πολύ το μέγεθος του προβλήματος. Επιπλέον, αποδεικνύουν ότι η ολοκλήρωση, των μεταβλητών της λύσης, της δρομολόγησης των αεροσκαφών, μπορεί να χαλαρώσει. Κατά συνέπεια, η δική τους προσέγγιση, υποδεικνύει μια ολοκλήρωση της δρομολόγησης των αεροσκαφών και ένα μοντέλο συνδυασμού πληρωμάτων, που δεν εμφανίζει δυαδικές μεταβλητές απόφασης, όπως το βασικό μοντέλο του συνδυασμού πληρωμάτων.

## 1.5.2 ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Ο Klabjan et al., 1999, μελέτησε τον αντίκτυπο των χρόνων αναχώρησης των πτήσεων, στο πρόβλημα του συνδυασμού των πληρωμάτων. Εάν είναι επιτρεπτό, να αλλάξουν οι χρόνοι αναχώρησης των πτήσεων, τότε μερικά μονοπάτια στο δίκτυο περιόδου βάρδιας, που δεν ικανοποιούν όλους τους κανόνες εφικτότητας ενός συνδυασμού, ίσως να αντιστοιχούν σε έναν συνδυασμό, ενός αναχρονολογημένου προγράμματος πτήσεων. Λάβετε υπόψη, δύο πτήσεις  $i$  και  $j$  που απεικονίζονται στο Σχήμα 1.6. Στο αρχικό πρόγραμμα, το πτητικό σκέλος ή σκέλος  $j$  δεν μπορεί να ακολουθήσει το σκέλος  $i$ , σε έναν συνδυασμό, επειδή παραβιάζεται ο ελάχιστος χρόνος σύνδεσης. Εντούτοις, εάν το σκέλος  $j$  αναχωρεί 5 λεπτά αργότερα, τότε η σύνδεση γίνεται εφικτή. Σε ένα αναχρονολογημένο πρόγραμμα πτήσεων, τα πρόσθετα μονοπάτια, στο δίκτυο περιόδου βάρδιας γίνονται συνδυασμοί, όχι μόνο

επειδή σέβονται τον ελάχιστο χρόνο σύνδεσης και ξεκούρασης, αλλά επειδή σέβονται, επίσης, και τον παρελθόμενο χρόνο βάρδιας αλλά και τον κανόνα του δώρου.



Σχημα 1.6: Αναχρονολόγηση Πτητικού Σκέλους

Το μοντέλο του Klabjan et al., 1999, είναι ίδιο με το (1.1), εκτός από το ότι, σε αυτό, δημιουργούνται περισσότερες στήλες. Αναπτύσσει έναν αλγόριθμο που παράγει ταυτόχρονα, τα μονοπάτια στο δίκτυο περιόδου βάρδιας και τους νέους χρόνους αναχώρησης, έτσι ώστε τα παραγόμενα μονοπάτια, να αντιστοιχούν στους συνδυασμούς του αναχρονολογημένου προγράμματος πτήσεων. Κάθε μονοπάτι, καθορίζει τους δικούς του χρόνους αναχώρησης πτήσεων, αλλά δεδομένου ότι στο μοντέλο (1.1) κάθε πτητικό σκέλος, καλύπτεται από ακριβώς έναν συνδυασμό, η λύση υποδεικνύει έναν μοναδικό χρόνο αναχώρησης για κάθε πτητικό σκέλος.

Εκθέτει, εν συνεχεία, αυτά τα υπολογιστικά πειράματα, σε μεγάλους στόλους των εσωτερικών Αμερικάνικων αεροπορικών εταιριών. Ένα χρονικό παράθυρο  $w$ , των 5 έως 10 λεπτών επιβάλλεται, δηλ. κάθε χρόνος αναχώρησης μπορεί να αλλάξει το πολύ, κοντά στο  $\pm w$ . Οι νέοι χρόνοι αναχώρησης πτήσεων δεν πρέπει να έχουν απόκλιση κατά πολύ, από τους αρχικούς χρόνους, δεδομένου ότι, διαφορετικά, θα είχε επιπτώσεις στο κόστος πτήσεων και θα αναστάτωνε διαδοχικά τους επιβατες. Κατά μέσον όρο, η βελτίωση του πρόσθετου κόστους για  $w = 5$  λεπτά είναι 25% και για  $w = 10$ , το πρόσθετο κόστος μειώνεται κατά 35%. Αυτά τα στοιχεία σαφώς εμφανίζουν, ότι το κόστος πληρωμάτων μπορεί να μειωθεί, ουσιαστικά, με ελαφρώς αναχρονολογημένες αναχωρήσεις.

### 1.5.3 ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΑΚΤΙΚΟΤΗΤΑ

Το μοντέλο συνδυασμού πληρωμάτων (1.1), για το εβδομαδιαίο πρόβλημα, ελαχιστοποιεί το εβδομαδιαίο κόστος πληρωμάτων. Εντούτοις είναι απίθανο, ότι τα

αποτελέσματα των συνδυασμών, θα μπορούσαν να επαναληφθούν πολλές φορές, μέσα σε μία εβδομάδα, εκτός και αν επιβληθούν τέτοιοι συγκεκριμένοι περιορισμοί επανάληψης. Κατά συνέπεια, η λύση θα στερούταν τακτικότητας. Η τακτικότητα είναι σημαντική, με σεβασμό στα προγράμματα των πληρωμάτων (και των αεροσκαφών), δεδομένου ότι οι τακτικές λύσεις είναι πολύ ευκολότερο να εφαρμοστούν και να διαχειριστούν, ενώ ταυτόχρονα τα πληρώματα προτιμούν να επαναλαμβάνουν τις ίδιες πτήσεις.

Στο Τμήμα 1.2.2.1 περιγράψαμε την καθημερινή /εβδομαδιαία, μεθοδολογία εξαιρέσεων, για την επίλυση του εβδομαδιαίου προβλήματος. Αυτή η μεθοδολογία, πρώτον, δεν βρίσκει απαραίτητως το ελάχιστο κόστος του προγράμματος των πληρωμάτων, ακόμα κι αν τα καθημερινά και εβδομαδιαία προβλήματα εξαιρέσεων, λύνονται βέλτιστα και δεύτερον δεν λαμβάνει άμεσα υπόψη της την τακτικότητα. Ο Klabjan et al, 1999, παρουσίασε ένα νέο μοντέλο, το οποίο ονόμασε εβδομαδιαίο μοντέλο συνδυασμού πληρωμάτων με τακτικότητα, το οποίο συλλαμβάνει και το κόστος και την τακτικότητα των πληρωμάτων σε ένα εβδομαδιαίο πρόγραμμα. Λύνει το μοντέλο σε διάφορα στάδια. Στο πρώτο στάδιο λαμβάνονται οι συνδυασμοί με την μεγαλύτερη τακτικότητα, δηλ. εκείνοι που μπορούν να επαναληφθούν επτά ημέρες την εβδομάδα, ενώ στο δεύτερο στάδιο ο αλγόριθμος παράγει συνδυασμούς που μπορούν να επαναληφθούν έξι φορές την εβδομάδα, και ούτω καθ'εξής.

Με τη χρησιμοποίηση προσεγγίσεων και του προγραμματισμού ακέραιων αριθμών, ως ευρετική μέθοδο, έλαβε λύσεις που βελτιώνουν τις τρέχουσες πρακτικές, με σεβασμό, τόσο στην τακτικότητα όσο και στο κόστος. Χρησιμοποίησε το μοντέλο του, σε μικρούς και μεγάλους στόλους ενός σημαντικού Αμερικανικού εσωτερικού αερομεταφορέα. Οι βελτιώσεις στο κόστος πληρωμάτων, κυμάνθηκαν από 10% έως 40% και οι λύσεις του είχαν 40% έως 60% μεγαλύτερη τακτικότητα. Για το θέμα της τακτικότητας, υπάρχει εκτενέστερη αναφορά, στο Κεφάλαιο 2.

## **1.6 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΑΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ**

Ένα πρόγραμμα αερογραμμής λειτουργεί, σπάνια, σύμφωνα με την σχεδίαση του. Τα προβλήματα συντήρησης των αεροσκαφών, οι καιρικές συνθήκες, και άλλα απρόβλεπτα γεγονότα, προκαλούν συχνές διασπάσεις (μια χαρακτηριστική ημέρα, διάφορες πτήσεις θα καθυστερήσουν ή θα ακυρωθούν). Κάθε διάσπαση μπορεί να διαδοθεί μέσω του συστήματος, επειδή επηρεάζει τις «πηγές», δηλαδή τα πληρώματα

και τα αεροσκάφη, τα οποία με τη σειρά τους είναι απαραίτητα, για τις επόμενες πτήσεις. Το πρόβλημα αποκατάστασης πληρωμάτων δίνει λύσεις, καθώς τροποποιεί ένα πρόγραμμα πληρωμάτων που έχει επηρεαστεί από διασπάσεις.

Το πρόβλημα αποκατάστασης, διαφέρει από το πρόβλημα σχεδιασμού με διάφορους τρόπους. Μια από τις πιο θεμελιώδεις διαφορές, αφορά τον χρονικό ορίζοντα για την επίλυση του προβλήματος. Αντίθετα με το πρόβλημα σχεδιασμού, που λύνεται ως τμήμα μιας πολυ-εβδομαδιαίας διαδικασίας, το πρόβλημα αποκατάστασης πρέπει να λυθεί πολύ γρήγορα, συχνά, σε λεπτά. Κατά συνέπεια, ο στόχος του προβλήματος αποκατάστασης πληρωμάτων είναι να βρεθεί μια καλή λύση γρήγορα.

Η δεύτερη διαφορά μεταξύ της αποκατάστασης και του σχεδιασμού, είναι ότι το πρόβλημα αποκατάστασης πληρωμάτων πρέπει να λάβει υπόψη την πρόσφατη ιστορία πτήσεων των πληρωμάτων. Οι επιλογές πληρωμάτων είναι περιορισμένες, εξαιτίας της εργασίας που έχει ήδη εκτελεσθεί, κατά τη διάρκεια των τρεχόντων συνδυασμών, από το κάθε ένα ξεχωριστά.

Τρίτον, θα πρέπει κατά την επίλυση του προβλήματος αποκατάστασης πληρωμάτων, να υπάρχουν αναπληρωματικά πληρώματα. Σε αυτά τα πληρώματα δίνεται μία ελάχιστη πληρωμή, η οποία μετράται σε ώρες πτήσης, και δεν μπορούν να πετάξουν περισσότερο από ένα ορισμένο μηνιαίο μέγιστο, χρονικό όριο πτήσεων. Η δομή αυτής της αμοιβής, προσθέτει ένα περαιτέρω επίπεδο πολυπλοκότητας στο πρόβλημα.

Μια άλλη διαφορά, βρίσκεται στους περιορισμούς, που καθορίζουν τους εφικτούς συνδυασμούς. Οι περισσότερες αεροπορικές εταιρίες, χρησιμοποιούν όσο το δυνατόν, «σφιχτότερους» περιορισμούς στα προβλήματα σχεδιασμού τους, απ' ότι νόμιμα εξουσιοδοτούνται. Παραδείγματος χάριν, κάτι τέτοιο συμβαίνει, στον ελάχιστο χρόνο ξεκούρασης, που επιβάλλουν σε μία σύνδεση και στον μέγιστο παρελθόμενο χρόνο βάρδιας. Ο λόγος των παραπάνω ενεργειών, των αεροπορικών εταιρειών, είναι για να υπάρχει πρόσθετη ελαστικότητα, σε περίπτωση απρόοπτων καταστάσεων. Στο πρόβλημα αποκατάστασης, απ' ετέρου, οι κανόνες για τις ώρες πτήσης ωθούνται συχνά στα νόμιμα όριά τους.

Ίσως, η σημαντικότερη διαφορά, μεταξύ του συνδυασμού και της αποκατάστασης πληρωμάτων, βρίσκεται στο πώς καθορίζεται ο λειτουργικός στόχος. Όταν ένα πρόγραμμα, τροποποιείται, για να καλύψει τις διασπάσεις, τα ενεργά πληρώματα, πληρώνονται συνήθως, τουλάχιστον, το κόστος των αρχικά

σχεδιασμένων συνδυασμών τους. Ωστόσο, εάν ένα πλήρωμα ανατίθεται σε έναν τροποποιημένο συνδυασμό, που έχει υψηλότερο κόστος, λαμβάνουν υψηλότερο ποσό. Είναι επίσης επιθυμητό, να κρατηθεί χαμηλά το πρόσθετο κόστος, από τα αναπληρωματικά πληρώματα. Επιπλέον, υπάρχουν και άλλοι στόχοι, που είναι επίσης σημαντικοί, όπως η γρήγορη επιστροφή στο αρχικό σχέδιο και η ελαχιστοποίηση της ταλαιπωρίας των επιβατών. Επιπλέον, οι αποφάσεις για τα πληρώματα, πρέπει να καθοριστούν, σε συνδυασμό με τις αποφάσεις για την καθυστέρηση ή την "ακύρωση" μέλλοντικών πτήσεων, την ανταλλαγή αεροσκάφων, και επιπλέον ζητήματα, που σχετίζονται με άλλες πηγές, που έχουν επηρεαστεί από τις διασπάσεις. Το πρόβλημα αποκατάστασης αντιμετωπίζει επίσης περιορισμούς που επιβάλλονται, από το κράτος και αφορούν την ασφάλεια και από τα εργατικά συνδικάτα. Οι παράγοντες αυτοί, ασφαλώς, περιορίζουν τις αλλαγές που μπορούν να γίνουν. Επομένως, ακόμη και η απόφαση, για το ποιος στόχος πρέπει να έχει προτεραιότητα, κατά την επαναφορά του προγράμματος, από μια διάσπαση, μπορεί να είναι πολύ δύσκολη.

Κατά συνέπεια, ενώ η αποκατάσταση πληρωμάτων έχει πολλά κοινά με τον συνδυασμό πληρωμάτων, θέτει, ωστόσο, της δικές της μοναδικές προκλήσεις. Αν και αυτό το πρόβλημα έχει εξεταστεί περιορισμένα, αναμένεται περισσότερη έρευνα στο μέλλον. Στο ακόλουθο τμήμα, παρουσιάζεται μια προσέγγιση, της μοντελοποίησης του προβλήματος αποκατάστασης πληρωμάτων, η οποία δείχνει τις ομοιότητες της με τον συνδυασμό πληρωμάτων.

### **1.6.1 ΕΝΑ ΜΟΝΤΕΛΟ ΑΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ**

Αυτό το μοντέλο αποκατάστασης πληρωμάτων, του Lettonsky, 1997, 2000, είναι παρόμοιο με το μοντέλο συνδυασμού πληρωμάτων. Εντούτοις, σε αυτό το μοντέλο αποκατάστασης, κάθε συνδυασμός είναι συγκεκριμένος, για ένα δεδομένο πλήρωμα. Για ένα συγκεκριμένο πλήρωμα, όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί αρχίζουν στον αμέσως επόμενο χρόνο και τόπο, όπου το πλήρωμα γίνεται διαθέσιμο, δηλ. στο τέλος της τρέχουσας πτήσης τους ή της περιόδου ξεκούρασής τους. Κάθε πιθανός συνδυασμός, για ένα πλήρωμα, πρέπει όχι μόνο να λάμβάνει υπόψη του την εργασία που ολοκληρώθηκε στον τρέχον συνδυασμό, και ενώ εξασφαλίστηκε ότι όλοι οι κανόνες και οι κανονισμοί ικανοποιούνται, αλλά πρέπει επίσης να εξασφαλίσει τη νομιμότητα του υπολοιπούμενου προγράμματος του πληρώματος. Δηλαδή πρέπει να υπάρχει αρκετός χρόνος, για την ολοκλήρωση αυτού του τροποποιημένου συνδυασμού, για μια ικανοποιητική περίοδο ξεκούρασης, προτού ο επόμενος

προγραμματισμένος συνδυασμός ξεκινήσει, και ταυτόχρονα, οι περιορισμοί που αφορούν πολλούς συνδυασμούς του προγράμματος (όπως τα μηνιαία χρονικά όρια πτήσεων) δεν πρέπει να παραβιαστούν.

Ο στόχος αυτού του μοντέλου είναι να ελαχιστοποιηθεί το κόστος των ρυθμισμένων συνδυασμών, των αναπληρωματικών και των deadhead πληρωμάτων, καθώς επίσης και το κόστος των ακυρωθέντων πτήσεων. Το κόστος ακύρωσης, πτήσεων είναι το κόστος ανάθεσης των επιβάτων σε άλλες πτήσεις, καθώς επίσης και οι δαπάνες ξενοδοχείων και γεύματων (για τους επιβάτες) όταν αυτό απαιτείται. Ενώ δεν πρέπει να λησμονείται και το κόστος δυσφήμισης της αεροπορικής εταιρίας, από τις διάφορες διασπάσεις.

Καθορίζουμε τις ακόλουθες παραμέτρους:

- $e$  ο τύπος εξοπλισμού, για την αντιμετώπιση διάσπασεων (αυτός μπορεί να αντιπροσωπεύει διάφορους τύπους αεροσκαφών εάν αυτά είναι συμβατά με τα πληρώματα κ.λπ.),
- $L_e$  είναι μια ομάδα πτητικών σκελών που πρέπει να καλύφτούν από πληρώματα, τύπου  $e$ ,
- $K_e$  είναι μια ομάδα διαθέσιμων πληρωμάτων, τύπου  $e$  (συμπεριλαμβανομένων και των αναπληρωματικών πληρωμάτων),
- $P_k$  είναι μια ομάδα συνδυασμών, που μπορούν να φέρουν εις πέρας, τα πληρώματα  $k \in K_e$ ,
- $C_p$  είναι το κόστος ανάθεσης του συνδυασμού  $p$ ,
- $d_l$  είναι το κόστος χρησιμοποίησης πτητικών σκελών  $l$ , για deadheading,
- $q_k$  είναι η εκτίμηση του κόστους επιστροφής του πληρώματος, στην κατοικία του,
- $f_l$  είναι η εκτίμηση του κόστους, του ακυρωθέντος πτητικού σκέλους  $l$ ,
- $\beta_{pl}$  είναι ένα, εάν το πτητικό σκέλος  $l$  περιλαμβάνεται στον συνδυασμό  $p$ , αλλιώς είναι μηδέν.



Οι μεταβλητές είναι:

$x_p$  = είναι ένα, εάν ο συνδυασμός  $p$  έχει ανατεθεί σε ένα πλήρωμα, αλλιώς είναι μηδέν,

$u_p$  = είναι ένα, εάν στο πλήρωμα  $k$  δεν έχει αναθέσει κανένας συνδυασμός, αλλιώς είναι μηδέν,

$y_l$  = είναι ένα, εάν ένα πτητικό σκέλος  $l$  έχει ακυρωθεί, αλλιώς είναι μηδέν,

$w_l$  = είναι ο αριθμός των deadhead πληρωμάτων, σε ένα πτητικό σκέλος  $l$ .

Το πρόβλημα αποκατάστασης πληρωμάτων αερογραμμών για έναν δεδομένο τύπο εξοπλισμού  $e$  (δηλ. τύπο αεροσκάφους) είναι:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{k \in K_e} \sum_{p \in P_k} c_p x_p + \sum_{l \in L_e} f_l y_l \\
 & + \sum_{l \in L_e} d_l w_l + \sum_{k \in K_e} q_k u_k \\
 \sum_{k \in K_e} \sum_{p \in P_k} \beta_{pl} x_p + y_l - w_l = 1 & \quad \text{for all } l \in L_e \\
 \sum_{p \in P_k} x_p + u_k = 1 & \quad \text{for all } k \in K_e, \quad (1.3) \\
 w_l + \max_i \alpha_i \cdot y_l \leq \max_i \alpha_i & \quad \text{for all } l \in L_e \\
 0 \leq w_l \leq \max_i \alpha_i & \quad \text{for all } l \in L_e \\
 x \text{ binary, } y \text{ binary, } w \geq 0, u \geq 0 &
 \end{aligned}$$

Το πρώτο σύνολο περιορισμών, εγγυάται ότι όλα τα πτητικά σκέλη, είτε ακυρώνονται είτε καλύπτονται τουλάχιστον μία φορά. Η «χαλαρή» (slack) μεταβλητή, σε αυτούς τους περιορισμούς,  $w_l$ , έχει ένα ανώτατο όριο  $\max_i \alpha_i$ , που καθορίζει τον μέγιστο αριθμό deadhead πληρωμάτων, που μπορούν να τοποθετηθούν στο πτητικό σκέλος  $l$ . Το δεύτερο σύνολο περιορισμών εξασφαλίζει ότι το πλήρωμα  $k$ , είτε ανατίθεται σε έναν συνδυασμό ή αποτελεί deadhead πλήρωμα, στη βάση πληρώματος του. Το τρίτο σύνολο περιορισμών  $w_l$  είναι μηδέν, εάν η πτήση  $l$  ακυρώνεται. Σημειώστε ότι η ακεραιότητα των μεταβλητών  $w_l$  και  $u_k$  υπονοούνται και ως εκ τούτου δεν χρειάζεται να επιβληθούν.

Κατά την επίλυση του προβλήματος αποκατάστασης πληρωμάτων, είναι σημαντικό να βρεθεί μια καλή λύση γρήγορα. Βεβαίως, εδώ υπάρχει το πλεονέκτημα,

ότι οι αρχικοί σχεδιασμένοι συνδυασμοί ήταν βέλτιστοι στο (χωρίς προβλήματα) περιβάλλον προβλήματος. Επομένως, κατά την επίλυση του προβλήματος αποκατάστασης πληρωμάτων, δεν χρειάζεται η επανάθεση όλων των πληρωμάτων. Αντ' αυτού, απαιτείται να βρεθεί λύση μόνο για εκείνα τα πληρώματα, των οποίων οι συνδυασμοί «αναστατώθηκαν», καθώς επίσης και ένας μικρός αριθμός πρόσθετων πληρωμάτων, τα οποία κρίθηκαν ότι μπορούν να αποτελέσουν μια καλή ευκαιρία ανταλλαγής. Ο περιορισμός του πεδίου του προβλήματος κατ' αυτό τον τρόπο, μπορεί να μειώσει σημαντικά το μέγεθος του μοντέλου και να βελτιώσει έτσι την ευπειθείά του. Ευρετικές μέθοδοι, για την επιλογή του συνόλου των πληρωμάτων μπορούν να χρησιμοποιηθούν, και δίνονται από τον Lettovsky et al., 1997 και 2000.

### **1.6.2 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΛΥΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ**

Πολύ λίγες έρευνες, έχουν δημοσιευθεί, στην παγκόσμια βιβλιογραφία, για την επίλυση του προβλήματος αποκατάστασης πληρωμάτων. Οι Teodorovic και Stojkovic, 1990, ανέπτυξαν μια διαδοχική προσέγγιση, που βασίστηκε σε έναν αλγόριθμο δυναμικού προγραμματισμού, χρησιμοποιώντας τις αρχές της μεθόδου first in-first out, για να ελαχιστοποιήσουν τον χρόνο που τα πληρώματα, βρίσκονται στο έδαφος. Οι Wei και Yu, 1997, παρουσίασαν μία ευρετική-βάση, για πραγματικό χρόνο επαναπρογραμματισμού πληρωμάτων. Ο Stojkovic et al., 1998, παρουσίασε μια προσέγγιση παραγωγής στηλών παρόμοια με αυτήν που χρησιμοποιήθηκε για τα προβλήματα συνδυασμού πληρωμάτων. Οι προσεγγίσεις λύσεων, στο μοντέλο της αποκατάστασης πληρωμάτων που παρουσιάζονται στο προηγούμενο τμήμα, μπορούν να βρεθούν στους Lettovsky et al., 2000 και Lettovsky, 1997. Τέλος, μία διαφορετική προσέγγιση, δίνεται από τον Song et al., 1998.

Μοντέλα όπως το (1.3), μπορούν να λυθούν, για να ληφθούν βέλτιστες λύσεις, για τις μικρές διασπάσεις και καλές εφικτές λύσεις για τις μεσαίου μεγέθους διασπάσεις. Εντούτοις, οι σημαντικές διασπάσεις, όπως εκείνες που προκαλούνται από χιονοθύελλες, και ιδιαίτερα εκείνες οι διασπάσεις που έχουν επιπτώσεις σε πολλούς αερολιμένες, ίσως αποτελέσουν αιτία επαναπροσέγγισης του προβλήματος, με νέα δεδομένα αυτή τη φορά.

## 1.7 ΣΥΜΠΑΓΕΙΣ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ

Το πρόβλημα συνδυασμού πληρωμάτων πρέπει να λυθεί ικανοποιητικά, προτού το πρόγραμμα πτήσεων τεθεί σε λειτουργία. Σε αυτό το στάδιο σχεδιασμού, όλες οι πτήσεις, υποτίθεται, ότι έχουν καθορισμένους και γνωστούς χρόνους αναχώρησης. Αυτή η υπόθεση, αποδεικνύεται συχνά λανθασμένη, όταν το πρόγραμμα πληρωμάτων εφαρμόζεται στην πραγματικότητα. Παραδείγματος χάριν, το Αμερικανικό υπουργείο μεταφορών, ανακοίνωσε ότι ο συνολικός αριθμός λεπτών καθυστέρησης στο σύστημα αερομεταφορών (έρευνα που βασίστηκε σε πτήσεις με καθυστερήσεις 15 λεπτών και περισσότερο) αυξήθηκε κατά 11% από το 1995 έως το 1999, Bond, 2000. Το καλοκαίρι του 2000, οι καθυστερήσεις αερογραμμών έλαβαν την εθνική προσοχή, στις Η.Π.Α., όταν η αεροπορική εταιρία, με το καλύτερο αρχείο απόδοσης, όσον αφορά τις καθυστερήσεις, πραγματοποιούσε το 25%, των πτήσεων της, με καθυστέρηση 15 λεπτά και πάνω.

Όταν στα προγράμματα των μελών των πληρωμάτων, αναστατώνονται (διασπώνται) οι διαδικασίες, δεν είναι εγγυημένο ότι θα πληρωθούν για τον αρχικά σχεδιασμένο φόρτο εργασίας τους. Επιπλέον, εάν οι καθυστερήσεις αυξάνουν τον χρόνο πτήσης ή το χρόνο σύνδεσης /ανάπαυλας τους, μπορούν να έχουν το δικαίωμα προστιθέμενης αποζημίωσης. Επιπλέον, οι διασπάσεις, ίσως επιβάλλουν τη χρήση αναπληρωματικών πληρωμάτων, για να επανέλθει το πρόγραμμα στη φυσιολογική ροή του. Σαφώς, έπειτα, το κόστος που συνδέεται με την εφαρμογή μιας λύσης συνδυασμού πληρωμάτων, μπορεί να αποκλίνει σημαντικά από το προβλεπόμενο κόστος. Χαρακτηριστικά, η προβλεπόμενη αναλογία, του πρόσθετου κόστους ως προς τον χρόνο πτήσης, είναι κάτω από το 1% για τους μεγάλους στόλους, αλλά αυξάνει κατά μέσον όρο σε 4% όταν εφαρμόζεται το πρόγραμμα. Για τους μικρότερους στόλους, η αναλογία τείνει να αυξηθεί από περίπου 3% έως 8%. Οι λύσεις των μεγάλων στόλων είναι πιο ευαίσθητες στις διασπάσεις, δεδομένου ότι έχουν πολλές συμπαγείς συνδέσεις. Μια διάσπαση σε μία μικρή σύνδεση, μπορεί να έχει έναν σημαντικό αντίκτυπο σε ολόκληρο το πρόγραμμα πτήσεων και πληρωμάτων, εξαιτίας της γρήγορης διάδοσής της. Τέτοιες αυξήσεις στο προβλεπόμενο κόστος, μπορούν να μεταφραστούν σε εκατομμύρια δολάρια απρόβλεπτων δαπανών για πληρώματα. Υπάρχουν δύο τρόποι που οι αερομεταφορείς μπορούν να προσπαθήσουν να ελαχιστοποιήσουν αυτό το απρόβλεπτο κόστος. Ο

πρώτος, συζητήθηκε στην παράγραφο 1.6, ο οποίος αφορά την βελτίωση της ποιότητας των διαδικασιών αποκατάστασης. Ο δεύτερος, στρέφεται στο στάδιο σχεδιασμού ανάπτυξης πύο συμπαγών προγραμμάτων, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί, το αναμενόμενο λειτουργικό κόστος του προγράμματος, παρά το προβλεπόμενο.

### **1.7.1 Η ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΩΜΑΤΟΣ**

Στην πραγματικότητα, η σύγκριση δύο διαφορετικών προγραμμάτων, μπορεί να είναι αρκετά δύσκολη, έτσι ώστε να καθοριστεί ποιο είναι πύο συμπαγές. Γενικά, οι συγκρίσεις, γίνονται με τη χρησιμοποίηση μιας προσομοίωσης, για να προσεγγιστεί το λειτουργικό κόστος ενός δεδομένου προγράμματος, για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο (ενός μήνα). Σαφώς, μια τέτοια προσομοίωση, πρέπει να αντανακλά τις διαδικασίες της αερογραμμής, όσο το δυνατόν καλύτερα.

Προσομοιώσεις μερικών διαδικασιών μιας αερογραμμής, παραδείγματος χάριν, της επίγειας μετακίνησης αεροσκαφών και της επιβατικής ροής, έχουν αναπτυχθεί, Yu, 1998. Όσον αφορά προσομοιώσεις ολοκληρωμένων διαδικασιών μιας αερογραμμής, έχουν σχεδιαστεί, πολύ πρόσφατα. Οι Komnecki και Vargas, το 2000, παραδείγματος χάριν, ανέπτυξαν μια προσομοίωση που σχεδιάστηκε για την εκπαίδευση υπαλλήλων. Ο Rosenberger et al., 2000, δημιούργησε το SimAir, μια προσομοίωση που λαμβάνει υπόψη της τις περισσότερες διαδικασίες αερογραμμών και έχει ενσωματωμένα μοντέλα αποκατάστασης. Κρατά στοιχεία των διαφόρων «πληγών», όπως είναι τα αεροσκάφη, τα πληρώματα και οι επιβάτες, και παράγει διάφορες στατιστικές για το κόστος των πληρωμάτων κ.λπ. Τελικά, ο Schaefer et al., 2000, χρησιμοποίησε μια προσομοίωση, βασισμένη στην προσέγγιση του σχεδιασμού πύο συμπαγών προγραμμάτων, για πληρώματα.

### **1.7.2 ΜΟΝΤΕΛΑ ΑΕΡΟΓΡΑΜΜΩΝ ΓΙΑ ΣΥΜΠΑΓΕΙΣ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΥΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ**

Εδώ παρουσιάζονται τρεις προσεγγίσεις για την εύρεση συμπαγών συνδυασμών πληρωμάτων.

#### **1.7.2.1 Η προσέγγιση του αναμενόμενου κόστους των συνδυασμών**

Ο Schaefer et al., 2000, λύνει ένα πρόβλημα παρόμοιο με το πρόβλημα του συνδυασμού πληρωμάτων (1.1). Εντούτοις, αντικαθιστά τους αντικειμενικούς

συντελεστές, σε αυτό το μοντέλο με  $\hat{C}_p$ , το οποίο αποτελεί το αναμενόμενο κόστος του συνδυασμού  $p$ . Λύνει έπειτα το μοντέλο, με τις ίδιες μεθοδολογίες, όπως παρουσιάστηκαν στην παράγραφο 1.4.

Φυσικά, η δύσκολη πτυχή αυτού του προβλήματος, βρίσκεται στον υπολογισμό των συντελεστών κόστους  $\hat{C}_p$ , δεδομένου ότι το αναμενόμενο κόστος ενός συνδυασμού, εξαρτάται, μερικώς, από τους άλλους συνδυασμούς του προγράμματος πληρωμάτων. Για κάθε συνδυασμό υπολογίζει το αναμενόμενο κόστος με το «τρέξιμο» του μοντέλου SimAir, υπο την υπόθεση, ότι το αναμενόμενο κόστος είναι ανεξάρτητο από τους άλλους συνδυασμούς του προγράμματος πληρωμάτων.

Μόλις υπολογιστούν οι συντελεστές κόστους, λύνει αυτήν την τροποποιημένη έκδοση του προβλήματος συνδυασμού πληρωμάτων και μετά χρησιμοποιεί το SimAir, για να αξιολογήσει την ποιότητα των λύσεων. Τα συμπεράσματα τα οποία εκθέτει είναι πολύ ενδιαφέροντα. Παραδείγματος χάριν, παρατηρεί ότι μπορεί να είναι προτιμότερο να υπάρχουν κάποιοι συνδυασμοί, των οποίων το κόστος να καθορίζεται από τον TAFB (χρόνος μακριά από την βάση) ή από την ελάχιστη πληρώμη, παρά από το κόστος πτήσης. Επιπλέον, βρίσκει ότι τα προγράμματα πληρωμάτων είναι πιο συμπαγή, όταν το πρόσθετο κόστος των συνδυασμών έχει μικρή μεταβολή και δεν υπάρχουν πολλοί συνδυασμοί με μηδενικό πρόσθετο κόστος. Αυτό είναι βέβαια, θεωρητικό, επειδή οι συνδυασμοί με μηδέν πρόσθετο κόστος, έχουν πολύ σύντομο χρόνο σύνδεσης και επομένως διασπώνται εύκολα. Μια ακόμη σύγκριση, δίνεται από τον Schaefer et al., 2000.

### 1.7.2.2 Μεγιστοποιώντας τον χρόνο σύνδεσης

Οι Ehr Gott και Ryan, 2001, και οι Yen και Birge, 2000, μετρούν πόσο συμπαγής είναι μία σύνδεση, μετρώντας τον πρόσθετο χρόνο που «καταναλώνεται» πάνω από το ελάχιστο όριο χρόνου σύνδεσης. Εάν το  $k$  είναι μία σύνδεση (sit connection) και το  $t$  είναι ο χρόνος σύνδεσης, καθορίζουν την ποινική ρήτρα ως  $w_k$  ( $\text{minSit} - t$ ), όπου  $w_k$  είναι ο συντελεστής ποινικής ρήτρας και  $\text{minSit}$  είναι ο ελάχιστος απαιτούμενος χρόνος σύνδεσης. Καθορίζουν το κόστος ενός συμπαγή συνδυασμού, να είναι το αθροισμα όλων των ποινικών ρητρών, που αφορούν όλες τις συνδέσεις, μέσα σε έναν συνδυασμό, αποκλείοντας τις συνδέσεις, που αντιστοιχούν στις στροφές των αεροσκαφών. Τα μοντέλα τους, βρίσκουν ένα πρόγραμμα πληρωμάτων που ελαχιστοποιεί το κόστος των συμπαγών συνδυασμών.

Οι Yien και Birge, 2000, εκθέτουν την δική τους άποψη. Επιλέγουν 100 σενάρια διάσπασης και εμφανίζουν τα υπολογιστικά αποτελέσματα σε ένα πρόβλημα με 3000 συνδυασμούς και 50 πτητικά σκέλη. Τα προγράμματα πληρωμάτων, τα οποία κατασκευάζουν, τείνουν να έχουν περισσότερες συνδέσεις που αντιστοιχούν σε στροφές αεροσκαφών και μεγαλύτερους χρόνους σύνδεσης. Οι Ehr Gott και Ryan, 2001, στο δικό τους υπόδειγμα, δίνουν υπολογιστικά αποτελέσματα για τις πτήσεις της Air New Zealand.

### **1.7.2.3 Το μοντέλο του συνδυασμού πληρωμάτων με αναπληρωματικά πληρώματα**

Όταν ένα πλήρωμα καθυστερείται ή έχει φθάσει στο όριο του χρόνου πτήσης του, για μία βάρδια ή έναν συνδυασμό, είναι πολύ σημαντικό να υπάρχει ένα εναλλακτικό πλήρωμα, διαθέσιμο, με το οποίο να μπορεί να ανταλλάξει μία ή περισσότερες πτήσεις. Το μοντέλο του συνδυασμού πληρωμάτων, με αναπληρωματικά πληρώματα, που παρουσιάζεται από τον Klabjan et al., 2001, και τους Chebalon και Klabjan, 2002, στηρίζεται σε μια διαδικασία αποκατάστασης, η οποία χρησιμοποιεί ανταλλαγές πληρωμάτων. Εκτός από τον παραδοσιακό στόχο, της ελαχιστοποίησης του κόστους των συνδυασμών, εισάγουν έναν νέο στόχο, που είναι η μεγιστοποίηση του αριθμού των ευκαιριών, για ανταλλαγή πληρωμάτων. Κατά συνέπεια, το μοντέλο τους είναι ένα δυ-κριτήριο μοντέλο βελτιστοποίησης.

Ένα αναπληρωματικό πλήρωμα για μια δεδομένη πτήση  $i$ , α) βρίσκεται στο έδαφος, για τουλάχιστον, τον ελάχιστο απαιτούμενο χρόνο σύνδεσης, β) δημιουργείται στην ίδια βάση πληρωμάτων όπως και το πλήρωμα το οποίο πρόκειται να αντικαταστήσει στην πτήση  $i$ , και γ) και τα δύο «εμπλεκόμενα» πληρώματα τελειώνουν τους αντίστοιχους συνδυασμούς τους την ίδια ημέρα. Εάν δύο πληρώματα μπορούν να ανταλλαχθούν, τότε ένα από αυτά μπορεί να είναι αναπληρωματικό, του άλλου. Το μοντέλο του συνδυασμού πληρωμάτων με αναπληρωματικά πληρώματα, μεγιστοποιεί το γενικό αριθμό αναπληρωματικών πληρωμάτων και λύνεται από μια lagrangian προσέγγιση αποσύνθεσης. Τα υπολογιστικά αποτελέσματα, εμφανίζουν ότι υπάρχουν προγράμματα πληρωμάτων με ένα ελαφρώς υψηλότερο κόστος πληρώματος αλλά με 5 έως 10 φορές περισσότερα αναπληρωματικά πληρώματα, από ότι τα προγράμματα πληρωμάτων που λαμβάνονται με την επίλυση του μοντέλου (1.1). Επιπλέον, αυτή η προσέγγιση, που προσπαθεί να προφυλάξει το πρόγραμμα, από την αβεβαιότητα παρά να

διαμόρφωσε την αβεβαιότητα, μπορεί να συνδυαστεί με τα πιθανολογικά μοντέλα, που ελαχιστοποιούν το αναμενόμενο κόστος ή /και που ενσωματώνουν τις ποινικές ρήτρες.

## 1.8 ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΙΣ

Ο προγραμματισμός των πληρωμάτων των αερογραμμών, είναι μια μεγάλη επιτυχία για την επιχειρησιακή έρευνα. Πλέον όλες οι σημαντικές αερογραμμές διαθέτουν λογισμικό υποστήριξης αποφάσεων. Πριν μια δεκαετία οι λύσεις στα καθημερινά προβλήματα είχαν χαρακτηριστικά 10% - 15% πιο υψηλό κόστος, από το χαμηλότερο όριο του κόστους πτήσεων, ενώ τώρα είναι το περισσότερο 1% - 2% πιο υψηλό. Αυτή η βελτίωση στην ποιότητα των λύσεων, μεταφράζεται στην εξοικονόμηση \$50 εκατομμυρίων ετησίως, για μια μεγάλη αεροπορική εταιρία.

Πολλά από τα θέματα , τα οποία συζητήθηκαν στην συγκεκριμένη εργασία, είναι απλά η "άκρη του παγόβουνου". Πολλά οφέλη μπορούν, επίσης, να κερδηθούν από την ανάπτυξη αποδοτικότερων προγραμμάτων για τα πληρώματα καμπινών. Αυτό το πρόβλημα έχει λάβει λιγότερη προσοχή, απ' ότι το πρόβλημα προγραμματισμού πληρωμάτων πιλοτηρίων. Αυτό συμβαίνει διότι, τα πληρώματα καμπινών είναι λιγότερο δαπανηρά και επίσης επειδή αυτό το πρόβλημα είναι πολύ μεγαλύτερο.

Τελικά, η μεγαλύτερη πρόκληση, είναι η ολοκλήρωση του συνδυασμού πληρωμάτων, της ανάθεσης στόλου, και των προβλημάτων του προγραμματισμού των πληρωμάτων, ειδικά δεδομένου ότι αυτά τα προβλήματα είναι δύσκολο να λυθούν μεμονομένα.

## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Alefragis, P., Goumopoulos, C., Housos, E., Sanders, P., Takkula, T., and Wedelin, D. (1998).** Parallel crew scheduling in PAROS. In *Proceedings of 1998 Europar*, pages 1104–1113.
- Alefragis, P., Sanders, P., Takkula, T., and Wedelin, D. (2000).** Parallel integer optimization for crew scheduling. *Annals of Operations Research*, 99:141–166.
- Andersson, E., Housos, E., Kohl, N., and Wedelin, D. (1998).** Crew pairing optimization. In Yu, G., editor, *Operations Research in the Airline Industry*, pages 228–258. Kluwer Academic Publishers.
- Anbil, R., Barnhart, C., Johnson, E., and Hatay, L. (1994).** A column generation technique for the long-haul crew assignment problem. In Ciriani, T. and Leachman, R., editors, *Optimization in Industry II*, pages 7–24. John Wiley & Sons.
- Anbil, R., Forrest, J., and Pulleyblank, W. (1998).** Column generation and the airline crew pairing problem. In *Extra Volume Proceedings ICM*. Available from <http://www.math.uiuc.edu/documenta/xvol-icm/17/17.html>.
- Anbil, R., Gelman, E., Patty, B., and Tanga, R. (1991).** Recent advances in crew pairing optimization at American Airlines. *Interfaces*, 21:62–74.
- Anbil, R., Johnson, E., and Tanga, R. (1992).** A global approach to crew pairing optimization. *IBM Systems Journal*, 31:71–78.
- Barahona, F. and Anbil, R. (1998).** The volume algorithm: Producing primal solutions with a subgradient method. Technical Report RC-21103, T. J. Watson Research Center.
- Barahona, F. and Anbil, R. (1999).** On some difficult linear programs coming from set partitioning. Technical Report RC-21410, T. J. Watson Research Center.
- Barnhart, C., Hatay, L., and Johnson, E. (1995).** Deadhead selection for the long-haul crew pairing problem. *Operations Research*, 43:491–499.



**Barnhart, C., Johnson, E., Nemhauser, G., Savelsbergh, M., and Vance, P. (1998).** Branch-and-price: Column generation for solving huge integer programs. *Operations Research*, 46:316–329.

**Barnhart, C., Johnson, E., Nemhauser, G., and Vance, P. (1999).** Crew scheduling. In Hall, R. W., editor, *Handbook of Transportation Science*, pages 493–521. Kluwer Scientific Publishers.

**Bixby, R., Cook, W., Cox, A., and Lee, E. (1995).** Parallel mixed integer programming. Technical Report CRPC-TR95554, Rice University. Available from <ftp://softlib.rice.edu/pub/CRPC-TRs/reports>.

**Bixby, R., Gregory, J., Lustig, I., Marsten, R., and Shanno, D. (1992).** Very large-scale linear programming: A case study in combining interior point and simplex methods. *Operations Research*, 40:885–897.

**Bond, D. (2000).** Commercial aviation on the ropes. *Aviation Week & Space Technology*. September issue.

**Brailsford, S., Potts, C., and Smith, B. (1999).** Constraint satisfaction problems: Algorithms and applications. *European Journal of Operational Research*, 119:557 – 581.

**Caprara, A., Toth, P., Vigo, D., and Fischetti, M. (1998).** Modeling and solving the crew rostering problem. *Operations Research*, 46:820–830.

**Chebalov, S. and Klabjan, D. (2002).** Robust airline crew scheduling: Move-up crews. In *Proceedings of the 2002 NSF Design, Service, and Manufacturing Grantees and Research Conference*.

**Cohn, A. and Barnhart, C. (2001).** Improving crew scheduling by incorporating key maintenance routing decisions. Technical report, Massachusetts Institute of Technology.

**Cordeau, J., Desrosiers, J., Soumis, F., and Stojković, G. (2000).** Benders decomposition for simultaneous aircraft routing and crew scheduling. Technical Report G-2000-37, Cahiers du GERAD.

**Day, P. and Ryan, D. (1997).** Flight attendant rostering for short-haul airline operations. *Operations Research*, 45:649–661.

**Desaulniers, G., Desrosiers, J., Ioachim, I., Solomon, M., and Soumis, F. (1998).** A unified framework for deterministic time constrained vehicle routing and crew scheduling problems. In Crainic, T. and Laporte, G., editors, *Fleet Management and Logistics*, pages 57–93. Kluwer Publishing Company.

**Desrochers, M. and Soumis, F. (1988).** A generalized permanent labeling algorithm for the shortest path problem with time windows. *INFOR*, 26:191–212.

**Desrochers, M. and Soumis, F. (1989).** A column generation approach to the urban transit crew scheduling problem. *Transportation Science*, 23:1–13.

**Desrosiers, J., Dumas, Y., Desrochers, M., Soumis, F., Sanso, B., and Trudeau, P. (1991).** A breakthrough in airline crew scheduling. Technical Report G-91-11, Cahiers du GERAD.

**Du Merle, O., Villeneuve, D., Desrosiers, J., and Hanses, P. (1999).** Stabilized column generation. *Discrete Mathematics*, 194:229–237.

**Ehrgott, M. and Ryan, D. (2001).** Bicriteria robustness versus cost optimization in tour of duty planning at Air New Zealand. Technical report, University of Auckland.

**Fahle, T., Junker, V., Karish, S., Kohl, N., and Vaaben, B. (1999).** Constraint programming based column generation for crew assignment. *Journal of Heuristics*. To appear.

**Forrest, J. and Goldfarb, D. (1992).** Steepest-edge simplex algorithms for linear programming. *Mathematical Programming*, 57:341–374.

**Gamache, M. and Soumis, F. (1998).** A method for optimally solving the rostering problem. In Yu, G., editor, *Operations Research in the Airline Industry*, pages 124–157. Kluwer Academic Publishers.

**Gamache, M., Soumis, F., Marquis, G., and Desrosiers, J. (1999).** A column generation approach for large scale aircrew rostering problems. *Operations Research*, 47:247–262.

**Gamache, M., Soumis, F., Villeneuve, D., Desrosiers, J., and Gelinias, E. (1998).** The preferential bidding system at Air Canada. *Transportation Science*, 32:246–255.

**Gedron, B. and Crainic, T. (1994).** Parallel branch-and-bound algorithms: Survey and synthesis. *Operations Research*, 42:1042–1066.

**Gershkoff, I. (1989).** Optimizing ight crew schedules. *Interfaces*, 19:29–43.

**Goumopoulos, C., Housos, E., and Liljenzin, O. (1997).** Parallel crew scheduling on workstation networks using PVM. In *Proceedings of 1997 EuroPVM-MPI*, volume 1332.

**Hoffman, K. and Padberg, M. (1993).** Solving airline crew scheduling problems by branch-and-cut. *Management Science*, 39:657–682.

**Hu, J. and Johnson, E. (1999).** Computational results with a primal-dual subproblem simplex method. *Operations Research Letters*, 25:149–158.

**Junker, U., Karisch, S., Kohl, N., Vaaben, B., Fahle, T., and Sellmann, M. (1999).** A framework for constraint programming based column generation. In *Proceedings of CP 1999*, pages 261–274.

**Klabjan, D. (2001).** Next generation airline crew scheduling. Technical report, University of Illinois at Urbana-Champaign. Available from <http://www.staff.uiuc.edu/~klabjan/articles/ngCS.pdf>.

**Klabjan, D., Johnson, E., and Nemhauser, G. (2000).** A parallel primal-dual algorithm. *Operations Research Letters*, 27:47–55.

**Klabjan, D., Johnson, E., Nemhauser, G., Gelman, E., and Ramaswamy, S. (1999a).** Airline crew scheduling with time windows and plane count constraints. Technical Report TLI/LEC-99-12, Georgia Institute of Technology. To appear in *Transportation Science*.

**Klabjan, D., Johnson, E., Nemhauser, G., Gelman, E., and Ramaswamy, S. (1999b).** Airline crew scheduling with regularity. Technical Report TLI/LEC-99-13, Georgia Institute of Technology. To appear in *Transportation Science*.

**Klabjan, D., Johnson, E., Nemhauser, G., Gelman, E., and Ramaswamy, S. (2001a).** Solving large airline crew scheduling problems: Random pairing generation and strong branching. *Computational Optimization and Applications*, 20:73–91.

**Klabjan, D., Schaefer, A., Johnson, E., Kleywegt, A., and Nemhauser, G. (2001b).** Robust airline crew scheduling. In *Proceedings of TRISTAN IV*, pages 275–280.

**Klabjan, D. and Schwan, K. (2000).** Airline crew pairing generation in parallel. In *Proceedings of the Tenth SIAM Conference on Parallel Processing for Scientific Computing*.

**Kornecki, A. and Vargas, D. (2000).** Simulation-based training for airline controller operations. In *Proceedings of Society of Computer Simulation 2000 Advanced Simulation Technologies Conference*, pages 162–171.

**Kwok, L. and Wu, L. (1996).** Development of an expert system in cabin crew pattern generation. *International Journal of Expert Systems*, 9:445–464.

**Lavoie, S., Minoux, M., and Odier, E. (1988).** A new approach for crew pairing problems by column generation with an application to air transportation. *European Journal of Operational Research*, 35:45–58.

**Lettofskiy, L. (1997).** *Airline Operations Recovery: An Optimization Approach*. PhD thesis, Georgia Institute of Technology.

**Lettofskiy, L., Johnson, E., and Nemhauser, G. (2000).** Airline crew recovery. *Transportation Science*, 34:337–348.

**Linderoth, J. and Savelsbergh, M. (1999).** A computational study of search strategies for mixed integer programming. *INFORMS Journal on Computing*, 11:173–187.

**Lustig, I. and Puget, J. (2001).** Program  $\delta$  = program: constraint programming and its relationship to mathematical programming. *Interfaces*. To appear.

**Makri, A. and Klabjan, D. (2001).** Efficient column generation techniques for airline crew scheduling. Technical report, University of Illinois at Urbana-Champaign. Available from <http://www.staff.uiuc.edu/~klabjan/professional.html>.

**Marsten, R. (1994).** Crew planning at Delta Airlines. XV Mathematical Programming Symposium. Presentation.

**Minoux, M. (1984).** Column generation techniques in combinatorial optimization: a new application to crew pairing problems. In *Proceedings XXIVth AGIFORS Symposium*.

**Rosenberger, J., Schaefer, A., Goldsman, D., Johnson, E., Kleywegt, A., and Nemhauser, G. (2000).** A stochastic model of airline operations. *Transportation Science*. To appear. Available from <http://tli.isye.gatech.edu>.

**Ryan, D. (1992).** The solution of massive generalized set partitioning problems in air crew rostering. *Journal of the Operational Research Society*, 43:459–467.

**Ryan, D. and Foster, B. (1981).** An integer programming approach to scheduling. In Wren, A., editor, *Computer Scheduling of Public Transport Urban Passenger Vehicle and Crew Scheduling*, pages 269–280. Elsevier Science B.V.

**Sanders, P., Takkula, T., and Wedelin, D. (1999).** High performance integer optimization for crew scheduling. In *Proceedings of the HPCS '99*. Available from <http://www.cs.chalmers.se/~tuomo>.

**Schaefer, A., Johnson, E., Kleywegt, A., and Nemhauser, G. (2000).** Airline crew scheduling under uncertainty. Technical Report TLI-01-01, Georgia Institute of Technology.

- Song, M., Wei, G., and Yu, G. (1998).** A decision support framework for crew management during airline irregular operations. In Yu, G., editor, *Operations Research in the Airline Industry*, pages 260 – 286. Kluwer Academic Publishers.
- Stojkovic, G., Soumis, M., and Desrosiers, J. (1998).** The operational airline crew scheduling problem. *Transportation Science*, 32:232–245.
- Teodorovic, D. and Stojkovic, G. (1990).** Model for operational daily airline scheduling. *Transportation Planning Technology*, 14:273–285.
- Vance, P., Atamtürk, A., Barnhart, C., Gelman, E., Johnson, E., Krishna, A., Mahidbara, D., Nemhauser, G., and Rebello, R. (1997a).** A heuristic branch-and-price approach for the airline crew pairing problem. Technical Report LEC-97-06, Georgia Institute of Technology.
- Vance, P., Barnhart, C., Johnson, E., and Nemhauser, G. (1997b).** Airline crew scheduling: A new formulation and decomposition algorithm. *Operations Research*, 45:188–200.
- Wedelin, D. (1995).** An algorithm for large scale 0-1 integer programming with applications to airline crew scheduling. *Annals of Operations Research*, 57:283–301.
- Wei, G. and Yu, G. (1997).** Optimization model and algorithm for crew management during airline irregular operations. *Journal of Combinatorial Optimization*, 1:305–321.
- Wilson, N., editor (1999).** *Computer-Aided Transit Scheduling*. Springer Verlag.
- Yen, J. and Birge, J. (2000).** A stochastic programming approach to the airline crew scheduling problem. Technical report, University of Washington.
- 
- Yu, G., editor (1998).** *Operations Research in the Airline Industry*. Kluwer Academic Publishers.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**

## ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΑΕΡΟΓΡΑΜΜΩΝ ΜΕ ΤΑΚΤΙΚΟΤΗΤΑ

**Περίληψη:** Το πρόβλημα του προγραμματισμού πληρωμάτων αερογραμμών, είναι το πρόβλημα της ανάθεσης πληρωμάτων σε πτήσεις (η χάραξη δρομολογίων σε πληρώματα). Το πρόβλημα είναι δύσκολο, εξαιτίας του μεγάλου αριθμού των δρομολογίων και της περίπλοκης λειτουργίας του κόστους των δρομολογίων. Η κλασική προσέγγιση, που χρησιμοποιεί ο καθορισμένος τύπος διαχωρισμού (του προβλήματος σε υποπροβλήματα), περιλαμβάνει μόνο την αντικειμενική συνάρτηση της ελαχιστοποίησης του κόστους. Ένας δεύτερος στόχος, ο οποίος μπορεί να προστεθεί, είναι η μεγιστοποίηση της επανάληψης ή της τακτικότητας των δρομολογίων, πέρα από έναν εβδομαδιαίο ορίζοντα. Εδώ λοιπόν παρουσιάζονται διάφορα μοντέλα, τα οποία έχουν αναπτυχθεί και επικεντρώνονται στην τακτικότητα, με έναν νέο αλγόριθμο, που λύνει το πρόβλημα του προγραμματισμού των πληρωμάτων των αερογραμμών, για ένα διάστημα μεγαλύτερο του εβδομαδιαίου. Οι λύσεις που αναφέρονται, βελτιώνουν τις υπάρχουσες λύσεις, που χρησιμοποιούνται στις αεροπορικές εταιρίες.

### 2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στις Η.Π.Α., τα προγράμματα πτήσεων των μεγαλύτερων αερογραμμών, αποτελούνται από πολλές πτήσεις, που πραγματοποιούνται κάθε ημέρα της εβδομάδας και από μερικές εξαιρέσεις, που δεν επαναλαμβάνονται καθημερινά, π.χ. κάθε ημέρα εκτός από το Σάββατο. Κατά συνέπεια, το πρόγραμμα επαναλαμβάνεται εβδομαδιαία, αλλά όχι αρκετά καθημερινά, με συνέπεια να είναι απαραίτητη η ύπαρξη ενός εβδομαδιαίου ορίζοντα (προγραμματισμού). Το **εβδομαδιαίο πρόβλημα του προγραμματισμού πληρωμάτων**, χρησιμοποιείται για να βρει τα δρομολόγια ή



τους συνδυασμούς των πληρωμάτων, που διαχωρίζουν όλες τις πτήσεις του εβδομαδιαίου προγράμματος. Με τη χρησιμοποίηση της παραδοσιακής προσέγγισης, που περιγράψαμε στην προηγούμενη ενότητα, θα ελαχιστοποιούνταν το εβδομαδιαίο κόστος των πληρωμάτων. Εντούτοις, θα ήταν απίθανο, τα αποτελέσματα των συνδυασμών, να μπορούσαν να επαναληφθούν πολλές φορές, μέσα σε έναν εβδομαδιαίο ορίζοντα, εκτός κι' αν επιβάλλονταν ειδικοί περιορισμοί. Κατά συνέπεια, η λύση θα στερούταν την **τακτικότητα**.

Η τακτικότητα, είναι σημαντική, όταν σέβεται το πρόγραμμα των πληρωμάτων (και των αεροσκαφών), δεδομένου ότι οι τακτικές λύσεις, είναι πολύ ευκολότερες στην εφαρμογή και στην διαχείριση τους, ενώ ταυτόχρονα, τα πληρώματα προτιμούν να επαναλαμβάνουν, αν είναι δυνατόν, τα ίδια δρομολόγια. Στην ισχύουσα πρακτική, οι αερογραμμές προσπαθούν να επιτύχουν μερική τακτικότητα, με την επίλυση ενός προβλήματος δύο σταδίων, που καλείται **καθημερινό /εξαιρέσεων (daily /exceptions)**. Αρχικά, το πρόβλημα του προγραμματισμού πληρωμάτων, με την υπόθεση ότι όλες οι πτήσεις πραγματοποιούνται καθημερινά, λύνεται σαν καθημερινό πρόβλημα, με επιπλέον πρόσθεση εικονικών πτήσεων στο πρόγραμμα. Κατόπιν οι συνδυασμοί, που περιέχουν τις εικονικές πτήσεις, αφαιρούνται από τη λύση και όλες οι πραγματικές πτήσεις που απομένουν, μαζί με οποιεσδήποτε πτήσεις που πραγματοποιούνται σπάνια, κατά τη διάρκεια της εβδομάδας, τοποθετούνται σε ένα βοηθητικό εβδομαδιαίο πρόβλημα εξαιρέσεων, το οποίο λύνεται χωριστά. Το βοηθητικό πρόβλημα, έχει γενικά ένα αραιό πρόγραμμα και ακόμη και η βέλτιστη λύση του, παράγει ένα υψηλό εβδομαδιαίο κόστος. Επιπλέον, εάν υπάρχουν πολλοί διαγραφέντες συνδυασμοί, τότε η τακτικότητα που επιτυγχάνεται στο πρώτο στάδιο, μειώνεται σημαντικά στη συνέχεια.

Η εναλλακτική λύση είναι να επιβληθούν περιορισμοί ή ποινικές ρήτρες τακτικότητας, άμεσα, στο εβδομαδιαίο πρόβλημα. Σύμφωνα με την έως τώρα βιβλιογραφία, κάτι τέτοιο δεν είχε επιχειρηθεί στο παρελθόν, διότι θεωρήθηκε πως μια τέτοια προσέγγιση δεν θα ήταν εύκολη υπολογιστικά. Εδώ παρουσιάζεται ένα νέο μοντέλο, αποκαλούμενο ως το **μοντέλο του εβδομαδιαίου προβλήματος προγραμματισμού πληρωμάτων με τακτικότητα**, το οποίο περιλαμβάνει και το κόστος και την τακτικότητα σε ένα εβδομαδιαίο πρόγραμμα. Αποδεικνύεται, ότι με τη χρησιμοποίηση των προσεγγίσεων και του προγραμματισμού ακεραίων (IP) ως

ευρετική μέθοδο, λαμβάνονται λύσεις, που βελτιώνουν στην ισχύουσα πρακτική, τόσο την τακτικότητα όσο και το κόστος.

Εν συνεχεία, περιγράφονται συνοπτικά, κάποιες βασικές εισαγωγικές έννοιες (στις οποίες αναφερθήκαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο).

### 2.1.1 Ο Προγραμματισμός Πληρωμάτων των Αερογραμμών

Στις Η.Π.Α., η λειτουργία των μεγαλύτερων αερογραμμών, βασίζεται σε ένα δίκτυο hub and spoke. Οι σημαντικοί αερολιμένες, όπου υπάρχει υψηλή δραστηριότητα καλούνται hubs και οι αερολιμένες χαμηλής δραστηριότητας καλούνται spokes.

Ένα πτητικό σκέλος (flight segment) είναι μια απευθείας (nonstop) πτήση. Για κάθε πτητικό σκέλος  $i$ , έστω ότι  $dep_i / arr_i$  είναι ο σταθμός αναχώρησης /άφιξης και έστω ότι  $dt_i / at_i$  είναι ο χρόνος αναχώρησης /άφιξης. Μια **βάρδια**, είναι μια ημέρα εργασίας ενός πληρώματος, που αποτελείται από μια σειρά πτητικών σκελών και υπάγεται στους κανόνες FAA, καθώς και στους κανόνες της αεροπορικής εταιρείας. Μια σύντομη σύνδεση μέσα σε μια βάρδια καλείται **σύνδεση** (sit connection, δηλ. το πλήρωμα ξεκουράζεται ή προετοιμάζεται για την επόμενη πτήση και συνεπώς δεν «πετάει» για ένα σύντομο χρονικό διάστημα). Υπάρχει ένας ελάχιστος και ένας μέγιστος χρόνος, για κάθε σύντομη σύνδεση, που εκφράζεται ως  $minSit$  και  $maxSit$ , αντίστοιχα. Οι προκαθορισμένες τιμές, έστω ότι είναι  $minSit = 45$ ,  $maxSit = 360$ . Η απαίτηση, του ελάχιστου χρόνου σύντομης σύνδεσης, μπορεί να παραβιαστεί, μόνο εάν το πλήρωμα ακολουθεί τη στροφή των αεροπλάνων, δηλ. αν δεν αλλάζει αεροπλάνο. Το κόστος μιας βάρδιας, που μετριέται σε λεπτά, είναι συνήθως το μέγιστο τριών ποσοτήτων: του χρόνου πτήσης, ενός κλάσματος του παρερχόμενου χρόνου βάρδιας και της ελάχιστης πληρωμής για κάθε βάρδια.

Οι **βάσεις πληρωμάτων** (crew bases) είναι σχεδιασμένοι σταθμοί, τους οποίους τα πληρώματα χρησιμοποιούν ως βάση. Ένας **συνδυασμός** (pairing), είναι μια σειρά βαρδιών, που αρχίζει και τελειώνει σε μια βάση πληρωμάτων. Μια σύνδεση μεταξύ δύο βαρδιών καλείται **νυχτερινή σύνδεση** (overnight connection) ή **ανάπαυλα** (layover). Ο χρόνος ανάπαυλας, αποτελεί τον χρόνο ξεκούρασης. Όπως και στους χρόνους σύντομης σύνδεσης, έτσι και στον χρόνο ξεκούρασης, υπάρχει ένα χαμηλότερο και ένα ανώτερο επιτρεπόμενο όριο, τα οποία εκφράζονται ως  $minRest$  και  $maxRest$ , δηλαδή ελάχιστος και μέγιστος χρόνος ανάπαυλας, αντίστοιχα. Έστω ότι οι προκαθορισμένες τιμές είναι  $minRest = 620$ ,  $maxRest = 2880$ .

Το κόστος ενός συνδυασμού, είναι επίσης το μέγιστο τριών ποσοτήτων: του αθροίσματος του κόστους των βαρδιών του συνδυασμού, ενός κλάσματος του χρόνου μακριά από την βάση (TAFB) και μία ελάχιστη εγγυημένη πληρωμή πολλαπλασιαζόμενη με τον αριθμό των βαρδιών. Τυπικά, το κόστος  $dc_d$  μιας βάρδιας  $d$  και το κόστος  $pc_p$  ενός συνδυασμού  $p$  καθορίζονται ως εξής :

$$dc_d = \max \left\{ \sum_{i \in d} fl_i, fd \cdot \text{duty elapsed time}, dmg \right\},$$

$$pc_p = \max \left\{ \sum_{d \in p} dc_d, fp \cdot \text{time away from base}, pmg \cdot \sum_{d \in p} 1 \right\},$$

,όπου  $fl_i$  είναι ο χρόνος πτήσης του σκέλους  $i$ , τα  $fd$  και  $fp$  είναι σταθερές, που αντιστοιχούν στον ανάλογο παρερχόμενο χρόνο και  $dmg$ ,  $pmg$ , είναι οι ελάχιστες εγγυημένες πληρωμές για την βάρδια και τον συνδυασμό, αντίστοιχα. Επίσης, έστω ότι τα δεδομένα είναι,  $fd = 2$ ,  $fp = 3.5$ ,  $dmg = 0$  και  $pmg = 300$ . Το πρόσθετο (excess) κόστος, που δείχνεται από το  $pc_p$ , ενός συνδυασμού, καθορίζεται ως το κόστος μείον τον χρόνο πτήσης του συνδυασμού. Σημειώστε ότι το πρόσθετο κόστος είναι πάντα μη αρνητικό. Η πίστωση χρόνου πτήσης (FTC/ Flight Time Credit) ενός συνδυασμού, είναι το πρόσθετο κόστος πολλαπλασιαζόμενο με το 100 και διαιρεμένο με τον χρόνο πτήσης. Ένας συνδυασμός υπάγεται, επίσης, σε πολλούς κανόνες του FAA. Σε όλα τα πειράματα, που πραγματοποιήθηκαν από τους ερευνητές, υπήρξε ένα όριο 10 πτητικών σκελών ανά βάρδια και 4 βαρδιών ανά συνδυασμό.

Παραδοσιακά, το πρόβλημα του προγραμματισμού πληρωμάτων, λύνεται ως καθορισμένο πρόβλημα διαχωρισμού (του κυρίως προβλήματος σε υποπροβλήματα). Κατά συνέπεια ισχύει:

$$\min \{cx : Ax = 1, x : \text{δυναμική μεταβλητή}\}, \quad (1)$$

,όπου κάθε μεταβλητή αντιστοιχεί σε έναν συνδυασμό,  $a_{ij} = 1$  εάν το πτητικό σκέλος  $i$  βρίσκεται στον συνδυασμό  $j$  και μηδέν σε αντίθετη περίπτωση και  $c_j$  είναι το πρόσθετο κόστος του συνδυασμού  $j$ .

Το πρόβλημα είναι δύσκολο, καθώς ο αριθμός των συνδυασμών, δηλ. οι στήλες, μπορεί να είναι εξαιρετικά μεγάλος. Ο αριθμός των συνδυασμών ποικίλλει από 200.000 για τους μικρούς στόλους, σε περίπου ένα δισεκατομμύριο για τους στόλους μεσαίου μεγέθους και σε δισεκατομμύρια για τους μεγάλους στόλους.

Επιπλέον, δεδομένου ότι η συνάρτηση κόστους ενός συνδυασμού είναι μη γραμμική και οι κανόνες νομιμότητας είναι σύνθετοι, είναι δύσκολο να εκτελεσθεί καθυστερημένα η παραγωγή στηλών, δηλ. μόνο η παραγωγή στηλών που είναι απαραίτητες, για τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης.

### 2.1.2 Το Δίκτυο Πτητικών Σκελών με Βάση μια Γραμμή Χρόνου

Το δίκτυο πτητικών σκελών με βάση μια γραμμή χρόνου, έχει δύο ευδιάκριτους κόμβους για κάθε πτήση, έναν για την άφιξη και έναν για την αναχώρηση. Για κάθε πτήση υπάρχει ένα τόξο, που συνδέει τους δύο κόμβους. Πρόσθετα, το δίκτυο έχει ένα τόξο μεταξύ του κόμβου άφιξης και του κόμβου αναχώρησης μιας πτήσης, εάν ο χρόνος σύνδεσης μεταξύ των δύο πτήσεων είναι είτε μικρότερος από  $\max Sit$  είτε είναι μέσα στο διάστημα  $[\min Rest, \max Rest]$  και ο σταθμός άφιξης της πρώτης πτήσης, είναι ο ίδιος με τον σταθμό αναχώρησης της δεύτερης πτήσης. Επίσης υπάρχει η υπόθεση ότι π.χ. μια πτήση της Κυριακής μπορεί να συνδεθεί με μια πτήση της Δευτέρας. Κάθε συνδυασμός είναι ένα μονοπάτι, στο δίκτυο πτητικών σκελών με βάση μια γραμμή χρόνου. Εντούτοις, οι κανόνες εφικτότητας των συνδυασμών, καθορίζουν πότε ένα μονοπάτι, του δικτύου, αποτελεί συνδυασμό.

## 2.2 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ

Αναπτύσσουμε ένα μοντέλο, αποκαλούμενο ως μοντέλο συνδυασμών ή μοντέλο του εβδομαδιαίου προγραμματισμού πληρωμάτων με τακτικότητα, το οποίο περιλαμβάνει και το κόστος και την τακτικότητα των πληρωμάτων. Επιπλέον, παραλλάσσοντας την αντικειμενική συνάρτηση, υπάρχει η δυνατότητα ελέγχου της σχέσης μεταξύ του κόστους και της τακτικότητας.

Ένα σκέλος ή πτητικό σκέλος  $g$ -ημερών, όπου  $g = 4, 5, 6, 7$ , είναι το σύνολο των πτητικών σκελών, με τον ίδιο σταθμό αναχώρησης και άφιξης και με τον ίδιο τοπικό χρόνο αναχώρησης και άφιξης. Τα πτητικά σκέλη αυτού του συνόλου, πραγματοποιούνται στις διαδοχικές ημέρες  $g$  και το  $g$  είναι ο μέγιστος αριθμός με αυτήν την ιδιότητα. Υπάρχουν  $g$  πτητικά σκέλη σε ένα σκέλος  $g$ -ημερών. Με άλλα λόγια, αυτό το σύνολο είναι μια επανάληψη των πτητικών σκελών, που «πετούν» κατά τη διάρκεια διάφορων διαδοχικών ημερών, κάτι το οποίο είναι πολύ κοινό στα εσωτερικά προγράμματα πτήσεων. Όλα τα άλλα πτητικά σκέλη καλούνται σκέλη 1-

ημέρας. Αυτή η ορολογία, χρησιμοποιείται ακόμη και για ένα πτητικό σκέλος, που μπορεί να επαναληφθεί 2 ή 3 φορές σε μια εβδομάδα, επειδή κάθε ένα από αυτά τα σκέλη αντιμετωπίζεται ξεχωριστά. Αν  $L_g$ , το σύνολο όλων των σκελών  $g$ -ημερών και εάν  $i \in L_g$ , τότε καθορίζουμε ότι  $g_i = g$ . Ένα σκέλος πολυ-ημερών (για συντομία ένα πολύ-σκέλος) είναι ένα στοιχείο του  $L = \bigcup_{g=1}^7 L_g$ . Ας σημειωθεί, ότι μόνο τα πολυ-σκέλη λαμβάνονται υπόψη στα καθημερινά προβλήματα. Χρησιμοποιούμε τον όρο σκέλος για να αναφερθούμε είτε σε ένα πολυ-σκέλος είτε σε ένα σκέλος 1-ημέρας.

Ένας συνδυασμός  $g$ -ημερών, είναι ένας συνδυασμός που μπορεί να επαναληφθεί για  $g$  διαδοχικές ημέρες. Σε ένα εβδομαδιαίο πρόβλημα, η ημέρα έναρξης ενός συνδυασμού πρέπει να προσδιοριστεί.

**Παράδειγμα 1.** Έστω ότι, ισχύει το ακόλουθο πρόγραμμα, του παρακάτω πίνακα:

ΠΤΗΤΙΚΟ ΣΚΕΛΟΣ	ΣΤΑΘΜΟΣ ΑΝΑΧΩΡΗΣΗΣ	ΣΤΑΘΜΟΣ ΑΦΙΞΗΣ	ΧΡΟΝΟΣ ΑΝΑΧΩΡΗΣΗΣ	ΧΡΟΝΟΣ ΑΦΙΞΗΣ	ΜΕΡΕΣ ΜΗ ΠΤΗΣΗΣ	$g$
1	LAX	ORD	14:05	19:45	-	7
2	ORD	DCA	20:30	23:15	67	5
3	DCA	LAX	14:10	18:00	6	6
4	LAX	SFO	10:00	11:30	-	7
5	SFO	ORD	08:00	13:40	-	7
6	ORD	LAX	11:30	14:15	-	7
7	DCA	SFO	16:00	19:00	123457	1

Πίνακας 2.1: Πρόγραμμα Πτήσεων

Η τελευταία στήλη δείχνει ότι το δεύτερο πολυ-σκέλος δεν «πετά» τα Σαββατοκύριακα και ότι το τρίτο δεν «πετά» το Σάββατο. Το τελευταίο σκέλος 1-ημέρας χρησιμοποιείται μόνο το Σάββατο. Το πρόγραμμα αποτελείται από 6 πολυ-σκέλη και ένα μόνο σκέλος 1-ημέρας. Υπάρχουν τέσσερα σκέλη 7-ημερών ( $g_1 = g_4 = g_5 = g_6 = 7$ ), ένα σκέλος 5-ημερών ( $g_2 = 5$ ) και ένα σκέλος 6-ημερών ( $g_3 = 6$ ) (το πτητικό σκέλος 3). Ο συνδυασμός βάρδιας 2,  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$  αρχίζοντας από τη Δευτέρα, μπορεί να αποτελέσει το πολύ έναν συνδυασμό 4-ημερών, δεδομένου ότι το σκέλος 3, δεν «λειτουργεί» το Σάββατο (δηλ. τη Δευτέρα πραγματοποιούνται τα σκέλη 1 και 2, την Τρίτη το 3, την Τετάρτη ξανά το 1 και 2, την Πέμπτη ξανά το 3. Αυτό όμως δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί για την Παρασκευή και το Σάββατο, διότι το σκέλος 3 δεν πραγματοποιείται αυτή την ημέρα. Άρα μπορούμε να έχουμε το πολύ ένα

συνδυασμό 4-ημερών). Αντίθετα ο συνδυασμός βάρδιας 3, 4→5→6 μπορεί να αποτελέσει έναν συνδυασμό  $g$ -ημερών, για οποιοδήποτε  $g \leq 7$ .

Εν συνεχεία χωρίζονται τα πολυ-σκέλη σε πολυ-ομάδες. Συγκεκριμένα, για μια ομάδα  $g$ -ημερών με  $g = 4, 5, 6, 7$ , απαιτείται να υπάρχουν συνδυασμοί  $g$ -ημερών που διαιρούν τα πολυ-σκέλη της ομάδας. Εξ' ορισμού τα πολυ-σκέλη  $i$  από μια ομάδα  $g$ -ημερών, έχουν  $g_i \geq g$ .

Έστω  $S_g$ , όπου  $g \in \{1, 4, 5, 6, 7\}$  το σύνολο όλων των συνδυασμών  $g$ -ημερών. Ας σημειωθεί ότι για να αποφευχθεί η επανάληψη, προσδιορίζεται πως όλοι οι συνδυασμοί 7-ημερών αρχίζουν τη Δευτέρα. Τα σύνολα  $S_g$  δεν χωρίζονται, π.χ. ένας συνδυασμός 7-ημερών έχει 7 αντίγραφα στο σύνολο  $S_6$ , ένα για κάθε ημέρα της εβδομάδας.

Για κάθε πολυ-σκέλος, καθορίζονται μεταβλητές, που αναθέτουν το πολυ-σκέλος σε μια πολυ-ομάδα και προσδιορίζουν την ημέρα, στην οποία το πολυ-σκέλος βρίσκεται μέσα στην πολυ-ομάδα. Εάν ένα σκέλος  $g$ -ημερών  $i$ , ανατίθεται σε μια ομάδα  $g'$ -ημερών και  $g' < g$ , τότε υπάρχουν ακόμα μερικά πτητικά σκέλη  $i$  που πρέπει να καλυφθούν. Η ομάδα 1-ημέρας, αποτελείται από όλα αυτά τα σκέλη, καθώς και από όλα τα σκέλη 1-ημέρας και πρέπει να διαχωριστεί με τους συνδυασμούς, από το σύνολο  $S_1$ . Ο αριθμός των πτητικών σκελών στην ομάδα 1-ημέρας, είναι το μέτρο της υπάρχουσας τακτικότητας. Όσο χαμηλότερος είναι ο αριθμός, τόσο υψηλότερη είναι η τακτικότητα.

Έστω  $G = \{4, 5, 6\}$  και έστω  $W$  το σύνολο όλων των ημερών μιας εβδομάδας. Για ένα σκέλος  $i$ , υποτίθεται ότι το  $i_d \in i$ , είναι το σκέλος που πραγματοποιείται την ημέρα  $d$ . Για κάθε σκέλος  $i \in L_1 \cup L_4 \cup L_5 \cup L_6$ , έστω  $sd_i$ , η ημέρα της εβδομάδας έτσι ώστε το σκέλος  $i$  να πραγματοποιείται την ημέρα  $sd_i$  αλλά όχι την ημέρα  $sd_i - 1$ . Εάν το  $i \in L_7$ , τότε  $sd_i = \text{Δευτέρα}$ . Κατά συνέπεια  $i = \{i_{sd_i}, \dots, i_{sd_i + g_i - 1}\}$ . Για  $i \in L$ ,  $d \in W$ ,  $g \in G \cup \{7\}$ , καθορίζεται το  $r_{igd}$  να είναι το σύνολο όλων των ημερών  $d$ , έτσι ώστε το  $i_d$  να χρειάζεται να καλυφθεί με έναν συνδυασμό 1-ημέρας, εάν το  $i_d$  καλύπτεται με έναν συνδυασμό  $g$ -ημερών, δηλ.  $r_{igd} = \{sd_i, \dots, sd_i + g_i - 1\} \setminus \{d, \dots, d + g - 1\}$ .

**Παράδειγμα 2.** Έστω ότι ισχύει το πρόγραμμα από το Παράδειγμα 1. Έχουμε  $sd_2 = \text{Δευτέρα}$ ,  $sd_3 = \text{Κυριακή}$  και  $r_{3,4,M_0} = \{\text{Παρασκευή, Κυριακή}\}$ .

Οι ακόλουθες δυαδικές μεταβλητές απαιτούνται στο μοντέλο.

**Μεταβλητές τακτικότητας.** Για κάθε  $i \in L$ , για κάθε  $g$ , όπου  $4 \leq g \leq g_i$  και για κάθε ημέρα  $d \in \{sd_i, sd_i + 1, \dots, sd_i + g_i - g\}$ , καθορίζουμε μια δυαδική μεταβλητή  $x_{igd}$ . Εάν το  $i \in L_7$  και  $g < 7$ , τότε καθορίζεται μια μεταβλητή για κάθε  $d \in W$ . Έστω  $x_{igd} = 1$  εάν και μόνο εάν το πολυ-σκέλος  $i$  καλύπτεται από έναν συνδυασμό  $p \in S_g$  και  $i_d \in p$ .

**Μεταβλητές συνδυασμού.** Έστω ότι η μεταβλητή συνδυασμού  $y_p = 1$ , όπου  $p \in S_7 \cup S_6 \cup S_5 \cup S_4 \cup S_1$ , εάν και μόνο εάν ο συνδυασμός  $p$ , είναι στο τελικό εβδομαδιαίο πρόγραμμα πληρωμάτων.

**Παράδειγμα 3.** Οι μεταβλητές τακτικότητας, για το πρόγραμμα που δίνεται στο Παράδειγμα 1 είναι :

$$\begin{array}{ll}
 x_{i,7,Mo}, & x_{i,6,d}, & x_{i,5,d}, & x_{i,4,d} & d \in W, i = 1, 4, 5, 6 \\
 x_{2,5,Mo}, & x_{2,4,Mo}, & x_{2,4,Tu} \\
 x_{3,6,Su}, & x_{3,5,Su}, & x_{3,5,Mo}, & x_{3,4,Su}, & x_{3,4,Mo}, & x_{3,4,Tu}
 \end{array}$$

Το μοντέλο που δείχνεται από το μοντέλο συνδυασμού (PM) είναι :

$$\begin{array}{ll}
 \min \sum_{\substack{g \in GU\{1,7\} \\ p \in S_g}} g \cdot ppc_p \cdot y_p + \sum_{i,g,d} c_g \cdot x_{igd} & \\
 \sum_{\substack{g \in GU\{7\} \\ d \in W}} x_{igd} = 1 & i \in L \quad (2) \\
 \sum_{p \in S_7: i \in p} y_p = x_{i,7,Mo} & i \in L_7 \quad (3) \\
 \sum_{p \in S_g: i_d \in p} y_p = x_{igd} & i \in L, g \in G, d \in W \quad (4) \\
 \sum_{p \in S_1: i \in p} y_p = 1 & i \in L_1 \quad (5) \\
 \sum_{p \in S_1: i_d \in p} y_p = \sum_{\substack{g \in G \\ d \in \tau_{igd}}} x_{igd} & i \in L, d \in W \quad (6) \\
 y \text{ binary}, x \text{ binary} & (7)
 \end{array}$$

Οι γενικευμένοι περιορισμοί ανώτατων ορίων (2), απαιτούν ότι κάθε πολυ-σκέλος ανατίθεται σε ακριβώς μια πολυ-ομάδα. Κάθε πολυ-ομάδα πρέπει να χωριστεί με συνδυασμούς, όπως προσδιορίζεται από τους περιορισμούς (3) και (4). Οι περιορισμοί (5) και (6) αποδίδουν την ίδια ιδιότητα για την ομάδα 1-ημέρας. Είναι εύκολο να δει κανείς, ότι χρειάζεται να καλυφθεί το σκέλος  $i_d$ , όπου  $i \in L$ , στην

ομάδα 1-ημέρας, εάν και μόνο εάν  $\sum x_{igd} = 1$ , όπου  $g \in G$  και  $d \in \Gamma_{igd}$ . Ως εκ τούτου, δεν υπάρχει καμία ανάγκη για μεταβλητές για την ομάδα 1-ημέρας.

Το επόμενο βήμα είναι η αντικειμενική συνάρτηση. Το κόστος των μεταβλητών τακτικότητας, πρέπει να εξαρτάται μόνο από τον δείκτη της ομάδας (group index). Δεδομένου ότι ένας από τους στόχους, είναι να μεγιστοποιηθεί η τακτικότητα, εάν  $g < \hat{g}$ , τότε  $c_g > c_{\hat{g}}$ . Εντούτοις, εάν η απόλυτη διαφορά μεταξύ των  $c_g$  και  $c_{\hat{g}}$  είναι μεγάλη, τότε ο στόχος μπορεί να δίνει μεγάλη έμφαση στην τακτικότητα. Αφ' ετέρου, εάν οι διαφορές είναι αρκετά μικρές, τότε η κατάταξη μεγέθους δεν πρέπει να δημιουργεί ιδιαίτερο πρόβλημα, λόγω των γενικευμένων ανώτατων ορίων των περιορισμών (2). Εν συνεχεία χρησιμοποιούνται οι τιμές  $c_7 = 1$ ,  $c_6 = 2$ ,  $c_5 = 3$ ,  $c_4 = 4$ . Καθώς, ένας συνδυασμός  $g$ -ημερών επαναλαμβάνεται  $g$  φορές, μέσα σε μια εβδομάδα, συμβάλλει  $g$  φορές το δικό του πρόσθετο κόστος, έναντι του εβδομαδιαίου πρόσθετου κόστους. Η σχέση μεταξύ του πρόσθετου κόστους και της τακτικότητας, μπορεί να ελεγχθεί από την διαφοροποίηση των σχετικών τιμών, των συντελεστών  $c_g$ .

Δυστυχώς, αυτό το μοντέλο είναι «ανυπάκουο», λόγω του μεγάλου αριθμού των μεταβλητών συνδυασμού, που μπορούν να είναι δισεκατομμύρια, ακόμη και για τους στόλους μικρού μεγέθους και μπορεί να αποτελείται από 10.000 γραμμές, για τους μεγάλους στόλους. Η προσέγγιση αποσύνθεσης, όπου λύνεται, πρώτα, το καθημερινό πρόβλημα σε όλα τα σκέλη 7-ημερών, δεν χρησιμοποιείται, δεδομένου ότι τα σκέλη 7-ημερών, συνήθως δεν είναι ισορροπημένα και επομένως το πρόβλημα είναι άλυτο. Προκειμένου να μειωθεί το μέγεθος του μοντέλου, καταφεύγουμε σε ένα κατά προσέγγιση μοντέλο, που δεν έχει μεταβλητές συνδυασμού.

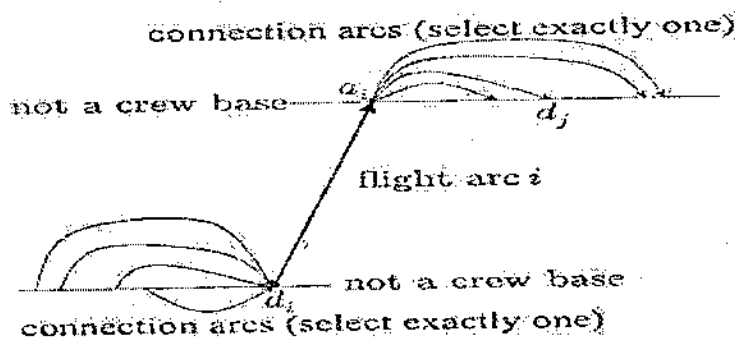
## 2.3 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΣΥΝΔΕΣΗΣ

Βρίσκουμε συνδυασμούς, κατά προσέγγιση, με τα μονοπάτια από το δίκτυο πτητικών σκελών με βάση μια γραμμή χρόνου (segment timeline network). Αντί να απαιτείται, οι συνδυασμοί να διαχωρίσουν τα πτητικά σκέλη μέσα σε μια ομάδα, χρησιμοποιούνται μονοπάτια από το δίκτυο, για να επιτευχθεί αυτός ο διαχωρισμός. Τα μονοπάτια "διαμόρφωσης" (modeling paths) απαιτούν μόνο μεταβλητές τόξων.

Εάν το σκέλος  $i$  βρίσκεται σε μία ομάδα  $g$ -ημερών, τότε πρέπει να υπάρχει ένα τόξο σύνδεσης, που να "καλύπτει" την αναχώρηση του  $i$  και ένα που να "καλύπτει" την άφιξη του  $i$  (βλέπε Σχήμα 2.1). Η ιδιότητα αυτή, καλείται



**επεκτασιμότητα (extendibility)** του μονοπατιού. Δεδομένου ότι θέλουμε το μονοπάτι που καλύπτει το σκέλος  $i$  να επαναλαμβάνεται  $g$  φορές, θα πρέπει και οι αντίστοιχες συνδέσεις να επαναλαμβάνονται, παρόμοια. Εάν ο σταθμός άφιξης ή αναχώρησης ενός σκέλους πτήσης είναι σε μια βάση πληρωμάτων, τότε δεν απαιτούμε την επέκταση ενός μονοπατιού, εφόσον οι συνδυασμοί τερματίζουν στις βάσεις πληρωμάτων. Δεδομένου ότι η δραστηριότητα στις βάσεις πληρωμάτων είναι υψηλή, κάτι το οποίο οφείλεται στην δομή των hub- and- spoke δικτύων, υπάρχουν πολλές ευκαιρίες να επιδιορθωθούν αυτά τα μονοπάτια, έτσι ώστε να αρχίζουν και να τελειώνουν στην ίδια βάση πληρωμάτων και τελικά να αποτελέσουν μέρος κάποιου συνδυασμού.



Σχήμα 2.1: Επεκτατικότητα των μονοπατιών

Οι μεταβλητές τακτικότητας, του μοντέλου σύνδεσης, είναι ίδιες με εκείνες του μοντέλου συνδυασμών (PM), που περιγράφηκε νωρίτερα. Εδώ χρειάζονται νέες μεταβλητές, που να «συλλαμβάνουν» τα τόξα σύνδεσης, στο δίκτυο σκελών με βάση μια γραμμή χρόνου. Ένα τόξο σύνδεσης  $(a_i, d_j)$ , όπου το  $a_i$  είναι ο κόμβος, στο δίκτυο, που αντιπροσωπεύει την άφιξη του σκέλους  $i$  και το  $d_j$  είναι ο κόμβος, που αντιπροσωπεύει την αναχώρηση του σκέλους  $j$ , είναι μια **σύνδεση g-ημερών**, εάν μπορεί να επαναληφθεί τις διαδοχικές ημέρες  $g$ , αρχίζοντας από την ημέρα πτήσης του  $i$ . Ένα **μονοπάτι g-ημερών** είναι ένα μονοπάτι στο δίκτυο σκελών με βάση μια γραμμή χρόνου, που μπορεί να επαναληφθεί τις διαδοχικές  $g$ -ημέρες.

**Μεταβλητές σύνδεσης.** Για κάθε σύνδεση  $g$ -ημερών  $(a_i, d_j)$ , του δικτύου σκελών με βάση μια γραμμή χρόνου, όπου  $g \in G \cup \{1, 7\}$ , καθορίζουμε μια δυαδική μεταβλητή  $z_{ijg}$ , της οποίας η τιμή είναι 1 εάν και μόνο εάν τα σκέλη  $i$  και  $j$  εμφανίζονται διαδοχικά στο ίδιο μονοπάτι  $g$ -ημερών. Για  $g = 7$ , χρειάζονται μόνο οι μεταβλητές σύνδεσης, που περιλαμβάνουν ένα πτητικό σκέλος τη Δευτέρα, καθώς οι

μεταβλητές τακτικότητας καθορίζονται μόνο για τη Δευτέρα. Για ευκολία, χρησιμοποιούμε τη σημείωση  $Z_{iMo, jMo, 7}$  αντί του  $Z_{iMo, jTu, 7}$  ή του  $Z_{iSu, jMo, 7}$ .

Τα μονοπάτια μπορούν να κατασκευαστούν από τις μεταβλητές σύνδεσης που ισούνται με 1.

**Παράδειγμα 4.** Μερικές μεταβλητές σύνδεσης για το πρόγραμμα, που δίνονται απο Παράδειγμα 1 είναι :

$$\begin{array}{lll} Z_{1Mo,6Mo,7}, & Z_{4Mo,5Mo,7}, & Z_{5Mo,6Mo,7} \\ Z_{1Mo,6Tu,1}, & Z_{7Sa,5Su,1}, & Z_{2Fr,7Sa,1} \\ Z_{3Su,4Mo,6}, & Z_{1Mo,2Mo,5}, & Z_{2Mo,3Tu,4}, & Z_{4Tu,5Fr,5}. \end{array}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου είναι:

$$\min \sum_{i,g,d} c_g x_{igd} + \sum_{j,g} c_{ijg} z_{ijg} \quad (8)$$

όπου το άθροισμα καθορίζεται, μόνο, από όλες τις καθορισμένες μεταβλητές. Το κόστος των μεταβλητών τακτικότητας, συζητήθηκε στην παράγραφο 2.2 και το κόστος των μεταβλητών σύνδεσης, θα συζητηθεί στην παράγραφο 2.3.1.

Στη συνέχεια η εργασία, αναφέρεται, στους περιορισμούς. Για μεγαλύτερη ευκολία στη γραφή, όταν ο αναγνώστης συναντά :  $x_{igd}$ , όπου  $i \in L$ ,  $d \in W$ , θα πρέπει να συνάγει ότι αυτό συμβαίνει, για κάθε  $d \in W$ , τέτοιο ώστε, να καθορίζεται, η μεταβλητή τακτικότητας. Οι γενικευμένοι περιορισμοί ανώτερων ορίων είναι :

$$\sum_{\substack{g \in G \cup \{7\} \\ d \in W}} x_{igd} = 1 \quad i \in L, \quad (9)$$

όπως και στο μοντέλο συνδυασμού. Έστω CB το σύνολο όλων των βάσεων πληρωμάτων. Οι περιορισμοί

$$\sum_j z_{ijd} = x_{igd} \quad i \in L, \text{arr}, \delta \in \text{CB}, g \in G \cup \{7\}, d \in W \quad (10)$$

$$\sum_j z_{jlg} = x_{lgd} \quad i \in L, \text{dep}, \delta \in \text{CB}, g \in G \cup \{7\}, d \in W \quad (11)$$

εκφράζουν την ιδιότητα της επεκτασιμότητας των μονοπατιών στις πολύ-ομάδες.

Κάθε σκέλος 1-ημέρας από το  $L_1$  πρέπει να καλυφθεί από ένα μονοπάτι της ομάδας 1-ημέρας, έτσι ώστε

$$\sum_j z_{ij1} = 1 \quad i \in L_1, \text{arr}, \delta \in \text{CB} \quad (12)$$

$$\sum_j z_{j1l} = 1 \quad i \in L_1, \text{dep}, \delta \in \text{CB} \quad (13)$$

Επίσης, τα «υπολείμματα» των πολύ-σκελών, πρέπει να καλυφθούν από μονοπάτια στην ομάδα 1-ημέρας, το οποίο επιτυγχάνεται ως εξής:

$$\sum_j z_{idj} = \sum_{\substack{g \in G \\ d: \text{dep}_{igd}}} x_{igd} \quad i \in L, \text{arr}, \delta \in \text{CB}, d \in W \quad (14)$$

$$\sum_j z_{jld} = \sum_{\substack{g \in G \\ d: \text{arr}_{ljd}}} x_{ljd} \quad i \in L, \text{dep}, \delta \in \text{CB}, d \in W \quad (15)$$

Το μοντέλο σύνδεσης (CM), αποτελείται από την αντικειμενική συνάρτηση (8), τους περιορισμούς (9) - (15) και τους περιορισμούς ολοκλήρωσης

$x$ : δυαδική μεταβλητή,  $z \geq 0$ .

Ας σημειωθεί, ότι για κάθε μεταβλητή σύνδεσης, ισχύουν το πολύ 2 περιορισμοί και επομένως η ολοκλήρωσή τους, έρχεται ως συνέπεια της ολοκλήρωσης του  $x$ .

### 2.3.1 ΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΤΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΣΥΝΔΕΣΗΣ

Το άθροισμα του κόστους των μεταβλητών σύνδεσης, κατά το μήκος ενός μονοπατιού, πρέπει να προσεγγίζει το πρόσθετο κόστος. Έστω  $i$  και  $j$  δύο πτητικά σκέλη, τέτοια ώστε η μεταβλητή σύνδεσης  $z_{ijg}$ , να καθορίζεται και έστω  $ct_{ij}$  ο χρόνος σύνδεσης. Ασχολούμαστε χωριστά με το κόστος των σύντομων συνδέσεων και το κόστος της νυχτερινής ξεκούρασης.

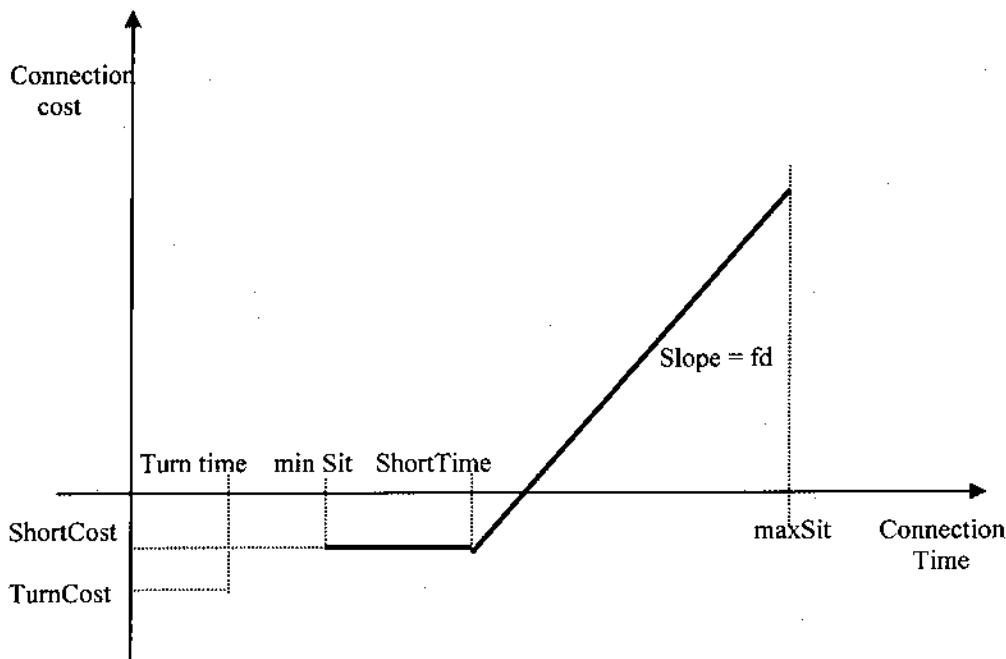
#### 2.3.1.1. Σύντομες συνδέσεις (sit connections)

Το κόστος μιας μεταβλητής σύνδεσης, πρέπει να απεικονίζει ότι οι χρόνοι σύνδεσης μεγάλης διάρκειας, μέσα σε ένα συνδυασμό, αυξάνουν το κόστος. Επιπλέον, το κόστος πρέπει να είναι μια συνεχής συνάρτηση του  $ct_{ij}$ , εκτός από τις συνδέσεις που αποτελούν στροφές των αεροπλάνων.

Για τις συνδέσεις, μπορεί να προσεγγιστεί το πρόσθετο κόστος, πολλαπλασιάζοντας ( $fd \cdot ct_{ij}$ ), δεδομένου ότι ο χρόνος σύνδεσης αυξάνει τον παρελθόμενο χρόνο βάρδιας και «βαραίνεται» από το  $fd$ . Είναι πολύ πιθανό οι σύντομες συνδέσεις να μην συμβάλλουν, ουσιαστικά, στο πρόσθετο κόστος και ως εκ τούτου, είναι καλό να ενθαρρύνονται. Οι συνδέσεις, που αποτελούν στροφές των αεροπλάνων, είναι ιδιαίτερα ελκυστικές.

Οι συνδέσεις με χρόνο  $ct_{ij}$  μικρότερο, από μια σταθερή τιμή, που δείχνεται από το  $ShortTime$ , αντιμετωπίζονται ως ιδιαίτερα σύντομες συνδέσεις και τους δίνεται ένα bonus. Έστω  $TurnCost$ , το σταθερό κόστος των συνδέσεων στροφής (των αεροσκαφών) και έστω  $ShortCost$  το σταθερό κόστος των σύντομων συνδέσεων. Η συμβολή ενός μονοπατιού  $g$ -ημερών, στην αύξηση του εβδομαδιαίου πρόσθετου κόστους, είναι,  $g$  φορές το πρόσθετο κόστος μιας ημέρας, και ως εκ τούτου το κόστος «βαραίνεται» από έναν παράγοντα του  $g$ . Η συνάρτηση κόστους για τις συνδέσεις είναι η παρακάτω και δείχνεται στο Σχήμα 2.2.

$$cc_{ijg} = g \cdot \begin{cases} TurnCost & ct_{ij} < minSit, \\ ShortCost & ct_{ij} \leq ShortTime, \\ fd \cdot (ct_{ij} - ShortTime) + ShortCost & ct_{ij} \leq maxSit. \end{cases}$$



Σχήμα 2.2: Καμπύλη Κόστους Σύνδεσης για τις Σύντομες Συνδέσεις

### 2.3.1.2. Νυχτερινή Ξεκούραση (ή Σύνδεση)

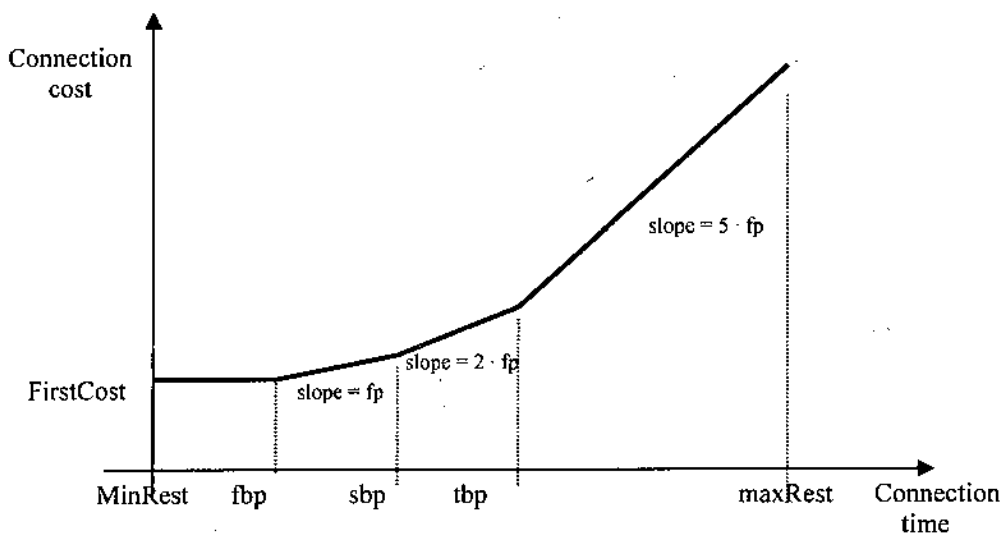
Για να προσεγγιστεί η συνεισφορά στο πρόσθετο κόστος, των νυχτερινών συνδέσεων (ξεκούραση) με τον παράγοντα του χρόνου μακριά από τη βάση, «βαραίνεται» ο χρόνος σύνδεσης με  $fp$ . Όπως οι σύντομες συνδέσεις, έτσι και οι σύντομες νυχτερινές συνδέσεις παίρνουν ένα bonus. Εάν ο χρόνος σύνδεσης είναι μεγαλύτερος από 24 ώρες, τότε είναι πολύ πιθανό να παραχθεί ένα υψηλό πρόσθετο κόστος και ως εκ τούτου, τέτοιες συνδέσεις «βαραίνονται» με έναν μεγαλύτερο παράγοντα. Δεδομένου ότι η έκταση του χρόνου ξεκούρασης, είναι πολύ μεγαλύτερη από το σύνολο του χρόνου συνδέσεων, η περίοδος ξεκούρασης χωρίζεται σε τέσσερα υποδιαστήματα. Συγκεκριμένα, εάν ο χρόνος σύνδεσης είναι σύντομος, ανατίθεται ένα σταθερό κόστος και στα άλλα τρία υποδιαστήματα, οι συντελεστές κόστους (slopes) είναι  $fp$ ,  $k_3 \cdot fp$ ,  $k_4 \cdot fp$ , όπου  $k_4 > k_3 > 1$ , είναι παράμετροι. Έστω  $fbp$ ,  $sbp$ ,  $tbp$  να είναι το πρώτο, το δεύτερο και το τρίτο χρονικό σημείο διαλείμματος (break), αντίστοιχα και έστω  $FirstCost$  το σταθερό κόστος, που ανατίθεται στις συνδέσεις του πρώτου διαστήματος. Ένα συστατικό της συνάρτησης κόστους σύνδεσης είναι το παρακάτω και φαίνεται στο Σχήμα 2.3.

$$\hat{c}_{ij} = \begin{cases} FirstCost \\ fp \cdot (ct_{ij} - fbp) + FirstCost \\ fp \cdot (k_3 ct_{ij} + (1 - k_3) sbp - fbp) + FirstCost \\ fp \cdot (k_4 ct_{ij} + (k_3 - k_4) tbp + (1 - k_3) sbp - fbp) + FirstCost \end{cases}$$

$$\min Rest \leq ct_{ij} \leq fbp,$$

$$ct_{ij} \leq sbp,$$

$$ct_{ij} \leq tbp,$$



Σχήμα 2.3: Το Συστατικό  $c$  του Ολονύχτιου Κόστους Σύνδεσης

Επίσης, ενσωματώνουμε μερικές πτυχές, της εφικτότητας της βάρδιας, μέσα στο κόστος της νυχτερινής ξεκούρασης. Εάν ο χρόνος πτήσης του σκέλους  $i$  είναι μεγάλος, τότε είναι προτιμότερο για το σκέλος  $i$  να ακολουθηθεί από μια νυχτερινή σύνδεση (ξεκούραση). Αφ' ετέρου, δεδομένου ότι οι βάρδιες με σύντομο χρόνο πτήσης, παράγουν συνήθως ένα υψηλό πρόσθετο κόστος, εάν ο χρόνος πτήσης είναι σύντομος, είναι προτιμότερο, η επόμενη σύνδεση να είναι σύντομη (sit connection). Σε αυτήν την περίπτωση, «τιμωρείται» η νυχτερινή σύνδεση και η ποινική ρήτρα, σ' αυτή την περίπτωση, είναι μια φθίνουσα συνάρτηση του χρόνου πτήσης.

Εάν ο τοπικός χρόνος αναχώρησης ενός σκέλους, είναι νωρίς το πρωί, τότε είναι προτιμότερο, η επόμενη σύνδεση να είναι σύντομη σύνδεση, παρά μια νυχτερινή σύνδεση, δεδομένου ότι μια φυσική έκταση των βαρδιών, διαρκεί από το πρωί μέχρι το απόγευμα. Ομοίως, εάν ο τοπικός χρόνος άφιξης ενός σκέλους είναι αργά το βράδυ, είναι προτιμότερο να τερματιστεί η βάρδια. Δημιουργούμε, επίσης, ποινικές ρήτρες για να αντιμετωπίσουμε τέτοιες καταστάσεις. Έστω [bmw, emw] το χρονικό παράθυρο, το πρωί, και [bew, eew] το χρονικό παράθυρο, το βράδυ, έστω  $ke < kd < 1$  δύο σταθερές και FlightPenalty μια άλλη σταθερά. Τότε:

$$pf_i = fp \cdot (\text{FlightPenalty} - fl_i), \quad \text{αν } bmw \leq dt_i \leq$$

emw,

$$pf_i = ke \cdot fp \cdot (\text{FlightPenalty} - fl_i), \quad \text{αν } bew \leq at_i \leq eew,$$

και

$$pf_i = kd \cdot fp \cdot (\text{FlightPenalty} - fl_i), \quad \text{σε διαφορετική περίπτωση.}$$

Τελικά, τα δύο συστατικά του νυχτερινού κόστους σύνδεσης, συνδέονται για να προκύψει ότι :

$$cc_{ijg} = g \cdot (pf_i + \hat{c}_{ij}).$$

## 2.4 ΤΟ ΕΝΩΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Το μοντέλο συνδυασμών (PM) είναι ανυπάκουο και αυτό αποδεικνύει ότι το μοντέλο σύνδεσης (CM) είναι πολύ αδύνατο. Το καθημερινό πρόβλημα των σκελών 7-ημερών, που ανατίθεται στην ομάδα 7-ημερών, από το μοντέλο σύνδεσης, παράγει λύσεις πολύ υψηλής χρονικής πίστωσης (FTC) πτήσης, που οφείλονται στην προσέγγιση των συνδυασμών με τα μονοπάτια. Δεδομένου ότι προσδοκάται μια υψηλή τακτικότητα στις λύσεις, αναμένεται τα σκέλη 7-ημερών, της ομάδας 7-ημερών, να είναι μια ουσιαστική μερίδα του γενικού εβδομαδιαίου χρόνου πτήσης και ως εκ τούτου η ύπαρξη λύσεων χαμηλής χρονικής πίστωσης πτήσης, για την ομάδα 7-ημερών, είναι σημαντική. Επομένως, συνδυάζονται τα δύο μοντέλα, με τη χρήση συνδυασμών για την ομάδα 7-ημερών και συνδέσεων για όλες τις άλλες

ομάδες. Το προκύπτον μοντέλο είναι εύχρηστο και παράγει λύσεις χαμηλής χρονικής πίστωσης πτήσης, για την ομάδα 7-ημερών.

Το ενωμένο μοντέλο (PCM), έχει τις ίδιες μεταβλητές τακτικότητας, με τα προηγούμενα δύο μοντέλα. Χρησιμοποιούνται οι μεταβλητές σύνδεσης, του μοντέλου σύνδεσης (CM), εκτός από το ότι οι μεταβλητές σύνδεσης 7-ημερών αντικαθιστώνται από τις μεταβλητές συνδυασμού. Για κάθε συνδυασμό  $p \in S_7$  καθορίζεται μια δυαδική μεταβλητή  $y_p$  όπως και στο μοντέλο συνδυασμών (PM).

Το μοντέλο αποτελείται από τους περιορισμούς (9) - (15) από το μοντέλο σύνδεσης (CM), όπου οι περιορισμοί (10) και (11) για  $g = 7$  αντικαθιστώνται με τους περιορισμούς (3), από το μοντέλο συνδυασμών (PM). Επίσης πρέπει να σημειωθεί, ότι για τις μεταβλητές τακτικότητας και συνδυασμών απαιτείται ακεραιότητα.

## 2.4.1 ΕΠΑΥΞΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

### 2.4.1.1 Deadheads

Deadhead πληρώματα, γενικά, απαιτούνται για τα εβδομαδιαία προβλήματα. Φυσικά, ένας από τους στόχους, είναι να μην χρησιμοποιηθούν πάρα πολλά τέτοια πληρώματα. Οι πτήσεις των αερογραμμών, που είτε αναχωρούν είτε φθάνουν σε μια βάση πληρωμάτων, θεωρούνται ως ενδεχόμενες deadhead (πτήσεις). Για τους μεγαλύτερους στόλους, τα deadhead πληρώματα, δεν είναι απαραίτητα στις πολυ-ομάδες, αλλά απαιτούνται πάντα για τις ομάδες 1-ημέρας.

*Μεταβλητές σύνδεσης για τις deadhead πτήσεις.* Για κάθε σκέλος  $i$ , για κάθε  $g \in \{1, 4, 5, 6\}$  και για κάθε  $cb \in CB$ , καθορίζεται μια δυαδική μεταβλητή  $u_{ig}^{cb}$  που αντιστοιχεί στην κοντινότερη, από άποψη χρόνου, deadhead πτήση  $j$ , από την άφιξη του σκέλους  $i$  στη βάση πληρωμάτων  $cb$ , με τέτοιο τρόπο, ώστε η σύνδεση  $(i, j)$  να αποτελεί σύνδεση  $g$ -ημερών και ο χρόνος σύνδεσης να βρίσκεται μέσα στο διάστημα  $[\min Sit, \max Sit] \cup [\min Rest, \max Rest]$ . Εάν μια τέτοια deadhead πτήση  $j$  δεν υπάρχει, η μεταβλητή δεν καθορίζεται. Ομοίως καθορίζονται οι deadhead μεταβλητές  $v_{ig}^{cb}$  για να καλυφθούν οι αναχωρήσεις κάθε σκέλους. Έστω  $u_{ig}^{cb} / v_{ig}^{cb} = 1$ , εάν και μόνο εάν η deadhead πτήση έχει επιλεγθεί.

Εκτός από τις μεταβλητές σύνδεσης, η επεκτασιμότητα των μονοπατιών, μπορεί επίσης να επιτευχθεί από τις deadhead μεταβλητές. Προσθέτουμε την συνάρτηση  $\Sigma u_{ig}^{cb}$ , όπου  $cb \in CB$ , στην αριστερή πλευρά όλων των περιορισμών (10) και (14). Προσθέτουμε, επίσης, τη συνάρτηση  $\Sigma v_{ig}^{cb}$ , όπου  $cb \in CB$ , στην αριστερή



πλευρά του (12), δεδομένου ότι το  $i$  αποτελεί σκέλος αυτών των περιορισμών. Ομοίως,  $\sum u_{idg}^{cb}$ , όπου  $cb \in CB$  ή  $\sum v_{idg}^{cb}$ , όπου  $cb \in CB$ , προστίθενται στην αριστερή πλευρά των (11), (15) και (13). Αυτό παράγει τους παρακάτω αναθεωρημένους περιορισμούς:

$$\sum_j z_{idg} + \sum_{cb \in CB} u_{idg}^{cb} = x_{igd} \quad i \in L, \text{arr}, \delta \in CB, g \in G, d \in W \quad (16)$$

$$\sum_j z_{jidg} + \sum_{cb \in CB} v_{idg}^{cb} = x_{igd} \quad i \in L, \text{dep}, \delta \in CB, g \in G, d \in W \quad (17)$$

$$\sum_j z_{ij1} + \sum_{cb \in CB} u_{ig}^{cb} = 1 \quad i \in L_1, \text{arr}, \delta \in CB \quad (18)$$

$$\sum_j z_{ji1} + \sum_{cb \in CB} v_{ig}^{cb} = 1 \quad i \in L_1, \text{dep}, \delta \in CB \quad (19)$$

$$\sum_j z_{idj1} + \sum_{cb \in CB} u_{id1}^{cb} = \sum_{\substack{g \in G \\ d: d \in \tau_{igd}}} x_{igd} \quad i \in L, \text{arr}, \delta \in CB, d \in W \quad (20)$$

$$\sum_j z_{jid1} + \sum_{cb \in CB} v_{id1}^{cb} = \sum_{\substack{g \in G \\ d: d \in \tau_{igd}}} x_{igd} \quad i \in L, \text{dep}, \delta \in CB, d \in W \quad (21)$$

Εν συνεχεία γίνεται αναφορά, στο κόστος  $dc_{ig}$  μιας μεταβλητής deadhead  $u_{ig}^{cb}$ . Το κόστος της μεταβλητής  $v_{ig}^{cb}$  λαμβάνεται με τον ίδιο τρόπο. Έστω  $j$  η deadhead πτήση με τον συντομότερο χρόνο σύνδεσης με το σκέλος  $i$ , δηλ. το  $j$  καθορίζει το κόστος  $u_{ig}^{cb}$ . Η μόνη συνεισφορά μιας deadhead πτήσης, στο κόστος μιας σύνδεσης, είναι ένας πρόσθετος χρόνος σύνδεσης, καθώς η deadhead πτήση (όπως έχει προαναφερθεί) δεν αυξάνει τον χρόνο πτήσης, διότι πρόκειται για πληρώματα που επανατοποθετούνται. Εντούτοις, εάν θεωρούσαμε ότι η μόνη συνεισφορά μιας deadhead πτήσης, στο πρόσθετο κόστος, είναι ένας πρόσθετος χρόνος σύνδεσης, τότε θα παίρναμε πάρα πολλές deadhead πτήσεις. Αυτό είναι ανεπιθύμητο, δεδομένου ότι η κάθε deadhead πτήση μειώνει τα έσοδα. Υποθέτουμε, ότι το πρόσθετο κόστος, είναι ανάλογο του χρόνου της deadhead πτήσης, κάτι το οποίο αποτελεί βασική υπόθεση, για την τιμή του εισιτηρίου (ναύλος). Έστω  $DhdFactor$  ο παράγοντας αναλογικότητας και έστω  $ct_{ij} = dt_j - at_i$ . Το κόστος καθορίζεται, ως :

$$dc_{ig} = g \cdot (fd \cdot (ct_{ij} + fl_j) + fl_j \cdot DhFactor).$$

Δεδομένης της υπόθεσης, ότι ο χρόνος πτήσης όλων των deadheads που αναχωρούν και φθάνουν στον ίδιο σταθμό, είναι ο ίδιος, είναι σαφές γιατί αυτό επαρκεί, για να λαμβάνεται υπόψη μόνο η συντομότερη deadhead πτήση.

#### 2.4.1.2 Περιορισμοί ισορροπίας για τις βάσεις πληρωμάτων

Υπάρχει δυνατότητα ενδυνάμωσης του ενωμένου μοντέλου (PCM), με την απαίτηση ότι μέσα σε κάθε ομάδα και για κάθε βάση πληρωμάτων  $cb$ , ο αριθμός των μονοπατιών που τελειώνουν στις  $cb$  είναι ίσος με τον αριθμό των μονοπατιών που αρχίζουν από αυτές. Αυτή η ιδιότητα πρέπει να ισχύει για οποιοδήποτε εφικτό εβδομαδιαίο πρόγραμμα πληρωμάτων. Οι περιορισμοί ισορροπίας για τις βάσεις πληρωμάτων είναι:

$$\sum_{\substack{i \in L, arr_i = cb \\ d \in W}} x_{igd} + \sum_i u_{ig}^{cb} = \sum_{\substack{i \in L, dep_i = cb \\ d \in W}} x_{igd} + \sum_i v_{ig}^{cb} \quad g \in G, cb \in CB \quad (22)$$

Εντούτοις πρέπει να σημειωθεί, ότι αυτή η συνθήκη, πρέπει να επιβάλλεται για τις πολυ-ομάδες.

Ένα μονοπάτι μπορεί να τελειώσει είτε με μία πτήση είτε με μια deadhead πτήση. Αρχικά, λαβετε υπόψη (22), για τα μη ισορροπημένα μονοπάτια μιας  $g$  πολυ-ομάδας και μιας βάσης πληρωμάτων  $cb$ . Για να μετρηθεί ο αριθμός των μονοπατιών που τελειώνουν στην  $cb$ , πρέπει να γίνει μια θεώρηση, για τις μεταβλητές τακτικότητας  $x_{igd} = 1$  με  $arr_i = cb$  και για τις deadhead μεταβλητές  $u_{ig}^{cb} = 1$ . Ο ίδιος ορισμός, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τις αναχωρήσεις από τις  $cb$ , δηλ. τη δεξιά πλευρά (22).

Σ' αυτό το σημείο πρέπει να ληφθεί υπόψη, η ομάδα 1-ημέρας και το γεγονός, ότι δεν υπάρχουν μεταβλητές τακτικότητας, για αυτήν την ομάδα. Για κάθε  $cb \in CB$ , έστω  $darr_{cb}$ ,  $ddep_{cb}$  ο αριθμός των σκελών  $i$ , 1-ημέρας, έτσι ώστε  $arr_i = cb$  και  $dep_i = cb$ , αντίστοιχα. Ο αριθμός των μονοπατιών στην ομάδα 1-ημέρας, που τελειώνουν στη  $cb$  αλλά δεν τελειώνουν με μια deadhead πτήση είναι:

$$\begin{aligned}
\sum_{\substack{i \in L, \text{arr}_i = \text{cb} \\ d \in W}} \sum_{\substack{g \in G \\ d \in W, d \in r_{igd}}} x_{igd} + darr_{cb} &= \sum_{\substack{d \in W \\ g \in G \\ i \in L, \text{arr}_i = \text{cb}}} \sum_{d \in W, d \in r_{igd}} x_{igd} + darr_{cb} \\
&= \sum_{\substack{i \in L, \text{arr}_i = \text{cb} \\ d \in W \\ g \in G}} (g_i - g)^+ x_{igd} + darr_{cb},
\end{aligned} \tag{23}$$

,όπου χρησιμοποιείται η σημείωση  $x^+ = \max \{0, x\}$ . Από την συνάρτηση (23) προκύπτει:

$$\begin{aligned}
&\sum_{\substack{i \in L, \text{arr}_i = \text{cb} \\ d \in W \\ g \in G}} (g_i - g)^+ x_{igd} + \sum_i u_{i1}^{\text{cb}} + darr_{cb} \\
&= \sum_{\substack{i \in L, \text{dep}_i = \text{cb} \\ d \in W \\ g \in G}} (g_i - g)^+ x_{igd} + \sum_i v_{i1}^{\text{cb}} + ddep_{cb}
\end{aligned} \tag{24} \quad \text{cb} \in \text{CB}$$

,το οποίο ισορροπεί την ομάδα 1-ημέρας.

### 2.4.1.3 Πτητικά σκέλη που ενώνουν δύο βάσεις πληρωμάτων

Ας υποθεθεί ότι υπάρχει ένα πτητικό σκέλος, που συνδέει δύο βάσεις πληρωμάτων. Δεδομένου ότι, δεν μπορεί να απαιτηθεί η επεκτασιμότητα των μονοπατιών στις βάσεις των πληρωμάτων, αυτό το πτητικό σκέλος είναι πιθανό να ανατεθεί ως μονοπάτι μήκους 1, εξαιτίας του χαμηλού κόστους μιας τέτοιας ανάθεσης. Τα μονοπάτια μήκους 1, είναι ανεπιθύμητα και απομακρύνονται με πρόσθετους περιορισμούς και μεταβλητές.

Βοηθητικές μεταβλητές. Για κάθε πτητικό σκέλος  $i \in L \cup L_1$ ,  $\text{arr}_i \in \text{CB}$ ,  $\text{dep}_i \in \text{CB}$ , για κάθε  $g \in \{1\} \cup \{4, \dots, \min \{g_i, 6\}\}$ , και για κάθε ημέρα  $d \in \{sd_i, sd_i + 1, \dots, sd_i + g_i - g\}$  καθορίζουμε ένα ζευγάρι δυαδικών μεταβλητών  $p_{idg}, q_{idg}$ . Εάν  $i \in L_1$ , τότε  $d \in W$ . Ακόμη,  $p_{idg} / q_{idg} = 1$ , εάν η άφιξη /αναχώρηση του σκέλους  $i_d$  της ομάδας  $g$ -ημερών είναι καλυμμένη, αντίστοιχα. Αυτές οι μεταβλητές έχουν αντικειμενικούς συντελεστές ίσους με μηδέν (0).

Η ενίσχυση, του ενωμένου μοντέλου (PCM) επιτυγχάνεται με τα εξής: Για κάθε πολυ-σκέλος  $i$  με  $arr_i \in CB$ ,  $dep_i \in CB$ , αντικαθιστούνται οι περιορισμοί (16) και (17) με τους περιορισμούς:

$$p_{idg} + \sum_j z_{idjg} + \sum_{cb \in CB} u_{idg}^{cb} = x_{igd} \quad i \in L, arr_i \in CB, \quad dep_i \in CB, g \in G, d \in W \quad (25)$$

$$q_{idg} + \sum_j z_{jidg} + \sum_{cb \in CB} v_{idg}^{cb} = x_{igd} \quad i \in L, arr_i \in CB, \quad dep_i \in CB, g \in G, d \in W \quad (26)$$

$$p_{idg} + q_{idg} \leq 1 \quad i \in L, arr_i \in CB, dep_i \in CB, \quad g \in G, d \in W \quad (27)$$

Εάν  $x_{igd} = 1$ , τουλάχιστον μια σύνδεση ή μια deadhead μεταβλητή, πρέπει να έχει τιμή 1 και ως εκ τούτου το πολυ-σκέλος  $i$ , δεν μπορεί να διαμορφώσει ένα μονοπάτι μήκους 1. Μια παρόμοια επαύξηση γίνεται στην ομάδα 1-ημέρας, δηλ. με τους περιορισμούς (18) - (21).

#### 2.4.1.4 Το ενωμένο μοντέλο με ανάθεση πολύ-σκελών σε ένα μονοπάτι

Οι μεταβλητές σύνδεσης ίσες με 1, στο μοντέλο σύνδεσης CM, παράγουν μονοπάτια, στο δίκτυο πτητικών σκελών με βάση μια γραμμή χρόνου, που αρχίζουν και τελειώνουν σε βάσεις πληρωμάτων. Εντούτοις ένας συνδυασμός πρέπει να αρχίζει και να τελειώνει στην ίδια βάση πληρωμάτων. Έτσι, εάν υπάρχουν περισσότερες από μια βάσεις πληρωμάτων, δημιουργούμε ένα αντίγραφο του δικτύου και συσχετίζουμε μια, μοναδική, βάση πληρωμάτων  $cb$  με αυτό το αντίγραφο (δίκτυο). Εάν το μοντέλο CM εφαρμόζεται, σε ένα «τέτοιο» δίκτυο, παράγει μονοπάτια που αρχίζουν και τελειώνουν στη βάση πληρωμάτων  $cb$ . Κάθε δίκτυο απαιτεί το δικό του σύνολο μεταβλητών τακτικότητας και σύνδεσης, και με την ένωση (σύνδεση) των μεταβλητών τακτικότητας, υπάρχει η δυνατότητα ανάθεσης ενός πολυ-σκέλους σε ένα, μοναδικό, μονοπάτι. Αυτή είναι η ιδέα, του συγκεκριμένου μοντέλου, που αναφέρεται ως MPCM<sub>7</sub>.

Για κάθε μεταβλητή σύνδεσης του μοντέλου συνδυασμών PCM, υπάρχουν  $|CB|$  μεταβλητές σύνδεσης, μια για κάθε βάση πληρωμάτων. Διατηρούνται οι ίδιες μεταβλητές deadhead και συνδυασμού, από το μοντέλο PCM, αλλά οι μεταβλητές τακτικότητας χρειάζονται μια μικρή τροποποίηση και υπάρχουν νέες μεταβλητές, που

αναθέτουν τα σκέλη, που «ξέμειναν» σε ένα συγκεκριμένο "δίκτυο". Χρειάζονται νέες μεταβλητές τακτικότητας 1-ημέρας, δεδομένου ότι εάν ένα πολυ-σκέλος  $i$  ανατίθεται στο δίκτυο, με δείκτη βάσεων πληρωμάτων  $cb$ , ένα σκέλος  $i$  που δεν έχει ακόμη καλυφθεί από ένα μονοπάτι, μπορεί να καλυφθεί σε οποιοδήποτε δίκτυο με δείκτη  $cb'$ .

**Μεταβλητές τακτικότητας.** Για κάθε σκέλος  $i \in L_7$ , έστω  $x_{i,7,Mo} = 1$ , εάν το  $i$  ανατίθεται στην ομάδα 7-ημερών και μηδέν σε διαφορετική περίπτωση. Για κάθε  $i \in L \cup L_1$ , για κάθε  $g \in \{1\} \cup \{4, \dots, \min\{6, g_i\}\}$ , για κάθε  $cb \in CB$  και για κάθε ημέρα  $d \in \{sd_i, sd_i + 1, \dots, sd_i + g_i - g\}$  καθορίζουμε μια δυαδική μεταβλητή  $x_{igd}^{cb}$ . Εάν  $i \in L_7$ , τότε  $d \in W$ . Το κόστος των μεταβλητών τακτικότητας 1-ημέρας, είναι  $c_1 = 7$ . Καθορίζουμε ότι  $x_{igd}^{cb} = 1$  εάν και μόνο εάν το σκέλος  $i_d$  καλύπτεται από ένα μονοπάτι  $g$ -ημερών, που αρχίζει και τελειώνει στη βάση πληρωμάτων  $cb$ .

**Παράδειγμα 5.** Εάν LAX και ORD είναι οι μοναδικές δύο βάσεις πληρωμάτων, τότε οι μεταβλητές τακτικότητας για το πρόγραμμα, που δίνεται στο Παράδειγμα 1 είναι:

$$\begin{array}{ll}
 x_{i,7,Mo}, x_{i,6,d}^j, x_{i,5,d}^j, x_{i,4,d}^j & d \in W, i = 1, 4, 5, 6, j = 1, 2 \\
 x_{2,5,Mo}^j, x_{2,4,Mo}^j, x_{2,4,Tu}^j & j = 1, 2 \\
 x_{3,6,Su}^j, x_{3,5,Su}^j, x_{3,5,Mo}^j, x_{3,4,Su}^j, x_{3,4,Mo}^j, x_{3,4,Tu}^j & j = 1, 2 \\
 x_{7,1,Sa}^j & j = 1, 2 \\
 x_{i,d}^j & d \in W, i = 1, 4, 5, 6, j = 1, 2 \\
 x_{2,1,Mo}^j, x_{2,1,Fr}^j & j = 1, 2 \\
 x_{3,1,Su}^j, x_{3,1,Mo}^j, x_{3,1,Th}^j, x_{3,1,Fr}^j & j = 1, 2.
 \end{array}$$

Οι γενικευμένοι περιορισμοί ανώτερων ορίων, τώρα διαβάζονται ως :

$$\sum_{\substack{g \in G \\ d \in W \\ cb \in CB}} x_{igd}^{cb} = 1 \quad i \in L_4 \cup L_5 \cup L_6, \quad (28)$$

$$x_{i,7,Mo} + \sum_{\substack{g \in G \\ d \in W \\ cb \in CB}} x_{igd}^{cb} = 1 \quad i \in L_7, \quad (29)$$

Επιπλέον κάθε σκέλος 1-ημέρας πρέπει να ανατεθεί έτσι ώστε:

$$\sum x_{i,1,sdi}^{cb} = 1 \quad i \in L_1, cb \in CB \quad (30)$$

και χρειάζονται οι περιορισμοί (3), για να διαχωριστεί η ομάδα 7-ημερών με συνδυασμούς. Για να εκφραστεί η ιδιότητα της επεκτασιμότητας των μονοπατιών, σε ομάδες, έχουμε:

$$\sum_j z_{iag}^{cb} + u_{idg}^{cb} = x_{igd}^{cb} \quad i \in L \cup L_1, arr_i \neq cb, \quad g \in G \cup \{1\}, d \in W, cb \in CB \quad (31)$$

$$\sum_j z_{jadg}^{cb} + u_{idg}^{cb} = x_{igd}^{cb} \quad i \in L \cup L_1, dep_i \neq cb, \quad g \in G \cup \{1\}, d \in W, cb \in CB \quad (32)$$

Για να ολοκληρωθεί η διατύπωση, χρειάζεται να συνδεθούν οι μεταβλητές τακτικότητας πολύ-ημερών με τις μεταβλητές τακτικότητας 1-ημέρας, με τη χρησιμοποίηση των περιορισμών:

$$\sum_{\substack{g \in G \\ d: d \in L_{igd} \\ cb \in CB}} x_{igd}^{cb} = \sum_{cb \in CB} x_{i1d}^{cb} \quad i \in L, d \in W \quad (33)$$

Το μοντέλο  $MPCM_7$  έχει περισσότερες μεταβλητές και γραμμές από το μοντέλο  $PCM$ , αλλά παράγει μια ισχυρότερη προσέγγιση για το μοντέλο  $PM$ . Μια γενίκευση του μοντέλου, παρουσιάζεται από τον Klabjan (1999).

#### 2.4.1.5 Μια Τροποποίηση στο Κόστος των Μεταβλητών Σύνδεσης του Μοντέλου $CM$

Τα μοντέλα χρειάζεται να επιλέξουν έναν μεγάλο αριθμό συνδυασμών 7-ημερών, για να επιτύχουν υψηλή τακτικότητα. Εντούτοις, εάν αυτός ο αριθμός είναι πάρα πολύ μεγάλος, τότε η χρονική πίστωση πτήσης (FTC), του υπολοίπου της λύσης, θα ήταν πολύ υψηλή. Η ισορροπία αυτή ελέγχεται με το κόστος σύνδεσης. Έχει βρεθεί εμπειρικά, ότι εάν όλα τα κόστη σύνδεσης είναι θετικά, τότε τα μοντέλα επιλέγουν πάρα πολλούς συνδυασμούς 7-ημερών. Οι σύντομες συνδέσεις είναι απαραίτητες, στις βάσεις των πληρωμάτων, για να παράγουν μια ποικιλομορφία συνδυασμών, η οποία είναι εξαιρετικά απαραίτητη, για τους συνδυασμούς  $g$ -ημερών με  $g < 7$ . Επομένως, αναθέτονται αρνητικές τιμές,  $TurnCost = -50$  και  $ShortCost = -30$ , για τις συνδέσεις στις βάσεις πληρωμάτων και θετικές τιμές,  $TurnCost = 15$  και  $ShortCost = 30$ , για τις συνδέσεις σε άλλους σταθμούς.

## 2.5 ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

### 2.5.1 ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Ο γενικός αλγόριθμος παράγει συνδυασμούς κατά φθίνουσα σειρά, σε στάδια, με κριτήριο την τακτικότητα. Παράγει συνδυασμούς 7-ημερών στο στάδιο 1, συνδυασμούς 6-ημερών στο στάδιο 2, κλπ.

Κατά συνέπεια, στο συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων, τα περισσότερα πτητικά σκέλη είναι 7-ημερών, δεν υπάρχουν καθόλου σκέλη 4-ημερών και όλα τα πτητικά σκέλη 6- και 5-ημερών πραγματοποιούνται κάθε εβδομάδα την ίδια ημέρα. Δεδομένου ότι δεν υπάρχουν πτητικά σκέλη 4-ημερών, μειώνεται το μέγεθος των μοντέλων θέτοντας  $G = \{5, 6\}$  και δημιουργώντας συνδυασμούς 7-, 6-, 5- και 1-ημέρας. Εφόσον οι συνδυασμοί στο  $S_g$ , όπου  $g \in G$ , περιέχουν μόνο την Κυριακή, την Δευτέρα και την Τρίτη, δηλαδή τμήματα με σκέλη των 5- και 6-ημερών και μερικά τμήματα με σκέλη των 7-ημερών, για να κάνουμε τα μοντέλα ακόμη μικρότερα, θέτουμε  $W = \{\text{Σάββατο, Κυριακή, Δευτέρα, Τρίτη, Τετάρτη}\}$ . Επομένως, μόνο τα τμήματα με σκέλη 7-ημερών, που «πετούν» τις ημέρες  $W$ , θεωρούνται ως

συνδυασμοί 5- και 6-ημερών. Αυτός ο περιορισμός, που βασίζεται στο  $W$ , μειώνει, ουσιαστικά, τον αριθμό των γραμμών, τον αριθμό των μεταβλητών τακτικότητας και της μεταβλητές σύνδεσης, στα μοντέλα.

Το μοντέλο  $MPCM_7$  χρησιμοποιείται για τους στόλους με λιγότερα από 200 πτητικά σκέλη, ενώ το μοντέλο  $PCM$  εφαρμόζεται στους μεγάλους στόλους. Ο προγραμματισμός ακεραίων (IP), που προκύπτει από το μοντέλο  $PCM$  ή το  $MPCM_7$  λύνεται αρχικά με ένα υποσύνολο  $\hat{S}_7$ , από τους συνδυασμούς του  $S_7$ . Εντούτοις, για τους μικρούς στόλους, όλοι οι συνδυασμοί μπορούν να παραχθούν. Έστω  $L_7$  το σύνολο των σκελών 7-ημερών, που ανατίθενται στην ομάδα 7-ημερών και έστω  $\hat{S}_7$  το σύνολο των συνδυασμών 7-ημερών, που δίνονται από την λύση. Οι συνδυασμοί από το  $\hat{S}_7$  δεν παράγουν απαραίτητα μια βέλτιστη λύση, για το καθημερινό πρόβλημα, για τα πτητικά σκέλη 7-ημερών του  $L_7$  και ως εκ τούτου το καθημερινό πρόβλημα των σκελών 7-ημερών του  $L_7$ , λύνεται έπειτα. Επιλέγουμε ένα υποσύνολο συνδυασμών, χαμηλής χρονικής πίστωσης πτήσης (FTC) από τη λύση και αυτοί οι συνδυασμοί γίνονται μέρος του τελικού εβδομαδιαίου προγράμματος πληρωμάτων. Συγκεκριμένα, όλα τα πτητικά σκέλη 7-ημερών, που καλύπτονται από αυτούς τους συνδυασμούς, αφαιρούνται από το πρόγραμμα, μειώνοντας το μέγεθος του προβλήματος. Από αυτό το στάδιο, λαμβάνονται υπόψη μόνο οι συνδυασμοί  $g$ -ημερών με  $g < 7$ .

Το δεύτερο στάδιο, αρχίζει με την παραγωγή των συνδυασμών 6-ημερών. Το δίκτυο πτητικών σκελών (με βάση μια γραμμή χρόνου)  $D$ , κατασκευάζεται για όλα τα τμήματα, των εναπομεινάντων σκελών 7-ημερών και για κάθε  $i \in L_6$  το σκέλος  $i_{sdi}$ , προστίθεται στο δίκτυο. Ένα υποσύνολο συνδυασμών  $\hat{S}_6$ , παράγεται στο δίκτυο  $D$  και το μοντέλο  $MPCM_6$  εφαρμόζεται, με τη χρησιμοποίηση αυτών των συνδυασμών. Επιλέγεται, έπειτα, ένα υποσύνολο συνδυασμών χαμηλής χρονικής πίστωσης πτήσης (FTC) από τη λύση, για να αποτελέσει μέρος της τελικής εβδομαδιαίας λύσης. Το πρόγραμμα πτήσεων, ενημερώνεται πάλι, με την αφαίρεση όλων των σκελών  $i_d, i_{d+1}, \dots, i_{d+5}$  με  $x_{i6d} = 1$  από τη λύση του μοντέλου  $MPCM_6$ .

Η διαδικασία, έπειτα, επαναλαμβάνεται, για να ληφθούν οι συνδυασμοί 5-ημερών, ενώ μετά από αυτό, μόνο τα σκέλη 1-ημέρας παραμένει να καλυφθούν. Για να ολοκληρωθεί το πρόγραμμα πτήσεων των πληρωμάτων, το εβδομαδιαίο πρόβλημα λύνεται και για αυτά τα τμήματα σκελών πτήσης.

Για τους μεγάλους στόλους, στο πρώτο στάδιο δημιουργούνται περίπου 10 έως 20 εκατομμύρια τυχαίοι συνδυασμοί 7-ημερών, βλ. Klabjan, Johnson και



Nemhauser (1999). Δεδομένου, ότι δεν απαιτείται να καλυφθούν όλα τα σκέλη 7-ημερών από συνδυασμούς, στο πρώτο στάδιο, ίσως επαρκεί να ληφθούν υπόψη μόνο οι συνδυασμοί 7-ημερών, με πολύ χαμηλή χρονική πίστωση πτήσης (FTC). Εντούτοις ως αποτέλεσμα αυτού, ίσως πρέπει να χρησιμοποιηθούν συνδυασμοί πολύ υψηλής χρονικής πίστωσης πτήσης (FTC), στα επόμενα στάδια. Μια συμβιβαστική λύση, είναι να δημιουργηθεί ένας σημαντικός αριθμός συνδυασμών 7-ημερών, χαμηλής χρονικής πίστωσης πτήσης (FTC) και μερικές με μέτρια (FTC). Συγκεκριμένα, η τυχαία παραγωγή πραγματοποιείται δύο φορές. Πρώτα, παράγονται συνδυασμοί με χρονική πίστωση πτήσης μικρότερη από 0,5% και έπειτα δημιουργούνται συνδυασμοί με (FTC) μικρότερη από 8%. Παράγεται περίπου ένα τρίτο των συνδυασμών χαμηλής χρονικής πίστωσης πτήσης (FTC). Το σύνολο  $S_7$ , των συνδυασμών που μορφοποιούν τα δεδομένα εισόδου, στο μοντέλο PCM, αποτελείται από όλους τους τυχαία παραγόμενους συνδυασμούς.

Ακόμα κι αν το πρόγραμμα πτήσεων μειώνεται σημαντικά στο πρώτο στάδιο, ο συνολικός αριθμός συνδυασμών για το δεύτερο στάδιο, ίσως ακόμα να είναι πολύ μεγάλος. Εάν αυτό είναι το πρόβλημα, παράγονται περίπου 10 εκατομμύρια τυχαίοι συνδυασμοί, οι οποίοι μορφοποιούν τα δεδομένα εισόδου, για το δεύτερο στάδιο. Το πρόγραμμα πτήσεων για το τρίτο στάδιο, είναι αρκετά μικρό, έτσι ώστε να υπάρχει η δυνατότητα να παραχθούν και να ληφθούν υπόψη όλοι οι συνδυασμοί.

### 2.5.2 ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Μετά τη δημιουργία των συνδυασμών, που αποτελούν τα δεδομένα εισόδου και της μορφοποίησης του προβλήματος, λύνεται αρχικά η χαλάρωση LP (γραμμικού προγραμματισμού) του μοντέλου. Το πρώτο στάδιο του μοντέλου έχει 10.000 γραμμές και από 10 έως 20 εκατομμύρια στήλες, ενώ το δεύτερο στάδιο, έχει 20.000 έως 30.000 γραμμές και 10 εκατομμύρια στήλες. Οι χαλαρώσεις LP, λύνονται με έναν πρωταρχικό - διπλό παράλληλο αλγόριθμο, κατά Klabjan, Johnson και Nemhauser (1999a). Ενώ, οι γραμμικές χαλαρώσεις των μοντέλων MPCM<sub>g</sub>, είναι ιδιαίτερα εκφυλισμένες και ως εκ τούτου χρειάζονται μία διαταραχή (perturbation).

Μετά από την λύση της χαλάρωσης LP, επιλέγεται ένα υποσύνολο στηλών με χαμηλά μειωμένο κόστος για τον IP (προγραμματισμός ακεραίων), χρησιμοποιώντας μια τυχαία άπληστη (greedy) προσέγγιση, που βασίζεται στο μειωμένο κόστος. Πρώτα, επιλέγονται όλοι οι συνδυασμοί με μειωμένο κόστος, μικρότερο ενός

δοσμένου αριθμού  $K$ . Εάν  $rc$  είναι το μειωμένο κόστος ενός συνδυασμού, τότε ένας συνδυασμός, του οποίου το μειωμένο κόστος είναι μεγαλύτερο από  $K$ , επιλέγεται για τον IP, με πιθανότητα  $\exp(-\tau \cdot rc^2)$ , όπου το  $\tau$  υπολογίζεται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε ο μέσος αριθμός των επιλεγμένων συνδυασμών να είναι περίπου 100.000. Τελικά, επιλέγονται οι μεταβλητές *deadhead* και σύνδεσης, με το καλύτερα μειωμένο κόστος, καθώς και όλες οι μεταβλητές τακτικότητας. Ο προκύπτων IP, έχει περίπου 200.000 μεταβλητές.

Δεδομένου ότι ο στόχος ενός μοντέλου, είναι να επιτευχθούν μερικοί "καλοί" συνδυασμοί  $g$ -ημερών, χαλαρώνονται τα μοντέλα, επιτρέποντας ασήμαντες τιμές για όλες τις μεταβλητές, εκτός από αυτές των συνδυασμών. Ωστόσο η βελτιστοποίηση του χαλαρωμένου προβλήματος (για το συγκεκριμένο πρόβλημα) απορρίφθηκε, αφού βρέθηκε η πρώτη λύση ακέραιων αριθμών, διότι παρατηρήθηκε ότι δεν παράγονταν καλές λύσεις.

Στο τρίτο στάδιο, ήταν αδύνατον να βρεθούν καλές λύσεις ακέραιων αριθμών στο μοντέλο, κι' έτσι χρησιμοποιήθηκε μία διαφορετική ευρετική μέθοδος. Βρέθηκαν οι συνδυασμοί 5- και 1-ημέρας, ανεξάρτητα, με την αφαίρεση του μέρους της 1-ημέρας, από το τρίτο στάδιο του μοντέλου. Το προκύπτων, πολύ ευκολότερο, πρόβλημα, που παρήγαγε μόνο συνδυασμούς 5-ημερών, ήταν ένα καθορισμένο πρόβλημα διαχωρισμού, του οποίου οι γραμμές αντιστοιχούσαν σε πολύ-σκέλη και οι στήλες σε συνδυασμούς 5-ημερών. Το προκύπτων πρόβλημα, πλέον, λύνεται με την χρήση του αλγόριθμου των Klabjan, Johnson και Nemhauser (1999b). Για να δοθεί κάποια ευελιξία στους συνδυασμούς, θέτεται το  $W$ , ως το σύνολο όλων των ημερών μιας εβδομάδας.

Τελικά, το εβδομαδιαίο πρόγραμμα των πληρωμάτων, ολοκληρώνεται, με την επίλυση του εβδομαδιαίου προβλήματος, για το υπόλοιπο πρόγραμμα. Λόγω της προσέγγισης του μοντέλου, είναι βέβαιο, ότι στο τρίτο στάδιο δεν υπάρχουν μονοπάτια, που διαιρούν τα σκέλη, στην ομάδα 1-ημέρας. Τα πειράματα έχουν δείξει ότι το πρόβλημα έχει, ακόμη, μερικές καλές λύσεις. Ας σημειωθεί ότι το πρώτο και το δεύτερο στάδιο των μοντέλων, παράγουν μια ομάδα 1-ημέρας που είναι ισορροπημένη, δηλ. κάθε σταθμός είναι ισορροπημένος, από την άποψη του αριθμού εισερχόμενων και εξερχόμενων πτήσεων και καθώς οι συνδυασμοί λαμβάνονται στο τροποποιημένο στάδιο 3, η ισορροπία διατηρείται. Αυτό μπορεί να μην είναι αληθινό, για το πρόβλημα εξαιρέσεων, στην προσέγγιση καθημερινών /εξαιρέσεων (daily /exceptions).

## 2.6 ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Όλα τα υπολογιστικά πειράματα εκτελέστηκαν σε μηχανές (H/Y). Δύο είδη χρησιμοποιήθηκαν, το πρώτο αποτελείται από 16 επεξεργαστές 200MHz Quad Pentium IIs και το δεύτερο αποτελείται από 48 επεξεργαστές 300MHz Dual Pentium IIs. Όλες οι μηχανές ήταν συνδεδεμένες διάμεσο ενός δικτύου Fast Ethernet, σημείου προς σημείο, 100 MB, και μεταστρέφονται μέσω ενός διακλαδωτή Cisco 5500. Κάθε μηχανή Quad Pentium, έχει 256MBytes βασική μνήμη, ενώ οι υπόλοιποι 48 κόμβοι έχουν 512MBytes βασική μνήμη ανά μηχανή.

Συνοψίζοντας, ο τομέας των μηχανών που χρησιμοποιήθηκε, είναι αντιπροσωπευτικός των τυπικών μηχανών αυτού του τύπου, στις σχετικά αργές επικοινωνίες ενδιάμεσων κόμβων και με καλή αναλογία κόστους /απόδοσης, έναντι των εξειδικευμένων παράλληλων μηχανών, όπως η CM-5, η Intel Paragon ή των μηχανών της IBM SP-2.

Η παράλληλη εφαρμογή, χρησιμοποίησε το MPI = Message Passing Interface (μήνυμα που περνά την διαπροσωπία) (βλ. π.χ. Message Passing Interface, [20]). Το MPI, χρησιμοποιείται ευρέως στην παράλληλη κοινότητα υπολογιστών. Προσφέρει εύκολιες - δυνατότητες, για δημιουργία παράλληλων προγραμμάτων, για ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ διαφορετικών επεξεργασιών, που χρησιμοποιούν MPI, σε διαδικασίες όπως η μετάδοση, η αποστολή, η λήψη πληροφοριών και άλλες.

Ο επιλύτης-προγραμματιστής μικτών ακεραίων, που χρησιμοποιήθηκε, ήταν η CPLEX, CPLEX Optimization, [10], έκδοση 5.0.

### 2.6.1 ΑΠΟΤΕΛΕΜΑΤΑ

Τα δεδομένα εισόδου που δίνονται στον Πίνακα 2.2 αποτελούνται από τρεις στόλους, έναν μικρό fs, έναν μέσαίο fm και έναν μεγάλο fl. Η στήλη «Χρόνος πτήσης» δίνει τον χρόνο πτήσης στον εβδομαδιαίο ορίζοντα.

ΟΝΟΜΑΣΙΑ	L <sub>7</sub>	L <sub>6</sub>	L <sub>5</sub>	L <sub>4</sub>	ΣΥΝΟΛΟ	ΧΡΟΝΟΣ ΠΤΗΣΗΣ
fs	90	24	5	0	119	162.729
fm	273	64	5	38	380	293.111
fl	331	104	15	42	492	424.436

Πίνακας 2.2: Δεδομένα Εισόδου

Εφαρμόστηκαν δύο διαφορετικές προσεγγίσεις. Στη μια λύνεται το πρόβλημα του δεύτερου σταδίου και στην άλλη όχι. Η προσέγγιση, "csr2", ακολουθεί τη ροή που περιγράφεται στην παράγραφο 4, δηλ. και τα 3 στάδια λύνονται. Η δεύτερη προσέγγιση, "csr1", διαγράφει, το ευαίσθητο υπολογιστικά, στάδιο 2.

Οι ποιότητες των λύσεων, των διαφορετικών προσεγγίσεων, εμφανίζονται στον Πίνακα 2.3. Η μεθοδολογία "d/e" αναφέρεται στην προσέγγιση καθημερινών /εξαιρέσεων (daily /exceptions), που χρησιμοποιείται στην ισχύουσα πρακτική, από τις περισσότερες μεγάλες αερογραμμές. Το μέτρο της τακτικότητας, είναι ο αριθμός των πτητικών σκελών στο εβδομαδιαίο πρόγραμμα πληρωμάτων και εμφανίζεται στη στήλη "Τακτικότητα" ("Reg"). Η προσέγγισή, αυτή, παράγει λύσεις που είναι καλύτερες και από τις τρεις πλευρές: τη χρονική πίστωση πτήσης (FTC), τον αριθμό των deadheads και την τακτικότητα. Κατά μέσον όρο, η τακτικότητα είναι καλύτερη, κατά δύο φορές. Ο Πίνακας 2.3, εμφανίζει επίσης την σχέση μεταξύ της τακτικότητας και της χρονικής πίστωσης πτήσης (FTC) . Οι λύσεις που αντιστοιχούν στην προσέγγιση "csr2" είναι λιγότερο τακτικές, αλλά έχουν χαμηλότερη χρονική πίστωση πτήσης (FTC).

Ο Πίνακας 2.4 δίνει περαιτέρω επίγνωση για τη δομή των λύσεων. Οι λύσεις έχουν μια πλειοψηφία του χρόνου πτήσης τους, στους συνδυασμούς 5- και 7-ημερών, ενώ οι λύσεις των καθημερινών /εξαιρέσεων (daily /exceptions) έχουν πολλούς συνδυασμούς 6-ημερών και έχουν επίσης μια σημαντική μερίδα 4-ημερών. Και οι δύο προσεγγίσεις δίνουν πολλούς περισσότερους συνδυασμούς των 7-ημερών και έχουν λιγότερους συνδυασμούς 1-ημέρας, από την πρότυπη μεθοδολογία.

ΟΝΟΜΑΣΙΑ	ΜΕΘΟΔΟΣ	ΧΡΟΝΙΚΗ ΠΙΣΤΩΣΗ ΠΤΗΣΗΣ	DEADHEADS	ΤΑΚΤΙΚΟΤΗΤΑ
fs	d/e	9,2%	28	276
	csr1	7,0%	12	120
	csr2	5,6%	10	127
fm	d/e	4,2%	14	622
	csr1	3,8%	10	318
	csr2	2,5%	14	390
fl	d/e	2,27%	25	1.365
	csr1	2,20%	10	520
	csr2	1,96%	8	567

Πίνακας 2.3: Ποιότητα της Λύσης

ΟΝΟΜΑΣΙΑ	ΜΕΘΟΔΟΣ	ΧΡΟΝΟΣ ΠΤΗΣΗΣ 7- ΗΜΕΡΩΝ	ΧΡΟΝΟΣ ΠΤΗΣΗΣ 6- ΗΜΕΡΩΝ	ΧΡΟΝΟΣ ΠΤΗΣΗΣ 5- ΗΜΕΡΩΝ	ΧΡΟΝΟΣ ΠΤΗΣΗΣ 4- ΗΜΕΡΩΝ	ΧΡΟΝΟΣ ΠΤΗΣΗΣ 1- ΗΜΕΡΩΝ
fs	d/e	34%	14%	20%	14%	18%
	csr2	38%	0%	45%	1%	16%
fm	d/e	31%	26%	18%	7%	18%
	csr1	51%	0%	35%	0%	14%
	csr2	31%	14%	38%	0%	17%
fl	d/e	5%	26%	15%	20%	34%
	csr1	33%	0%	49%	0%	18%
	csr2	20%	15%	46%	0%	19%

Πίνακας 2.4: Κατανομή του Χρόνου Πτήσης

Ο Πίνακας 2.5 δίνει λεπτομέρειες για την προσέγγιση "csr2", για το στόλο fl. Το πρόβλημα του δεύτερου σταδίου, έχει έναν μεγάλο αριθμό γραμμών, που οδηγεί σε έναν υψηλό χρόνο εκτέλεσης και για το γραμμικό πρόγραμμα και για το πρόγραμμα ακέραιων αριθμών. Η σειρά "Αριθμός κόμβων" (Num. Nodes) εκθέτει τον αριθμό των αξιολογημένων κόμβων στο συνδεδεμένο δέντρο πριν σταματήσει, στην πρώτη λύση ακέραιων αριθμών. Τα προγράμματα ακέραιων αριθμών λύνονται διαδοχικά εκτός από την ισχυρή διακλάδωση του τρίτου σταδίου που λύνεται παράλληλα, βλέπε Klabjan, Johnson και Nemhauser (1999b). Οι σειρές "Αριθμός πολύ-σκελών" ("Num. multi-legs") και "Χρονική πίστωση πτήσης" ("FTC") εμφανίζουν τον αριθμό των πολύ-σκελών μέσα στην ομάδα, που διαχωρίζονται από συνδυασμούς και τη χρονική πίστωση πτήσης των συνδυασμών που βρίσκονται μέσα στην ομάδα, αντίστοιχα. Η σειρά "Καλύτερη χρονική πίστωση πτήσης" (Best FTC"), εμφανίζει την χρονική πίστωση πτήσης (FTC) της καλύτερης λύσης, που επιτεύχθηκε, από τα επιλεγμένα πολύ-σκέλη. Η σύγκριση των δύο γραμμών "Χρονικής πίστωσης πτήσης" ("FTC"), αποκαλύπτει ότι η λύση του πρώτου σταδίου, παράγει συνδυασμούς, που απέχουν αρκετά από τις βέλτιστες. Σε αντίθεση, η λύση του δεύτερου σταδίου, είναι βέλτιστη για τα πολύ-σκέλη της ομάδας 6-ημερών.

	ΣΤΑΔΙΟ 1		ΣΤΑΔΙΟ 2		ΣΤΑΔΙΟ 3	
	LP	IP	LP	IP	LP	IP
<b>ΑΡΙΘΜΟΣ ΓΡΑΜΜΩΝ</b>	11,316		28,447		293	
<b>ΑΡΙΘΜΟΣ ΣΤΗΛΩΝ</b>	17 · 10 <sup>6</sup>	200,036	10 · 10 <sup>6</sup>	201,376	92 · 10 <sup>6</sup>	86,075
<b>(IP – LP) / LP</b>	-	15%	-	14%	-	56%
<b>ΑΡΙΘΜΟΣ ΚΟΜΒΩΝ</b>	-	22	-	18	-	57
<b>ΧΡΟΝΟΣ ΕΚΤΕΛΕΣΗΣ (σε ώρες)</b>	2	7	17	14	0,1	1
<b>ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΤΩΝ</b>	8	1	16	1	8	40
<b>ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΟΛΥ-ΣΚΕΛΩΝ</b>	-	235	-	223	-	293
<b>ΧΡΟΝΙΚΗ ΠΙΣΤΩΣΗ ΠΤΗΣΗΣ</b>	-	2,09%	-	2,9%	-	1,46%
<b>ΚΑΛΥΤΕΡΗ ΧΡΟΝΙΚΗ ΠΙΣΤΩΣΗ ΠΤΗΣΗΣ</b>	-	0,85%	-	2,9%	-	1,46%

Πίνακας 2.5: Λεπτομέρειες της Λύσης για την Προσέγγιση csr2, για τον Στόλο fl

Τα προβλήματα IP, λύνονται με τον επιλυτή CPLEX, CPLEX Optimization (1997). Οι χρόνοι εκτέλεσης αναφέρονται στον Πίνακα 2.6. Ο χρόνος για την προσέγγιση "csr1" είναι σχετικά μέτριος, ενώ το πρόβλημα στο στάδιο 2 της προσέγγισης "csr2", είναι εξαιρετικά χρονοβόρο. Δοσμένης της ποιότητας των λύσεων, η προσέγγιση "csr1" εμφανίζεται ως περισσότερο πρακτική.

ΟΝΟΜΑΣΙΑ	ΜΕΘΟΔΟΣ	ΣΤΑΔΙΟ 1	ΣΤΑΔΙΟ 2	ΣΤΑΔΙΟ 3	ΕΒΔΟΜΑΔΙΑΙΩΣ	ΣΥΝΟΛΟ
fs	csr1	0,2	0	0	0,2	0,4
	csr2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,8
fm	csr1	8	0	1	1	10
	csr2	8	28	2	1	39
fl	csr1	12	0	2	2	16
	csr2	12	31	2	2	47

Πίνακας 2.6: Χρόνος Εκτέλεσης σε Ωρες

## **ΑΝΑΦΟΡΕΣ**

**Barnhart, C., Johnson, E., Nemhauser, G. and Vance, P. (1999).** Crew Scheduling. In Handbook of Transportation Science. R. W. Hall (editor). Kluwer Scientific Publishers, 493—521.

**CPLEX Optimization (1997).** Using the CPLEX Callable Library, 5.0 edn, ILOG Inc.

**Klabjan, D. (1999).** Topics in Airline Crew Scheduling and Large Scale Optimization. Ph.D. Dissertation, Georgia Institute of Technology.

**Klabjan, D., Johnson, E. and Nemhauser, G. (1999a).** A Parallel Primal-Dual Algorithm, Technical Report TLI/LEC-99-10, Georgia Institute of Technology.

**Klabjan, D., Johnson, E. and Nemhauser, G. (1999b).** Solving Large Airline Crew Scheduling Problems: Random Pairing Generation and Strong Branching, Technical Report TLI/LEC-99-11, Georgia Institute of Technology.

**Diego Klabjan . Ellis L. Johnson George L. Nemhauser,** School of Industrial and Systems Engineering Georgia Institute of Technology, email: [diego,ellis.johnson,george.nemhauser@isye.gatech.edu](mailto:diego,ellis.johnson,george.nemhauser@isye.gatech.edu)

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**



# ΛΥΝΟΝΤΑΣ ΜΕΓΑΛΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΑΕΡΟΓΡΑΜΜΩΝ: ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΤΥΧΑΙΩΝ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ ΚΑΙ ΒΑΡΔΙΩΝ

Περίληψη: Το πρόβλημα του προγραμματισμού πληρωμάτων αερογραμμών, είναι το πρόβλημα ανάθεσης δρομολογίων σε πληρώματα, για την «κάλυψη» των πτήσεων. Εδώ αναπτύσσεται μια νέα προσέγγιση για την επίλυση του προβλήματος, η οποία είναι βασισμένη, στην απαρίθμηση των εκατοντάδων εκατομμυρίων τυχαίων συνδυασμών. Πρώτα, λύνεται η χαλάρωση του γραμμικού προγραμματισμού και έπειτα επιλέγονται εκατομμύρια στήλες, με το καλύτερα μειωμένο κόστος, για το πρόγραμμα των ακέραιων αριθμών. Ο αριθμός των στηλών μειώνεται περαιτέρω, από έναν γραμμικό προγραμματισμό, που βασίζεται σε ευρετικές μεθόδους. Τελικά λαμβάνεται μια λύση ακέραιων αριθμών, με την βοήθεια ενός «επιλυτή» (solver) προγραμματισμού ακέραιων. Ο αλγόριθμος παράγει λύσεις, που είναι σημαντικά καλύτερες, από αυτές που έχουν βρεθεί στην τρέχουσα πρακτική, μέχρι σήμερα.

## 3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το πρόβλημα του προγραμματισμού πληρώματος αερογραμμών, ενδιαφέρεται για την ανάθεση δρομολογίων πληρωμάτων σε πτήσεις, με στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους των πληρωμάτων. Ένα δρομολόγιο πληρωμάτων καλείται συνδυασμός. Το πρόβλημα του προγραμματισμού πληρώματος, μπορεί να διατυπωθεί ως ένα καθορισμένο πρόβλημα διαχωρισμού, όπου οι πτήσεις αντιστοιχούν σε ομάδες στοιχείων εδάφους και οι συνδυασμοί σε υποομάδες. Το πρόβλημα είναι δύσκολο, εξαιτίας του μεγάλου αριθμού πιθανών συνδυασμών, τις σύνθετης δομής του, και του μη γραμμικού κόστους του.

Σε αυτήν την ενότητα της εργασίας, παρουσιάζεται μια νέα μεθοδολογία, για την επίλυση του προβλήματος, του προγραμματισμού πληρωμάτων αερογραμμών. Πρώτα λύνεται, "σχεδόν" βέλτιστα, η χαλάρωση LP του διαχωρισμένου προβλήματος. Η επίλυση γίνεται, με την επανειλημμένη παραγωγή τυχαίων συνδυασμών και την αντίστοιχη επανα-βελτιστοποίηση τους. Συνολικά, παράγονται περίπου μισό δισεκατομμύριο συνδυασμοί. Για την φάση του προγραμματισμού

ακέραιων αριθμών, επιλέγονται περίπου 10 εκατομμύρια συνδυασμοί, με χαμηλά μειωμένο κόστος. Στην συνέχεια, βρίσκεται μια λύση ακέραιων αριθμών, από έναν ευρετικό αλγόριθμο που βασίζεται στη μεθοδολογία του συνδεδεμένου δέντρου. Επίσης, ο solver, ενισχύεται με μια νέα στρατηγική διακλάδωσης. Ο συνολικός αλγόριθμος του προγραμματισμού πληρώματος, παράγει καλύτερες λύσεις, από εκείνες που χρησιμοποιούνται, επί του παρόντος, σε μια αερογραμμή. Σε αρκετές περιπτώσεις, οι λύσεις που λαμβάνονται είναι τρεις φορές καλύτερες.

Το πρόβλημα το οποίο εξετάζεται, αφορά τις εσωτερικές πτήσεις, των αμερικανικών αερογραμμών, σε ένα hub and spoke δίκτυο πτήσεων. Τα δεδομένα εισόδου, είναι ένας στόλος με ένα πρόγραμμα και οι εναλλαγές των αεροσκαφών. Οι παράμετροι είναι οι ακόλουθοι:  $\text{minSit} = 45$ ,  $\text{maxSit} = 360$ ,  $\text{minRest} = 620$ ,  $\text{maxRest} = 2880$ . Επίσης ο μέγιστος αριθμός πτητικών σκελών, σε μία βάρδια είναι 10 και ο μέγιστος αριθμός βαρδιών, σε έναν συνδυασμό είναι 4.

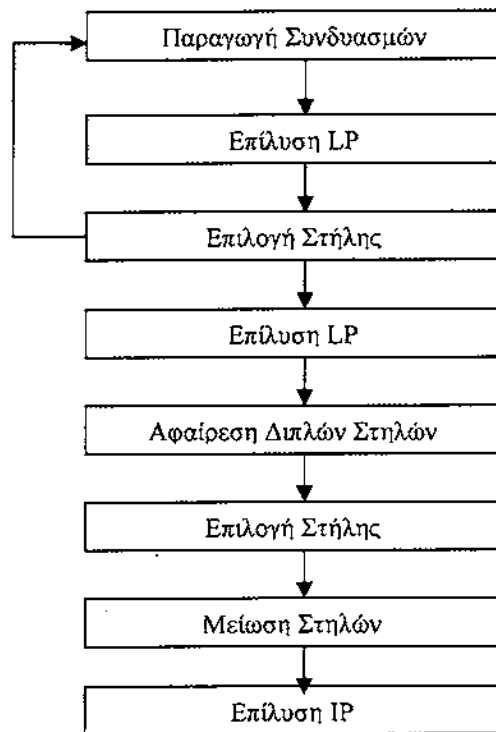
Οι μεθοδολογίες που αναπτύσσονται εδώ, μπορούν να εφαρμοστούν και σε καθημερινά και σε εβδομαδιαία προβλήματα. Οι μοντέρνες μεθοδολογίες, του προγραμματισμού πληρωμάτων αερογραμμών, μπορούν να χωριστούν σε δύο βασικές κατηγορίες: σε προσεγγίσεις συνδεδεμένων κόμβων/ τιμής (branch and price) και σε αλγόριθμους, που λύνουν πολλά υπό-προβλήματα. Η προσέγγιση που περιγράφεται εδώ, είναι του τελευταίου τύπου.

Για μια έρευνα στις προσεγγίσεις, συνδεδεμένων κόμβων/ τιμής βλέπε Barnhart et al., [ 4 ], Desrosiers et al., [ 11 ]. Επίσης, μια λεπτομερής περιγραφή δίνεται από τον Vance et al., [ 22 ], ενώ, παρόμοιες ιδέες, παρουσιάζονται από τους Chu, Gelman και Johnson, [ 9 ]. [**Σημείωση:** Η λεπτομερής περιγραφή του προβλήματος, του προγραμματισμού πληρωμάτων, καθώς και ή συγκεκριμένη ορολογία που χρησιμοποιείται, παρατίθενται στα δύο προηγούμενα κεφάλαια.].

### **3.2 Ο ΝΕΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΑΕΡΟΓΡΑΜΜΩΝ**

Αυτός ο αλγόριθμος, έχει δύο βασικές φάσεις. Η πρώτη φάση λύνει τη χαλάρωση LP "σχεδόν" βέλτιστα. Η βέλτιστη επίλυση της χαλάρωσης LP, μπορεί να είναι περιττή, δεδομένου ότι ο τελικός στόχος, είναι να βρεθεί μια καλή λύση ακέραιων αριθμών. Η δεύτερη φάση, αποτελείται από ευρετικές μεθόδους, που οδηγούν στις λύσεις των ακέραιων αριθμών, οι οποίες βασίζονται στις διπλές πληροφορίες, της

χαλάρωσης LP. Η ροή του αλγορίθμου παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.1 και κάθε βήμα του περιγράφεται παρακάτω.



Σχήμα 3.1: Η Ροή του Αλγορίθμου

### 3.2.1 ΛΥΝΟΝΤΑΣ ΤΗΝ ΧΑΛΑΡΩΣΗ ΤΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ (LP)

Η χαλάρωση LP λύνεται, με την επανειλημμένη παραγωγή τυχαίων συνδυασμών και την επίλυση της προκύπτουσας, μεγάλης κλίμακας, LP. Εν συνεχεία, επεξηγείται η μεθοδολογία της λύσης, για τα καθημερινά προβλήματα. Οι απαραίτητες τροποποιήσεις, για τα εβδομαδιαία προβλήματα, δίνονται από τον Klabjan, [15].

Έστω  $B$ , μια πρωταρχική εφικτή βάση (υπολογισμού), που αρχικά είναι κενή. Στο τέλος, η βάση  $B$  παράγει την καλύτερη πρωταρχική εφικτή λύση, της χαλάρωσης LP. Επαναλαμβάνονται τα ακόλουθα βήματα (ο βρόχος του Σχήματος 3:1):

**Παραγωγή συνδυασμών:** Παράγονται 50 έως 75 εκατομμύρια τυχαίοι συνδυασμοί.

Η τυχαία πτυχή, αυτής της παραγωγής, περιγράφεται στην παράγραφο 3.3. Στο τέλος, του βήματος της παραγωγής των συνδυασμών, κάθε επεξεργαστής έχει ένα σύνολο συνδυασμών.

**Επίλυση LP:** Έπειτα οι συνδυασμοί ανακατανέμονται ομοιόμορφα και τυχαία, μεταξύ όλων των επεξεργαστών. Εν συνεχεία, λύνεται η LP, με τις στήλες που ανταποκρίνονται στους παραγμένους συνδυασμούς και τις στήλες που είναι μέρος της βάσης B. Εφόσον αυτή είναι μια μεγάλη κλίμακα LP, που έχει τουλάχιστον 50 εκατομμύρια στήλες, χρησιμοποιείται ο παράλληλος πρωταρχικός - διπλός (primal-dual) αλγόριθμος, των Klabjan, Johnson και Nemhauser, [ 16 ].

**Επιλογή στηλών:** Έπειτα επιλέγεται ένα σύνολο συνδυασμών, που είναι υποψήφιοι για τον προγραμματισμό ακεραίων (IP). Καταχωρούνται περίπου δύο εκατομμύρια, χαμηλού κόστους συνδυασμοί, και ένα εκατομμύριο τυχαίοι συνδυασμοί. Κάθε συνδυασμός επιλέγεται με πιθανότητα  $\exp(-\tau \cdot gc^2)$ , όπου  $gc$  είναι το μειωμένο κόστος του συνδυασμού, ενώ το  $\tau$  ελέγχει τον αριθμό των επιλεγμένων συνδυασμών. Οι συνδυασμοί, με το χαμηλά μειωμένο κόστος, δεν λαμβάνονται υπ' όψιν. Η βάση B γίνεται βέλτιστη από τον γραμμικό προγραμματισμό (LP).

Δεδομένου, ότι η βάση διατηρείται, η αντικειμενική αξία δεν μπορεί να αυξηθεί σε οποιαδήποτε επανάληψη. Ο βρόχος «σπάει», όταν η μείωση της αντικειμενικής αξίας, πέφτει κάτω από μια δεδομένη «ευαισθησία».

Για τους στόλους μεσαίου και μεγάλου μεγέθους, ο αριθμός επαναλήψεων κυμαίνεται από 10 έως 15 φορές. Χαρακτηριστικά, οι αρχικές μειώσεις, στην αντικειμενική αξία, είναι γύρω στα 500 λεπτά και βαθμιαία μειώνονται σε λιγότερο από 20. Όταν μια μείωση πέφτει κάτω από τα 20 λεπτά, οι επαναλήψεις σταματούν. Ας σημειωθεί, ότι στην παραγωγή συνδυασμών δεν χρησιμοποιούνται, καθόλου, διπλές πληροφορίες. Εντούτοις, η διαδικασία ίσως επιταχυνθεί από το «κλάδεμα», που πραγματοποιείται με την μέθοδο αναζήτησης πρώτα κατά βάθος, εάν το μειωμένο κόστος ενός μέρους των συνδυασμών, γίνεται "πολύ μεγάλο".

### 3.2.2 ΕΥΡΕΣΗ ΜΙΑΣ ΛΥΣΗΣ ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Μια κοινή διαδικασία για την απόκτηση μιας λύσης IP, είναι η επιλογή ενός συνόλου στηλών, με χαμηλά μειωμένο κόστος και με σεβασμό στο διπλό διάνυσμα της χαλάρωσης LP, Chu, Gelman και Johnson, [ 9 ], Anbil, Johnson και Tanga, [ 2 ].

Ο αριθμός επιλεγμένων στηλών, στην μελέτη τους, είναι μεταξύ 10.000 και 15.000. Τα πειράματά, έχουν δείξει ότι είναι μια καλή στρατηγική, για τους μικρούς στόλους ή όποτε το μειωμένο κόστος των στηλών είναι σχετικά υψηλό, π.χ. στα εβδομαδιαία προβλήματα. Εξαιτίας του υψηλού αριθμού συνδυασμών, που παρουσιάζουν χαμηλά μειωμένο κόστος, επιλέγονται τελικά, μερικά εκατομμύρια συνδυασμοί.

Εάν υπάρχουν  $k$  βρόχοι, στην φάση LP, τότε επιλέγονται περίπου  $3k$  εκατομμύρια συνδυασμοί. Αρχικά λύνεται ο LP, για τους επιλεγμένους συνδυασμούς (δεύτερο βήμα, "επίλυση LP", στο Σχήμα 3.1). Ας σημειωθεί ότι υπάρχει η δυνατότητα βελτίωσης της λύσης, που λαμβάνεται στην φάση LP. Έπειτα αφαιρούνται όλες οι διπλές στήλες, με τη χρησιμοποίηση του παράλληλου αλγορίθμου, που περιγράφεται στον Klabjan, [15]. Με βάση το υπολογισμένο διπλό διάνυσμα, επιλέγονται οι συνδυασμοί, με μειωμένο κόστος, κάτω από μια δεδομένη «ευαισθησία» (δεύτερο βήμα "επιλογή στηλών" στο Σχήμα 3.1). Παραδείγματα ευαισθησίας μπορεί να είναι το 50 ή 100. Τυπικά, επιλέγονται γύρω στα 10 εκατομμύρια συνδυασμοί.

Έπειτα, μειώνεται περαιτέρω, ο αριθμός των στηλών σε 100.000. Η ευρετική μέθοδος, βασίζεται στον καθορισμένο διαχωρισμό του κανόνα διακλάδωσης (set partitioning branching rule). Η φάση αυτή καλείται, ευρετική μείωση στηλών. Εντούτοις, εάν ο αριθμός των συνδυασμών, με χαμηλά μειωμένο κόστος, είναι μικρός, τότε επιλέγονται 100.000 στήλες που έχουν το χαμηλότερο μειωμένο κόστος.

Τέλος, βρίσκεται μια λύση ακέραιων αριθμών, με τη χρησιμοποίηση ενός επιλυτή μικτών ακεραίων, που ενισχύεται με έναν ισχυρό κανόνα διακλάδωσης. Στοιχεία για τους κανόνες διακλάδωσης, καθώς και προσεγγίσεις για την φάση της ευρετικής μείωσης στηλών, μπορούν να βρεθούν σε: Desrosiers et al., [11], Anbil, Johnson και Tanga, [2], Ryan-Foster, [21], Vance et al., [22], Beale και Tomlin, [6] και Linderoth και Savelsbergh, [19].

### 3.3 ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ

Η παραγωγή μόνο ενός υποσυνόλου συνδυασμών, κατά την τρέχουσα πρακτική, γίνεται είτε με την παραγωγή συνδυασμών που καλύπτουν συγκεκριμένα πτητικά σκέλη (βλέπε), Gershko, [14]; Anbil et al., [1], ή με την προγενέστερη γνώση των "καλών" συνδέσεων, Andersson et al., [3]. Η τελευταία προσέγγιση είναι άπληστη (greedy), δηλ. επιλέγει μόνο έναν δεδομένο αριθμό, σύντομων συνδέσεων.

Μία άλλη τεχνική δίνεται από τον Vance et al., [22], ενώ ενδιαφέρουσα είναι και η ρουτίνα παραγωγής συνδυασμών των Klabjan και Schwan, [17], και Klabjan, Johnson και Nemhauser, [16].

Η νέα προσέγγιση συνδυάζει τις άπληστες εκτιμήσεις, δηλ. τους χρόνους σύνδεσης, με την τυχαιότητα. Στην σύγχρονες ευρετικές μεθόδους, μια τέτοια προσέγγιση καλείται, άπληστη τυχαία προσαρμοστική διαδικασία αναζήτησης (GRASP-Greedy, Randomized, Adaptive, Search, Procedure), βλέπε Feo και Resende, [ 13 ].

Υπάρχουν δύο δίκτυα που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή συνδυασμών, Barnhart et al., [ 5 ]. Το πρώτο είναι το δίκτυο πτητικών σκελών με βάση μια γραμμή χρόνου (The Segment Timeline Network), το οποίο έχει δύο ευδιάκριτους κόμβους για κάθε πτήση, έναν για την άφιξη και έναν για την αναχώρηση. Για κάθε πτήση, υπάρχει ένα τόξο που συνδέει τους δύο κόμβους. Πρόσθετα το δίκτυο έχει ένα τόξο, μεταξύ του κόμβου άφιξης και του κόμβου αναχώρησης μιας πτήσης, εάν ο χρόνος σύνδεσης, μεταξύ των δύο πτήσεων είναι συντομότερος από το  $\max Sit$  και ο σταθμός άφιξης της πρώτης πτήσης είναι ο ίδιος με το σταθμό αναχώρησης της δεύτερης πτήσης. Το δεύτερο είναι το δίκτυο βάρδιας με βάση μια γραμμή χρόνου (Duty Timeline Network), το οποίο για ένα δεδομένο σύνολο βαρδιών, καθορίζεται με έναν παρόμοιο τρόπο, εκτός από το ότι οι χρόνοι σύνδεσης, απαιτείται να βρίσκονται ανάμεσα στο διάστημα [  $\min Rest, \max Rest$  ].

Κάθε βάρδια είναι ένα μονοπάτι, στο δίκτυο πτητικών σκελών με βάση μια γραμμή χρόνου και κάθε συνδυασμός, είναι ένα μονοπάτι στο δίκτυο βάρδιας με βάση μια γραμμή χρόνου. Εντούτοις, εξαιτίας των κανόνων εφικτότητας των συνδυασμών και των βαρδιών, ένα μονοπάτι δεν αποτελεί απαραίτητα έναν συνδυασμό ή μία βάρδια.

Η παραγωγή συνδυασμών, είναι βασισμένη σε ένα δίκτυο βάρδιας με βάση μια γραμμή χρόνου. Πρώτα παράγονται οι βάρδιες, από το δίκτυο πτητικών σκελών με βάση μια γραμμή χρόνου και έπειτα οι συνδυασμοί. Καθ' όλη τη διάρκεια των υπολογισμών, χρησιμοποιείται μόνο ένα μικρό υποσύνολο των βαρδιών, έτσι ώστε οι απαιτήσεις μνήμης να μην είναι πρόβλημα, κάτι το οποίο αποτελεί συνήθως τη σημαντικότερη δυσκολία στα δίκτυα βάρδιας. Για τα καθημερινά προβλήματα, υιοθετείται η ακόλουθη στρατηγική. Υποθέστε ότι ο μέγιστος αριθμός των επιτρεπτών βαρδιών, σε έναν συνδυασμό είναι  $d$ . Υποθέστε επίσης, ότι δεν πρόκειται να ληφθεί υπ' όψιν οποιοσδήποτε συνδυασμός, που έχει δύο διπλές διανυκτερεύσεις,

εξαιτίας του υψηλού κόστους, που συνεπάγεται κάτι τέτοιο. Ως εκ τούτου, κανένας συνδυασμός δεν μπορεί να υπερβεί τις  $d+1$  ημέρες. Με βάση αυτήν την υπόθεση, προσθέτονται  $2(d+1)$  κόμβοι για κάθε πτητικό σκέλος, στο δίκτυο πτητικών σκελών, όπου ο κάθε ένας, θα αντιστοιχεί σε διαφορετική διαδοχική ημέρα της εβδομάδας. Έπειτα κατασκευάζονται τυχαίες βάρδιες, από το ίδιο δίκτυο.

Οι βάρδιες και οι συνδυασμοί παράγονται, με τη χρήση απαρίθμησης, με μια μέθοδο αναζήτησης πρώτα κατά βάθος, είτε στο δίκτυο πτητικών σκελών με βάση μια γραμμή χρόνου είτε στο δίκτυο βάρδιας με βάση μια γραμμή χρόνου. Επίσης, γίνεται προσπάθεια, να επεκταθεί ένα μέρος βάρδιας /συνδυασμού, με ένα πτητικό σκέλος /βάρδια, εάν υπάρχει ένα αντίστοιχο τόξο σύνδεσης στο δίκτυο.

Όπως ήδη έχει λεχθεί ανωτέρω, παράγονται αρχικά, οι τυχαίες βάρδιες και έπειτα οι τυχαίοι συνδυασμοί. Τα δύο μέρη διαφέρουν, λόγω του αριθμού των πιθανών συνδέσεων, ακόμα κι αν η βασική ιδέα είναι η ίδια. Ένα πτητικό σκέλος, τυπικά, έχει λιγότερες από 30 συνδέσεις, ενώ μία βάρδια μπορεί να έχει εκατοντάδες.

### 3.3.1 ΤΥΧΑΙΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΒΑΡΔΙΩΝ

Για την παραγωγή τυχαίων βαρδιών, επιλέγονται τυχαίες συνδέσεις με τη διαδικασία αναζήτησης πρώτα κατά βάθος. Έστω  $t_{ij}$ , ο χρόνος σύνδεσης μεταξύ των πτήσεων  $i$  και  $j$ , στο δίκτυο πτητικών σκελών με βάση μια γραμμή χρόνου. Έστω  $p_{ij} = f(t_{ij})$  η πιθανότητα επιλογής της σύνδεσης. Η διαδικασία αναζήτησης πρώτα κατά βάθος, προσπαθεί να επεκτείνει την τρέχουσα βάρδια με το τόξο σύνδεσης  $(i, j)$ , δηλ. με το πτητικό σκέλος  $j$ , και με πιθανότητα  $p_{ij}$ . Ας σημειωθεί, ότι πρώτα επιλέγεται η σύνδεση και έπειτα ελέγχεται, εάν η νέα βάρδια είναι εφικτή.

Το βασικό ζήτημα στην ανωτέρω διαδικασία, είναι ο υπολογισμός των πιθανοτήτων. Στα αεροδρόμια με μικρή δραστηριότητα (spokes), οι συνδέσεις είναι αραιές και ως εκ τούτου θέτεται  $p_{ij} = 1$ , εάν ο σταθμός άφιξης του πτητικού σκέλους  $i$  είναι spoke. Η παράμετρος  $E$ , χρησιμοποιείται για να δηλώσει τον αναμενόμενο αριθμό επιλεγμένων συνδέσεων, για κάθε κόμβο του δικτύου. Η παράμετρος αυτή, ελέγχει τον αριθμό τυχαίων βαρδιών που παράγονται. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της παραμέτρου, τόσο περισσότερες βάρδιες παράγονται. Εάν ένας κόμβος έχει λιγότερες από  $E$  συνδέσεις, τότε όλες οι συνδέσεις λαμβάνονται υπόψη. Οι συνδέσεις που αντιστοιχούν στις στροφές αεροπλάνων, και που έχουν χρόνο σύνδεσης μικρότερο από τον ελάχιστο (minimum sit), πάντα επιλέγονται.

Για τους κόμβους που απομένουν, πρέπει να επιλεγεί μια κατάλληλη συνάρτηση  $f$ . Η συνάρτηση πρέπει να μην είναι αύξουσα, δεδομένου ότι οι συντομότερες συνδέσεις είναι προτιμότερες, και είναι βολικό να είναι συνεχής. Από τη χρησιμοποίηση της εκθετικής συνάρτησης, προκύπτει ότι:

$$p_{ij} = e^{-\zeta (t_{ij} - \min S_{it})^2}$$

,όπου  $\zeta$  είναι μια παράμετρος, με την οποία αναθέεται σημαντικότητα «βάρους» στο χρόνο σύνδεσης. Εν συνεχεία, πρέπει να υπολογιστεί η τιμή της  $\zeta$ , που ικανοποιεί τον αναμενόμενο αριθμό των απαιτούμενων συνδέσεων, δηλαδή:

$$g(\zeta) = \sum_j \frac{X}{e^{-\zeta (t_{ij} - \min S_{it})^2}} = E \quad (1)$$

Με την εισαγωγή του  $\xi = \exp(-\zeta)$ , η λύση στην εξίσωση (1) είναι μια ρίζα πολυωνύμου. Για να λυθεί το πολυώνυμο, χρησιμοποιείται η μέθοδος Newton, με αρχικό σημείο το 1 (βλ. π.χ. Bertsekas, [ 7 ]). Δεδομένου ότι ο αριθμός συνδέσεων, που έχουν ληφθεί υπόψη, είναι χαμηλός, η μέθοδος είναι γρήγορη. Στην συγκεκριμένη εφαρμογή, υπολογίζεται αρχικά η παράμετρος  $\zeta$ , έτσι ώστε να ικανοποιείται η εξίσωση (1), για κάθε κόμβο του δικτύου πτητικών σκελών με βάση μια γραμμή χρόνου και έπειτα πραγματοποιείται η απαρίθμηση των βαρδιών, με την μέθοδο αναζήτησης πρώτα κατά βάθος.

### 3.3.2 ΤΥΧΑΙΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ

Μόλις παραχθούν τυχαία οι βάρδιες, όπως περιγράφεται ανωτέρω, παράγονται τυχαία και οι συνδυασμοί. Χαρακτηριστικά παράγονται από 30.000 έως 60.000 βάρδιες. Δεδομένου ότι, πάρα πολλοί συνδυασμοί, μπορούν να κατασκευαστούν από αυτές, παράγεται, μόνο, ένα υποσύνολο συνδυασμών.

Η βασική ιδέα της παραγωγής συνδυασμών, είναι παρόμοια με την παραγωγή βαρδιών. Αυτό το οποίο επιθυμείται, είναι η επέκταση ενός μέρους κάποιου συνδυασμού, με μία βάρδια, με την επιλογή συνδέσεων, βάση ορισμένης πιθανότητας. Όπως και ανωτέρω, μια επιθυμητή ιδιότητα, της πιθανότητας, είναι ότι οι πιο χρονοβόρες συνδέσεις, πρέπει να έχουν χαμηλότερη πιθανότητα. Εντούτοις, η



απλή προσαρμογή της προσέγγισης, που χρησιμοποιήθηκε για την παραγωγή βαρδιών, έτσι ώστε να χρησιμοποιηθεί και στην παραγωγή συνδυασμών, θα ήταν δύσκολη (ανυπάκουη). Παραδείγματος χάριν, για κάθε βάρδια, ο υπολογισμός της τιμής  $\xi$  θα περιελάμβανε, την εύρεση μιας πολυωνυμικής ρίζας με βαθμό ίσο, με το μέγιστο χρόνο ανάπαυσης και με μέχρι 500 (ο αριθμός πιθανών συνδέσεων μιας βάρδιας) μη μηδενικούς συντελεστές.

Έστω  $S_j$ , το σύνολο (τομέας) όλων των βαρδιών που αρχίζουν με το πτητικό σκέλος  $j$  και έστω  $a_j$  ο κοινός χρόνος αναχώρησης για κάθε τέτοια βάρδια. Υποθέστε, ότι είναι επιθυμητή, η επέκταση ενός μέρους του συνδυασμού, που τελειώνει με μια βάρδια  $d$ . Οι βάρδιες που λαμβάνονται υπόψη, είναι όλες οι βαρδιες που αναχωρούν από τον ίδιο σταθμό, με το σταθμό άφιξης της βάρδιας  $d$  και που ικανοποιούν τους ελάχιστους και τους μέγιστους περιορισμούς, του χρόνου ανάπαυσης.

Για να παρακαμφθεί το πρόβλημα του υπολογισμού της τιμής του  $\xi$ , για κάθε βάρδια, επιλέγεται αρχικά ένα τυχαίο **βήμα διάστασης** στο χρόνο και έπειτα επιλέγονται τυχαίες βάρδιες, από τον πρώτο τομέα βαρδιών, με χρόνο αναχώρησης, αυτόν, που παράχθηκε τυχαία. Πιο συγκεκριμένα, εάν στο προηγούμενο βήμα, είχαν παραχθεί βάρδιες από τον τομέα  $S_j$ , θα επιλεγόταν ένα δείγμα, τυχαίων αριθμών λεπτών (της ώρας), που σημειώνονται με  $n$ , και στο επόμενο βήμα θα επιλεγόταν βάρδιες, τυχαία, από τον πρώτο τομέα βαρδιών  $S_k$ , του οποίου ο χρόνος αναχώρησης είναι μεγαλύτερος από  $a_j + n$ . Η τυχαία μεταβλητή  $n$ , καλείται **βήμα διάστασης**. Για το βήμα διάστασης χρησιμοποιείται η κανονική κατανομή, δηλαδή  $n \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Η διακύμανση  $\sigma$ , καθορίζεται από τους υπολογισμούς, αλλά η μέση αξία  $\mu$  ποικίλλει, διότι βασίζεται στο χρόνο σύνδεσης. Γίνεται η υπόθεση ότι,  $t_j$  είναι ο χρόνος σύνδεσης, μεταξύ μιας βάρδιας του τομέα  $S_j$  και της βάρδιας  $d$ . Ακόμη,  $\mu = f(t_j)$ , όπου  $f$  είναι μια συνεχής, αύξουσα και γραμμική συνάρτηση. Μόλις επιλεχτεί ο επόμενος τομέας των βαρδιών  $S_k$ , πρέπει να παραχθούν τυχαίες βάρδιες (από αυτόν τον τομέα). Δοσμένου ενός σταθερού αριθμού  $\tau$ , η πιθανότητα της επιλογής μιας βάρδιας, από τον τομέα  $S_k$  είναι  $p = \exp(-\tau (t_k - \text{minRest})^2)$ .

Σε αυτό το σημείο, λαμβάνονται υπόψη, οι παραγμένες τυχαίες βάρδιες ενός τομέα. Ας σημειωθεί ότι η πιθανότητα  $p$ , της επιλογής μιας βάρδιας, εξαρτάται μόνο από τον τομέα και όχι από μία, μοναδική, βάρδια του τομέα. Εν συνεχεία χρησιμοποιείται η παράμετρος  $pMethod$ , όπου εάν  $p > pMethod$ , τότε πραγματοποιείται ο βρόχος, για όλες τις βάρδιες του τομέα και επιλέγεται μια βάρδια με πιθανότητα  $p$  (δυναμική δειγματοληψία). Εάν  $p \leq pMethod$ , τότε χρησιμοποιείται

η δειγματοληψία γεωμετρικής κατανομής, όπως ακολουθεί. Επιλέγεται ένας αριθμός  $u$ , από την ομοιόμορφη κατανομή του διαστήματος  $[0,1]$  και υπολογίζεται ως  $\hat{u} = \lceil \ln u / \ln(1 - p) \rceil$ , η οποία κατανέμεται γεωμετρικά, με την παράμετρο  $p$  (βλ. Law και Kelton, [ 18 ]). Εν συνεχεία, παραλείπονται οι επόμενες βάρδιες  $\hat{u} - 1$  και επιλέγεται η βάρδια που ακολουθεί. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται, έως ότου ανιχνευτούν όλες οι βάρδιες του τομέα. Πρόσθετες λεπτομέρειες για αυτήν την εφαρμογή, μπορούν να βρεθούν στον Klabjan, [ 15 ].

Όπως και στην παραγωγή βαρδιών, έτσι και εδώ, εάν ο αριθμός όλων των πιθανών νυχτερινών συνδέσεων, είναι μικρότερος από έναν δεδομένο αριθμό, δεν εφαρμόζεται το τυχαίο σχήμα. Παραδείγματος χάριν, αν σε έναν αερολιμένα spoke, ο αριθμός των συνδέσεων είναι μικρός, τότε λαμβάνονται υπόψη όλες οι συνδέσεις σαν πιθανές επεκτάσεις, του μερικού συνδυασμού.

Η ρουτίνα τυχαίας παραγωγής συνδυασμών, ενσωματώθηκε στον παράλληλο αλγόριθμο παραγωγής, που αναπτύχθηκε από τους Klabjan και Schwan, [ 17 ]. Το ποσό της πρόσθετης εργασίας, για ένα βήμα τυχαίας παραγωγής συνδυασμών, είναι αμελητέο, εάν η ψευδό-τυχαία παραγωγή αριθμών, είναι γρήγορη.

Μια φυσική ερώτηση, που προκύπτει, είναι το πόσο τυχαίοι είναι οι συνδυασμοί που παράγονται, από την ευρετική μέθοδο που χρησιμοποιείται. Ωστόσο τα αποτελέσματα από τις δοκιμές του συγκεκριμένου μοντέλου, δείχνουν ότι οι συνδυασμοί που παράγονται, είναι διαφοροποιημένοι και μπορούν να χρησιμοποιηθούν επιτυχώς, στα προβλήματα του προγραμματισμού πληρώματος των αερογραμμών.

### **3.3.3 ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ ΧΑΜΗΛΗΣ ΧΡΟΝΙΚΗΣ ΠΙΣΤΩΣΗΣ ΠΤΗΣΗΣ (FTC)**

Δεδομένου ότι είναι απίθανο μια καλή λύση να έχει συνδυασμούς, με πραγματικά μεγάλη χρονική πίστωση πτήσης (FTC), γίνεται προσπάθεια να παραχθούν συνδυασμοί που να έχουν χρονική πίστωση πτήσης (FTC), κάτω από έναν δεδομένο αριθμό  $K$ . Στην διαδικασία αναζήτησης πρώτα κατά βάθος, αφαιρούνται όλοι οι μερικοί συνδυασμοί, που στο καλύτερο δυνατό σενάριο θα παρήγαγαν έναν συνδυασμό με χρονική πίστωση πτήσης (FTC), μεγαλύτερη από το  $K$ . Η ακόλουθη πρόταση δίνει ένα χαμηλότερο όριο, στην χρονική πίστωση πτήσης (FTC) ενός συνδυασμού.

**Πρόταση 1:** Έστω  $\maxDuties$  ο μέγιστος αριθμός επιτρεπόμενων βαρδιών σε έναν συνδυασμό,  $\maxFly$  ο μέγιστος επιτρεπόμενος χρόνος πτήσης σε μια βάρδια και  $d$  ο χρόνος πτήσης μιας βάρδιας για κάθε  $fl_{di}$ . Έστω ότι ένας μερικός συνδυασμός, περιλαμβάνει τις βάρδιες  $d_1, \dots, d_k$ , όπου  $k \leq \maxDuties$ . Εάν

$$\sum_{i=1}^k dc_{di} + (\maxDuties - k) \cdot \maxFly / \sum_{i=1}^k fl_{di} + (\maxDuties - k) \cdot \maxFly \geq K + 1$$

όπου  $0 < K < 1$ , είναι ένας πραγματικός αριθμός, τότε η χρονική πίστωση πτήσης (FTC), οποιουδήποτε συνδυασμού, που προήλθε από τον μερικό συνδυασμό, είναι μεγαλύτερη από  $K$ .

**Απόδειξη:** Υποθέστε ότι ο μερικός συνδυασμός, σχηματίζει έναν συνδυασμό, θέτοντας τις βάρδιες  $d_{k+1}, \dots, d_k$ . Τότε ένα χαμηλότερο όριο του κόστους του συνδυασμού, είναι:

$$\sum_{i=1}^{k'} dc_{di} \geq \sum_{i=1}^k dc_{di} + \sum_{i=k+1}^{k'} fl_{di}$$

εφόσον, το κόστος του συνδυασμού, είναι μεγαλύτερο από το άθροισμα των κοστών της βάρδιας και  $dc_{di} \geq fl_{di}$ . Ως εκ τούτου, ένα χαμηλότερο όριο, του λόγου, του κόστους του συνδυασμού ως προς τον χρόνο πτήσης είναι:

$$\sum_{i=1}^k dc_{di} + \sum_{i=k+1}^{k'} fl_{di} / \sum_{i=1}^k fl_{di} \geq \sum_{i=1}^k dc_{di} + (\maxDuties - k) \cdot \maxFly / \sum_{i=1}^k fl_{di} + (\maxDuties - k) \cdot \maxFly$$

εφόσον,  $fl_{di} \leq \maxFly$  και  $k' \leq \maxDuties$ . Το όριο μπορεί να ελεγχθεί με τον πολλαπλασιασμό των μερών, για να εξαλειφθούν οι παρονομαστές και να επεκταθούν τα παραγμένα.

Για τα καθημερινά προβλήματα, το όριο διαγραφής συνδυασμών, που καθορίζεται από την τιμή  $K$ , τέθηκε στο 25%. Αυτή η πρόσθετη «περικοπή» μειώνει το χρόνο παραγωγής των συνδυασμών κατά ένα τρίτο.

### 3.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Το παράλληλο υπολογιστικό περιβάλλον H/Y, το οποίο χρησιμοποιήθηκε, για την επίλυση του συγκεκριμένου μοντέλου, είναι ίδιο με αυτό που αναφέρεται στο Κεφάλαιο 2, παράγραφο 6.

Αξίζει να σημειωθεί, πως έγινε κατανοητό, ότι είναι επωφελής η χρήση της ισχυρής διακλάδωσης, για τα προβλήματα με περισσότερες από 150 γραμμές και με την υπόθεση, ότι ο αριθμός των στηλών είναι μεγαλύτερος από 50.000. Δηλαδή, η μέθοδος αυτή, δουλεύει καλά, σε περιπτώσεις μεγάλων μικτών ακέραιων, όπου η επίλυση των χαλαρώσεων LP, χρειάζεται σχετικά σημαντικό χρόνο. Σημαντικά συμπεράσματα εκθέτονται επίσης από τους Chu, Gelman και Johnson, [9] και Anbil, Johnson και Tanga, [2].

### 3.5. ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

Η γενική μεθοδολογία, που περιγράφηκε παράπάνω, μπορεί να εφαρμοστεί σε άλλα καθορισμένα προβλήματα διαχωρισμού, όπως στη δρομολόγηση οχημάτων και στα προβλήματα αποθεμάτων. Το μόνο βήμα που πρέπει να προσαρμοστεί ολοκληρωτικά, είναι η τυχαία παραγωγή στηλών. Για τα προβλήματα αποθεμάτων, μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι τεχνικές δειγματοληψίας της αλυσίδας Markov, για να παραχθούν οι στήλες, Dyer et al., [12].

## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] Anbil, R., Gelman, E., Patty, B. and Tanga, R. (1991). Recent Advances in Crew Pairing Optimization at American Airlines. *Interfaces*, 21, 62—74.
- [2] Anbil, R., Johnson, E. and Tanga, R. (1992). A Global Approach to Crew Pairing Optimization. *IBM Systems Journal*, 31, 71—78.
- [3] Andersson, E., Housos, E., Kohl, N. and Wedelin, D. (1998). Crew Pairing Optimization. In *Operations Research in the Airline Industry*. G. Yu (editor). Kluwer Academic Publishers, 228—258.
- [4] Barnhart, C., Johnson, E., Nemhauser, G., Savelsbergh, M. and Vance, P. (1998). Branch-and-Price: Column Generation for Solving Huge Integer Programs. *Operations Research*, 46, 316—329.
- [5] Barnhart, C., Johnson, E., Nemhauser, G. and Vance, P. (1999). Crew Scheduling. In *Handbook of Transportation Science*. R. W. Hall (editor). Kluwer Scientific Publishers, 493—521.
- [6] Beale, E. and Tomlin, J. (1970). Special Facilities in a General Mathematical Programming System for Non-Convex Problems Using Ordered Sets of Variables, *Proceedings of the 5th International Conference on Operations Research*.
- [7] Bertsekas, D. (1995). *Nonlinear Programming*, Athena Scientific, 79—90.
- [8] Bixby, R., Cook, W., Cox, A. and Lee, E. (1995). Parallel Mixed Integer Programming, Technical Report CRPC-TR95554, Rice University. Available from <ftp://softlib.rice.edu/pub/CRPC-TRs/reports>.
- [9] Chu, H., Gelman, E. and Johnson, E. (1997). Solving Large Scale Crew Scheduling Problems. *European Journal of Operational Research*, 97, 260—268.
- [10] **CPLEX Optimization** (1997). Using the CPLEX Callable Library, 5.0 edn, ILOG Inc.

- [11] Desrosiers, J., Dumas, Y., Desrochers, M., Soumis, F., Sanso, B. and Trudeau, P. (1991). A Breakthrough in Airline Crew Scheduling, Technical Report G-91-11, Cahiers du GERAD.
- [12] Dyer, M., Frieze, A., Kapoor, A., Kannan, R., Perkovic, L. and Vazirani, U. (1994). A Mildly Exponential Time Algorithm for Approximating the Number of Solutions to a Multidimensional Knapsack Problem. Unpublished.
- [13] Feo, T. and Resende, M. (1989). A Probabilistic Heuristic for a Computationally Difficult Set Covering Problem. *Operations Research Letters*, 8, 67—71.
- [14] Gershkoff, I. (1989). Optimizing Flight Crew Schedules. *Interfaces*, 19, 29—43.
- [15] Klabjan, D. (1999). Topics in Airline Crew Scheduling and Large Scale Optimization. Ph.D. Dissertation, Georgia Institute of Technology.
- [16] Klabjan, D., Johnson, E. and Nemhauser, G. (1999). A Parallel Primal-Dual Algorithm, Technical Report TLI/LEC-99-10, Georgia Institute of Technology.
- [17] Klabjan, D. and Schwan, K. (1999). Airline Crew Pairing Generation in Parallel, Technical Report TLI/LEC-99-02, Georgia Institute of Technology.
- [18] Law, A. and Kelton, W. (1991). *Simulation, Modeling and Analysis*. McGraw-Hill.
- [19] Linderoth, J. and Savelsbergh, M. (1999). A Computational Study of Search Strategies for Mixed Integer Programming. *Informatics Journal on Computing*, 11, 173—187.
- [20] **Message Passing Interface Forum (1995)**. The MPI Message Passing Standard. Available from <http://www.mpi-forum.org>.
- [21] Ryan, D. and Foster, B. (1981). An Integer Programming Approach to Scheduling. In *Computer Scheduling of Public Transport Urban Passenger Vehicle and Crew Scheduling*. A. Wren (editor). North-Holland, 269—280.

[22] Vance, P., Atamturk, A., Barnhart, C., Gelman, E., Johnson, E., Krishna, A., Mahidhara, D., Nemhauser, G. and Rebello, R. (1997). A Heuristic Branch-and-Price Approach for the Airline Crew Pairing Problem, Technical Report LEC-97-06, Georgia Institute of Technology.

**Diego Klabjan, Ellis L. Johnson and George L. Nemhauser**, School of Industrial and Systems Engineering Georgia Institute of Technology, email: [diego,ellis.johnson,george.nemhauser@isye.gatech.edu](mailto:diego,ellis.johnson,george.nemhauser@isye.gatech.edu)

## **ΚΑΦΑΛΑΙΟ 4**



# ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΓΙΑ ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΝΑΘΕΣΗΣ ΣΤΟΛΟΥ

**Περίληψη:** Λόγω των πρόσφατων βελτιώσεων στην τεχνολογία, είναι πιο πρακτικό, να λύνονται τα προβλήματα προγραμματισμού αερογραμμών σε περιβάλλον ηλεκτρονικού υπολογιστή (H/Y). Εδώ, χρησιμοποιούνται εργαλεία H/Y, για το χειρισμό και την διαμόρφωση των δεδομένων. Για τον προγραμματισμό πληρώματος, έχει αναπτυχθεί μια βάση δεδομένων, σε περιβάλλον Microsoft Access<sup>1</sup>, που μπορεί να παρουσιάσει, τις διάφορες πτυχές του προγράμματος, τις παραμέτρους του προβλήματος, όπως επίσης και τη λύση. Οι προκαθορισμένες αξίες των παραμέτρων, για τους κανόνες νομιμότητας και για τις δαπάνες, παρέχονται μαζί με οδηγίες, που επεξηγούν τους κανόνες και τις δαπάνες. Οι παράμετροι μπορούν να αλλάξουν και νέα προγράμματα που απεικονίζουν τις νέες αξίες, μπορούν να παραχθούν. Το πρόγραμμα CPLEX<sup>2</sup> χρησιμοποιείται ως βελτιστοποιητής (optimizer). Εντούτοις, η βέλτιστη λύση υποδεικνύεται στην αρχική λίστα, έτσι ώστε ο βελτιστοποιητής, να μην είναι φανερός στον χρήστη. Για το πρόβλημα ανάθεσης στόλου, το μοντέλο δίνεται τόσο με την χρησιμοποίηση της AMPL<sup>3</sup>, αλλά και με την χρησιμοποίηση της Microsoft Access. Η εκδοχή της Microsoft Access επιτρέπει στο πρόγραμμα να εισάγει και να παράγει τη CPLEX, χωρίς να απαιτείται να διακοπεί η λειτουργία της Access (δηλαδή το πρόγραμμα συνεχίζει να «τρέχει»). Τα μοντέλα αυτά, είναι διαθέσιμα στην ηλεκτρονική διεύθυνση: <http://tli.isye.gatech.edu/airlines/models/>.

## 4.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο H/Y και τα περιβάλλοντα δικτύων H/Y συνεχίζουν να δοκιμάζουν τις γρήγορες τεχνολογικές προόδους, πιέζοντας τόσο τα όρια της ταχύτητας υπολογισμού (επεξεργασίας) όσο και του μεγέθους μνήμης. Και οι δύο παραπάνω παράγοντες, έχουν περιορίσει, στο παρελθόν, την ικανότητα επίλυσης, πρακτικών προβλημάτων βελτιστοποίησης οποιουδήποτε μεγάλου μεγέθους, σε τέτοιο περιβάλλον. Αυτό ίσχυε ειδικά για τα προβλήματα, όπως ο σχεδιασμός πληρωμάτων αερογραμμών και η

<sup>1</sup> Microsoft Access™ is a registered trademark of Microsoft Corporation.

<sup>2</sup> CPLEX is a registered trademark of ILOG, Inc.

<sup>3</sup> AMPL was developed at AT & T Bell Laboratories and is licensed through Scientific Press.

ανάθεση στόλου, των οποίων το μέγεθος αυξανόταν ταχύτατα κατά την είσοδο δεδομένων. Δεδομένου ότι τα περιβάλλοντα Η/Υ και δικτύων Η/Υ γίνονται ισχυρότερα, νέα εργαλεία προκύπτουν, που μπορούν να εκμεταλλευτούν και να δώσουν στους χρήστες την ικανότητα, να έχουν εύκολη πρόσβαση στα δεδομένα αλλά και ταχύτατη επεξεργασία αυτών.

Ένα σύνολο εργαλείων, που βασίζονται σε Η/Υ, αναπτύχθηκαν σταδιακά, για τα προβλήματα προγραμματισμού πληρώματος και ανάθεσης στόλου, που αντιμετωπίζουν οι αερογραμμές. Αρχικά, αυτά τα εργαλεία αναπτύχθηκαν για να υποστηρίξουν μια έρευνα, που αφορούσε τη λειτουργία αερογραμμών, η οποία πραγματοποιήθηκε στο Ινστιτούτο Τεχνολογίας της Τζόρτζια (Georgia Institute of Technology). Τα εργαλεία σχεδιάστηκαν για να βοηθήσουν, τους σπουδαστές και τους ερευνητές, να καταλάβουν καλύτερα τα προβλήματα προγραμματισμού πληρωμάτων και ανάθεσης στόλου. Υπό αυτές τις συνθήκες, οι χρήστες μπορούσαν εύκολα να εμφανίσουν δεδομένα, να χειριστούν το μοντέλο και να δουν τα αποτελέσματα των διαφόρων αλλαγών που έκαναν. Αυτή η χρήση του εργαλείου, το καθιστά πολύτιμο στις μελέτες, που βασίζονται σε αναλύσεις what-if, όπως για παράδειγμα η μέτρηση των επιδράσεων, στα αποτελέσματα, κατά την αύξηση των ολονύκτιων περιόδων ξεκούρασης (των πληρωμάτων), κ.λ.π.

Για τον προγραμματισμό πληρώματος, οι αλλαγές, που μπορούν να γίνουν στο επίκεντρο των κανόνων νομιμότητας και των τύπων κόστους, χρησιμοποιούνται για να παράγουν τους συνδυασμούς. Είναι επίσης εύκολο, να διαμορφωθεί το πρόγραμμα, αλλάζοντας τους σταθμούς που αποτελούν τις βάσεις πληρωμάτων, και θέτοντας συγκεκριμένους σταθμούς, για τον ελάχιστο και το μέγιστο χρόνο σύνδεσης καθώς και για την ολονύκτια ξεκούραση. Για την ανάθεση στόλου, οι αλλαγές που μπορούν να γίνουν περιλαμβάνουν την αλλαγή του προγράμματος, την προσθήκη ή την αφαίρεση τύπων στόλου, την αλλαγή των δεδομένων, που αφορούν το κόστος και το εισόδημα, και τον περιορισμό ενός τύπου στόλου, από συγκεκριμένες πτήσεις (πτητικά σκέλη) του προγράμματος.

Παρότι έχουν αναπτυχθεί, κάποιοι κώδικες (για ειδικούς σκοπούς), χρησιμοποιούνται κυρίως εφαρμογές βασισμένες σε Η/Υ, όπως η Microsoft Access (για τη διαχείριση δεδομένων αλλά και την επαφή με το χρήστη) και η CPLEX (για τη βελτιστοποίηση). Για το πρόβλημα ανάθεσης στόλου, έχει αναπτυχθεί το μοντέλο AMPL που βασίζεται, επίσης, σε Η/Υ.

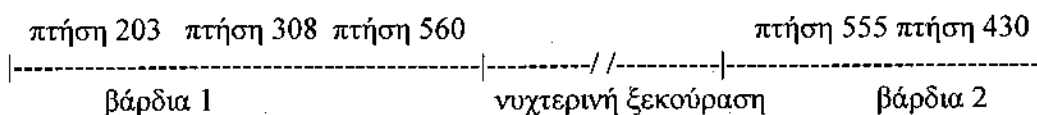
Στην παράγραφο 4.2, η εργασία αναφέρεται στα εργαλεία διαμόρφωσης για τον προγραμματισμό πληρωμάτων. Περιγράφονται, το βασικό μοντέλο προγραμματισμού πληρώματος, οι εφαρμογές που χρησιμοποιήθηκαν, η διαπροσωπία (διεπαφή – interface) των χρηστών, για την είσοδο των δεδομένων και των παραμέτρων του προβλήματος αλλά και την παρατήρηση των εξερχόμενων δεδομένων, οι δομές δεδομένων, και η ολοκλήρωση της εφαρμογής. Στην παράγραφο 4.3, αναφέρονται τα εργαλεία διαμόρφωσης για την ανάθεση στόλου. Περιγράφονται το μοντέλο AMPL, η μετατροπή του σε Access/ CPLEX, οι δομές δεδομένων που απαιτούνται, καθώς και τα ζητήματα ολοκλήρωσης της εφαρμογής.

## 4.2. ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΠΛΗΡΩΜΑΤΩΝ

### 4.2.1 ΤΟ ΒΑΣΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Το βασικό μοντέλο, που χρησιμοποιούμε για το πρόβλημα του προγραμματισμού πληρώματος, είναι το μοντέλο διαχωρισμού (του προβλήματος σε υποπροβλήματα). Οι στήλες ή τα σύνολα καλούνται συνδυασμοί (pairings). Ένας συνδυασμός είναι μια σειρά διαδοχικών πτητικών σκελών, που αντιπροσωπεύει ένα πιθανό δρομολόγιο, στο οποίο, ίσως ανατεθεί ένα πλήρωμα. Αρχίζει σε μια βάση πληρωμάτων και τελειώνει στην ίδια βάση (π.χ. Αερολιμένας Αθήνας). Αποτελείται από μερικές βάρδιες, με ένα ορισμένο χρονικό όριο για νυχτερινή ξεκούραση, μεταξύ των βαρδιών. Οι βάρδιες θεωρούνται ως εργασία μιας ημέρας.

Το ακόλουθο σχήμα, αναπαριστά ένα τυπικό συνδυασμό :



Σχήμα 4.1: Τυπικός Συνδυασμός

Υπάρχουν συγκεκριμένες ομάδες κανόνων και περιορισμών, που ορίζουν ποιες βάρδιες και ποιοι συνδυασμοί ισχύουν. Παραδείγματα αποτελούν ο χρόνος μεταξύ των πτήσεων, ο αριθμός πτήσεων σε μία βάρδια, ο συνολικός χρόνος πτήσεων σε μία βάρδια, η διάρκεια των βαρδιών, η διάρκεια της νυχτερινής ξεκούρασης, ο αριθμός των βαρδιών σε έναν συνδυασμό, και το «μήκος» των συνδυασμών, τα οποία ρυθμίζονται. Επιπλέον, το κόστος ενός συνδυασμού εξαρτάται από διάφορους

παράγοντες και, γενικά, μπορεί να υπολογιστεί, μόνο, αφότου έχει καθοριστεί ολόκληρος ο συνδυασμός. Για αυτούς τους λόγους, χρησιμοποιούνται συχνά, ειδικοί αλγόριθμοι, για να παράγουν και να υπολογίσουν το κόστος των έγκυρων συνδυασμών, χωριστά από τον βελτιστοποιητή (optimizer).

Σε μια απλή εφαρμογή του μοντέλου διαχωρισμένου προβλήματος, στον προγραμματισμό πληρώματος, όλοι οι έγκυροι συνδυασμοί παράγονται και προωθούνται. Για κάθε συνδυασμό, η πορεία του κάθε πτητικού σκέλους (μία πορεία τέτοια, έτσι ώστε κάθε συνιστώσα  $j$  να είναι ένα, εάν το πτητικό σκέλος  $j$  περιλαμβάνεται στον συνδυασμό και μηδέν, σε διαφορετική περίπτωση) παράγεται και το κόστος του συνδυασμού υπολογίζεται. Έστω  $a_i$ , η πορεία του πτητικού σκέλους για τον συνδυασμό  $i$  και έστω  $c_i$  το κόστος του συνδυασμού  $i$ . Καθορίζουμε το  $x_i$  ως μια δυαδική μεταβλητή που θα είναι ένα, εάν επιλέγουμε τον συνδυασμό  $i$  και μηδέν σε διαφορετική περίπτωση.

Κατά συνέπεια, ισχύει :

$$\begin{aligned} \text{Min } c^T x \\ \text{s.t } Ax = 1 \\ x \in B^n \end{aligned}$$

,όπου η βέλτιστη λύση είναι ένα σύνολο συνδυασμών, έτσι ώστε κάθε πτητικό σκέλος να πραγματοποιείται ακριβώς μιά φορά στο ελάχιστο κόστος. Ας σημειωθεί ότι με αυτήν την απλή προσέγγιση, όλες οι πολυπλοκότητες του προβλήματος, εξετάζονται στον εξειδικευμένο αλγόριθμο παραγωγής συνδυασμών. Το μοντέλο βελτιστοποίησης είναι ουσιαστικά αμετάβλητο και είναι αρκετά απλό εννοιολογικά. Η εστίαση των εργαλείων διαμόρφωσης, για τον προγραμματισμό πληρώματος, είναι στο να παρέχει στον χρήστη τη δυνατότητα να τροποποιεί εύκολα τους διάφορους κανόνες και τους κανονισμούς, που οδηγούν στον αλγόριθμο παραγωγής συνδυασμών και να βλέπει γρήγορα τα αποτελέσματα, τόσο στους συνδυασμούς που παρήχθησαν όσο και στην ολοκληρωτική λύση.

Υπολογιστικά, η δυσκολία στην επίλυση του βασικού προβλήματος, του προγραμματισμού πληρώματος, είναι ο αριθμός των στηλών (συνδυασμών) που μπορεί να παρουσιαστούν. Για την καλύτερη κατανόηση, υποθέτουμε ότι το πρόβλημα δεν είναι τόσο μεγάλο, ώστε να μην μπορεί να περαστεί σε CPLEX και να λυθεί. Δείτε [ΑΤJ] για μια σφαιρική προσέγγιση στην επίλυση του μεγαλύτερου προβλήματος, αναφορικά με τον προγραμματισμό πληρώματος. Αυτή η εργασία επεκτείνεται στην πιο πρόσφατη βελτιστοποίηση του υποπροβλήματος που

συζητήθηκε στο [AGPT]. Δείτε επίσης [HU], για μια συζήτηση για τη συμπαγή αποθήκευση των σχεδόν-ρητών μητρών και των πρωταρχικών - διπλών μεθόδων, για την επίλυση μεγαλύτερων προβλημάτων.

#### 4.2.2 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Στόχος, των ερευνητών, ήταν να αναπτυχθεί μια γραφική διαπροσωπεία χρηστών, για την τροποποίηση των παραμέτρων του προβλήματος. Ο χρήστης έπρεπε να είναι σε θέση να ενεργοποιεί και να απενεργοποιεί τους διάφορους κανόνες νομιμότητας και κόστους και να έχει εύκολη πρόσβαση στις προκαθορισμένες τιμές των παραμέτρων, καθώς και σε περαιτέρω οδηγίες χρήσης του προγράμματος. Ένα επίσης σημαντικό σημείο, ήταν ότι θα έπρεπε να υπάρχει η δυνατότητα "drill down", κατά την παρουσίαση των αποτελεσμάτων, ειδικά των αποτελεσμάτων παραγωγής συνδυασμών. (drill down – η δυνατότητα να γνωρίζει ο χρήστης, με ποιον τρόπο προέκυψε ένα αποτέλεσμα). Δηλαδή, δόθηκε, η δυνατότητα στο χρήστη να εμφανίζει μια λίστα, με τους παραγμένους συνδυασμούς και μετά να βλέπει τις βάρδιες ή τα πτητικά σκέλη που καθόρισαν τον κάθε έναν από αυτούς, και για οποιαδήποτε βάρδια να δει τα πτητικά σκέλη που την καθόρισαν. Η Microsoft Access παρέχει τόσο τη διαπροσωπία χρηστών, όσο και τους συγγενικούς πίνακες, που απαιτούνται για την παρουσίαση των αποτελεσμάτων.

Ειδικά για την παραγωγή συνδυασμών, αναπτύχθηκε ο κώδικας C++. Ο κώδικας παραγωγής συνδυασμών διορθώνει τα δεδομένα των παραμέτρων, που ρυθμίζουν τους ελέγχους νομιμότητας και τους υπολογισμούς του κόστους των συνδυασμών. Ο κώδικας ενσωματώνει τα δεδομένα παραμέτρου μέσα στη ρουτίνα του, για να παράγει πρώτα τις βάρδιες και έπειτα τους συνδυασμούς. Χρησιμοποιεί ένα σχήμα αναζήτησης πρώτα κατά βάθος (depth first), στα πτητικά σκέλη, για να απαριθμήσει όλες τις έγκυρες βάρδιες και έπειτα το ίδιο σχήμα αναζήτησης στις βάρδιες, για να απαριθμηθούν όλοι οι έγκυροι συνδυασμοί. Τα αποτελέσματα εξάγονται σε μια μορφή που μπορεί να χρησιμοποιηθεί από την Access, για να παρουσιάσει τα αποτελέσματα και να παρέχει την δυνατότητα "drill down" που περιγράφεται ανωτέρω.

Επιλέξαμε την CPLEX ως εφαρμογή βελτιστοποίησης, επειδή μπορεί να κληθεί, αρκετά εύκολα, από τα προγράμματα C++ σε ένα (περιβάλλον) Η/Υ. Αναπτύχθηκε ειδικά για αυτόν τον σκοπό, ο κώδικας C++ που ανακτά τους συνδυασμούς που παρήχθησαν, εγκαθιστά το περιβάλλον CPLEX, «φορτώνει» το

πρόβλημα, και καλεί την CPLEX για να το λύσει. Η CPLEX λύνει το πρόβλημα, ως πρόβλημα βελτιστοποίησης μικτών ακέραιων αριθμών. Κατόπιν, η C++ ανακτά τα αποτελέσματα από την CPLEX και τα εκθέτει με μια μορφή που μπορεί να χρησιμοποιηθεί από την Access.

#### 4.2.3 ΔΙΑΠΡΟΣΩΠΙΑ ΧΡΗΣΤΩΝ

Τα αρχικά εισερχόμενα δεδομένα, είναι το πρόγραμμα πτήσεων. Τα εργαλεία διαμόρφωσης υποθέτουν ότι ο χρήστης θέλει να λύσει ένα καθημερινό πρόβλημα. Δηλαδή υποθέτει ότι κάθε (πτητικό σκέλος) μέσα στο πρόγραμμα, το οποίο παρέχεται από τον χρήστη, πραγματοποιείται κάθε ημέρα της εβδομάδας. Συχνά, ειδικά για τα μεγάλα προβλήματα, λύνεται πρώτα ένα καθημερινό πρόβλημα και έπειτα οι εβδομαδιαίες εξαιρέσεις (weekly exceptions), ενσωματώνονται στη λύση. Δεδομένου ότι η αρχική πρόθεση, των ερευνητών, ήταν να δοθεί η δυνατότητα στους χρήστες να κατανοήσουν το βασικό πρόβλημα προγραμματισμού πλήρωματος, αλλά και η ικανότητα να αλλάζουν αμφίδρομα τα διάφορα δεδομένα και τις παραμέτρους του προβλήματος, δεν έδωσαν ιδιαίτερη προσοχή (ή προτεραιότητα) στις εβδομαδιαίες εξαιρέσεις.

Επομένως, τα δεδομένα του προγράμματος αποτελούνται, από ένα μόνο προσδιοριστικό παράγοντα πτητικού σκέλους (flight leg identifier), το σταθμό και τον χρόνο αναχώρησης, το σταθμό και το χρόνο άφιξης και, προαιρετικά, μια δρομολόγηση αεροπλάνων. Ο προσδιοριστικός παράγοντας πτητικού σκέλους, δεν χρειάζεται να είναι μοναδικός και δεν χρησιμοποιείται από το μοντέλο. Σε κάθε στοιχείο της γραμμής, στον πίνακα του προγράμματος πτήσεων, ανατίθεται μια μοναδική ταυτότητα και λαμβάνεται ως μοναδικό πτητικό σκέλος, το οποίο μπορεί να «πετάξει», οποιοδήποτε πλήρωμα. Γι' αυτό, όταν το ίδιο πλήρωμα, πραγματοποιεί μια σειρά παρακείμενων πτητικών σκελών, που μοιράζονται τον ίδιο προσδιοριστικό παράγοντα, δεν έχει κάποιο επιπλέον πλεονέκτημα (εκτός αν το αεροπλάνο καθοδηγείται απαραίτητως στο επόμενο πτητικό σκέλος της σειράς, οπότε σ' αυτή την περίπτωση, δεν επιβάλλεται το ελάχιστο χρονικό όριο σύνδεσης (MinSit)).

Οι σταθμοί αναχώρησης και άφιξης πρέπει να έχουν έναν μοναδικό κώδικα, που να αποτελείται από τρεις χαρακτήρες. Οι χρόνοι αναχώρησης και άφιξης πρέπει να είναι αριθμοί από 0 έως 2359 αντιπροσωπεύοντας την ώρα 00:00π.μ έως 23:59μ.μ και πρέπει να δοθούν ως τοπικοί χρόνοι, των σταθμών αναχώρησης ή άφιξης αντίστοιχα. Η δρομολόγηση αεροπλάνων είναι προαιρετική. Ακόμη πρέπει να

υπάρχει ένας αριθμός, που αντιπροσωπεύει το στοιχείο γραμμής, στον πίνακα του προγράμματος πτήσεων, σύμφωνα με το οποίο θα υποδεικνύεται ένα πτητικό σκέλος, σύμφωνα με το οποίο το αεροπλάνο θα δρομολογείται. Το εργαλείο παρέχει ευκολία στην εισαγωγή της δρομολόγησης, παρουσιάζοντας μία όψη του προγράμματος, στην οποία εμφανίζεται όλη η δραστηριότητα των σταθμών. Δηλαδή όλες οι αφίξεις και οι αναχωρήσεις για έναν σταθμό, ταξινομημένες χρονικά. Το εργαλείο χειρίζεται όλη την επαναρίθμηση, που απαιτείται, ως αποτέλεσμα της διαγραφής ή της προσθήκης στοιχείων του προγράμματος. Η προκαθορισμένη τιμή 999 δείχνει ότι δεν υπάρχει καμία δρομολόγηση (είτε ότι κανένα δεδομένο που αφορά δρομολόγηση δεν εισήχθη, είτε ότι το αεροπλάνο πέρασε την νύχτα, στο έδαφος, μετά από ένα συγκεκριμένο πτητικό σκέλος).

Ένα παράδειγμα μιας γραμμής δεδομένων, ενός προγράμματος πτήσεων, εμφανίζεται ακολούθως. Αφορά την Πτήση 1155, με προορισμό, από τη Βοστώνη στο Σικάγο. Αναχωρεί από Βοστώνη στις 11:30π.μ και φθάνει στο Σικάγο στις 13:08μ.μ.

ID	Flight	Dep Sta	Dep Time	Arr Sta	Arr Time	Route
7	1155	BOS	1130	ORD	1308	999

,όπου ID = Ταυτότητα,

Flight = Πτήση,

Dep Sta = Σταθμός Αναχώρησης,

Dep Time = Ώρα Αναχώρησης,

Arr Sta = Σταθμός Άφιξης,

Arr Time = Ώρα Άφιξης και

Route = Μονοπάτι/ Δρομολόγιο

Η δραστηριότητα του σταθμού (που εμφανίζεται κατωτέρω) είναι ένας πολύ χρήσιμος τρόπος, για να παρουσιαστούν τα δεδομένα του προγράμματος. Επιπρόσθετα, για να γίνει ευκολότερη η εισαγωγή των δεδομένων δρομολόγησης, το σύστημα, επιτρέπει στους χρήστες έναν εύκολο τρόπο να εξασφαλίσουν ότι το πρόγραμμα είναι ισορροπημένο (ότι δηλαδή, ο αριθμός εισερχόμενων πτήσεων είναι ίσος με τον αριθμό εξερχόμενων πτήσεων, σε κάθε σταθμό). Επίσης, βοηθά το χρήστη να δει, πώς έγιναν οι διάφορες συνδέσεις μέσα στους συνδυασμούς καθώς και το βέλπστο σύνολο συνδυασμών. Επίσης δείχνει, αν μερικές αλλαγές στο πρόγραμμα πτήσεων ή στις παραμέτρους, θα διαφοροποιήσουν τις συνδέσεις, που παρήχθησαν

και την τελική βέλτιστη λύση και με ποιο τρόπο. Για αυτούς τους λόγους, η παρατήρηση της δραστηριότητας του κάθε σταθμού, παράγεται αυτόματα από το εργαλείο και γίνεται διαθέσιμη, σε διάφορες οθόνες με ένα διπλό κλικ (doubleclick), πάνω στον κωδικό του σταθμού.

Arrivals							Departures						
ID	flight_no	dep_sta	dep_time	arr_sta	arr_time	route	ID	flight_no	dep_sta	dep_time	arr_sta	arr_time	
12	127	SJ	1710	HAL	1015	5	3	153	HAL	705	TOR	830	
13	108	SJ	1840	HAL	2110	398	4	110	HAL	940	SU	1220	
8	118	MTR	1855	HAL	2150	939	5	134	HAL	1315	GOR	2200	

Οθόνη 4.1: Δραστηριότητα Σταθμού

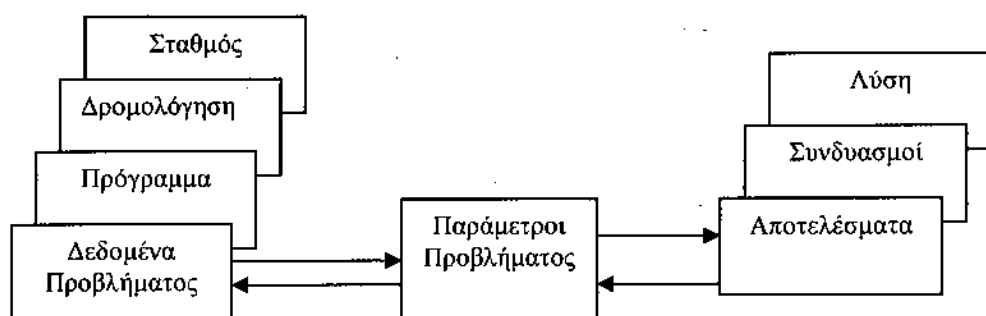
Εκτός από τα δεδομένα του προγράμματος πτήσεων, παρέχονται στον χρήστη δύο σημαντικά στοιχεία πληροφοριών για τους σταθμούς: η χρονική ζώνη μέσα στην οποία βρίσκεται ο κάθε σταθμός και εάν ο σταθμός αποτελεί ή όχι βάση πληρώματος. Αυτά τα δεδομένα απαιτούνται από τον αλγόριθμο παραγωγής συνδυασμών, δεδομένου ότι πρέπει να μετατρέψει όλους τους χρόνους σε ένα συνολικό πρότυπο και πρέπει, απαραίτητα, όλοι οι συνδυασμοί να αρχίζουν και να τελειώνουν, σε βάσεις πληρωμάτων. Μερικοί σταθμοί θέτουν συγκεκριμένο ελάχιστο και μέγιστο χρόνο «σύντομης» σύνδεσης, κάτι το οποίο μπορεί να ισχύσει και για την νυχτερινή ξεκούραση (σύνδεση). Αυτές οι τιμές των παραμέτρων, που θέτονται στην πράξη, θα υπερισχύσουν έναντι των προκαθορισμένων τιμών (που είχαν τεθεί ως υπόδειγμα κατά την εγκατάσταση του εν λόγω λογισμικού).

Το πρόγραμμα πτήσεων και τα δεδομένα των σταθμών, μπορούν να εισαχθούν άμεσα στους πίνακες της Access, με εύχρηστες μορφές εισόδου. Το πρόγραμμα και τα δεδομένα των σταθμών μπορούν επίσης να αποθηκευτούν, με μια ειδική μορφή, ως αρχεία κειμένων (text files) και έπειτα να ανακτηθούν με τη χρήση του εργαλείου. Αυτό επιτρέπει στους χρήστες να προσαρμοστούν ανάλογα με τις πολλαπλές περιπτώσεις του προβλήματος, οι οποίες μπορεί να προκύψουν. Επίσης,



εάν το πρόγραμμα ή /και τα δεδομένα των σταθμών είναι διαθέσιμα, από μια άλλη πηγή, μπορούν να εισαχθούν, χρησιμοποιώντας μια καθορισμένη μορφή αρχείων ASCII.

Κεντρική, στη διαπροσωπεία του χρήστη, είναι η έννοια της αλληλεπίδρασης. Το εργαλείο είναι σχεδιασμένο έτσι ώστε οι χρήστες να μπορούν να αλλάξουν τις παραμέτρους και τα δεδομένα του προβλήματος και να «τρέξουν» τους συνδυασμούς που παρήχθησαν, αλλά και τα αποτελέσματα του κώδικα, όσες φορές επιθυμούν, βλέποντας τις τυχόν επιδράσεις, στην τελική λύση ή στους συνδυασμούς, των μετατροπών τους, στους κανόνες ή στους περιορισμούς. Το εργαλείο, είναι εγκατεστημένο με τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε ο χρήστης να μπορεί να κινηθεί εύκολα μεταξύ των δεδομένων του προβλήματος, των παραμέτρων αλλά και των οθονών αποτελέσματος. Το ακόλουθο Σχήμα εμφανίζει τη βασική ροή διαπροσωπειών του χρήστη.



Σχήμα 4.2: Βασική Ροή Διαπροσωπειών του Χρήστη

Η φόρμα εισόδου των παραμέτρων, βρίσκεται στην καρδιά της διαπροσωπείας των χρηστών, με το σύστημα. Με αυτήν την φόρμα, ο χρήστης προσδιορίζει όλους τους κανόνες νομιμότητας και τους παράγοντες κόστους, που θα χρησιμοποιηθούν από τους αλγορίθμους παραγωγής συνδυασμών. Όλοι οι κανόνες και οι παράγοντες κόστους, μπορούν να ισχύουν ή όχι, με την ενεργοποίηση επιλογών σε check boxes (τα γνωστά σε όλους κουτάκια, όπου σημειώνοντας με τικ, ορίζει ο χρήστης του συστήματος τις επιλογές, οι οποίες θέλει να ισχύσουν). Παραδείγματος χάριν, η ελάχιστη νυχτερινή ξεκούραση, που είναι ο ελάχιστος χρόνος που απαιτείται μεταξύ των βαρδιών, μπορεί να απενεργοποιηθεί ολοκληρωτικά (στα check boxes) και, εάν ενεργοποιηθεί, ο χρήστης μπορεί να προσδιορίσει τον αριθμό των ωρών που πρέπει να χρησιμοποιηθεί, ως ελάχιστο όριο χρόνου μεταξύ των βαρδιών.

Η προκαθορισμένες λειτουργίες on/off (του συστήματος), οι προκαθορισμένες τιμές των παραμέτρων αλλά και οι προκαθορισμένες αξίες των παραμέτρων επικυρώνονται, με κάθε εγκατάσταση του εργαλείου. Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να «επιστρέψει» στις προκαθορισμένες τιμές των παραμέτρων ή μπορεί να επαναρυθμίσει οποιοδήποτε συγκεκριμένο παράγοντα (κανόνα ή κόστους) στη προκαθορισμένη τιμή του. Κάθε παράγοντας κανόνα και κόστους έχει, επίσης, μια φόρμα πληροφοριών, που να σχετίζεται με αυτόν. Ο χρήστης χρησιμοποιώντας αυτή την φόρμα λαμβάνει συγκεκριμένες πληροφορίες, όσον αφορά το σκοπό ύπαρξης, οποιουδήποτε παράγοντα κανόνα ή κόστους και πώς χρησιμοποιείται αυτός, από τον αλγόριθμο παραγωγής συνδυασμών.

Η επόμενη οθόνη, εμφανίζει τη φόρμα εισόδου παραμέτρων. Προσέξτε ότι είναι διαιρεμένη σε τέσσερα τμήματα.

1. Το άνω αριστερό τμήμα περιέχει τις παραμέτρους σύνδεσης. Αυτοί περιλαμβάνουν τον ελάχιστο και τον μέγιστο χρόνο «σύντομης» σύνδεσης, μεταξύ των πτητικών σκελών και τους ελάχιστους και μέγιστους χρόνους της νυχτερινής ξεκούρασης, μεταξύ των βαρδιών.
2. Το κάτω αριστερό τμήμα περιέχει τις παραμέτρους των βαρδιών. Αυτές περιλαμβάνουν το μέγιστο χρόνο πτήσης και το μέγιστο αριθμό πτητικών σκελών ανά βάρδια, το μέγιστο παρερχόμενο χρόνο μιας βάρδιας (και το μέγιστο παρερχόμενο χρόνο μιας βάρδιας που ξεκίνησε νωρίτερα από τον καθορισμένο χρόνο έναρξης), όπως επίσης και τις απαιτούμενες σύντομες περιόδους, όπου δίνονται οδηγίες, πριν και μετά από μια βάρδια.
3. Το άνω δεξιά τμήμα περιέχει τις παραμέτρους των συνδυασμών. Αυτοί περιλαμβάνουν τον μέγιστο αριθμό βαρδιών ανά συνδυασμό και τον μέγιστο αριθμό ημερών, ανά συνδυασμό (δηλ. η απαίτηση ενός συγκεκριμένου πληρώματος, να επιστρέψει μια καθορισμένη ημέρα, στη βάση του). Επίσης περιλαμβάνονται: Ένας δείκτης, για να αποβάλει τα διπλά πτητικά σκέλη που περιέχονται σε έναν συνδυασμό και ένας δείκτης, μαζί με συσχετισμένους παραμέτρους, για να επιβάλουν τον κανόνα του δώρου.

4. Τέλος, το κάτω δεξιά τμήμα περιέχει τις παραμέτρους κόστους. Αυτοί περιλαμβάνουν τον χρονικό παράγοντα παρερχόμενης βάρδιας και την ελάχιστη εγγύηση χρόνου βάρδιας που χρησιμοποιείται στον τύπο του κόστους βάρδιας. Τον παράγοντα του χρόνου μακριά από την βάση (TAFB – πρέπει να είναι συγκεκριμένος για κάθε πλήρωμα), τον μέσο όρο βάρδιας, που χρησιμοποιείται στον τύπο του κόστους συνδυασμού, και έναν δείκτη, που χρησιμοποιείται για να δηλώσει αν το κόστος συνδυασμού αποτελεί πρόσθετο ή πραγματικό κόστος.



Οθόνη 4.2: Φόρμα Εισόδου Παραμέτρων

Μόλις εισαχθούν τα δεδομένα του προβλήματος και καθοριστούν οι παράμετροι του, ο χρήστης μπορεί να «τρέξει» τον κώδικα παραγωγής συνδυασμών, με το πάτημα ενός κουμπιού (Generate Pairings). Αφότου εκτελεστεί ο κώδικας, εμφανίζεται μια φόρμα που περιέχει, κάθε σταθμό με τους αριθμούς των πτητικών σκελών, των βαρδιών, και των συνδυασμών, που δημιουργούνται σε κάθε σταθμό. Σε αυτήν την φόρμα, οι χρήστες μπορούν να κάνουν διπλό κλικ, σε οποιοδήποτε αριθμό, για να δουν τα αντίστοιχα πτητικά σκέλη, τις βάρδιες, ή τους συνδυασμούς που δημιουργήθηκαν, σε έναν συγκεκριμένο σταθμό, ή μπορούν να κάνουν κλικ σε κουμπιά, στο κατώτατο σημείο της οθόνης, για να δουν όλες τις βάρδιες ή όλους τους συνδυασμούς που παρήχθησαν.

Τα ακόλουθα δεδομένα συμπεριλαμβάνονται στους συνδυασμούς:

- Βάση πληρωμάτων (θυμηθείτε ότι η αναχώρηση και ο σταθμός άφιξης είναι το ίδιο πράγμα και πρέπει να αποτελέσει μια βάση πληρώματος).
- Ημέρα και ώρα αναχώρησης και ημέρα και ώρα άφιξης.
- TAFB (χρόνος μακριά από την βάση, παρερχόμενος χρόνος του συνδυασμού).
- Ποσότητα χρόνου πτήσης στον συνδυασμό.
- Κόστος.
- Αριθμός πτητικών σκελών του συνδυασμού και αριθμός βαρδιών του συνδυασμού\*.
- Ένας δείκτης, που προσδιορίζει εάν ο συνδυασμός βρίσκεται μέσα στη βέλτιστη λύση (συμπεριλαμβάνεται μόνο αφότου ο κώδικας λύσης έχει «τρέξει»).

Τα ακόλουθα δεδομένα συμπεριλαμβάνονται στις βάρδιες :

- Σταθμός, ημέρα και ώρα αναχώρησης, σταθμός ημέρα και ώρα άφιξης.
- Παρερχόμενος χρόνος βάρδιας.
- Ποσότητα χρόνου πτήσης μέσα στη βάρδια.
- Κόστος.
- Αριθμός πτητικών σκελών μέσα στη βάρδια\*.

\*Κάνοντας διπλό κλικ στον αριθμό των βαρδιών, μέσα σε ένα συνδυασμό, ο χρήστης μπορεί να δει μόνο εκείνες τις βάρδιες, οι οποίες περιέχονται στο συγκεκριμένο συνδυασμό. Παρόμοια κάνοντας διπλό κλικ στον αριθμό των πτητικών σκελών, μέσα σε ένα συνδυασμό ή σε μία βάρδια, ο χρήστης μπορεί να δει μόνο εκείνα τα πτητικά σκέλη (του προγράμματος) που περιέχονται στον συγκεκριμένο συνδυασμό ή στη συγκεκριμένη βάρδια. Δηλαδή, ο χρήστης είναι σε θέση να εξάγει πληροφορίες από το σύστημα, για το πώς επήλθαν κάποιες βάρδιες ή κάποιοι συνδυασμοί, κ.λπ. (drill down).

Αυτή η δυνατότητα «drill down», ενισχύει τη διαπροσωπία πάνω στα αποτελέσματα, παρέχοντας στους χρήστες μια εύκολη μέθοδο για την τμηματοποίηση ενός συνδυασμού, στις βάρδιες του και στην τμηματοποίηση μιας βάρδιας στα πτητικά σκέλη της. Αυτή η τεχνική παρέχει μια καλή απεικόνιση των βαρδιών και των συνδυασμών, καθώς και του τρόπου με τον οποίο δημιουργήθηκαν. Μπορεί επίσης να παράγει πολύτιμες προβλέψεις για το υπολογιστικό κόστος, για την διαδικασία απαρίθμησης, ακόμη και για τα ίδια τα δεδομένα. Επίσης με την αλλαγή

των κανόνων και με το «ξαντρέξιμο» του κώδικα παραγωγής συνδυασμών, οι χρήστες μπορούν να δουν τις αλλαγές τους (δηλ. πώς οι συνδυασμοί που παράγονται, επηρεάζονται, ποιοι νέοι συνδυασμοί παράγονται, και ποιοι από τους τρέχοντες δεν ισχύουν πια).

Όταν ο χρήστης ικανοποιείται με τους συνδυασμούς που παράγονται, τότε ο κώδικας λύσης του προβλήματος μπορεί να «τρέξει» (να χρησιμοποιηθεί). Οι ίδιες οθόνες αποτελέσματος παρουσιάζονται όπως πριν, αλλά τώρα, εάν βρεθεί μια βέλτιστη λύση ακέραιων αριθμών, οι συνδυασμοί της βέλτιστης λύσης θα προσδιοριστούν με έναν τικ στα check boxes. Από την ταξινόμηση σε αυτό το πεδίο, ο χρήστης μπορεί να φέρει όλους τους συνδυασμούς της βέλτιστης λύσης στην κορυφή της λίστας.

Ακολουθώς παραθέτετε ένα παράδειγμα, των δεδομένων των συνδυασμών, που παράγονται από το εργαλείο.

#	Issue	Day	Day	Day	Time	Time	TMS	Price	Cost	#legs	#cities	status
1	000	1	010	2	270	240	300	700	3	3	yes/no	
2	000	1	010	1	270	100	300	470	3	2	yes/no	
3	000	1	010	3	270	300	370	1114	3	4	yes/no	
4	000	1	010	2	270	240	340	700	3	3	yes/no ✓	
5	000	1	010	3	270	300	420	1114	4	3	yes/no	
6	000	1	010	3	270	300	300	1114	3	3	yes/no	
7	000	1	010	3	270	300	300	1114	3	3	yes/no	
8	000	1	010	3	270	300	340	1114	3	3	yes/no	
9	00	1	010	2	100	300	300	300	3	2	yes/no	
10	00	1	010	3	140	300	110	1100	3	3	yes/no	
11	00	1	010	3	120	300	40	300	4	3	yes/no	
12	00	1	010	2	200	340	300	700	3	3	yes/no ✓	
13	00	1	010	2	100	100	300	300	3	2	yes/no	

Close      Sort: to sort, place cursor in column and click: Ascending | or Descending |  
 Double Click Fields: #legs, #cities for light rectangles in a particular pairing

Οθόνη 4.3: Δεδομένα Συνδυασμών

#### 4.2.4 ΔΟΜΕΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Ο πίνακας «ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ», είναι ο βασικός πίνακας που χρησιμοποιείται για να αποθηκεύσει τα δεδομένα του προβλήματος. Κάθε εγγραφή σ' αυτόν τον πίνακα, αντιπροσωπεύει ένα ενιαίο πτητικό σκέλος. Το εργαλείο διατηρεί μια μοναδική ταυτότητα πτητικών σκελών, ως κλειδί για τον πίνακα, που επανατοποθετείται διαδοχικά, όποτε ο κώδικας παραγωγής συνδυασμών «τρέχει».

Αυτή η διαδοχική επανατοποθέτηση, κρατά τους δείκτες, σε συμφωνία με τους πίνακες αποτελεσμάτων, που συσχετίζουν τις βάρδιες και τους συνδυασμούς, με τα πτητικά σκέλη.

Στον πίνακα «ΣΤΑΘΜΟΙ», καταχωρούνται συγκεκριμένες πληροφορίες σταθμών (αερολιμένων). Ο πίνακας αυτός, περιορίζεται από τον πίνακα «ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ» (δηλ. όλοι οι σταθμοί που εμφανίζονται, είτε ως σταθμοί άφιξης είτε ως σταθμοί αναχώρησης στο πρόγραμμα πτήσεων, πρέπει να περιληφθούν στον πίνακα «ΣΤΑΘΜΟΙ» και μόνον αυτοί). Αυτό διασφαλίζεται από το εργαλείο, με τον έλεγχο και των σταθμών που εμφανίζονται στον χρήστη και των σταθμών που είναι αποτέλεσμα του κώδικα παραγωγής συνδυασμών. Μια μοναδική ταυτότητα σταθμών, που επανατοποθετείται διαδοχικά, όποτε ο κώδικας παραγωγής συνδυασμών «τρέχει», χρησιμοποιείται ως κλειδί γι' αυτόν τον πίνακα.

Ο πίνακας «ΣΥΝΔΕΣΕΙΣ» παρέχει τις πληροφορίες, για τις δραστηριότητες των σταθμών, κάτι το οποίο απορρέει άμεσα από τον πίνακα «ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ». Μια ακολουθία ερωτημάτων τοποθετεί δύο αντίγραφα του προγράμματος σε έναν πίνακα, όπως φαίνεται στο Σχήμα που ακολουθεί, και «φορτώνει» τα είδη των πεδίων. Τα είδη των πεδίων, για το πρώτο μισό του πίνακα «φορτώνονται» με το σταθμό και το χρόνο άφιξης, ενώ τα είδη των πεδίων για το δεύτερο μισό του πίνακα, «φορτώνονται» με το σταθμό και το χρόνο αναχώρησης. Όταν ολόκληρος ο πίνακας ταξινομείται κατά το είδος των πεδίων, το αποτέλεσμα, είναι ακριβώς, η δραστηριότητα του σταθμού, που είχε περιγραφεί νωρίτερα.

		Είδη Πεδίων	
Αντίγραφο 1			
	Αντίγραφο 2		

Σχήμα 4.3: Πως τα Ερωτήματα Τοποθετούν Αντίγραφα του Προγράμματος σε έναν Πίνακα

Όποτε γίνονται αλλαγές στον πίνακα «ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ», το εργαλείο «τρέχει» διάφορα ερωτήματα για να κρατήσει τα δεδομένα, των σταθμών και όλων των άλλων πινάκων, που σχετίζονται με τους σταθμούς, ενημερωμένα (δηλ. σε συμφωνία με τις τελευταίες αλλαγές οι οποίες έγιναν).

Υπάρχουν δύο ξεχωριστοί πίνακες εγγραφών, για τις παραμέτρους του προβλήματος. Ο ένας αποθηκεύει τις τρέχουσες παραμέτρους και ο άλλος

αποθηκεύει τις προκαθορισμένες τιμές. Ασφαλώς είναι κάτι απλό, να αντιγραφεί ένα πεδίο από τον ένα πίνακα στον άλλο (π.χ. για να αλλάξουν οι προκαθορισμένες τιμές μιας παραμέτρου) ή να αντιγραφεί μια ολόκληρη εγγραφή από τον έναν πίνακα στον άλλο (για να αντικατασταθούν όλες οι προκαθορισμένες τιμές των παραμέτρων).

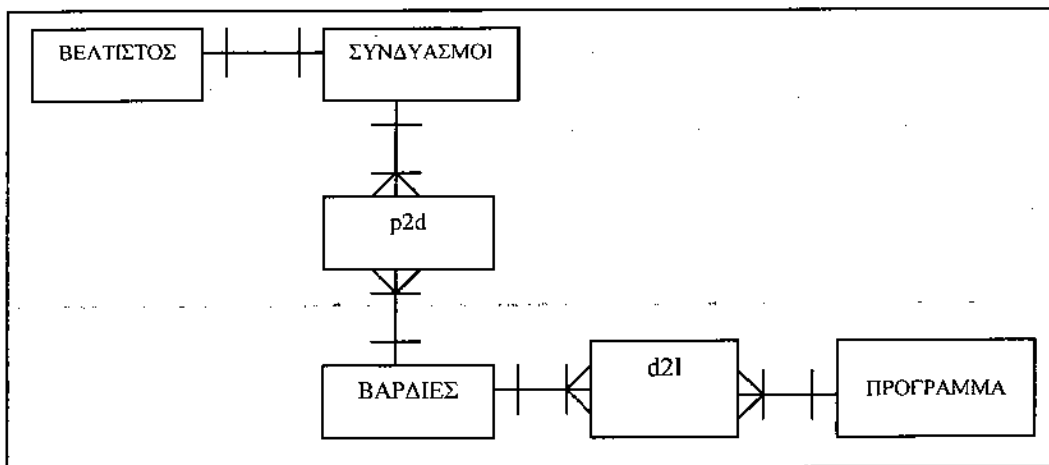
Τα αποτελέσματα, του κώδικα παραγωγής συνδυασμών και του κώδικα λύσης του προβλήματος, περιέχονται σε συγκεντρωτικούς πίνακες αποτελεσμάτων. Ο κώδικας παραγωγής συνδυασμών, παράγει τέσσερα αρχεία ASCII, που η Access τα μορφοποιεί με τέτοιο τρόπο, ώστε να γίνονται αποδεκτοί πίνακες. Αυτοί οι πίνακες είναι οι εξής: «ΒΑΡΔΙΕΣ», «ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ», «p2d», και «d2l». Ο κώδικας λύσης του προβλήματος παράγει ένα αρχείο ASCII, που η Access το τροποποιεί σε έναν πίνακα, ο οποίος καλείται «ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ».

Οι συγκεντρωτικοί πίνακες αποτελεσμάτων και τα συγγενικά ερωτήματα σχεδιάζονται, για να εκμεταλλευτούν την ισχύ των συγγενικών βάσεων δεδομένων. Αυτό το μέρος του συγγενικού μοντέλου δεδομένων εμφανίζεται στο Σχήμα 4.4. Ο πίνακας «ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ» και ο πίνακας «ΒΑΡΔΙΕΣ», περιέχουν όλες τις πληροφορίες (που εμφανίζονται στην παράγραφο 4.2.3), για τους συνδυασμούς και τις βάρδιες που παρήχθησαν. Κατά την παραγωγή βαρδιών, ανατέθηκε σε κάθε μια από αυτές, ένας αριθμός, ξεκινώντας από το ένα. Αυτός ο αριθμός βάρδιας, γίνεται η μοναδική ταυτότητα που χρησιμοποιείται ως κλειδί, για τον πίνακα «ΒΑΡΔΙΕΣ». Ομοίως, σε κάθε συνδυασμό ανατέθηκε μια μοναδική ταυτότητα, που χρησιμοποιείται ως κλειδί για τον πίνακα «ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ».

Ο πίνακας «p2d» είναι ένας συνδετικός πίνακας, που περιλαμβάνει τους συνδυασμούς και τις βάρδιες. Κατά συνέπεια, υπάρχει συσχέτιση ένας προς πολλά μεταξύ του πίνακα «ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ» και του πίνακα «p2d» και συσχέτιση ένα προς πολλά μεταξύ του πίνακα «ΒΑΡΔΙΕΣ» και του πίνακα «p2d». Κάθε εγγραφή του πίνακα «p2d» έχει μία μοναδική ταυτότητα για κάθε συνδυασμό (P:ID) και μία μοναδική ταυτότητα για κάθε βάρδια (D:ID), έτσι ώστε κάθε συνδυασμός αυτών των δύο να είναι μοναδικός. Ένας συγκεκριμένος συνδυασμός (ενός συνδυασμού και μιας βάρδιας) που εμφανίζεται σε αυτόν τον συνδετικό πίνακα, δηλώνει ότι ο αριθμός συνδυασμού P:ID, περιέχει τον αριθμό βάρδιας D:ID. Ομοίως, ο πίνακας «d2l», είναι ένας συνδετικός πίνακας, που περιέχει τις βάρδιες και τα πτητικά σκέλη και κάθε εγγραφή του πίνακα, έχει μία μοναδική ταυτότητα βάρδιας (D:ID) και μία μοναδική ταυτότητα πτητικού σκέλους (L:ID). Εδώ, το L:ID αντιστοιχεί στην ταυτότητα του πτητικού σκέλους του πίνακα «ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ».

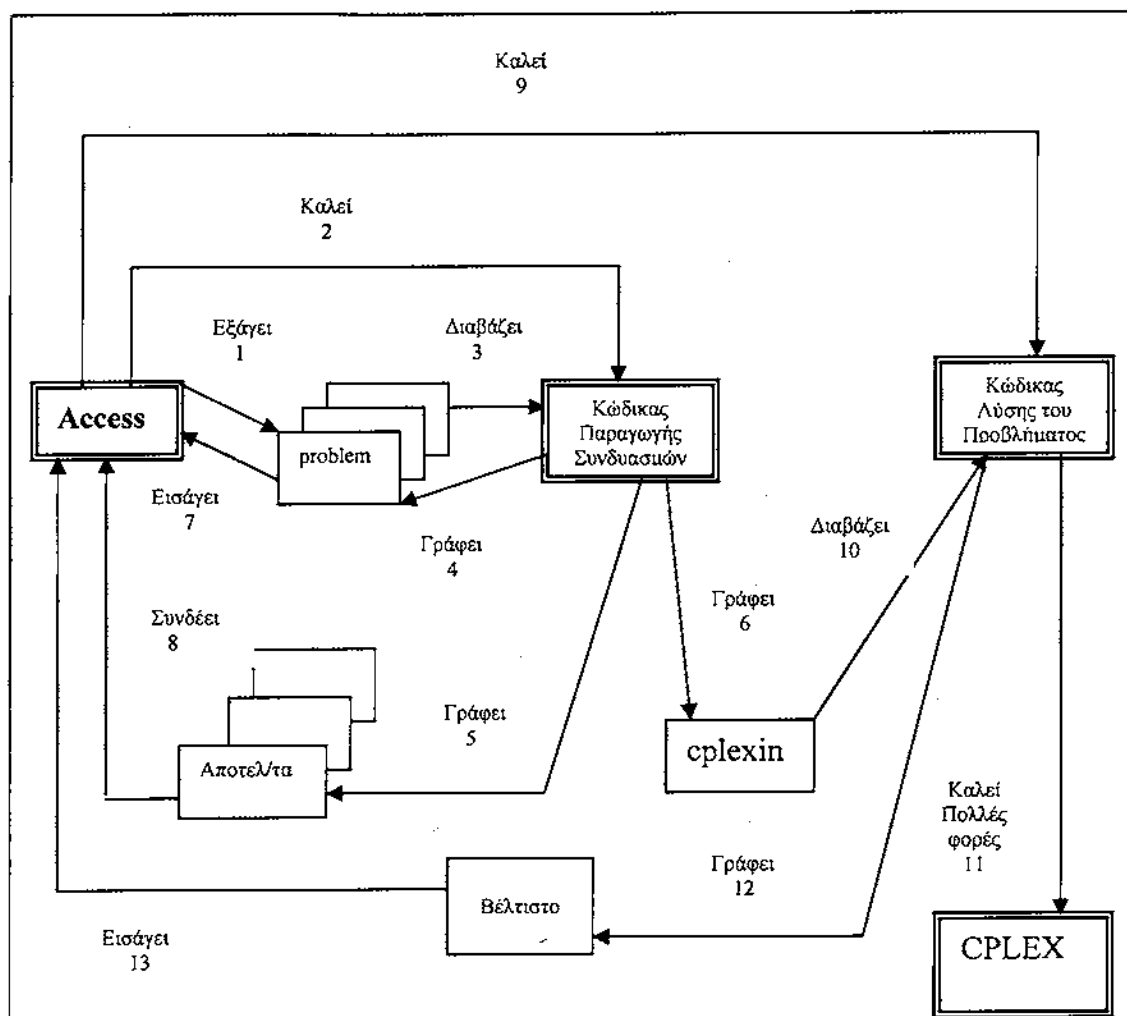
Εκτός από την δυνατότητα εξακρίβωσης, που παρέχουν οι συνδετικοί πίνακες «p2d» και «d2l», για να βρεθούν, ποιες βάρδιες περιέχονται σε ποιους συνδυασμούς και ποια πτητικά σκέλη περιέχονται σε ποιες βάρδιες, περιλαμβάνουν επίσης δεδομένα, που σχετίζονται με κάθε συνδυασμό, συνδυασμού - βάρδιας και βάρδιας - πτητικού σκέλους. Αυτά τα δεδομένα, παρέχουν σειριοποίηση των πτήσεων και ημερήσιες πληροφορίες, οι οποίες είναι απαραίτητες, για να διασφαλιστεί ότι τα πτητικά σκέλη/ οι βάρδιες, που παρουσιάζονται στο χρήστη, βρίσκονται στην κατάλληλη σειρά άλλα και ημέρα. Οι αναχωρήσεις και οι αφίξεις, για τα πτητικά σκέλη, τις βάρδιες, και τους συνδυασμούς, παρουσιάζονται στο χρήστη και ως ημέρα και ως χρόνος, με το χρόνο να συμφωνεί με την τοπική χρονική ζώνη.

Ο πίνακας «ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ» περιλαμβάνει δύο πεδία: μια ταυτότητα συνδυασμού και το βέλτιστο "ναι/ όχι" στα check boxes. Υπάρχει μία εγγραφή, που περιλαμβάνεται στον πίνακα, μόνο για εκείνους τους συνδυασμούς, που βρίσκονται στην τρέχουσα βέλτιστη λύση και τα check boxes είναι μαρκαρισμένα "ναι" για τον κάθε ένα απο αυτούς τους συνδυασμούς. Από μία άποψη, καταχωρούμε πληροφορίες που έχουν εφαρμογή, σε ένα υποσύνολο των συνδυασμών και έτσι έχουμε μια συσχέτιση ένα προς ένα, μεταξύ των πινάκων «ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ» και «ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ». Μία απλή ένωση, η οποία περιλαμβάνει όλες τις εγγραφές από τον πίνακα «ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ» και μόνο εκείνες τις εγγραφές από το πίνακα «ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ», που ταιριάζουν, είναι όλα όσα απαιτούνται, για να συμπεριλαμβάνονται σωστά τα βέλτιστα πεδία των check box, στα ερωτήματα των συνδυασμών.



Σχήμα 4.4: Σχισιακό Μοντέλο Δεδομένων για τα Αποτελέσματα του Προγραμματισμού Πληρωμάτων (Relational Data Model for Crew Scheduling Results)





Σχήμα 4.5: Διάγραμμα Ροής Δεδομένων για τον Προγραμματισμό Πληρωμάτων (Data Flow Diagram for Crew Scheduling)

#### 4.2.5 ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΤΗΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Εδώ γίνεται αναφορά στην ολοκλήρωση, των διαφόρων εφαρμογών, που χρησιμοποιήθηκαν για να αναπτυχθούν τα εργαλεία διαμόρφωσης, για τον προγραμματισμό πληρώματος. Ο λόγος για τον οποίο επιλέχτηκε η Microsoft Access, είναι η διαπροσωπεία χρηστών, την οποία προσφέρει. Υπό αυτήν την έννοια, η Access χρησιμοποιήθηκε ως πρωταρχική εφαρμογή και είναι αυτή η οποία καλεί τους ειδικούς κώδικες παραγωγής συνδυασμών και τους κώδικες λύσης του προβλήματος. Ο κώδικας λύσης του προβλήματος, στη συνέχεια, καλεί τη CPLEX.

Οι κλήσεις αυτές, στον κώδικα παραγωγής συνδυασμών και στον κώδικα λύσης του προβλήματος, γίνονται απ' ευθείας. Ένα αρχείο κειμένων (text file) χρησιμοποιείται, για να αποθηκεύσει την τρέχουσα κατάσταση της εκτέλεσης. Η Access θέτει σε λειτουργία το αρχείο κειμένων, αρχικά, και καλεί, έπειτα, τον

κατάλληλο ειδικό κώδικα, με μια ρουτίνα «τρεξίματος», της εφαρμογής. Ο ειδικός κώδικας τρέχει με την Access, ασύγχρονα, ως εφαρμογή κονσόλας (console), με ένα γρήγορο παράθυρο εντολής. Ενημερώνει το περιεχόμενο του αρχείου (κατάστασης) καθώς «τρέχει» και, όταν ολοκληρώνει την εκτέλεσή του, το παράθυρο κλείνει. Πλέον, το τρέχον ορατό παράθυρο της Access, καθοδηγεί το χρήστη πώς να προχωρήσει. Έπειτα η Access παρουσιάζει το αρχείο κατάστασης (status), στο χρήστη, σε μια μορφή που να έχει νόημα γι' αυτόν. Το αρχείο κατάστασης, για τον κώδικα λύσης του προβλήματος, περιλαμβάνει τη βέλτιστη αξία λύσης, όταν βρεθεί μια βέλτιστη λύση ακέραιων αριθμών.

Η διεπαφή των κλήσεων με τη CPLEX, ολοκληρώνεται μέσω των δυναμικών ρουτινών σύνδεσης, της CPLEX. Υπάρχουν ρουτίνες, για την εγκατάσταση του περιβάλλοντος, όπως: «φόρτωσε» το πρόβλημα, «καθοδήγησε» τη CPLEX για να λύσει το πρόβλημα, και «ανάκτησε» την κατάσταση / αποτελέσματα. Οι κλήσεις προς την CPLEX, χρησιμοποιούνται σαν κάτι δεδομένο κι' έτσι δεν θα γίνει περαιτέρω λεπτομερής αναφορά, γι' αυτό το θέμα.

Ωστόσο, υπάρχουν δεδομένα, που πρέπει να μοιραστούν μεταξύ των εφαρμογών. Επιλέχτηκε να περαστούν αυτά τα δεδομένα, μεταξύ των εφαρμογών, με εξαγωγή, εισαγωγή και, σε μερικές περιπτώσεις, σύνδεση με τα αρχεία ASCII. Οι προδιαγραφές της Access επιτρέπουν, οι εξαγωγές, οι εισαγωγές, και οι συνδέσεις, να εκτελούνται από μακροεντολές, οι οποίες είναι εντελώς προφανείς για τον χρήστη. Τα πλεονεκτήματα από τη χρησιμοποίηση των αρχείων ASCII, πέρα από την άμεση ανάγνωση / ενημέρωση των πινάκων της Access, μέσω εξωτερικών εφαρμογών, είναι:

1. Ο χρήστης μπορεί να εξάγει μόνο τα δεδομένα που χρειάζεται και με την ακριβή μορφή που απαιτείται.
2. Δεν υποχρεούται να αλλάξει τον υπάρχοντα, βασισμένο σε Unix, κώδικα, που διαβάζει τα δεδομένα των αρχείων.
3. Για τους μεγαλύτερους πίνακες, όπου ο χρήστης συνδέεται μόνο με το αρχείο ASCII, η Access, είναι γρηγορότερη και απαιτεί λιγότερη μνήμη, όταν υπάρχει επιθυμία να γραφτούν απλώς τα δεδομένα, σε ένα εξωτερικό αρχείο, καθώς το πρόγραμμα εκτελείται.

4. Η επανά-σειριοποίηση και ο έλεγχος δεικτών, γίνονται ευκολότερα. Αυτό είναι μια άμεση συνέπεια της εξαγωγής και της εισαγωγής, όταν εκκενώνεται ο αρχικός πίνακας, για να προετοιμαστεί για την εισαγωγή των δεδομένων.

Το διάγραμμα ροής δεδομένων στο Σχήμα 4.5, εμφανίζει τις βασικές ροές δεδομένων. Τα τετράγωνα με το διπλό περίγραμμα, είναι οι εφαρμογές. Τα τετράγωνα με το μονό περίγραμμα αντιπροσωπεύουν τα αρχεία ASCII.

Όταν ο χρήστης θέλει να παράγει συνδυασμούς, η Access εξάγει τα δεδομένα του προβλήματος: το πρόγραμμα, τις πληροφορίες σχετικά με τους σταθμούς και τις παραμέτρους (βήμα 1) και καλεί τον κώδικα παραγωγής συνδυασμών (βήμα 2). Στη συνέχεια, ο κώδικας παραγωγής συνδυασμών διαβάζει τα δεδομένα του προβλήματος (βήμα 3). Όταν ολοκληρώνει την εκτέλεσή του, ξαναγράφει μερικά από τα δεδομένα του προβλήματος (βήμα 4). Αυτό γίνεται, επειδή μπορεί να απαιτείται επανασειριοποίηση των δεδομένων, όπως επίσης να απαιτούνται και νέα δεδομένα, όπως είναι ο αριθμός των βαρδιών και των συνδυασμών, που προέρχονται από κάθε σταθμό.

Ο κώδικας παραγωγής συνδυασμών, γράφει επίσης, τα τέσσερα αρχεία αποτελεσμάτων, που η Access χρειάζεται, για να παρουσιάσει τα αποτελέσματα (βήμα 5). Εντούτοις, αυτά τα δεδομένα δεν τακτοποιούνται με μια μορφή, που να μπορεί να χρησιμοποιείται εύκολα, από τον κώδικα λύσης του προβλήματος, και έτσι ο κώδικας παραγωγής συνδυασμών, παράγει μια εκδοχή (αρχείου) των παραγμένων συνδυασμών, που σχεδιάζεται συγκεκριμένα, για να εισαχθούν οι συνδυασμοί αυτοί στη CPLEX (βήμα 6). Αυτή η εκδοχή του αρχείου καλείται *cplexin*. Είναι ένα αρχείο μεταβλητού μήκους και έχει την ακόλουθη μορφή :

*ID Συνδυασμού Κόστος Αριθμός πτητικών σκελών ID σκέλους ID σκέλους...*

Η Access εισάγει τα νέα δεδομένα του προβλήματος στους πίνακες «ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ» και «ΣΤΑΘΜΟΙ» (βήμα 7). Εντούτοις, εξαιτίας του πιθανού μεγέθους των αρχείων αποτελέσματος και του γεγονότος ότι ο χρήστης, έχει πρόσβαση στα αποτελέσματα, μόνο για ανάγνωση, η Access απλά συνδέεται με τα αρχεία αποτελέσματος (βήμα 8).

Αυτά τα πρώτα 8 βήματα, μπορούν να επαναληφθούν πολλές φορές, καθώς ο χρήστης δοκιμάζει διαφορετικά δεδομένα και παραμέτρους, για να δει τις βάρδιες, οι

οποίες προκύπτουν και τους συνδυασμούς που παρήχθησαν. Όταν ο χρήστης ικανοποιείται με τα αποτελέσματα και θέλει να λύσει το πρόβλημα, η Access καλεί τον κώδικα λύσης του προβλήματος (βήμα 9). Ο κώδικας λύσης του προβλήματος διαβάζει το αρχείο cplexip (βήμα 10) και διαχειρίζεται όλη την CPLEX, που απαιτείται για την «εγκατάσταση», τη «φόρτωση», τη λύση, και την ανάκτηση των λύσεων του προβλήματος (βήμα 11). Κατόπιν γράφει τα βέλτιστα δεδομένα (βήμα 12), που η Access εισάγει στον πίνακα «ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ» (βήμα 13).

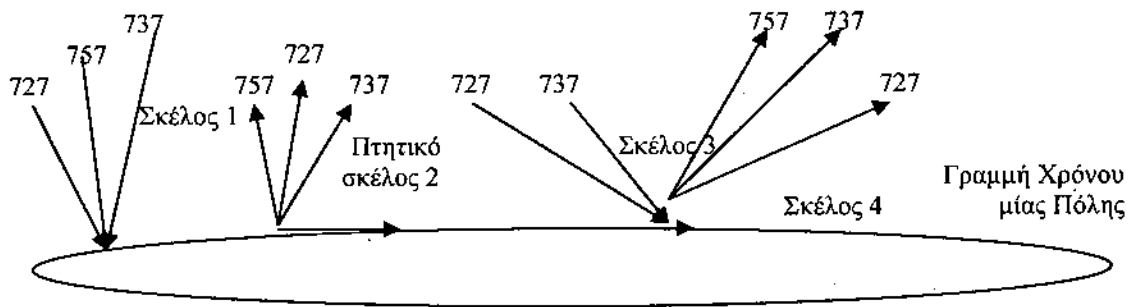
## 4.3 ΑΝΑΘΕΣΗ ΣΤΟΛΟΥ

### 4.3.1 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ AMPL

Πρώτα μορφοποιήθηκε ένα μοντέλο AMPL, για το πρόβλημα ανάθεσης στόλου [ CHJN ], το οποίο είναι εργαλείο διαμόρφωσης και «τρέχει» σε περιβάλλον H/Y. Μόλις εισαχθεί ένα μοντέλο, οι χρήστες μπορούν να «φορτώσουν» δεδομένα, σύμφωνα με τις προδιαγραφές του μοντέλου και να καλέσουν διάφορους βελτιστοποιητές, έτσι ώστε να λύσουν προβλήματα.

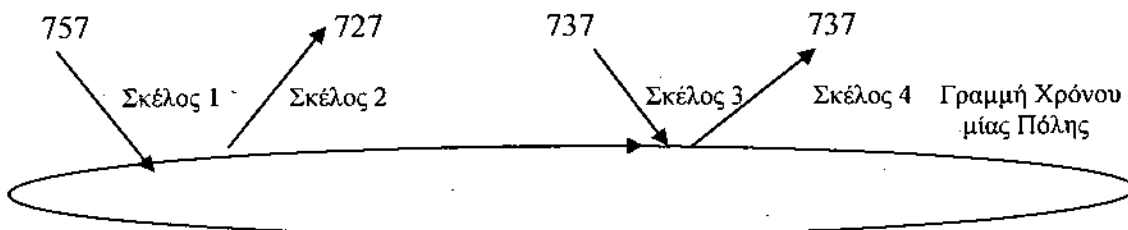
Στο μοντέλο AMPL, ο πίνακας «SCHEDE» είναι ένα πρόγραμμα που περιέχει τις ακόλουθες πληροφορίες: την ταυτότητα των πτητικών σκελών (leg ID), το σταθμό αναχώρησης (Departure Station), την ώρα αναχώρησης (Departure Time), το σταθμό άφιξης (Arrival Station), την ώρα άφιξης (Arrival Time), και τον εξοπλισμό (Equipment – Τύπος αεροσκάφους). Αν και ονομάστηκε ως ώρα άφιξης (το πεδίο - Arrival Time) στον πίνακα «SCHEDE», στην πραγματικότητα είναι ο χρόνος ετοιμότητας (Ready Time), ο οποίος είναι ο χρόνος άφιξης συν το χρόνο στροφής (του αεροσκάφους). Όλες οι εγγραφές χρόνου κυμαίνονται από 0000 έως 2359. Ο πίνακας «ALLTIME» είναι ένας κυκλικός κατάλογος χρόνου, για οποιουδήποτε συνδυασμούς μεταξύ των σταθμών και του εξοπλισμού. Ο πίνακας «REDEYE», που είναι ένα υποσύνολο του πίνακα «SCHEDE», έχει χρόνο αναχώρησης μεγαλύτερο από το χρόνο άφιξης. «Fassign» είναι ένα σύνολο δυαδικών μεταβλητών. Κάθε μεταβλητή στο σύνολο «Fassign», είναι μία εγγραφή του πίνακα «SCHEDE». Η λύση στο σύνολο «Fassign» είναι ένα, όταν επιλέγουμε ένα τέτοιο πτητικό σκέλος και 0 ειδάλλως. «Garc» είναι ένα σύνολο μεταβλητών ακέραιων αριθμών. Κάθε μεταβλητή στο σύνολο «Garc» αντιπροσωπεύει ένα επίγειο τόξο, το οποίο περιέχει το Σταθμό (Station), τον Εξοπλισμό (Equipment), και το Χρόνο (Time). Η λύση στο σύνολο Garc είναι ο αριθμός των αεροπλάνων, μέσα σε ένα τέτοιο επίγειο τόξο.

Υπάρχουν τρεις σημαντικοί τύποι περιορισμών στο μοντέλο AMPL. Είναι η Κάλυψη (Cover), το Pcount και η Ισορροπία (Balance). Η Κάλυψη, χρησιμοποιείται για να σιγουρέψει ότι κάθε πτητικό σκέλος καλύπτεται από έναν ακριβώς τύπο στόλου. Το Pcount, εκφράζει ένα δεδομένο χρονικό διάστημα και χρησιμοποιείται για να είναι σίγουρο, ότι δεν χρησιμοποιούνται περισσότερα αεροπλάνα από όσα είναι διαθέσιμα. Η Ισορροπία, χρησιμοποιείται, προκειμένου να εξασφαλίσει ότι όποτε υπάρχει μια εισροή, πρέπει να υπάρχει και μια αντίστοιχη εκροή.



Σχήμα 4.6: Πιθανοί Τύποι Στόλων για κάθε Πτητικό Σκέλος

Το ανωτέρω σχήμα, αντιπροσωπεύει τους πιθανούς τύπους στόλου για κάθε πτητικό σκέλος. Κατωτέρω, δίνεται μια εφικτή λύση, αφού εφαρμόσουμε τους περιορισμούς.



Σχήμα 4.7: Εφικτή Λύση Μετά την Εφαρμογή των Περιορισμών

Για το πλήρες μοντέλο AMPL, το οποίο χρησιμοποιήθηκε, δείτε στο τέλος της ενότητας ( Το μοντέλο AMPL).

#### 4.3.2 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ FAM ΣΤΗΝ ACCESS

Το μοντέλο AMPL είναι σχεδιασμένο, για να χρησιμοποιηθεί όχι μόνο ως μοντέλο δόμησης, αλλά και για να εισάγει μια περίπτωση προβλήματος και να καλεί τον βελτιστοποιητή. Εντούτοις, ένα πιο ευπροσάρμοστο περιβάλλον, για τους

χρήστες, για να χειρίζονται το μοντέλο και να εισάγουν αλλά και να τροποποιούν τα δεδομένα του προβλήματος, είναι η Access.

Η Access είναι μια συγγενική βάση δεδομένων και αυτό είναι πλεονέκτημα. Επομένως, το μοντέλο σχεδιάστηκε υπο μια έννοια «συγγενική». Για μια λεπτομερή περιγραφή μοντελοποίησης, σε αυτό το περιβάλλον, δείτε [AJLS]. Πρώτα ομαδοποιούνται οι μεταβλητές σε τμήματα στηλών (column strips). Όπως αναφέρεται ανωτέρω, το Fassign και το Gare είναι τα δύο βασικά σύνολα μεταβλητών. Κατά συνέπεια, τα δύο τμήματα στηλών, είναι το Fassign και το Gare. «Col – Fassign» είναι ένας πίνακας, που περιέχει τις ακόλουθες πληροφορίες: Δείκτης (Index), Ταυτότητα πτητικών σκελών (Leg ID), Σταθμός αναχώρησης (Departure Station), Ώρα αναχώρησης (Departure Time), Σταθμός άφιξης (Arrival Station), Ώρα άφιξης (Arrival Time), Τύπος στόλου (Fleet Type) και Καθαρό εισόδημα (Net Revenue). Πάλι, η ώρα άφιξης είναι και εδώ χρόνος ετοιμότητας. Ο «Gare» είναι ένας πίνακας που ονομάζεται «all time» στην Access. Ο πίνακας «all time» περιέχει τις ακόλουθες πληροφορίες: Δείκτης (Index), Σταθμός (Station), Χρόνος (Time), και Τύπος στόλου (Fleet Type). Υπάρχει μια μικρή διαφορά μεταξύ του μοντέλου AMPL και του μοντέλου της Access. Στο μοντέλο της Access, έχει προστεθεί ακόμη ένας περιορισμός, που είναι η διατήρηση εφικτότητας. Εάν το μήκος ενός επίγειου τόξου είναι μεγαλύτερο των 5 ωρών, τότε το καλούμε διατήρηση εφικτού επίγειου τόξου. Κάθε τύπος περιορισμού, είναι ένα τμήμα γραμμής. Έτσι τα τμήματα γραμμών (οι περιορισμοί) είναι η Κάλυψη (Cover), το Pcount, η Ισορροπία (Balance), και η Διατήρηση (Maintenance). «Row – Cover» είναι ένας πίνακας με δύο πεδία, το Δείκτη (Index) και την Ταυτότητα πτητικών σκελών (Leg ID). Ο «Row – Pcount» είναι ένας πίνακας με τρία πεδία, το Δείκτη (Index), τον Τύπο στόλου (Fleet Type) και τον Αριθμό στόλων (Number of Fleets). Όσο για την «Ισορροπία», είναι επίσης ένας πίνακας, που ονομάζεται «all time». Ο πίνακας αυτός είναι ο «Row-Main-Sta-Eqr» και έχει τρία πεδία: το Δείκτη (Index), το Σταθμό (Station) και τον Τύπο στόλου (Fleet Type). Όλοι οι πίνακες που αναφέρονται ανωτέρω, δεν επιτρέπουν τις διπλοεγγραφές και όλα τα πεδία των Δεικτών (Index) ξεκινούν με τον αριθμό ένα .

	Fassign	Garc	
Cover (Κάλυψη)			= 1
Pcount (Μέτρηση αερ/φων)			≤ Αριθμός Αεροπλάνων
Balance (Ισορροπία)			= 0
Maintenance (Διατήρηση)			≥ (1/2) Αριθμός Αεροπλάνων

Σχήμα 4.8: Η Μήτρα του Προβλήματος

Το ανωτέρω Σχήμα, αντιπροσωπεύει τη μήτρα του προβλήματος. Διαιρέσαμε τη μήτρα σε οκτώ ομάδες δεδομένων (blocks) (υπο-μήτρες). Κάθε υπομήτρα αντιπροσωπεύει τη διατομή μεταξύ ενός τμήματος γραμμής και ενός τμήματος στήλης. Όλοι οι "πίνακες υπομήτρας" έχουν τρία πεδία, τα οποία είναι ο Δείκτης γραμμής (Row Index), ο Δείκτης στήλης (Column Index) και ο Συντελεστής (Coefficient). Συνήθως, χρησιμοποιούνται ερωτήματα, αντί των πινάκων (με εξαίρεση, όταν πρόκειται για λίγο περισσότερο περίπλοκες υπομήτρες), για τους "πίνακες υπομήτρας". Είναι δυναμικότερος αυτός ο τρόπος, επειδή όποτε διαφοροποιείται κάτι σε έναν "πίνακα γραμμής" ή σε έναν "πίνακα στήλης", τα ερωτήματα θα ενσωματώσουν αυτόματα τις αλλαγές, στον κατάλληλο "πίνακα υπομήτρας". Διαφορετικά, θα πρέπει να «τρέξει» μια μακροεντολή, για να γίνουν οι αλλαγές, κάθε φορά που διαφοροποιείται κάτι, στους "πίνακες γραμμής" ή στους "πίνακες στήλης".

Για κάθε υπομήτρα του προβλήματος, βρίσκουμε τη συνένωση ενός τμήματος γραμμής και ενός τμήματος στήλης. Κατόπιν, παίρνουμε το πεδίο "Δείκτης γραμμής" από τον δείκτη του εκάστοτε τμήματος γραμμής, το πεδίο "Δείκτης στήλης" από τον δείκτη του εκάστοτε τμήματος στήλης και ορίζουμε τον συντελεστή. Παραδείγματος χάριν, παίρνουμε τον πίνακα Block -Cover- Fassign όταν το πεδίο, Ταυτότητα πτητικών σκελών (Leg ID), του πίνακα Block- Fassign και του πίνακα Row-Cover είναι ίσα. Εδώ ορίζεται, ότι ο συντελεστής αυτός είναι 1. Κατά συνέπεια, πήραμε έναν πίνακα, με μη μηδενικά εισερχόμενα στον "πίνακα υπομήτρας". Αυτές είναι οι βασικές τεχνικές, δημιουργίας υπομητρών του προβλήματος, στην Access. Μερικές

από τις υπομήτρες δεν είναι τόσο εύκολα αποκτήσιμες. Σε αυτή την περίπτωση, η διαδικασία διασπάται σε διαφορετικά βήματα και έπειτα συγχωνεύονται όλοι οι πίνακες που δημιουργήθηκαν μαζί. Σημειώστε ότι δεν υπάρχει καμία διατομή μεταξύ του τμήματος στήλης του πίνακα Garc και του τμήματος γραμμής του πίνακα Cover. Ακόμη δεν υπάρχει διατομή μεταξύ του τμήματος στήλης του πίνακα Fassign και του τμήματος γραμμής του πίνακα Maintenance. Επομένως, η υπομήτρα Cover - Garc και η υπομήτρα Maintenance – Fassign, είναι μηδενικές.

Η ακόλουθη οθόνη εμφανίζει την υπομήτρα, του προβλήματος, Cover – Fassign σε περιβάλλον Access.

Cov	Fassign
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	
30	
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	
40	
41	
42	
43	
44	
45	
46	
47	
48	
49	
50	
51	
52	
53	
54	
55	
56	
57	
58	
59	
60	
61	
62	
63	
64	
65	
66	
67	
68	
69	
70	
71	
72	
73	
74	
75	
76	
77	
78	
79	
80	
81	
82	
83	
84	
85	
86	
87	
88	
89	
90	
91	
92	
93	
94	
95	
96	
97	
98	
99	
100	

Οθόνη 4.4: Η Υπομήτρα του Προβλήματος σε Περιβάλλον Access

Αφού συλλεχθούν όλες οι υπομήτρες, πρέπει να αντισταθμιστούν. Παραδείγματος χάριν, προστίθεται ο αριθμός των στηλών Fassign στο «Δείκτη στήλης» της υπομήτρας Pcount – Fassign, και προστίθεται επίσης ο αριθμός των γραμμών Cover στην ίδια υπομήτρα. Αφού γίνει αυτή η διαδικασία για όλες τις υπομήτρες, συγχωνεύονται όλες μαζί στον πίνακα «Αποτελέσματα», ο οποίος αντιπροσωπεύει τη μήτρα του μεγάλου (ολοκληρωμένου) προβλήματος. Έπειτα το πρόβλημα ανατίθεται στον επιλυτή.

Ας περιγράψουμε τώρα, τον τρόπο με τον οποίο βρέθηκε η αντικειμενική συνάρτηση . Χρησιμοποιήθηκε ο Δείκτης στον πίνακα Col- Fassign ως ο “Δείκτης στήλης” και το αντίστοιχο «Καθαρό Εισόδημα» (Net Revenue) ως «Συντελεστής» (Coefficient) για την αντικειμενική συνάρτηση. Αφού ολοκληρώθηκε η αντικειμενική



συνάρτηση και η μήτρα του προβλήματος, στρεφόμαστε πλέον στη δεξιά πλευρά των εξισώσεων. Ο πίνακας «Rhs» έχει τέσσερα πεδία: «Από τον δείκτη γραμμής», «Στον δείκτη γραμμής», «Αποτέλεσμα», «Αξία», όπως φαίνονται παρακάτω. Όταν έχουμε μία εγγραφή όπως :

FROM ROW INDEX	TO ROW INDEX	SENSE	VALUE
1	66	E	1

Πίνακας 4.1: Γραμμή του Πίνακα «Rhs»

Αυτό σημαίνει ότι από την γραμμή 1 έως την γραμμή 66 το αποτέλεσμα είναι, ότι η εξίσωση είναι ίση και η δεξιά πλευρά των εξισώσεων ισούται με 1. Εν συνεχεία, όπως και πριν, αναπτύχθηκε ένας ειδικός κώδικας λύσης του προβλήματος για να παρέχει τη διαπροσωπεία που απαιτείται, μεταξύ των δεδομένων της Access και ενός βελτιστοποιητή. Και όπως και πριν, επιλέχθηκε η CPLEX ως βελτιστοποιητής.

#### 4.3.3 ΔΟΜΕΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Μια από τις βασικές διαφορές μεταξύ του μοντέλου προγραμματισμού πλήρώματος και του μοντέλου ανάθεσης στόλου, είναι ότι το μοντέλο προγραμματισμού πλήρώματος χρησιμοποιεί την Access για να καταχωρήσει τα δεδομένα του, αλλά χρησιμοποιεί το πρόγραμμα C, για να τα διαχειριστεί, ενώ το μοντέλο ανάθεσης στόλου χρησιμοποιεί την Access για να καταχωρεί και να διαχειρίζεται τα δεδομένα του.

Υπάρχουν πέντε διαφορετικά σύνολα πινάκων/ ερωτημάτων στο μοντέλο ανάθεσης στόλου. Το πρώτο σύνολο πινάκων, είναι οι πίνακες περίπτωσης, που παρέχονται από το χρήστη σε μια συγκεκριμένη περίπτωση. Αυτοί περιλαμβάνουν έναν πίνακα προγράμματος, έναν πίνακα με τους σταθμούς και τις αντίστοιχες πληροφορίες χρονικής ζώνης κάθε σταθμού, έναν πίνακα με τον εξοπλισμό και πληροφορίες για το χρόνο στροφής των αεροσκαφών, έναν πίνακα με τους σταθμούς και πληροφορίες για το χρόνο στροφής (που επιτρέπουν, λόγω εγκαταστάσεων, στα αεροσκάφη), και έναν πίνακα με τους τύπους στόλου και τους σταθμούς διατήρησής τους. Ο πίνακας προγράμματος πρέπει να περιέχει τις ακόλουθες πληροφορίες: Ταυτότητα πτητικών σκελών (Leg ID), σταθμός αναχώρησης (Departure Station), χρόνος αναχώρησης (Departure Time), σταθμός άφιξης (Arrival Station), χρόνος άφιξης (Arrival Time), τύπος στόλου (Fleet Type), και καθαρό εισόδημα (Net

Revenue). Εδώ, όλα τα πεδία χρόνου αφορούν τον τοπικό χρόνο κάθε σταθμού και ο χρόνος άφιξης είναι ο πραγματικός χρόνος άφιξης.

Το δεύτερο σύνολο πινάκων είναι οι πρότυποι πίνακες. Οι δομές αυτών των πινάκων είναι ίδιες με αυτές των πινάκων περίπτωσης. Ο λόγος για τον οποίο υπάρχουν και πίνακες περίπτωσης και πρότυποι πίνακες είναι ότι ο χρήστης μπορεί να δημιουργήσει μια άλλη περίπτωση και να «τρέξει» το μοντέλο πάλι, χωρίς να αλλάξει τίποτα στο μοντέλο. Επίσης, μπορεί να τροποποιήσει τις εγγραφές στους πρότυπους πίνακες, χωρίς την αλλαγή των πινάκων περίπτωσης.

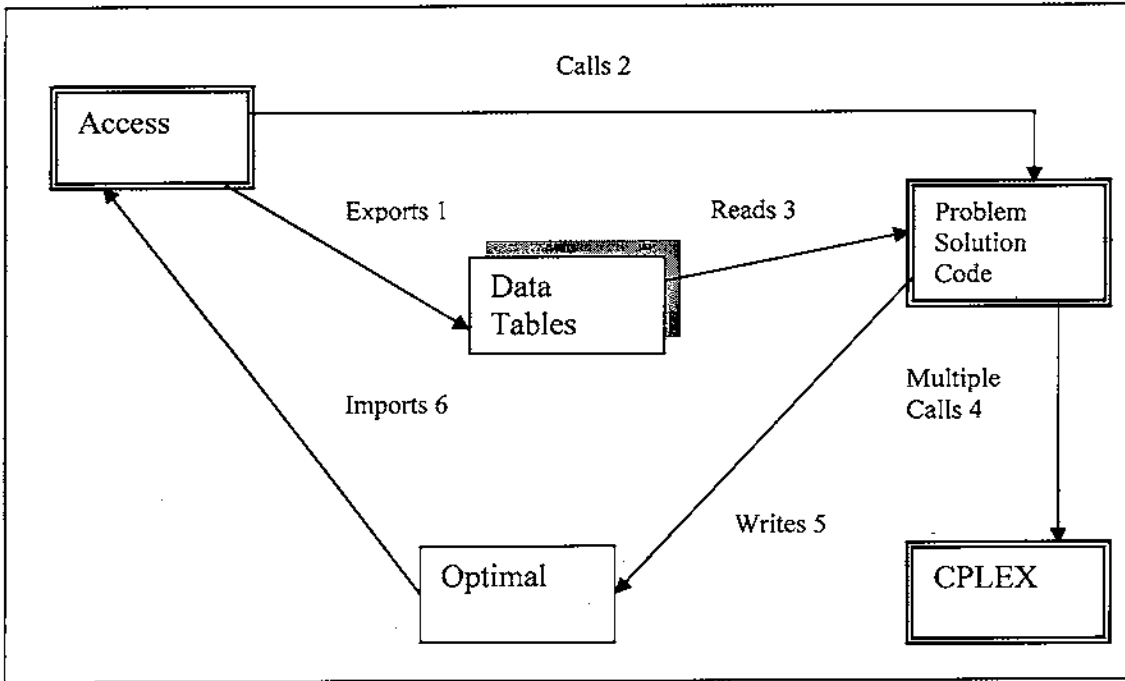
Το τρίτο σύνολο αποτελείται από τμήματα στηλών, τμήματα γραμμών, και ομάδες πινάκων/ ερωτημάτων. Το τέταρτο σύνολο είναι τα λειτουργικά ερωτήματα. Αποτελούνται από ερωτήματα επισύναψης, ερωτήματα διαγραφής, ερωτήματα δημιουργίας πινάκων, και ερωτήματα ενημέρωσης. Αυτά τα ερωτήματα χρησιμοποιούνται για να διαχειριστούν τα δεδομένα και να καταχωρήσουν έπειτα τις αναθεωρημένες πληροφορίες, στο τρίτο σύνολο των πινάκων/ ερωτημάτων (που περιγράφηκε λίγο παραπάνω). Το τρίτο και το τέταρτο σύνολο πινάκων/ ερωτημάτων, είναι το βασικό μέρος της μοντελοποίησης, που στηρίζεται σε μια συγγενική βάση δεδομένων, όπως η Access. Από τη χρησιμοποίησή τους, ο χρήστης είναι σε θέση να μετατρέψει την περίπτωση του προβλήματος, σε επιλύσιμη μορφή. Το τελευταίο σύνολο πινάκων, είναι οι πίνακες αποτελεσμάτων.

#### 4.3.4 ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΤΗΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Η ολοκλήρωση της εφαρμογής για το μοντέλο ανάθεσης στόλου είναι παρόμοια με το μοντέλο προγραμματισμού πληρώματος, με την διαφορά ότι είναι απλούστερη. Όπως και στο μοντέλο προγραμματισμού πληρώματος, έτσι και εδώ χρησιμοποιείται η Access ως βασική εφαρμογή, η οποία καλεί τους κώδικες λύσης του προβλήματος. Κατόπιν ο κώδικας λύσης του προβλήματος, καλεί τη CPLEX. Αντίθετα με το μοντέλο προγραμματισμού πληρώματος, το μοντέλο ανάθεσης στόλου χειρίζεται τα δεδομένα μέσα στην Access. Αυτό, ασφαλώς, κάνει την ολοκλήρωση της εφαρμογής απλούστερη.

Όπως βλέπουμε στο Σχήμα 4.9, η Access εξάγει πίνακες δεδομένων, συμπεριλαμβανομένης της μήτρας του προβλήματος, της δεξιάς πλευράς των εξισώσεων, της αντικειμενικής συνάρτησης, και κ.λ.π. (βήμα 1) και καλεί τον κώδικα λύσης του προβλήματος (βήμα 2). Ο κώδικας λύσης του προβλήματος διαβάζει από

τους πίνακες δεδομένων (βήμα 3) και καλεί τη CPLEX, η οποία θα εγκαταστήσει, θα «φορτώσει», θα λύσει και έπειτα θα ανακτήσει τη λύση του προβλήματος (βήμα 4). Κατόπιν, ο κώδικας λύσης του προβλήματος θα γράψει τα βέλτιστα δεδομένα (βήμα 5), τα οποία η Access εισάγει στον πίνακα «ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ» (βήμα 6).



Σχήμα 4.9: Διάγραμμα Ροής Δεδομένων για το Μοντέλο Ανάθεσης Στόλου (Data Flow Diagramm for Fleet Assignment Model)

#### 4.4 TO MONTELO AMPL

```
# leg fam
```

```
set SCHED dimension 6;
set LEGID := setof {(l, ds, dt, as, at, eqp) in SCHED} l;
set STATION := setof {(l, ds, dt, as, at, eqp) in SCHED} ds;
set EQUIP := setof {(l, ds, dt, as, at, eqp) in SCHED} eqp;
set STA_EQP := setof {(l, ds, dt, as, at, eqp) in SCHED} (ds, eqp);
set LEG_EQP := setof {(l, ds, dt, as, at, eqp) in SCHED} (l, eqp);
set REDEYE within SCHED;
set ALLTIME {STA_EQP} circular;

param cost {LEG_EQP};
param leg_rev {LEG_EQP};
```

```

param num_plane {EQUIP};

var Fassign {SCHED} >= 0;
var Garc ((s, e) in STA_EQP, t in ALLTIME[s, e]) >= 0;
var Revenue;
var Totcost;

maximize Profit:
Revenue - Totcost;

subject to Addrev:
Revenue - sum {(l,ds,dt,as,at,e) in SCHED} leg_rev[l,e] * Fassign[l,ds,dt,as,at,e] = 0;

subject to Addcost:
Totcost - sum {(l,ds,dt,as,at,e) in SCHED} cost[l,e] * Fassign[l,ds,dt,as,at,e] = 0;

subject to Cover {l in LEGID}:
sum {(l,ds,dt,as,at,e) in SCHED} Fassign[l,ds,dt,as,at,e] = 1;

subject to Pcount {e in EQUIP}:
sum {(r,ds,dt,as,at,e) in REDEYE} Fassign[r,ds,dt,as,at,e]
+ sum {(s,e) in STA_EQP} Garc [s, e, last(ALLTIME[s,e])]
<= num_plane[e];

subject to Balance {(s,e) in STA_EQP, t in ALLTIME[s,e]}:
Garc[s,e,t] = Garc[s,e,prev(t)] + sum {(l,s,t,as,at,e) in SCHED} Fassign[l,s,t,as,at,e]
- sum {(l,ds,dt,s,t,e) in SCHED} Fassign[l,ds,dt,s,t,e] = 0;

```

## 4.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στις ενότητες που προηγήθηκαν, έγινε μια γενική περιγραφή των προβλημάτων που αντιμετωπίζουν οι αεροπορικές εταιρείες. Έγινε αναφορά σε παραδείγματα, με υποθετικά δεδομένα και δόθηκαν κατευθύνσεις, για την επίλυση συγκεκριμένων προβλημάτων, όπως ο προγραμματισμός των πληρωμάτων, η συντήρηση των αεροσκαφών κ.λ.π. Θα πρέπει ωστόσο να σημειωθεί, ότι όλα αυτά βασίζονται σε υποθέσεις και απλουστεύσεις, των ανθρώπων που δραστηριοποιούνται

σε αυτόν τον ερευνητικό τομέα. Στην πραγματικότητα τα προβλήματα αυτά είναι τόσο μεγάλα σε μέγεθος, που μπορούν πολύ εύκολα να χαρακτηριστούν χαστικά.

Το τεράστιο μέγεθος αυτών των προβλημάτων, είναι και η αιτία ύπαρξης των εργαλείων διαμόρφωσης. Εντούτοις, δεν υπάρχει ένα εργαλείο που να μπορεί να λύσει όλα τα προβλήματα. Κάθε εργαλείο κατασκευάζεται για ένα συγκεκριμένο λόγο. Για παράδειγμα, τα εργαλεία τα οποία περιγράφουμε σε αυτή την εργασία, λύνουν ένα υποθετικό πρόβλημα, το οποίο δεν υπάρχει στην πραγματικότητα. Στην ουσία, τα εργαλεία αυτά, λαμβάνουν υπόψη τους κάποιους συγκεκριμένους κανόνες του FAA, οι οποίοι αποτελούν ένα πολύ μικρό αλλά και απλουστευμένο μέρος, όλων των κανόνων που ισχύουν στην πραγματικότητα. Αν λαμβάνονταν υπόψη όλοι οι κανόνες, τότε το μοντέλο πάνω στο οποίο στηρίζεται το εργαλείο, θα χαλούσε.

Κατά συνέπεια, γίνεται αντιληπτό, ότι ένα εργαλείο διαμόρφωσης, που σχεδιάζεται για να λύσει ένα πραγματικό πρόβλημα, μιας συγκεκριμένης αεροπορικής εταιρείας, δεν έχει καμία απολύτως σχέση, με ένα ερευνητικό εργαλείο. Το εργαλείο αυτό καλείται να βρει μια βέλτιστη ή σχεδόν βέλτιστη λύση, η οποία να μπορεί να εφαρμοστεί, από την αεροπορική εταιρεία, στην πραγματικότητα πλέον και όχι σε θεωρητικό επίπεδο.

Μερικά στοιχεία για την χρήση και τα αποτελέσματα που μπορεί να εξάγει ένα τέτοιο εργαλείο, μας έδωσε ο κ. Π. Αλιφραγκής, καθώς μας δόθηκε η ευκαιρία, να δούμε από κοντά, ένα εργαλείο σχεδιασμένο για τις ανάγκες της αεροπορικής εταιρείας Lufthansa. Το πρόγραμμα αυτό, λοιπόν, βασίζεται σε εξειδικευμένους αλγόριθμους και μαθηματικούς επιλυτές - βελτιστοποιητές. Δεν χρησιμοποιεί τη CPLEX, παρότι είναι ένα καλό και επίσημο εργαλείο, διότι δεν αποδίδει καλά σε προβλήματα μεγάλου μεγέθους. Αν το πρόβλημα είναι πολύ μεγάλο, η CPLEX αδυνατεί να εξάγει κάποια βέλτιστη λύση (μπορεί να το λύσει μόνο αν αυτό χωριστεί σε υποπροβλήματα). Για παράδειγμα το συγκεκριμένο εργαλείο μπορεί να λύσει κάποιο πρόβλημα σε 30 λεπτά, ενώ κάποιο άλλο εργαλείο, που χρησιμοποιεί τη CPLEX, να λύσει το ίδιο πρόβλημα σε 10 ώρες. Εξάλλου γίνεται εύκολα αντιληπτό, ότι σε πολλές περιπτώσεις, είναι αναγκαία μια γρήγορη λύση, έστω και αν αυτή είναι σχεδόν βέλτιστη, π.χ. σε μια περίπτωση χιονοθύελλας. Εντούτοις, θα πρέπει να σημειωθεί, ότι η λύση που εξάγει η CPLEX είναι πάντοτε βέλτιστη, ενώ η λύση που εξάγεται από το συγκεκριμένο εργαλείο, έχει συνήθως απόκλιση 0.1% από το βέλτιστο.

Τέτοιου είδους εργαλεία, έχουν ασφαλώς μεγάλες απαιτήσεις επεξεργαστικής ικανότητας αλλά και μνήμης Η/Υ, ενώ χρησιμοποιούνται πάντα σε περιβάλλον παράλληλης επεξεργασίας (κάτι ανάλογο με το περιβάλλον, το οποίο περιγράφεται στην παράγραφο 6 του δεύτερου Κεφαλαίου). Τέλος, αξίζει να σημειωθεί, ότι τα εργαλεία αυτά μπορούν να παράγουν, οποιαδήποτε στιγμή, αναφορές κάθε είδους για το χρήστη.

## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

[AGPT] Anbil, R., E. Gelman, B. Patty, and R. Tanga, "Recent Advances in Crew Pairing Optimization at American Airlines," *Interfaces* 21, No. 1, 62-74 (1991).

[AJLS] Atamturk, A., E. Johnson, J. Linderoth, and M. Savelsbergh, "ARMOS: A Relational Modeling System", working paper, School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology (1996).

[ATJ] Anbil, R., R. Tanga, and E. Johnson, "A global approach to crew-pairing optimization," *IBM Systems Journal* 31, No. 1, 71-78 (1992).

[CHJN] Clarke, L., C. Hane, E. Johnson, and G. Nemhauser, "Maintenance and crew considerations in fleet assignment," *Transportation Science* 30, No. 3, 249-260 (1996).

[Hu] Hu, J. "Solving linear programs using primal-dual subproblem simplex method and quasi-explicit matrices," Ph.D. Thesis, School of Industrial Systems Engineering, Georgia Institute of Technology (1997).

R.L. Ho, E.L. Johnson and T.L. Shaw, School of Industrial and Systems Engineering Georgia Institute of Technology.

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α**



# Η ΜΕΘΟΔΟΣ SIMPLEX

## A1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Πολλές αποφάσεις που λαμβάνονται σε μια επιχείρηση αφορούν την αποτελεσματική αξιοποίηση και χρήση των πόρων της. Ως πόροι εννοούνται, αναφέροντας τους πιο σημαντικούς, ο μηχανολογικός εξοπλισμός, οι εργαζόμενοι (εργατοώρες), τα επενδυμένα κεφάλαια, οι διαθέσιμοι πόροι της επιχείρησης, κ.ά. Στην περίπτωση των αεροπορικών εταιριών, ασφαλώς, ως πόροι, θεωρούνται τα πλήρώματα και τα αεροσκάφη, κατά κύριο λόγο. Οι πόροι αυτοί είναι δυνατόν να διατεθούν για την παραγωγή προϊόντων ή υπηρεσιών.

Μια ευρέως γνωστή μέθοδος, η οποία χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων που αφορούν τη βέλτιστη αξιοποίηση των διαθέσιμων πόρων, ώστε να υποβοηθηθεί το έργο των managers στη λήψη αποφάσεων, είναι ο **Γραμμικός Προγραμματισμός (Linear Programming)**.

Ένα απλό πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού με δύο μεταβλητές λύνεται με τη βοήθεια της γραφικής μεθόδου. Η εφαρμογή της γραφικής μεθόδου απαιτεί την ύπαρξη δύο μόνο μεταβλητών ώστε να είναι δυνατή η απεικόνισή τους σε ένα σύστημα αξόνων  $X_1$  και  $X_2$ . Έτσι, αφού οριστεί η περιοχή των εφικτών λύσεων, αναζητάτε ποιο από τα ακραία σημεία της περιοχής των εφικτών λύσεων, δίνει τα μέγιστα ή τα ελάχιστα επιθυμητά αποτελέσματα, αντίστοιχα. Στα πραγματικά προβλήματα, όμως, ο αριθμός των μεταβλητών είναι πολύ μεγαλύτερος των δύο και επομένως η γραφική προσέγγιση επίλυσης δεν είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί.

Σε πραγματικές εφαρμογές, ο αριθμός των μεταβλητών και των περιορισμών των προβλημάτων Γραμμικού Προγραμματισμού ανέρχεται σε δεκάδες, εκατοντάδες και μερικές φορές ακόμα και σε χιλιάδες. Επομένως, χρειάζεται μια συστηματική μέθοδος επίλυσης των προβλημάτων Γραμμικού Προγραμματισμού, η οποία να είναι δυνατόν να υλοποιηθεί μέσω κατάλληλων προγραμμάτων ηλεκτρονικού υπολογιστή, ανεξάρτητα από το μέγεθος. Η συστηματική μέθοδος αυτή είναι η **μέθοδος Simplex**.

Ποια είναι η προσέγγιση που ακολουθεί η μέθοδος Simplex; Σε βασικές γραμμές είναι ανάλογη με την προσέγγιση της γραφικής μεθόδου. Στη γραφική μέθοδο εξετάζονται γραφικά όλα τα ακραία σημεία της περιοχής των εφικτών λύσεων και διαπιστώνεται που μεγιστοποιείται ή ελαχιστοποιείται η αντικειμενική συνάρτηση. Η μέθοδος Simplex, εξετάζει την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης,

μόνο στα ακραία σημεία, της περιοχής των εφικτών λύσεων, με ένα συστηματικό αλγεβρικό τρόπο.

Η διαδοχική εξέταση των ακραίων σημείων, γίνεται με έναν επαναληπτικό τρόπο, δηλαδή, με το να επαναλαμβάνεται το ίδιο σύνολο των διαδικασιών και αλγεβρικών πράξεων σε διαδοχικά βήματα, έως ότου επιτευχθεί ο εντοπισμός της βέλτιστης λύσης. Κάθε βήμα της μεθόδου Simplex αντιστοιχεί στην επιλογή ενός ακραίου σημείου, της περιοχής των εφικτών λύσεων. Σε κάθε νέο βήμα, το επόμενο ακραίο σημείο της περιοχής των εφικτών λύσεων επιλέγεται με τέτοιο τρόπο, ώστε η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης να αυξάνεται ή να μειώνεται ανάλογα, και άρα σταδιακά να πλησιάζει στη βέλτιστη λύση. Η μέθοδος Simplex εκτός από τον προσδιορισμό της βέλτιστης λύσης, δηλαδή τις τιμές των μεταβλητών και το αντίστοιχο βέλτιστο κέρδος ή κόστος, παρέχει επίσης και ένα πλήθος άλλων πληροφοριών οικονομικής φύσης τις οποίες δεν είναι δυνατόν να παραχθούν με άλλο τρόπο.

## A2. Περιγραφή της μεθόδου Simplex

### Δεδομένα:

- Μεταβλητές.
- Αντικειμενική συνάρτηση.
- Περιορισμοί (Ανισότητες).

### Μετατροπή Ανισοτήτων Σε Ισότητες

Το πρώτο βήμα της μεθόδου Simplex, επιβάλλει τη μετατροπή όλων των περιορισμών, που διατυπώνονται με ανισότητες σε ισότητες. Η μετατροπή αυτή επιτυγχάνεται με τη χρήση **μεταβλητών περιθωρίου (slack variables)**. Οι μεταβλητές περιθωρίου συμβολίζονται εδώ με  $S_i$  και αντιπροσωπεύουν αχρησιμοποίητους πόρους, στη διαδικασία μεγιστοποίησης του κέρδους ή ελαχιστοποίησης του κόστους. Ο όρος μεταβλητές περιθωρίου, έχει την έννοια ότι οι τιμές των μεταβλητών συμβολίζουν τη διαφορά μεταξύ της αριστερής πλευράς της ανισότητας (απαιτούμενη ποσότητα) και της αντίστοιχης δεξιάς πλευράς (διαθέσιμη ποσότητα).

Στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται όλοι οι διαθέσιμοι πόροι ενός περιορισμού, τότε η αντίστοιχη μεταβλητή περιθωρίου έχει την τιμή μηδέν.

Οι μεταβλητές περιθωρίου, δεν συνεισφέρουν στο κέρδος ή το κόστος της επιχείρησης, επομένως μπορούν να συμπεριληφθούν στην αντικειμενική συνάρτηση με αντίστοιχους συντελεστές κέρδους ή κόστους μηδέν.

### **Αλγεβρικός Προσδιορισμός Λύσεων Γραμμικού Προγραμματισμού**

Μετά την προσθήκη των μεταβλητών περιθωρίου, διαμορφώνεται ένα σύστημα εξισώσεων. Εφ' όσον ο αριθμός των εξισώσεων είναι μικρότερος από τον αριθμό των αγνώστων, υπάρχουν πολλές λύσεις του συστήματος. Ένας απλός τρόπος εύρεσης λύσεων, είναι να τεθούν ίσες με μηδέν οι αρχικές μεταβλητές ( $X_i$ ). Έτσι, θα δημιουργηθεί ένα σύστημα εξισώσεων, όπου θα υπάρχουν τόσες εξισώσεις όσες θα είναι και οι μεταβλητές περιθωρίου.

Η μέθοδος Simplex, όπως προαναφέρθηκε, είναι μια επαναληπτική μέθοδος, η οποία επαναλαμβάνει τα ίδια βήματα έως ότου προσδιοριστεί η βέλτιστη λύση. Σε κάθε βήμα της μεθόδου λαμβάνεται μια εφικτή λύση, που είναι καλύτερη από την προηγούμενη (βελτιώνει την αντικειμενική συνάρτηση). Σαν αρχική λύση, της μεθόδου Simplex, χρησιμοποιείται αυτή όπου οι αρχικές μεταβλητές ( $X_i$ ) έχουν τιμή μηδέν, ενώ οι μεταβλητές περιθωρίου ( $S_i$ ) έχουν μη μηδενικές τιμές. Η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης που αντιστοιχεί στην αρχική αυτή λύση είναι προφανώς μηδέν.

#### *ο Αρχικός πίνακας Simplex*

Ο πίνακας Simplex, περιλαμβάνει τους συντελεστές των μεταβλητών, στην αντικειμενική συνάρτηση, τους περιορισμούς του προβλήματος, καθώς και κάποιες άλλες πληροφορίες, όπως μια στήλη που λέγεται «Βασικές μεταβλητές» και τις σειρές  $Z_j$  και  $C_j - Z_j$ . Οι επιπλέον αυτές πληροφορίες είναι απαραίτητες, για την εφαρμογή της μεθόδου Simplex.

Κάθε πίνακας Simplex αντιστοιχεί σε μια εφικτή λύση του προβλήματος.

Συντελεστές κέρδους ή κόστος	$C_j$	→				
	Βασικές μεταβλητές	$X_1$	$X_i$	$S_1$	$S_i$	
	$M_1$					
	$M_i$					
	$Z_j$					
	$C_j - Z_j$					

Πίνακας A1: Αρχικός Πίνακας Simplex

Παρακάτω αναλύεται η δομή του πίνακα Simplex.

ο *Βασικές μεταβλητές και μη βασικές*

Σε ένα πρόβλημα, Γραμμικού Προγραμματισμού, οι μεταβλητές που έχουν μη μηδενικές τιμές ονομάζονται βασικές μεταβλητές, ενώ οι υπόλοιπες μη βασικές. Ο αριθμός των βασικών μεταβλητών σε κάθε πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού είναι ίσος με τον αριθμό των περιορισμών του προβλήματος.

Η πρώτη στήλη του πίνακα Simplex περιλαμβάνει τους συντελεστές κέρδους ή κόστους που αντιστοιχούν στις βασικές μεταβλητές. Στη δεύτερη στήλη τοποθετούνται οι βασικές μεταβλητές. Οι επόμενες στήλες αποτελούν το κύριο κομμάτι του πίνακα Simplex και τα στοιχεία του αντιστοιχούν στους συντελεστές των μεταβλητών του προβλήματος, ενώ τα στοιχεία της τελευταίας στήλης αντιστοιχούν στις τιμές των περιορισμών.

Οικονομική Ερμηνεία του Πίνακα Simplex – Συντελεστές Ανταλλαγής

Τα στοιχεία κάθε στήλης του πίνακα Simplex, είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές των περιορισμών του προβλήματος.

Τα στοιχεία κάθε στήλης, καλούνται συντελεστές ανταλλαγής μεταξύ των άλλων στηλών και των βασικών μεταβλητών του πίνακα και ερμηνεύονται ως εξής:

Για να αυξηθεί ή να μειωθεί η τιμή μιας στήλης κατά μία μονάδα, πρέπει να μειωθούν ή να αυξηθούν αντίστοιχα οι τιμές των βασικών μεταβλητών.

Κάτι άλλο που πρέπει να παρατηρηθεί είναι ότι για κάθε βασική μεταβλητή, η αντίστοιχη στήλη περιέχει μόνο ένα (1) στη θέση που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη μεταβλητή, ενώ όλα τα άλλα στοιχεία της στήλης είναι μηδέν (0).

ο Οι σειρές  $C_j$ ,  $Z_j$  και  $C_j - Z_j$

Η σειρά  $C_j$  περιέχει τους συντελεστές κέρδους ή κόστους της αντικειμενικής συνάρτησης.

Τα στοιχεία της σειράς  $Z_j$  δηλώνουν το κατά πόσο θα μειωθεί ή θα αυξηθεί το συνολικό κέρδος ή κόστος αντίστοιχα, αν η τιμή της κάθε μεταβλητής αυξηθεί ή μειωθεί κατά μία μονάδα.

Η τελευταία γραμμή του πίνακα  $C_j - Z_j$ , είναι η γραμμή που δίνει την καθαρή επίπτωση στο συνολικό κέρδος ή κόστος, στην περίπτωση που κάθε μία από τις μη βασικές μεταβλητές του προβλήματος αυξηθεί ή μειωθεί κατά μία μονάδα.

### Κριτήριο Βελτιστοποίησης

Η τελευταία γραμμή του πίνακα Simplex καθορίζει επίσης κατά πόσο η δεδομένη λύση του πίνακα είναι βέλτιστη ή όχι. Αρνητικές τιμές  $C_j - Z_j$  δηλώνουν ότι στην περίπτωση που η τιμή της αντίστοιχης μεταβλητής αυξηθεί, θα υπάρχει μείωση του κέρδους ή αύξηση του κόστους, αντίστοιχα.

Αντίθετα, θετικές τιμές  $C_j - Z_j$  δηλώνουν ότι μπορεί να υπάρξει βελτίωση του κέρδους ή μείωση του κόστους, αν αυξηθεί η τιμή της συγκεκριμένης μεταβλητής με θετικό  $C_j - Z_j$ .

Αν βέβαια όλες οι τιμές  $C_j - Z_j$  είναι αρνητικές ή μηδενικές, τότε η λύση είναι η βέλτιστη.

### Επαναληπτική Διαδικασία Simplex

Η μέθοδος Simplex είναι ένας επαναληπτικός αλγόριθμος. Βασίζεται δηλαδή σε μια σταθερή επαναλαμβανόμενη διαδικασία, με την οποία από έναν δεδομένο πίνακα Simplex με κατάλληλους αριθμητικούς υπολογισμούς, γίνεται μετάβαση στον επόμενο, ο οποίος αντιστοιχεί σε μια καλύτερη λύση, κ.ο.κ. έως ότου προσδιοριστεί η

λύση. Η επαναληπτική αυτή διαδικασία περιλαμβάνει πέντε (5) βήματα, τα οποία περιγράφονται παρακάτω.

#### ο Βήμα 1

Επιλέγεται η μεταβλητή που θα συμπεριληφθεί στις βασικές μεταβλητές. Η επιλογή γίνεται με βάση τη συνεισφορά κάθε μη βασικής μεταβλητής στο συνολικό κέρδος ή κόστος, η οποία φαίνεται στα στοιχεία της σειράς  $C_j - Z_j$ . Η μεταβλητή με το μεγαλύτερο θετικό ή το μικρότερο αρνητικό  $C_j - Z_j$  είναι αυτή που «μπαίνει» στη βάση.

Αν όλες οι μεταβλητές έχουν τιμές  $C_j - Z_j$  μικρότερες ή ίσες με μηδέν, τότε η λύση που δίνεται είναι η βέλτιστη.

Η στήλη που αντιστοιχεί στη μεταβλητή που «μπαίνει» στη βάση, ονομάζεται οδηγός στήλης.

#### ο Βήμα 2

Εφ' όσον μια από τις μη βασικές μεταβλητές «μπαίνει» στη βάση, μια από τις βασικές μεταβλητές θα πρέπει να «φύγει». Έτσι, βρίσκεται η μεταβλητή της βάσης που θα αντικατασταθεί από τη νέα μεταβλητή που επιλέχθηκε στο Βήμα 1 ως εξής:

Διαιρούνται όλα τα στοιχεία της τελευταίας στήλης του πίνακα, με τα αντίστοιχα θετικά στοιχεία (σε περίπτωση αρνητικής ή μηδενικής τιμής αγνοούνται) της οδηγού στήλης. Το μικρότερο θετικό ή το μεγαλύτερο αρνητικό κλάσμα αντιστοιχεί στη μεταβλητή που θα αντικατασταθεί. Η σειρά της μεταβλητής που θα αντικατασταθεί αποκαλείται οδηγός σειρά. Η τομή της οδηγού σειράς με την οδηγού στήλη, δίνει τον οδηγό στοιχείο.

#### ο Βήμα 3

Υπολογισμός νέων τιμών για την οδηγού σειρά. Για να βρεθούν οι νέες τιμές της οδηγού σειράς, διαιρούνται όλα τα στοιχεία με τον οδηγό στοιχείο.

#### ο Βήμα 4

Υπολογισμός νέων τιμών για τις υπόλοιπες σειρές του πίνακα. Οι νέες τιμές κάθε σειράς εκτός της οδηγού σειράς υπολογίζονται ως εξής:

Νέα Σειρά = Προηγούμενη Σειρά – Στοιχείο της οδηγού στήλης · Νέα οδηγός σειρά.

ο **Βήμα 5**

Υπολογισμός των νέων τιμών για τις σειρές  $C_j$  και  $C_j - Z_j$ .

Εφ' όσον η σειρά  $C_j - Z_j$  του πρώτου πίνακα Simplex περιλαμβάνει και θετικές τιμές, όταν πρόκειται για κέρδος ή αρνητικές τιμές όταν πρόκειται για κόστος, τότε η λύση που δίνει ο πίνακας αυτός δεν είναι η βέλτιστη. Έτσι, θα πρέπει να επαναληφθούν τα πέντε προηγούμενα βήματα του αλγόριθμου Simplex και να δημιουργηθεί ένας δεύτερος πίνακας Simplex. Εάν η σειρά  $C_j - Z_j$  του δεύτερου πίνακα περιλαμβάνει και πάλι θετικές ή αρνητικές τιμές αντίστοιχα, τότε η λύση που δίνει ο πίνακας αυτός, δεν είναι η βέλτιστη και άρα πρέπει να επαναληφθούν τα πέντε βήματα του αλγόριθμου.

Η διαδικασία αυτή ακολουθείται μέχρι να δημιουργηθεί ένας πίνακας Simplex, ο οποίος να μην έχει θετικές ή αρνητικές τιμές στη σειρά  $C_j - Z_j$ . Όταν η σειρά  $C_j - Z_j$ , δεν περιέχει θετικά στοιχεία, σημαίνει ότι δεν είναι δυνατόν να υπάρξει αύξηση στην περίπτωση κέρδους ή μείωση στην περίπτωση κόστους. Για περισσότερες λεπτομέρειες, όσον αφορά τη μέθοδο Simplex, βλέπε Ε. Καρασαββίδου – Χατζηγηγορίου, [ 1 ] και Π. Γ. Υψηλάντη [ 2 ].

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β**



## ΔΕΝΔΡΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

### Β1. ΕΝΝΟΙΑ ΤΩΝ ΔΕΝΔΡΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Συχνά οι διοικητικοί φορείς αντιμετωπίζουν πολυσύνθετα προβλήματα που δεν μπορούν να εμφανιστούν με τη μορφή μήτρας αποτελεσμάτων. Γιατί η δομή τους είναι πολυδιάστατη, με την έννοια ότι αποτελείται από μια ακολουθία αποφάσεων (ενεργειών), που παίρνονται σε διαδοχικά χρονικά σημεία, κάθε δε απόφαση, επηρεάζει τα αναμενόμενα αποτελέσματα, καθώς και τις μελλοντικές αποφάσεις. Από τις προηγούμενες ενότητες, γίνεται ασφαλώς αντιληπτό, ότι το πρόβλημα που αντιμετωπίζουν οι αεροπορικές εταιρίες, για την κατάρτιση του προγράμματος πτήσεων τους, είναι από τα πολυπλοκότερα αυτού του είδους. Στις περιπτώσεις αυτές ακολούθεται η διαδικασία του δυναμικού προγραμματισμού.

Ο δυναμικός προγραμματισμός, ως τεχνική του μαθηματικού προγραμματισμού και ο ίδιος προγραμματισμός ως τεχνική των δένδρων αποφάσεων, εφαρμόζονται στα ίδια ακριβώς προβλήματα. Στην πρώτη τεχνική είναι σημαντική η συμμετοχή των μαθηματικών, διαφέρει ο τρόπος υπολογισμού των αναμενόμενων αποτελεσμάτων και η εφαρμογή της, συνίσταται στην περίπτωση που το πρόβλημα έχει πάρα πολλά στάδια και πολλές εκβάσεις (καταστάσεις της φύσης) σε κάθε στάδιο, έτσι ώστε το δένδρο να είναι πολύ μεγάλο ή πολύ δύσκολο να διαμορφωθεί<sup>1</sup>.

Η επίλυση αυτής της κατηγορίας προβλημάτων είναι δύσκολη για τους παρακάτω κυρίως λόγους:

- 1) Για να εκτελεσθεί κάθε μία από τις επιμέρους ενέργειες και να πραγματοποιηθούν τα αντίστοιχα αποτελέσματα, χρειάζεται συνήθως, μία ορισμένη χρονική διάρκεια, έτσι ώστε τελικά ο συνολικός χρόνος που είναι απαραίτητος για την ολοκλήρωση μιας εναλλακτικής λύσης, μπορεί να είναι αρκετά μακρύς. Η παρέλευση όμως, γενικά, του χρόνου, ασκεί επίδραση τόσο στα αναμενόμενα αποτελέσματα, όσο και στις πιθανότητες, που παίρνουμε υπόψη στο συγκεκριμένο πρόβλημα, καθώς επίσης και στην ανάγκη συγκέντρωσης περισσότερων πληροφοριών, σχετικών με το «περιβάλλον» του διοικητικού στελέχους που αποφασίζει.

- 2) Η λήψη μιας απόφασης εξαρτάται από την προηγούμενη απόφαση και επηρεάζει τις επόμενες αποφάσεις, αλλά και τις τυχόν ενδεχόμενες εκβάσεις.
- 3) Εξάλλου, είναι ήδη δύσκολη η εκτίμηση των πιθανοτήτων εμφάνισης των διαφόρων καταστάσεων της φύσης, που είναι δυνατόν να αντιμετωπισθούν κατά τη λήψη μιας μόνο απόφασης. Έτσι, όταν πρέπει να αξιολογηθεί μια σειρά ενεργειών και να εκτιμηθούν οι πιθανότητες εμφάνισης των αντίστοιχων καταστάσεων της φύσης, τότε οι δυσκολίες είναι πολύ πιο μεγάλες.

Το μοντέλο του δένδρου αποφάσεων, που εμφανίζεται με τη μορφή σημείων λήψης αποφάσεων και κόμβων των αντίστοιχων πιθανών αποτελεσμάτων, διαρθρώνει, συστηματοποιεί και εκφράζει δυναμικά τους παράγοντες που αποτελούν το «περιβάλλον» μιας απόφασης, έτσι ώστε τα σύνθετα στοιχεία του προβλήματος, να αποτελούν μια διαδοχική ακολουθία αλληλοεξαρτώμενων αποφάσεων και πιθανών εκβάσεων.

Στο σημείο αυτό, παρατηρείται, ότι το σχετικό διάγραμμα ονομάζεται «δένδρο αποφάσεων», επειδή απεικονίζει τα δεδομένα του προβλήματος γραφικά, με τη μορφή δένδρου και συγκεκριμένα στην οριζόντια θέση του (δενδροδιάγραμμα). Η όλη διαδικασία χρησιμοποίησης αυτού του διαγράμματος, που αποτελεί στην ουσία υλοποίηση της διαδικασίας λήψης αποφάσεων, όπως περιγράφηκε παραπάνω, ονομάζεται ανάλυση δένδρων αποφάσεων.

Τα βασικά πλεονεκτήματα αυτής της ανάλυσης, για τα οποία θα γίνει μια προσπάθεια να τεκμηριωθούν με παραδείγματα, που θα αναπτυχθούν παρακάτω είναι:

A) Αποτελεί τον καλύτερο τρόπο περιγραφής ενός πολύπλοκου προβλήματος, γιατί παρουσιάζει κάθε ενέργεια (απόφαση), καθώς και τις αντίστοιχες δεδομένες εκβάσεις με σαφήνεια και απλότητα. Έτσι, υπάρχει μια βάση για συζήτηση με σκοπό τη λήψη καλύτερης ποιότητας λύσεων.

B) Το υπόδειγμα του δένδρου αποφάσεων διακρίνεται για τη δυνατότητα προσαρμογής στις μεταβαλλόμενες συνθήκες του περιβάλλοντος. Ειδικότερα, διευκολύνει τη διενέργεια πειραματισμών ή την εκτέλεση τυχόν άλλων

δραστηριοτήτων, καθώς και την προσθήκη άλλων πιθανών εκβάσεων (καταστάσεων της φύσης), κάτω από το φως νέων πληροφοριών.

Γ) Διευκολύνει τον εντοπισμό των ευαίσθητων σημείων, των διαφόρων ενεργειών (στρατηγικών), που χρειάζονται ιδιαίτερη προσοχή και αντιμετώπιση. Με αυτόν δε τον τρόπο, συμβάλλει στην άσκηση «διοίκησης με βάση τις εξαιρέσεις» (management – by exception)<sup>2</sup>.

Δ) Βελτιώνει σημαντικά τις αναλυτικές ικανότητες του διοικητικού φορέα που αποφασίζει, καθώς και τη δυνατότητα συστηματοποίησης, της σκέψης του, με αποτέλεσμα να οδηγείται στην λήψη ορθολογικών αποφάσεων.

Ε) Η τεχνική αυτή επιδέχεται επεξεργασία από ηλεκτρονικό υπολογιστή.

Στ) Τέλος, πρόκειται για μια τεχνική που μπορεί εύκολα να κατανοηθεί και να εφαρμοστεί σε πολλά και ποικίλα προβλήματα, από οποιοδήποτε διοικητικό φορέα.

## **B2. ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΩΝ ΔΕΝΔΡΩΝ**

Κάθε δένδρο αποφάσεων, διαμορφώνεται σύμφωνα με το συγκεκριμένο πρόβλημα, στο οποίο αναφέρεται και αποτελεί μια απεικόνισή του. Γι' αυτό το λόγο δεν είναι δυνατόν να δοθεί ένα γενικό υπόδειγμα «δένδρου αποφάσεων». Μπορούν όμως να δοθούν μερικές κατευθυντήριες γραμμές, που βοηθούν σημαντικά στην κατασκευή του δένδρου αποφάσεων. Έτσι, στη συνέχεια γίνεται μια σύντομη έκθεση της τεχνικής αυτής:

### **B2.1 Βασικά στοιχεία του δένδρου αποφάσεων**

□ = Σημείο λήψης αποφάσεων, συνήθως μετά από μια έκβαση ή μετά από μια απόφαση.

▣ = Κλώνος, ο οποίος εμφανίζει την εναλλακτική στρατηγική, που μπορεί να επιλεγεί στο συγκεκριμένο σημείο απόφασης.

○ = Κόμβος δυνατών εκβάσεων (καταστάσεων της φύσης), συνήθως μετά από κάθε στρατηγική ή μετά από προηγούμενη έκβαση.

○<sup>-</sup> = Κλώνος πιθανής έκβασης, ο οποίος εμφανίζει μια κατάσταση της φύσης που μπορεί να εμφανιστεί στο συγκεκριμένο κόμβο δυνατών εκβάσεων.

● = Σημείο πέρατος (τέλους).

A = Αξία που αντιστοιχεί σε κάθε κλώνο απόφασης ή δυνατής έκβασης.

P = Πιθανότητα εμφάνισης μιας κατάστασης της φύσης.

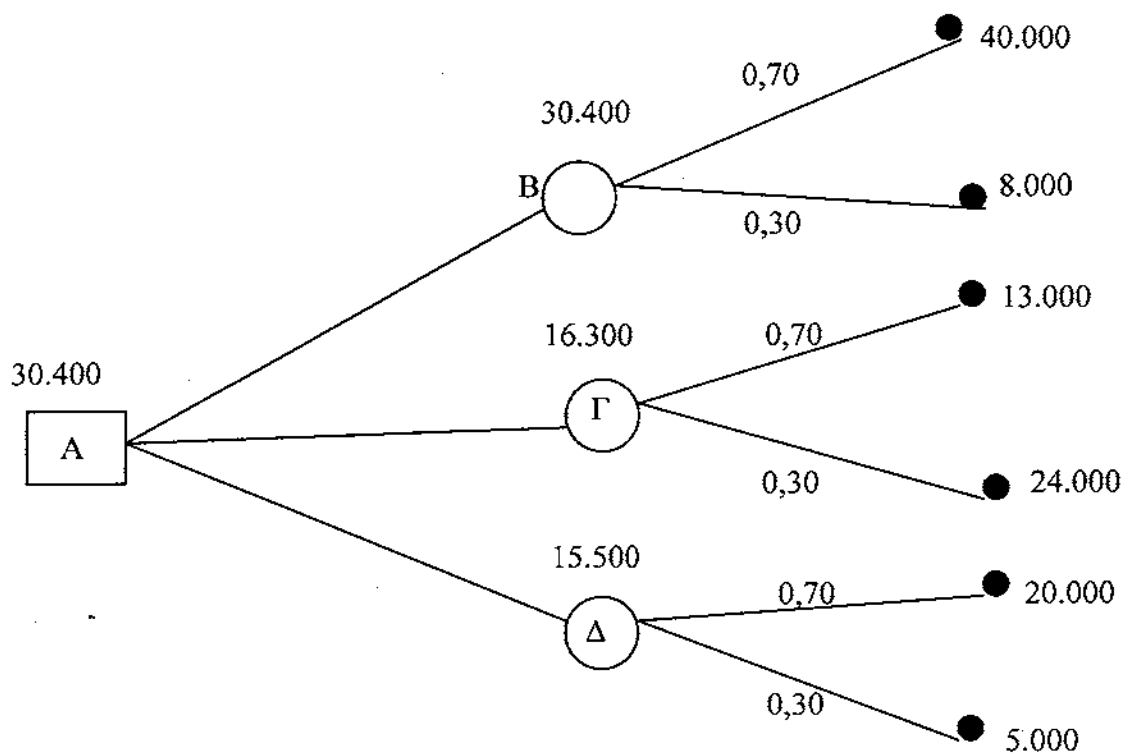
Παράδειγμα «δένδρου αποφάσεων»:

Έστω ότι δίνεται η παρακάτω μήτρα απόδοσης. Ασφαλώς, η συγκεκριμένη μήτρα, είναι πάρα πολύ απλοποιημένη και σε καμία περίπτωση δεν εκφράζει το μέγεθος του προβλήματος, που αντιμετωπίζουν οι αεροπορικές εταιρίες. Ωστόσο χρησιμοποιείται σ' αυτό το σημείο, για την καλύτερη επεξήγηση, του τι εστί δέντρο απόφασης.

Στρατηγικές	Καταστάσεις της φύσης	
	$\Phi_1 (P_1 = 0,70)$	$\Phi_2 (P_2 = 0,30)$
$\Sigma_1$	40.000	8.000
$\Sigma_2$	13.000	24.000
$\Sigma_3$	20.000	5.000

Πίνακας Β1: Μήτρα Απόδοσης

Αυτή η μήτρα απόδοσης, μπορεί να απεικονισθεί γραφικά με τη μορφή δένδρου αποφάσεων, όπως παρακάτω:



Σχήμα Β1: Απεικόνιση των Δεδομένων του Προβλήματος με τη Μορφή Δένδρου Αποφάσεων.

## B2.2 Η διαδικασία διαμόρφωσης του δένδρου αποφάσεων

Η διαμόρφωση κάθε δένδρου αποφάσεων αρχίζει από τα αριστερά προς τα δεξιά με ένα σημείο λήψης αποφάσεων. Αφού «λήψη αποφάσεων», σημαίνει επιλογή μεταξύ δύο τουλάχιστον εναλλακτικών λύσεων, είναι ευνόητο ότι το δένδρο αρχίζει με δύο τουλάχιστον βασικούς «κλώνους» (μία δηλαδή διακλάδωση), π.χ.

- ▶ Σ<sub>1</sub> να γίνει μια ενέργεια για να αλλάξει η κατάσταση,
- ▶ Σ<sub>2</sub> να μη γίνει μια ενέργεια και να παραμείνει η τωρινή κατάσταση.

Υστερα, ακολουθείται κάθε ένας από τους αρχικούς κλώνους και σημειώνονται, με τη μορφή πάλι διακλαδώσεων, οι δυνατές εκβάσεις, στη συνέχεια οι ενέργειες που μπορούν να γίνουν, κ.ο.κ. Πάνω στον κλώνο κάθε ενέργειας ή κλώνο πιθανής έκβασης, σημειώνεται το αποτέλεσμά της (συνήθως εκφράζεται σε

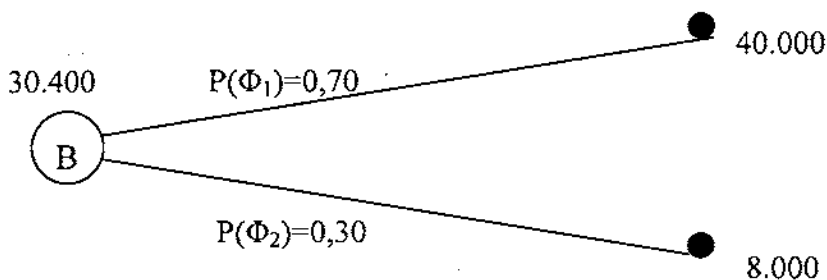
χρηματικές μονάδες). Επίσης, γράφονται οι πιθανότητες εμφάνισης των διαφόρων καταστάσεων της φύσης (εκβάσεων).

Όταν το δένδρο είναι έτοιμο, πραγματοποιείται έλεγχος των εγγραφών που έγιναν και ύστερα γίνεται προσπάθεια, μετά από προσεχτική μελέτη, των δεδομένων που υπάρχουν, να περιοριστούν όσο είναι δυνατόν οι διαστάσεις του δένδρου (δηλαδή οι διακλαδώσεις). Γι' αυτό το σκοπό αναπτύχθηκαν και διάφορες τεχνικές.

### B2.3 Επίλυση του δένδρου αποφάσεων

Μετά τη διαμόρφωση του δένδρου αποφάσεων αρχίζει η επίλυση αυτού, η οποία αρχίζει από το τέλος του σχήματος (δεξιά) προς την αρχή αυτού (αριστερά). Ειδικότερα:

A) Σε κάθε κόμβο δυνατών εκβάσεων (O) σημειώνεται η αναμενόμενη αξία όπως παρακάτω:



Σχήμα B2: Αναμενόμενη Αξία στον Κόμβο B

$$\begin{aligned} \text{Αναμενόμενη αξία στο σημείο B} &= [A_1 \cdot P(\Phi_1)] + [A_2 \cdot P(\Phi_2)] = \\ &= (40.000 \cdot 0,70) + (8.000 \cdot 0,30) = 30.400 \end{aligned}$$

B) Εξάλλου, σε κάθε σημείο «λήψης απόφασης» τοποθετείται η μεγαλύτερη αναμενόμενη αξία, όταν εκφράζει κέρδη (ή η μικρότερη, όταν εκφράζει κόστος), που προκύπτει από τις συγκεκριμένες ενέργειες, δηλαδή «κλώνους», που ξεκινούν από το σημείο αυτό. Άρα στο σημείο απόφασης A τοποθετείται το ποσό των 30.400, γιατί

$30.400 > 16.300 > 15.500$ . Αυτό σημαίνει ότι αποφασίζεται να ακολουθηθεί ο κλώνος AB (δηλαδή να εκτελεστεί η ενέργεια που απεικονίζει). Έτσι, προσδιορίζεται τελικά «το βέλτιστο δρομολόγιο», δηλαδή η σειρά των ενεργειών, που θα πρέπει να γίνουν, για να προσδιοριστεί η καλύτερη δυνατή λύση του προβλήματος.

Γ) Εάν υπάρχουν αμφιβολίες για ορισμένες πιθανότητες, μπορούν να γίνουν όλοι αυτοί οι υπολογισμοί, βάζοντας άλλες πιθανότητες, για να διαπιστωθεί η επίδραση της αλλαγής αυτής, των πιθανοτήτων, πάνω στο «βέλτιστο δρομολόγιο». Αν μια μικρή αλλαγή στην εκτίμηση των πιθανοτήτων, μεταβάλλει τελείως το δρομολόγιο, που δίνει τη «βέλτιστη λύση», τότε αφού επισημανθεί το κρίσιμο πεδίο, γίνεται προσπάθεια να συγκεντρωθούν περισσότερες σχετικές με αυτό πληροφορίες και να μελετηθεί από την αρχή το όλο πρόβλημα πιο προσεκτικά.

---

Για περισσότερες λεπτομέρειες, όσον αφορά τα δέντρα απόφασεων, βλέπε Ε. Καρασαββίδου – Χατζηγηγορίου [ 1 ].

## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

[1] Ε. Καρασαββίδου – Χατζηγηρηγορίου, Λέκτορα του Οικονομικού Τμήματος της Σχολής ΝΟΕ – Α.Π.Θ., ΔΗΨΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ: Προσέγγιση με την Επιχειρησιακή Έρευνα, (1999).

[2] Π. Γ. Υψηλάντης, Επιχειρησιακή Έρευνα, (1998).

