ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΠΑΤΡΑΣ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΑΜΑΛΙΑΔΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ
ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

GAME THEORY AND ITS APPLICATIONS IN THE ECONOMY

ΣΠΥΡΙΔΩΝ ΑΣΛΑΝΗΣ
&
ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ ΜΑΤΟΠΟΥΛΟΣ

ΕΠΟΠΤΕΥΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΔΡ. ΗΛΙΑΣ Κ. ΣΤΑΥΡΟΠΟΥΛΟΣ

ΑΜΑΛΙΑΔΑ, ΜΑΪΟΣ 2010

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Αδιαμφισβήτητα, ο $20^{ος}$ Αιώνας που πέρασε ήταν ένας αιώνας γεμάτος εκπλήξεις. Είδαμε 2 παγκόσμιους πολέμους, είδαμε τεχνολογικές εξελίξεις, είδαμε τον άνθρωπο να πατάει στο φεγγάρι. Η ανθρωπότητα έζησε κοσμογονικές εξελίξεις, δύο αντίπαλα δέη αντιπαλεύονταν με αποτέλεσμα να υπάρχουν μεν θυσίες και διαμάχες αλλά να υπάρχουν δε και εξαιρετικά επιτεύγματα που χωρίς τον Ψυχρό Πόλεμο και την ταχύτητα αυτού μπορεί να καθυστερούσαμε ή και να μην τα βλέπαμε.

Μέσα σε όλα αυτά, δεν μας επιτρέπετε να παραβλέψουμε και την εξέλιξη της ακαδημαϊκής κοινότητας, τους νέους ορισμούς και κανόνες που έδωσαν έναν νέο ρου στην εξέλιξη της κοινωνίας σε όλους τους τομείς και φυσικά όλους αυτούς τους θεωρητικούς αλλά και πρακτικούς ανθρώπους που συνέβαλλαν σε αυτήν την προσπάθεια.

Μια από αυτές τις εξελίξεις είναι και η Θεωρία των Παιγνίων, η οποία είναι μια θεωρία που ουσιαστικά γεννήθηκε στον $20^{ο}$ αιώνα. Σημαντικές προσωπικότητες αφιέρωσαν τη ζωή τους για την δημιουργία και εξέλιξη αυτής, η οποία κυριολεκτικά τάραξε τα νερά της σύγχρονης σκέψης και αντίληψης πολλών πραγμάτων.

Θεωρούμε τους εαυτούς μας εξαιρετικά τυχερούς που η πτυχιακή εργασία που κρατάτε στα χέρια σας έχει ως θέμα «Θεωρία Παιγνίων και Εφαρμογές της στην Οικονομία». Έχοντας απλά μια εγκυκλοπαιδική γνώση πάνω σε αυτό το θέμα, δεν κρύβουμε πως η δίψα για εμβάθυνση των γνώσεών μας επί τούτου ήταν δεδομένη.

Στη διαδρομή μας στο τμήμα Εφαρμογών Πληροφορικής στη Διοίκηση και Οικονομία του Τ.Ε.Ι. Πάτρας, συναντήσαμε ανθρώπους που δεν ήταν απλά καθηγητές, ήταν άνθρωποι οι οποίοι είδανε μια φλόγα στα μάτια μας και θέλανε να την κάνουνε φωτιά. Πολλοί εξ αυτών δεν μείνανε απλά στα τυπικά τους καθήκοντα, μας πλησίασαν, μοιράστηκαν τις ανησυχίες μας, βελτίωσαν τον τρόπο σκέψης μας και αδιαμφισβήτητα μας έκαναν καλύτερους ανθρώπους. Έτσι έγινε και με τον επιβλέποντα καθηγητή μας ο οποίος βλέποντας τη δίψα μας για μάθηση πέρα από τα τυπικά μας έδειχνε και μας δίδασκε, ως ένας δάσκαλος από άλλη εποχή, πράγματα τα οποία γνωρίζαμε μόνο επιδερμικά.

Έτσι λοιπόν, το ενδιαφέρον μας για την Θεωρία Παιγνίων εξελίχθηκε με το χρόνο σε μία πτυχιακή εργασία η οποία, με κάθε ταπεινότητα, πιστεύουμε ότι είναι ένα εγχειρίδιο για όποιον θελήσει να πάρει κάποιες γνώσεις για αυτήν.

Παράλειψή μας θα ήταν να μην ευχαριστήσουμε τις οικογένειές μας που με κόπο και ιδρώτα μας στήριξαν στην προσπάθειά μας να γίνουμε χρήσιμοι στην κοινωνία, έχοντας ένα πτυχίο αυτής της σχολής και φυσικά θέλουμε να ευχαριστήσουμε τον κ. Ηλία Σταυρόπουλο επιβλέποντα καθηγητή μας, επειδή πίστεψε σε εμάς και μας εμπιστεύθηκε το θέμα αυτής της σπουδαίας πτυχιακής εργασίας.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η Θεωρία Παιγνίων είναι η επιστήμη που ασχολείται με την μελέτη μαθηματικών μοντέλων ανταγωνισμού και συνεργασίας μεταξύ οντοτήτων για την λήψη αποφάσεων, οι οποίες έχουν άμεση συνέπεια αλλά και επιρροή στο όφελός τους. Παρέχει το κατάλληλο θεωρητικό πλαίσιο για την μελέτη και την ανάλυση στρατηγικών καταστάσεων αντιπαλότητας, που ενισχύει τις εκάστοτε εμπειρικές αναλύσεις για την ορθότερη λήψη αποφάσεων. Η προσφορά της στην οικονομία αλλά και στις κοινωνικές επιστήμες, ειδικά τα τελευταία χρόνια είναι ιδιαίτερα σημαντική.

Αντικείμενο της παρούσας πτυχιακής είναι μια σύντομή εισαγωγή στη Θεωρία Παιγνίων αλλά και στις εφαρμογές της στην Οικονομία.

Αρχικά στο πρώτο κεφάλαιο της πτυχιακής αυτής εργασίας, βλέπουμε την γέννηση της Θεωρίας των Παιγνίων και τους σταθμούς αυτής στο χρόνο, ειπωμένη από εξέχουσες προσωπικότητες παγκόσμιου βεληνεκούς. Στον επιστημονικό κόσμο πατέρες της Θεωρίας Παιγνίων φέρονται οι Von Neumann και Oscar Morgenstern με τη συγγραφή του βιβλίου τους «Theory of Games and Economic Behavior» αλλά ιδιαίτερο νόημα στην θεωρία αυτή έδωσε ο νομπελίστας John Nash. Άξιο λόγου όμως είναι, πως πριν καν αναγνωριστεί και ονομαστεί ως επίσημη θεωρία, έβρισκε θέση στο Βαβυλωνιακό Talmud αλλά και στην αρχαία Ελλάδα.

Εν συνεχεία, στο δεύτερο κεφάλαιο δίνονται οι μαθηματικές θεμελιώσεις της Θεωρίας Παιγνίων. Παρουσιάζονται οι διάφορες κατηγορίες της, όπως τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος, τα παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος αλλά και τα παίγνια συνεργασίας. Επίσης παρουσιάζονται, οι στρατηγικές, οι αποφάσεις που λαμβάνονται βάση της Θεωρίας των Παιγνίων, καθώς επίσης και οι παραδοχές αυτής, όλα αυτά με παραδείγματα που ωφελούν στην κατανόηση και εμπέδωση της θεωρίας αυτής.

Στο επόμενο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στην εξέχουσα προσωπικότητα του John Nash και της προσφοράς αυτού στην Θεωρία των Παιγνίων. Ο John Nash παρουσίασε το πρόβλημα της απροδιοριστίας που εμφανίζεται κυρίως στα παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος και εμπνεύστηκε τη «λύση» η οποία αναγνωρίζει τη σημασία των προσδοκιών των «άλλων». Έτσι με αυτόν τον τρόπο ο επιστημονικός κόσμος υποδέχτηκε μια λύση σε ένα πρόβλημα που κανείς μέχρι την εμφάνιση του Nash δεν κατάφερε να δώσει απάντηση και που ανέβασε παράλληλα τον Nash στον κολοφώνα της δόξας του, όλα αυτά βρίσκονται στο τρίτο κεφάλαιο με ονομασία «Ισορροπία κατά Nash».

Τέλος, το τέταρτο και τελευταίο κεφάλαιο της πτυχιακής αυτής εργασίας, είναι αφιερωμένο στις εφαρμογές της Θεωρίας Παιγνίων στην οικονομία με πλούσια παραδείγματα αυτών. Χαρακτηριστικά αναφέρουμε, την εφαρμογή της θεωρίας αυτής στο Ολιγοπώλιο και στα Καρτελ, με ενδεικτικό το παράδειγμα του ΟΠΕΚ. Επιπροσθέτως, μια άλλη εφαμογή, της Θεωρίας Παιγνίων είναι το λεγόμενο τριψήφιο κόλπο που ζημίωνε τους διοργανωτές δημοπρασιών, αλλά εξαλείφθηκε από ειδικούς της Θεωρίας Παιγνίων.

Εν κατακλείδι, η παρούσα πτυχιακή εργασία για τη Θεωρία Παιγνίων και Εφαρμογές της στην Οικονομία μπορεί να θεωρηθεί, ως μια πτυχιακή εργασία με πλούσια θεωρία αλλά και με χαρακτηριστικά παραδείγματα για την κατανόηση αυτής, ικανή να μας κάνει να δούμε τον κόσμο που ζούμε και από μια διαφορετική οπτική γωνία.

SUMMARY

Game Theory is the science that deals with the study of mathematic models of competition and collaboration between entities for the decision-making, that has direct consequence but also influence in their profit. It provides the suitable theoretical framework for the study and the analysis of strategic situations of adversity that strengthens each empiric analyses for the more equitable decision-making. The offer of this theory, in the economy but also in the social sciences, specifically in the past few years, is particularly important.

The subject of this diploma thesis is a short introduction to Game Theory and its applications to Economic Theory

The first chapter refers to the birth of Game Theory and to its historical stations, as reported by a number of distinguished scienticts and personalities. In the scientific world, John Von Neumann and Oscar Morgenstern are considered as the fathers of Game Theory, with their book «Theory of Games and Economic Behavior». Whoever, particular meaning in this theory was given by the Nobelist John Nash. It is worthfull to mention that before Game Theory has been recognized, it has found place in Babilonian Talmud but also in ancient Greece.

In the second chapter, the mathematical foundations of Game Theory is reported. Various categories of Game Theory are presented, like the zero sum games, the none zero sum games and the collaboration games. The strategies, the decisions that are taken based of Game Theory, as well as the admissions of this, are also presented there, accompanied with examples that profit in the comprehension and strengthening of this theory.

The next chapter,refers to the distinguished personality of John Nash and its offer in Game Theory. John Nash presented the problem of indefinite that is presented mainly in none zero sum games and he was inspired the «solution» which recognizes the importance of expectations of the «others». Thus in this way the scientific world received a solution in a problem that no one up to the appearance of Nash did not accomplish it gives answer and that went up at the same time Nash in the pinnacle of his glory, all these are found in the third chapter with name «Balance at Nash».

Finally, the fourth chapter of the diploma thesis is dedicated in the applications of Game Theory in Economic Theory, with plenty examples of these. Applications of Game Theory in Oligopoly and Cartels, with indicative the example of OPEC, as well as in auctions are some of them.

To conclude, this diploma thesis on Game Theory and its Applications in the Economy can be considered as a work with plenty of theoretical issues but also with a sufficient number of examples that make theory understandable, a work capable to make us see the our world from a different view.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η Θεωρία Παιγνίων αποτελεί πλέον την θεωρητική βάση της σύγχρονης οικονομικής επιστήμης. Επιπλέον, πρόσφατα επεκτάθηκε σε όλες τις κοινωνικές επιστήμες με την φιλοδοξία να αναδειχθεί ως η θεωρία που, επί τέλους, τις ενοποίησε.

Επίσης, η θεωρία αυτή, φιλοδοξεί να «λύνει» από τα μικρά προβλήματα της κοινωνίας μας, όπως για παράδειγμα τον σχεδιασμό δημοπρασιών και την μελέτη των αγορών, μέχρι τα μεγάλα φιλοσοφικά μας αινίγματα, εκ των οποίων είναι η προέλευση της Ηθικής και ο ρόλος του Κράτους [Βαρ07: σελ. 4]. Δεδομένου τούτου, κανείς κοινωνικός επιστήμονας δεν μπορεί, πλέον, να αγνοεί την Θεωρία Παιγνίων.

Αντίθετα με όλα τα μεγάλα ρεύματα των κοινωνικών επιστημών, η Θεωρία Παιγνίων εντάσσει τον εαυτό της στα φαινόμενα που καλείται η ίδια να εξηγήσει. Κανείς δεν κάνει πράγματα που δεν θα έκανε αν ήξερε την Θεωρία Παιγνίων. Πρόκειται για μια θεωρία που πολλοί θεωρούν ότι άλλαξε τις κοινωνικές επιστήμες δια παντός. Οι κοινοί άνθρωποι εμφανίζονται σε αυτήν ως θεωρητικοί και οι θεωρητικοί ως κοινοί άνθρωποι. Εξαίρετο. Όμορφο. Ανθρωπιστικό.

Επιπλέον, η Θεωρία Παιγνίων είναι μια μέθοδος ανάλυσης της συμπεριφοράς ατόμων, ομάδων ατόμων ή οργανισμών με συγκρουόμενα συμφέροντα. Η Θεωρία αυτή απετέλεσε το αντικείμενο εκτεταμένης έρευνας από σπουδαίους μαθηματικούς και οικονομολόγους και τώρα αποτελεί πλέον ένα πολύ σημαντικό εργαλείο της μαθηματικής οικονομικής ανάλυσης. Ακόμα, η Θεωρία Παιγνίων εντάσσεται πλήρως στον κλάδο των εφαρμοσμένων μαθηματικών και οι εφαρμογές της είναι πολλές και ενδιαφέρουσες.

Η πλέον συστηματική και εκτεταμένη εφαρμογή της Θεωρίας των Παιγνίων στην οικονομική επιστήμη αφορά στην ανάλυση της συμπεριφοράς του ολιγοπωλίου.

Στην πτυχιακή αυτή εργασία, θα δούμε αρχικά την διαδρομή της θεωρίας αυτής στο χρόνο, την γέννησή της, την εξέλιξή της και φυσικά θα γνωρίσουμε όλους αυτούς που είτε λίγο είτε πολύ έχτισαν ένα σημαντικό έργο για την εξέλιξη της επιστήμης και κατ' επέκταση την εξέλιξη του τρόπου σκέψης του ανθρώπου.

Επίσης, στο δεύτερο κεφάλαιο, θα αναλύσουμε πτυχές, παραδοχές και φυσικά ορισμούς της Θεωρίας Παιγνίων, με κάθε δυνατή λεπτομέρεια, με όσο το δυνατό ευχάριστο για τον αναγνώστη τρόπο. Θα αναφερθούμε σε παραδείγματα για την καλύτερη εμπέδωση των ορισμών και θεωριών που περιγράφονται. Ενώ στο τρίτο κεφάλαιο θα ολοκληρώσουμε την θεωρία με την ισορροπία κατά Nash και τις λυσης που εμνεύστικε αυτή η τεράστια προσωπικότητα, απαντώντας σε ερωτήματα που κανείς δεν μπόρεσε να βρει τη «λύση» αυτών.

Τέλος, το 4^o και τελευταίο κεφάλαιο, είναι αφιερωμένο σε μια εφαρμογή της θεωρίας αυτής που άλλωστε συνθέτει και τον τίτλο της πτυχιακής τούτης εργασίας, την Εφαρμογή στην Οικονομία. Θα παρουσιάσουμε και θα αναλύσουμε, Εφαρμογές στην Οικονομία της Θεωρίας Παιγνίων, όπως το ολιγοπώλιο και τις δημοπρασίες και θα αποδειχθεί πως μια θεωρία αντικειμενικά άγνωστη στον κόσμο, διαδραματίζει σημαντικό παράγοντα στα οικονομικά μεγέθη και στην οικονομική πραγματικότητα που ζούμε.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1°

ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Στο κεφάλαιο αυτό θα δούμε την γέννηση της Θεωρίας Παιγνίων στο χρόνο, παραθέτοντας την εξέλιξη της θεωρίας αυτής από σημαντικές προσωπικότητες, πολλών εξ αυτών Νομπελίστες, που συνέβαλλαν όχι μόνο στην εξέλιξη της Θεωρίας των Παιγνίων αλλά και γενικότερα στον τρόπο σκέψης της σύγχρονης εποχής. Για περισσότερα ιστορικά και βιογραφικά στοιχεία μπορεί κανείς να ανατρέξει και στις εργασίες των Β. Καμπούρη [Καμ06] και Α. Παπαστάθη [Παπ07], ενώ για πλήρεις βιβλιογραφικές αναφορές, μπορεί να ανατρέξει στην εξαιρετική ιστορική αναδρομή του Paul Walker [Walker95].

1.1 Σταθμοί Ανάπτυξης της Θεωρίας Παιγνίων

Τα πρώτα σημάδια της Θεωρίας Παιγνίων εμφανίζονται από το 0-500 π.Χ. στο Βαβυλωνιακό Talmud που είναι η μεταγλώττιση του αρχαίου νόμου και της παράδοσης που καθορίζεται κατά την διάρκεια των πέντε προ Χριστού αιώνων και χρησιμεύει σαν βάση του Ιουδαϊκού θρησκευτικού νόμου, του ποινικού και αστικού δικαίου [AumMas85]. Πιο συγκεκριμένα και εκεί που βρίσκουμε τα πρώτα σημάδια της Θεωρίας Παιγνίων είναι ένα πρόβλημα που συζητείται στο Talmud, το αποκαλούμενο πρόβλημα συμβόλαιο γάμου όταν ο σύζυγος αποβιώσει. Το πρόβλημα αυτό έχει ως εξής, ένα άτομο έχει τρεις συζύγους των οποίων τα συμβόλαια γάμου προσδιορίζουν ότι στην περίπτωση θανάτου λαμβάνουν 100 τάλαντα, 200 τάλαντα και 300 τάλαντα αντίστοιχα. Το Talmud κάνει αντιφατικές συστάσεις, δηλαδή όταν ο θανών αφήνει τα 100 τάλαντα το Talmud συστήνει ίσα μερίδια, όταν ο θανών αφήνει 300 τάλαντα συστήνει (50,100,150 τάλαντα) ενώ όταν επιλέξει να αφήσει 200 τάλαντα συστήνει (50,75,75 τάλαντα αντίστοιχα), το οποίο αποτελούσε μυστήριο, αυτή η κακομεταχείριση είχε μπλέξει πολύ τους μελετητές για δυο χιλιετίες. Το 1985 όμως αναγνωρίσθηκε ότι το Talmud προσβλέπει στην σύγχρονη Θεωρία των Παιγνίων συνεργασίας, δηλαδή κάθε λύση αντιστοιχεί σε ένα σφαιρικά, κατάλληλα μεταβαλλόμενο, ορισμένο Παίγνιο.

Χρειάστηκε να περάσουν αρκετοί αιώνες φτάνοντας στον 18^{o} και συγκεκριμένα στο έτος 1713 όταν ο J. Waldegrave σε μια επιστολή του έδωσε την πρώτη γνωστή minimax λύση μεικτής στρατηγικής σε ένα παίγνιο δύο ατόμων [Kuhn68]. Πιο συγκεκριμένα ο Waldgrave έγραψε ένα γράμμα για την παραλλαγή του παιγνίου χαρτιών Le Her, για δύο πρόσωπα, στον Pierre Remond de Mont Mort, ο οποίος στην συνέχεια έγραψε στον Nicolas Bernoulli, περιλαμβάνοντας στο γράμμα του την γνώμη του για την λύση του Waldegrave. Η λύση του Waldegrave είναι μια λύση ισορροπίας σε minimax μεικτή στρατηγική, αλλά αυτός δεν επεξέτεινε τα αποτελέσματα σε άλλα παίγνια και εξέφρασε την ανησυχία του ότι μια μεικτή στρατηγική «δεν φαίνεται να είναι στους συνήθεις κανόνες του παιχνιδιού για τα παίγνια τύχης».

Το επόμενο δείγμα γραφής περί της πρόωρης θεωρίας παιγνίων που άρχισε να δείχνει τα πρώτα της σημάδια δόθηκε έναν αιώνα μετά από τον A. Cournot, το 1838 δημοσιεύοντας το (Researches Into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth) στου οποίου στο κεφάλαιο 7 ανέφερε επί του ανταγωνισμού των παραγωγών, και συζητά την ειδική περίπτωση, όπου υπάρχουν δύο ανταγωνιστές (δυοπώλειο) και χρησιμοποιεί μια λύση που είναι μια παραλλαγή της πολύ μετέπειτα λύσης ισορροπίας κατά Nash υπό περιορισμούς [Cou38].

Εν συνεχεία ο Y. F. Edgeworth, το 1881 πρότεινε την καμπύλη συμβολαίων σαν μια λύση στο πρόβλημα προσδιορισμού του αποτελέσματος της ανταλλαγής μεταξύ ιδιωτών και βλέπουμε επίσης την αρχή του πυρήνα (core) η οποία είναι μια γενίκευση της γραμμής συμβολαίων του Edgeworth [Edg81]. Έπειτα από αυτές τις αναιμικές πλην όμως καίριες και αναγκαίες προσθήκες για να φτάσουμε σε μια πρώτη έμπρακτη εμφάνιση μιας νέας Θεωρίας αυτής των παιγνίων, στις αρχές του 20^{ου} αιώνα και συγκεκριμένα το 1913 ο E. Zermelo, δημοσίευσε το πρώτο θεώρημα της Θεωρίας των Παιγνίων [Zer13]. Το θεώρημα αυτό έγινε γνωστό με το όνομά του, το οποίο βεβαιώνει ότι το σκάκι είναι ένα αυστηρά καθορισμένο παίγνιο. Με άλλα λόγια στο θεώρημα αυτό ο Zermelo μας λέει ότι το σκάκι έχει μόνο μία ατομική ορθολογική απόδοση, που περιγράφεται από καθαρή στρατηγική.

Έπειτα από αυτό το πρώτο σήμα κατατεθέν για τη Θεωρία Παιγνίων, από το 1921 έως το 1938 έχουμε έναν συνεχή καταιγισμό δημοσιευμάτων και μαθηματικών αποδείξεων. Πιο συγκεκριμένα από το 1921-27 ο E. Borel, δημοσίευσε τέσσερα σχόλια επί των παιγνίων στρατηγικών και για ένα λάθος, που εμφανίζεται σε αυτές [Dim92]. Ο Borel έδωσε τον πρώτο σύγχρονο σχηματισμό των μεικτών στρατηγικών, καθώς επίσης την ανακάλυψη της λύσης minimax για παίγνια δύο ατόμων με τρεις ή πέντε δυνατές στρατηγικές. Αρχικά αυτός υποστήριζε ότι παίγνια με περισσότερες πιθανές στρατηγικές δεν μπορούν να έχουν λύσεις minimax, αλλά από το 1927 αυτός πάλι θεώρησε ότι αυτό είναι ένα ανοικτό ζήτημα για το οποίο δεν μπόρεσε να βρει ένα αντίθετο παράδειγμα.

Ένα χρόνο μετά, το 1928, ο John Von Neumann απέδειξε το θεμελιώδες, όπως θα δούμε στο 2^{o} κεφάλαιο, θεώρημα minimax [Neu28]. Ένας σύντομος ορισμός αυτού είναι ότι, κάθε παίγνιο δύο ατόμων, μηδενικού αθροίσματος με πολλές, αλλά ορισμένες καθαρές στρατηγικές για κάθε παίκτη, είναι καθορισμένο, δηλαδή όταν οι μεικτές στρατηγικές γίνουν παραδεκτές, αυτή η ποικιλία των παιγνίων έχει ακριβώς ένα ατομικό, ορθολογικό, διάνυσμα αποπληρωμής (pay off). Κατά την απόδειξη περιέλαβε την χρήση της Τοπολογίας και της Συναρτησιακής Μαθηματικής Ανάλυσης (Functional Calculus), αξίζει επιπλέον να σημειωθεί ότι ο Von Neumann εισήγαγε την έννοια των παιγνίων εκτατικής μορφής.

Εν συνεχεία ο F. Zeuthen το 1930 πρότεινε την λύση του προβλήματος παζάρεμα, (η πραγματική μετάφραση είναι «διαπραγμάτευση» (bargaining)) [Zeu30], το οποίο αργότερα ο Harsanyi απέδειξε ότι είναι ίδια με την λύση του Nash [Har56]. Το 1934 ο A. R. Fisher ανακαλύπτει, ανεξάρτητα, και ανακοινώνει την λύση του Waldegrave επί του παιγνίου χαρτιών Le Her που αναφέρεται παραπάνω [Fis34] και το 1938 ο Ville δίνει την πρώτη βασικά, αλλά ακόμα μερικώς τοπολογικά απόδειξη για το θεώρημα minimax [Vil38]. Αξίζει να σημειώσουμε πως η απόδειξη των Von Neumann και Morgenstern που έγινε το 1944 και που θα περιγράψουμε στη συνέχεια είναι η αναθεωρημένη και βασική παραλλαγή της λύσης του Ville.

Έπειτα λοιπόν από αυτές τις δυναμικές χρονιές έρχονται οι Von Neumann και Oscar Morgenstern το 1944 να ερμηνεύσουν την θεωρία των δύο προσώπων με μηδενικό άθροισμα, παρουσιάζοντας την πλέον δημιουργική εργασία στον τομέα της Θεωρίας των Παιγνίων τέτοιου περιεχομένου, όπως τα παίγνια συνεργασίας με μεταφερόμενη χρησιμότητα TU (Transferable Utility), του τύπου των συνασπισμών και αυτών των σταθερών συνόλων. Αυτή η παρουσίαση ήταν επίσης ένας απολογισμός της Αξιωματικής Θεωρίας της Χρησιμότητας, η οποία έτσι όπως παρουσιάζεται οδηγεί σε μια ευρέως διαδεδομένη παραδοχή της εντός των οικονομικών. Φυσικά αυτό το έργο ήταν το επίσημο σημείο έναρξης της Θεωρίας των Παιγνίων, το οποίο επίσης μπορούμε να το σηματοδοτήσουμε σαν την επίσημη γένεση αυτής της νέας θεωρίας [NeuMorg44].

Στα επόμενα δύο χρόνια, ο H. Simon (1945) γράφει την πρώτη ανασκόπηση των Von Neumann-Morgenstern [Sim45] και ο H. L. Loomis (1946) παρουσιάζει την πρώτη πλήρη αλγεβρική απόδειξη του minimax θεωρήματος [Loo46]. Τέσσερα χρόνια μετά οι

M. Flood και M. Dresher (1950) διεξήγαγαν στην Rand Corporation το πείραμα, το οποίο εισήγαγε το γνωστό σαν Δίλημμα του φυλακισμένου παίγνιο, η ιστορία του οποίου συνδέεται με τον A. W. Tucker [Tuc50]. Την ίδια χρονιά ο Howard Raiffa διεξήγαγε, ανεξάρτητα, αδημοσίευτα πειράματα σχετικά με το Δίλημμα του φυλακισμένου [Wal95].

Η επόμενη έκρηξη για την Θεωρία Παιγνίων έρχεται από τον John Nash (θα δούμε στο 3^{ο} κεφάλαιο εκτενέστερα και αναλυτικότερα το έργο του), στο διάστημα 1950-53 σε τέσσερα άρθρα του έκανε δημιουργικές αλλαγές στα παίγνια μη συνεργασίας [Nash50a] και στην θεωρία των διαπραγματεύσεων (bargaining) [Nash50b]. Στα άρθρα του [Nash50a, Nash51], ο Nash απέδειξε και πρότεινε το πρόγραμμα Nash, στο οποίο εισηγείται την προσέγγιση της μελέτης των παιγνίων συνεργασίας μέσω της μετατροπής των σε παίγνια μη συνεργασίας ενώ στα άρθρα του [Nash50b, Nash53], όρισε Αξιωματικά την θεωρία των «διαπραγματεύσεων » και απέδειξε την ύπαρξη της λύσης κατά Nash.

Παράλληλα με τον Nash, ο W. G. Brown το 1951 περιέγραψε και συζήτησε μια απλή επαναληπτική (iterative) μέθοδο, για την προσέγγιση λύσεων σε παίγνια, διακριτά με μηδενικό άθροισμα [Bro51]. O C. J. Mckinsey το 1952 εκδίδει το πρώτο εγχειρίδιο επί της Θεωρίας των Παιγνίων [McKin52]. Επίσης την ίδια χρονιά ανακοινώνονται από τους Dresher και Flood τα πειράματα που έκανε το 1950 η Rand Corporation research memorandum, επίπροσθέτος την ίδια χρονιά διεξάγεται σεμινάριο υπό την αιγίδα της Ford Foundation και του πανεπιστημίου του Michigan επί του Design of Experiments in Decision Processes στην Santa Monica, αυτή ήταν η πρώτη πειραματική συνδιάσκεψη επί των οικονομικών θεωριών και της θεωρίας των παιγνίων [Flo52].

O S. L. Shapley Τη διετία 1952-53 αναπτύσσει την ιδέα του πυρήνα (core) σαν σχέδιο γενικής λύσης (Rand Corporation research memorandum). «Ο Πυρήνας (core) είναι το σύνολο των διανομών που δεν μπορούν να βελτιωθούν πλέον με οποιοδήποτε συνασπισμό» [Sha53a,Sha53b]. Επίσης ο Shapley το 1953 χαρακτήρισε με την χρήση ενός συνόλου αξιωμάτων ένα σχέδιο λύσης, που συνδέεται με κάθε παίγνιο συνασπισμών μοναδικού αποτελέσματος, αυτή η λύση είναι τώρα γνωστή σαν «Τιμή Shapley». Ο ίδιος συγγραφέας έδειξε ότι για την αυστηρά ανταγωνιστική περίπτωση με μελλοντικές αποπληρωμές προεξοφλούμενες με ένα σταθερό επιτόκιο, τα παραπάνω παίγνια είναι ορισμένα και έχουν άριστες στρατηγικές, που εξαρτώνται μόνο από το παίγνιο που θα διεξαχθεί και όχι από την ιστορία και την χρονολογία του παιγνίου. Τέτοιες στρατηγικές είναι στάσιμες (stationary), δηλαδή ανεξάρτητες του χρόνου [Sha53a,Sha53b].

Ο W. H. Kuhn την ίδια χρονιά (1953) εισάγει τον εκτατικό τύπο παιγνίου, ο οποίος επέτρεψε στον κατασκευαστή του υποδείγματος να καθορίσει την ακριβή σειρά με την οποία ο παίκτης πρέπει να λαμβάνει τις αποφάσεις του και τυποποίησε τις υποθέσεις περί των πληροφοριών που κατέχονται από τους παίκτες σε όλα τα στάδια του παιγνίου. Το άρθρο του περιλαμβάνει τον σχηματισμό των παιγνίων εκτεταμένης μορφής που χρησιμοποιούνται και σήμερα και μερικά βασικά θεωρήματα που προσιδιάζουν σε αυτήν την κατηγορία των παιγνίων [Kuh53]. Το 1954 γίνεται η πρώτη εφαρμογή της Θεωρίας των Παιγνίων στην πολιτική επιστήμη από τους S. L. Shapley και M. Shubik. Αυτοί χρησιμοποίησαν την τιμή Shapley για να ορίσουν την δύναμη των μελών των Ηνωμένων Εθνών στο Συμβούλιο Ασφαλείας [ShaShu54].

Οι R. Isaacs (1954-1955) ανέπτυξαν τα παίγνια διαφορών (Differential Games). Με λίγα λόγια, αυτοί παρουσίασαν το πρόβλημα του σχηματισμού και της λύσης παιγνίων στρατιωτικής καταδίωξης. Η πρώτη δημοσίευση σε αυτόν τον τομέα ήταν από την (Rand Corporation research memoranda), με τον γενικό τίτλο παίγνια διαφορών (Differential Games) [Wal95]. Επίσης το 1955 έγινε και η πρώτη εφαρμογή της θεωρίας των παιγνίων στην φιλοσοφία από τον B. R. Braithwaite [Bra55].

Το 1957 εισήχθη η ιδέα της ισχυρής ισορροπίας από τον J. R. Aumann. Την ίδια χρονιά ο Shubik M. απέδειξε την σχέση μεταξύ της καμπύλης των Συμβάσεων και του πυρήνα (core). Υπάρχει όμως μια αξιοσημείωτη διαφορά, δηλαδή ότι ο Shubik εργάσθηκε εντός των ορίων των TU παιγνίων (Transferable Utility) ενώ η ιδέα του Edgeworth (που είδαμε παραπάνω) είναι καταλληλότερη σαν υπόδειγμα του NTU παιγνίου (Non-Transferable Utility), επίσης από τον ίδιο συγγραφέα γίνεται μια θεωρητική προσέγγιση του ολιγοπωλειακού υποδείγματος η οποία στηρίζεται σε ένα παίγνιο σαφώς μη συνεργασίας, καθώς επίσης παρουσιάζετε μια πρώιμος τοποθέτηση του «Folk Theorem». Περί το τέλος της δεκαετίας του '50 παρουσιάσθηκαν οι πρώτες μελέτες για τα επαναλαμβανόμενα παίγνια. Τα κυριότερα αποτελέσματα που εμφανίσθηκαν αυτή την περίοδο ήταν το Folk Theorem, το οποίο θέτει τα αποτελέσματα ισορροπίας ενός απεριόριστα επαναλαμβανομένου παιγνίου να συμπίπτουν με το εφικτό και δυνατό ατομικό ορθολογικό αποτέλεσμα του παιγνίου που παίζεται «μια και έξω» και επί του οποίου βασίζεται. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο συγγραφέας του θεωρήματος είναι άγνωστος [Wal95].

Το 1960 η ανάπτυξη των NTU παιγνίων έκαναν την Θεωρία των Παιγνίων συνεργασίας ευρύτερα εφαρμόσιμα. Σταθερά σύνολα διερευνήθηκαν εντός της ιδέας των NTU παιγνίων από τους Aumann & Peleg [AumPel60], καθώς επίσης και η εισαγωγή της ιδέας για την επίδραση του «Focal Point» από τον Schelling [Sch60]. Την επόμενη χρονιά 1961 έγινε η πρώτη σαφής εφαρμογή των παιγνίων στην εξελικτική βιολογία από τον C.

R. Lewontin [Lew61], καθώς επίσης επεκτάθηκε η εφαρμογή του πυρήνα (core) και σε NTU παίγνια από τον Aumann [Aum61]. Το 1962 οι D. Gale & L. Shapley έθεσαν το ερώτημα της δυνατότητας του ταιριάσματος (w) γυναικών με (m) άνδρες έτσι ούτως ώστε να μην υπάρχει ζεύγος, γυναίκα και άνδρα που να προτιμά ο ένας τον άλλον από τους συντρόφους, με τους οποίους αυτός επί του παρόντος, έχει ταιριάξει. Πιο συγκεκριμένα και για να γίνει κατανοητό, η θεωρητική ερώτηση του παιγνίου είναι: Δύνανται κατάλληλα ορισμένα NTU σε παίγνια συνασπισμών να έχουν κενό πυρήνα (core), οι Gale & Shapley απέδειξαν ότι όχι μόνο είναι δυνατόν, αλλά παρουσίασαν και έναν αλγόριθμο για τον προσδιορισμό αυτού του σημείου [GaleSha62]. Την ίδια χρονιά έγινε και η πρώτη εφαρμογή της Θεωρίας των Παιγνίων επί του κόστους διανομής από τον M. Shubik, ο οποίος αμφισβήτησε την δυνατότητά της αξίας κατά Shapley, να παράσχει ένα μέσο σχεδιασμού κινήτρων, που να είναι συμβατά με το κόστος ανάθεσης έργου και της εσωτερικής τιμολόγησης σε μια επιχείρηση με αποκεντρωμένο σύστημα λήψης αποφάσεων [Shu62]. Τον ίδιο χρόνο εμφανίσθηκε η πρώιμος χρήση της Θεωρίας των Παιγνίων στις Ασφάλειες από τον K. Borch, ο οποίος έδειξε πως η Θεωρία των Παιγνίων μπορεί να εφαρμοσθεί στο καθορισμό ασφαλίστρων για διαφορετικές κατηγορίες ασφαλειών, όταν το απαιτούμενο συνολικό ασφάλιστρο για όλες τις κατηγορίες είναι δεδομένο. Ο Borch υποδεικνύει μάλιστα, ότι η τιμή Shapley θα δώσει εύλογο ασφάλιστρο για όλες τις τάξεις κινδύνου [Bor62].

Η N. O. Bondareva, (1963) απέδειξε ότι για τα TU παίγνια ο πυρήνας (core) μπορεί να είναι κενός τότε και μόνο τότε εάν αυτό βρίσκεται σε σημείο ισορροπίας. Η αναφορά, η οποία είναι στα Ρωσικά, μετατρέπει εφαρμογές των Μεθόδων του Γραμμικού προγραμματισμού σε Θεωρία των Παιγνίων συνεργασίας [Wal95]. Τον ίδιο χρόνο οι G. Debreu και H. Scarf γενίκευσαν τον Edgeworth στην ιδέα των NTU παιγνίων, επιτρέποντας ένα αυθαίρετο αριθμό αγαθών και έναν αυθαίρετο, αλλά καθορισμένο τύπο από συναλλασσόμενους [DebSca63].

Καθώς κυλάνε τα χρόνια βλέπουμε ότι η δυναμική της Θεωρίας Παιγνίων ολοένα και αυξάνει και εκτός αυτού γίνονται επεκτάσεις θεωριών κ συμπερασμάτων όπως αυτή του Aumann το 1964 που επεξέτεινε τον Edgeworth υποθέτοντας ότι οι πελάτες (εμπλεκόμενοι), αποτελούν μία συνέχεια μη ατομική [Aum64]. Τον ίδιο χρόνο στην ιδέα του συνόλου διαπραγμάτευσης εισήχθηκε και συζητήθηκε από τους Aumann και Maschler ότι το σύνολο «της διαπραγμάτευσης» περιλαμβάνει τον πυρήνα (core), αλλά αντίθετα από αυτόν δεν είναι ποτέ κενό για TU παίγνια [AumMas64]. Επίσης τον ίδιο χρόνο οι E. C. Lemke & T. J. Howson περιγράφουν ένα αλγόριθμο για την εξεύρεση της κατά Nash ισορροπίας σε ένα παίγνιο «bimatrix», με αυτόν τον τρόπο δίνουν μια δημιουργική απόδειξη της ύπαρξης του σημείου ισορροπίας. Επίσης έδειξαν ότι εκτός από τις εκφυλισμένες καταστάσεις «με την Μαθηματική έννοια του όρου», ο αριθμός των ισορροπιών σε ένα παίγνιο bimatrix είναι μονός [LemHow64].

Ο R. Selten το 1965 εισήγαγε την ιδέα της διύλισης (φιλτράρισμα) της ισορροπίας κατά Nash με το σχέδιο της τέλειας ισορροπίας στα υποπαίγνια [Sel65]. Επίσης τον ίδιο χρόνο η ιδέα του Kernel εισήχθη από τους M. Davis & M. Mascher δηλαδή «Το κεντρικό σημείο (Kernel) πάντοτε περιλαμβάνεται στο σύνολο διαπραγμάτευσης, αλλά συνήθως είναι κατά πολύ μικρότερο» [DavMas65].

Τον επόμενο χρόνο, το 1966 παρουσιάζονται από τους Aumann & Maschler τα απεριόριστα επαναλαμβανόμενα παίγνια με μη πλήρη πληροφόρηση [AumMas66]. Τον ίδιο χρόνο ο J. Harsanyi, έδωσε τον πλέον κοινό στην χρήση ορισμό διάκρισης μεταξύ παιγνίου συνεργασίας και μη συνεργασίας ο οποίος μας λέει ότι: «Ένα παίγνιο είναι συνεργασίας, εάν οι υποχρεώσεις, συμφωνίες, υποσχέσεις, απειλές είναι πλήρως δεσμευτικές και επιβεβλημένες [Har66]. «Στα παίγνια μη συνεργασίας οι υποχρεώσεις δεν είναι επιβεβλημένες».

Ο L. Shapley (1967) ανεξάρτητα από την Bondareva έδειξε ότι ο πυρήνας (core) των TU παιγνίων είναι μη κενός, εάν και μόνον εάν, είναι σε ισορροπία [Sha67]. Τον ίδιο χρόνο ο E. H. Scarf, επεξέτεινε την ιδέα της ισορροπίας στα NTU παίγνια και έδειξε ότι κάθε ισορροπημένο NTU παίγνιο έχει μη κενό πυρήνα (core) [Sca67].

Τη διετία 1967-68 ο Harsanyi δημιούργησε την Θεωρία των Παιγνίων με μη πλήρη πληροφόρηση. Αυτό το έργο θεμελίωσε την θεωρητική εργασία για τα οικονομικά της πληροφόρησης που κατέστη το μέγιστο θέμα των οικονομικών και της Θεωρίας των Παιγνίων [Har68].

Το επί μακρόν υφιστάμενο ερώτημα περί της υπάρξεως σταθερών συνόλων πάντοτε, απαντήθηκε αρνητικά από τον W. Lucas το 1968 [Luc68]. Ο D. Schmeidder, έναν χρόνο μετά (1969) εισήγαγε την σφαιρική μεταβλητότητα ο σύντομος ορισμός της οποίας μας λέει ότι: «Η σφαιρική μεταβλητότητα πάντοτε υφίσταται, είναι μοναδική, είναι μέλος του ουσιώδους συνόλου (Kernel) και για κάθε μη κενό πυρήνα (core) εμπεριέχεται πάντοτε σε αυτόν» [Sch69]. Τον ίδιο χρόνο ο Shapley, όρισε μια τιμή για παίγνια NTU [Sha69], επίσης ο ίδιος μαζί με τον M. Shubik, έδειξαν ότι τα παίγνια συνασπισμών για να είναι παίγνια αγοράς είναι αναγκαίο, αυτά και όλα τα υποπαίγνιά των, να έχουν μη κενούς πυρήνες (cores), δηλαδή το παίγνιο να είναι ολοκληρωτικά ισορροπημένο. Επίσης απέδειξαν ότι δεν είναι μόνο αναγκαίο, αλλά και ικανό [ShaShu69].

Ο J. M. Smith το 1972 εισήγαγε την ιδέα των Εξελικτικά Σταθερών Στρατηγικών (ESS), στην θεωρία των εξελικτικών παιγνίων. Η ιδέα ESS έχει από τότε μία αύξουσα χρήση εντός της αρθογραφίας περί την οικονομία και την βιολογία [Smi72].

Ο J. Harsanyi έναν χρόνο μετά το 1973 είναι ο πρώτος, που απομακρύνθηκε από την παραδοσιακή άποψη της τυχαιοποίησης των στρατηγικών κατά την οποία οι παίκτες χρησιμοποιούν ένα τέχνασμα τυχαιοποίησης για να αποφασίσουν επί των ενεργειών των [Har73]. Ο Harsanyi μας λέει ότι: «Κανείς πραγματικά δεν τυχαιοποιεί, η εμφάνιση της τυχαιοποίησης προέρχεται από τις αποπληρωμές (pay offs) που δεν είναι πάντοτε ακριβώς γνωστές σε όλους, κάθε παίκτης γνωρίζει ακριβώς μόνο την δική του αποπληρωμή (pay off), έχει μια μοναδική αρίστη ενέργεια εναντίον των εκτιμήσεών του περί του τι θα κάνουν οι άλλοι». Τον ίδιο χρόνο δόθηκε μέγιστη ώθηση στην χρήση της ιδέας των ESS από τους M. J. Smith & G. Price [SmiPri73], επίσης η προέλευση της αρχής της αποκάλυψης μπορεί να αποδοθεί στον Gibbard [Gib73].

Οι Aumann & Shapley (1974) ασχολούνται με τιμές για μεγάλα παίγνια, στα οποία όλοι οι παίκτες είναι ατομικά μη σημαντικοί (non atomic games) [AumSha74], επίσης ο R. J. Aumann πρότεινε την ιδέα των συσχετιζόμενων ισορροπιών [Aum74]. Ο R. Selten έναν χρόνο μετά (1975) εισήγαγε την έννοια της τέλειας ισορροπίας με τρεμάμενα χέρια (trembling hand perfect equilibrium[1]), η οποία υπήρξε ο πραγματικός καταλύτης για το «φιλτράρισμα» της θεωρίας, η οποία είχε αναπτυχθεί γύρω από την ισορροπία κατά Nash [Sel75]. Επίσης οι E. Kalai & M. Smorodinsky αντικατέστησαν το αξίωμα του Nash (independence of irrelevant) με το αξίωμα της μονοτονίας (monotonicity). Η προκύπτουσα λύση, είναι γνωστή σαν λύση Kalai, Smorodinsky [KalSmo75]. Τον ίδιο χρόνο ο G. Faulhaber, αποδεικνύει, ότι το σύνολο των επιδοτούμενων ελευθέρων τιμών, είναι εκείνες οι τιμές, για τις οποίες το διάνυσμα της προσόδου (r = p x q), που προκύπτει για δοθέν επίπεδο ζήτησης, βρίσκεται μέσα στον πυρήνα (core) των παιγνίων κόστους διανομής [Fau75].

Το 1976 εκτιμήθηκε, πλήρως από τους θεωρητικούς των παιγνίων και τους οικονομολόγους η σπουδαιότητα της ιδέας, την οποία πρώτος είχε εμφανίσει στις εργασίες του, ο φιλόσοφος K. O. Lewis περί τα τέλη του 1960 δηλαδή «ότι ένα γεγονός είναι κοινώς γνωστό μεταξύ του συνόλου των ενδιαφερομένων, εάν όλοι το γνωρίζουν και επιπλέον γνωρίζουν ότι και όλοι οι άλλοι το γνωρίζουν απεριόριστα» [Lew76].

[1] Περισσότερα περί της ισορροπίας με τρεμάμενα χέρια βλέπε, [Σολ05:47-52].

Οι C. S. Littlechild & F. G. Thompson (1977) είναι μεταξύ των πρώτων που εφάρμοσαν την σφαιρική μεταβλητότητα (nucleolus) στο πρόβλημα της διανομής του κόστους. Αυτοί χρησιμοποίησαν την σφαιρική μεταβλητότητα μαζί με τον πυρήνα (core) και την τιμή του Shapley για να υπολογίσουν καλές και ικανές αμοιβές για προσγειώσεις και απογειώσεις στο αεροδρόμιο του Birmingham [LitTho77].

Στις αρχές της δεκαετίας του ’80 ο E. Kohlberg (1981) εισήγαγε την ιδέα της προς τα εμπρός επαγωγής (forward induction) [Koh81], επίσης ο Aumann, πρότεινε την ιδέα της εφαρμογής της έννοιας του αυτόματου, για να περιγράψει έναν παίκτη σε επαναλαμβανόμενα παίγνια. Μια δεύτερη ιδέα αυτής της έρευνας είναι η μελέτη της συμπεριφοράς αντίδρασης των δεσμευομένων παικτών μέσα από την μελέτη ενός παιγνίου με κατάλληλα περιορισμένο σύνολο στρατηγικών, αυτές οι ιδέες έχουν γεννήσει μια μεγάλη και διαρκώς αυξανόμενη φιλολογία [Aum81].

Οι M. D. Kreps και R. Wilson το 1982 επεξέτειναν την ιδέα της τέλειας ισορροπίας στα υποπαίγνια σε τύπους παιγνίων εκτεταμένης μορφής, που άρχιζαν από σύνολα πληροφοριών με μη πλήρη πληροφόρηση, αυτοί ονόμασαν αυτή την προχωρημένη ιδέα διαδοχική ισορροπία (sequential equilibrium) [KreWil82]. Τον ίδιο χρόνο ο A. Rubinstein, εξέτασε μια προσέγγιση μη συνεργασίας επί της διαπραγμάτευσης (Bargaining) [Rub82]. Αυτός εξέτασε ένα παίγνιο εναλλακτικής προσφοράς, όπου οι προσφορές είναι διαδοχικές μέχρι να γίνουν αποδεκτές, δεν υπάρχει όριο στον αριθμό των προσφορών, που μπορούν να γίνουν, αλλά υπάρχει ένα κόστος καθυστέρησης για κάθε παίκτη, «πολιτική που εφαρμόζεται στην εξωτερική πολιτική με την Τουρκία, μόνο που η Ελλάδα κάνει προσφορές και αυτή έχει και το μεγαλύτερο κόστος καθυστέρησης εάν δεν κάνει προσφορές», συνεπώς ανισορροπία. Επίσης, ο Rubinstein έδειξε ότι το υποπαίγνιο τέλειας ισορροπίας είναι μοναδικό, όταν το κόστος του χρόνου για τον κάθε παίκτη δίνεται από ένα παράγοντα προεξόφλησης (δ).

Ο E. A. Roth (1984) ακολουθώντας την εργασία των Gale & Shapley εφάρμοσε τον πυρήνα (core) στο πρόβλημα της ανάθεσης έργων για πρακτική εξάσκηση στα νοσοκομεία, αυτός ανακάλυψε ότι τα Αμερικανικά νοσοκομεία ανέπτυξαν το 1950 μια μέθοδο ανάθεσης έργου, που είναι ένα σημείο του πυρήνα (core) [Roth84], επίσης την ίδια χρονιά η ιδέα της ορθολογικοποίησης (εξορθολογισμού) εισήχθη από τους O. B. Bernhein και G. D. Pearce. [Bern84,Pear84].

Οι F. J. Mertens και S. Zamir (1985) έδειξαν ότι, σε ένα παίγνιο Bayes, όταν αναφύεται το ερώτημα, εάν είναι δυνατόν θετικά ή αρνητικά, να δημιουργηθεί μια κατάσταση κατά την οποία η μη ύπαρξη αρκετών συνόλων τέτοιου τύπου, για να περιλάβουν όλες τις ατομικές πληροφορίες που υποτίθεται ότι έχουν οι παίκτες δεν είναι εφικτό [MerZam85]. Περί το τέλος του 1985 προς το 1986 οι A. Neyman. & A. Rubinstein, ακολουθώντας τον Aumann, χρησιμοποιούν την θεωρία του αυτόματου για την δημιουργία της ιδέας της περιορισμένης ορθολογικότητας στα επαναλαμβανόμενα παίγνια [Ney85,Rub86]. Οι E. Kohlberg, & J. F. Mertens το 1986 ασχολούνται με το πρόβλημα του φιλτραρίσματος της ισορροπίας Nash για παίγνια κανονικού τύπου (Normal Form) και όχι με παίγνια εκτεταμένου τύπου, με τα οποία ασχολήθηκαν οι Selten, Kreps & Wilson. Αυτοί επίσης είναι και οι πρώτοι που δημοσίευσαν συζητήσεις επί της ιδέας της προς τα εμπρός επαγωγής (forward induction) [KohMer86].

Το 1988 οι Harsanyi & Selten δημιούργησαν την πρώτη γενική θεωρία της επιλογής μεταξύ των ισορροπιών. Με άλλα λόγια αυτοί παρέχουν κριτήρια για την επιλογή ενός ειδικού σημείου ισορροπίας για κάθε παίγνιο, συνεργασίας ή μη συνεργασίας [HarSel88]. Επίσης οι Tan και Werlang, είναι μεταξύ των πρώτων που τυπικά συζήτησαν τις υποθέσεις περί της γνώσης των παικτών, που βρίσκεται πίσω από την ιδέα της ισορροπίας κατά Nash και του εξορθολογισμού [TanWer88]. Τον ίδιο χρόνο δίδεται μια ερμηνεία της κατά Nash ισορροπίας δηλαδή πως να αντιλαμβανόμαστε αυτήν την ισορροπία και τον εξορθολογισμό, σαν ένα παραδεκτό ή προερχόμενο από μάθηση πρότυπο συμπεριφοράς που κυβερνά τις αντιδράσεις των ποικίλων εμπλεκομένων (agents) κατά τις επαναλήψεις όμοιων καταστάσεων. Το πρόβλημα όμως, που εγείρεται, είναι το πως οι εμπλεκόμενοι μαθαίνουν την ισορροπία. Πρόσφατες εργασίες στις οποίες εκτίθεται το πρόβλημα εκμάθησης είναι οι εργασίες των D. Fudenberg & D. Kreps οι οποίες χρησιμοποιούν σαν «τρόπο μάθησης» έναν όμοιο με τον τρόπο μάθησης του Brown δηλαδή το φανταστικό παίγνιο, κατά το οποίο οι παίκτες, περιστασιακά πειραματίζονται, διαλέγοντας τυχαίος στρατηγικές στα πλαίσια του τύπου των επαναλαμβανόμενων εκτεταμένων παιγνίων, επίσης χρησιμοποιούνται συνήθως τα εξελικτικά παίγνια μέσα στην φιλολογία της εκμάθησης.

Αφήνοντας τη δεκαετία του ’80 και μπαίνοντας στη δεκαετία του ’90 βλέπουμε ότι ο D. Kreps (1990) ανέφερε ότι η Μικροοικονομία ήλθε να ενοποιήσει πλήρως την Θεωρία των Παιγνίων μέσα στο πρότυπο υλικό της [Kre90]. Το ίδιο έτος ο V. Crawford, συζητά την μεικτή στρατηγική ισορροπίας κατά Nash που πρέπει να παρουσιάζεται από συναρτήσεις προσδοκώμενης χρησιμότητας όταν οι προτιμήσεις των παικτών δεν ικανοποιούν τις αναγκαίες υποθέσεις [Craw90]. Οι D. Fudenberg & J. Tirole το 1991 εισάγουν την ιδέα της τέλειας ισορροπίας κατά Bayes [FudTir91].

Τρία χρόνια μετά οι G. D. Baird, H. R. Gertner & C. R. Picker (1994) εμφανίζουν μια σαφή προσέγγιση των νομικών και οικονομικών αντικειμένων μέσω της Θεωρίας των Παιγνίων [BaiGerPic94].

Εν συνεχεία επιβάλλεται να αναφέρουμε πως το 1994 η Κεντρική Τράπεζα της Σουηδίας αναγνωρίζοντας την προσφορά των J. Nash, C. J. Harsanyi & R. Selten., στην Θεωρία των Παιγνίων τους απονέμει το βραβείο Alfred Nobel για την οικονομική επιστήμη [Wi.Pe].

Ο John Krukowski το 1997 έγραψε σχετικά με την εφαρμοσμένη μηχανική ρύπανσης, η βιομηχανία ως ρυθμιστής μαθαίνει να παίζει με τον κανονισμό ρύπανσης παιγνίων, ως ένα άλλο είδος του παιγνίου διλήμματος του φυλακισμένου, μεταξύ των επιχειρήσεων και των ρυθμιστών [Kru97].

Το 1998 ο Robert Matthews στο έργο του «Don't get even, get mad» μας λέει πως, η τρέλα ενός ανθρώπου, το παράλογο δηλαδή βρίσκει εφαρμογή στην Θεωρία των Παιγνίων. Προσπαθεί με άλλα λόγια να συμφιλιώσει τη Θεωρία Παιγνίων με τον παραλογισμό και τη συναισθηματική υποχρέωση ενός ανθρώπου [M98].

Οι ειδήσεις του αμερικανικού τηλεοπτικού σταθμού ABC (2001) με καλεσμένο τον John Allen Paulos, μιλάνε σχετικά με το «σανίδωμα» φαρμάκων και το δίλημμα του φυλακισμένου. Η επιθυμία δηλαδή για να συσσωρευθούν τα αντιβιοτικά σε απάντηση των απειλών με άνθρακα από τρομοκρατικές οργανώσεις. Υπάρχει δηλαδή ένα ''δίλημμα του φυλακισμένου'' στις περιορισμένες προμήθειες φαρμάκων [ABC01].

Στο Σικάγο το έτος 2004, σπουδαστές ενός κολλεγίου κατέληξαν ότι η χρονολόγηση του κολλεγίου (college dating) είναι ένα παίγνιο διλήμματος του φυλακισμένου, με προεξοφλήσεις (payoffs) που εκφράζονται στα «σημεία αποκλειστικότητας» [G.T.04].

Το 2005, οι θεωρητικοί των παιγνίων Thomas Schelling και Robert Aumann ακολούθησαν τους Nash, Selten και Harsanyi στην ύψιστη βράβευση, αυτή του βραβείου Νόμπελ οικονομικών [Wi.Pe.]. Ο Schelling εργάστηκε πάνω στα δυναμικά μοντέλα (πρότυπα), πρόσφατα παραδείγματα αυτών είναι αυτά της εξελικτικής της Θεωρίας Παιγνίων. Ο Aumann από την άλλη συνέβαλε περισσότερο στο σχολείο ισορροπίας, που εισάγει, την εκτράχυνση της ισορροπίας, τη συσχετισμένη ισορροπία και που αναπτύσσει μια εκτενή επίσημη ανάλυση της υπόθεσης της κοινής γνώσης και των συνεπειών της.

Ο Roger Myerson μαζί με τους Leonid Hurwicz και Eric Maskin το 2007, κατάφεραν και αυτοί με τη σειρά τους να φτάσουν στην τιμητικότερη θέση για έναν επιστήμονα αυτή δηλαδή της απονομής ενός βραβείου Νόμπελ οικονομικών «για την τοποθέτηση των θεμελίων της θεωρίας σχεδίου μηχανισμών» βασισμένη φυσικά και αυτή στη Θεωρία των Παιγνίων [Wi.Pe.]. Οι συνεισφορές του Myerson περιλαμβάνουν επίσης την έννοια της κατάλληλης ισορροπίας και ένα σημαντικό διαβαθμισμένο κείμενο «Θεωρία Παιγνίων, ανάλυση της σύγκρουσης» που εκδόθηκε για πρώτη φορά το 1997.

Αξίζει τέλος να αναφερθεί η προσφορά των Barro R. J. και Gordon D. B. οι οποίοι όρισαν την βάση για την χρησιμοποίηση της Θεωρίας των Παιγνίων στην άσκηση της Νομισματικής Πολιτικής [Παπ07].

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2°

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΘΕΜΕΛΙΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναλύσουμε μία προς μία τις κατηγορίες της Θεωρίας Παιγνίων, τις στρατηγικές αυτής, τις αποφάσεις, καθώς επίσης και τις παραδοχές με όλα τα απαραίτητα παραδείγματα που θα μας ωφελήσουν στην κατανόηση και εμπέδωση της θεωρίας αυτής.

2.1 Ορισμοί της Θεωρίας Παιγνίων

Η Θεωρία των Παιγνίων μπορεί να θεωρηθεί ως η θεωρία ενός ενοποιημένου πεδίου για την ορθολογική συμπεριφορά των κοινωνικών επιστημών, δεν χρησιμοποιεί διαφορετικές **ad hoc** *κατασκευές αναπτύσσει μεθοδολογίες που εφαρμόζονται κατ' αρχήν σε όλες τις καταστάσεις αλληλεπίδρασης.* [AumHar02].

Μια βασική θέση είναι ότι η Θεωρία Παιγνίων κατανοείται καλύτερα όταν μελετάται κριτικά, όταν μελετούμε όχι τις επιτυχίες της αλλά τα αδιέξοδα της. Αν δεν κατανοήσουμε τους λόγους της αποτυχίας της ως προς την μεγάλη της φιλοδοξία θα έχουμε απολέσει μια σημαντική ευκαιρία να κατανοήσουμε τις κοινωνικές διαδικασίες και τους θεσμούς. [Βαρ07].

2.1.1 Παραδοχές της Θεωρίας Παιγνίων

Η Θεωρία Παιγνίων μπορεί και προσφέρει σε πολλούς τομείς των κοινωνικών και θετικών επιστημών[Μπο96]. Έστω ότι κάποιοι παίζουν ένα άγνωστο σε εμάς επιτραπέζιο παιχνίδι. Η δραστηριότητα τους έχει μια συγκεκριμένη δομή και θέλουμε να καταλάβουμε τι ακριβώς συμβαίνει, τι κάνει κάθε παίκτης και γιατί. Για να γίνει αυτό θα πρέπει να αναλύσουμε το πρόβλημα στα συστατικά του, πρώτον είναι ανάγκη να μάθουμε τους κανόνες του παιγνίου επειδή αυτοί είναι που εξηγούν ποιες ενέργειες επιτρέπονται σε κάθε στιγμή. Είναι δηλαδή ανάγκη να μάθουμε πως οι παίκτες επιλέγουν μια ενέργεια από το σύνολο των επιτρεπόμενων ενεργειών. Αυτή είναι ουσιαστικά η προσέγγιση της Θεωρίας Παιγνίων και οι τρεις πρώτες παραδοχές, στην παρούσα φάση, πραγματεύονται το τελευταίο μέρος του προβλήματος : οι παίκτες επιλέγουν μια ενέργεια. Η πρώτη εστιάζεται στο τι θα πρέπει να υποθέσουμε για τα κίνητρα των ανθρώπων και οι άλλες δύο έχουν σκοπό να μας βοηθήσουν να κατανοήσουμε το περίπλοκο ζήτημα τι σκέφτεται καθένας ότι θα πράξει ο άλλος σε κάθε σύνολο περιστάσεων.

2.1.2 Τι είναι ένα παίγνιο;

Πρόκειται για μια κατάσταση όπου $1^{ον}$ N(>1) άτομα, επιχειρήσεις, κυβερνήσεις, συνδικάτα κ.λπ. (οι αποκαλούμενοι «παίκτες») κάνουν κάποιες επιλογές με στόχο ο καθένας την ικανοποίηση του συμφέροντός του, και $2^{ον}$ το αποτέλεσμα για τον κάθε παίκτη δεν εξαρτάται μόνο από τη δική του επιλογή αλλά και από τις επιλογές των υπόλοιπων N-1 παικτών. π.χ. το σκάκι, η επιλογή τιμών που χρεώνουν ανταγωνιστικές επιχειρήσεις, η επίπτωση στο περιβάλλον που έχει η απόφασή του καθενός μας να συντηρήσει τον κινητήρα του αυτοκινήτου, οι εκλογές κ.λπ [Βαρ07].

Επίσης, με τον όρο «παίγνιο» συνδέεται και μια σειρά από κανόνες συμπεριφοράς μεταξύ των παικτών. Αυτοί οι κανόνες συμπεριφοράς καθορίζουν τις κινήσεις των παικτών και συνάμα παρουσιάζουν με ακρίβεια τις επιχειρησιακές τους δυνατότητες σε μια συγκεκριμένη κατάσταση [Βαρ98]. Αυτονόητα, ένα παίγνιο διαφέρει από μια πραγματική κατάσταση απλόυ ανταγωνισμού ή σύγκρουσης στο ότι η πραγμάτωσή του γίνεται κάτω από ορισμένες συνθήκες και σύμφωνα με ορισμένους κανόνες [Βαρ98].

2.1.3 Βασικά Χαρακτηριστικά των Παιγνίων

Ο όρος «Θεωρία Παιγνίων» παραπέμπει σε επιτραπέζια παίγνια, όπως το σκάκι, το τάβλι, τα χαρτιά κ.λπ., διότι από μαθηματικής άποψης η μελέτη αυτών των παιγνίων μοιάζει με την μελέτη των περιστάσεων όπου λαμβάνονται σοβαρές οικονομικές, πολιτικές, στρατιωτικές ή άλλες αποφάσεις από περισσότερους από έναν αποφασίζοντα. Πιο αναλυτικά σε κάθε παίγνιο ο κάθε αντίπαλος αναφέρεται ως παίκτης . Κάθε παίκτης έχει στην διάθεση του έναν αριθμό, πεπερασμένων ή άπειρων, επιλογών, που αναφέρονται ως στρατηγικές. Τα αποτελέσματα ενός παιγνίου διατυπώνονται ως συναρτήσεις απώλειας ή συναρτήσεις κέρδους ή αμοιβής, μια για κάθε παίκτη, που όμως επηρεάζονται από τις αποφάσεις των άλλων παικτών. Ένα παίγνιο χαρακτηρίζεται από μια συλλογή κανόνων που το διέπουν και που είναι γνωστοί σε όλους τους παίκτες. Οι κανόνες αυτοί ορίζουν τι μπορεί και τι δεν μπορεί να κάνει ένας παίκτης. Οι ίδιοι κανόνες ορίζουν επίσης και τις αμοιβές ή απώλειες που απορρέουν από τις επιλογές των παικτών. Μία κίνηση είναι ένα σημείο του παιγνίου στο οποίο οι παίκτες πρέπει να κάνουν επιλογές ανάμεσα στις διαθέσιμες κάθε φορά. Ένα σύνολο κινήσεων και επιλογών αποτελεί ένα «παίξιμο» του παιγνίου. Οι στρατηγικές είναι κεντρική έννοια στα παίγνια, τα οποία συχνά αναφέρονται ως παίγνια στρατηγικής. Μια στρατηγική μπορεί να χαρακτηριστεί ως ένα σύνολο αποφάσεων που διατυπώνεται πριν το «παίξιμο» και που ορίζει λεπτομερώς τις επιλογές που γίνονται σε κάθε δυνατή περίπτωση.

2.2 Στρατηγικές και Αποφάσεις των Παιγνίων

Η στρατηγική στο πλαίσιο της Θεωρίας των Παιγνίων εκφράζει το γενικό σχέδιο δράσης ενός παίκτη. Είναι η επιλογή για μια συγκεκριμένη συμπεριφορά και συνδέεται στενά με τη στάση και τάση του αντιπάλου. Με τον όρο «απόφαση», στην ευρύτερη του σημασία, εννοούμε μια διαδικασία που καθορίζει την κατάσταση εκείνη που επιθυμούν να δημιουργήσουν εκείνοι που παίρνουν μέρος στις αποφάσεις κινούμενοι μέσα σ' ένα πλαίσιο συγκεκριμένων δυνατών επιλογών[Βαρ98], [Σολ05]. Υποθέτουμε αρχικά μια κατάσταση στην οποία δύο παίκτες, Α και Β – ο Β θεωρείται αντίπαλος του Α – οφείλουν να πάρουν μια απόφαση, έτσι ώστε να οδηγηθούν μέσω των αποφάσεων αυτών σε ένα ορισμένο αποτέλεσμα. Έστω $α_1$, $α_2$, $α_3$, …. οι δυνατές περιπτώσεις επιλογής του Α και $β_1$, $β_2$, $β_3$, …. του Β. Ο Α μπορεί να επιλέξει μια μόνο από όλες τις δυνατές περιπτώσεις $α_i$ (i=1,2,3, …μ) και ο Β επίσης μια μόνο από τις $β_j$ (j= 1,2,3, …ν). Προτού όμως προχωρήσουμε στο συσχετισμό των αποφάσεων μεταξύ των Α και Β, είναι απαραίτητο να γίνει πρώτα μια διάκριση σχετικά με την κατανόηση αυτών των αποφάσεων. Αν στην ανάλυση ενός παιγνίου αναφερόμαστε στις $α_i$ ως δυνατές επιλογές του Α, τότε εννοούμε τις δυνατές περιπτώσεις λήψης αποφάσεων. Αν μιλούμε απλώς για αποφάσεις του Α, τότε θα εννοούμε το αποτέλεσμα της επιλογής, δηλαδή μια ειδική επιλογή από τις $α_i$. Στη Θεωρία των Παιγνίων χρησιμοποιείται ως συνώνυμο του όρου «επιλογή» ή του όρου «στρατηγική»[Σολ05]. Μια στρατηγική χαρακτηρίζεται, όπως αναφέρθηκε, ως «σχέδιο δράσης» που περιέχει εντολές και οδηγίες σχετικά με το τι πρέπει να γίνει σε μια ορισμένη περίπτωση. Το αποτέλεσμα του παιγνίου εξαρτάται όχι μόνο από την απόφαση του Α, αλλά και από εκείνη του Β. Μια «κοινή» απόφαση ορίζεται από τον τύπο $α_iβ_j$. Ο όρος «κοινή» δε σημαίνει οποιαδήποτε συνεργασία ή ανταγωνισμό μεταξύ των Α και Β, αλλά απλώς το συνδυασμό των επιλογών ή των αποφάσεων τους. Το αποτέλεσμα της κοινής απόφασης ονομάζεται «συνέπεια» (consequence). Τη συνέπεια που προέρχεται από την κοινή απόφαση $\alpha_i\beta_j$ μπορούμε να τη συμβολίζουμε με O_{ij}. Υπάρχουν επομένως μ×ν δυνατές κοινές αποφάσεις και άλλες τόσες συνέπειες. Οι δυνατές αποφάσεις των Α και Β, καθώς και οι ανάλογες συνέπειες τους (αποτελέσματα) μπορούν να παρασταθούν σε μια «μήτρα» (matrix) ως εξής [Βαρ98]:

	Αποφάσεις του Β			
		β_1	β_2	β_3
Αποφασεις του Α	α_1	o_{11}	o_{12}	o_{13}
	α_2	o_{21}	o_{22}	o_{23}
	α_3	o_{31}	o_{32}	o_{33}
ΠΙΝΑΚΑΣ 1 : Πίνακας αποφάσεων - αποτελεσμάτων				

Κάθε όμως συνέπεια οδηγεί σε μια «τιμή ωφέλειας» για κάθε πλευρά που παίρνει μέρος στο παίγνιο και επομένως κάθε μήτρα παιγνίου έχει μια απόδοση και απεικονίζει μια «μήτρα ωφέλειας» (ή «μήτρα κέρδους). Την ωφέλεια της συνέπειας O_{ij} για τον Α τη συμβολίζουμε με χ_{ij} και την ωφέλεια της ίδιας συνέπειας για τον Β με ψ_{ij}. Έτσι δημιουργείται η εξής «μήτρα ωφέλειας»:

	παίκτης Β			
		β_1	β_2	β_3
παίκτης Α	α_1	X_{11},ψ_{11}	χ_{12},ψ_{12}	χ_{13},ψ_{13}
	α_2	X_{21},ψ_{21}	χ_{22},ψ_{22}	χ_{23},ψ_{23}
	α_3	X_{31},ψ_{31}	χ_{32},ψ_{32}	χ_{33},ψ_{33}
ΠΙΝΑΚΑΣ 2 : Πίνακας ωφέλειας				

Η μήτρα ωφέλειας βρίσκεται συχνά στην επιστημονική ορολογία με τον όρο «μήτρα απόδοσης» (pay off matrix). Οι «τιμές ωφέλειας» (utility value) που προέρχονται από τη μήτρα απόδοσης ονομάζονται και απλά «τιμές» ή «αξίες». Παρακάτω θα αναφέρουμε ένα πρακτικό παράδειγμα για την καλύτερη κατανόηση αυτών των όρων.

Παράδειγμα :

Δύο παίκτες Α και Β τοποθετούν από ένα κέρμα με την ένδειξη « κεφαλή ή γράμματα» πάνω σ' ένα τραπέζι, χωρίς να γνωρίζει ο ένας την πράξη του άλλου [Βαρ98] [Μπο96]. Αν οι παίκτες έχουν τοποθετήσει τις ίδιες πλευρές, αν δηλαδή και τα δύο κέρματα βρίσκονται σε «κεφαλή» ή σε «γράμματα», τότε κερδίζει ο Α και τα δύο κέρματα. Στην αντίθετη περίπτωση κερδίζει ο Β. Ζητείται λοιπόν να αναλυθεί το παίγνιο αυτό και να σχηματιστεί η μήτρα του. Το παίγνιο αυτό αποτελείται στο σύνολο του από τις δύο προσωπικές κινήσεις των Α και Β που γίνονται χωρίς συνεργασία εφόσον κατά τη διάρκεια του παιγνίου ο ένας παίκτης δε γνωρίζει τις κινήσεις του άλλου. Κάθε πρόσωπο κάνει μια μόνο προσωπική κίνηση και επομένως η στρατηγική του καθενός αποτελείται από μια μόνο δυνατή επιλογή. Ο Α έχει δύο δυνατές περιπτώσεις επιλογής: $\boldsymbol{\alpha_1}$ – κεφαλή και $\boldsymbol{\alpha_2}$ – γράμματα. Ομοίως και ο Β: $\boldsymbol{\beta_1}$ – κεφαλή και $\boldsymbol{\beta_2}$ – γράμματα. Το παίγνιο διαθέτει λοιπόν μια 2×2 μήτρα. Αν εκτιμήσουμε το κέρδος ενός κέρματος με +1 και την απώλεια με -1, τότε η μήτρα έχει την εξής μορφή [Βαρ98]:

		παίκτης Β	
		β_1	β_2
παίκτης Α	α_1	1	-1
	α_2	-1	1

ΠΙΝΑΚΑΣ 3 : Πίνακας μιας δυνατής επιλογής

2.2.1 Τα είδη των στρατηγικών

Βασική αρχή στη στρατηγική των παιγνίων είναι ότι κάθε παίκτης θεωρείται ως αυτόνομη δυναμική μονάδα και ότι είναι σε θέση να παίρνει τις αποφάσεις από μόνος του και ελεύθερα. Αυτό σημαίνει ότι είναι αδύνατη η πρόβλεψη της στρατηγικής που επιλέγει ένας παίκτης. Έτσι το κύριο βάρος της στρατηγικής των παιγνίων επικεντρώνεται στον τρόπο με τον οποίο γίνεται η επιλογή της στρατηγικής και ακόμη στον καθορισμό της ίδιας της στρατηγικής (απόφασης) σε συνδυασμό με τις δυνατές αποδόσεις. Στην περίπτωση που η επιλογή μιας στρατηγικής είναι ανεξάρτητη από άλλες στρατηγικές μέσα στο παίγνιο, μιλούμε για μια απλή στρατηγική. Πολλές φορές όμως οι αποφάσεις ενός παίκτη είναι συνάρτηση ενός μηχανισμού που οδηγεί πιθανολογικά στο επιδιωκόμενο αποτέλεσμα. Το πρόσωπο Α μπορεί, παραδείγματος χάρη, στο ρίξιμο ενός κέρματος, που αναφέραμε παραπάνω, να προτιμήσει την επιλογή α_1, όταν το κέρμα δείξει «κεφαλή», και την επιλογή α_2, όταν το κέρμα δείξει «γράμματα». Στην τελευταία αυτή περίπτωση μιλάμε για μικτή στρατηγική που βασίζεται σε συνδυασμούς στρατηγικών. Μια μικτή στρατηγική αποτελείται πρακτικά από ένα σύνολο πιθανών περιπτώσεων επιλογής που είναι μέρος του γενικού συνόλου των δυνατοτήτων επιλογής, καθώς και από την αντίστοιχη τομή της πιθανότητας επιλογής των δυνατών αυτών περιπτώσεων [Βαρ98]. Ένας ακριβέστερος ορισμός δίνεται παρακάτω:

Μικτές και καθαρές στρατηγικές

Ορισμος: Αν ο παίκτης έχει στη διάθεσή του N καθαρές στρατηγικές (S1, S2, …, SN), τότε η μικτή στρατηγική Μ ορίζεται από τις πιθανότητες (p1, p2, …, pN) με τις οποίες θα πρέπει να επιλέξει καθεμιά από τις καθαρές στρατηγικές του. Ας σημειωθεί ότι για να είναι σαφώς καθορισμένη η Μ, καθεμιά από τις πιθανότητες (p1, p2, …, pN) πρέπει να βρίσκεται μεταξύ 0 και 1, και το άθροισμά τους να είναι ίσο με την μονάδα. Ας σημειωθεί, επίσης, ότι η επιλογή μιας μικτής στρατηγικής (p1=0, p2=0…pj =1…, pN=0) είναι ισοδύναμη με την επιλογή της καθαρής στρατηγικής S_j [Σολ05].

2.2.2 Η σημασία της Στρατηγικής του αντιπάλου

Σ' ένα παίγνιο οι στρατηγικές του ενός παίκτη εξαρτώνται άμεσα από εκείνες του συμπαίκτη του. Παρότι δε γνωρίζει ποια στρατηγική θα επιλέξει ο ανταγωνιστής του, ωστόσο μπορεί να εκτιμήσει την απόδοση μιας συγκεκριμένης στρατηγικής, εφόσον συνδυάσει τις δικές του με εκείνες του συμπαίκτη του. Ο Α, παραδείγματος χάρη, δε γνωρίζει αν ο Β θα επιλέξει μια συνεργατική ή μια μη συνεργατική στρατηγική. Ωστόσο μπορεί να εκτιμήσει τις συνέπειες από τις δυνατές επιλογές του Β σε κάθε μια από τις δύο περιπτώσεις και να κινηθεί ανάλογα διευρύνοντας τα κέρδη του ή περιορίζοντας τις απώλειες του. Στον προβληματισμό αυτό υφέρπει και η λογική των πιθανοτήτων που απορρέει από την εκτίμηση της απόδοσης των επιλογών, σε συνδυασμό πάντα με τις δυνατές επιλογές του συμπαίκτη του. Η πράξη αποδεικνύει ότι μια συλλογική σκέψη, που λαμβάνει υπόψη τις επιλογές του άλλου, οδηγεί στο καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα και για τα δύο πρόσωπα, ενώ μια ατομική σκέψη στηριζόμενη στην καλύτερη επιλογή του ενός δεν οδηγεί στο καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα [Βαρ98].

2.3 Κατηγορίες Παιγνίων

Στη θεωρεία αυτή, *«τα παίγνια κατατάσσονται σε διάφορες κατηγορίες ανάλογα με το πλήθος των παικτών, αλλά κυρίως ανάλογα με το είδος της στρατηγικής που χρησιμοποιείτε για την επίλυσή τους»* [Δομή07]. Οι κυριότερες κατηγορίες παιγνίων είναι οι παρακάτω:

- Παίγνια Μηδενικού Αθροίσματος: Σε αυτό *«το συνολικό άθροισμα των κερδών των παικτών είναι μηδέν ή πιο απλά το ποσό που κερδίζεται είναι ίσο με το ποσό που χάνεται»*

[Δομή07]. Παραδείγματα τέτοιων παιγνίων είναι το πόκερ ή το σκάκι στα οποία ότι κερδίζει ένας παίκτης το χάνει ο αντίπαλος.

- Παίγνια Μη Μηδενικού Αθροίσματος: Σε αυτά, *«το κέρδος ενός παίκτη δεν συνεπάγεται απώλεια του άλλου. Δηλαδή σε ένα τέτοιο παιχνίδι είναι δυνατόν όλοι να χάσουν ή όλοι να κερδίσουν ταυτόχρονα. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτού του είδους είναι το δίλημμα του φυλακισμένου»* [Δομή07].

- Παίγνια Συνεργασίας: είναι *«τα παίγνια στα οποία οι παίκτες έχουν την ελευθερία να επικοινωνούν και να συναλλάσσονται πριν διαμορφώσουν τη στρατηγική τους»* [Δομή07]. Χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιου παιγνίου αποτελεί η μονόπολη.

2.3.1 Παίγνια Μηδενικού Αθροίσματος

Παίγνια μηδενικού αθροίσματος δύο προσώπων (two person zero sum games) ονομάζονται εκείνα τα παίγνια, στα οποία οι αποδόσεις των στρατηγικών τοποθετούνται κατά τρόπο διαμετρικό, έτσι ώστε το σύνολο των τιμών ενός αποτελέσματος να είναι μηδέν[Βαρ98]. Πιο απλά: Όσο περισσότερο κερδίζει ένας παίκτης, τόσο περισσότερο χάνει ο άλλος, και αυτό γιατί το σύνολο των κερδών και απωλειών για τους παίκτες παραμένει πάντα σταθερό. Φωτεινά παραδείγματα παιγνίων μηδενικού αθροίσματος είναι το πόκερ και το σκάκι. Τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος δύο προσώπων έχουν εφαρμογή ιδιαίτερα στον οικονομικό τομέα. Στην πολιτική όμως σπάνια παρουσιάζονται περιπτώσεις, όπου ο ένας παίκτης κερδίζει ότι χάνει ο άλλος. Για παράδειγμα στο παίγνιο μιας στρατιωτικής σύρραξης μεταξύ δύο πυρηνικών δυνάμεων θα προτιμούσαν και οι δύο πλευρές το αποτέλεσμα «ανακωχή» από την «αλληλοεξόντωση». Γενικότερα σε ανταγωνιστικές καταστάσεις είναι δύσκολο να υποθέσει κανείς ότι η απώλεια του ενός θα καταλήξει σε κέρδος του άλλου. Ωστόσο η ενασχόληση με παίγνια μηδενικού αθροίσματος είναι χρήσιμη, γιατί προσφέρει τους κανόνες μιας ορθολογικής συμπεριφοράς. Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε μια στρατηγική που χρησιμοποιείται στα παίγνια μηδενικού αθροίσματος και είναι η στρατηγική minimax [Βαρ98].

2.3.1.1 Θεώρημα Minimax

Ορισμός: Το Θεώρημα Minimax *του* John von Neumann, *σε ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος δύο ατόμων, το άθροισμα των αποδόσεων* minimax *είναι ίσο* με *μηδέν* [Βαρ98].

Σε κάθε σύνολο στρατηγικών, που είναι διαθέσιμες σε κάθε παίκτη, υπάρχει μια τουλάχιστον επιλογή που προσφέρει το καλύτερο δυνατόν αποτέλεσμα, υπάρχει δηλαδή μια συνέπεια με την καλύτερη απόδοση και το αντίθετο, υπάρχει μια επιλογή με το χειρότερο αποτέλεσμα. Είναι όμως γνωστό ότι η καλύτερη στρατηγική ενός παίκτη A δεν οδηγεί πάντα στο καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα, γιατί τούτο είναι συνάρτηση της στρατηγικής που επιλέγει ο B. Με αυτόν τον τρόπο πολλές φορές αναζητείται από τον A – και σε περίπτωση μάλιστα που βρίσκεται σε μειονεκτικότερη θέση σε σχέση με τον B- εκείνη η στρατηγική που θα του προκαλέσει τη μικρότερη απώλεια. Για μεγαλύτερη εμπέδωση όμως, ας παρατηρήσουμε τους συλλογισμούς αυτούς σε ένα συγκεκριμένο παίγνιο. Έστω λοιπόν, ότι έχουμε ένα σύνολο ν_{ij} τιμών ενός παιγνίου, όπου α_i (i= 1,2,…, μ) είναι το σύνολο των στρατηγικών του A, και β_j (j= 1, 2, …, ν) το σύνολο των στρατηγικών του B. Το πρόβλημα μας βρίσκεται στον καθορισμό της στρατηγικής, η οποία θα δίνει το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα μεταξύ όλων των δυνατών επιλογών. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι σε περίπτωση που ο A θα διαλέξει μια στρατηγική α_i, ο αντίπαλος του B θα είναι σε θέση να απαντήσει με μια στρατηγική β_j, έτσι ώστε το κέρδος του (ν_{ij}) να πάρει μια ελάχιστη τιμή. Ορίζουμε την τιμή αυτή του κέρδους, δηλαδή το μικρότερο αριθμό ν_{ij} στην i-σειρά με α'_i που μπορεί να παρουσιαστεί με την εξής σχέση:

Σχέση 1 à $\alpha'_i = \min(j)\, \nu_{ij}$ (j= 1,2,…,ν)

Το σύμβολο min(j) χαρακτηρίζει την ελάχιστη τιμή μεταξύ των στρατηγικών για όλα τα δυνατά j (j= 1,2, …, ν).

	B_1	β_2	β_ν	
α_1	N_{11}	ν_{12}	… $\nu_{1\nu}$	α΄1
α_2	N_{21}	ν_{22}	$\nu_{2\omega}$	α΄2
α_μ	$\nu_{\mu 1}$	$\nu_{\mu 2}$	… $\nu_{\mu\nu}$	α΄μ
	B'_1	β'_2	β'_ν	

Στη σειρά $α΄_i$ του πίνακα έχουν τοποθετηθεί όλες οι ελάχιστες τιμές που βρίσκονται στις σειρές των $ν_{ij}$. Αν ο Α επιλέξει μια στρατηγική $α_i$, τότε είναι βέβαιο ότι με λογικές ενέργειες του αντιπάλου του Β δεν είναι δυνατό να κερδίσει περισσότερο από την τιμή $α΄_i$. Έτσι θα πρέπει ο Α να ενεργεί προσεκτικά και να επιλέγει εκείνη τη στρατηγική, για την οποία η τιμή $α΄_i$ γίνεται μέγιστη. Αυτή τη μέγιστη τιμή τη χαρακτηρίζουμε με α΄, δηλαδή

Σχέση 2 à $α΄= \max(i)\ α΄_i$ $(i= 1,2,…, μ)$

Αν λάβουμε υπόψη μας και τη σχέση (1), τότε θα έχουμε:

Σχέση 3 à $α΄= \max(i) \min(j)\ ν_{ij}$

Το μέγεθος α΄ χαρακτηρίζει τη μικρότερη τιμή του παιγνίου, ή διαφορετικά, το καλύτερο από τα χειρότερα δυνατά αποτελέσματα (κέρδη). Η τιμή α΄ βρίσκεται σε μια ορισμένη σειρά της μήτρας (πίνακας) του παιγνίου. Η στρατηγική του Α που αντιστοιχεί σε αυτή τη σειρά, ονομάζεται «στρατηγική». Αν λοιπόν η επιλογή του Α βασίζεται στην αρχή, τότε είναι βέβαιο ότι το κέρδος του σε καμιά περίπτωση δε θα είναι μικρότερο από το α΄. Μπορούν όμως παρόμοιοι συλλογισμοί να γίνουν και από την πλευρά του Β που θεωρείται αντίπαλος του Α. Το ενδιαφέρον του δηλαδή επικεντρώνεται στη μείωση του κέρδους του Α και φυσικά στην αύξηση του δικού του κέρδους. Στον πίνακα τοποθετείται επίσης μια σειρά $β_j$ με τις μέγιστες τιμές των $ν_{ij}$ που προκύπτουν από τις στήλες του πίνακα. Έτσι θα έχουμε:

Σχέση 4 à $β΄_j = \max(i)\ ν_{ij}$

Αν ορίσουμε με β΄ την ελάχιστη τιμή από όλα τα $β_j$ $(j= 1,2,…,ν)$, τότε:

$$β΄ = \min(j)\ β΄_j$$

Η σχέση αυτή σε συνδυασμό με τη σχέση (4) μας δίνει:

Σχέση 5 à $β΄= \min(j)\max(i)\ ν_{ij}$

Το μέγεθος β΄ χαρακτηρίζει τη μέγιστη τιμή του παιγνίου ή το «κέρδος- minimax», όπως και η σχέση (3) που μας έδωσε τη μικρότερη τιμή του παιγνίου. Αυτό σημαίνει ότι αν ο Β ακολουθεί τους συλλογισμούς αυτούς και κάνει μια επιλογή με βάση τη minimax-στρατηγική, τότε είναι βέβαιο ότι θα κερδίσει ένα ποσόν που δε θα είναι μεγαλύτερο από τον Β, εφόσον φυσικά ο Α δεν πάρει άλλα μέτρα εναντίον του. Και οι δύο περιπτώσεις – τόσο η στρατηγική maxmin, όσο και η minimax– βασίζονται σε έναν προσεκτικό συλλογισμό και αποβλέπουν στο να τοποθετήσουν τους παίκτες σε μια θέση ασφαλείας. Κάθε παίκτης επιλέγει εκείνη τη στρατηγική που μεγιστοποιεί το δικό του ελάχιστο κέρδος ή μειώνει στο ελάχιστο τις απώλειες του. Η στρατηγική minimax είναι μια επιφυλακτική στρατηγική. Σχετικά μ’ αυτή θα πρέπει κανείς να έχει υπόψη του πέντε αρχές:

- Εφαρμόζεται μόνο σε παίγνια μηδενικού αθροίσματος.
- Είναι ασφαλής από διαρροές πληροφοριών.
- Είναι χρήσιμη μόνο όταν εφαρμόζεται εναντίον ενός αντιπάλου που παίζει λογικά. Αν ο αντίπαλος είναι ένας άνθρωπος ανόητος, επιρρεπής σε σφάλματα ή υποκινείται συνήθως από συγκινησιακούς παράγοντες (που μπορεί να προδιαθέτουν το άτομο να παίζει με τη βοήθεια της διαίσθησης του), τότε η στρατηγική minimax δεν είναι για την περίπτωση αυτή η άριστη στρατηγική που πρέπει να επιδιωχθεί.
- Η χρησιμότητα της στρατηγικής minimax επιβεβαιώνεται σε ένα παίγνιο που περιέχει μια σειρά ενεργειών και όχι σε ένα παίγνιο μιας μόνο κίνησης.
- Είναι μάλλον μια στρατηγική μη συναρπαστική, αλλά περισσότερο ενδεδειγμένη.

2.3.1.2 Παίγνια με σημείο σάγμα

Στα παίγνια μηδενικού αθροίσματος βρίσκουμε και τα παίγνια με σημείο σάγμα. Σε παίγνια μηδενικού αθροίσματος δύο προσώπων είναι εύκολο να διαπιστωθεί, αν μια απόδοση αυτού του παιγνίου είναι ικανοποιητική. Αρχικά ερευνούμε εκείνες τις στρατηγικές που δίνουν για κάθε παίκτη τη μικρότερη τιμή (στρατηγική). Αν αυτή η πιο μικρή τιμή συμπίπτει να είναι ίδια και για τους δύο παίκτες, τότε έχουμε ένα σημείο σάγμα (saddlepoint). Με άλλα λόγια μια μήτρα απόδοσης έχει ένα σημείο σάγμα, όταν η μικρότερη τιμή μιας σειράς είναι ταυτόχρονα και η μεγαλύτερη τιμή της στήλης που ανήκει. Αυτό σημαίνει ότι σε ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος θα έχουμε με βεβαιότητα ένα σημείο σάγμα, όταν ένας τουλάχιστον παίκτης διαθέτει μια στρατηγική που επικρατεί σε σχέση με όλες τις άλλες στρατηγικές του.

Όταν ένα σαγμοειδές σημείο υπάρχει, ο μεν Α παίκτης μπορεί να είναι βέβαιος ότι θα κερδίσει, ο δε Β παίκτης μπορεί να εμποδίσει τον Α από το να κερδίσει περισσότερο. Έτσι, αν ο παίκτης Α δεν έχει λόγους να πιστεύει ότι ο αντίπαλος του προτίθεται να ακολουθήσει μια αλλοπρόσαλλη στατηγική (και οι λόγοι αυτοί πρέπει να στηρίζονται σε στοιχεία που να μην έχουν καμία σχέση με το παίγνιο), τότε ο Α πρέπει να αρκεστεί στο κέρδος και να παίξει έτσι ώστε να το εξασφαλίσει. Όμοια ο Β πρέπει να παίξει έτσι, ώστε να περιορίσει τη ζημιά του ή, ισοδύναμα, το κέρδος του αντιπάλλου [Βαρ98, Μπο96].
Ας δούμε σχετικά τα ακόλουθα παραδείγματα:

	B				
A		β_1	β_2	β_3	α_i
	α_1	-1	4	-6	-6
	α_2	3	5	8	3
	β_j	3	5	8	
ΠΙΝΑΚΑΣ 1 : Στρατηγική maxmin με ένα σημείο σάγμα.					

	B				
A		β_1	β_2	β_3	α_i
	α_1	-1	4	-6	6
	α_2	3	2	8	2
	β_j	3	4	8	
ΠΙΝΑΚΑΣ 2 : Στρατηγική maxmin με περισσότερα από ένα σημείο σάγμα.					

Στον Πίνακα 1 η α_2 είναι μια στρατηγική maxmin για τον παίκτη Α, εφόσον στη χειρότερη περίπτωση προσφέρει την τιμή 3, για τον Β αντίστοιχη στρατηγική αποτελεί η β_1, γιατί στη χειρότερη περίπτωση του δίνει την τιμή -3. Η τιμή 3 που παρουσιάζεται ως θετική και αρνητική για τον Α και τον Β αντίστοιχα, παριστάνει ένα σημείο σάγμα. Η απόδοση του παιγνίου που προσφέρει λύση είναι τότε το ζεύγος των στρατηγικών $\alpha_2\beta_1$.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι ένα παίγνιο μπορεί να έχει περισσότερες αποδόσεις με σημείο σάγμα. Στην περίπτωση αυτή είναι δυνατόν ένας παίκτης να κάνει επιλογή των στρατηγικών που έχουν σημείο σάγμα.

Στον Πίνακα 2 η α_2 είναι για τον Α η maxmin στρατηγική που του προσφέρει την τιμή 2, ενώ για τον Β η maxmin στρατηγική είναι η β_1 με την αντίστοιχη τιμή -3. Αν οι δύο παίκτες, Α και Β, χρησιμοποιούν τις maxmin στρατηγικές τους α_2 και β_1 αντίστοιχα, τότε οδηγούνται και οι δύο σε διαφορετικά (χειρότερα) αποτελέσματα, δηλαδή στις τιμές 2 και - 3. επομένως ο Πίνακας 2 δε διαθέτει σημείο σάγμα και κατά συνέπεια το ζεύγος στρατηγικών $\alpha_2\beta_1$ δεν προσφέρει λύση στο παίγνιο αυτό. Η αιτία για την αδυναμία λύσης στον Πίνακα 2 μπορεί να φανεί και από τον εξής συλλογισμό. Αν, παραδείγματος χάρη, ο Α επιλέξει ως καλύτερη στρατηγική την α_2 – εφόσον αυτή στη χειρότερη περίπτωση του προσφέρει την τιμή 2 -, τότε θα μπορούσε ο Β να επιλέξει τη στρατηγική β_2, αφού η απώλεια του θα ήταν -2. Αλλά ο Α επίσης θα μπορούσε να αποκρούσει τους συλλογισμούς αυτούς του Β με το να επιλέξει τη στρατηγική α_1 που του δίνει την τιμή 4. Οι σκέψεις αυτές θα οδηγούσαν πάλι τον Β στο να επιλέξει τη στρατηγική β_3 που του δίνει την τιμή 6. Η κυκλική αυτή σειρά συλλογισμών είναι δυνατό να συνεχιστεί, χωρίς να καταλήξει κανείς σε ένα θετικό αποτέλεσμα.

Παρόμοιοι φυσικά συλλογισμοί δεν απασχολούν τους παίκτες που συμμετέχουν στο παίγνιο, όταν υπάρχει ένα σημείο σάγμα. Τότε λέμε ότι επικρατεί στο παίγνιο μια «κατάσταση ισορροπίας» . Αυτό σημαίνει ότι σε κανέναν από τους δύο παίκτες δε συμφέρει να αλλάξει τη στρατηγική του, εφόσον για τον καθένα ο αντίπαλος του παραμένει σταθερά στη στρατηγική που έχει επιλέξει με ορθολογικό τρόπο.

Σχετικά με τον προβληματισμό αυτό οι Dougherty και Pfaltzgraff γράφουν: «Είναι αξίωμα της Θεωρίας των Παιγνίων το ότι σε ένα παίγνιο μηδενικού αθροίσματος με δύο παίκτες η ορθολογική στρατηγική βασίζεται στην αρχή του minimax : κάθε παίκτης θα πρέπει να επιδιώξει να μεγιστοποιήσει το ελάχιστο κέρδος που μπορεί να εξασφαλίσει ή να ελαχιστοποιήσει τη μέγιστη ζημιά που είναι υποχρεωμένος να υποστεί. Αν οι δύο παίκτες κάνουν το ίδιο, οι στρατηγικές τους θα συγκλίνουν σε ένα σημείο σάγμα και θα τείνουν να εξισώσουν τα κέρδη ή τις ζημιές μακροπρόθεσμα. Αν ο ένας παίκτης τηρεί την αρχή αυτή, ενώ ο άλλος παίζει διαισθητικά, νικητής θα είναι ο πρώτος, μετά από μεγάλο αριθμό παιχνιδιών. Για να το πούμε με απλά λόγια: Όταν κρατά κανείς στα χέρια του γερό χαρτί, προσπαθεί να το αξιοποιήσει όσο καλύτερα μπορεί. Αν η τύχη του γυρίσει, προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει τη ζημιά.

Διαπιστώνεται με άλλα λόγια ότι βασικό μέλημα των παικτών που εμπλέκονται σε παίγνια μηδενικού αθροίσματος αποτελεί η διασφάλιση μιας ικανοποιητικής συμπεριφοράς που προϋποθέτει όμως την αναζήτηση εκείνων των στρατηγικών που προσφέρουν την καλύτερη δυνατή απόδοση για τον καθένα ξεχωριστά.

2.3.2 Παίγνια Μη Μηδενικού Αθροίσματος

Τα παίγνια μηδενικού αθροίσματος, όπως τονίστηκε, έχουν περιορισμένη εφαρμογή στις κοινωνικές επιστήμες και αυτό γιατί είναι δύσκολο να θεωρήσει κανείς ότι η απώλεια του ενός παίκτη θα καταλήξει σε κέρδος του άλλου. Η μεγαλύτερη σημασία της στρατηγικής των παιγνίων, ιδιαίτερα στο πρακτικό της μέρος, βρίσκεται στα παίγνια «μη μηδενικού αθροίσματος δύο προσώπων» (two person non zero sum games). Τα παίγνια αυτά αποτελούν ουσιαστικά διαδικασίες αλληλεπίδρασης, όπου το ενδιαφέρον επικεντρώνεται όχι μόνο στις επιλογές των παικτών, αλλά και στις επιδράσεις τους στο παίγνιο και το περιβάλλον του. Το τελευταίο σημείο έχει ιδιαίτερη σημασία, γιατί μέσω της αλληλεπίδρασης προσδιορίζονται καταστάσεις έντασης ή σταθερότητας και ακόμα οι προοπτικές χειραγώγησης κρίσιμων καταστάσεων. Με τα παίγνια αυτά έχουν ασχοληθεί διάφοροι ερευνητές ψυχολόγοι, οικονομολόγοι, κοινωνιολόγοι, διεθνολόγοι, καθώς και από άλλους επιστημονικούς χώρους. Τα παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος διακρίνονται σε δύο κατηγορίες: στα «συνεργατικά» (cooperative games) και στα «μη συνεργατικά» (non cooperative games). Τα μεν πρώτα επιτρέπουν μια συνεργασία μεταξύ των παικτών πριν από το παίγνιο, η οποία μπορεί να οδηγήσει σε μια συμφωνία, ενώ τα δεύτερα δεν επιτρέπουν τη συνεργασία, οι παίκτες δηλαδή παίρνουν τις αποφάσεις ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο και χωρίς καμιά προηγούμενη συνεργασία. Και οι δύο αυτές κατηγορίες παιγνίων παρουσιάζουν και το μεγαλύτερο ενδιαφέρον στην αναλυτική τους μορφή, γι' αυτό και θα ασχοληθούμε εκτενέστερα παρακάτω. Ιδιαίτερα στο χώρο των διεθνών σχέσεων αναφέρονται δυο κυρίως υποδείγματα: Το παίγνιο τύπου «δίλλημα του φυλακισμένου» (prisoner's dilemma game) και το παίγνιο του «δειλού» (chicken game) [Βαρ98].

2.3.2.1 Το Παίγνιο «Δίλημμα του φυλακισμένου»

Ένα ενδιαφέρον υπόδειγμα για την ανάλυση καταστάσεων συνεργασίας και σύγκρουσης είναι το παίγνιο «δίλημμα του φυλακισμένου» (prisoner's dilemma)[2].

Οι πρώτοι ερευνητές που εργάστηκαν για την ανάλυση προβλημάτων της μορφής του παιγνίου αυτού είναι οι Albert Tucker και Anatol Rapoport.

Στις αρχές της δεκαετίας του '50, ένας από τους θεωρητικούς αυτούς, ο Albert Tucker, κλήθηκε να μιλήσει σε πλατύ κοινό με θέμα την σημασία της Θεωρίας Παιγνίων για τις κοινωνικές επιστήμες. Έως εκείνη τη στιγμή, η Θεωρία Παιγνίων είτε ήταν παντελώς άγνωστη είτε απόλυτα συνυφασμένη στη σκέψη των περισσότερων ως μια μαθηματική τεχνική . Για να πείσει το κοινό του πως η Θεωρία Παιγνίων έχει γενικότερο ενδιαφέρον, ο Tucker σκαρφίστηκε ένα παίγνιο στο οποίο βάσισε όλη του την διάλεξη. Το παίγνιο αυτό έμεινε στην ιστορία ως το Δίλημμα του Φυλακισμένου και έμελε να καταστήσει, σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα, την Θεωρία Παιγνίων, αν όχι δημοφιλή, τουλάχιστον γνωστή σε όλες τις κοινωνικές επιστήμες.

Το Δίλημμα του φυλακισμένου εντυπωσίασε τους κοινωνικούς επιστήμονες επειδή πρόκειται για μια περίπτωση όπου το ατομικό συμφέρον αυτοϋπονομεύεται όσο περισσότερο προσπαθεί κανείς να το υπηρετήσει. Το κάθε άτομο πράττει αυτό που

[2] Για περισσότερα περί του παιγνίου «δίλημμα του φυλακισμένου» βλέπε [Βαρ07], [Γεω02: 227-229] και εγκυκλ. *ΔΟΜΗ* τ. 28.

φαντάζει (εργαλειακά) ορθολογικότερο, μόνο που το τελικό αποτέλεσμα της ατομικής επιλογής του καθένα είναι καταστροφικό για όλους. Ακούγεται παράδοξο: όσο πιο πιστός είναι κανείς στο κυνήγι του ατομικού του συμφέροντος τόσο απομακρύνεται η πιθανότητα να πετύχει το ποθούμενο αποτέλεσμα.

Η παρουσίαση του Tucker βασίστηκε στην εξής αφήγηση: Η αστυνομία συλλαμβάνει δύο άτομα, με την κατηγορία ένοπλης ληστείας, και τους βάζει σε διαφορετικά κελιά. Οι αστυνομικοί είναι σίγουροι πως οι κρατούμενοι είναι ένοχοι αλλά, δυστυχώς, δεν έχουν αρκετά στοιχεία για να τους κρατήσουν πολύ ακόμα. Ο μόνος τρόπος να τους παραπέμψουν σε δίκη είναι αν τους πείσουν να ομολογήσουν. Ο αξιωματικός υπηρεσίας μπαίνει σε κάθε κελί και λέει τα εξής στον κάθε έναν από τους δύο κρατούμενους:

- Ξέρω ότι είστε ένοχοι. Βέβαια, γνωρίζω πως ξέρεις ότι δεν καταφέραμε να μαζέψουμε αποδεικτικά στοιχεία εναντίον σας. Άρα ξέρεις ότι αν αρνηθείτε και οι δύο τις κατηγορίες, θα αναγκαστώ να σας αφήσω. Όμως, σε προειδοποιώ: αν αρνηθείς εσύ αλλά ομολογήσει ο άλλος, τότε θα καταδικαστείς σε πέντε χρόνια ελάχιστης φυλάκισης. Θα μου πεις: γιατί να ομολογήσει; Να σου απαντήσω: Του έχω κάνει μια προσφορά, την οποία κάνω και σε σένα τώρα. Είναι η εξής. Αν ομολογήσετε και οι δύο, εγγυώμαι ότι το δικαστήριο, λόγω της βοήθειας που παρέχετε στην Δικαιοσύνη, θα σας δώσει το πολύ τρία χρόνια. Αν ομολογήσει ο ένας από τους δύο σας, τότε αυτός που δεν ομολογεί, όπως σου είπα ήδη, θα εκτίσει πέντε χρόνια στη φυλακή. Ο άλλος, αυτός που ομολογεί, θα λάβει μια ποινή ενός έτους με αναστολή και θα πάει σπίτι του και εκτός αυτού θα του δώσουμε ως ανταμοιβή για τις καλές του υπηρεσίες προς τη δικαιοσύνη άδεια να ανοίξει πρακτορείο τυχερών παιχνιδιών (προποτζίδικο). Τι λες λοιπόν; Η προσφορά μου ισχύει για τα επόμενα πέντε λεπτά! -

Εν συντομία, οι ληστές βρίσκονται πλέον αντιμέτωποι με το Δίλημμα του φυλακισμένου. Να ομολογήσουν ή να αρνηθούν τις κατηγορίες; Αν ομολογήσουν και οι δύο θα πάνε στα κάτεργα (για τρία χρόνια). Αν όχι θα πάνε σπίτι τους αμέσως. Προφανώς, το δεύτερο αποτέλεσμα κυριαρχεί του πρώτου. Κι όμως, ο Tucker άφησε άφωνο το ακροατήριό του αποδεικνύοντας πως η προσπάθεια του κάθε κρατούμενου να πετύχει το καλύτερο για τον εαυτό του θα τους οδηγήσει και τους δύο στην φυλακή για τρία χρόνια. Το δίλημμα παίρνει την μορφή του Παιγνίου 1, ενώ το Παίγνιο 2 είναι το ίδιο παίγνιο εκφρασμένο σε ωφέλειες. Ο λόγος που οι κρατούμενοι πιάνονται στην «παγίδα» του αξιωματικού είναι το γεγονός ότι η ομολογία αποτελεί κυρίαρχη στρατηγική και για τους δύο παίκτες, παρόλο που η από κοινού άρνηση (η συνεργασία μεταξύ κρατούμενων) θα τους οδηγούσε σε αμοιβαία καλύτερο αποτέλεσμα το οποίο είναι η άμεση την ελευθερία τους.

Το δίλημμα του φυλακισμένου εκφρασμένο σε ποινές παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα [Βαρ98]:

	Ομολογείς	Δεν Ομολογείς
Ομολογείς	3 χρόνια φυλακή	1 χρόνο με αναστολή + άδεια
Δεν Ομολογείς	5 χρόνια φυλακή	ελευθερία
ΠΑΙΓΝΙΟ 1 : Το δίλημμα του φυλακισμένου εκφρασμένο σε ποινές		

Το δίλημμα του φυλακισμένου εκφρασμένο σε ωφέλειες μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

	β_1 ομολογεί	β_2 δεν ομολογεί
α_1 ομολογεί	$^{+}1,1^{-}$	$^{+}4,0$
α_2 δεν ομολογεί	$0,4^{-}$	3,3
ΠΑΙΓΝΙΟ 2 : Το δίλημμα του φυλακισμένου εκφρασμένο σε ωφέλειες		

Γενικότερα, η στρατηγική της «άρνησης των κατηγοριών» (α_2 και β_2) ισοδυναμεί με στρατηγική συνεργασίας (cooperative strategy), δεδομένου ότι, όταν επιλέγεται και από τους δύο, προκύπτουν αμοιβαία οφέλη. Παράλληλα, η στρατηγική της «ομολογίας» (α_1 και β_1) ταυτίζεται με την στρατηγική αποστασίας (defection) από τον στόχο της συνεργασίας, καθώς ο παίκτης που «αποστατεί» επιλέγει την κυρίαρχη στρατηγική του, δηλαδή το προσωπικό όφελος εις βάρος του κοινού οφέλους. Μόνο που με αυτή την επιλογή, την αποστασία, υπονομεύει, σε τελική ανάλυση, και το δικό του όφελος.

2.3.2.2 Το Παίγνιο Δειλού

Ως «παίγνιο του δειλού» χαρακτηρίζεται εκείνο το παίγνιο, όπου κάθε παίκτης επιδιώκει να προβάλει την καλύτερη στρατηγική και να κυριαρχήσει πάνω στον άλλο. Αυτό προκαλεί και έναν ανάλογο φόβο στον αντίπαλο παίκτη που επηρεάζει ανάλογα και την απόδοση του παιγνίου [Βαρ98].

Ο χαρακτηρισμός «δειλός» έχει δοθεί μετά από έναν «ανταγωνισμό θάρρους» που έγινε στη δυτική ακτή της Αμερικής (Rocker Bandem): Δύο οδηγοί οδηγούσαν τα αυτοκίνητά τους στη μεσαία γραμμή μιας διεθνούς οδού τρέχοντας με μεγάλη ταχύτητα ο ένας εναντίον του άλλου. Ο οδηγός που απέκλινε από τη μεσαία γραμμή πρώτος, για να αποφύγει τον κίνδυνο της μετωπιαίας σύγκρουσης, ονομαζόταν «δειλός» και ο άλλος που παρέμεινε στη γραμμή «νικητής».

Ο τρόπος, με τον οποίο οι δυο οδηγοί αντιμετωπίζουν το πρόβλημα αυτό, μπορεί να διατυπωθεί στον παρακάτω πίνακα [Βαρ98]:

	β_1	β_2
α_1	-5,-5	-10,10
α_2	10,10	-50,-50

ΠΙΝΑΚΑΣ 1 : Πίνακας σύγκρουσης. α1: απόκλιση, α2: μη απόκλιση, β1: απόκλιση, β2: μη απόκλιση.

Ο αριθμός, που βρίσκεται αριστερά στα κουτάκια της μήτρας, δηλώνει τις τιμές του Α και αυτός που βρίσκεται δεξιά τις τιμές του Β. στο ερώτημα ποια στρατηγική είναι η καλύτερη για τον Α και ποια για τον Β, η απάντηση είναι απλή: Η α_2 προσφέρει στον Α το καλύτερο αποτέλεσμα, γιατί η επιλογή της του αποδίδει τον τίτλο του νικητή. Το αντίστοιχο ισχύει με τη β_2 για τον Β. Αν όμως επιλέξουν και οι δύο μαζί τη στρατηγική α_2 και β_2 αντίστοιχα, τότε οδηγούνται αναπόφευκτα στη σύγκρουση, δηλαδή στο χειρότερο δυνατό αποτέλεσμα. Αν αποφασίσουν και οι δύο να αποκλίνουν από την ευθεία, για να αποφύγουν τη σύγκρουση (επιλογή α_1 και β_1), τότε χαρακτηρίζονται και οι δύο ως «δειλοί». Οπωσδήποτε όμως το αποτέλεσμα είναι ικανοποιητικό, εφόσον αποφεύγουν το χειρότερο δηλαδή τη σύγκρουση και δε χάνουν το προσωπικό τους κύρος. Σε περίπτωση όμως που ο Α επιλέγει την α1 για να αποφύγει τη σύγκρουση και ο Β τη β_2, παραμένει δηλαδή στη μεσαία γραμμή, τότε νικητής θα θεωρηθεί ο Β. Ωστόσο η επιλογή του Α θεωρείται και πάλι η καλύτερη, γιατί παρόλο που θα χάσει την υπόληψή του, εφόσον θα χαρακτηριστεί «δειλός», θα αποφύγει το ατύχημα και επομένως τον κίνδυνο σοβαρού τραυματισμού του.

Το παράδοξο στο παίγνιο αυτό είναι ότι ο κάθε παίκτης αποφεύγει να επιλέξει την καλύτερη στρατηγική του, όταν πλέον πεισθεί ότι ο αντίπαλος του ακολουθεί μέχρι τέλους την παράλογη στρατηγική που οδηγεί στη σύγκρουση. Θα μπορούσαμε έτσι να διατυπώσουμε την άποψη ότι το παίγνιο του δειλού αναφέρεται σε παίκτες που είναι παράλογοι και που έχουν όμως τη δυνατότητα να γίνουν λογικοί, για να αποφύγουν τον τραυματισμό τους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3°

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΚΑΤΑ NASH

3.1 Nash «Ένας Υπέροχος άνθρωπος»

Σε αυτό το κεφάλαιο θεωρούμε χρέος μας αλλά συνάμα και πρέπον θα αναφερθούμε στην ισορροπία κατά Nash[3] ως μια συνέχεια, αν όχι μιας πρώτης, ολοκλήρωσης της Θεωρίας Παιγνίων [Σεμ08].

Αδιαμφισβήτητα, σε γενικές γραμμές πάντα, δεν μπορείς να συμβουλεύσεις κάποιον για το τι πρέπει να κάνει σε ένα παίγνιο ανεξάρτητα από προσδοκίες για το τι θα κάνουν οι άλλοι. Μόνο στα παίγνια μηδενικού αθροίσματος έχει νόημα κάτι τέτοιο. Παραδείγματος χάριν ας πάρουμε το εξής απλό παίγνιο μη μηδενικού αθροίσματος: έστω ότι κατεβαίνεις από το αεροπλάνο σε μια άγνωστη χώρα και νοικιάζεις αυτοκίνητο. Μπορεί κανείς να σε συμβουλεύσει για το αν πρέπει να οδηγήσεις στην αριστερή ή στη δεξιά μεριά του δρόμου ανεξάρτητα πληροφόρησης για τις προσδοκίες των άλλων οδηγών; Όχι βέβαια. Αν η χώρα αυτή είναι η Γαλλία, οι άλλοι «παίκτες» σε αυτό το «παίγνιο» προσδοκούν ότι θα οδηγήσεις στο δεξιό μέρος του δρόμου, οπότε το καλύτερο που έχεις να κάνεις είναι ακριβώς αυτό: να οδηγήσεις στο δεξιό μέρος του δρόμου. Αν όμως η εν λόγω χώρα είναι η Κύπρος, τότε οι προσδοκίες των «άλλων» είναι διαφορετικές οπότε και η βέλτιστη στρατηγική σου επιλογή είναι και αυτή διαφορετική. Η προσέγγιση maximin δεν είναι καλός σύμβουλος σε αυτή την περίπτωση γιατί το παίγνιο είναι μη μηδενικού αθροίσματος μιας και όλοι θα βγουν κερδισμένοι αν καταφέρουν να «συντονιστούν» (οδηγώντας στο ίδιο μέρος του δρόμου), ενώ θα βγουν χαμένοι (και πιθανώς τραυματισμένοι ή ακόμα χειρότερα νεκροί) αν αποτύχουν.

Συνεπώς στα παίγνια μη μηδενικού αθροίσματος, οι σώφρονες συμβουλές είναι εκείνες που λαμβάνουν σοβαρά τις προσδοκίες των άλλων. Όμως σε αυτή την περίπτωση προκύπτει το πρόβλημα της απροσδιοριστίας. Η επιτυχία του Nash ήταν ότι ανακάλυψε μια νέα μορφή «λύσης» των παιγνίων η οποία αφορά και τα μηδενικού αλλά και τα μη

[3] Για Ιστορικά στοιχεία περί Nash, σκεπτικό Nash, ισορροπία Nash, θεώρημα για την ισοροπία Nash, αλλά και περί του διαπραγματευτικού προβλήματος και των ιδιοτήτων λύσης αυτού κατά Nash βλέπε [Σεμ08].

μηδενικού αθροίσματος παίγνια μια «λύση» η οποία αναγνωρίζει τη σημασία των προσδοκιών των «άλλων». Βέβαια, θα ήταν λάθος να θεωρήσουμε ότι ο Nash ανακάλυψε τη σημασία των προσδοκιών στη διαμόρφωση της βέλτιστης στρατηγικής επιλογής. Η αρχαία τραγωδία είναι γεμάτη αναφορές στην ισχύ της προφητείας και το πρόβλημα που προκύπτει λόγω της ατελείωτης αλληλεπίδρασης μεταξύ προσδοκιών και πράξεων.

Να γιατί η πρώτη ιδέα του Nash ήταν υπέροχη και θα το αποδείξουμε στο παρακάτω παράδειγμα του ίδιου σε ένα παιχνίδι σκάκι. Ο συνδυασμός των κινήσεων που θα επιλέξει ο «λευκός» παίκτης από την αρχή του παιχνιδιού εξαρτάται από τις κινήσεις που περιμένει από τον «μαύρο» παίκτη. Ναι αλλά τι είναι λογικό να περιμένει ο «λευκός» από τον «μαύρο» παίκτη; Αν ο «λευκός» πιστεύει ότι ο «μαύρος» είναι ορθολογικός παίκτης τότε ο «λευκός» περιμένει ότι ο «μαύρος» θα κινηθεί ανάλογα με τις προσδοκίες του για το τι θα κάνει ο «λευκός» κ.ο.κ. Τελικά η κίνηση του «λευκού» παίκτη εξαρτάται από το τι προσδοκά ο «λευκός» ότι προσδοκά ο «μαύρος» ότι προσδοκά ο «λευκός» ότι προσδοκά ο «μαύρος» κ.ο.κ.

Η πρώτη υπέροχη ιδέα του Nash: Διανοήθηκε τη «λύση» των παιγνίων ως μια ισορροπία μεταξύ (α) των πράξεων ή αλλιώς των στρατηγικών επιλογών των παικτών και (β) των προσδοκιών οι οποίες τους ώθησαν σε αυτές τις πράξεις.

Παίγνιο 1: Έστω το εξής παίγνιο μεταξύ n ατόμων, τα οποία είτε είναι συγκεντρωμένα σε μια αίθουσα είτε παίζουν μέσα από το Διαδίκτυο. Ο κάθε παίκτης καλείται να επιλέξει μια και μόνο μια φορά, χωρίς να συνεργάζεται με τους υπόλοιπους n-1 παίκτες, έναν αριθμό μεταξύ του 0 και του 100. Ο διαιτητής του παιχνιδιού σημειώνει τις επιλογές των n παικτών και παρατηρεί τη μέγιστη επιλογή max. Στην συνέχεια, ο διαιτητής βρίσκει τον παίκτη η επιλογή του οποίου ήρθε πιο κοντά στη μέγιστη επιλογή δια του δύο, δηλαδή το max/2. Ο παίκτης αυτός κερδίζει την επιλογή του σε εκατομμύρια ευρώ π.χ. εάν η μέγιστη επιλογή σε αυτή την ομάδα των n παικτών ήταν το 100, τότε ο παίκτης που επέλεξε 50 κερδίζει 50 εκατομμύρια ευρώ. Να σημειώσουμε δε πως σε περίπτωση ισοπαλίας μεταξύ δύο ή τριών παικτών (π.χ. δύο ή τρεις παίκτες επέλεξαν το 50), τα κέρδη διαιρούνται μεταξύ των νικητών.

Ανάλυση του παιγνίου: Η σωστή στρατηγική είναι να μαντέψουμε το μεγαλύτερο αριθμό μεταξύ του 0 και του 100 που θα επιλέξει κάποιος από τους αντιπάλους, να τον διαιρέσουμε με το 2 και να επιλέξεις τον αριθμό που βρήκαμε.

Όμως, τι είναι λογικό να περιμένουμε ότι θα επιλέξουν οι υπόλοιποι; Πράγματι, εάν συμμετέχουμε σε αυτό το παίγνιο, είναι προφανές ότι η επιλογή μας βασίζεται στην προσδοκία μας για τις επιλογές των άλλων. Και οι επιλογές των άλλων θα βασίζονται στις δικές τους προσδοκίες για τη δική μας επιλογή. Άρα, πώς είναι δυνατό να γνωρίζουμε τι θα κάνουν οι άλλοι και ποια επιλογή είναι η καλύτερη για εμάς; Ας δούμε λοιπόν πώς ο Nash μας βοηθά να ξεπεράσουμε αυτό το εμπόδιο.

Η ισορροπία Nash του παιγνίου αυτού: Ο Nash βρήκε ότι το παίγνιο αυτό έχει μια και μοναδική λύση εφόσον οι παίκτες σέβονται ο ένας την ορθολογικότητα του άλλου. Σύμφωνα με αυτή τη «λύση» του παιγνίου, ο κάθε παίκτης επιλέγει τον αριθμό 0 και κανείς τους δεν κερδίζει τίποτα.

3.2 Το σκεπτικό του Nash

Ο Nash αποφάσισε να μην ασχοληθεί με το τι σκέφτονται οι παίκτες, ο ένας για τον άλλον. Αντίθετα, ασχολήθηκε με ένα απλό ερώτημα. Υπάρχουν στρατηγικές επιλογές, μια για κάθε παίκτη, τέτοιες που, αν επιλεχθούν από τους παίκτες, να μη μετανιώσει κανείς τους για τη στρατηγική επιλογή που έκανε, να μην έχει δηλαδή λόγο να επιλέξει μια άλλη στρατηγική; Ναι, απαντά ο Nash. Σε αυτό το παίγνιο υπάρχει μια και μοναδική τέτοια επιλογή για τον κάθε παίκτη, η οποία είναι ο αριθμός μηδέν. Απόδειξη: Έστω ότι ο κάθε παίκτης επέλεγε τον αριθμό $x>0$. Από τη στιγμή που όλοι επέλεξαν τον ίδιο αριθμό X, η μέγιστη επιλογή max ισούται με X και όλοι βρίσκονται στην ίδια απόσταση από το max/2, οπότε και οι n παίκτες μοιράζονται το έπαθλο των X εκατομμυρίων ευρώ. Με άλλα λόγια, ο κάθε ένας εισπράττει x/n εκατομμύρια ευρώ. Όμως αργότερα όλοι τους θα μετάνιωναν για την επιλογή τους. Ο λόγος είναι η συνειδητοποίηση ότι εάν, αντί για τον αριθμό x είχες επιλέξει έναν κατά λίγο μικρότερο αριθμό (π.χ. x/ε), όπου $\varepsilon > 0$ αλλά πολύ κοντά στο μηδέν, τότε θα ήσουν ο μοναδικός νικητής και το έπαθλό σου θα ήταν πολύ μεγαλύτερο (δηλαδή, $x-\varepsilon$ εκατομμύρια ευρώ αντί για x/n εκατομμύρια ευρώ). Αυτό ισχύει ανεξάρτητα της τιμής του X. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι για οποιαδήποτε επιλογή $x>0$, οι παίκτες μετανιώνουν για την επιλογή τους. Άρα, η ταυτόχρονη επιλογή του αριθμού $x>0$ από τους n παίκτες δεν αποτελεί ισορροπία Nash. Αντίθετα, η επιλογή του μηδενός ($X=0$) είναι ισορροπία Nash. Ας δούμε γιατί: όταν όλοι τους επιλέγουν το μηδέν, παρόλο που κανείς δεν κερδίζει τίποτα, κανείς δε μετανιώνει για την επιλογή του. Ο λόγος είναι ότι εάν οι αντίπαλοί σου επιλέξουν το μηδέν, δε θα κερδίσεις τίποτα εάν εσύ επιλέξεις $x>0$, από τη στιγμή που νικητές θα αναδειχθούν οι υπόλοιποι μιας και η δική τους, μηδενική επιλογή, είναι πιο κοντά στο δικό σου X δια του 2. Αν τώρα επιλέξεις $x=100$, τότε μπορεί μεν τόσο η δική σου επιλογή να βρίσκεται στην ίδια απόσταση από το μέγιστο δια του 2 (100/2 = 50) σε σχέση με το δικό τους μηδέν αλλά, σε αυτή την περίπτωση, θα μετανιώσουν εκείνοι για την επιλογή τους, από τη στιγμή που θα συνειδητοποιήσουν ότι θα κέρδιζαν περισσότερα αν επέλεγαν τον αριθμό 50 αντί του μηδενός. Άρα, καταλήγουμε ότι μόνο η επιλογή του μηδενός από όλους του παίκτες αποτελεί ισορροπία Nash. Πώς γίνεται η «λύση» του Παιγνίου 1, (α) να αφήνει όλους τους παίκτες με μηδέν κέρδη και (β) να μη μετανιώνουν για αυτό; Η απάντηση του Nash είναι πως η δομή του συγκεκριμένου παιγνίου είναι τέτοια που τους ωθεί στην παγίδα του ανταγωνισμού: ο καθένας, στην προσπάθειά του να «ρίξει» τους αντιπάλους του, προσπαθεί να επιλέξει μικρότερο αριθμό από τους άλλους. Όμως όλοι τους κάνουν το ίδιο και έτσι «ισορροπούν» στο μηδέν. Και. δεδομένου ότι τα κέρδη του νικητή ισούνται με τον αριθμό που αυτός επέλεξε κανείς τους δεν κερδίζει τίποτα. Αυτό μπορεί να τους δυσαρεστεί αλλά δεν μετανιώνουν για την επιλογή τους αφού, (α) γνωρίζουν ότι οι αντίπαλοι επιλέγουν ορθολογικά και (β) η βέλτιστη απόκρισή τους στις ορθολογικές επιλογές των άλλων είναι το μηδέν. Δεν πρέπει να μας φαίνεται παράξενο αυτό. Ποια ήταν άλλωστε η βασική ιδέα του Adam Smith για τον αγοραίο ανταγωνισμό; Δεν ήταν ότι οι έμποροι, οι παραγωγοί, οι επιχειρήσεις κ.λπ. καταλήγουν στα μηδενικά οικονομικά κέρδη ακριβώς επειδή προσπαθούν να τα μεγιστοποιήσουν, με το να χρεώνουν τιμές χαμηλότερες από εκείνες των ανταγωνιστών τους;. Η ομορφιά της ισορροπίας Nash είναι ότι εφαρμόζεται σε όλα τα παίγνια και όχι μόνο στα παίγνια που αφορούν επιχειρήσεις και τιμές. Ας πάρουμε άλλο ένα παράδειγμα:

Παίγνιο 2:

	B1	B2	B3
A1	+100 , 99	0 , 0	99 , -100
A2	0 , 0	+1 , -1	0 , 0
A3	99 , -100	0 , 0	+100 , 99
ΠΑΙΓΝΙΟ 2Α			

	B1	B2	B3
A1	+2 , 1	0 , 0	1 , -2
A2	0 , 0	+1000 , -1000	0 , 0
A3	99 , -100	0 , 0	+2 , 1
ΠΑΙΓΝΙΟ 2Β			

Το παραπάνω παίγνιο (Παίγνιο 2) παρουσιάζεται σε δύο μορφές. Σύμφωνα όμως με τον Nash η μορφή 2α είναι αναλυτικά όμοια με τη μορφή 2β. Ας ξεκινήσουμε με τη μορφή 2α. Δύο παίκτες καλούνται να επιλέξουν μεταξύ τριών στρατηγικών. Στο μενού της η Α έχει τις Α1, Α2 και Α3 ενώ ο Β τις στρατηγικές Β1, Β2 και Β3. Αρχικά, παρατηρούμε ότι πρόκειται περί μη μηδενικού παιγνίου, επομένως το Θεώρημα Minimax του Von Neumann δεν ισχύει. Σε αυτό το παίγνιο υπάρχει μια ισορροπία Nash: ο Α επιλέγει τη στρατηγική Α2 και ο Β τη στρατηγική Β2. Ας δούμε γιατί ο συνδυασμός στρατηγικών (Α2, Β2) είναι ισορροπία Nash ενώ οι υπόλοιποι δεν είναι παρόλο που μερικοί από αυτούς είναι προτιμότεροι και για τους δύο παίκτες. Ας πάρουμε το αποτέλεσμα που εμφανίζεται στο παίγνιο 2β (Α1, Β1). Μπορεί να θεωρηθεί ισορροπία του παιγνίου; Όχι, λέει ο Nash, επειδή τουλάχιστον ένας παίκτης θα μετάνιωνε για την επιλογή του κατόπιν εορτής. Ποιος από τους δύο; Όχι ο Α. Εάν επέλεγαν Α1 και Β1, ο Α δε θα είχε πρόβλημα με την επιλογή του, μιας και η στρατηγική Α1 είναι πράγματι η βέλτιστη απόκριση στη στρατηγική Β1 του Β. Παρατηρούμε λοιπόν ότι, εφόσον ο Β επιλέγει τη Β1, ο Α λαμβάνει 100 εάν επιλέξει την Α1, 0 εάν επιλέξει την Α2 και 99 εάν επιλέξει την Α3. Άρα, η βέλτιστη στρατηγική της επιλογή όταν ο Β επιλέγει τη Β1 είναι πράγματι η Α1. Ο Β όμως θα μετάνιωνε για την επιλογή του (Β1) εάν παρατηρούσε ότι ο Α επέλεξε την Α1. Γιατί; Επειδή η βέλτιστη απόκριση στην Α1 του Α είναι η Β3. Παρατηρούμε και εδώ ότι, στην περίπτωση που ο Α επιλέξει την Α1, ο Β δύναται να λάβει 99 εάν επιλέξει τη Β1, 0 εάν επιλέξει τη Β2 και -100 εάν επιλέξει την Β3.

Συνεπώς η βέλτιστη στρατηγική του επιλογή όταν ο Α επιλέγει την Α1 είναι όχι η Β1 αλλά η Β3. Άρα, από τη στιγμή που ο Β θα μετάνιωνε για τη Β1 όταν ο Α επιλέγει την Α1, ο συνδυασμός στρατηγικών (Α1 , Β1) δεν μπορεί να είναι ισορροπία Nash. Το ίδιο ισχύει για κάθε ένα συνδυασμό ή σύνολο στρατηγικών με μια μόνο εξαίρεση: τις στρατηγικές (Α2 , Β2). Εάν επιλέξουν αυτό το συνδυασμό, θα μετανιώσει κάποιος από τους δύο παίκτες για την επιλογή του; Ο Α δε θα μετανιώσει μιας και η Α2 είναι η βέλτιστη απόκριση στη Β2. Παρατηρούμε ότι, εφόσον ο Β επιλέγει τη Β2, ο Α λαμβάνει 0 εάν επιλέξει την Α1, 1 εάν επιλέξει την Α2 και 0 εάν επιλέξει την Α3. Η βέλτιστη στρατηγική του επιλογή όταν ο Β επιλέγει τη Β2 είναι συνεπώς η Α2. Όμως το ίδιο ισχύει σε αυτή την περίπτωση και για τον Β. Εφόσον επέλεξε ο Α την Α2, η βέλτιστη απόκριση του Β είναι η Β2. Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση που ο Α επιλέξει την Α2, ο Β λαμβάνει 0 εάν επιλέξει τη Β1, 1 εάν επιλέξει τη Β2 και 0 εάν επιλέξει την Β3. Άρα, η βέλτιστη στρατηγική του επιλογή όταν ο Α επιλέγει την Α2 είναι η Β2.

Πιο αναλυτικά, έχουμε τις εξής πιθανές προσδοκίες του Α με τις αντίστοιχες βέλτιστες αποκρίσεις της δηλαδή, τις βέλτιστες στρατηγικές του επιλογές:

1) Ο Α προσδοκά ότι ο Β θα επιλέξει Β1.

Τότε η βέλτιστη επιλογή του είναι η Α1.

2) Ο Α προσδοκά ότι ο Β θα επιλέξει Β2.

Τότε η βέλτιστη επιλογή του είναι η Α2.

3) Ο Α προσδοκά ότι ο Β θα επιλέξει Β3.

Τότε η βέλτιστη επιλογή του είναι η Α3.

Οι αντίστοιχες προσδοκίες και βέλτιστες επιλογές του Β έχουν ως εξής:

1) Ο Β προσδοκά ότι ο Α θα επιλέξει Α1.

Τότε η βέλτιστη επιλογή του είναι η Β3.

2) Ο Β προσδοκά ότι ο Α θα επιλέξει Α2.

Τότε η βέλτιστη επιλογή του είναι η Β2.

3) Ο Β προσδοκά ότι ο Α θα επιλέξει Α3.

Τότε η βέλτιστη επιλογή του είναι η Β1.

Δεν είναι δύσκολο να διακρίνουμε ότι οι μοναδικές επιλογές που επιβεβαιώνουν τις προσδοκίες και των δύο είναι ο συνδυασμός (Α2 , Β2) η προσδοκία (2) του Α και η (5) του Β. Ίσως ο αναγνώστης διακρίνει αυτή την ισορροπία προσδοκιών και επιλογών καλύτερα εάν οι παραπάνω προσδοκίες (1) με (6) αποτυπωθούν απλά στον πίνακα του Παιγνίου 2α. Στον πίνακα του Παιγνίου 2α σημειώσαμε την (1) προσθέτοντας ένα θετικό πρόσημο (+) στο αποτέλεσμα (Α1 , Β1), υποδηλώνοντας με αυτό ότι η Α1 είναι η βέλτιστη απόκριση του Α στη Β1 του Β. Το ίδιο θετικό πρόσημο (+) στο αποτέλεσμα (Α2, Β2) μας θυμίζει ότι η βέλτιστη απόκριση της Α στη Β2 είναι η Α2. Τέλος, προσθέσαμε άλλο ένα τέτοιο θετικό πρόσημο στο αποτέλεσμα (Α3 , Β3) καταδεικνύοντας έτσι ότι η Α3 είναι η βέλτιστη απόκριση του Α στη Β3 του Β. Με αυτό τον τρόπο, με μια ματιά, διακρίνουμε τις βέλτιστες αποκρίσεις του Α σε κάθε μια από τις στρατηγικές επιλογές του Β πρόκειται για τις σειρές με τα θετικά πρόσημα (+) σε κάθε μια από τις στήλες δηλαδή τις στρατηγικές του Β. Το ίδιο κάναμε και με τις βέλτιστες επιλογές του Β, μόνο που χρησιμοποιήσαμε αρνητικά πρόσημα (-). Έτσι, το αποτέλεσμα (Α1 , Β3) περιέχει ένα αρνητικό πρόσημο (-) επειδή η Β3 αποτελεί τη βέλτιστη απόκριση του Β στη στρατηγική Α1 του Α το ίδιο ισχύει για το αποτέλεσμα (Α2 , Β2), δεδομένου ότι η Β2 είναι η βέλτιστη απόκριση του Β στην Α2 του Α και τέλος, θέτουμε ένα αρνητικό πρόσημο (-) στο αποτέλεσμα (Α3 , Β1) επειδή η βέλτιστη απόκριση του Β στην Α3 του Α είναι η στρατηγική ή η στήλη Β1. Με αυτό τον τρόπο καταστήσαμε την ισορροπία Nash του παιγνίου ορατή. Πρόκειται για το αποτέλεσμα, δηλαδή τον συνδυασμό στρατηγικών, μια για τον κάθε παίκτη, όπου συμπίπτουν ένα αρνητικό (-) και ένα θετικό πρόσημο (+). Στο Παίγνιο 2α βλέπουμε ότι, πράγματι, έχουμε σύμπτωση αρνητικού και θετικού πρόσημου μόνο στο αποτέλεσμα (Α2 , Β2) τη μοναδική ισορροπία Nash. Το ίδιο όμως συμβαίνει και στην περίπτωση του Παιγνίου 2β και σε αυτό, η μοναδική ισορροπία Nash είναι το αποτέλεσμα των στρατηγικών επιλογών (Α2 , Β2). Συνοπτικά, η πρώτη υπέροχη ιδέα του Nash με την οποία αναφερθήκαμε παραπάνω, είναι γνωστή ως ισορροπία Nash. Τρία είναι τα βασικά χαρακτηριστικά αυτής της τόσο σημαντικής έννοιας:

α) Η ισορροπία Nash δεν περιορίζεται σε μια μόνο κατηγορία παιγνίων[4] αλλά αφορά όλα τα παίγνια μεταξύ n ατόμων, εφόσον ο κάθε παίκτης διαλέγει μεταξύ ενός πεπερασμένου συνόλου στρατηγικών. Είναι μια γενική λύση και αυτή της η γενικότητα την καθιστά σημαντική. Ο αναγνώστης μπορεί, π.χ., να ελέγξει ότι η λύση του von Neumann στα παίγνια μηδενικού αθροίσματος είναι ισορροπίες Nash με άλλα λόγια, η μέθοδος minimax (ή maximin) του von Neumann απέδωσε μια λύση επειδή αποτελεί υποπερίπτωση της πολύ-γενικότερης ισορροπίας Nash.

β) Η ισορροπία Nash (Nash 1950 - 1951)[5] αναδεικνύει τη μεγάλη διαφορά μεταξύ ιδιωτικού και συλλογικού συμφέροντος. π.χ. στα Παίγνια 1 και 2α, ο Nash αποκαλύπτει πώς η ισορροπία των παιγνίων αυτών είναι καταστροφική για τους παίκτες. Στο Παίγνιο 1 καταλήγουν να μην κερδίσουν τίποτα επειδή πράττουν ορθολογικά και με γνώμονα το ιδιωτικό τους συμφέρον. Το ίδιο και στο Παίγνιο 2α, όπου καταλήγουν στο αποτέλεσμα (Α2 , Β2) το οποίο τους αποφέρει μια μονάδα οφέλους στον κάθε ένα ενώ κάλλιστα το όφελός τους θα μπορούσε να ήταν πολλαπλάσιο (π.χ. εάν είχαν επιλέξει τις στρατηγικές Α1 και Β1). Πρόκειται για ένα καίριο πλεονέκτημα της θεωρίας Nash, από τη σκοπιά της κοινωνικής θεωρίας γενικότερα, μιας και με αυτό το αποτέλεσμα αναδεικνύεται το πόσο επισφαλές είναι το συλλογικό συμφέρον, καθώς και πόσο ιδιαίτερα παρακινδυνευμένο είναι να υποθέτουμε, δίχως ιδιαίτερη μελέτη, την ταύτιση του ιδιωτικού και του συλλογικού συμφέροντος. Ο Nash μας απέδειξε ότι μια ισορροπία μεταξύ ιδιωτικών προσδοκιών και πράξεων μπορεί να αποβεί μοιραία για όλους κάτι που το ζούμε καθημερινά καθώς, π.χ., πράξεις που αποβλέπουν αποκλειστικά στο ιδιωτικό συμφέρον καταστρέφουν μέρα με τη μέρα το περιβάλλον.

[4] Για περισσότερα περί προβλημάτων (στην ισοροπία Nash) βλέπε [Σολ05:27-30].
[5] Για περισσότερα περί της ισοροπίας Nash βλέπε [Σολ05:22-27].

γ) Ο Nash δεν άφησε την πρώτη του μεγάλη ιδέα να αναλωθεί μόνο και μόνο στον ορισμό της ισορροπίας. Το μεγάλο του επίτευγμα ήταν ένα θεώρημα το οποίο αποδεικνύει ότι όλα τα παίγνια έχουν από μια τουλάχιστον ισορροπία Nash. Ανεξάρτητα χαρακτήρα, περιβάλλοντος, προϊστορίας, κ.λπ. όλες οι κοινωνικές, πολιτικές και κοινωνικές αλληλεπιδράσεις έχουν από μια ισορροπία Nash. Αυτή η απόδειξη ήταν το μεγάλο θεωρητικό επίτευγμα του Nash η πρώτη υπέροχη ιδέα του. Όχι μόνο όρισε τη «λύση» όλων των κοινωνικών παιγνίων αλλά και απέδειξε ότι όλα τα κοινωνικά παίγνια έχουν τουλάχιστον μια τέτοια λύση. Αυτό το θεώρημα ενέπνευσε παιγνιοθεωρητικούς και μη να πιστέψουν ότι η ενοποίηση όλων των κοινωνικών επιστημών σε μια νέα επιστημονική παιγνιοθεωρητική βάση είναι δυνατή.

- **1ος ορισμός της ισορροπίας Nash**:

Έστω ένα σύνολο στρατηγικών, μια για κάθε παίκτη: σΑ για τον Α, σΒ για την Β, σΓ για τον Γ κ.ο.κ.. Το σύνολο αυτών των στρατηγικών (σΑ, σΒ, σΓ,...,σn) αποτελεί ισορροπία Nash εφόσον η σΑ είναι η καλύτερη «απάντηση» στις στρατηγικές (σΒ , σΓ,...,σn) των υπολοίπων, η σΒ είναι η καλύτερη «απάντηση» στις στρατηγικές (σΑ, σΓ,...,σn) των υπολοίπων κ.ο.κ.

- **2ος ορισμός της ισορροπίας Nash**:

Πρόκειται για το αποτέλεσμα στρατηγικών επιλογών οι οποίες ΔΕΝ βασίζονται στην υπόθεση ενός ή περισσοτέρων από τους «παίκτες» ότι κάποιος αντίπαλος τους θα σφάλει στις προβλέψεις του, για τις επιλογές των υπολοίπων. Ούτε καν στην υπόθεση ότι κάποιος θα προσδοκά ότι ένας αντίπαλος θα περιμένει ότι ένας τρίτος θα σφάλει στην εκτίμηση του για το τι θα πράξει ένας τέταρτος κ.ο.κ. Με άλλα λόγια, η ισορροπία Nash, όταν προκύπτει, επιβεβαιώνει τις προσδοκίες όλων των παικτών των οποίων η συμπεριφορά οδήγησε σε αυτήν την ισορροπία.

- **Θεώρημα**

Κάθε παίγνιο μεταξύ n παικτών έχει μια τουλάχιστον ισορροπία Nash, εφόσον οι στρατηγικές επιλογές του κάθε παίκτη είναι πεπερασμένες σε αριθμό. Η δεύτερη υπέροχη ιδέα: Είναι η λύση Nash για το διαπραγματευτικό πρόβλημα. Έως τώρα, τα παίγνια που μελετήσαμε υποθέτουν ότι τα άτομα αδυνατούν «να τα βρουν» μεταξύ τους προτού «παίξουν». Προφανώς, εάν είχαν τη δυνατότητα να έρθουν σε μια συμφωνία για το πώς θα μοιραστούν μεταξύ τους τα οφέλη μετά το πέρας του παιγνίου, και να είναι σίγουροι ότι η συμφωνία αυτή θα τηρηθεί, τα πράγματα θα ήταν εντελώς διαφορετικά. Π.χ. στο Παίγνιο 1 οι n παίκτες θα μπορούσαν να συμφωνήσουν ότι, αντί να ισοβαθμίσουν κερδίζοντας ακριβώς μηδέν ο καθένας, να επιλέξουν όλοι τον αριθμό 100, οπότε να μοιραστούν το έπαθλο των 100 εκατομμυρίων ευρώ (από 100/η εκατομμύρια ευρώ ο κάθε παίκτης). Στο Παίγνιο 2α οι Α και Β θα μπορούσαν να συμφωνήσουν ότι θα επιλέξουν τις στρατηγικές Α1 και Β3 (ή τις Α3 και Β1, κλπ.), να εισπράξουν συνολικά όφελος 99 + 100 = 199 και μετά να το μοιραστούν μεταξύ τους όπως συμφώνησαν αρχικά. Με απλά λόγια, εάν καταφέρουν να μετατρέψουν το παίγνιο σε διαπραγμάτευση, η οποία θα οδηγήσει σε κάποια συγκεκριμένη συμφωνία, ή συμβόλαιο, τότε η ισορροπία Nash του προηγούμενου μέρους παύει να ισχύει. Είναι εμφανές ότι οι άνθρωποι, ως ζώα πολιτικά και κοινωνικοποιημένα, έχουν αυτή τη δυνατότητα. Μάλιστα, τα πιο ενδιαφέροντα πολιτικά, κοινωνικά και οικονομικά προβλήματα αφορούν τέτοιου είδους συμβόλαια και συμφωνίες. Εάν ο Nash δεν είχε τίποτα να πει για αυτές τις περιπτώσεις, για το λεγόμενο διαπραγματευτικό πρόβλημα, δεν θα διανοείτο κανείς ότι η θεωρία Nash ίσως είναι η βάση μιας νέας ενοποιημένης, καθολικής, κοινωνικής επιστήμης. Όμως ο Nash δεν έχει μόνο «κάτι» να πει επί του θέματος επιμένει ότι έχει βρει τη μοναδική, ορθολογική «λύση» στο διαπραγματευτικό πρόβλημα. Πρόκειται για τη δεύτερη υπέροχη ιδέα του Nash την οποία θα εξετάσουμε αφού αναφερθούμε στην ουσία του διαπραγματευτικού προβλήματος μια αναφορά που θα αναδείξει πόσο αναπάντεχη ήταν η παρουσίαση από τον Nash μιας λύσης σε ένα πρόβλημα το οποίο όλοι είχαν ξεγράψει ως εκ φύσεως άλυτο[6].

Πρώτον, παρατηρούμε ότι η σύναψη συμφωνίας, ή συμβολαίου, μεταξύ των παικτών δεν είναι εύκολη υπόθεση. Είδαμε, ότι στα Παίγνια 1 και 2α οι παίκτες μας έχουν σοβαρό κίνητρο «να τα βρουν». Όμως, παράλληλα, έχουν ένα εξίσου σοβαρό κίνητρο να αθετήσουν την υπόσχεσή τους, την οποιαδήποτε συμφωνία ή συμβόλαιο, αφού «τα βρουν». Π.χ. στο Παίγνιο 1 έστω ότι έρχονται στη συμφωνία να επιλέξουν όλοι τους τον αριθμό 100 (με σκοπό να μοιραστούν μεταξύ τους 100 εκατομμύρια ευρώ). Όμως τη στιγμή που επιλέγουν, ο κάθε παίκτης σκέφτεται ότι εάν αθετήσει το λόγο του και επιλέξει έναν αριθμό κατά λίγο μικρότερο του 100 (π.χ. 100 - ε, όπου ε ένας μικρός αλλά θετικός αριθμός), τότε θα είναι ο μοναδικός νικητής και θα κρατήσει για τον εαυτό του σχεδόν 100 εκατομμύρια ευρώ, αντί να μοιραστεί ακριβώς 100 εκατομμύρια ευρώ με τους άλλους n-1 παίκτες. Κοινή παραδοχή είναι πως ο πειρασμός είναι μεγάλος σε μια τέτοια περίπτωση. Αλλά ακόμα και εάν αντισταθεί στον πειρασμό, θα αρχίσουν να τον ζώνουν οι αμφιβολίες για τους υπόλοιπους n-1 παίκτες. Πώς μπορεί να είναι σίγουρος ότι όλοι τους ανεξαιρέτως θα αντισταθούν με το ίδιο σθένος σε έναν τέτοιο πειρασμό; Όπως έλεγε και ο Hobbes, το πρόβλημα δεν είναι τόσο ότι ο πειρασμός να αθετήσεις την υπόσχεσή σου είναι

[6] Για περισσότερα περί του Προβλήματος Διαπραγμάτευσης βλέπε [Σολ052:65-267].

ακατανίκητος, αλλά ότι την αθετείς επειδή φοβάσαι πως οι άλλοι δε θα αντισταθούν στον ίδιο πειρασμό.

Δεύτερον, έστω ότι τα άτομα καταφέρνουν και ξεπερνούν τον πειρασμό της αθέτησης του λόγου τους, είτε επειδή έχουν εγκαθιδρύσει κάποιους επίσημους θεσμούς που στόχο έχουν την επιτήρηση των συμβολαίων και των συμφωνιών όπως για παράδειγμα τα δικαστήρια, είτε επειδή οι κοινωνίες διέπονται από κοινωνικές συμβάσεις (έθιμα), έτσι ώστε η αθέτηση του λόγου να επιφέρει σημαντικές ψυχολογικές ζημίες στα άτομα (άμεσες, π.χ. πρόβλημα συνείδησης, ή έμμεσες, π.χ. όταν οι υπόλοιποι περιφρονούν όσους αθετούν την υπόσχεσή τους). Ακόμα λοιπόν και όταν η σύναψη ισχυρών συμβολαίων ή συμφωνιών είναι εφικτή, υπάρχει το ερώτημα: Ποια μοιρασιά ή κατανομή των οφελών θα επιλέξουν; Τι θα συμφωνήσουν; Μια απλή απάντηση είναι η ισότιμη μοιρασιά. Στο Παίγνιο 1, π.χ., κάλλιστα μπορούν να συμφωνήσουν να μοιράσουν τα 100 εκατομμύρια ευρώ δια του n. Αν το καλοσκεφτούμε όμως, αυτή η απάντηση αφορά το ερώτημα «Τι θα έπρεπε να συμφωνήσουν;» και όχι στο «Τι θα συμφωνήσουν;» Το πρώτο ερώτημα έχει κανονιστική ή ηθική χροιά. Το δεύτερο αφορά μια ψυχρή πρόβλεψη για το τι θα γίνει, σε αντίθεση με το τι θα έπρεπε να συμβεί. Ο Nash ασχολήθηκε αποκλειστικά με το δεύτερο ερώτημα τον ενδιέφερε μόνο ποια συμφωνία είναι αυτή στην οποία θα καταλήξουν τα άτομα και όχι ποια συμφωνία είναι «σωστότερη», «δικαιότερη», κ.λπ.. Τον ενδιέφερε η πρόβλεψη των αποτελεσμάτων της ορθολογικής σκέψης και όχι το να δίνει μαθήματα ήθους και δικαιοσύνης. Ένας λόγος για τον οποίο η ίση κατανομή δε δύναται να θεωρηθεί ως η «λύση» του διαπραγματευτικού προβλήματος, είναι η ασάφεια για το τι είναι αυτό που κατανέμεται. Είναι τα αντικειμενικά, υλικά οφέλη (π.χ. τα χρήματα) ή τα υποκειμενικά; Π.χ. οι n παίκτες στο Παίγνιο 1 μπορεί να μην έχουν όλοι την ίδια ανάγκη, ή την ίδια αγάπη, για το χρήμα. Οπότε, μια ίση κατανομή (μοιρασιά) των 100 εκατομμυρίων ευρώ δεν ισοδυναμεί σε μια ίση κατανομή των υποκειμενικών οφελών. Άλλος ένας λόγος είναι ότι, στην πράξη, η κατανομή θα εξαρτάται από τη σχετική διαπραγματευτική ισχύ των μερών. Αν ένας από τους παίκτες είναι σε καλύτερη θέση να εκβιάσει τους υπόλοιπους (π.χ. μπορεί πειστικά να τους απειλήσει ότι εάν δεν του δώσουν μεγαλύτερο κομμάτι της πίτας τότε εκείνος θα υπονομεύσει την οποιαδήποτε συμφωνία), τότε είναι εύκολο να φανταστούμε ότι ο εν λόγω παίκτης θα αποκομίσει μεγαλύτερα οφέλη από τους υπόλοιπους. Όμως τι καθορίζει τη σχετική διαπραγματευτική ισχύ των μερών; Ο λόγος έχει ως εξής: έστω ένα παίγνιο ανταλλαγής μεταξύ της Α και του Β. Η Α έχει 10 πορτοκάλια και ο Β 10 μήλα. Η Α αγαπά τα μήλα (και αγαπά. πολύ λιγότερο τα πορτοκάλια) ενώ για τον Β ισχύει το αντίθετο. Προφανώς, υπάρχει περιθώριο αμοιβαίας ωφέλειας από ανταλλαγές πορτοκαλιών (της Α) με μήλα (του Β). Παράλληλα όμως, προκύπτει το πρόβλημα του καθορισμού του λόγου ανταλλαγής πορτοκαλιών προς ένα μήλο (πόσα πορτοκάλια θα δώσει η Α στον Β για κάθε μήλο;). Όσο μεγαλύτερος ο λόγος αυτός, τόσο περισσότερο κερδίζει από την ανταλλαγή ο Β (σε σχέση με την Α). Άρα, η Α και ο Β έχουν δύο αντιφατικά κίνητρα. Το πρώτο είναι να συμφωνήσουν σε μια ανταλλαγή, ενώ το δεύτερο είναι να την καθυστερήσουν έτσι ώστε να πετύχουν τον καλύτερο λόγο ανταλλαγής ο κάθε ένας για τον εαυτό του. Στο βαθμό που το διαπραγματευτικό αυτό πρόβλημα είναι άλυτο, δεν μπορεί να καθοριστεί η σχετική τιμή των πορτοκαλιών της Α (και των μήλων του Β). Άρα, στο πλαίσιο μιας απλής οικονομίας δύο ατόμων, δεν είναι εφικτή μια θεωρία τιμών. Όμως, εάν αντί για την Α και τον Β είχαμε χίλιες Α (παραγωγούς πορτοκαλιών) και χίλιους Β (παραγωγούς μήλων) τότε ο κάθε πωλητής φαντάζει σα μια μικρή σταγόνα στο πέλαγος της αγοράς και έτσι μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα ποσότητα όσον αφορά τη διαδικασία καθορισμού των τιμών. Με άλλα λόγια, ο ανταγωνισμός πολλών πωλητών και αγοραστών λύνει το διαπραγματευτικό πρόβλημα γιατί εκμηδενίζει τη διαπραγματευτική ισχύ των ατόμων και αφήνει τις τιμές στο έλεος των δυνάμεων της προσφοράς και της ζήτησης. Υπό αυτό το πρίσμα, η απροσδιοριστία του διαπραγματευτικού προβλήματος θεωρήθηκε από τους οικονομολόγους ως άλλη μια ένδειξη της σημαντικής συνεισφοράς του μηχανισμού της αγοράς: ο ανταγωνισμός λύνει το μη επιλύσιμο διαπραγματευτικό πρόβλημα ακριβώς επειδή το ακυρώνει μέσω της πλήρους αποδυνάμωσης των καταναλωτών και των επιχειρήσεων. Βέβαια οι οικονομολόγοι (π.χ. από τον F. Edgeworth έως τον J. R. Hicks) αναγνώριζαν την έλλειψη λύσης ως διαπραγματευτικού προβλήματος ως αδυναμία της οικονομικής επιστήμης σε τομείς όπου σημαντικές οικονομικές καταστάσεις και φαινόμενα είναι όντως προϊόντα διαπραγμάτευσης (π.χ. συλλογικές συμβάσεις μεταξύ συνδικάτων και εργοδοτών, συμφωνίες μεταξύ καρτέλ παραγωγών άνθρακα και καρτέλ χαλυβουργιών). Παραδέχονταν, ωστόσο, ότι το πρόβλημα αυτό δεν λύνεται. Έως ότου το 1950 ο Nash δημοσίευσε το άρθρο του στην Econometrica με το οποίο παρουσίασε μια γενική «λύση» στο διαπραγματευτικό πρόβλημα δηλαδή μια λύση που ισχύει σε όλες τις περιπτώσεις όπου $n > 1$ ακόμα πρέπει να συμφωνήσουν σε μια μεταξύ τους κατανομή κάποιας «πίτας», είτε αυτή είναι ένα χρηματικό ποσό, είτε ένα χωράφι, μια πετρελαιοπαραγωγική περιοχή στα διεθνή ύδατα, μελλοντικά κέρδη μιας επιχειρηματικής σύμπραξης, κ.λπ..

Για δεύτερη φορά μέσα στον ίδιο χρόνο (το 1950) ο Nash κατέπληξε τους πάντες λύνοντας ένα πρόβλημα το οποίο θεωρείτο άλυτο. Ο Nash πέτυχε εκεί που οι άλλοι είχαν σηκώσει ψηλά τα χέρια επειδή πολύ απλά δεν δοκίμασε να λύσει τον Γόρδιο Δεσμό Προσδοκιών (ΓΔΠ) που χαρακτηρίζει τις σκέψεις των παικτών-διαπραγματευτών. Πιο συγκεκριμένα, θεωρητικοί πριν από τον Nash είχαν βαλθεί να βρουν τη λύση στο διαπραγματευτικό πρόβλημα στάδιο- προς- στάδιο. Π.χ. ο F. Zeuthen, ο οποίος κατασκεύασε ένα αξιοθαύμαστο υπόδειγμα του κάθε γύρου μιας διαπραγμάτευσης, στη διάρκεια του οποίου ο κάθε ένας από τους n διαπραγματευτές καταθέτει την πρότασή του για το πώς θα κατανεμηθεί η πίτα. Αν οι n προτάσεις συνάδουν μεταξύ τους, επέρχεται συμφωνία και τελειώνει το διαπραγματευτικό παίγνιο. Αν δε συνάδουν, δηλαδή εάν το άθροισμα των κομματιών της πίτας που ζητούν ο κάθε ένας για τον εαυτό του είναι μεγαλύτερο του μεγέθους της πίτας, τότε ο γύρος αυτός έχει αποτύχει και ακολουθεί νέος. Για να προσομοιώσει ο Zeuthen μια πραγματική διαπραγμάτευση όπου οι «παίκτες» έχουν λόγο να βιάζονται να κλείσουν μια συμφωνία, υποθέτει είτε ότι κάθε φορά που αποτυγχάνει ένας γύρος διαπραγμάτευσης αυξάνεται η πιθανότητα να καταρρεύσουν αμετάκλητα οι διαπραγματεύσεις, είτε ότι ο χρόνος είναι χρήμα και συνεπώς η πίτα μικραίνει με κάθε αποτυχημένο γύρο.

Ο Zeuthen ήταν σαν να παραδέχτηκε ότι δεν υπάρχει λύση στο διαπραγματευτικό πρόβλημα όταν οι διαπραγματευτές είναι ορθολογικοί. Ο Nash δεν παραδέχθηκε κάτι τέτοιο. Παραδέχθηκε μόνο ότι, λόγω του ΓΔΠ, δεν είναι εύκολη μια στάδιο -προς- στάδιο, γύρο -προς- γύρο, ανάλυση της διαδικασίας διαπραγμάτευσης. Παραδέχθηκε ότι δεν είναι εφικτή μια ανάλυση της πορείας των διαπραγματεύσεων από την οποία να προκύπτει μια μοναδικά σωστή καταγραφή των προσφορών, των απειλών, και των προτάσεων που μεσολαβούν μεταξύ της έναρξης και της επιτυχούς λήξης των διαπραγματεύσεων. Αν το σκεφτούμε καλύτερα, είχε δίκιο ο Nash να λάβει ως δεδομένο πως δεν είναι εφικτή μια μοναδικά σωστή καταγραφή της πορείας των διαπραγματεύσεων στον πραγματικό χρόνο. Αυτό συμβαίνει γιατί εάν ήταν, τότε όλοι οι διαπραγματευτές, οι οποίοι είναι εξίσου ορθολογικοί με τους θεωρητικούς, θα είχαν τη δυνατότητα να την χρησιμοποιούν έτσι ώστε να προβλέπουν τη μελλοντική πορεία των μεταξύ τους διαπραγματεύσεων, σωστό μεν, αλλά αν η πορεία αυτή είναι όντως προβλέψιμη, τότε αυτοαναιρείται. Π.χ. έστω ότι ένα συνδικάτο και ένας εργοδότης διαπραγματεύονται το νέο επίπεδο του βασικού μισθού. Αρχικά, δηλαδή στο χρόνο $t=0$, ξεκινούν οι διαπραγματεύσεις οι οποίες καταλήγουν σε συμφωνία στο χρόνο $t=T$. Για χρονικό διάστημα διάρκειας T επικρατεί ασυμφωνία μεταξύ των δύο μερών, με το συνδικάτο να απαιτεί βασικό μισθό M^* και τον εργοδότη να προσφέρει μισθό M' (όπου βέβαια $M^*>M'$). Στο χρόνο $t=T$, εξ ορισμού, τα δύο μέρη συμφωνούν ο βασικός μισθός να ορισθεί στο επίπεδο M (όπου $M^* \geq M \geq M'$). Μέχρις ότου επέλθει η συμφωνία Τ, οι διαπραγματεύσεις όχι μόνο είναι επίπονες αλλά και επιφέρουν σημαντικά κόστη και στις δύο πλευρές (π.χ. το κόστος ευκαιρίας της διαπραγμάτευσης, το κόστος από μια πιθανή ή απειλούμενη απεργία, έλλειψη συνεργασίας σε άλλα θέματα όπως στο θέμα των υπερωριών ή στην εισαγωγή νέων τεχνολογιών).

Αν υπήρχε μια μοναδικά σωστή θεωρία που θα προέβλεπε με αρκετή ακρίβεια (α) το χρόνο Τ, και βεβαίως τη συμφωνία Μ που θα υπογραφεί στο χρόνο t=Τ, τότε συνδικάτο και εργοδότες δε θα είχαν λόγο να κουράζονται και να αναλώνονται με τις διαπραγματεύσεις, τις απεργίες, τις φωνές και τα διάφορα τεχνάσματα που στόχο έχουν την επίτευξη επικερδούς συμφωνίας, θα συμφωνούσαν αμέσως (στο χρόνο t=0) στο μισθό Μ. Με άλλα λόγια, αν ο θεωρητικός πετύχει να λύσει το διαπραγματευτικό πρόβλημα, τότε καταστρέφει τη διαπραγματευτική διαδικασία. Και εδώ υπάρχει ένα παράδοξο, το οποίο είναι ότι, η επιτυχία της θεωρίας διαπραγμάτευσης ακυρώνει οποιαδήποτε θεωρία διαπραγμάτευσης η οποία περιγράφει την πορεία των διαπραγματεύσεων. Φαίνεται ότι ο Nash συνέλαβε ες αρχής την ουσία αυτού του παράδοξου και για αυτό το λόγο αρνήθηκε να εμπλακεί σε μια στάδιο- προς- στάδιο ανάλυση των διαπραγματεύσεων. Αντίθετα, ξεκίνησε με την υπόθεση ότι η πορεία των διαπραγματεύσεων δεν μπορεί να εξεταστεί ορθολογικά και φυσικά να μαθηματικοποιηθεί.

Ακριβώς αυτή ήταν η δεύτερη υπέροχη ιδέα του Nash: Αποφάσισε να «λύσει» το διαπραγματευτικό πρόβλημα αγνοώντας τη διαδικασία προσφορών και απαιτήσεων που οδηγεί σε αυτή. Αντίθετα, εστίασε την προσοχή του αποκλειστικά στο αποτέλεσμα της διαπραγμάτευσης στη συμφωνία στην οποία μπορεί να καταλήξουν ορθολογικοί διαπραγματευτές. Ας δούμε λοιπόν με τη βοήθεια ενός απλού παραδείγματος την προσέγγιση του Nash.

Παίγνιο 3: Η Α και ο Β πρέπει να μοιράσουν μεταξύ τους μια τούρτα. Αν δεν καταφέρουν να συμφωνήσουν σε μια συγκεκριμένη μοιρασιά ή κατανομή κανείς τους δεν θα φάει ούτε μια μπουκιά. Έστω ακόμα ότι την Α την ενδιαφέρει μόνο πόσο μεγάλο θα είναι το δικό της κομμάτι και δε νοιάζεται για το μέγεθος του κομματιού του Β, δηλαδή ούτε τον «ζηλεύει» ούτε τον «πονάει». Το ίδιο ισχύει και για τον Β. Τέλος, ας υποθέσουμε ότι το μαχαίρι είναι τέτοιο που το μικρότερο κομμάτι που μπορεί να κοπεί, χωρίς να καταστραφεί η τούρτα, είναι το ένα δέκατο της τούρτας. Στον πίνακα που ακολουθεί οι σειρές αντιπροσωπεύουν τις έντεκα πιθανές κατανομές. Πρώτη είναι η κατανομή που δίνει όλη την τούρτα στην Α και καθόλου στον Β και τελευταία εκείνη που χαρίζει όλη την τούρτα στον Β και τίποτα στην Α. Ενδιάμεσα, έχουμε όλες τις υπόλοιπες, λιγότερο άνισες κατανομές (βλ. την πρώτη στήλη).

Στη δεύτερη στήλη αποτυπώνεται το όφελος της Α από κάθε μια μοιρασιά (κατανομή). Στην τελευταία σειρά, όπου η Α δεν τρώει ούτε ένα κομμάτι, η ωφέλεια/χρησιμότητά της είναι μηδενική. Στην προτελευταία σειρά βλέπουμε ότι η ωφέλεια/χρησιμότητά της ισούται με 4 «μονάδες». Οι μονάδες αυτές είναι εντελώς αυθαίρετες. Αντίθετα με τους βαθμούς Κελσίου ή τα γραμμάρια, οι μονάδες ωφέλειας/χρησιμότητας δεν αντικατοπτρίζουν κάτι το πραγματικό και αντικειμενικό (όπως η θερμοκρασία ή η μάζα στη Φύση) αλλά κάτι το απόλυτα υποκειμενικό. Κάλλιστα θα μπορούσαμε αντί για 4 να γράψουμε 40 ή 1,5. Η ουσία αυτού του 4 είναι ότι μας δίνει τη δυνατότητα να συγκρίνουμε με τα άλλα νούμερα της ίδιας στήλης, π.χ. με το 12 που αντιστοιχεί στη μοιρασιά που θέλει την Α να παίρνει το 20% της τούρτας. Από αυτό το 12 συμπεραίνουμε ότι η Α είναι 3 φορές περισσότερο ικανοποιημένη όταν έχει το 20% της τούρτας απ' ότι όταν έχει μόνο το 10%.

Αντίστοιχα, οι μονάδες στην τρίτη στήλη αφορούν τις υποκειμενικές προτιμήσεις του Β και μας δίνουν τη δυνατότητα, να αποφανθούμε ότι ο Β χαίρεται με το 20% της τούρτας 5 φορές περισσότερο απ' ότι θα χαιρόταν με το 10% (συγκρίνουμε τις μονάδες του Β όπως εμφανίζονται στη 2η και στην 3η σειρά).

Μερίδιο (%)	Μερίδιο (%)	Ωφέλεια/ χρησιμότητα	Ωφέλεια/ χρησιμότητα	Γινόμενο
100	0	71	0	0
90	10	70	1	70
80	20	68	5	340
70	30	64	10	960
60	40	60	16	960
50	50	52	23	1196
40	60	40	31	1240
30	70	24	40	960
20	80	12	50	600
10	90	4	61	244
0	100	0	80	0

Πίνακας 1 (παιγνιο 3):
Ένα απλό διαπραγματευτικό πρόβλημα. Η Α και ο Β μοιράζουν μια τούρτα

Προτού προχωρήσουμε στη σκέψη του Nash, τρεις σημαντικές παρατηρήσεις:

α) Οι μονάδες της Α δεν είναι συγκρίσιμες με εκείνες του Β. Στη Φύση, όταν λέμε ότι η θερμοκρασία στο Παρίσι είναι 10 βαθμοί Κελσίου, ενώ στην Αθήνα 23, αυτό σημαίνει ότι στο Παρίσι έχει ψύχρα σε σχέση με την Αθήνα. Στη νεοκλασική οικονομική θεωρία, από όπου δανείστηκαν οι παιγνιοθεωρητικοί τις παραπάνω συναρτήσεις, ή μονάδες, ωφέλειας/χρησιμότητας, αντίστοιχες συγκρίσεις μεταξύ δύο ατόμων δεν επιτρέπονται. Ας πάρουμε για παράδειγμα την κατανομή 20% - 80%. Ο πίνακας αναφέρει ότι η ωφέλεια/χρησιμότητα της Α είναι 12 μονάδες και του Β 50. Σημαίνει αυτό ότι ο Β θα είναι πιο ευτυχής από την Α αν επικρατήσει η συγκεκριμένη κατανομή; Όχι βέβαια! Οι μονάδες της Α δεν συγκρίνονται με τις μονάδες του Β γιατί είναι καθαρά υποκειμενική υπόθεση της Α. Είναι συγκρίσιμες μόνο με άλλες μονάδες της Α. Όπως και του Β είναι συγκρίσιμες μόνο με μονάδες του Β. Έτσι η παρατήρηση ότι η Α έχει 12 μονάδες οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η κατανομή 20%-80% είναι προτιμότερη για την Α από την 10%-90% (και χειρότερη από όλες τις άλλες που δίνουν περισσότερο από 20% στην Α). Δεν μας λέει όμως τίποτα για το πώς νιώθει η Α σε σχέση με το Β. Για να το πούμε απλά, οι 12 μονάδες της Α μπορεί να την κάνουν πιο ευτυχισμένη απ' ό,τι κάνουν οι 50 μονάδες τον Β.

β) ο σχετικός ρυθμός αύξησης των μονάδων ωφέλειας/χρησιμότητας του ατόμου αντανακλά το φόβο της/του από την προοπτική κατάρρευσης των διαπραγματεύσεων. Παρατηρούμε ότι όταν αυξάνει το μερίδιο της Α από 10% σε 20%, η ωφέλεια/χρησιμότητά της διπλασιάζεται (από 4 μονάδες ανέρχεται στις 12). Ο αντίστοιχος ρυθμός αύξησης του Β είναι μεγαλύτερος καθώς η ωφέλεια/ χρησιμότητά του πενταπλασιάζεται όταν το μερίδιό του αυξάνεται από 10% σε 20%. Προφανώς, η προοπτική να αυξήσουν τα κομμάτια τους από το 10% στο 20% της τούρτας χαροποιεί και τους δύο. Όμως το συναίσθημα είναι εντονότερο για τον Β απ' ότι για την Α. Δεν είναι λογικό να υποθέσουμε ότι ο Β θα ήταν διατεθειμένος να αναλάβει κάπως μεγαλύτερο ρίσκο απ' ότι η Α για να αυξήσει το μερίδιό του από το 10% στο 20%; Και το ρίσκο υπάρχει σε αυτή την περίπτωση πέραν του να οδηγήσει (άθελά του), λόγω υπερβολικού ζήλου, τις διαπραγματεύσεις σε κατάρρευση; Ας πάρουμε ένα άλλο παράδειγμα: έστω ότι η Α προτείνει στον Β τη μοιρασιά 50%- 50%. Αξίζει ο Β να διακινδυνεύσει ζητώντας παραπάνω; Βλέπουμε από την τρίτη στήλη ότι εάν τα καταφέρει αντί για 50% να προσεταιριστεί το 60%, η ωφέλεια/χρησιμότητά του αυξάνεται κατά 34,8% (δηλαδή από 23 σε 31 μονάδες). Η αντίστοιχη αύξηση για την Α είναι μόλις 15,4%. Και πάλι παρατηρούμε πως ο Β έχει περισσότερα να κερδίσει με μια πιο «επιθετική» και «επικίνδυνη» διαπραγματευτική τακτική.

γ) Όλες οι κατανομές αποτελούν ισορροπία Nash. Η ισορροπία Nash είναι ένα σύνολο στρατηγικών, μια για κάθε παίκτη, έτσι ώστε, όσον αφορά αυτές τις στρατηγικές, η στρατηγική του ενός να είναι η βέλτιστη απόκριση στη στρατηγική των άλλων. Για να δούμε πώς και γιατί όλες οι κατανομές στον παραπάνω πίνακα αποτελούν ισορροπίες Nash, έστω ότι η Α ήταν πεπεισμένη πως ο Β θα απαιτούσε για ων εαυτό του x% της τούρτας, δηλαδή ότι θα προτιμούσε να οδηγήσει τις διαπραγματεύσεις σε ναυάγιο παρά να δεχθεί κάτι λιγότερο του x%. Τότε η βέλτιστη απόκριση της A σε αυτή τη στρατηγική του B είναι να δεχθεί η ίδια (100-x)%. Μάλιστα, αυτό ισχύει ανεξάρτητα της συγκεκριμένης τιμής του x. Συνεπώς, όλες οι κατανομές [(l00-x)%, x%] αποτελούν ισορροπίες Nash.

Το διαπραγματευτικό πρόβλημα θεωρείτο άλυτο πριν τον Nash ακριβώς επειδή υπάρχουν πολλές, άπειρες για την ακρίβεια, εξίσου ορθολογικές «λύσεις». Στη γλώσσα του Nash, κάθε πιθανή συμφωνία είναι και μια ισορροπία Nash. Ποια απ' όλες αυτές τις ισορροπίες θα είναι εκείνη στην οποία θα συμφωνήσουν οι διαπραγματευτές. Πριν τον Nash οι θεωρητικοί των διαπραγματεύσεων είχαν σηκώσει τα χέρια ψηλά. Χρειάστηκε μια ιδιοφυής «κίνηση» από τη μεριά του Nash για να δοθεί «λύση» σε αυτό το «άλυτο» πρόβλημα. Η «κίνηση» αυτή ήταν, κατά μια έννοια, η «μαιευτική» μέθοδος. Είναι σαν ο Nash να ρώτησε το «κοινό» του: «Δεδομένου ότι δεν ξέρουμε ποια θα είναι η συμφωνία στην οποία θα κατασταλάξουν ορθολογικοί διαπραγματευτές, συμφωνείτε να κοιτάξουμε μια-μια όλες τις πιθανές κατανομές (όλες τις ισορροπίες Nash);» «Συμφωνούμε» του απάντησαν. «Εντάξει. Συμφωνείτε να εξετάσουμε κάποιες ιδιότητες που θα πρέπει, λογικά, να χαρακτηρίζουν τη συμφωνία/λύση;» «Συμφωνούμε» του ξαναπάντησαν. «Ωραία. Επιτρέψτε μου να προτείνω την πρώτη ιδιότητα της συμφωνίας /λύσης.»

- Η **πρώτη ιδιότητα** της «λύσης» του διαπραγματευτικού Προβλήματος:

Η «λύση» πρέπει να είναι μια από τις πολλές ισορροπίες Nash

Πώς θα μπορούσαμε να διαφωνήσουμε; Τι σημαίνει η συμφωνία/λύση να αποτελεί ισορροπία Nash; Σημαίνει ότι οι διαπραγματευτές θα μοιράσουν την τούρτα και δεν θα αφήσουν κανένα κομμάτι της να πάει χαμένο. Αν η A απαιτήσει x% και ο B συμφωνήσει, τότε ο B θα πάρει το υπόλοιπο (100-x)%.
«Συμφωνείτε;» ρώτησε και πάλι το κοινό του ο Nash. «Μάλιστα» ήταν η αναμενόμενη απάντηση. «Ωραία, ας περάσουμε σε μια άλλη ιδιότητα και να δούμε αν συμφωνείτε και με αυτήν», συνέχισε ο Nash.

- Η **δεύτερη ιδιότητα** της «λύσης» του διαπραγματευτικού Προβλήματος:

Η «λύση» πρέπει να είναι ανεξάρτητη της κλίμακας μέτρησης της ωφέλειας/ χρησιμότητας των διαπραγματευτών.

«Συμφωνείτε», επανέρχεται ο Nash, «πως εάν, π.χ. πολλαπλασιάσουμε όλες τις μονάδες ωφέλειας/χρησιμότητας της Α ή του Β με τον αριθμό 3,43 τότε δεν θα πρέπει να επηρεαστεί η συμφωνία/λύση μεταξύ των Α και Β;» «Ναι» απαντάμε εμείς, δεδομένου ότι, όπως είδαμε προηγουμένως, οι μονάδες ωφέλειας/ χρησιμότητας της Α δεν είναι συγκρίσιμες με εκείνες του Β, άρα δεν πειράζει να τις πολλαπλασιάσουμε όλες, ή να τις διαιρέσουμε, με κάποια σταθερά. Για τον ίδιο λόγο, εάν θέλουμε να προσθέσουμε σε όλες τις μονάδες ωφέλειας/ χρησιμότητας ενός διαπραγματευτή μια σταθερά, π.χ. τον αριθμό 1234 και πάλι δεν αλλάζει τίποτα. Ο λόγος είναι ότι οι μονάδες ωφέλειας/χρησιμότητας ενός διαπραγματευτή απλώς μας πληροφορούν για το μέγεθος της ωφέλειας/ χρησιμότητας του συγκεκριμένου ατόμου από μια κατανομή ή αλλιώς ποσότητα τούρτας, συγκριτικά με την ωφέλεια/χρησιμότητα από μια άλλη κατανομή ή αλλιώς ποσότητα τούρτας.

- Η **τρίτη ιδιότητα** της «λύσης» του διαπραγματευτικού προβλήματος:

Η «λύση» πρέπει να μην επηρεάζεται από την «απαγόρευση»άλλων, εναλλακτικών κατανομών στις οποίες δεν θα κατέληγαν οι Α και Β ακόμα και εάν δεν ήταν «απαγορευμένες».

Ρωτά ο Nash: «Έστω ότι οι Α και Β θα κατέληγαν, μετά από παζάρι, στη συμφωνία η Α να λάβει x% της τούρτας και ο Β (l00-x)%. Ωραία, ας φανταστούμε λοιπόν, ότι οι διαπραγματεύσεις αυτές γίνονταν υπό έναν επί πλέον περιορισμό: τους απαγορεύαμε δια ροπάλου να καταλήξουν στη μοιρασιά Y% για την Α και (l00-y)% για τον Β. Συμφωνείτε ότι αυτή η απαγόρευση δε θα τους επηρέαζε και ότι θα κατέληγαν και πάλι στη συμφωνία η Α να λάβει x% της τούρτας και ο Β (l00-x)%; Γιατί να τους επηρεάσει, να τους αποπροσανατολίσει αν θέλετε, η απαγόρευση μιας συμφωνίας που δεν θα ήθελαν οι ίδιοι έτσι κι αλλιώς;» «Ας συμφωνήσουμε και με αυτή την ιδιότητα κ. Nash», του απαντάμε. «Γιατί όμως όλες αυτές οι ερωτήσεις; Πού μας οδηγούν;», τον ρωτάμε. «Στη λύση του διαπραγματευτικού προβλήματος», μας αποστομώνει ο Nash.

Πράγματι, χρησιμοποιώντας ένα θεώρημα σταθερού σημείου, ο Nash αποδεικνύει ότι υπάρχει μόνο μια και μοναδική συμφωνία/λύση η οποία χαρακτηρίζεται ταυτόχρονα και από τις τρεις ιδιότητες. Μόλις τώρα όμως δε συμφωνήσαμε ότι η συμφωνία/λύση στο διαπραγματευτικό πρόβλημα θα πρέπει να χαρακτηρίζεται και από τις τρεις αυτές ιδιότητες; «Το γεγονός», καταλήγει θριαμβευτικά ο Nash, «ότι υπάρχει μόνο μια συμφωνία που πληροί και τις τρεις, αποδεικνύει ότι αυτή η συμφωνία αποτελεί και τη «λύση» του διαπραγματευτικού προβλήματος.»

Είναι σα να θέλουμε να πάμε από την πόλη 1 στην πόλη 2, αλλά αντιμετωπίζουμε το πρόβλημα ότι υπάρχουν χιλιάδες διαφορετικοί τρόποι που θα μπορούσαν να οδηγήσουν από την 1 στην 2. Θέτουμε λοιπόν στον εαυτό μας τρία κριτήρια. Πρώτον η διαδρομή να μην ξεπερνάει τα 300 χιλιόμετρα, δεύτερον να μην έχει πολλές στροφές, και τρίτον να έχει κάποιο ενδιαφέρον. Κατόπιν εξετάζουμε όλες τις πιθανές διαδρομές και βρίσκουμε ότι από τις χιλιάδες πιθανές διαδρομές μόνο μια πληρή και τις τρεις αυτές προϋποθέσεις. Αυτή, λογικά, πρέπει να είναι η διαδρομή που θα επιλέξουμε. Ακριβώς αυτή είναι η λογική δομή της δεύτερης υπέροχης ιδέας του Nash. Θέτει τρεις προϋποθέσεις που συμφωνούμε όλοι ότι πρέπει να πληρή η συμφωνία και κατόπιν αποδεικνύει ότι μόνο μια από τις άπειρες πιθανές συμφωνίες ικανοποιεί και τις τρεις αυτές προϋποθέσεις.

Αυτό που καθιστά τη λύση Nash αφοπλιστική, και αισθητικά πλήρη, είναι η απλότητά της. Όχι μόνο «λύθηκε» από τον Nash ένα δύστροπο πρόβλημα αλλά, επί πλέον, η προτεινόμενη λύση έχει μια απλότητα αντιστρόφως ανάλογη της περιπλοκότητας του προβλήματος, πρόκειται για τη συμφωνία που μεγιστοποιεί το γινόμενο των ωφελειών των διαπραγματευτών.

Για να δούμε αμέσως την ευχρηστία και την απλότητα της λύσης ενός τόσο σύνθετου. «άλυτου», προβλήματος, ας επιστρέψουμε στο Παίγνιο 3. Η λύση που θεωρεί ο Nash ως τη μοναδικά ορθολογική, είναι η συμφωνία που δίνει 60% της τούρτας στον Β και το υπόλοιπο 40% στην Α. Αυτό προκύπτει από την τελευταία στήλη στον αντίστοιχο πίνακα η οποία αποτυπώνει το γινόμενο των ωφελειών των Α και Β. Προφανώς, το γινόμενο αυτό μεγιστοποιείται στην έβδομη σειρά ή αλλιώς κατανομή, εκείνη που κατανέμει την τούρτα 60% - 40% υπέρ του Β.

Γιατί παίρνει ο Β περισσότερο από την Α; Ο λόγος είναι ότι η μεγιστοποίηση του γινομένου των ωφελειών «δείχνει» συμφωνίες που μεροληπτούν εναντίον όσων είναι λιγότερο διατεθειμένοι, σε σχέση με τους αντιπάλους τους, να «ρισκάρουν» την κατάρρευση των συνομιλιών. Όπως είδαμε και προηγουμένως, κρίνοντας από τις μονάδες ωφέλειας/χρησιμότητας των Α και Β, η Α φαίνεται να «ποθεί» λιγότερο από τον Β μια αύξηση του μεριδίου της φαίνεται να τη φοβίζει περισσότερο η προοπτική ασυμφωνίας δηλαδή απώλειας όλης της τούρτας και για τους δύο. Αυτό το βασικό χαρακτηριστικό της συμφωνίας/λύσης Nash ισχύει γενικότερα, ότι μεροληπτεί συστηματικά υπέρ εκείνων που φοβούνται την οριστική διαφωνία περισσότερο απ' ότι οι συνομιλητές τους.

Ένα άλλο στοιχείο της λύσης Nash, το οποίο την καθιστά ακόμα εντυπωσιακότερη, είναι ότι δεν περιορίζεται σε διαπραγματεύσεις μεταξύ δύο ατόμων αλλά γενικεύεται εύκολα στις περιπτώσεις διαπραγμάτευσης μεταξύ **n** ατόμων. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η λύση Nash είναι η συμφωνία που μεγιστοποιεί το γινόμενο των αντίστοιχων n συναρτήσεων ωφέλειας/ χρησιμότητας. Ας πάρουμε το εξής παράδειγμα διαπραγμάτευσης:

Παίγνιο 4: τρία άτομα, οι Α, Β και Γ, διαπραγματεύονται για το πώς θα μοιραστούν 3 μονάδες του αγαθού Χ και 3 μονάδες του αγαθού Υ.

ΚΑΤΑ-ΝΟΜΕΣ	Α			Β			Γ			ΓΙΝΟΜΕΝΟ
	Χ	Υ	Ω	Χ	Υ	Ω_{B}	Χ	Υ	Ω_{Γ}	Ω_{A}
1	3	0	200	0	0	0	0	3	900	0
2	2	0	90	1	1	1	0	2	200	18000
3	1	1	40	1	1	1	1	1	25	1000
4	0	2	6	1	1	1	2	0	1	6
5	0	3	20	0	0	0	3	0	5	0
6	0	1	1	3	0	10	0	2	200	2000
7	0	0	0	3	3	180	0	0	0	0
8	0	0	0	2	1	30	1	2	400	0
9	0	0	0	1	2	1	2	1	80	0

Πίνακας 2 (παίγνιο 4) :
Ένα πιο σύνθετο διαπραγματευτικό παίγνιο. Τρία άτομα μοιράζονται ποσότητες δύο αγαθών.

Έστω ότι συζητούνται οι εννέα κατανομές/συμφωνίες που παρουσιάζονται ως σειρές στον πίνακα. Κάθε μια από αυτές ισοδυναμεί με διαφορετική ωφέλεια/χρησιμότητα για τον κάθε διαπραγματευτή (ΩΑ, ΩΒ και ΩΓ). Το γινόμενο των ωφελειών μεγιστοποιείται στη σειρά/κατανομή 2 σύμφωνα με την οποία η Α παίρνει δύο μονάδες Χ, ο Β μια μονάδα Χ και μια Υ και ο Γ τις δύο μονάδες Υ που απομένουν. Πριν ολοκληρώσουμε την παρουσίαση της λύσης Nash, αξίζουν δύο παρατηρήσεις:

1^{ον} ο συνδυασμός γενικότητας και μοναδικότητας της λύσης Nash την καθιστά, ίσως αναπάντεχα, σημαντική έννοια της πολιτικής φιλοσοφίας. Μια κλασσική θεώρηση του ρόλου του κράτους, που νομιμοποιεί την κρατική εξουσία, είναι η αναφορά σε κάποιο νοητό Κοινωνικό Συμβόλαιο μεταξύ των πολιτών. Είναι σαν οι πολίτες να καταλαβαίνουν ότι το Κοινό τους συμφέρον θα εξυπηρετηθεί μόνο εάν ενώσουν τις δυνάμεις τους και αν : (α) αποδεχθούν κανόνες κατανομής ρόλων, εισοδημάτων περιουσιών και γενικά ωφελειών, ενώ (β) εκχωρήσουν εξουσίες (π.χ. το δικαίωμα άσκησης βίας) στο κράτος. Υπό αυτή την έννοια, το Κοινωνικό Συμβόλαιο μπορεί να θεωρηθεί ως το αποτέλεσμα μιας νοητής διαπραγμάτευσης μεταξύ όλων μας. Εάν μπορούμε να διανοηθούμε μια τέτοια μαζική διαπραγμάτευση η οποία θα οδηγούσε σε μια Γενική Συμφωνία (ένα Κοινωνικό Συμβόλαιο) που να θυμίζει την κοινωνία στην οποία ζούμε σήμερα, καθώς και τις κρατικές εξουσίες που την κρατούν εν ζωή, τότε πράγματι νομιμοποιείται το Κράτος μας να ασκεί την εξουσία του πάνω μας. Είναι σα να είχαμε συμφωνήσει ομόφωνα ότι έτσι πρέπει να πράττει. Εάν όμως, αντίθετα, δεν μπορούμε να διανοηθούμε ότι το σημερινό κράτος θα μπορούσε να είναι προϊόν μιας κοινωνικής, καθολικής διαπραγμάτευσης, τότε το κράτος μας δεν νομιμοποιείται.

Η μοναδικότητα της λύσης Nash σημαίνει ότι, τουλάχιστον θεωρητικά, υπάρχει ανά πάσα στιγμή ένα μοναδικά νομιμοποιούμενο, ένα ιδανικό ίσως, κράτος. Από μόνη της αυτή η παραδοχή αποτελεί σημαντική πολιτική θέση. Όταν οι ιθύνοντες, οι κυβερνήτες, ερωτούνται «Τι νομιμοποιεί την εξουσία σας και τις πράξεις σας κυρίες και κύριοι;», αυτοί μπορούν να επικαλεστούν τη λύση Nash και να απαντήσουν: «Προσπαθούμε να αναμορφώσουμε το Κράτος έτσι ώστε να έρθει όσο πιο κοντά γίνεται στη λύση Nash μιας υποθετικής Κοινωνικής Διαπραγμάτευσης όπου οι πολίτες θα συμφωνήσουν για το πώς πρέπει να μοιράζονται μεταξύ τους τη συνολική ωφέλεια/χρησιμότητα που προκύπτει από την κοινωνική συνεργασία τόσο στον οικονομικό όσο και στον πολιτιστικό, κοινωνικό τομέα». Δεν είναι τυχαίο ότι η θεωρία του Nash όσον αφορά τα διαπραγματευτικά παίγνια έχει πολλούς επικριτές μεταξύ της νεοφιλελεύθερης σχολής η οποία, ως γνωστόν, αντιπαθεί οποιοδήποτε επιχείρημα μπορεί να νομιμοποιήσει την κρατική παρέμβαση στην κοινωνική ζωή.

2^{ον} ο Nash παρουσίασε τη θεωρία του ως μια πραγματικά επιστημονική ανάλυση των συμφωνιών μεταξύ ορθολογικών ατόμων. Δεν έβγαλε «κήρυγμα» για το ποια συμφωνία είναι η «πρέπουσα», η ηθικά «σωστή». Απλώς πίστεψε ότι η λύση του είναι ένα καλό εργαλείο πρόβλεψης των συμφωνιών, εφόσον βέβαια οι διαπραγματευτές είναι ορθολογικοί. Αυτός ο «επιστημονικός» προσανατολισμός της θεωρίας του κατέστησε και το βασικό του επιχείρημα εναντίον όσων του άσκησαν κριτική ότι η λύση του είναι άδικη γιατί «ανταμοίβει» με μεγαλύτερα μερίδια όσους έχουν λιγότερα να χάσουν δηλαδή δίνει το μεγαλύτερο κομμάτι της τούρτας σε αυτούς που το έχουν λιγότερο ανάγκη. Η απάντηση του Nash θα μπορούσε να είναι ότι δεν φταίει αυτός αν η ζωή είναι άδικη. Εκείνος το μόνο που προσπάθησε να κάνει είναι να αναλύσει πώς έχουν τα πράγματα και όχι να κάνει κήρυγμα στους διαπραγματευτές για το πώς θα έπρεπε να μοιράσουν τα οφέλη μεταξύ τους. Οι δύο παρατηρήσεις που προηγήθηκαν έχουν μεγάλο ειδικό βάρος για δύο σχεδόν αντιφατικούς λόγους:

(α) η «ισχύς» της λύσης Nash εκπορεύεται από το επιχείρημα ότι είναι μια θεωρία με εμπειρική αξία, και όχι ένα ακόμα ηθικό κήρυγμα προς διαπραγματευτές, όπως π.χ. το «ο έχων δύο χιτώνια να δώσει το ένα ... »,

(β) η λύση/συμφωνία Nash της συλλογικής διαπραγμάτευσης μιας κοινωνίας **n** ατόμων, δηλαδή το Κοινωνικό Συμβόλαιο, χρησιμοποιείται ως σημείο αναφοράς για το καλό και αγαθό κράτος.

Από τη μια λοιπόν έχουμε το συμπέρασμα (α) να αναφέρεται στη λύση Nash ως καθαρά εμπειρικό ζήτημα στερημένο οποιουδήποτε ηθικού ή πολιτικού στοιχείου ενώ, από την άλλη, έχουμε το συμπέρασμα (β) να συνδέει την έννοια του ιδεατού Κράτους με την ίδια λύση Nash.

Αν και φαίνονται αντιφατικά τα συμπεράσματα αυτά, δεν είναι και αυτό γιατί η φιλελεύθερη σχολή πολιτικής φιλοσοφίας στην οποία ανήκει η προσέγγιση του Nash, ίσως χωρίς να το γνωρίζει ο ίδιος, δεν αναγνωρίζει την έννοια του «Αγαθού» αν αυτή δεν πηγάζει από το άτομο και από τη στιγμή που τα άτομα συχνά άγονται από αντικρουόμενα συμφέροντα, οι συλλογικές αποφάσεις είναι «καλές» και «αγαθές» μόνο στο βαθμό που θα μπορούσαμε να τις φανταστούμε ως αποτέλεσμα διαπραγματεύσεων μεταξύ ελεύθερων και ανεξάρτητων ατόμων. Εάν η θεωρία του Nash μας πείθει ότι η «λύση» αυτού του μέγα διαπραγματευτικού προβλήματος είναι μια και μοναδική, τότε αυτή η λύση αποτελεί και τη μοναδική πηγή αρετής και ηθικά νόμιμων κοινωνικών και κρατικών θεσμών.

Στο επίπεδο λοιπόν του ατόμου, η λύση Nash προβλέπει τι θα ζητήσει ο καθένας και στο επίπεδο της κοινωνίας εξηγεί τι μπορεί να θεωρηθεί «πρέπον» όσον αφορά την κοινωνική κατανομή των κοινωνικών ρόλων και πόρων. Είναι πλέον εμφανές πως οι δύο ιδιοφυείς ιδέες του Nash μετέτρεψαν τη Θεωρία Παιγνίων από μια περιθωριακή ανάλυση συμπεριφοράς παικτών στη Μεγάλη Ελπίδα μιας ενοποιημένης, γενικής θεωρίας του Κοινωνικού Γίγνεσθαι ,ατομικής συμπεριφοράς, κοινωνικών συμβάσεων, Κρατικών θεσμών, κ.λπ.. Είτε πρόκειται για ανταγωνιστικές καταστάσεις όπου τα άτομα δε δύνανται να δεσμευτούν σε μια συμφωνημένη συμπεριφορά, όπως π.χ. στις αγορές, είτε πρόκειται για καταστάσεις όπου η συνεργασία μπορεί να αντικαταστήσει τη σύγκρουση στη βάση δεσμευτικών συμφωνιών, όπως π.χ. στην πολιτική, στη διπλωματία, στις μακροπρόθεσμες σχέσεις μεταξύ ατόμων και οργανισμών, ο Nash μας προσέφερε το κλειδί με το οποίο θα ξεκλειδώσουμε τα μυστικά της κοινωνίας.

Η λύση Nash του διαπραγματευτικού προβλήματος:

Η μοναδική κατανομή ή μοιρασιά που χαρακτηρίζεται από τις τρεις γενικά αποδεκτές ιδιότητες που αναφέρθηκαν προηγουμένως, είναι εκείνη που μεγιστοποιεί το γινόμενο των ωφελειών/χρησιμοτήτων των διαπραγματευτών. Εφόσον αυτές οι τρεις ιδιότητες είναι μοναδικά και γενικά αποδεκτές, η λύση Nash αποτελεί τη μοναδικά ορθολογική επίλυση του διαπραγματευτικού προβλήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4°

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΑΙΓΝΙΩΝ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

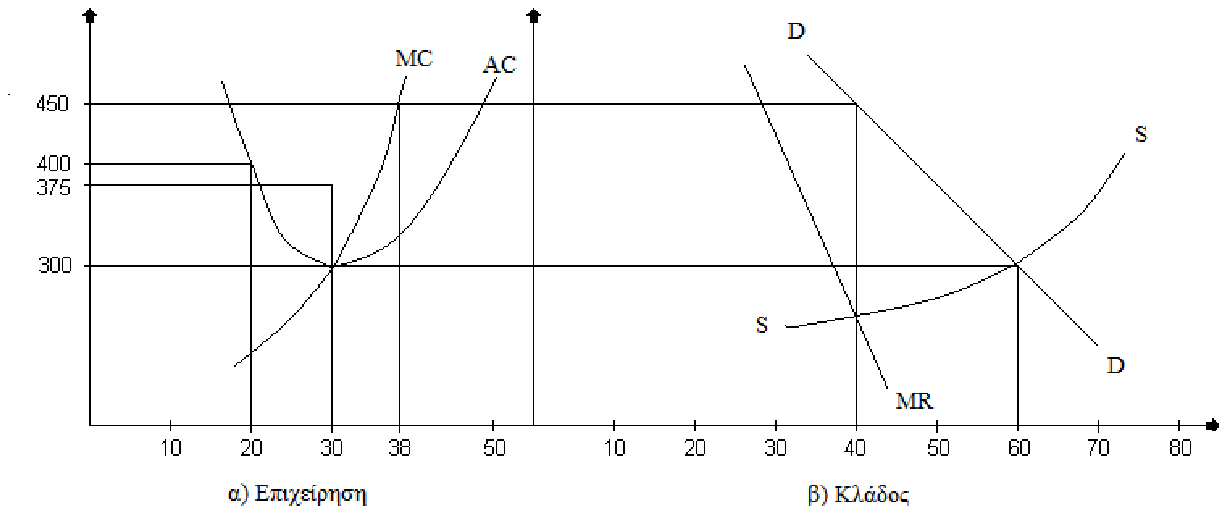
Η Θεωρία Παιγνίων βρίσκει εφαρμογές σε πολλούς τομείς, έχουμε αναφέρει στην εισαγωγή περιληπτικά τομείς όπως τα πολιτικά, στρατιωτικά, κοινωνικά κ.α. ζητήματα, ένας κύριος τομέας που βρίσκει εφαρμογή πάνω στη θεωρία παιγνίων είναι και ο τίτλος της πτυχιακής εργασίας που κρατάτε στα χέρια σας, δηλαδή αυτός της οικονομίας και που θα προσπαθήσουμε να αναλύσουμε εκτενέστερα στο κεφάλαιο αυτό.

4.1 Το Ολιγοπώλιο ως Παίγνιο

Ας εξετάσουμε λοιπόν το ολιγοπώλιο με την προσέγγιση της Θεωρίας των Παιγνίων [Γεω02]. Έστω, για παράδειγμα, ότι σε έναν κλάδο παραγωγής ενός τυποποιημένου προϊόντος, η ζήτηση καλύπτεται πλήρως από δύο επιχειρήσεις, την επιχείρηση Α και την επιχείρηση Β. Ας υποθέσουμε τώρα, ότι οι δύο επιχειρήσεις συμφωνούν να συμπράξουν προκειμένου να μειώσουν την ποσότητα, να αυξηθεί η τιμή και φυσικά να αυξηθούν τα κέρδη. Στην ουσία, δηλαδή, να συμπεριφερθούν ως μονοπώλιο. Όπως γνωρίζουμε μια τέτοια συμφωνία σύμπραξης (collusive agreement) ανάμεσα σε δύο ή περισσότερες επιχειρήσεις ενός κλάδου, ονομάζεται καρτέλ (cartel).

Ας υποθέσουμε ότι δύο επιχειρήσεις έχουν την ίδια διάρθρωση κόστους, το προϊόν είναι ομοιογενές, και η κατάσταση είναι όπως παρουσιάζεται στο διάγραμμα 1 Στο μέρος (α) δίδονται οι καμπύλες κόστους, οριακού και μέσου, που υποθέτουμε ότι είναι ίδιες και για τις δύο επιχειρήσεις. Στο μέρος (β) DD είναι η αγοραία καμπύλη ζήτησης για τον κλάδο, έστω $Q= 100-(10/75)*P$, SS η βραχυχρόνια καμπύλη προσφοράς, ως το οριζόντιο άθροισμα των ατομικών καμπυλών προσφοράς των δύο επιχειρήσεων.

Με τις συνθήκες κόστους και ζήτησης, όπως αυτές παρουσιάζονται στο διάγραμμα 1 η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας για τον κλάδο είναι 300 Ευρώ και 60.000 μονάδες αντίστοιχα, ενώ κάθε επιχείρηση ισορροπεί με 0 κέρδη παράγοντας 30.000 μονάδες. Δηλαδή, κάθε επιχείρηση παράγει την ποσότητα που αντιστοιχεί στο ελάχιστο σημείο της καμπύλης μέσου κόστους. Η ποσότητα αυτή είναι γνωστή ως παραγωγική δυναμικότητα (capacity) της επιχείρησης. Είναι επίσης γνωστή και ως ελάχιστη αποδοτική κλίμακα παραγωγής (minimum efficient scale of production).



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1 : Καρτελοποίηση της Αγοράς [Γεω02]

Σε αυτήν την περίπτωση η καμπύλη προσφοράς SS που, όπως αναφέραμε προηγουμένως, είναι το οριζόντιο άθροισμα των δύο ατομικών καμπυλών προσφοράς, καθίσταται τώρα η καμπύλη οριακού κόστους για το καρτέλ. Το καρτέλ ως μονοπωλητής αντιμετωπίζει την καμπύλη ζήτησης DD ως καμπύλη μέσου εισόδου στην οποία αντιστοιχεί η καμπύλη οριακού εσόδου MR, η ισότητα οριακού κόστους και οριακού εσόδου καθορίζει την ποσότητα που μεγιστοποιεί τα κέρδη του καρτέλ. Στο διάγραμμα 1 το καρτέλ μεγιστοποιεί τα κέρδη παράγει 40.000 μονάδες. Κατά συνέπεια η ποσότητα μειώνεται κατά 20.000 μονάδες από 300 σε 450 Ευρώ. Είναι προφανές, ότι τίθεται αμέσως θέμα κατανομής τη συνολικής ποσότητας δηλαδή, πόσο θα παράγει και θα διαθέτει στην αγορά στην τιμή των 450 Ευρώ κάθε επιχείρηση. Στο διάγραμμα 1 υποθέτουμε ότι η συνολική παραγωγή των 40.000 μονάδων μοιράζεται εξίσου ανάμεσα στις δύο επιχειρήσεις. Έτσι κάθε επιχείρηση παράγει 20.000 μονάδες με μέσο κόστος 400 Ευρώ. Κατά συνέπεια κάθε επιχείρηση πραγματοποιεί κέρδη ύψους (450-400)*20.000=1.000.000 Ευρώ.

Προϋπόθεση για τη λειτουργία του καρτέλ είναι ότι κάθε επιχείρηση εφαρμόζει την συμφωνία, δηλαδή παράγει 20.000 μονάδες. Από το διάγραμμα είναι φανερό ότι κάθε επιχείρηση έχει κίνητρο να παραβιάζει την συμφωνία και να παράγει περισσότερο γιατί τα κέρδη της θα είναι μεγαλύτερα. Στην τιμή των 450 ευρώ η επιχείρηση μεγιστοποιεί τα κέρδη της όταν αυξάνει την παραγωγή της σε 38.000 μονάδες. Η τιμή όμως δε μπορεί να παραμείνει σταθερή. Επιπλέον, όταν και οι δύο επιχειρήσεις ή γενικά όταν όλες οι επιχειρήσεις, που συμμετέχουν σε ένα καρτέλ, παραβιάσουν την συμφωνία και υπερβούν την ποσόστωσή τους το πιθανότερο είναι να επανέλθουν στην αρχική ισορροπία με μηδέν κέρδη, με άλλα λόγια, όταν όλες οι επιχειρήσεις παραβιάζουν την συμφωνία στην ουσία το καρτέλ παύει να υπάρχει γι αυτό και καταβάλλονται προσπάθειες αστυνόμευσης της συμφωνίας.

Στο παράδειγμά μας όταν και οι δύο επιχειρήσεις αυξήσουν την παραγωγή τους σε 38.000 μονάδες η συνολική παραγωγή γίνετε 76.000 μονάδες. Η παραγωγή όμως αυτή μπορεί να διατεθεί μόνο αν η τιμή πέσει κάτω από τα 300 ευρώ. Συγκεκριμένα, η τιμή σύμφωνα με τη συνάρτηση ζήτησης, θα πρέπει να είναι στα 165 ευρώ. Σε αυτή την τιμή όμως και οι δύο επιχειρήσεις θα πραγματοποιήσουν όχι κέρδη αλλά ζημίες.

Κάθε επιχείρηση όμως σε ένα καρτέλ είναι δυνατόν να θεωρήσει ότι μπορεί να υπερβεί την ποσόστωσή της χωρίς να επηρεάσει σημαντικά την τιμή, οπότε τα κέρδη της θα αυξηθούν. Από την άποψη της θεωρίας των παιγνίων αυτό σημαίνει για κάθε επιχείρηση υπάρχουν δυο στρατηγικές: τήρηση της συμφωνίας ή παραβίαση της συμφωνίας.

Έστω ότι η επιχείρηση Α αποφασίσει να παραβιάσει την συμφωνία και αυξάνει την παραγωγή από 20.000 σε 30.000 μονάδες. Για να διαθέτει η επιπλέον παραγωγή των 10.000 μονάδων θα πρέπει να μειωθεί η τιμή από τα 450 σε 375 ευρώ, σύμφωνα πάντα με τη συνάρτηση ζήτησης. Για την επιχείρηση Α τα κέρδη θα αυξηθούν από το 1.000.000 ευρώ σε (375-300)*30.000 = 2.250.000, για την επιχείρηση Β όμως η οποία τηρεί την συμφωνία, όχι μόνο δεν θα αυξηθούν τα κέρδη αλλά αντίθετα θα υπάρξουν ζημίες (375-400) * 20.000 = -500.000 ευρώ.

Είναι προφανές ότι πρακτικά η επιχείρηση που παραβιάζει τη συμφωνία θα πρέπει να βρει κάποιο τρόπο να ξεγελάσει την άλλη ώστε να δεχτεί να διαθέσει την ποσόστωσή της στη χαμηλότερη τιμή.Όταν και οι δύο επιχειρήσεις παραβιάζουν τη συμφωνία, με τον ίδιο τρόπο που υποθέσαμε προηγουμένως, τότε συνολικά η παραγόμενη ποσότητα θα καταλήξει να είναι ίση με την ποσότητα της αρχικής ανταγωνιστικής ισορροπίας, δηλαδή 60.000 μονάδες, οπότε τα κέρδη θα είναι μηδέν και για τις δύο επιχειρήσεις.

Τα παραπάνω αποτελέσματα συνοψίζονται στον πίνακα 1 είναι προφανές πως τόσο για την επιχείρηση Α όσο και για την επιχείρηση Β, η παραβίαση της συμφωνίας είναι η κυριαρχούσα στρατηγική. Υπάρχει επομένως Nash ισορροπία, δηλαδή η παραβίαση της συμφωνίας και ισορροπία σε ανταγωνιστικό επίπεδο.

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="2">Στρατηγικές Επιχείρησης Α</td></tr>
<tr><td>Τήρηση Συμφωνίας</td><td>Παραβίαση Συμφωνίας</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Στρατηγικές Επιχείρησης Β</td><td>Τήρηση Συμφωνίας</td><td>Κέρδη Α 1.000.000
Κέρδη Β 1.000.000</td><td>Κέρδη Α 2.250.000
Ζημία Β -500.000</td></tr>
<tr><td>Παραβίαση Συμφωνίας</td><td>Ζημία Α -500.000
Κέρδη Β 2.250.000</td><td>Κέρδη Α 0
Κέρδη Β 0</td></tr>
<tr><td colspan="4">ΠΙΝΑΚΑΣ 1 [Γεω02] : Κέρδη – Ζημίες των επιχειρήσεων που συμμετέχουν στο Καρτέλ</td></tr>
</table>

Η σημασία ισορροπίας κατά Nash στη θεωρία του ολιγοπωλίου έγκειται στο γεγονός ότι επειδή είναι αποτέλεσμα ορθολογικών αποφάσεων, χωρίς να υπάρχει καμία συμφωνία συνεργασίας, η διατήρησή της δεν χρειάζεται καμία ‘’αστυνόμευση’’. Με άλλα λόγια, όταν επιτευχθεί η ισορροπία κατά Nash και ανεξάρτητα από τον τρόπο επίτευξής της καμία επιχείρηση δεν έχει κίνητρο να μεταβάλλει την συμπεριφορά της. Αντίθετα, η διατήρηση της ισορροπίας που επιτυγχάνεται με την καρτελοποίηση της αγοράς είναι ισορροπία συνεργασίας και χρειάζεται αστυνόμευση, όπως θα δούμε παρακάτω.

Η παραπάνω ανάλυση, που έγινε υποθέτοντας ότι υπάρχουν δύο μόνο επιχειρήσεις (παίκτες), θα μπορούσε χωρίς μεγάλη δυσκολία να επεκταθεί και στην περίπτωση που υπάρχουν περισσότερες από δύο επιχειρήσεις. Το μόνο που θα άλλαζε θα ήταν η πολυπλοκότητα του προβλήματος αλλά όχι η ουσία.

Η Θεωρία των Παιγνίων μπορεί να εφαρμοστεί σε μια μεγάλη ποικιλία προβλημάτων ή επιλογών που αντιμετωπίζουν οι επιχειρήσεις ενός ολιγοπωλιακού κλάδου, όπως για παράδειγμα, να αυξήσουν και πόσο τις δαπάνες διαφημίσεις, να βελτιώσουν ή όχι το προϊόν, να προσφέρουν ή όχι ένα προϊόν με καινούργιο όνομα, να προβούν σε διαχωρισμό τιμών κ.λπ.. Για κάθε επιλογή (στρατηγική) υπάρχει και ο αντίστοιχος πίνακας αποδόσεων για την επιχείρηση και τις άλλες επιχειρήσεις του κλάδου. Με άλλα λόγια, μπορεί να διατυπωθεί ένα παίγνιο προκειμένου να αναλυθούν ή να προβλεφθούν τα αποτελέσματα των διαθέσιμων στρατηγικών (επιλογών).

4.1.1. Ο ΟΠΕΚ ως Καρτέλ

Η πιο γνωστή περίπτωση δημιουργίας καρτέλ σε παγκόσμιο επίπεδο, είναι ο Οργανισμός των πετρελαιοεξαγωγικών Κρατών, γνωστός ως OPEC (Organization of Petroleum Exporting Countries) [Γεω02]. Ο ΟΠΕΚ δημιουργήθηκε το 1960 από τις ακόλουθες χώρες: Αλγερία, Ισημερινός, Γκαμπόν, Ινδονησία, Ιράν, Ιράκ, Κουβέιτ, Λιβύη, Νιγηρία, Κατάρ, Σαουδική Αραβία, Ενωμένα Αραβικά Εμιράτα και Βενεζουέλα.

Στις αρχές της δεκαετίας του 1970 οι παραπάνω χώρες, που ήλεγχαν περίπου τα 2/3 της παγκόσμιας παραγωγής πετρελαίου, αποφάσισαν να λειτουργήσουν ως Καρτέλ και να αυξήσουν τα έσοδά τους. Αποφάσισαν δηλαδή, να συμπράξουν για να περιορίσουν την παραγωγή με στόχο να αυξηθεί η τιμή και φυσικά τα κέρδη τους. Έτσι το 1973 η παραγωγή του αργού πετρελαίου μειώθηκε σημαντικά και η τιμή του τριπλασιάστηκε. Το έτος 1973 είναι γνωστό και ως το έτος της πρώτης πετρελαϊκής κρίσης και πολλές χώρες αντιμετώπισαν σοβαρότατα προβλήματα στο ισοζύγιο των διεθνών πληρωμών τους. Ο ΟΠΕΚ για μια δεκαετία μέχρι το 1982 ήλεγχε την παγκόσμια αγορά πετρελαίου. Στη δεκαετία του 1980 όμως οι συνθήκες άλλαξαν.

Κατ' αρχάς, λόγο της υψηλότερης τιμής άρχισε να αυξάνει η παραγωγή από χώρες που δεν συμμετείχαν στον ΟΠΕΚ αλλά και να εντείνοινται οι προσπάθειες ανεύρεσης νέων κοιτασμάτων, όπως για παράδειγμα άντλησης πετρελαίου από τη Βόρεια Θάλασσα. Λόγο, επίσης, της υψηλότερης τιμής εντάθηκαν οι προσπάθειες για ανάπτυξη της τεχνολογίας που καταναλώνει λιγότερο πετρέλαιο καθώς και η ανάπτυξη τεχνολογιών που δεν χρησιμοποιούν πετρέλαιο ως πηγή ενέργειας. Αποτέλεσμα των παραπάνω εξελίξεων, δηλαδή αύξηση της προσφοράς και μείωση της ζήτησης, ήταν η βαθμιαία πτώση της τιμής του πετρελαίου. Οι συμμετέχουσες χώρες κυρίως οι μικρότερες, άρχισαν να αισθάνονται τη μείωση των εσόδων τους από την μείωση της τιμής γι' αυτό και άρχισαν να παραβιάζουν τη συμφωνία. Άρχισαν να υπερβαίνουν την ποσόστοσή τους προκειμένου να αντισταθμίσουν τη μείωση της τιμής. Μόνο η Σαουδική Αραβία που είναι η μεγαλύτερη πετρελαιοπαραγωγική χώρα τηρούσε τη συμφωνία και πολλές φορές μείωσε την παραγωγή προκειμένου να διατηρήσει το Καρτέλ. Το 1986 όμως η Σαουδική Αραβία πραγματοποίησε την απειλή για αύξηση της παραγωγής της με αποτέλεσμα τη σημαντική μείωση της τιμής του αργού πετρελαίου. Έτσι, μετά το 1986 όλες οι χώρες του ΟΠΕΚ παραβιάζουν τη συμφωνία και η δύναμη του ΟΠΕΚ έχει μειωθεί σημαντικά. Στην ουσία, έχει παύσει να λειτουργεί ως Καρτέλ.

4.2 Κυριαρχούσα Στρατηγική Μόνο για Έναν Παίκτη

Αναφέραμε προηγουμένως, ότι δεν είναι απαραίτητο να υπάρχει κυριαρχούσα στρατηγική και για τους δύο παίκτες [Γεω02].

Έστω, για παράδειγμα, δύο επιχειρήσεις που κυριαρχούν σε έναν συγκεκριμένο κλάδο παραγωγής π.χ. δύο αυτοκίνητα. Η επιχείρηση Α φημίζεται για τα τεχνικά χαρακτηριστικά του προϊόντος ενώ η επιχείρηση Β φημίζεται περισσότερο για την εμφάνιση του προϊόντος. Και οι δύο επιχειρήσεις εξετάζουν το ενδεχόμενο παραγωγής ενός νέου μοντέλου. Το πρόβλημα είναι τι συμφέρει κάθε επιχείρηση να κάνει. Δηλαδή, να παράγει ένα μοντέλο με τεχνικές βελτιώσεις ή ένα μοντέλο με βελτιωμένη εμφάνιση; Έστω ότι τα αναμενόμενα αποτελέσματα είναι όπως στον πίνακα 2.

Για την επιχείρηση Α, η οποία φημίζεται για τα τεχνικά χαρακτηριστικά του προϊόντος της, η παραγωγή ενός μοντέλου με βελτιωμένα τεχνικά χαρακτηριστικά είναι κυριαρχούσα στρατηγική. Αυτό, διότι τα κέρδη της Α είναι μεγαλύτερα ανεξάρτητα από τι στρατηγική ακολουθεί η επιχείρηση Β. Για την επιχείρηση Β, δεν υπάρχει κυριαρχούσα στρατηγική. Αν η επιχείρηση Α επιλέξει να παράγει μοντέλο με τεχνικές βελτιώσεις το ίδιο συμφέρει να κάνει και η Β, γιατί τα κέρδη της είναι μεγαλύτερα από το να παράγει μοντέλο με βελτιωμένη εμφάνιση. Αν η Α επιλέξει μοντέλο με βελτιωμένη εμφάνιση το ίδιο συμφέρει να κάνει και η Β.

		Στρατηγικές Επιχείρησης Α	
		Μοντέλο με τεχνικές βελτίωσης	Μοντέλο με βελτιωμένη εμφάνιση
Στρατηγικές Επιχείρησης Β	Μοντέλο με τεχνικές βελτίωσης	Κέρδη Α 20 Κέρδη Β 10	Κέρδη Α 5 Κέρδη Β 10
	Μοντέλο με βελτιωμένη εμφάνιση	Κέρδη Α 25 Κέρδη Β 8	Κέρδη Α 7 Κέρδη Β 15

ΠΙΝΑΚΑΣ 2 [Γεω02] : Αναμενόμενα κέρδη από την παραγωγή του νέου μοντέλου

Επομένως η στρατηγική της Β εξαρτάται από την στρατηγική της Α. Αφού όμως η Α έχει κυριαρχούσα στρατηγική, η Β θα επιλέξει τη στρατηγική που μεγιστοποιεί τα κέρδη της, πιστεύοντας πως η Α θα επιλέξει την κυριαρχούσα στρατηγική της, δηλαδή η επιχείρηση Β θα επιλέξει να προβεί σε τεχνικές βελτίωσης διότι αυτό πιστεύει ότι θα κάνει και η Α.

Πολλές φορές μπορεί να μην υπάρχει κυριαρχούσα στρατηγική για κανέναν από του παίκτες. Δηλαδή, για κανέναν παίκτη δεν υπάρχει μοναδική ή καθαρή (pure) στρατηγική. Σε αυτές τις περιπτώσεις η άριστη στρατηγική θα είναι «μεικτή» (mixed) ή στοχαστική (probabilistic) με τη στατιστική έννοια του όρου.

4.3 Επαναλαμβανόμενα Παίγνια και Στρατηγική τιμωρίας

Είδαμε προηγουμένως ότι προϋπόθεση για την επιτυχή λειτουργία ενός Καρτέλ είναι η συμμόρφωση των συμμετεχόντων με τους όρους της συμφωνίας, δηλαδή μη υπέρβαση της ποσόστωσης. Τέτοιου είδους συμφωνίες, είτε ρητές είτε σιωπηρές, είναι παράνομες. Αυτό σημαίνει ότι οι θιγέντες από την παραβίαση μιας τέτοιας συμφωνίας δεν μπορούν να προσφύγουν στη δικαιοσύνη. Επομένως, οι επιχειρήσεις που προβαίνουν σε τέτοιες συμφωνίες πρέπει να έχουν άλλους τρόπους να κάνουν την συμφωνία σεβαστή. Στη Θεωρία των Παιγνίων, αυτό σημαίνει ότι κάθε παίκτης έχει μια στρατηγική τιμωρίας (punishment strategy) όταν ο άλλος παίκτης παραβιάζει την συμφωνία [Γεω02]. Η στρατηγική συμφωνίας έχει εφαρμογή σε παίγνια που επαναλαμβάνονται όπως η λειτουργία ενός Καρτέλ και όχι σε παίγνια που «παίζονται» μόνο μια φορά, όπως το δίλημμα του φυλακισμένου.

Στην πραγματικότητα τα οικονομικά «παίγνια» είναι επαναλαμβανόμενα. Το δίλημμα της τήρησης ή παραβίασης της συμφωνίας όπως για παράδειγμα του περιορισμού της παραγωγής, παρουσιάζεται όχι μόνο μια φορά, αλλά περισσότερες από μια φορά. Σε ένα τέτοιο παίγνιο, η μικρότερη ποινή που θα μπορούσε να επιβληθεί στον παίκτη που παραβίασε την συμφωνία είναι την επόμενη περίοδο να παραβιάσει την συμφωνία ο άλλος παίκτης, δηλαδή, μια στρατηγική ποινής που θα μπορούσε να χαρακτηρισθεί «οφθαλμών αντί οφθαλμού» (στην αγγλική βιβλιογραφία η στρατηγική αυτή είναι γνωστή ως tit-for-tat strategy). Γενικά, μια τέτοια στρατηγική σημαίνει ότι ένας παίκτης συμπράττει στην τρέχουσα περίοδο, εφόσον ο άλλος παίκτης τήρησε την συμφωνία την προηγούμενη περίοδο και παραβιάζει την συμφωνία στη τρέχουσα περίοδο, όταν άλλος παίκτης παραβίασε την συμφωνία άλλη περίοδο.

Στο άλλο άκρο θα ήταν μια στρατηγική όπου ένας παίκτης συμπράττει όταν και ο άλλος συμπράττει αλλά ακολουθεί τη στρατηγική της ισορροπίας κατά Nash αμετάβλητα όταν ο άλλος παραβιάσει τη συμφωνία. Είναι προφανές ότι αυτή η στρατηγική είναι η πλέον αυστηρή.

Η απειλή της ποινής πρέπει να είναι αξιόπιστη για να έχει αποτέλεσμα. Μία απειλή ποινής είναι αξιόπιστη (credible threat), όταν μετά την παραβίαση η πραγματοποίηση της απειλής είναι το καλύτερο που μπορεί να κάνει ο άλλος παίκτης. Η στρατηγική ποινής «οφθαλμών αντί οφθαλμού» είναι αξιόπιστη απειλή που μπορεί να οδηγήσει σε σύμπραξη, δηλαδή σε τήρηση της συμφωνείας. Από τον πίνακα 1 βλέπουμε ότι αν η επιχείρηση Α παραβιάσει τη συμφωνία, η επιχείρηση Β δεν θα συνεχίσει να τηρεί τη συμφωνία γιατί υφίσταται ζημίες. Το καλύτερο που έχει να κάνει είναι να παραβιάσει τη συμφωνία. Για το λόγο αυτό η απειλή αυτή είναι αξιόπιστη. Όταν υπάρχει αξιόπιστη απειλή, η ισορροπία που θα επιτευχθεί θα είναι ισορροπία συνεργασίας (cooperative equilibrium) [Γεω02].

4.4 Παράλογη υπομονή

Οι οικονομολόγοι θεωρούν την «επένδυση» ως ταυτόσημη με την υπομονή, καθώς ο επενδυτής «υπομένει» μικρότερα οφέλη σήμερα με στόχο να εξασφαλίσει μεγαλύτερα οφέλη στο μέλλον. Υπάρχουν όμως παίγνια όπου η καθεστηκυία (κατά Nash) θεωρία ωθεί τους παίκτες προς το γρήγορο κέρδος και καταδικάζει την υπομονή ως στρατηγικά παράλογη αρετή, ή τουλάχιστον ανορθολογική.

Έστω δύο παίκτες, η Άννα (Α) και ο Βασίλης (Β) που παίζουν το ακόλουθο παίγνιο, χωρίς να επικοινωνούν μεταξύ τους. Αρχικά η Α έχει το δίλημμα: να πάρει αμέσως 10 ευρώ ή να αφήσει την πληρωμή της για αργότερα. Αν επιλέξει να πάρει τα 10 ευρώ, το παίγνιο τελειώνει: η ίδια κερδίζει 10 ευρώ και ο Β παίρνει το μισό του ποσού αυτού μείον ένα ευρώ (δηλαδή, 5–1 = 4 ευρώ). Αν, όμως, αποφασίσει να παραιτηθεί του ποσού αυτού, τότε προσφέρεται στον Β το διπλάσιο του χρηματικού ποσού που είχε προσφερθεί προηγουμένως στην Α δηλαδή, 20 ευρώ.

Τώρα είναι η σειρά του Β να αποφασίσει αν θα τσεπώσει το ποσό αυτό αμέσως ή αν θα περιμένει να πληρωθεί αργότερα. Αν πάρει τα 20 ευρώ, το παίγνιο τελειώνει, ο Β εισπράττει τα 20 ευρώ και η Α το μισό του ποσού αυτού μείον ένα, δηλαδή 9 ευρώ. Αν, όμως, αποφασίσει να αφήσει τα 20 ευρώ, το ποσό διπλασιάζεται (40 ευρώ) και είναι πάλι η σειρά της Α να αποφασίσει αν θα πάρει το ποσό που της προσφέρεται, οπότε θα κερδίσει η ίδια 40 ευρώ και ο Β ακριβώς τα μισά μείον 1, δηλαδή 19 ευρώ, ή θα το αφήσει οπότε θα παιχθεί ένας νέος γύρος του παιγνίου, στη διάρκεια του οποίου θα προσφερθεί στον Β το διπλάσιο ποσό, δηλαδή 80 ευρώ, κ.ο.κ.

Οι οργανωτές του παιγνίου λένε στους παίκτες μας ότι έχουν 250.000 ευρώ στην διάθεσή τους και πως, όσο αφήνουν το παίγνιο να συνεχίζεται, το ποσό που τους προσφέρεται θα διπλασιάζεται σε κάθε γύρο μέχρι να εξαντληθούν τα 250.000 ευρώ. Ποια είναι η τέλεια ισορροπία του παιγνίου αυτού;

Είναι προφανές ότι στο συγκεκριμένο παίγνιο, η υπομονή από την πλευρά των παικτών θα τους ανταμείψει γενναιόδωρα. Αν και οι δύο παίκτες επιλέγουν να μην παίρνουν το ποσό που τους προσφέρεται για δεκαπέντε γύρους στη σειρά (με το ποσό να διπλασιάζεται κάθε φορά), η Α και ο Β θα κερδίσουν 163.640 ευρώ και 81.819 ευρώ αντίστοιχα. Να επισημάνουμε ότι δεν έχει νόημα να περιμένουν περισσότερο μιας και το συνολικό ποσό προς διανομή μεταξύ τους είναι 250.000 ευρώ.

Ωστόσο, αν οι παίκτες κατασταλάζουν στις στρατηγικές τους , η τέλεια ισορροπία υποδεικνύει στην Α μια πολύ «μίζερη» στρατηγική επιλογή. Η στρατηγική αυτή είναι να πάρει στην αρχή το ασήμαντο ποσό των 10 ευρώ, που θα της προσφερθεί στον πρώτο γύρο, και εκεί να θέσει τέλος στο παίγνιο, με τον Β να εισπράττει 4 ευρώ – σύνολο 14 ευρώ. Ο Β προβλέποντας ότι, αν το παίγνιο φτάσει στον 15ο γύρο, θα πάρει 81.819 ευρώ, δηλαδή το μισό του 163.640 ευρώ, που είναι το ποσό που θα πάρει η Α, μείον 1 ευρώ. Ωστόσο, στο 14ο γύρο θα μπορούσε να εξασφαλίσει για τον εαυτό του 81.820 ευρώ επιλέγοντας να μην αφήσει να συνεχιστεί το παίγνιο άλλον έναν γύρο. Είναι προφανές, εφόσον το 1 ευρώ είναι καλύτερο από το τίποτα, άρα και τα 81.820 ευρώ είναι προτιμότερα από τα 81.819 ευρώ, ότι ο Β θα έθετε τέρμα στο παίγνιο στον 14ο γύρο, αποδεχόμενος την προσφορά των 81.820 ευρώ. Το παίγνιο, λοιπόν, δεν θα έφθανε ποτέ στον 15ο γύρο. Αλλά με την ίδια λογική δεν θα έφθανε ποτέ και στον 14ο γύρο, επειδή η Α θα είχε θέσει τέρμα στο παίγνιο στον 13ο γύρο, προτιμώντας τα 40.960 ευρώ από τα 40.959 ευρώ, που θα ήταν αναγκασμένη να πάρει αν άφηνε το παίγνιο να έχει και 14ο γύρο. Συνεχίζοντας την νοητική διαδικασία αυτή έως το τέλος, φτάνουμε στο συμπέρασμα ότι η Α θα θέσει τέρμα στο παίγνιο από την αρχή, αποδεχόμενη την αρχική προσφορά των 10 ευρώ.

4.5 «Ανθρώπινες» εξισώσεις

Το 2000 ο Κρις Φέργκιουσον κέρδισε το πρώτο βραβείο και 1,5 εκατομμύριο δολάρια, στο Poker World Series Champion στο Λας Βέγκας. Στο τουρνουά συμμετείχαν περίπου 500 παίκτες, όμως ο Φέργκιουσον, που είχε το παρατσούκλι «Ιησούς» λόγω των γενειάδας και των μακριών μαλλιών του, κατάφερε να τους νικήσει όλους, ακόμα και παίκτες πολύ πιο έμπειρους από εκείνον, χάρη στη Θεωρία Παιγνίων [Focus].

Η εποχή με τους παίκτες που είναι προικισμένοι μόνο με ταλέντο έχει περάσει ανεπιστρεπτί. Για να νικήσει κάποιος στο πόκερ, εκτός από τα απαραίτητα χαρίσματα της πειθαρχίας και της υπομονής, πρέπει να έχει και μαθηματική ικανότητα, για να μπορεί να υπολογίζει τις επιπτώσεις κάθε κίνησης. Πράγματι, ο Φέργκιουσον ανέλυσε ένα μεγάλο αριθμό παρτίδων, για να επεξεργαστεί τη νικηφόρα στρατηγική του.

«Αν παίζουν δύο, συμφέρει να μπλοφάρεις μόνο όταν έχεις τα χειρότερα χαρτιά, όχι όταν έχεις μέτρια». Αυτός ο κανόνας αναφέρεται στο βιβλίο Theory of Games and Economic Behaviour (1944) του μαθηματικού John von Neumann και του οικονομολόγου Oscar Morgenstern, που συγκαταλέγονται όπως έχουμε ανεφέρει στους θεμελιωτές της Θεωρίας Παιγνίων.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε μείνει μόνο δύο παίκτες. Ο μοναδικός τρόπος για να κερδίσω ενώ έχω τα χειρότερα χαρτιά είναι να μπλοφάρω. Αν περιμένω την κίνηση του αντίπαλου, θα χάσω, είτε αυτός ποντάρει είτε όχι. Τον von Neumann τον ενδιέφερε το πόκερ μόνο ως σημείο αφετηρίας για μια θεωρία που θα εξηγούσε κάθε είδος ανθρώπινης σχέσης, από την οικονομία ως τις σχέσεις των ζευγαριών. «Η ζωή είναι γεμάτη μπλόφες», υποστήριζε, «γεμάτη μικρές τακτικές παραπλάνησης, αυτό αποκρυπτογραφούν τα παιχνίδια της θεωρίας μου». Στόχος ομολογουμένως πολύ φιλόδοξος, ακόμα και γι' αυτόν τον εκκεντρικό επιστήμονα που, όπως λέγεται, κατάφερνε να απομνημονεύσει μια σελίδα του τηλεφωνικού καταλόγου μέσα σε λίγα λεπτά.

4.6 Συνεργασία αντί ανταγωνισμού

Από αυτό το «επεισόδιο» μπορεί να δημιουργηθεί η εντύπωση ότι ο von Neumann απέκλειε τη δυνατότητα συνεργασίας. Ωστόσο ο ίδιος έθεσε τη συνεργασία στους ακρογωνιαίους λίθους της θεωρίας του. Γνώριζε, πράγματι, ότι σε ορισμένες περιπτώσεις η συνεργασία είναι επωφελής. Όπως σε μια σκηνή της ταινίας Ένας υπέροχος άνθρωπος που περιγράφει τη ζωή του μαθηματικού John Nash, που σε ένα μπαρ βρίσκονται τέσσερις φίλοι που διασκεδάζουν, ενώ ο Nash είναι απορροφημένος με τη δουλειά του. Η πόρτα ανοίγει και μπαίνουν πέντε κοπέλες, μια εντυπωσιακή ξανθιά και τέσσερις μελαχρινές. Οι τέσσερις φίλοι γοητεύονται από την ξανθιά και προκαλούν ο ένας τον άλλο για το ποιος θα καταφέρει να την κατακτήσει. Ο Nash όμως κάνει την εξής παρατήρηση: «Αν προσπαθήσετε όλοι να κατακτήσετε την ξανθιά, θα ακυρώσετε αμοιβαία τις προσπάθειές σας και στη συνέχεια, όταν θα συμβιβαστείτε με τις μελαχρινές, εκείνες θα σας απορρίψουν, γιατί καμιά γυναίκα δεν θέλει να αποτελεί τη δεύτερη επιλογή. Ο μοναδικός τρόπος για να κερδίσετε είναι να δοκιμάσει καθένας με μια μελαχρινή και κανένας με την ξανθιά». Αυτή η ιστορία, παρ' όλο που πλάστηκε στο μυαλό των σεναριογράφων της ταινίας και όχι του ίδιου του Nash, μας διδάσκει ότι το καλύτερο σύστημα δεν είναι πάντα αυτό στο οποίο καθένας αγωνίζεται για το ατομικό συμφέρον του [Focus].

4.7 Ποιος έχει το πάνω χέρι;

Όμως τα λεγόμενα «συνεργατικά παιχνίδια» είναι εξαιρετικά πολύπλοκα. Για παράδειγμα, είναι δύσκολο να καθορίσουμε ποιος από τους πολλούς μετόχους μιας εταιρείας έχει τον έλεγχο, γιατί οι πιθανές συμμαχίες καθιστούν απρόβλεπτη την κατάσταση [Focus].

Ας υποθέσουμε ότι το ελληνικό κράτος αποφασίζει να ιδιωτικοποιήσει μια εταιρεία και πρέπει να καθορίσει το ποσοστό που μπορεί να πουλήσει ώστε να συνεχίσει να έχει τον έλεγχό της. Σε πρώτη ανάγνωση φαίνεται ότι, κρατώντας το 51% των μετοχών, το κράτος παραμένει το αφεντικό. Αυτή η απόφαση είναι έξυπνη από οικονομική άποψη; Η απάντηση είναι όχι. Το κράτος μπορεί να συνεχίσει να βρίσκεται στο τιμόνι της εταιρείας κρατώντας το 35% ή και ακόμα λιγότερο. Φυσικά χρειάζεται πολλή προσοχή, γιατί αν το κράτος κρατήσει το 35% και πουλήσει το υπόλοιπο 65% σε ένα μεγιστάνα, η εταιρεία δεν ανήκει πλέον στο ελληνικό κράτος αλλά στο μεγιστάνα. Αν θέλει να διατηρήσει τον έλεγχο, πρέπει να φροντίσει ώστε οι υπόλοιπες μετοχές να καταλήξουν στα χέρια χιλιάδων μικρομετόχων.

4.8 Ο δείκτης του Σάπλεϊ

Ένα μέτρο για την ικανότητα ελέγχου ενός μετόχου στην εταιρεία είναι ο λεγόμενος «δείκτης ισχύος», που μπορεί να υπολογιστεί με πολλούς τρόπους. Ο πιο γνωστός είναι ο δείκτης του Σάπλεϊ, από το όνομα του εμπνευστή του, Λόιντ Στόγουελ Σάπλεϊ, συμφοιτητή του Νας στο Πρίνστον. Αυτός ο δείκτης μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για το διαμερισμό των κερδών, τα οποία δεν είναι απαραιτήτως ανάλογα με τον αριθμό των μετοχών που κατέχει κάθε μέτοχος. Ιδού ένα συγκεκριμένο παράδειγμα: αν το 100% των μετοχών έχει μοιραστεί σε τέσσερις συνεταίρους που κατέχουν αντίστοιχα το 10%, το 20%, το 30% και το 40%, ο δείκτης του Σάπλεϊ προβλέπει ότι τα κέρδη θα διανεμηθούν ως εξής: 8,3%, 25%, 25%, και 41,6% [Focus].

4.9 Το δίλημμα του καφέ

Η θεωρία του Nash είναι εμπνευσμένη από ένα μαθηματικό μοντέλο του 1838 του Γάλλου οικονομολόγου Αντουάν Ογκιστέν Κουρνό, στο οποίο δύο εταιρείες αγωνίζονται για την κυριαρχία στο ίδιο κομμάτι της αγοράς.

Σε αυτή την περίπτωση μπορεί να προκύψει μια κατάσταση παρόμοια με το δίλημμα του κατηγορούμενου, όπως το εξής παράδειγμα: σε μια περιοχή υπάρχουν μόνο δύο καφετέριες και ο νόμος λέει ότι στην αρχή κάθε μήνα οι δύο ιδιοκτήτες πρέπει να ορίζουν την τιμή του καφέ για όλο τον προσεχή μήνα. Οι επιτρεπόμενες τιμές είναι μόνο δύο, 1 ευρώ και 1,5 ευρώ. Αν οι δυνητικοί πελάτες είναι πάντα οι ίδιοι, πόσο θα χρεώνουν τον καφέ οι δύο καφετέριες; Με την υψηλή ή τη χαμηλή τιμή; Οι δύο ιδιοκτήτες μπορούν να συμφωνήσουν και να κρατήσουν την τιμή στο 1,5 ευρώ. Οι πελάτες θα μοιραστούν δίκαια και στις δύο καφετέριες. Όμως αν ένας από τους δύο χαμηλώσει την τιμή, θα «κλέψει» πελάτες του άλλου και συνεπώς θα κερδίζει περισσότερα. Όπως στο προηγούμενο δίλημμα, οι παίκτες τείνουν να «προδίδουν» ο ένας τον άλλο. Η κύρια διαφορά ανάμεσα στα δύο παιχνίδια είναι ότι το «δίλημμα του καφέ» επαναλαμβάνεται, άρα μπορεί να προκύψει η συνεργασία.

Αν κάποιος από τους δύο προδώσει τον άλλο, πρέπει να περιμένει ότι στο μέλλον ο αντίπαλός του θα κάνει το ίδιο. Είναι λοιπόν πιθανό να κρατήσουν και οι δύο την τιμή στο 1,5 ευρώ σχηματίζοντας ένα «καρτέλ» ακόμα και χωρίς συγκεκριμένη συμφωνία. Αυτό εξηγεί γιατί είναι πολύ δύσκολο για τους ελέγχους αντιτράστ να αποδείξουν την ύπαρξη των «καρτέλ», μπορεί να υπάρχει σύμπραξη ανάμεσα σε εταιρείες που δραστηριοποιούνται στον ίδιο τομέα ακόμα και χωρίς συγκεκριμένες μυστικές συμφωνίες [Focus].

4.10 Τριψήφιο κόλπο

Μια συγκεκριμένη περίπτωση στην οποία, κατά τη διάρκεια ενός μη συνεργατικού παιχνιδιού, αναπτύχθηκε μια μορφή συνεργασίας είναι οι πλειστηριασμοί συχνοτήτων τηλεφωνίας που προκηρύσσονταν στις ΗΠΑ από το 1994. Αρχικά όλα έβαιναν καλώς, αλλά το 1997 κάτι άλλαξε. Εκείνη τη χρονιά το αμερικανικό κράτος κέρδισε από τις πωλήσεις των συχνοτήτων μόλις το 1% του ποσού που είχε προβλέψει: σαν να λέμε ότι βγάζοντας ένα σπίτι σε πλειστηριασμό θα κέρδιζε κάποιος 5.000 ευρώ αντί για 500.000. Αν οι εταιρείες που πλειοδοτούσαν συναγωνίζονταν η μία την άλλη σε κάθε συχνότητα χωριστά, θα ανέβαζαν πολύ τη ζήτηση και συνεπώς η τελική τιμή θα ήταν πολύ ακριβή. Άρχισαν λοιπόν να ανταλλάσσουν σινιάλα με ένα ευφυές σύστημα που οι διοργανωτές της δημοπρασίας δεν είχαν προβλέψει. Για τις εταιρείες που συμμετείχαν στη δημοπρασία δεν είχε μεγάλη διαφορά να ξοδέψουν 1.537.000 δολάρια ή 1.537.385, όμως η δεύτερη προσφορά περιείχε ένα μήνυμα προς τους άλλους, το οποίο αναφερόταν στη συχνότητα που προτιμούσε αυτός που έκανε την προσφορά. Χρησιμοποιώντας αυτόν τον κώδικα, οι συμμετέχοντες στη δημοπρασία κατάφεραν να συμφωνήσουν χωρίς ποτέ να συναντηθούν.

Μετά από λίγα χρόνια όμως, μια άλλη δημοπρασία για δικαιώματα κινητής τηλεφωνίας που έγινε στην Αγγλία οργανώθηκε από ειδικούς στη Θεωρία Παιγνίων, οι οποίοι εμπόδισαν αυτές τις παράνομες συνεννοήσεις. Η προσφορά στρογγυλοποιούνταν εξαλείφοντας τα τρία τελευταία ψηφία, άρα τα 1.537.385 δολάρια γίνονταν 1.537.000. Ξέσπασε έτσι το αντίθετο αποτέλεσμα, καθώς ανέβαιναν οι προσφορές, οι συμμετέχοντες πείθονταν αμοιβαία για την αξία των δημοπρατούμενων αδειών και ανέβαζαν την προσφορά. Αυτό το σοβαρότατο «παιχνίδι» μας διδάσκει ότι, για να έχει όφελος ο δημοπράτης σε έναν πλειστηριασμό, πρέπει να εμποδίσει τη συνεργασία, διαφορετικά κινδυνεύει να βρεθεί σε ένα παιχνίδι τελείως διαφορετικό από αυτό που είχε διοργανώσει [Focus].

4.11 Ασφαλιστικές δικλείδες

Μια παρόμοια οικονομική συναλλαγή είναι η πώληση ενός μεταχειρισμένου αυτοκινήτου. Εδώ όμως οι δύο πρωταγωνιστές, ο πωλητής και ο αγοραστής, έχουν διαφορετικό βαθμό πληροφόρησης. Ενώ ο πωλητής γνωρίζει πλήρως τα προτερήματα και τα ελαττώματα του εμπορεύματός του, ο αγοραστής δεν μπορεί παρά να έχει μια ανακριβή ιδέα. Γι’ αυτό, αν πραγματοποιηθεί η πώληση, ο πωλητής κερδίζει περισσότερα από την πραγματική αξία του αυτοκινήτου, ενώ ο αγοραστής πάντα χάνει κάτι. Μια αγορά με αυτούς τους «κανόνες» δε θα είχε λόγο ύπαρξης, για να λειτουργήσει κάθε αγοραστής θα έπρεπε να έχει όλες τις απαραίτητες πληροφορίες.

Η συναλλαγή του παραδείγματος ανήκει σε μια μεγάλη κατηγορία καταστάσεων στις οποίες ένας από τους δύο πρωταγωνιστές διαθέτει περισσότερες πληροφορίες από τον άλλο. Χάρη στην ανάλυση αυτών των προβλημάτων, ο Τζ. Α. Άκερλοφ, ο Μάικλ Σπενς και ο Τζόζεφ Στίγκλιτς κέρδισαν το βραβείο Νόμπελ οικονομίας το 2001. Τα προβλήματα που ονομάζονται «πλήρους πληροφόρησης» είναι πολύ κοινά και συνεπώς πολύ σημαντικά. Η πώληση ενός οποιουδήποτε καταναλωτικού προϊόντος είναι ένα από αυτά. Πόσο θα αντέξει το κινητό που αγοράσαμε; Είναι φτιαγμένο με ποιοτικά ή φτηνά υλικά; Τη στιγμή της αγοράς δεν μπορούμε να είμαστε βέβαιοι. Γι’ αυτό υπάρχουν διάφορες ασφαλιστικές δικλείδες, όπως η εγγύηση και το δικαίωμα επιστροφής, που καθησυχάζουν τον καταναλωτή για την πραγματική αξία του προϊόντος [Focus].

4.12 Υπολογισμός της «ωφέλειας»

Στα παιχνίδια όπου μπορεί να καθοριστεί η «ωφέλεια» κάθε παίκτη μπορούν να βρεθούν πολύ συγκεκριμένες λύσεις. Ένα καλό παράδειγμα είναι η διαπραγμάτευση, την οποία μελέτησε ο Nash το 1950, δύο άτομα πρέπει να μοιραστούν ένα χρηματικό ποσό, ο ένας είναι πλούσιος ενώ ο άλλος όχι. Ενώ ο φτωχός, λόγω ανάγκης, θα ικανοποιηθεί ακόμα και με λίγα, ο πλούσιος, λόγω ισχύος, θα ευχαριστηθεί μόνο με πολλά χρήματα. Αυτό το μοντέλο οδηγεί σε ένα άνισο αποτέλεσμα. Στην περίπτωση που έλυσε ο Nash, αν το ποσό είναι 500 ευρώ, ο πλούσιος θα πάρει 310 ενώ ο φτωχός μόλις 190. Ο Nash λαμβάνει υπόψη ένα θεμελιώδη παράγοντα, τα πράγματα, ακόμα και το χρήμα, έχουν διαφορετική αξία για κάθε άτομο και αυτό επηρεάζει το παιχνίδι.

Αυτό το συμπέρασμα μπορεί να μοιάζει κυνικό, όμως η ίδια θεωρία μπορεί να εκφράσει συναισθήματα αγάπης, αλτρουισμού και φιλανθρωπίας. Ένα παράδειγμα είναι το παρακάτω. Ένας πατέρας παίζει μουντζούρη με το μικρό γιο του και οι κανόνες είναι απλοί: χάνει όποιος μείνει στο τέλος με το μουντζούρη. Αν το παιδί με κάποιον τρόπο δώσει στο γονέα του να καταλάβει ποιο χαρτί είναι ο μουντζούρης, παρ’ όλο που οι κανόνες προβλέπουν ότι χάνει αυτός που μένει με το μουντζούρη, ο πατέρας και πάλι θα το πάρει. Γιατί σε αυτή την περίπτωση η ωφέλειά του δεν είναι τόσο να νικήσει ο ίδιος όσο να δει το παιδί ευχαριστημένο [Focus].

Ο αλτρουισμός των παικτών είναι ένα στοιχείο του «παιχνιδιού» και πρέπει να λαμβάνεται υπόψη προκειμένου η θεωρία αυτή να περιγράψει, έστω και τμηματικά, τη ζωή.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική Βιβλιογραφία

[Βαρ07] Γ. Βαρουφάκης: Θεωρία Παιγνίων, Η θεωρία που φιλοδοξεί να ενοποιήσει τις κοινωνικές επιστήμες. Εκδόσεις Gutenberg, 2007.

[Βαρ98] Π. Βαρβαρούσης: Στρατηγική των Παιγνίων, Συνεργασία και Σύγκρουση στις Διεθνείς Σχέσει, Εκδόσεις Παπαζήση, 1998.

[Γεω02] Θ. Γεωργακόπουλου, Θ. Λιανού, Θ. Μπένου, Γ. Τσιπούρα, Μ. Χατζηπροκοπίου, Γ. Χρήστου: Πολιτική Οικονομία, Εκδόσεις Γ. Μπένου, 2002.

[Δομή07] Εγκυκλοπαίδεια Δομή.

[Καμ06] Β. Καμπούρη: Η Θεωρία Παιγνίων και οι εφαρμογές της, 2006.

[Μπο01] Χ. Μπότσαρης: Επιχειρησιακή Έρευνα, Εκδόσεις Ελλήν, 2001.

[Παπ07] Α. Παπαστάθης. Θεωρία Παιγνίων: θεσμοί, νόμοι, 2007.

[Σεμ08] Β. Σέμκογλου: Η Συνεισφορά του John Nash στην Θεωρία των Παιγνίων, 2008.

[Σολ05] Γ. Θ. Σολδάτος: Θεωρία Παιγνίων για Οκονομολόγους, Εκδόσεις Παν/μιου Μακεδονίας, 2005.

[Χαρ86] Ν. Γ. Χαριτάκης: Θεωρία Βιομηχανικής Οργάνωσης, Εκδόσεις Ελευθερουδάκης, 1986.

Ξένη Βιβλιογραφία

[Aum61] R. J. Aumann, (1961), The Core of a Cooperative Game Without Side Payments, Transactions of the American Mathematical Society 98, 539-552.

[Aum64] R. J. Aumann, (1964), Markets with a Continuum of Traders, Econometrica 32, 39-50.

[Aum74] R. J. Aumann, (1974), Subjectivity and Correlation in Randomized Strategies, Journal of Mathematical Economics 1, 67-96.

[Aum81] R. J. Aumann, (1981), Survey of Repeated Games, pp.11-42 in Essays in Game Theory and Mathematical Economics.

[Aum02] R. J. Aumann & S. Hart: Handbook of Game Theory With Economic Applications Volume 3, Publications North-Holland, 2002.

[AumMas64] R. J. Aumann and M. Maschler (1964), The Bargaining Set for Cooperative Games, pp. 443-476 in Advances in Game Theory (Annals of Mathematics Studies, 52) (M. Dresher, L. S. Shapley and A. W. Tucker, eds.), Princeton: Princeton University Press.

[AumMas66] R. J. Aumann, and M. Maschler (1966), Game-Theoretic Aspects of Gradual Disarmament, Chapter V in Report to the U.S. Arms Control and Disarmament Agency ST-80. Princeton: Mathematica.

[AumMas85] Aumann, R. J. and M. Maschler. Game Theoretic Analysis of a Bankruptcy Problem. Talmud, Journal of Economic Theory 36, 195-213, 1985.

[AumPel60] R. J. Aumann and B. Peleg (1960), Von Neumann-Morgenstern Solutions to Cooperative Games without Side Payments, Bulletin of the American Mathematical Society 66, 173-179.

[AumSha74] R. J. Aumann and L. S. Shapley (1974), Values of Non-Atomic Games. Princeton: Princeton University Press.

[BaiGerPic94] Baird Douglas G., Robert H. Gertner and Randal C. Picker (1994), Game Theory and the Law. Cambridge Mass.: Harvard University Press.

[Bern84] B. D. Bernheim, (1984), Rationalizable Strategic Behavior, Econometrica 52, 1007-1028.

[Bor62] Karl Borch (1962), Application of Game Theory to Some Problems in Automobile Insurance, The Astin Bulletin 2 (part 2), 208-221.

[Bra55] R. B. Braithwaite, (1955), Theory of Games as a Tool for the Moral Philosopher. Cambridge: Cambridge University Press.

[Bro51] Brown, G. W. (1951), Iterative Solution of Games by Fictitious Play, pp. 374-376 in Activity Analysis of Production and Allocation (T. C. Koopmans, ed.), New York: Wiley.

[Cou38] Cournot, Augustin A. (1838), Recherches sur les Principes Mathematiquesde la Theorie des Richesses. Paris: Hachette. (English translation: Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth. New York: Macmillan, 1897. (Reprinted New York: Augustus M. Kelley, 1971).

[Craw90] V. P. Crawford, (1990), Equilibrium without Independence, Journal of Economic Theory 50,127-154.

[DavMas65] M. Davis, and M. Maschler (1965), The Kernel of a Cooperative Game, Naval Research Logistics Quarterly 12, 223-259.

[DebSca63] G. Debreu and H. Scarf (1963), A Limit Theorem on the Core of an Economy, International Economic Review 4, 235-246.

[Dim92] Robert W. Dimand, and Mary Ann Dimand (1992), The Early History of the Theory of Games from Waldegrave to Borel, pp. 15-27 in Toward a History of Game

Theory (Annual Supplement to Volume 24 History of Political Economy) (E. Roy Weintraub ed.), Durham: Duke University Press.
[Edg81] Ysidro Francis Edgeworth, (1881), Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences. London: Kegan Paul. (Reprinted New York: Augustus M. Kelley, 1967).
[Fau75] G. Faulhaber, (1975), Cross-Subsidization: Pricing in Public Enterprises, American Economic Review 65, 966-977.
[Fis34] A. R. Fisher, (1934), Randomisation, and an Old Enigma of Card Play, Mathematical Gazette 18, 294-297.
[Flo52] Flood, M. A. (1958), Some Experimental Games, Management Science 5, 5-26.
[FudTir91] D. Fudenberg and J. Tirole (1991), Perfect Bayesian Equilibrium and Sequential Equilibrium, Journal of Economic Theory 53, 236-260.
[GaleSha62] D. Gale and L. S. Shapley (1962), College Admissions and the Stability of Marriage, American Mathematics Monthly 69, 9-15.
[Gib73] A. Gibbard, (1973), Manipulation of Voting Schemes: A General Result, Econometrica 41, 587-601.
[Har56] Harsanyi, J. C. (1956), Approaches to the Bargaining Problem Before and After the Theory of Games: A Critical Discussion of Zeuthen's, Hicks', and Nash's Theories, Econometrica 24, 144-157.
[Har66] J. C. Harsanyi, (1966), A General Theory of Rational Behavior in Game Situations, Econometrica 34, 613-634.
[Har68] J. C. Harsanyi, (1967-8), Games with Incomplete Information Played by «Bayesian» Players, Parts I, II and III, Management Science 14, 159-182, 320-334 and 486-502.
[Har73] J. C. Harsanyi, (1973), Games with Randomly Distured Payoffs: A New Rationale for Mixed Strategy Equilibrium Points, International Journal of Game Theory 2, 1-23.
[HarSel88] J. C. Harsanyi and R. Selten (1988), A General Theory of Equilibrium Selection in Games. Cambridge Mass.: MIT Press.
[KalSmo75] E. Kalai and M. Smorodinsky (1975), Other Solutions to Nash's Bargaining Problem, Econometrica 43, 513-518.
[Koh81] Elon Kohlberg, (1981), Some Problems with the Concept of Perfect Equilibria, Rapporteurs' Report of the NBER Conference on the Theory of General Economic Equilibrium by Karl Dunz and Nirvikar Sing, University of Californa Berkeley.

[KohMer86] E. Kohlberg and J.F. Mertens (1986), On the Strategic Stability of Equilibria, Econometrica 54, 1003-1037.

[Kre90] D. M. Kreps, (1990), A Course in Microeconomic Theory. Princeton: Princeton University Press.

[KreWil82] D. M. Kreps and R. B. Wison (1982), Sequential Equilibria, Econometrica 50, 863-894.

[Kuh53] H. W. Kuhn, (1953), Extensive Games and the Problem of Information, pp. 193-216 in Contributions to the Theory of Games, Volume II (Annals of Mathematics Studies, 28) (H. W. Kuhn ans A. W. Tucker, eds.), Princeton: Princeton University Press.

[Kuhn68] W. H. Kuhn (1968), Preface to Waldegrave's Comments: Excerpt from Montmort's Letter to Nicholas Bernoulli, pp. 3-6 in Precursors in Mathematical Economics: An Anthology (Series of Reprints of Scarce Works on Political Economy, 19) (W. J. Baumol and S. M. Goldfeld, eds.), London: London School of Economics and Political Science.

[LemHow64] Carlton E Lemke and J. T. Howson, Jr. (1964), Equilibrium Points of Bimatrix Games, Society for Industrial and Applied Mathematics Journal of Applied Mathematics 12, 413-423.

[Lew61] R. C. Lewontin, (1961), Evolution and the Theory of Games, Journal of Theoretical Biology 1, 382-403.

[Lew76] D. K. Lewis,(1969), Convention: A Philosophical Study. Cambridge Mass.: Harvard University Press.

[LitTho77] S. C. Littlechild and G. F. Thompson (1977), Aircraft Landing Fees: A Game Theory Approach, Bell Journal of Economics 8, 186-204.

[Loo46] H. L. Loomis, (1946), On a Theorem of von Neumann, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 32, 213-215.

[Luc68] W. F. Lucas, (1968), A Game with No Solution, Bulletin of the American Mathematical Society 74, 237-239.

[McKin52] John Charles C. McKinsey, (1952), Introduction to the Theory of Games. New York: McGraw-Hill Book Co.

[MerZam85] J. F. Mertens and S. Zamir (1985), Formulation of Bayesian Analysis for Games with Incomplete Information, International Journal of Games Theory 14, 1-29.

[Nash50a] John F. Nash, (1950), Equilibrium Points in N-Person Games, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 36, 48-49.

[Nash50b] Nash, J. F. (1950), The Bargaining Problem, Econometrica 18, 155-162.

[Nash51] J. F. Nash (1951), Non-Cooperative Games, Annals of Mathematics 54, 286-295.

[Nash53] J. F. Nash (1953), Two Person Cooperative Games, Econometrica 21, 128-140.

[Neu28] John Von Neumann, (1928), Zur Theorie der Gesellschaftsspiele, Mathematische Annalen 100, 295-320. (Translated as "On the Theory of Games of Strategy", pp.13-42 in Contributions to the Theory of Games, Volume IV (Annals of Mathematics Studies, 40) (A. W. Tucker and R. D. Luce, eds.), Princeton University Press, Princeton, 1959).

[NeuMorg44] John Von Neumann, and Oscar. Morgenstern (1944), Theory of Games and Economic Behavior. Princeton: Princeton University Press.

[Ney85] A. Neyman, (1985), Bounded Complexity Jusifies Cooperation in the Finitely Repeated Prisoner's Dilemma, Economic Letters 19, 227-229.

[Pear84] Pearce, D. G. (1984), Rationalizable Strategic Behavior and the Problem of Perfection, Econometrica 52, 1029-1050.

[Roth84] A. E. Roth, (1984), The Evolution of the Labor Market for Medical Interns and Residents: A Case Study in Game Theory, Journal of Political Economy 92, 991-1016.

[Rub82] A. Rubinstein, A. (1982), Perfect Equilibrium in a Bargaining Model, Econometrica 50, 97-109.

[Rub86] Rubinstein, A. (1986), Finite Automata Play the Repeated Prisoner's Dilemma, Journal of Economic Theory 39, 83-96.

[Sca67] H. E. Scarf, (1967), The Core of a N-Person Game, Econometrica 35, 50-69.

[Sch60] T. C. Schelling, (1960), The Strategy of Conflict. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

[Sch69] D. Schmeidler, (1969), The Nucleolus of a Characteristic Function Game, Society for Industrial and Applied Mathematics Journal of Applied Mathematics 17, 1163-1170.

[Sel65] R. Selten, (1965), Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfragetragheit, Zeitschrift fur die gesamte Staatswissenschaft 121, 301-324 and 667-689.

[Sel75] R. Selten (1975), Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games, International Journal of Game Theory 4, 25-55.

[Sha53a] L. S. Shapley, (1953), A Value for n-Person Games, pp. 307-317 in Contributions to the Theory of Games, Volume II (Annals of Mathematics Studies, 28) (H. W. Kuhn and A. W. Tucker, eds.), Princeton: Princeton University Press.

[Sha53b] Shapley, L. S. (1953), Stochastic Games, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 39, 1095-1100.

[Sha67] L. S. Shapley, (1967), On Balanced Sets and Cores, Naval Research Logistics Quarterly 14, 453-460.

[Sha69] L. S. Shapley, (1969), Utility Comparison and the Theory of Games, pp. 251-263 in La Decision, Paris: Editions du Centre National de la Recherche Scientifique. (Reprinted on pp. 307-319 of The Shapley Value (Alvin E. Roth, ed.), Cambridge: Cambridge University Press, 1988).

[ShaShu54] Shapley, L. S. and M. Shubik (1954), A Method for Evaluating The Distribution of Power in a Committee System, American Political Science Review 48, 787-792.

[ShaShu69] L. S. Shapley, and M. Shubik (1969), On Market Games, Journal of Economic Theory 1, 9-25.

[Shu62] M. Shubik, (1962), Incentives, Decentralized Control, the Assignment of Joint Costs and Internal Pricing, Management Science 8, 325-343.

[Sim45] A. H. Simon, (1945), Review of the Theory of Games and Economic Behavior by J. von Neumann and O. Morgenstern, American Journal of Sociology 27, 558-560.

[Smi72] Maynard Smith, John (1972), Game Theory and the Evolution of Fighting, pp.8-28 in On Evolution (John Maynard Smith), Edinburgh: Edinburgh University Press.

[SmiPri73] Maynard Smith, John and G. A. Price (1973), The Logic of Animal Conflict, Nature 246, 15-18.

[TanWer88] T. Tan and S. Werlang (1988), The Bayesian Foundations of Solution Concepts of Games, Journal of Economic Theory 45, 370-391.

[Tuc50] Publication of Tucker's (1950) memo occurred in 1980 under the title On Jargon: The Prisoner's Dilemma, UMAP Journal 1, 101.

[Vil38] Jean Ville, (1938), Note sur la theorie generale des jeux ou intervient l'habilite des jouers, pp. 105-113 in Applications aux jeux de hasard, Tome IV, Fascicule II of Traite du calcul des probabilities et de ses applications (Emile Borel), Paris: Gauthier-Villars.

[Zer13] E. Zermelo, (1913), Uber eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels, pp. 501-504 in Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians, Volume II (E. W. Hobson and A. E. H. Love, eds.), Cambridge: Cambridge University Press.

[Zeu30] Zeuthen, F. (1930), Problems of Monopoly and Economic Warfare. London: George Routledge and Sons.

Ηλεκτρονική Βιβλιογραφία

[ABC01] http://abcnews.go.com/Technology/WhosCounting/story?id=98179&page=1

[Focus] http://www.focusmag.gr

[G.T.04] http://www.gametheory.net/news/concept.pl

[Kru97] http://www.pollutionengineering.com/archives/1997/pol0701.97/07edit0.htm

[M98] http://archive.newscientist.com/secure/article/article.jsp?rp=1&id=mg16021555.300

[Walker95] http://www.econ.canterbury.ac.nz/personal_pages/paul_walker/gt/hist.htm

[Wi.Pe.] http://en.wikipedia.org/wiki/Game_theory#History