

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΜΕΣΟΛΟΓΓΙΟΥ**

**ΤΜΗΜΑ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ**



**Τ.Ε.Ι ΜΕΣΟΛΟΓΓΙΟΥ**

## **ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

" Μελέτη και πειραματική αποτύπωση του διαγράμματος λήψης κεραίας  
διηλεκτρικού υλικού καθώς και πειραματικός προσδιορισμός των  
χαρακτηριστικών της."

**ΑΘΑΝΑΣΟΠΟΥΛΟΣ ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ**

**A.M. :0479**

**ΕΠΙΒΛΕΠΟΝΤΕΣ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ**

**ΑΣΑΡΙΔΗΣ ΗΛΙΑΣ**

**ΛΟΥΒΡΟΣ ΣΠΥΡΙΔΩΝ**

**ΝΑΥΠΑΚΤΟΣ 2013**



**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΜΕΣΟΛΟΓΓΙΟΥ**

**ΤΜΗΜΑ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ**



**Τ.Ε.Ι ΜΕΣΟΛΟΓΓΙΟΥ**

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

" Μελέτη και πειραματική αποτύπωση του διαγράμματος λήψης κεραίας  
διηλεκτρικού υλικού καθώς και πειραματικός προσδιορισμός των  
χαρακτηριστικών της."

**ΑΘΑΝΑΣΟΠΟΥΛΟΣ ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ**

A.M. :0479

**ΕΠΙΒΛΕΠΟΝΤΕΣ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ**

**ΑΣΑΡΙΔΗΣ ΗΛΙΑΣ**

**ΛΟΥΒΡΟΣ ΣΠΥΡΙΔΩΝ**

**ΝΑΥΠΑΚΤΟΣ 2013**



## Περίληψη

Οι τηλεπικοινωνίες ανεξαρτήτως του τρόπου μετάδοσης είναι η αποστολή σημάτων σε μεγάλες αποστάσεις. Οι τρόποι μετάδοσης θα μπορούσαν να είναι ασύρματη, ενσύρματη, ηλεκτρομαγνητική, ηλεκτρική και οπτικές λύσεις όλες διαφέρουν μεταξύ τους εκτός όμως από το δομικό στοιχείο που είναι το ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Στο κεφάλαιο 1 αναλύουμε το ηλεκτρομαγνητικό κύμα ως προς τα επιμέρους χαρακτηριστικά του.

Στο κεφάλαιο 2 μελετάμε το διηλεκτρικό υλικό, τις ιδιότητες του, τα χαρακτηριστικά του και το πώς αυτό επιδρά στη μετάδοση και λήψη από το σύστημα μας.

Στο Κεφάλαιο 3 αναλύουμε το σύστημα μετάδοσης της παραβολικής κεραία, ξεδιπλώνουμε τους παράγοντες που λαμβάνουμε υπόψη κατά την κατασκευή μιας παραβολικής κεραίας και αναφέρουμε τις σημαντικότερες απώλειες που αυτής η μορφής κεραία εισάγει σε ένα σύστημα.



## Περιεχόμενα

Πρόλογος .....	9
Εισαγωγή .....	<b>Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης.</b>
Κεφάλαιο 1 <sup>ο</sup> .....	12
1.1 Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα .....	12
1.2 Το φάσμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας .....	14
1.3 Εξισώσεις Maxwell .....	18
1.4 Ιδιότητες ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων .....	19
1.4.1 Ηλεκτρική και μαγνητική διαπερατότητα .....	19
1.4.2 Ταχύτητα Διάδοσης .....	19
1.4.3 Χαρακτηριστική αντίσταση $Z_0$ .....	20
1.4.4 Επιδερμικό βάθος .....	21
1.4.5 Διαφορά φάσεως .....	22
1.4.6 Πόλωση .....	24
1.4.7 Εξασθένηση και Απορρόφηση .....	25
1.4.8 Ανάκλαση των κυμάτων .....	26
1.4.9 Συμβολή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων .....	28
1.4.10 Περίθλαση .....	29
Κεφάλαιο 2 <sup>ο</sup> .....	33
Εισαγωγή .....	33
2.1 Διηλεκτρικά μεγέθη .....	33
2.1.1 Δύναμη μεταξύ των φορτίων – μιγαδική επιτρεπτότητα .....	33
2.1.2 Σχετική μιγαδική επιτρεπτότητα .....	34
2.1.3 Εναλλακτική θεώρηση της μιγαδικής επιτρεπτότητας .....	36
2.1.4 Εφαπτομένη απωλειών .....	37
2.2 Ηλεκτρικές και διηλεκτρικές ιδιότητες ηλεκτρομονωτικών υλικών .....	38
2.2.1 Ειδική αγωγιμότητα όγκου και επιφάνειας .....	39
2.2.2 Διηλεκτρικοί μηχανισμοί .....	39
2.2.3 Απορρόφηση ενέργειας στα μονωτικά υλικά .....	41
2.2.4 Επιθυμητές ιδιότητες μονωτικών υλικών .....	42
2.3 Διηλεκτρικές μετρήσεις .....	43
2.3.1 Παράλληλες πλάκες με διηλεκτρικό .....	43
2.3.2 Σειριακό και παράλληλο ισοδύναμο κύκλωμα .....	45
2.3.3 Διηλεκτρική φασματοσκοπία .....	47
2.3.4 Πόλωση και ηλεκτρική μετατόπιση .....	48
2.3.5 Διηλεκτρική απόκριση στο πεδίο της συχνότητας .....	55
Κεφάλαιο 3 .....	60

Εισαγωγή .....	60
3.1 Παραβολοειδής Κεραίες .....	61
3.1.1 Παραβολοειδής κεραία με εμπρόσθια τροφοδότηση (front fed feed) .....	61
3.1.2 Παραβολική κεραία τύπου Cassegrain .....	63
3.1.3 Παραβολοειδής κεραία τύπου Gregorian .....	64
3.2 Γεωμετρία της παραβολής .....	65
3.3 Ανεπάρκειες και Δυσκολίες .....	67
3.4 Περιοχές ακτινοβολίας .....	69
3.6 Διάγραμμα ακτινοβολίας .....	71
3.7 Απολαβή και Κέρδος .....	73
3.8 Η πόλωση .....	75
3.10 Low-noise block downconverter (LNB) .....	77
Κεφάλαιο 4 <sup>ο</sup> - Πειραματικό Μέρος .....	80
4.1 Εξισώσεις καμπυλών .....	80
4.1.1 Ευθεία γραμμή .....	80
4.2 Προσδιορισμός κέρδους κεραίας (G) .....	81
4.3 Στάσιμα Κύματα .....	81
4.4 Περιγραφή πειράματος .....	84
4.5 Λογαριθμικές καμπύλες .....	89
4.6 Θεωρία σφαλμάτων .....	93
4.6.1 Εισαγωγή .....	93
4.6.2 Είδη μετρήσεων .....	93
4.6.3 Ακρίβεια και πιστότητα .....	94
4.6.4 Κατηγορίες σφαλμάτων .....	95
4.6.5 Μέση τιμή .....	98
4.6.6 Διάδοση σφαλμάτων .....	100



## Πρόλογος

Στον πρόλόγό μου θα ήθελα να ευχαριστήσω τους καθηγητές μου για την πολύτιμη στήριξή τους και ιδιαίτερα τους Ασαρίδη Ηλία και Σπύρο Λούβρο που ήταν υπεύθυνοι για την πτυχιακή μου εργασία.

Ακόμα θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους φίλους που έκανα κατά την παραμονή μου στο τμήμα και στη Ναύπακτο, οι οποίοι με βοήθησαν σε όλες τις δυσκολίες και μου προσέφεραν πολύ καλές στιγμές και αναμνήσεις που θα έχω για μια ζωή.

Τέλος θα ήθελα να απευθύνω ένα τεράστιο ευχαριστώ στην οικογένεια μου για την πολύτιμη στήριξη τους, ηθική και υλική, για ολόκληρο το κομμάτι των σπουδών μου.



## **Περίληψη**

Οι τηλεπικοινωνίες ανεξαρτήτως του τρόπου μετάδοσης είναι η αποστολή σημάτων σε μεγάλες αποστάσεις. Οι τρόποι μετάδοσης θα μπορούσαν να είναι ασύρματη, ενσύρματη, ηλεκτρομαγνητική, ηλεκτρική και οπτικές λύσεις όλες διαφέρουν μεταξύ τους εκτός όμως από το δομικό στοιχείο που είναι το ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

Στο κεφάλαιο 1 αναλύουμε το ηλεκτρομαγνητικό κύμα ως προς τα επιμέρους χαρακτηριστικά του.

Στο κεφάλαιο 2 μελετάμε το διηλεκτρικό υλικό, τις ιδιότητες του, τα χαρακτηριστικά του και το πώς αυτό επιδρά στη μετάδοση και λήψη από το σύστημα μας.

Στο Κεφάλαιο 3 αναλύουμε το σύστημα μετάδοσης της παραβολικής κεραίας, ξεδιπλώνουμε τους παράγοντες που λαμβάνουμε υπόψη κατά την κατασκευή μιας παραβολικής κεραίας και αναφέρουμε τις σημαντικότερες απώλειες που αυτής η μορφής κεραία εισάγει σε ένα σύστημα.

Στο 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο ασχολούμαστε με το πειραματικό μέρος της εργασίας μας, στο οποίο αναλύουμε το διάγραμμα λήψης της κεραίας διηλεκτρικού υλικού και προσδιορίζουμε τα χαρακτηριστικά της.

## **Κεφάλαιο 1<sup>ο</sup>**

### **Εισαγωγή**

Η ηλεκτρομαγνητική ενέργεια (ή ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία) αποτελείται από κύματα ηλεκτρικής και μαγνητικής ενέργειας, τα οποία διαδίδονται (ακτινοβολούνται) στον ελεύθερο χώρο. Η περιοχή στην οποία αναπτύσσονται τα κύματα αυτά ονομάζεται ηλεκτρομαγνητικό πεδίο. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα εμφανίζονται με πολλές διαφορετικές μορφές. Για παράδειγμα, τα ραδιοκύματα, τα μικροκύματα, το ορατό φως αλλά και οι ακτίνες X αποτελούν μορφές ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Όλα τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα διαδίδονται με την ταχύτητα του φωτός.

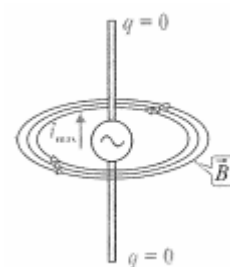
Τα σημαντικά χαρακτηριστικά των διαφόρων τύπων κυμάτων είναι η απόσταση που καλύπτεται από ένα κύκλο του κύματος, που ονομάζεται μήκος κύματος, και ο αριθμός των κυμάτων που διέρχονται από ένα συγκεκριμένο σημείο ανά δευτερόλεπτο, που είναι η συχνότητα του κύματος. Οι σημαντικότερες διαφορές των διαφορετικών τύπων κυμάτων σχετίζονται με τη συχνότητα. Για οποιοδήποτε ηλεκτρομαγνητικό κύμα, το γινόμενο του μήκους κύματος και της συχνότητας ισούται με την ταχύτητα του φωτός. Η συχνότητα ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος εκφράζεται συνήθως σε μονάδες Hertz (Hz). Ένα Hz ισούται με ένα κύμα ανά δευτερόλεπτο.

Φυσική ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία υπήρχε πάντα στη γη.

#### **1.1 Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα**

Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι η ταυτόχρονη διάδοση ενός ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου. Η μεταξύ τους γωνία ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου είναι  $90^\circ$ . Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα διαδίδονται στο κενό με την ταχύτητα του φωτός. Σε όλα τα άλλα υλικά διαδίδονται με μικρότερη ταχύτητα, για το κενό η ταχύτητα διάδοσης ισούται με  $c=3 \cdot 10^8$  m/s.

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα δημιουργούνται από μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία, ένα σταθερό ηλεκτρικό ή μαγνητικό πεδίο δεν παράγει ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Όταν, όμως, έχουμε ηλεκτρικά φορτία που επιταχύνονται, τα μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία που δημιουργούν έχουν ως αποτέλεσμα την παραγωγή ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Μια απλή συσκευή παραγωγής ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων είναι το ταλαντούμενο ηλεκτρικό δίπολο. Το ταλαντούμενο ηλεκτρικό δίπολο είναι μια συσκευή που αποτελείται από δύο μεταλλικές ράβδους, οι οποίες συνδέονται με πηγή εναλλασσόμενης τάσης, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στην περίπτωση αυτή οι ράβδοι φορτίζονται εναλλάξ με θετικά και αρνητικά φορτία που μεταβάλλονται ημιτονοειδώς με



**Σχήμα 1.1:**  
Ταλαντούμενο Ηλεκτρικό  
Δίπολο

το χρόνο. Η κίνηση αυτή των φορτίων αποτελεί εναλλασσόμενο ρεύμα. Τα ταλαντούμενα ηλεκτρικά δίπολα αποτελούν κοινή μέθοδο παραγωγής ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στους ραδιοφωνικούς και τηλεοπτικούς σταθμούς.

Από τις εξισώσεις του Maxwell για το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο προκύπτει ότι:

- Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι εγκάρσιο, με τα διανύσματα του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου να είναι κάθετα μεταξύ τους και κάθετα στην διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- Κάθε στιγμή ο λόγος των μέτρων των εντάσεων του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου είναι ίσος με την ταχύτητα διάδοσης  $u$  (για το κενό  $c$ ).

$$\frac{E}{B} = u \quad (1.1)$$

- Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, όπως και τα μηχανικά, υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.

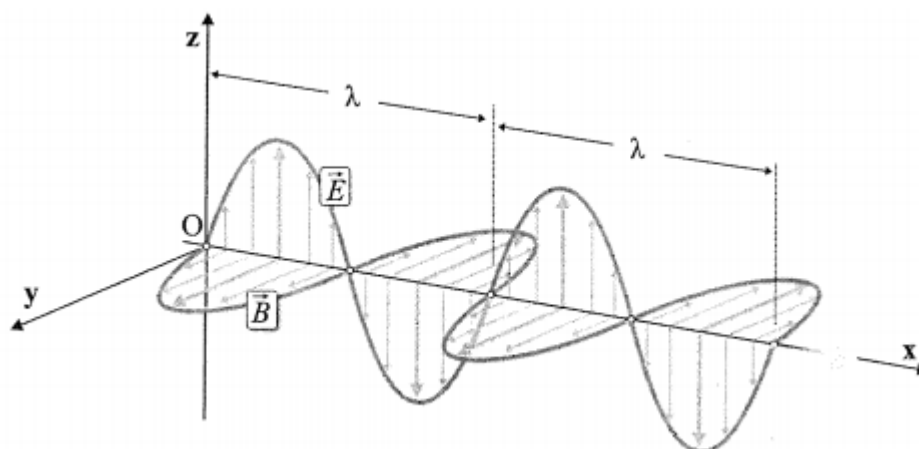
Οι εξισώσεις που περιγράφουν το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται κατά την διεύθυνση  $x$  είναι:

$$E = E_{max} * \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (1.2)$$

$$B = B_{max} * \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (1.3)$$

όπου βέβαια  $E_{\max}$ ,  $B_{\max}$  είναι οι μέγιστες τιμές της έντασης του Ηλεκτρικού και Μαγνητικού πεδίου αντίστοιχα.

Το στιγμιότυπο ενός τέτοιου αρμονικού κύματος φαίνεται στο σχήμα 1.2.



Σχήμα 1.2: Στιγμιότυπο επίπεδου ηλεκτρομαγνητικού κύματος, διαδιδόμενου κατά την διεύθυνση του άξονα x. Οι γραμμές του B είναι παράλληλες προς τον άξονα y και οι γραμμές του E είναι παράλληλες προς τον άξονα z.

## 1.2 Το φάσμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας

Ηλεκτρομαγνητικά κύματα δεν παράγονται μόνο από ταλαντούμενα ηλεκτρικά δίπολα. Σήμερα γνωρίζουμε ότι συνδέονται με ένα πλήθος φυσικών φαινομένων, όπως αποδιεγέρσεις ατόμων, πυρηνικές διασπάσεις κλπ. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα καλύπτουν ένα εύρος μήκος κύματος και συχνοτήτων ανάλογα με το μηχανισμό παραγωγής τους. Παρά τις τεράστιες διαφορές στην παραγωγή τους, όλα τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα έχουν τα γενικά χαρακτηριστικά που περιγράψαμε.

Εφόσον όλα διαδίδονται στο κενό με την ταχύτητα  $c$  η συχνότητα τους και το μήκος κύματος συνδέονται με τη σχέση :

$$c = \lambda * f \quad (1.4)$$

που είναι η γνωστή μας « θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής» γραμμένη για τη διάδοση ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο κενό.

Παρακάτω ακολουθεί μια σύντομη περιγραφή των διάφορων περιοχών του φάσματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, κατά σειρά ελλατούμενου μήκος

κύματος. Βέβαια δεν υπάρχει σαφής διαχωρισμός του κάθε τμήματος από τα υπόλοιπα.

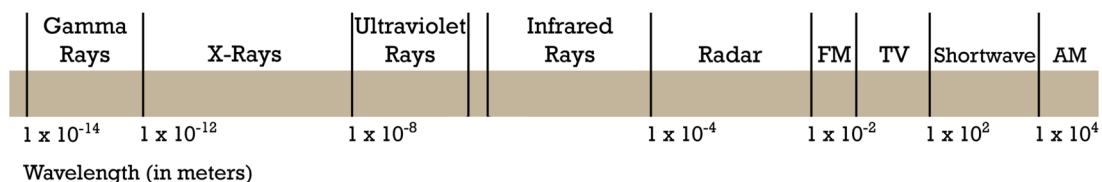
- **Ραδιοκύματα.** Είναι τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα με μήκος κύματος από  $10^5$  m έως μερικά εκατοστά. Δημιουργούνται από ηλεκτρονικά κυκλώματα L - C και χρησιμοποιούνται στη ραδιοφωνία και στην τηλεόραση.
- **Μικροκύματα.** Το μήκος κύματος τους εκτείνεται από 30cm έως 1mm περίπου. Παράγονται από ηλεκτρονικά κυκλώματα. Μικροκύματα χρησιμοποιούν όχι μόνο οι φούρνοι, αλλά και τα radar.
- **Υπέρυθρα κύματα.** Καλύπτουν την περιοχή από 1mm έως  $7 \cdot 10^{-5}$  m περίπου. Τα κύματα αυτά εκπέμπονται από τα θερμά σώματα και απορροφώνται εύκολα από τα περισσότερα υλικά. Η υπέρυθη ακτινοβολία που απορροφάται από ένα σώμα, αυξάνει το πλάτος της ταλάντωσης των σωματιδίων από τα οποία αποτελείτε, αυξάνοντας έτσι τη θερμοκρασία του.
- **Το ορατό φως.** Είναι το μέρος εκείνο της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που ανιχνεύει ο ανθρώπινος οφθαλμός. Το μήκος κύματος του ορατού φωτός κυμαίνεται από 400nm – 700nm (  $1\text{nm} = 10^{-9}$  m). Το ορατό φως παράγεται από την ανακατανομή των ηλεκτρονίων στα άτομα και στα μόρια. Κάθε υποπεριοχή του ορατού φάσματος προκαλεί στον άνθρωπο την αίσθηση κάποιου συγκεκριμένου χρώματος. Τα μήκη κύματος των διαφόρων χρωμάτων είναι:

700 έως 630 nm	Ερυθρό
630 έως 590 nm	Πορτοκαλί
590 έως 560 nm	Κίτρινο
560 έως 480 nm	Πράσινο
480 έως 440 nm	Κυανό
440 έως 400 nm	Ιώδες

- **Υπεριώδης ακτινοβολία.** Η ακτινοβολία αυτή καλύπτει τα μήκη κύματος από  $3.8 \cdot 10^{-7}$  m έως  $6 \cdot 10^{-8}$  m περίπου. Ο ήλιος είναι ισχυρή πηγή υπεριώδους ακτινοβολίας. Οι υπεριώδης ακτίνες είναι υπεύθυνες για το «μαύρισμα», όταν κάνουμε ηλιοθεραπεία το καλοκαίρι. Μεγάλες δόσεις

βλάπτουν τον ανθρώπινο οργανισμό. Το μεγαλύτερο μέρος αυτής της ακτινοβολίας απορροφάται από τα άτομα και τα μόρια της στρατόσφαιρας.

- **Ακτίνες X.** Οι ακτίνες X είναι ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία με μήκη κύματος από  $10^{-8}$  m έως  $10^{-13}$  m περίπου. Η πιο κοινή αιτία παραγωγής ακτινών X είναι η επιβράδυνση ταχέως κινούμενων ηλεκτρονίων καθώς αυτά προσκρούουν σε μεταλλικό στόχο. Οι ακτίνες X χρησιμοποιούνται στη ιατρική, αλλά και στη μελέτη κρυσταλλικών δομών.
- **Ακτίνες γ.** Οι ακτίνες γ είναι ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που εκπέμπεται από ορισμένους ραδιενεργούς πυρήνες καθώς και σε αντιδράσεις πυρήνων και στοιχειωδών σωματιδίων ή ακόμα και κατά τη διάσπαση στοιχειωδών σωματιδίων. Τα μήκη κύματος τους αρχίζουν από  $10^{-10}$  m έως  $10^{-14}$  m. Είναι πολύ διεισδυτικές και βλάπτουν τους οργανισμούς που τις απορροφούν.
- **Κοσμικές Ακτίνες.** Οι κοσμικές ακτίνες είναι μια κατηγορία ακτινοβολίας που αποτελείται από σωματίδια υψηλών ενεργειών τα οποία παράγονται σε κάποιο μέρος του σύμπαντος μακριά από την Γη και προσκρούουν στην ατμόσφαιρα της Γης με ανιχνεύσιμα αποτελέσματα. Οι κοσμικές ακτίνες αποτελούνται κυρίως από θετικά ηλεκτρικώς φορτισμένα σωματίδια, περίπου 87% πρωτόνια, 12% σωματίδια άλφα (πυρήνες ηλίου) και λίγους βαρύτερους πυρήνες (οι σχετικές περιεκτικότητες είναι συγκρίσιμες με τις ηλιακές).



Εικόνα 1: Το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα και εφαρμογές

Τα μικροκύματα έχουν ηλεκτρομαγνητικό φάσμα από τα 300 MHz έως και 300 GHz. Τα μικροκύματα χρησιμοποιούνται πάρα πολύ στις τηλεπικοινωνίες και γενικότερα στις συνδέσεις σημείου με σημείο (point to point). Το μεγάλο πρόβλημα



στις συχνότητες των μικροκυμάτων είναι το μέγεθος του μήκους κύματος του σήματος. Το μήκος κύματος σε ένα σήμα χαμηλής συχνότητας είναι πολύ μεγάλο συγκρινόμενο με τις φυσικές διαστάσεις μιας συσκευής. Για παράδειγμα, το μήκος κύματος μιας γραμμής ηλεκτρικής ενέργειας στα  $50\text{ Hz}$  είναι  $6.000\text{ km}$  ενώ για ένα σήμα συχνότητας  $1\text{ MHz}$  το μήκος κύματος είναι  $300\text{ m}$ . Ο μεγάλος λόγος διαστάσεων μήκους κύματος προς συσκευή έχει σαν αποτέλεσμα πολύ μικρές διαφορές φάσεως σε διαφορετικά σημεία δοκιμής. Οι μικρές διαφορές φάσεως σημαίνουν ότι δεν μπορεί να σχηματιστεί ένα στάσιμο κύμα, το οποίο είναι το αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης μεταξύ ενός προς τα εμπρός κινούμενου σήματος και της ανακλάσεώς του. Έτσι οι λύσεις των εξισώσεων του Maxwell απλοποιούνται πάρα πολύ και προκύπτει ο νόμος του Ohm και άλλα θεωρήματα που κάνουν το σχεδιασμό κυκλωμάτων σε χαμηλές συχνότητες σχετικά εύκολο. Ο Μηχανικός μικροκυμάτων δεν μπορεί να χρησιμοποιήσει τις εξισώσεις των χαμηλών συχνοτήτων για να αναλύσει ή να σχεδιάσει ένα μικροκυματικό κύκλωμα. Η μόνη αξιόπιστη πηγή είναι οι εξισώσεις Maxwell. Στις μικροκυματικές συχνότητες, το μήκος κύματος ενός σήματος είναι συγκρίσιμο ή ακόμη και μικρότερο από τις φυσικές διαστάσεις της συσκευής. Για παράδειγμα, το μήκος κύματος ενός σήματος  $10\text{ GHz}$  είναι  $3\text{ cm}$ . Έτσι, δύο γειτονικά σημεία δοκιμής μπορεί να έχουν σημαντική διαφορά φάσεως. Παρόμοια, επειδή ένα προς τα εμπρός κινούμενο κύμα μπορεί να ανακλαστεί μερικώς εξαιτίας μιας κακής προσαρμογής στο κύκλωμα, ένα σημείο δοκιμής στο κύκλωμα είναι η υπέρθεση του προς τα εμπρός και του ανακλώμενου κύματος. Αυτά τα δύο κύματα διαφέρουν μεταξύ τους κατά μία σημαντική γωνία φάσεως και κατά τη διεύθυνση της διάδοσής τους. Η πεπερασμένη διαφορά φάσεως μεταξύ του προς τα εμπρός κύματος και του ανακλώμενου κύματος έχει σαν αποτέλεσμα το σχηματισμό ενός στάσιμου κύματος. Επίσης, άλλα φαινόμενα υψηλής συχνότητας όπως οι απώλειες λόγω ακτινοβολίας, οι διηλεκτρικές απώλειες και οι παρασιτικές χωρητικότητες καθιστούν το σχεδιασμό των μικροκυματικών κυκλωμάτων δύσκολο.

Πριν επεκταθούμε στην παρουσίαση και επεξήγηση των τύπων του Maxwell θα ήθελα να αναφερθώ σε δύο ακόμα χαρακτηριστικά των μικροκυματικών σημάτων είναι ότι μπορεί να διαδοθεί μέσα από την ιονόσφαιρα με ελάχιστες απώλειες. Όμως, οι υδρατμοί, η βροχή, το όζον και το οξυγόνο απορροφούν τα μικροκύματα σε ορισμένες συχνότητες. Η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία σε συχνότητες της τάξεως δεκάδων  $\text{MHz}$  και κάτω, δεν μπορεί να εισχωρήσει στην ιονόσφαιρα αλλά ανακλάται

πίσω. Τα μικροκύματα όμως, μπορούν να εισχωρήσουν στην ιονόσφαιρα υφιστάμενα κάποια περίθλαση. Έτσι οι διαστημικές επικοινωνίες χρησιμοποιούν μικροκύματα.

Ένα άλλο στοιχείο των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων υψηλών συχνοτήτων είναι ότι ως φέροντα κύματα μπορούν να συγκεντρώσουν περισσότερη πληροφορία μέσα στο εύρος ζώνης τους. Για παράδειγμα, η τυπική συχνότητα φέροντος ενός σήματος *AM* είναι *1 MHz* και η πληροφορία της μουσικής και της φωνής (που ονομάζονται ακουστική πληροφορία) περιέχονται σε ένα εύρος ζώνης *40 kHz*, δηλαδή *4%* του φέροντος. Αν χρησιμοποιηθεί ένα κύμα *10 GHz* ως φέρον, τότε ένα εύρος ζώνης *1%* θα είναι *100 MHz*, που σημαίνει ότι  $100 \text{ MHz} / 40 \text{ kHz} = 25000$  ξεχωριστές ομάδες ακουστικής πληροφορίας μπορούν θεωρητικά να διευθετηθούν.

### **1.3 Εξισώσεις Maxwell**

Τα χαρακτηριστικά των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων βασίζονται στις εξισώσεις του Maxwell, οι οποίες συσχετίζουν την πυκνότητα ηλεκτρικής ροής *D*, την πυκνότητα μαγνητικής ροής *B*, την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου *E* και την ένταση του μαγνητικού πεδίου *H* με την πυκνότητα της εντάσεως του ρεύματος *J* και την πυκνότητα φορτίου *ρ*:

$$\nabla * E = - \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1.5)$$

$$\nabla * H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (1.6)$$

$$\nabla * D = \rho \quad (1.7)$$

$$\nabla * B = 0 \quad (1.8)$$

οπού τα εμφανιζόμενα βαθμωτά και διανυσματικά μεγέθη είναι σημειακές συναρτήσεις του χρόνου. Η πρώτη εξίσωση του Maxwell μας λέει ότι ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο έχει σαν αποτέλεσμα ένα μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο και είναι γνωστή ως νόμος του Faraday. Η δεύτερη εξίσωση δηλώνει ότι ένα μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο έχει σαν αποτέλεσμα ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο. Η τρίτη εξίσωση δηλώνει ότι η μορφή, η ένταση και η διεύθυνση του συνολικού ηλεκτρικού πεδίου καθορίζονται από τη γεωμετρική κατανομή των

ηλεκτρικών φορτίων που παράγουν το πεδίο. Τέλος, η τέταρτη εξίσωση μας λέει ότι το μαγνητικό πεδίο ακολουθεί έναν κλειστό βρόχο.

## **1.4 Ιδιότητες ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων**

### **1.4.1 Ηλεκτρική και μαγνητική διαπερατότητα**

Η ικανότητα παραγωγής ενός ηλεκτρικού ή μαγνητικού πεδίου μέσα σε ένα ορισμένο μέσο, εξαρτάται από τις διηλεκτρικές ή μαγνητικές ιδιότητες των διαφόρων υλικών. Οι διηλεκτρικές ιδιότητες δίνονται από την ηλεκτρική διαπερατότητα  $\epsilon$ , που περιγράφει πόσο εύκολα το υλικό μπορεί να πολωθεί, δηλαδή πόσο εύκολα τα φορτία εντός του υλικού μπορούν να μετατοπιστούν όταν εφαρμόζεται μία τάση (ή ηλεκτρικό πεδίο). Στο κενό ή στον αέρα, η τιμή της ηλεκτρικής διαπερατότητας είναι  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ . Οι διαπερατότητες όλων των άλλων υλικών συνήθως εκφράζονται ως ένα γινόμενο του  $\epsilon_0$  και ενός αριθμητικού παράγοντα που είναι γνωστός ως η διηλεκτρική σταθερά  $\epsilon_r$  ( $\epsilon_r = 1$  για το κενό). Επομένως η διηλεκτρική σταθερά ενός συγκεκριμένου υλικού είναι  $\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$ .

Κατά τον ίδιο τρόπο, οι μαγνητικές ιδιότητες ενός υλικού περιγράφονται από την μαγνητική διαπερατότητα  $\mu$ . Για το κενό ή τον αέρα έχουμε  $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ . Οι μαγνητικές διαπερατότητες των άλλων υλικών δίνονται ως  $\mu = \mu_r \mu_0$  όπου το  $\mu_r$  είναι ένας καθαρός αριθμός γνωστός ως σχετική μαγνητική διαπερατότητα ( $\mu_r = 1$  για το κενό).

### **1.4.2 Ταχύτητα Διάδοσης**

Όταν δημιουργείται ένα φορτίο, το ηλεκτρικό πεδίο αρχίζει να διαδίδεται προς τα έξω με πεπερασμένη ταχύτητα που είναι η ταχύτητα του φωτός. Στο κενό ή τον αέρα, η ταχύτητα του φωτός είναι  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Σε ένα μέσο, η ταχύτητα του φωτός αλλάζει κατά κάτι και γενικά δηλώνεται ως  $v$ . Αν το υλικό έχει ηλεκτρική και μαγνητική διαπερατότητα  $\epsilon$  και  $\mu$  αντίστοιχα, η ταχύτητα  $v$  δίνεται ως εξής:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (1.9)$$

Στο κενό η ταχύτητα του φωτός είναι:

$$v = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (1.10)$$

Συχνά χρειάζεται να εκφράσουμε την ταχύτητα του φωτός  $v$  σε ένα μέσο, σαν κλάσμα του  $c$ :

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_0}} \quad (1.11)$$

### 1.4.3 Χαρακτηριστική αντίσταση $Z_0$

Ας υποθέσουμε ότι ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα σε ένα μέσο μπορεί να «παγώσει» σε κάποια χρονική στιγμή και το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο μπορούν να «μετρηθούν». Αυτό είναι ένα φανταστικό πείραμα που δεν μπορεί να εκτελεστεί στην πραγματικότητα. Ο λόγος της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου  $E$  προς την ένταση του μαγνητικού πεδίου  $H$  είναι γνωστός ως η χαρακτηριστική αντίσταση (ή αντίσταση κύματος),  $Z_0$  του μέσου:

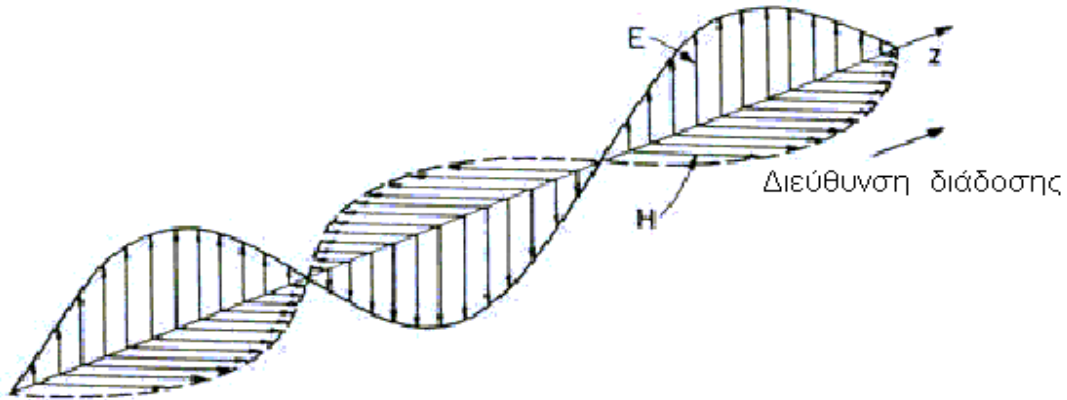
$$Z_0 = \frac{E}{H} \quad (1.12)$$

Το ηλεκτρικό πεδίο  $E$  δίνεται σε *Volt/m*, το μαγνητικό πεδίο σε *Amperes/m* και η χαρακτηριστική αντίσταση  $Z_0$  σε *Ohms*. Σημειώστε ότι η  $Z_0$  είναι ο λόγος του  $E$  προς  $H$  και είναι ανεξάρτητος από τα απόλυτα πλάτη. Επειδή οι εντάσεις του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου σχετίζονται με την ηλεκτρική και μαγνητική διαπερατότητα του μέσου, η  $Z_0$  μπορεί να εκφραστεί εναλλακτικά ως:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (1.13)$$

Για τον ελεύθερο χώρο έχουμε:

$$Z_0(\text{ελευθέρου χώρου}) = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \text{ Ohms} \quad (1.14)$$



Σχήμα 1.3: Η χαρακτηριστική αντίσταση  $Z_0$  ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι ο λόγος του ηλεκτρικού πεδίου  $E$  προς το μαγνητικό πεδίο  $H$ . τα  $E$  και  $H$  αλλάζουν τα πλάτη τους έτσι ώστε ο λόγος να παραμένει πάντα ο ίδιος.

#### 1.4.4 Επιδερμικό βάθος

Το επιδερμικό βάθος ορίζεται ως η απόσταση από μία μεταλλική επιφάνεια πέρα από την οποία το συνολικό πλάτος του διεισδύοντος μαγνητικού πεδίου πέφτει κάτω από 30% του αρχικού πλάτους. Μαθηματικά, το επιδερμικό βάθος,  $\delta$  για έναν αγωγό εκφράζεται ως:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} = \sqrt{\frac{\rho}{\pi f \mu}} \quad (1.15)$$

όπου  $\rho$  η ειδική αντίσταση του μετάλλου,  $\sigma = 1/\rho$  η ειδική αγωγιμότητα του μετάλλου,  $f$  η συχνότητα του εναλλασσόμενου μαγνητικού πεδίου και  $\mu$  η μαγνητική διαπερατότητα του μετάλλου.

Για μικροκυματικές εφαρμογές, ως ένα αγωγίμο μέσο χρησιμοποιείται συνήθως ο χαλκός. Η ηλεκτρική ειδική αγωγιμότητα του χαλκού είναι περίπου ίδιας τάξεως μεγέθους όπως το ασήμι ή ο χρυσός ή το αλουμίνιο κλπ. Επιπλέον ο χαλκός είναι μη μαγνητικός. Μια πιο χρήσιμη έκφραση για το επιδερμικό βάθος του χαλκού είναι η εξής:

$$\delta = \frac{2}{\sqrt{f(\text{GHz})}} \quad (1.16)$$

Όπου το  $f$  δίνεται σε GHz και το  $\delta$  σε  $\mu\text{m}$ .

Από την εξίσωση (1.15), για το επιδερμικό βάθος προκύπτουν τα εξής:

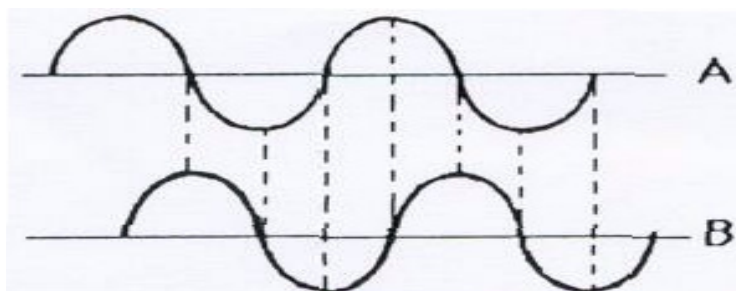
1. Το  $\delta$  αυξάνει με την ειδική αντίσταση.
2. Το  $\delta$  μειώνεται με τη συχνότητα.
3. Το  $\delta$  μειώνεται με τη μαγνητική διαπερατότητα.

Το επιδερμικό βάθος είναι ουσιαστικά η ενεργός απόσταση διείσδυσης ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος μέσα σε ένα μέταλλο. Σε κυματοδηγούς, όπου τα κύματα διαδίδονται με ανάκλαση στα τοιχώματα του κυματοδηγού, οι εσωτερικές του επιφάνειες μερικές φορές καλύπτονται με πολύ λεπτά στρώματα από ασήμι ή χαλκό. Αυτή η τεχνική ενισχύει την αγωγιμότητα του σήματος και ελαττώνει την απορρόφηση ισχύος του σήματος από τον κυματοδηγό.

Αν το μέταλλο είναι τέλειος αγωγός, δηλαδή  $\rho=0$  που σημαίνει  $\delta=0$ , δηλαδή το επιδερμικό βάθος είναι μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι το εισερχόμενο μαγνητικό πεδίο δεν μπορεί να διεισδύσει στο μέταλλο. Το συνολικό μαγνητικό πεδίο κάθετο στη μεταλλική επιφάνεια είναι μηδέν. Έτσι το 100% του κύματος ανακλάται και το μέταλλο δεν απορροφά ισχύ. Αν το μέταλλο έχει κάποια αντίσταση, η ανάκλαση δεν είναι 100%. Τότε το ηλεκτρομαγνητικό κύμα μπορεί να διεισδύσει στο μέταλλο σε μία απόσταση  $\delta$  και κάποια ισχύς απορροφάται από το μέταλλο για να διατηρήσει τα δινο-ρεύματα, τα οποία μαζί με την αντίσταση του μετάλλου παράγουν θερμότητα. Αυτή η απορρόφηση ισχύος προκαλεί την εξασθένιση στον κυματοδηγό. Αυτή η εξασθένιση είναι παρόμοια με την ωμική αντίσταση ενός απλού καλωδίου στην ηλεκτρονική χαμηλών συχνοτήτων.

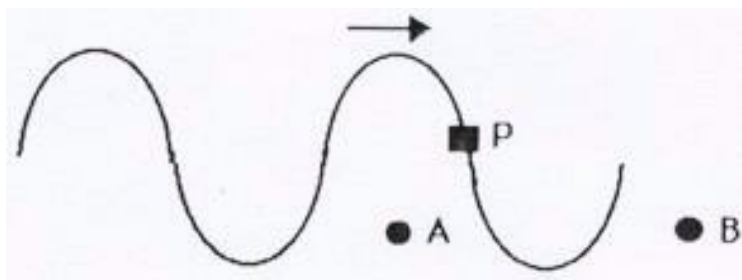
#### **1.4.5 Διαφορά φάσεως**

Ας θεωρήσουμε δύο κύματα που έχουν την ίδια συχνότητα, αλλά δεν είναι πλήρως ευθυγραμμισμένα μεταξύ τους. Τότε λέμε ότι τα κύματα έχουν διαφορά στη φάση τους. Το σχήμα 1.4 παριστάνει δύο κύματα  $A$  και  $B$  της ίδιας συχνότητας αλλά με διαφορά φάσεως  $90^\circ$ . Το κύμα  $A$  προηγείται του  $B$  κατά  $90^\circ$ .



Σχήμα 1.4 Δύο ημιτονοειδή κύματα A και B με διαφορά φάσεως  $90^\circ$

Θεωρείστε ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα που ταξιδεύει προς δύο θέσεις A και B όπως φαίνεται στο σχήμα 1.5. Ένα συγκεκριμένο σημείο του κύματος, το P, περνάει πρώτα από τη θέση A και μετά από κάποια στιγμή περνάει από τη θέση B. Χρειάζεται ένας πεπερασμένος χρόνος για το σημείο P να πάει από το A στο B.



Σχήμα 1.5 Ένα συγκεκριμένο σημείο P του κύματος που διαδίδεται από τα αριστερά προς τα δεξιά περνάει πρώτα από την θέση A και μετά από την θέση B.

Αναφερόμενοι στο σχήμα 2.3, αν μπορούσαμε να παγώσουμε το χρόνο σε κάποια στιγμή  $t_0$ , γίνεται προφανές ότι υπάρχει διαφορά φάσεως μεταξύ του κύματος που περνάει από το A και του κύματος που περνάει από το B. Η διαφορά φάσεως χαρακτηρίζεται από μία μετρούμενη ποσότητα που ονομάζεται γωνία φάσεως. Η γωνία φάσεως  $\theta$  μπορεί να υπολογιστεί από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\theta = \frac{D}{\lambda} * 360^\circ \quad (1.19)$$

$$\theta = \frac{\Delta t}{T} * 360^\circ \quad (1.20)$$

όπου  $D$  η απόσταση μεταξύ του σημείου A και του σημείου B,  $\lambda$  το μήκος κύματος του ηλεκτρομαγνητικού κύματος με τις ίδιες μονάδες όπως το  $D$ ,  $\Delta t$  ο χρόνος που χρειάζεται το κύμα να ταξιδέψει από το σημείο A στο B και  $T$  η περίοδος του κύματος

με τις ίδιες μονάδες όπως το  $\Delta t$ . Σημειώστε ότι ο χρόνος που χρειάζεται για να καλυφθεί η απόσταση από το Α στο Β δίνεται από την σχέση:

$$\Delta t = D/v \quad (1.21)$$

όπου  $v$  η ταχύτητα του ηλεκτρομαγνητικού κύματος ( $c$  αν το μέσο είναι το κενό).

Πρέπει να σημειωθεί ότι τα μήκη κύματος των σημάτων χαμηλών και μεσαίων συχνοτήτων ( $dc$ - $MHz$ ) είναι πολύ μεγαλύτερα από τις φυσικές διαστάσεις τυπικών εργαστηριακών συσκευών. Έτσι η διαφορά φάσεως μεταξύ της πηγής του σήματος και του φορτίου για ένα σήμα χαμηλής συχνότητας, είναι πολύ μικρή. Αυτή η μικρή διαφορά φάσεως κάνει την ανάλυση εύκολη, καθώς κάθε συσκευή επεξεργάζεται το «ίδιο» κομμάτι πληροφορίας εξαιτίας των πολύ μικρών διαφορών φάσεως. Στις μικροκυματικές συχνότητες, τα μήκη κύματος είναι συγκρίσιμα ή και μικρότερα από τα εργαστηριακά καλώδια και τις συσκευές. Η γωνία φάσεως μεταξύ δύο θέσεων μπορεί να είναι αρκετά μεγάλη. Αυτή η σημαντική διαφορά φάσεως, προκαλεί και τις δυσκολίες που συναντούμε στα μικροκυματικά συστήματα. Σε αντίθεση με τις χαμηλές συχνότητες όπου τα μήκη των καλωδίων δεν παίζουν ρόλο, τα μήκη των μικροκυματικών αγωγών και των κυματοδηγών παίζουν σημαντικό ρόλο στον καθορισμό της συνολικής συμπεριφοράς ενός μικροκυματικού κυκλώματος.

#### **1.4.6 Πόλωση**

Η πόλωση αναφέρεται στον φυσικό προσανατολισμό του εκπεμπόμενου κύματος στον χώρο. Τα κύματα ονομάζονται πολωμένα (γραμμικά πολωμένα) αν έχουν τον ίδιο προσανατολισμό στον χώρο. Είναι χαρακτηριστικό των περισσότερων κεραιών ότι η ακτινοβολία που εκπέμπουν είναι γραμμικά πολωμένη. Για παράδειγμα, μια κάθετη κεραία ακτινοβολεί ηλεκτρομαγνητικά κύματα των οποίων τα διανύσματα των ηλεκτρικών τους πεδίων είναι κάθετα και παραμένουν κάθετα κατά την διάδοση τους στον ελεύθερο χώρο. Από την άλλη πλευρά το φως ακτινοβολείται από μη συμφασικές πηγές (όπως το φως που ακτινοβολείται από τον ήλιο) και έχει τα διανύσματα των ηλεκτρικών πεδίων των ακτινών τυχαία καταναμημένα. Αυτό το είδος της πόλωσης ονομάζεται τυχαία πόλωση.

Γενικά ισχύει ότι η κατεύθυνση της πόλωσης είναι ίδια με την κατεύθυνση της κεραίας. Έτσι κατακόρυφες κεραιές ακτινοβολούν κατακόρυφα πολωμένα κύματα



και οριζόντιες κεραίες ακτινοβολούν οριζόντια πολωμένα κύματα. Γενικά επικρατεί η τάση να αναφέρονται κεραίες σαν κατακόρυφα ή οριζόντια πολωμένες παρόλο που αυτό δεν είναι απόλυτα σωστό.

Είναι επίσης πιθανό κεραίες να εκπέμπουν κυκλικά ή και ελλειπτικά πολωμένα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, με αποτέλεσμα η κατεύθυνση του κύματος να περιστρέφεται συνεχώς με ελικοειδή τρόπο.

#### **1.4.7 Εξασθένηση και Απορρόφηση**

Ο νόμος του αντιστρόφου τετραγώνου δείχνει ότι η πυκνότητα ισχύος ελαττώνεται σημαντικά με την αύξηση της απόστασης από την πηγή των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Με άλλα λόγια τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα εξασθενούνε καθώς απομακρύνονται από την πηγή και η εξασθένηση είναι ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης που διένυσαν. Η εξασθένηση μετριέται σε dB και συμβαίνει να είναι ίδια αριθμητικά τόσο για την ένταση του πεδίου όσο και για την πυκνότητα ισχύος. Η απόδειξη αυτού ακολουθεί.

Έστω  $P_1$  και  $\epsilon_1$  είναι η πυκνότητα ισχύος και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου αντίστοιχα, σε απόσταση  $r_1$  από την πηγή των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Αν οι 5 Εκπομπή και διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων η εξασθένηση της πυκνότητας ισχύος θα είναι σε dB: ίδιες παραδοχές ισχύουν και για  $P_2, \epsilon_2$  και  $r_2$  με  $r_2 > r_1$  η εξασθένηση της πυκνότητας ισχύος θα είναι σε dB:

$$a_P = 10 \log \frac{P_1}{P_2} = 10 \log \frac{\frac{P_t}{4\pi r_1^2}}{\frac{P_t}{4\pi r_2^2}} = 10 \log \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 20 \log \frac{r_2}{r_1} \quad (1.22)$$

Παρόμοια για την εξασθένηση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου θα έχουμε:

$$\alpha_E = 20 \log \frac{\sqrt{30P_t/r_1}}{\sqrt{30P_t/r_2}} = 20 \log \frac{r_2}{r_1} \quad (1.23)$$

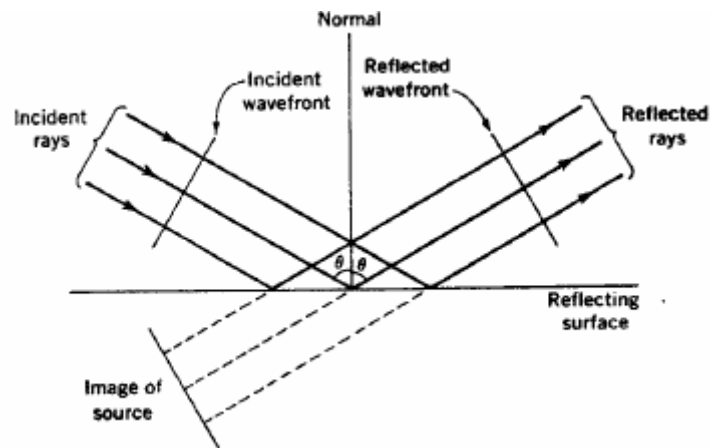
Όπως προκύπτει η εξασθένηση είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις. Έτσι σε απόσταση  $2r$  από την πηγή των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων τόσο η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου όσο και η πυκνότητα ισχύος του μαγνητικού πεδίου είναι κατά 6dB μικρότερες από την τιμή τους σε απόσταση  $r$  από την πηγή.

Στο κενό η έννοια της απορρόφησης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων δεν υφίσταται μιας και δεν υπάρχει τίποτα που να εμποδίζει την διάδοσή τους. Ωστόσο το σχήμα είναι διαφορετικό στην ατμόσφαιρα της γης. Η ατμόσφαιρα απορροφά μέρος της ενέργειας των ραδιοκυμάτων καθώς μέρος της ενέργειας των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων απορροφάται από τα άτομα και μόρια της ατμόσφαιρας. Η ανταλλαγή αυτή της ενέργειας έχει σαν αποτέλεσμα τα άτομα και τα μόρια της ατμόσφαιρας που απορρόφησαν την ενέργεια να ταλαντώνονται και η ατμόσφαιρα στο σημείο εκείνο να θερμαίνεται.

Στην πραγματικότητα, η απορρόφηση των ηλεκτρομαγνητικών από την ατμόσφαιρα για συχνότητες κάτω των 10GHz είναι ασήμαντη. Όπως δείχνει και το σχήμα 8-3 η απορρόφηση από το οξυγόνο και τους υδρατμούς(συστατικών της ατμόσφαιρας) σε αυτή τη συχνότητα γίνεται σημαντική και αυξάνει σταδιακά για μεγαλύτερες συχνότητες. Εξαιτίας των διαφορετικών μοριακών συντονισμών στο σχήμα υπάρχουν πολλές κορυφές και η εξασθένηση εμφανίζει πολλά τοπικά μέγιστα. Οι συχνότητες των 60 και 120 GHz δεν συνίστανται για διάδοση σε μεγάλες αποστάσεις στην ατμόσφαιρα. Επίσης το ίδιο ισχύει και για τις συχνότητες των 23 και 180 GHz εκτός από περιόδους όπου η ατμόσφαιρα είναι ξηρή. Από την άλλη πλευρά το παράθυρο στο οποίο η εξασθένηση είναι μικρή είναι για συχνότητες όπως 33 και 110 GHz.

#### **1.4.8 Ανάκλαση των κυμάτων**

Υπάρχει ομοιότητα μεταξύ της ανάκλασης του φωτός σε ένα καθρέφτη και της ανάκλασης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε ένα αγωγίμο μέσο. Και στις δύο περιπτώσεις η γωνία ανάκλασης είναι ίδια με την γωνία πρόσπτωσης όπως εικονίζεται στο σχήμα 1.6. Στο παράδειγμα της ανάκλασης του φωτός η προσπίπτουσα ακτίνα, η ανακλώμενη ακτίνα και η κάθετη στο επίπεδο πρόσπτωσης είναι στο ίδιο επίπεδο.



Σχήμα 1.6 Μηχανισμός Ανάκλασης κυμάτων

Η απόδειξη της ισότητας των γωνιών ανάκλασης και πρόσπτωσης ακολουθεί τον νόμο που είναι γνωστός ως δεύτερος νόμος της ανάκλασης του φωτός. Και οι δύο αποδείξεις βασίζονται στο γεγονός ότι το προσπίπτον και το ανακλώμενο κύμα έχουν την ίδια ταχύτητα. Υπάρχει και άλλη μια ομοιότητα της ανάκλασης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων και της ανάκλασης του φωτός. Οποιοσδήποτε έχει βρεθεί ανάμεσα σε δύο καθρέφτες θα έχει παρατηρήσει ένα μεγάλο αριθμό από εικόνες είδωλα του εαυτού του, και ακόμη ότι η φωτεινότητα τους ελαττώνεται βαθμιαία. Αυτό οφείλεται στην απορρόφηση του φωτός σε κάθε ανάκλαση. Το φαινόμενο αυτό παρατηρείται και στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα. Ο συντελεστής ανάκλασης  $\rho$  ορίζεται ως ο λόγος της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου του ανακλώμενου κύματος προς την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου του προσπίπτοντος κύματος. Είναι μονάδα, για τέλειους αγωγούς και μικρότερος από τη μονάδα για πρακτικές αγωγίμες επιφάνειες. Η διαφορά αυτή είναι αποτέλεσμα της απορρόφησης της ενέργειας του προσπίπτοντος κύματος από την μη τέλεια αγωγή επιφάνεια.

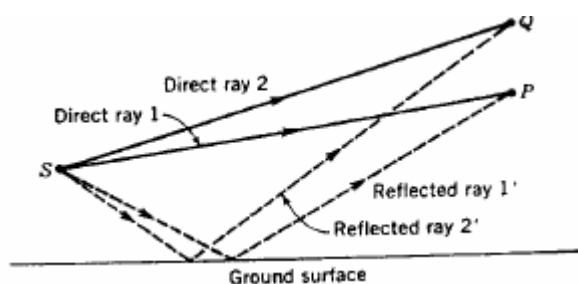
Στη συνέχεια θα δούμε διάφορα σημεία τα οποία σχετίζονται με την ανάκλαση των κυμάτων. Πρώτον, είναι σημαντικό το γεγονός ότι το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου είναι κάθετο στην αγωγή επιφάνεια. Σε διαφορετική περίπτωση, θα αναπτυχθούν στην επιφάνεια ρεύματα και δεν θα υπάρχει ανάκλαση με την έννοια που έχει αναφερθεί. Δεύτερον, αν η αγωγή επιφάνεια είναι καμπύλη, η ανάκλαση και στην περίπτωση αυτή ακολουθεί την ανάκλαση του φωτός. Τέλος, αν η αγωγή επιφάνεια είναι άγρια, η ανάκλαση θα είναι η ίδια όπως και στο λείο επίπεδο.

Διάθλαση όπως και στην περίπτωση του φωτός, η διάθλαση λαμβάνει χώρα όταν το ηλεκτρομαγνητικό κύμα περάσει από ένα μέσο διάδοσης σε ένα άλλο με διαφορετική

πυκνότητα. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα το κύμα να ακολουθεί μια άλλη κατεύθυνση στο δεύτερο μέσο και ταυτόχρονα η ταχύτητα του μεταβάλλεται.

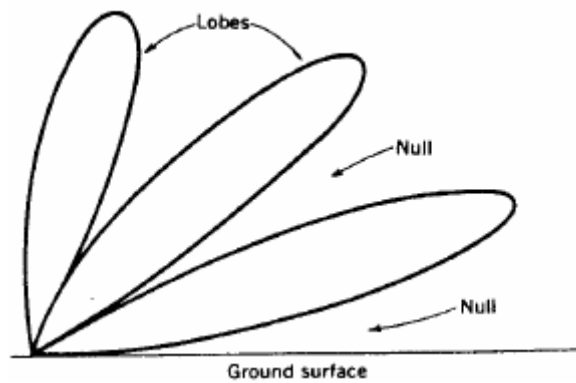
#### **1.4.9 Συμβολή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων**

Συμβολή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων έχουμε όταν δύο κύματα φθάνουν στο ίδιο σημείο, διανύοντας διαφορετικές διαδρομές από την πηγή εκπομπής μέχρι το σημείο αυτό. Το φαινόμενο αυτό εμφανίζεται συνεχώς σε διαδόσεις κυμάτων υψηλής συχνότητας στην ατμόσφαιρα και σε διαδόσεις κυμάτων μικροκυματικής συχνότητας. Η δεύτερη περίπτωση θα αναλυθεί στο σημείο αυτό. Έστω ότι έχουμε τοποθετημένη μια μικροκυματική κεραία κοντά στο έδαφος. Τα κύματα τα οποία εκπέμπει φθάνουν στην κεραία λήψης ακολουθώντας όχι μόνο την απευθείας διάδοση αλλά και τις ανακλάσεις από το έδαφος.



Σχήμα 1.7 Συμβολή απευθείας και ανακλώμενου υπό του εδάφους κυμάτων

Είναι προφανές ότι το μήκος της απευθείας διαδρομής είναι μικρότερο από το μήκος της διαδρομής του ανακλώμενου κύματος (Σχήμα 1.7). Για ένα συνδυασμό της συχνότητας και του ύψους της κεραίας από το έδαφος, η διαφορά μεταξύ των διαδρομών 1 και 1' είναι ακριβώς μισό μήκος κύματος. Έτσι αν το έδαφος είναι τέλειος ανακλαστήρας τότε στο σημείο P θα έχουμε πλήρη εξουδετέρωσή του συνιστάμενου κύματος, ενώ αν το έδαφος έχει μη τέλειες ανακλαστικές ιδιότητες τότε στο σημείο λήψης θα έχουμε μερική εξουδετέρωση. Αν πάρουμε ένα άλλο σημείο λήψης Q ώστε η διαφορά στις διαδρομές 2 και 2' να είναι ένα μήκος κύματος τότε, θα έχουμε ενίσχυση των λαμβανόμενων κυμάτων μερική ή ολική ανάλογα με την ανακλαστική ικανότητα του εδάφους. Η εναλλαγή τέτοιων σημείων δημιουργεί ένα διάγραμμα συμβολής, αποτελούμενο από εναλλασσόμενες ενισχύσεις (reinforcements) και εξουδετερώσεις (cancellations) του ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Το διάγραμμα απεικονίζεται στο σχήμα 1.8.

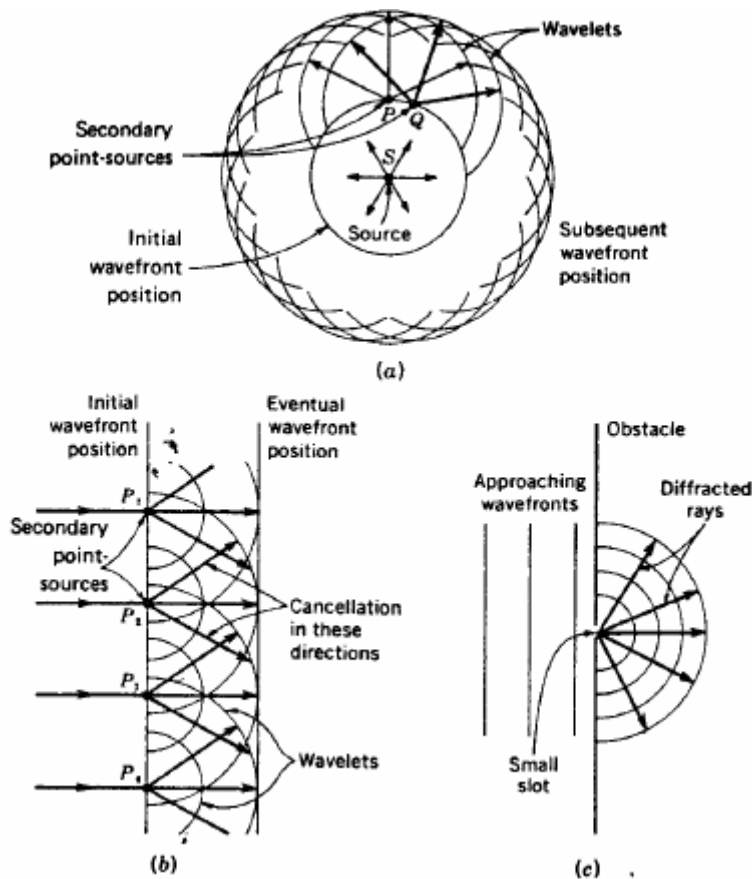


Σχήμα 1.8 Συμβολή κυμάτων. Διάγραμμα ακτινοβολίας

Η καμπύλη στο σχήμα 1.8 ενώνει σημεία τα οποία έχουν την ίδια ένταση του ηλεκτρικού πεδίου. Το διάγραμμα αυτό αναφέρεται σε μια κεραία σε απόσταση από το έδαφος ενός μήκους κύματος, με τις ανακλάσεις από το έδαφος να δημιουργούν συμβολή. Διαγράμματα σαν το παραπάνω μπορούν να σχεδιαστούν για διάφορες τιμές της έντασης του πεδίου. Στο σχήμα 1.8 οι καμπύλες που μοιάζουν με πέταλα λουλουδιού ονομάζονται λοβοί. Οι λοβοί αντιστοιχούν σε σημεία ενίσχυσης όπως το Q στο σχήμα 1.7 και τα μηδενικά (nulls) αντιστοιχούν σε σημεία εξουδετέρωσης P.

#### **1.4.10 Περίθλαση**

Η περίθλαση προέρχεται από την ύπαρξη σχισμών σε ένα αγωγίμο επίπεδο ή την ύπαρξη αιχμηρών εμποδίων. Το φαινόμενο αυτό ανακαλύφθηκε τον δέκατο έβδομο αιώνα και απετέλεσε την βάση για την ανάπτυξη της θεωρίας του Huygens. Σύμφωνα με το θεώρημα του Huygens κάθε σημείο του μετώπου ενός σφαιρικού κύματος μπορεί να θεωρηθεί σαν μια πηγή κυμάτων, η οποία ακτινοβολεί προς την εξωτερική πλευρά όπως φαίνεται και στο σχήμα 1.9. Το συνολικό πεδίο σε σημεία μακριά από την πηγή είναι ίσο με το διάνυσμα του αθροίσματος των δευτερευόντων αυτών κυματιδίων. Για κανονική διάδοση, το θεώρημα του Huygens δεν λαμβάνεται υπ όψιν αλλά σε περιπτώσεις που ο υπολογισμός της περίθλασης κυμάτων είναι ζητούμενος πρέπει να λαμβάνεται υπ όψιν. Η θεωρία του Huygens μπορεί να αποδειχτεί επίσης και με βάση τις εξισώσεις του Maxwell. P.

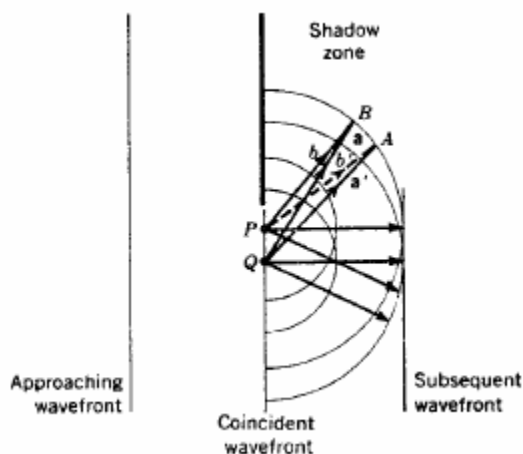


Σχήμα 1.9 Περίθλαση. (α) Σφαιρικό κύμα (β) Επίπεδο κύμα (γ) Δια μέσου μιας μικρής οπής

Ας θεωρήσουμε ένα επίπεδο κύμα, σχήμα 1.9b. Το ερώτημα που γεννάται είναι, γιατί το μέτωπο του κύματος κατά την διάδοσή του συνεχίζει να είναι επίπεδο και δεν απλώνεται προ όλες τις κατευθύνσεις; Η απάντηση είναι ότι αν θεωρήσουμε ένα άπειρο επίπεδο κύμα τότε μαθηματικά αποδεικνύεται ότι σε όλες τις κατευθύνσεις εκτός από την πραγματική του κύματος τα δευτερεύοντα κυματίδια εξουδετερώνονται. Έτσι το μέτωπο του κύματος συνεχίζει να είναι επίπεδο.

Από τη άλλη πλευρά αν θεωρήσουμε ένα πεπερασμένο κύμα, η εξουδετέρωση των δευτερευόντων κυματιδίων δεν είναι πλήρης και λαμβάνουν χώρα φαινόμενα απόκλισης (diverge) ή σκέδασης (scattering). Πιο αναλυτικά, θεωρούμε ένα μικρό κύμα ώστε να μπορεί να διέλθει από μια μικρή οπή ενός αγωγίμου επιπέδου όπως του σχήματος 1.9c. Το κύμα στην περίπτωση αυτή παραμένει επίπεδο μέχρι να διέλθει την οπή οπότε απλώνεται προς όλες τις κατευθύνσεις. Στην περίπτωση αυτή η οπή δρα σαν μια σημειακή πηγή κυμάτων και ακτινοβολεί προς όλες τις κατευθύνσεις. Η ακτινοβολία είναι μέγιστη μπροστά από την οπή και στην συνέχεια εξασθενεί σταδιακά.

Το σχήμα 1.10 δείχνει τι συμβαίνει σε ένα επίπεδο κύμα όταν συναντά μια ακμή ενός εμποδίου. Παρατηρούμε ότι το φαινόμενο της περίθλασης λαμβάνει χώρα και στην περίπτωση αυτή για τους ίδιους λόγους όπως και προηγουμένως. Ας θεωρήσουμε δύο σημεία P και Q όπως δείχνει το σχήμα 1.10, τα οποία όπως και προηγουμένως θεωρούνται πηγές κυματιδίων. Παρατηρούμε ότι υπάρχει ακτινοβολία και σε κατευθύνσεις εκτός της κύριας κατεύθυνσης διάδοσης. Αν η ακμή του εμποδίου δε υπήρχε τότε ακτινοβολία εκτός της κύριας διεύθυνσης διάδοσης του κύματος δεν θα είχαμε εξαιτίας της δημιουργίας και άλλων σημειακών πηγών και της αμοιβαίας εξουδετέρωσης μεταξύ τους.



Σχήμα 1.10 Περίθλαση κυμάτων από μια ακμή ενός εμποδίου

Η ακτινοβολία σε μεγάλες αποστάσεις από την ακμή ελαττώνεται αλλά όχι σε τέτοιο βαθμό όπως στην περίπτωση της οπής διότι λαμβάνει χώρα το φαινόμενο της συμβολής. Για ένα συγκεκριμένο μήκος κύματος, οι ακτίνες  $a$  και  $a'$  που προέρχονται από τα P, Q αντίστοιχα, έχουν διαφορά διαδρομής μισό μήκος κύματος και για αυτόν το λόγο εξουδετερώνονται. Με παρόμοιο τρόπο, οι ακτίνες  $b$  και  $b'$  έχουν διαφορά διαδρομής ένα μήκος κύματος και στην περίπτωση αυτή έχουμε το φαινόμενο της ενίσχυσης προς την κατεύθυνση αυτή.

Ο τύπος αυτός της περίθλασης λαμβάνεται υπ όψιν σε δύο πρακτικές περιπτώσεις. Πρώτον, ορισμένες φορές σήματα είναι δυνατόν να λαμβάνονται πίσω από ψηλά κτίρια ή πίσω από βουνά και άλλα παρόμοια εμπόδια σαν αποτέλεσμα της περίθλασης. Δεύτερον, στην σχεδίαση των μικροκυματικών κεραιών.





## **Κεφάλαιο 2<sup>ο</sup>**

### **Εισαγωγή**

Ένα στερεό (ή υγρό) υλικό λέγεται διηλεκτρικό όταν έχει την ικανότητα να αποθηκεύει ενέργεια κατά την επιβολή εξωτερικού ηλεκτρικού πεδίου. Για παράδειγμα, όταν μεταξύ των παράλληλων πλακών (οπλισμών) ενός πυκνωτή βρίσκεται κάποιο διηλεκτρικό, τότε αποθηκεύεται περισσότερη ενέργεια σε σύγκριση με την περίπτωση όπου μεταξύ των οπλισμών υπάρχει κενό (ή αέρας). Αυτό συμβαίνει επειδή το διηλεκτρικό αυξάνει τη χωρητικότητα του πυκνωτή, εξουδετερώνοντας κάποια από τα φορτία των ηλεκτροδίων και επομένως επιτρέποντας τη συσσώρευση περισσότερων φορτίων για την ίδια τιμή πεδιακής έντασης (άρα και διαφοράς δυναμικού) μεταξύ των οπλισμών. Η αύξηση της χωρητικότητας καθορίζεται από το μέγεθος που ονομάζεται διηλεκτρική σταθερά και περιγράφεται αναλυτικά στις επόμενες παραγράφους.

Πρέπει να σημειωθεί το εξής:

Ένα στερεό ή υγρό διηλεκτρικό υλικό λέγεται μονωτικό όταν οι ιδιότητες του είναι τέτοιες ώστε να μπορεί να χρησιμεύσει για την ηλεκτρική μόνωση των αγωγών μεταξύ τους και μεταξύ αγωγών εδάφους σε ηλεκτρικές εγκαταστάσεις. Συγκεκριμένα η σχετική διηλεκτρική σταθερά ενός μονωτικού πρέπει να είναι αρκετά μικρή (έως περίπου 10), ενώ για ένα διηλεκτρικό γενικά μπορεί να πάρει και αρκετά μεγαλύτερη τιμή. Επίσης ένα μονωτικό οφείλει να έχει εξαιρετικά χαμηλή αγωγιμότητα, τόσο σε συνεχές όσο και σε εναλλασσόμενο πεδίο. Οι λέξεις διηλεκτρικό και μονωτικό χρησιμοποιούνται συχνά ως περίπου συνώνυμες, όμως με την πρώτη δίνουμε έμφαση στις ιδιότητες του υλικού από φυσική άποψη, ενώ με τη δεύτερη στη χρήση του σε πρακτικές εφαρμογές.

### **2.1 Διηλεκτρικά μεγέθη**

#### **2.1.1 Δύναμη μεταξύ των φορτίων – μιγαδική επιτρεπτότητα**

Η δύναμη μεταξύ δύο ηλεκτρικών φορτίων  $Q_1$  και  $Q_2$  που βρίσκονται σε απόσταση  $r$  δίνεται από το νόμο του Coulomb:

$$F = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad (2.1)$$

όπου  $\epsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12}$  F/m η διηλεκτρική σταθερά του κενού χώρου.

Αν παρεμβάλλεται διηλεκτρικό υλικό μεταξύ των φορτίων η δύναμη είναι μικρότερη και δίνεται από τη σχέση:

$$F = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad (2.2)$$

όπου  $\epsilon > \epsilon_0$ . Το  $\epsilon$  ονομάζεται απόλυτη διηλεκτρική σταθερά ή επιτρεπτότητα. Μπορεί να γραφεί στη μορφή  $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$ , όπου  $\epsilon_r$  η σχετική διηλεκτρική σταθερά ή σχετική επιτρεπτότητα. Το  $\epsilon$  (όπως και το  $\epsilon_0$ ) έχει διαστάσεις F/m, ενώ το  $\epsilon_r$  είναι καθαρός αριθμός μεγαλύτερος ή ίσος του 1 (η ισότητα ισχύει μόνο για το κενό).

Αντίστοιχα η χωρητικότητα ενός πυκνωτή αποτελούμενου από δύο παράλληλες πλάκες εμβαδού A που βρίσκονται σε απόσταση d δίνεται από τη σχέση:

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d} \quad (2.3)$$

ενώ η παρουσία διηλεκτρικού μειώνει το πεδίο μεταξύ των πλακών λόγω της ύπαρξης ενός πεδίου πόλωσης αντίθετης φοράς στο εσωτερικό του υλικού. Τότε η σχέση γίνεται:

$$C = \frac{\epsilon \cdot A}{d} = \frac{\epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot A}{d} = \epsilon_r \cdot C_0 \quad (2.4)$$

Για έναν ιδανικό μονωτή το  $\epsilon$  είναι πραγματικός αριθμός. Σε οποιοδήποτε πρακτικό διηλεκτρικό υλικό όμως υπάρχει και μία φανταστική συνιστώσα που σχετίζεται με την πεπερασμένη αγωγιμότητα (διηλεκτρικές απώλειες) του υλικού. Στη γενική περίπτωση το  $\epsilon$  λέγεται μιγαδική επιτρεπτότητα (οπότε συχνά συμβολίζεται και με  $\epsilon^*$ ) και περιγράφει συνολικά την αλληλεπίδραση των υλικών με το μεταβλητό ηλεκτρικό πεδίο. Η θεώρηση αυτή χρησιμοποιείται κυρίως σε συνθήκες εναλλασσόμενου πεδίου. Για τις συνιστώσες του  $\epsilon$  χρησιμοποιείται ο συμβολισμός:

$$\epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' \quad (2.5)$$

### **2.1.2 Σχετική μιγαδική επιτρεπτότητα**

Συνήθως αντί της απόλυτης χρησιμοποιείται η σχετική μιγαδική επιτρεπτότητα. Το μέγεθος αυτό προκύπτει από τη μιγαδική επιτρεπτότητα, αν αυτή διαιρεθεί με τη διηλεκτρική σταθερά  $\epsilon_0$  του κενού:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon_0}\right) - j \cdot \left(\frac{\epsilon''}{\epsilon_0}\right) = \epsilon_r' - j \cdot \epsilon_r'' \quad (2.6)$$

Τα δύο μεγέθη (απόλυτο και σχετικό) είναι απολύτως ισοδύναμα, δεδομένου ότι συνδέονται με μια πολλαπλασιαστική σταθερά. Όμως για πρακτικούς λόγους συνήθως προτιμάται το σχετικό μέγεθος που είναι αδιάστατο και λαμβάνει απλές αριθμητικές τιμές.

Η πραγματική συνιστώσα  $\epsilon_r'$  αποτελεί ένδειξη για το πόση ενέργεια μπορεί να αποθηκευτεί στο υλικό από το επιβαλλόμενο πεδίο και λέγεται σχετική διηλεκτρική σταθερά/ για το κενό ισχύει  $\epsilon_r' = 1$ , ενώ για τα αέρια μονωτικά υλικά  $\epsilon_r' \approx 1$ . Όμως για τα περισσότερα υγρά και στερεά μονωτικά είναι  $1 \leq \epsilon_r' \leq 10$ . Για του ημιαγωγούς ισχύει συνήθως  $10 \leq \epsilon_r' \leq 20$ , ενώ για τα μέταλλα (που βεβαίως δεν είναι διηλεκτρικά) συμβατικά θεωρείται ότι  $\epsilon_r' \rightarrow \infty$ .

Η φανταστική συνιστώσα  $\epsilon_r''$  εκφράζει τις διηλεκτρικές απώλειες του υλικού και δείχνει τη χαλαρότητα του υλικού ως προς το εξωτερικά επιβαλλόμενο πεδίο. Ένα υλικό λέγεται χαλαρό σε μία συχνότητα όταν ο κυρίαρχος μηχανισμός πόλωσης είναι ικανός να ακολουθεί τις μεταβολές του εφαρμοζόμενου πεδίου. Σε όλα τα πρακτικά μονωτικά υλικά πρέπει να ισχύει η σχέση  $\epsilon_r'' \ll \epsilon_r'$ .

Ως γνωστόν, τα χρονικά μεταβαλλόμενα συστήματα ηλεκτρικών φορτίων χαρακτηρίζονται από ταυτόχρονη εμφάνιση ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου. Παράγονται τότε ηλεκτρομαγνητικά κύματα, που διαδίδονται στον ελεύθερο χώρο με ταχύτητα  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s και διαθέτουν ενεργειακό περιεχόμενο σε ευρύ φάσμα μηκών κύματος  $\lambda$ . Πολλά από τα θέματα που μελετώνται στη διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων συνδέονται με τη διηλεκτρική σταθερά των υλικών. Για παράδειγμα κατά τη μετάβαση ενός κύματος από τον ελεύθερο χώρο στο εσωτερικό ενός υλικού, ένα μέρος της προσπίπτουσας ενέργειας ανακλάται στην επιφάνεια, ενώ το υπόλοιπο διαθλάται και μεταδίδεται μέσα στο υλικό με μειωμένη ταχύτητα. Τόσο το ποσό της ανακλώμενης ενέργειας όσο και η ταχύτητα διάδοσης στο υλικό εξαρτώνται από το δείκτη διάθλασης, που ισούται με την τετραγωνική ρίζα της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς στη θεωρούμενη συχνότητα. Εξάλλου, κατά την εισαγωγή του κύματος σε ένα χαλαρό υλικό αναμένεται να υπάρξει απώλεια ενέργειας και άρα απόσβεση της έντασης του κύματος.

**Παρατήρηση:** Το  $\epsilon_r$  συναντάται και με το συμβολισμό  $\epsilon_r^*$  (για να τονισθεί η μιγαδική φύση του), καθώς και ως  $\kappa$  (ή  $\kappa^*$ ) =  $\kappa' - j \cdot \kappa''$  και ονομάζεται επίσης μιγαδική διηλεκτρική σταθερά. Επομένως ισχύουν  $\kappa' = \epsilon_r'$  (σχετική διηλεκτρική

σταθερά) και  $\kappa'' = \epsilon_r''$  (διηλεκτρικές απώλειες). Ο συμβολισμός  $\epsilon_r$  χρησιμοποιείται συνήθως από φυσικούς επιστήμονες, ενώ ο  $\kappa$  από μηχανικούς.

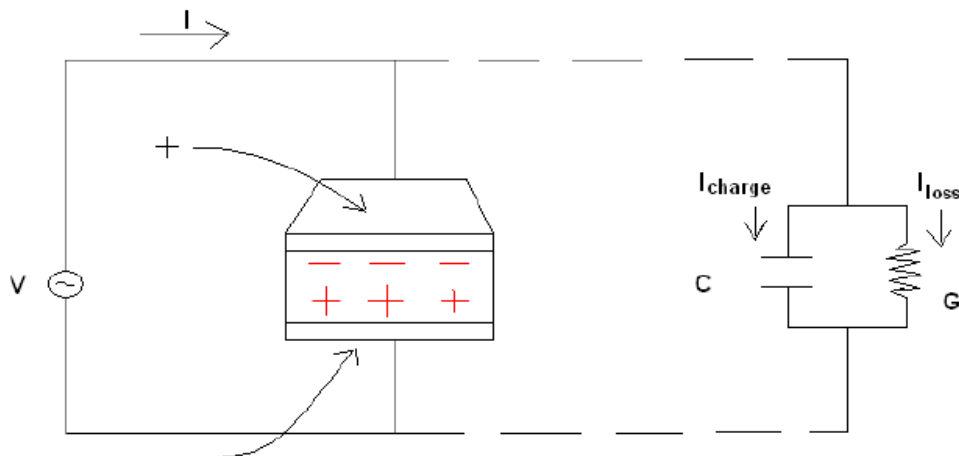
### 2.1.3 Εναλλακτική θεώρηση της μιγαδικής επιτρεπτότητας

Η έννοια της μιγαδικής επιτρεπτότητας γίνεται πιο κατανοητή αν παρουσιαστεί σε συνδυασμό με τις εξισώσεις των ρευμάτων και τάσεων σε ένα μη ιδανικό πυκνωτή.

Όταν εφαρμοστεί εναλλασσόμενη τάση σε ιδανικό πυκνωτή (με διηλεκτρικό υλικό αλλά χωρίς απώλειες), τότε το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα που φορτίζει και εκφορτίζει τον πυκνωτή σε κάθε περίοδο (ρεύμα φόρτισης  $I_{charge}$ ). Το ρεύμα αυτό έχει διαφορά φάσεις  $90^\circ$  με την τάση και χρησιμοποιώντας το μιγαδικό συμβολισμό δίνεται από τη σχέση:

$$I = I_{charge} = V \cdot j \cdot \omega \cdot C = V \cdot j \cdot \omega \cdot C_0 \cdot \epsilon_r' \quad (2.7)$$

Αν η ίδια τάση εφαρμοστεί σε πραγματικό πυκνωτή που περιέχει διηλεκτρικό, το συνολικό ρεύμα θα προέρχεται από το άθροισμα δύο ρευμάτων. Εκτός από το ρεύμα φόρτισης, υπάρχει και το ρεύμα απωλειών ( $I_{loss}$ ), το οποίο σχετίζεται με την κατανάλωση ενέργειας στο υλικό και επομένως είναι ομοφασικό με την τάση. Οι απώλειες μοντελοποιούνται ως μία αγωγιμότητα ( $G$ ) που συνδέεται παράλληλα με τη χωρητικότητα  $C = \epsilon_r' \cdot C_0$  του πυκνωτή. Χρησιμοποιείται δηλαδή το παράλληλο ισοδύναμο κύκλωμα χωρητικότητας – αγωγιμότητας ( $C-G$ ), που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



**Σχήμα 2.1: Ο μη ιδανικός πυκνωτής ως παράλληλο ισοδύναμο κύκλωμα C-G.**

Το συνολικό ρεύμα που διαρρέει το δόκιμο μέσα από τον πυκνωτή ( $I_{charge}$ ) και μέσα από την αγωγιμότητα απωλειών ( $I_{loss}$ ) είναι:

$$I = I_{charge} + I_{loss} = V \cdot (j \cdot \omega \cdot C + G) = V \cdot (j \cdot \omega \cdot C_0 \cdot \epsilon_r' + G) \rightarrow (2.8)$$

$$I = V \cdot j \cdot \omega \cdot C_0 \cdot (\epsilon_r' - j \cdot \frac{G}{\omega \cdot C_0}) \quad (2.9)$$

Ορίζοντας  $\epsilon_r'' = G / (\omega \cdot C_0)$  και  $\epsilon_r^* = \epsilon_r' - j \cdot \epsilon_r''$ , η προηγούμενη σχέση γίνεται:

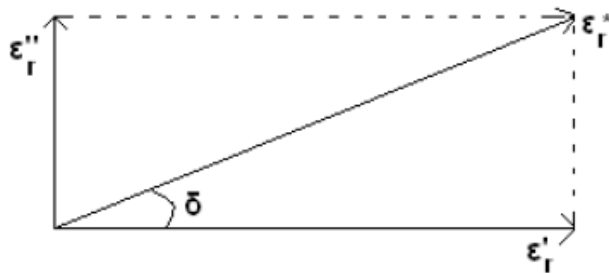
$$I = V \cdot j \cdot \omega \cdot C_0 \cdot \epsilon_r^* \quad (2.10)$$

Η εξίσωση (2.10) έχει την ίδια μορφή με την εξίσωση (2.7), όμως η (πραγματική) σχετική διηλεκτρική σταθερά  $\epsilon_r'$  έχει αντικατασταθεί από τη μιγαδική επιτρεπτότητα  $\epsilon_r^*$ . Μπορεί επίσης να οριστεί η μιγαδική χωρητικότητα  $C^* = \epsilon_r^* \cdot C_0$ , που περιλαμβάνει τόσο την πραγματική χωρητικότητα όσο και τις απώλειες λόγω της αγωγιμότητας του υλικού.

Η μιγαδική επιτρεπτότητα  $\epsilon_r^*$  αποτελείται επομένως από το πραγματικό μέρος ( $\epsilon_r'$ ), όπου αποδίδεται η αποθήκευση των ηλεκτρικών φορτίων στον ιδανικό πυκνωτή και το φανταστικό ( $\epsilon_r''$ ), όπου αποδίδονται οι απώλειες των ηλεκτρικών φορτίων μέσα από την ισοδύναμη αγωγιμότητα ( $G$ ) του εξεταζόμενου διηλεκτρικού.

#### 2.1.4 Εφαπτομένη απωλειών

Όταν η σχετική μιγαδική επιτρεπτότητα σχεδιασθεί σε διανυσματική μορφή, όπως στο παρακάτω σχήμα, τότε η πραγματική και η φανταστική συνιστώσα εμφανίζουν διαφορά φάσης  $90^\circ$ . Το διανυσματικό άθροισμα σχηματίζει γωνία  $\delta$  με τον πραγματικό άξονα  $\epsilon_r'$ . Η γωνία  $\delta$  δείχνει τη διαφορά φάσης (χρονική προπορεία) με την οποία το διηλεκτρικό υλικό παρακολουθεί τη μεταβολή του πεδίου σε ένα πυκνωτή.



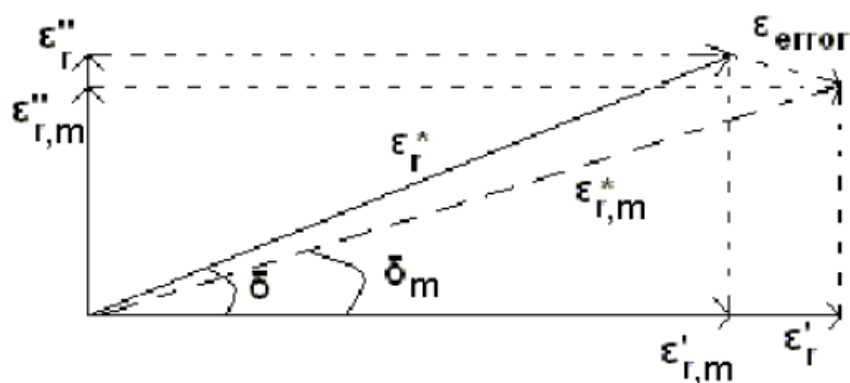
**Σχήμα 2.2** Διανυσματικό διάγραμμα της σχετικής μιγαδικής επιτρεπτότητας

Η εφαπτόμενη της γωνίας αυτής ( $\tan\delta$ ) αποτελεί σημαντικό παράγοντα χαρακτηρισμού των διηλεκτρικών και ονομάζεται εφαπτομένη απωλειών. Γενικά σε κάθε συχνότητα ισχύει:

$$\tan\delta = \frac{\kappa''}{\kappa'} = \frac{\epsilon_r''}{\epsilon_r'} = \frac{I_{loss}}{I_{charge}} \quad (2.11)$$

Τα ρεύματα φόρτισης και απωλειών είναι ανάλογα της ενέργειας που εκλύεται με μορφή θερμότητας αντίστοιχα. Επομένως η  $\tan\delta$  καθορίζει την αναλογία εκλύμενης προς αποθηκευόμενη ενέργεια στο χρόνο μιας περιόδου, δείχνει δηλαδή το επίπεδο χαλαρότητας κάθε υλικού.

Όταν πραγματοποιούνται μετρήσεις σε ισχυρά μονωτικά υλικά, η αγωγιμότητα  $G$  είναι πολύ μικρή (αλλά πάντοτε θετική), και το ίδιο ισχύει για τη φανταστική συνιστώσα  $\epsilon_r''$ . Επομένως το διάνυσμα  $\epsilon_r^*$  προσεγγίζει αυτό του  $\epsilon_r'$ , ενώ η  $\tan\delta$  λαμβάνει ιδιαίτερα μικρές θετικές τιμές. Όμως κάθε διάταξη μέτρησης εισάγει κάποιο σφάλμα, το οποίο στην προκειμένη περίπτωση είναι διανυσματικό. Έτσι, προκύπτει το διάγραμμα του παρακάτω σχήματος. Όταν το μέτρο του  $\epsilon_r''$  του υλικού γίνει συγκρίσιμο με το μέτρο του (διανυσματικού) σφάλματος  $\epsilon_{\text{error}}$  της διάταξης μέτρησης, η συνολικά μετρούμενη γωνία  $\delta_m$  μπορεί να γίνει αρνητική, πράγμα που δεν έχει βεβαίως κάποια φυσική σημασία.



**Σχήμα 2.3: Διανυσματικό διάγραμμα μέτρησης της σχετικής μιγαδικής επιτρεπτότητας λαμβάνοντας υπόψη το διάνυσμα σφάλματος  $\epsilon_{\text{error}}$ . Ο δείκτης  $m$  δηλώνει τις μετρούμενες ποσότητες.**

Για τον προσδιορισμό της  $\tan\delta$  ενός τέτοιου μονωτικού υλικού, είναι απαραίτητη η μείωση του σφάλματος μέτρησης. Συνήθως το σφάλμα οφείλεται κυρίως στην αδυναμία ακριβούς μέτρησης του ρεύματος απωλειών  $I_{\text{loss}}$ . Επειδή το ρεύμα αυτό είναι πολύ μικρό, πρέπει η γεωμετρία του συστήματος ηλεκτροδίων μέτρησης να είναι τέτοια ώστε να ενισχύει το σήμα, προκειμένου να μπορεί να καταγραφεί από μίας υψηλής ακρίβειας γέφυρα LCR σε ένα μεγάλο εύρος συχνοτήτων. Αυτό επιτυγχάνεται είτε με αύξηση του εμβαδού των οπλισμών, ή γενικότερα με τον κατάλληλο σχεδιασμό του κελιού μετρήσεων.

## **2.2 Ηλεκτρικές και διηλεκτρικές ιδιότητες ηλεκτρομονωτικών υλικών**

Τα μονωτικά υλικά χαρακτηρίζονται από τις ηλεκτρικές (ειδική αντίσταση όγκου και επιφάνειας) και τις διηλεκτρικές ιδιότητες (μικραδική επιτρεπτότητα, που καθορίζει τη σχετική διηλεκτρική σταθερά και την  $\tan\delta$ ).

Οι παραπάνω ιδιότητες δεν είναι σταθερές για κάθε υλικό. Μερικοί από τους παράγοντες που επηρεάζουν την τιμή τους είναι η συχνότητα του εφαρμοζόμενου πεδίου, η κατεύθυνση του υλικού κατά την οποία γίνεται η μέτρηση, οι συνθήκες του περιβάλλοντος (θερμοκρασία, πίεση) και η όλη δομή του υλικού. Για παράδειγμα η διηλεκτρική σταθερά ενός μίγματος εξαρτάται από την αναλογία των συστατικών του, ενώ ορισμένα υλικά δίνουν διαφορετικές τιμές διηλεκτρικών ιδιοτήτων όταν μετρώνται σε διαφορετικές κατευθύνσεις (ανισοτροπικά υλικά).

### **2.2.1 Ειδική αγωγιμότητα όγκου και επιφάνειας**

Οι ειδικές αγωγιμότητες όγκου ( $\sigma$ ) και επιφάνειας ( $\sigma_e$ ) εμφανίζονται σε όλα τα στερεά μονωτικά σώματα και ισχύει γενικά ότι  $\sigma \ll \sigma_e$ . Η ειδική επιφανειακή αγωγιμότητα ( $\sigma_e$ ) μπορεί να γίνει αρκετά μεγάλη, καθώς επηρεάζεται σημαντικά από την υγρασία του περιβάλλοντος και την επιφανειακή ρύπανση του σώματος. Είναι υπεύθυνη για τη δημιουργία του ρεύματος ερπυσμού. Το ρεύμα αυτό έχει αρκετά σταθερή τιμή, η κατανομή όμως της πυκνότητας του δεν είναι ομοιόμορφη, διότι οι φορείς του ακολουθούν κατά προτίμηση ορισμένους αγωγίμους δρόμους διαρροής στην επιφάνεια ή τις ρωγμές του σώματος.

Ένα ιδανικό μονωτικό έχει μηδενική ή σχεδόν μηδενική αγωγιμότητα, επειδή το ενεργειακό διάκενο είναι πολύ μεγάλο και τα ηλεκτρόνια δεν έχουν αρκετή ενέργεια να μεταβούν από τη ζώνη σθένους στη ζώνη αγωγιμότητας. Η μετάβαση γίνεται ευκολότερη όταν υπάρχουν ενεργειακές καταστάσεις στο εσωτερικό του διακένου. Επομένως οι αγωγιμότητες της επιφάνειας και του όγκου του υλικού εξαρτώνται από την ύπαρξη και την πυκνότητα ενεργειακών καταστάσεως διακένου στην επιφάνεια και τον όγκο του αντίστοιχα.

### **2.2.2 Διηλεκτρικοί μηχανισμοί**

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζονται οι μηχανισμοί πόλωσης (ή διηλεκτρικοί μηχανισμοί) των υλικών, που αποτελούν τη φυσική αιτία των

διηλεκτρικών ιδιοτήτων και της εξάρτησης τους από τη συχνότητα του εφαρμοζόμενου ηλεκτρικού πεδίου.

Ένα υλικό μπορεί να αναπτύξει αρκετούς διηλεκτρικούς μηχανισμούς που συμβάλλουν στη διαμόρφωση της μιγαδικής του επιτρεπτότητας. Τα διηλεκτρικά υλικά εμφανίζουν μια χωρική κατανομή ηλεκτρικών φορτίων, που μπορεί να μεταβληθεί κατά την επιβολή εξωτερικού πεδίου. Τα θετικά και τα αρνητικά φορτία προσανατολίζονται σε αντίθετες κατευθύνσεις, ώστε το εσωτερικό ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από την πόλωση να αντισταθμίζει μερικώς το εξωτερικά επιβαλλόμενο. Υπάρχουν διάφοροι μηχανισμοί πόλωσης, οι κυριότεροι από τους οποίους είναι ο ηλεκτρονικός, ο ιοντικός, ο διπολικός και ο διεπιφανειακός. Επειδή η πόλωση περιλαμβάνει κίνηση φορτίων, απαιτεί ένα πεπερασμένο χρονικό διάστημα (που εξαρτάται από την αδράνεια των φορτίων) για να ολοκληρωθεί. Επομένως για κάθε διηλεκτρικό μηχανισμό υπάρχει ένα όριο συχνότητας, πάνω από το οποίο η πόλωση δεν είναι δυνατόν να παρακολουθήσει τις μεταβολές του πεδίου.

- Η **ηλεκτρονική** (ή **ατομική**) **πόλωση** παρατηρείται σε όλα τα υλικά. Οφείλεται στη μετατόπιση του κέντρου μάζας του νέφους ηλεκτρονίων που περιβάλλει κάθε άτομο ή μόριο εξαιτίας της επίδρασης του πεδίου. Λόγω της μικρής αδράνειας των ηλεκτρονίων, αυτό το φαινόμενο είναι εξαιρετικά γρήγορο και μπορεί να παρατηρηθεί μέχρι τις οπτικές συχνότητες. Η ένταση του όμως είναι σχετικά μικρή και συνήθως υπερκαλύπτεται από τους υπόλοιπους μηχανισμούς πόλωσης.
- Η **ιοντική πόλωση** παρατηρείται σε κρυσταλλικά υλικά που αποτελούνται από θετικά και αρνητικά ιόντα. Τα ιόντα αυτά δεν διαχωρίζονται από ασθενή πεδία, μπορούν όμως να υποστούν μικρές ελαστικές μετατοπίσεις γύρω από τη θέση ισορροπίας τους και να σχηματίσουν δίπολα. Λόγω της μεγαλύτερης μάζας των ιόντων από τα ηλεκτρόνια, η πόλωση μπορεί να ακολουθήσει το πεδίο μέχρι τις υπέρυθρες συχνότητες, που είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με τις συχνότητες ταλάντωσης του κρυσταλλικού πλέγματος.
- Η **διπολική πόλωση** (ή **πόλωση προσανατολισμού**) παρατηρείται σε υλικά που τα μόρια τους εμφανίζουν μόνιμες διπολικές ροπές. Απουσία πεδίου, οι προσανατολισμοί των δίπολων είναι στατιστικά ομοιόμορφα κατανεμημένοι λόγω της θερμικής ενέργειας. Επομένως η συνολική πόλωση του υλικού είναι μηδενική. Κάτω από την επιρροή του πεδίου, τα δίπολα προσανατολίζονται



μερικώς, οπότε υπάρχει γραμμική εξάρτηση του διανύσματος πόλωσης  $P$  από το ηλεκτρικό πεδίο  $E$ . Η διπολική πόλωση είναι αρκετά γρήγορος μηχανισμός και μπορεί να εμφανιστεί σε συχνότητες μέχρι την τάξη των MHz ή GHz.

- Η **διεπιφανειακή πόλωση** παρατηρείται κυρίως σε σύνθετα διηλεκτρικά που αποτελούνται από διαφορετικά υλικά, όπως χαρτί (κυτταρίνη) εμβαπτισμένο σε έλαιο. Η επίδραση ηλεκτρικού πεδίου μπορεί να οδηγήσει σε απόθεση θετικών και αρνητικών φορτίων στις διεπιφάνειες των υλικών, διαμορφώνοντας έτσι κάποια είδη δίπολων. Το φαινόμενο αυτό είναι αργό και γίνεται αντιληπτό μόνο στην περιοχή συχνοτήτων μεταφοράς ηλεκτρικής ισχύος (μερικές δεκάδες η εκατοντάδες Hz). Έχει όμως μεγάλη ένταση και γενικά επιδιώκεται η αποφυγή του στις ηλεκτροτεχνικές εφαρμογές, μέσω της επιλογής κατάλληλου συνδυασμού υλικών.

Συμπερασματικά, η διηλεκτρική πόλωση είναι πάντοτε αποτέλεσμα της σχετικής μετατόπισης θετικών και αρνητικών φορτίων στο εσωτερικό του υλικού. Σημειώνεται ότι κατά τη διάρκεια αυτής της διαδικασίας το πεδίο δεν είναι ικανό να αναγκάσει τα φορτία να ξεφύγουν από το υλικό, κάτι που θα προκαλούσε ηλεκτρική αγωγιμότητα.

Καθένας από τους διηλεκτρικούς μηχανισμούς πόλωσης συνδέεται με μια χαρακτηριστική συχνότητα συντονισμού (απότομη αύξηση της διηλεκτρικής σταθεράς γύρω από αυτή τη συχνότητα) ή συχνότητα χαλάρωσης (σταδιακή μείωση της διηλεκτρικής σταθεράς  $\epsilon_r'$  με την αύξηση της συχνότητας). Καθώς η συχνότητα αυξάνεται, οι αργότεροι διηλεκτρικοί μηχανισμοί πόλωσης εξαλείφονται, αφήνοντας μόνο τους ταχύτερους να συμβάλλουν στα φαινόμενα αποθήκευσης ενέργειας. Αντίστοιχα, το φανταστικό μέρος ( $\epsilon_r''$ ) αυξάνει γύρω από κάθε κρίσιμη συχνότητα. Τα φαινόμενα συντονισμού συνήθως συνδέονται με την ηλεκτρονική πόλωση και παρατηρούνται σε πολύ υψηλές συχνότητες. Τα φαινόμενα χαλάρωσης αναπτύσσονται κατά την πόλωση των υπόλοιπων τύπων και συνδέονται με τη μετατόπιση ιόντων, διπόλων ή και χωρικών φορτίων στον όγκο του υλικού.

### **2.2.3 Απορρόφηση ενέργειας στα μονωτικά υλικά**

Η ύπαρξη πεπερασμένης τιμής για την αγωγιμότητα όγκου και την  $\tan\delta$  δείχνει ότι τα μονωτικά υλικά απορροφούν κάποιο ποσό ενέργειας από το ηλεκτρικό

πεδίο. Σε συνθήκες συνεχούς τάσης η απορρόφηση ενέργειας οφείλεται στο ρεύμα διαρροής και το επακόλουθο φαινόμενο Joule λόγω της συνεχούς αγωγιμότητας. Υπό εναλλασσόμενη τάση, υπάρχει κίνηση φορτίων κατά την περιοδική πόλωση και αποπόλωση του υλικού, σύμφωνα με τους διάφορους μηχανισμούς πόλωσης. Επομένως εμφανίζεται μία επιπλέον απορρόφηση ενέργειας (διηλεκτρικές απώλειες). Μπορεί να αποδειχθεί ότι η απώλεια ενέργειας ανά περίοδο και ανά μονάδα όγκου είναι:

$$W = \pi \cdot E_m^2 \cdot \varepsilon_r' \cdot \varepsilon_0 \cdot \tan\delta \quad (2.12)$$

όπου  $E_m$  είναι η μέγιστη τιμή της πεδιακής έντασης.

Σε κάθε περίπτωση, παρατηρείται μία ανεπιθύμητη απώλεια ενέργειας, η οποία μετατρέπεται κυρίως σε θερμότητα. Σε περίπτωση που η θερμότητα αυτή δεν αποβάλλεται με επαρκή ρυθμό από τα υλικά προς το περιβάλλον, προκαλεί αύξηση της θερμοκρασίας με αποτέλεσμα την κακή λειτουργία, την εκδήλωση πιθανών βλαβών ή/και την πρόωρη καταστροφή των ηλεκτροτεχνικών διατάξεων που τα εμπεριέχουν.

#### **2.2.4 Επιθυμητές ιδιότητες μονωτικών υλικών**

Οι ιδιότητες που πρέπει να έχει ένα μονωτικό εξαρτώνται από την εφαρμογή στην οποία χρησιμοποιείται. Στο συνεχές πεδίο λαμβάνονται συνήθως υπόψη οι αγωγιμότητες  $\sigma$  και  $\sigma_e$ , ενώ στο εναλλασσόμενο χρησιμοποιούνται κυρίως οι τιμές των  $\varepsilon_r'$  και  $\tan\delta$  στην περιοχή των συχνοτήτων λειτουργίας. Επιπλέον λαμβάνεται υπόψη η διηλεκτρική αντοχή, που ισούται με τη μέγιστη πεδιακή ένταση που μπορεί να εφαρμοστεί στο μονωτικό υλικό χωρίς να πραγματοποιηθεί διάσπαση. Το μέγεθος αυτό έχει ιδιαίτερη βαρύτητα στην επιλογή υλικών για εφαρμογές υψηλών τάσεων. Το κόστος και η θερμική αντοχή είναι επίσης κριτήρια αποφασιστικής σημασίας για την αξιολόγηση των μονωτικών υλικών και την επιλογή τους στις διάφορες εφαρμογές.

Άλλες ιδιότητες των μονωτικών υλικών που αποκτούν μεγάλη σημασία σε ειδικότερες εφαρμογές είναι η θερμική αγωγιμότητα, η μηχανική αντοχή, η χημική σταθερότητα, η υγροσκοπικότητα, η αντοχή στις ακτινοβολίες, η πυκνότητα, το ιζώδες (για υγρά μονωτικά), και η αντοχή σε βιολογικές επιδράσεις, όπως από έντομα ή μικροοργανισμούς. Πολλές από τις ιδιότητες αυτές δεν έχουν σταθερές τιμές, αλλά

είναι συνάρτηση άλλων παραγόντων, όπως η συχνότητα του πεδίου, η θερμοκρασία και η υγρασία του περιβάλλοντος.

Η απορρόφηση υγρασίας από το περιβάλλον, που επηρεάζει προς το χειρότερο τις ιδιότητες των μονωτικών υλικών, περιγράφεται από την υγροσκοπικότητα του υλικού. Η θερμική αγωγιμότητα περιγράφει τη δυνατότητα απαγωγής της παραγόμενης θερμότητας λόγω των ηλεκτρικών απωλειών. Για τα περισσότερα μονωτικά υλικά η ειδική θερμική αγωγιμότητα είναι σχεδόν σταθερή για εύρος θερμοκρασιών 20-100°C.

Ανάλογα με τη χρήση ενός μονωτικού υλικού αποκτά μεγαλύτερη σημασία η μία ή η άλλη ιδιότητά του. Για παράδειγμα στις ηλεκτρικές μονώσεις σημαντικότερη είναι η μεγάλη διηλεκτρική αντοχή, για την αποφυγή της ηλεκτρικής διάσπασης. Στους πυκνωτές επιδιώκεται η μεγάλη χωρητικότητα ώστε να εξασφαλίζεται η αποθήκευση μεγάλου φορτίου στους οπλισμούς τους. Έτσι, εκτός από υψηλή διηλεκτρική αντοχή, το διηλεκτρικό πρέπει να έχει μεγάλο  $\epsilon_r'$ , ενώ από μηχανική άποψη είναι επιθυμητή η δυνατότητα μορφοποίησης σε λεπτά στρώματα. Επίσης για την αποφυγή μεγάλων απωλειών στο συνεχές ρεύμα ή στις χαμηλές συχνότητες είναι απαραίτητη η μεγάλη ειδική αντίσταση. Για τον ίδιο λόγο, στις υψίσυχνες εφαρμογές παράλληλα με χαμηλή τιμή της εφαπτόμενης απωλειών, το υλικό πρέπει να έχει και μικρή διηλεκτρική σταθερά ( $\epsilon_r'$ ). Είναι φανερό από τα προηγούμενα ότι πολλές φορές πρέπει να γίνεται κάποιος συμβιβασμός μεταξύ των αλληλοσυγκρουόμενων απαιτήσεων.

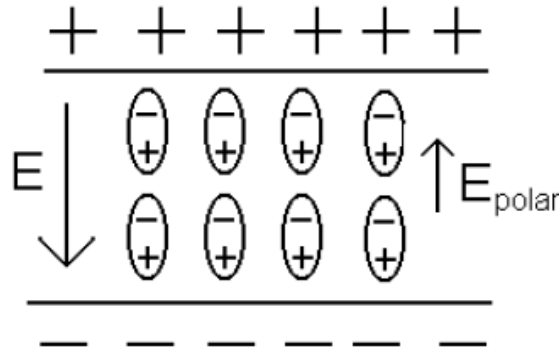
### **2.3 Διηλεκτρικές μετρήσεις**

Στην παράγραφο αυτή περιγράφεται και εξηγείται με βάση την ηλεκτρομαγνητική θεωρία ο τρόπος με τον οποίο προσδιορίζονται τα διηλεκτρικά μεγέθη ενός υλικού.

#### **2.3.1 Παράλληλες πλάκες με διηλεκτρικό**

Η πλέον συνηθισμένη διάταξη διηλεκτρικού χαρακτηρισμού είναι ένας πυκνωτής παράλληλων πλακών, στο εσωτερικό του οποίου βρίσκεται το υλικό προς μελέτη.

Όπως αναφέρθηκε, η χωρητικότητα ενός ζεύγους παράλληλων φορτισμένων πλακών αυξάνεται με την εισαγωγή ενός διηλεκτρικού υλικού. Η χωρητικότητα είναι αντιστρόφως ανάλογη του ηλεκτρικού πεδίου, ενώ η παρουσία διηλεκτρικού μειώνει το πεδίο μεταξύ των πλακών λόγω της ύπαρξης στο εσωτερικό του υλικού ενός πεδίου πόλωσης αντίθετης φοράς, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



**Σχήμα 2.4: Παράλληλες φορτισμένες πλάκες με διηλεκτρικό.**

Για τα ηλεκτρικά πεδία στον αέρα και στο διηλεκτρικό ισχύουν αντίστοιχα οι σχέσεις  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d}$ , και  $E_{\text{effective}} = E - E_{\text{polar}} = \frac{\sigma}{\epsilon_r \cdot \epsilon_0}$ , όπου  $V$  η εφαρμοζόμενη τάση και  $d$  η απόσταση μεταξύ των πλακών, ενώ με  $\sigma$  στην περίπτωση αυτή συμβολίζεται η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου σε κάθε οπλισμό. Η σχετική διηλεκτρική σταθερά  $\epsilon_r$  επομένως δείχνει μεταξύ άλλων το ποσό της μείωσης του ενεργού πεδίου σε σχέση με το αρχικό. Η μείωση αυτή του πεδίου συνεπάγεται τη δυνατότητα αποθήκευσης περισσότερης ενέργειας στον πυκνωτή για την ίδια τιμή της διαφοράς δυναμικού στα άκρα του.

Ταυτόχρονα με την αποθήκευση, ο μη ιδανικός αυτός πυκνωτής χαρακτηρίζεται από κατανάλωση ενέργειας (απώλειες). Υπενθυμίζεται ότι στα διηλεκτρικά υλικά διακρίνονται δύο ειδών απώλειες:

- i. **Ωμικές απώλειες:** Οφείλονται στην αντίσταση όγκου ( $R_v$ ) και την επιφανειακή αντίσταση ( $R_s$ ). Οι δύο αυτές αντιστάσεις θεωρούνται παράλληλες μεταξύ τους, επομένως η συνολική αντίσταση είναι:

$$R_{\text{total}} = \frac{R_v \cdot R_s}{R_v + R_s}$$

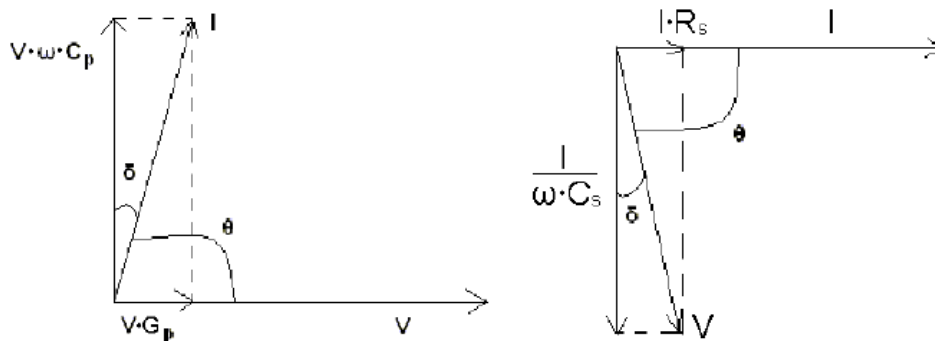
Οι ωμικές απώλειες εκφράζουν καθαρή συνολική μετατόπιση ηλεκτρικών φορτίων διαμέσου του υλικού. Επομένως υφίσταται τόσο υπό συνεχές όσο και υπό εναλλασσόμενο πεδίο και γίνονται πιο αισθητές με την αύξηση της θερμοκρασίας του υλικού.

- ii. **Διηλεκτρικές απώλειες:** Εμφανίζονται μόνο στο εναλλασσόμενο πεδίο, λόγω της αλλαγής πολικότητας των στοιχειωδών τμημάτων του διηλεκτρικού σε κάθε περίοδο, σύμφωνα με τους διάφορους μηχανισμούς πόλωσης. Η αλλαγή αυτή προκαλεί ταλαντώσεις που παράγουν θερμότητα λόγω τριβής, άρα μέρος της ηλεκτρικής ενέργειας χάνεται σε θερμότητα.

Μια διάταξη μέτρησης δεν είναι δυνατόν να διακρίνει μεταξύ των ωμικών και των διηλεκτρικών απωλειών, που εκφράζονται και οι δύο με μορφή αγωγιμότητας. Επομένως η μετρούμενη φανταστική συνιστώσα  $\epsilon_r''$ , που θεωρείται γενικά ότι οφείλεται στους μηχανισμούς διηλεκτρικών απωλειών, στην πράξη λαμβάνει υπόψη και την αγωγιμότητα όγκου των υλικών.

### 2.3.2 Σειριακό και παράλληλο ισοδύναμο κύκλωμα

Το ηλεκτρικό ισοδύναμο κύκλωμα που χρησιμοποιείται για να παρομοιώσει ένα μη ιδανικό πυκνωτή παράλληλων πλακών αποτελείται από μια αντίσταση (ή αγωγιμότητα) και μια χωρητικότητα συνδεδεμένες είτε σε σειρά είτε παράλληλα. Συνήθως γίνεται χρήση του παράλληλου ισοδύναμου κυκλώματος. Τα διανυσματικά διαγράμματα ρευμάτων και τάσεων για τα δύο κυκλώματα φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Στην περίπτωση του παράλληλου κυκλώματος η διαφορά δυναμικού  $V$  είναι κοινή, ενώ το ρεύμα αναλύεται σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες. Το συνολικό ρεύμα  $I$  προηγείται της τάσης κατά γωνία  $\theta$ , της οποίας συμπληρωματική είναι η  $\delta$ . Αντίθετα, στο σειριακό κύκλωμα η αντίσταση και η χωρητικότητα διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα  $I$ , οι τάσεις όμως στα άκρα τους παρουσιάζουν διαφορά φάσης  $90^\circ$ . Η συνολική τάση  $V$  υστερεί και πάλι του ρεύματος κατά γωνία  $\theta$ .



**Σχήμα 2.5:** Διανυσματικό διάγραμμα ρευμάτων και τάσεων παράλληλου (αριστερά) και σειριακού (δεξιά) ισοδύναμου κυκλώματος πραγματικού πυκνωτή.

Τα δύο κυκλώματα περιγράφουν το ίδιο φυσικό σύστημα και επομένως οφείλουν να οδηγούν στο ίδιο αποτέλεσμα για τη σχέση ρεύματος-τάσης ως προς τα μέτρα και τις φάσεις. Επομένως οι αντίστοιχες γωνίες  $\theta, \delta$  των δύο σχημάτων ταυτίζονται και επιπλέον η συνολική σύνθετη (μυγαδική) αντίσταση είναι και στις δύο περιπτώσεις η ίδια.

Πρέπει να τονισθεί ότι τόσο ο τύπος του ισοδύναμου κυκλώματος όσο και η τιμή των στοιχείων του δεν έχουν κάποια ανεξάρτητη φυσική σημασία. Για παράδειγμα, η αγωγιμότητα  $G_p$  (ή  $G_s = 1/R_s$ ) δεν ταυτίζεται με την αγωγιμότητα όγκου (ή επιφάνειας) του διηλεκτρικού, αλλά συμπεριλαμβάνει την επίδραση των παραπάνω καθώς και όλων των ενεργών διηλεκτρικών μηχανισμών στη δεδομένη συχνότητα και υπό τις συγκεκριμένες συνθήκες εφαρμοζόμενου πεδίου.

Σε προηγούμενη παράγραφο προσδιορίστηκαν τα διηλεκτρικά μεγέθη του υλικού με βάση το παράλληλο ισοδύναμο κύκλωμα. Ακολουθώς παρουσιάζονται οι εξισώσεις που συνδέουν τα μεγέθη του σειριακού κυκλώματος με τη μυγαδική επιτρεπτότητα και τη εφαπτομένη απωλειών.

Στις εξισώσεις με  $R_s, C_s$  συμβολίζονται η αντίσταση και η χωρητικότητα του σειριακού κυκλώματος, ενώ με  $R_p = 1/G_p$  και  $C_p$  τα αντίστοιχα μεγέθη του παράλληλου κυκλώματος. Οι γωνίες  $\delta, \theta$  είναι αυτές που φαίνονται στο παραπάνω σχήμα και  $X_p = 1/\omega C_p$  η χωρητική αντίσταση του παράλληλου κυκλώματος. Η εφαπτομένη απωλειών  $\tan\delta$  προκύπτει με βάση το παράλληλο κύκλωμα:

$$\tan\delta = \cot\theta = \frac{X_p}{R_p} = \frac{G}{\omega \cdot C_p} = \frac{1}{\omega \cdot C_p \cdot R_p} = \frac{\epsilon_r''}{\epsilon_r'} \quad (2.13)$$

ενώ ταυτόχρονα με βάση το σειριακό κύκλωμα ισχύει  $\tan\delta = \omega \cdot R_s \cdot C_s$ .

Η μυγαδική αγωγιμότητα του παράλληλου κυκλώματος είναι  $Y_p = G_p + j \cdot \omega \cdot C_p$  και επομένως η μυγαδική αντίσταση θα είναι  $Z_p = 1/Y_p$ . Από το σειριακό κύκλωμα προκύπτει άμεσα η μυγαδική αντίσταση  $Z_s = R_s + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_s}$ . (2.14)

Η ισότητα των δύο μυγαδικών αντιστάσεων ( $Z_p = Z_s$ ) οδηγεί σε δύο εξισώσεις (πραγματικά και φανταστικά μέρη ίσα αντιστοίχως). Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων και χρησιμοποιώντας τις προηγούμενες σχέσεις για την  $\tan\delta$  προκύπτει η σχέση παράλληλης χωρητικότητας και σειριακών μεγεθών:

$$C_p = \frac{C_s}{1 + \tan^2\delta} \rightarrow C_p = \frac{C_s}{1 + \omega^2 \cdot R_s^2 \cdot C_s^2} \quad (2.15)$$

ενώ για τις αντιστάσεις  $R_s, R_p$  βρίσκεται ότι ισχύει:  $\frac{R_p}{R_s} = \frac{1 + \tan^2 \delta}{\tan^2 \delta} = 1 + \frac{1}{\tan^2 \delta}$

Έτσι το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της σχετικής μιγαδικής επιτρεπτότητας δίνονται από τις σχέσεις:

$$\varepsilon_r' = \frac{C_p}{C_0} \rightarrow \varepsilon_r' = \frac{C_s}{C_0 \cdot (1 + \omega^2 \cdot R_s^2 \cdot C_s^2)} \quad (2.16)$$

$$\text{και } \varepsilon_r'' = \varepsilon_r' \cdot \tan \delta = \varepsilon_r' \cdot \omega \cdot R_s \cdot C_s = \frac{\omega \cdot R_s \cdot C_s^2}{C_0 \cdot (1 + \omega^2 \cdot R_s^2 \cdot C_s^2)} \cdot \quad (2.17)$$

Αφού  $\varepsilon_r^* = \varepsilon_r' - j \cdot \varepsilon_r''$  η σχετική μιγαδική επιτρεπτότητα προκύπτει τελικά:

$$\varepsilon_r^* = \frac{C_s}{C_0 \cdot (1 + \omega^2 \cdot R_s^2 \cdot C_s^2)} - j \cdot \frac{\omega \cdot R_s \cdot C_s^2}{C_0 \cdot (1 + \omega^2 \cdot R_s^2 \cdot C_s^2)} \quad (2.18)$$

Η τελευταία σχέση παρέχει τη σχετική μιγαδική επιτρεπτότητα με τη βοήθεια του σειριακού ισοδύναμου κυκλώματος. Στη πράξη, το αποτέλεσμα που λαμβάνεται για ένα υλικό πρέπει να είναι ανεξάρτητο από το ισοδύναμο κύκλωμα που χρησιμοποιείται. Η αιτία για τη συχνότερη χρήση του παράλληλου κυκλώματος είναι ο κατά πολύ απλούστερος υπολογισμός των  $\varepsilon_r', \varepsilon_r''$  με βάση το κύκλωμα αυτό. Αντίθετα, η εφαπτομένη απωλειών  $\tan \delta$  υπολογίζεται εξίσου εύκολα για τα δύο κυκλώματα.

### **2.3.3 Διηλεκτρική φασματοσκοπία**

Στα προηγούμενα θεωρείται ότι το πεδίο που εφαρμόζεται πάνω στο διηλεκτρικό είναι ημιτονοειδές σταθερής συχνότητας. Στην πράξη υπάρχει πάντοτε για τη συμπεριφορά του υλικού σε διαφορετικές συνθήκες. Η διηλεκτρική φασματοσκοπία καταγράφει τη μεταβολή των διηλεκτρικών ιδιοτήτων ενός υλικού με το χρόνο ή την συχνότητα. Η μετάβαση από τις μετρήσεις μίας συχνότητας στις μετρήσεις περισσότερων συχνοτήτων είναι απλή, καθώς εφαρμόζοντας κάθε φορά πεδίο διαφορετικής συχνότητας προσδιορίζεται το αντίστοιχο ισοδύναμο κύκλωμα, από τα στοιχεία του οποίου υπολογίζονται τα  $\varepsilon_r^*$  και  $\tan \delta$ .

Αντίθετα, στο πεδίο του χρόνου τα πράγματα είναι διαφορετικά. Ένα χρονικά μεταβαλλόμενο πεδίο (π.χ. μια βηματική συνάρτηση ή ένας τετραγωνικός παλμός) εμπεριέχει πληροφορία που αντιστοιχεί σε ένα μεγάλο (θεωρητικά άπειρο) εύρος συχνοτήτων. Επομένως τα διηλεκτρικά μεγέθη που έχουν ορισθεί μέχρι τώρα δεν είναι κατάλληλα να περιγράψουν άμεσα τα παρατηρούμενα φαινόμενα. Για το λόγο αυτό παρακάτω μελετάται η συμπεριφορά ενός υλικού σε ένα χρονικά μεταβαλλόμενο πεδίο ξεκινώντας από στοιχειώδεις έννοιες του ηλεκτρομαγνητισμού

και περιγράφονται οι εξισώσεις μεταξύ των ηλεκτρικών ποσοτήτων στο πεδίο του χρόνου. Στη συνέχεια με χρήση μετασχηματισμών Laplace η Fourier τα μεγέθη μεταφέρονται στο πεδίο της συχνότητας και συνδέονται με την έννοια της μιγαδικής επιτρεπτότητας.

### 2.3.4 Πόλωση και ηλεκτρική μετατόπιση

Στο εσωτερικό ενός ισοτροπικού και ομογενούς διηλεκτρικού τα διανύσματα της μακροσκοπικής πόλωσης  $P$  και του ηλεκτρικού πεδίου  $E$  έχουν την ίδια κατεύθυνση και είναι ανάλογα μεταξύ τους. Η αναλογία μπορεί να περιγραφεί από τη σχέση:

$$P = \chi \cdot \epsilon_0 \cdot E \quad (2.19)$$

όπου ο παράγοντας  $\chi$  ονομάζεται ηλεκτρική επιδεκτικότητα του υλικού. Το  $\chi$  οφείλεται στην αθροιστική επίδραση όλων των τύπων πόλωσης στο διηλεκτρικό και είναι αδιάστατος-καθαρός αριθμός, ενώ για το κενό ισούται με το μηδέν.

Η ηλεκτρική μετατόπιση  $D$  καθορίζεται από το συνολικό θετικό ή αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο ανά μονάδα επιφάνειας που επάγεται στο αντίστοιχο ηλεκτρόδιο. Τα φορτία αυτά των δύο ηλεκτροδίων είναι η προέλευση όλων των δυναμικών γραμμών του πεδίου. Σε περιοχή μεταξύ ηλεκτροδίων χωρίς διηλεκτρικό, η μετατόπιση είναι παράλληλη του πεδίου  $E$  και συνδέεται με αυτό σύμφωνα με τη σχέση  $D = \epsilon_0 \cdot E$ . Όταν υπάρχει ισοτροπικό διηλεκτρικό μεταξύ των ηλεκτροδίων, η ηλεκτρική μετατόπιση  $D$  αυξάνεται κατά το ποσό της μακροσκοπικής πόλωσης και γίνεται  $D = \epsilon_0 \cdot E + P$ . Αυτό συμβαίνει επειδή σε κάθε ηλεκτρόδιο ένα μέρος του φορτίου δημιουργεί το ηλεκτρικό πεδίο  $E$ , ενώ το υπόλοιπο αντισταθμίζει τα φορτία πόλωσης του διηλεκτρικού. Αντικαθιστώντας την πόλωση  $P$  από την προηγούμενη σχέση, προκύπτει η ηλεκτρική μετατόπιση ως:

$$D = \epsilon_0 \cdot E + \chi \cdot \epsilon_0 \cdot E = (1+\chi) \cdot \epsilon_0 \cdot E \quad (2.20)$$

Επομένως σε ένα σταθερό χρονικά πεδίο το  $D$  είναι ανάλογο του  $E$ . Επίσης τα διανύσματα  $P, D$  είναι παράλληλα με το  $E$  για τα ισοτροπικά υλικά. Ο συντελεστής αναλογίας  $(1+\chi) \cdot \epsilon_0$  είναι η διηλεκτρική σταθερά  $\epsilon$  του υλικού και το  $1+\chi = \epsilon_r$  η σχετική διηλεκτρική σταθερά του. Σημειώνεται ότι στην περίπτωση αυτή δεν χρειάζεται να χρησιμοποιηθούν μιγαδικά μεγέθη.

Διηλεκτρική απόκριση στο πεδίο του χρόνου

Όταν το πεδίο είναι χρονικά μεταβαλλόμενο, το  $D$  στο κενό ακολουθεί άμεσα τις μεταβολές του πεδίου και ισχύει  $D(t) = \epsilon_0 \cdot E(t)$ . Η πυκνότητα φορτίων στα



ηλεκτρόδια καθορίζεται από το ρεύμα μετατόπισης, που προέρχεται από την πηγή τάσης και ισούται με  $dQ/dt$ , όπου  $Q$  το συνολικό φορτίο για κάθε ηλεκτρόδιο.

Στην περίπτωση που το κενό αντικαθίσταται από ιστροπικό διηλεκτρικό υλικό, με βάση τα προηγούμενα ισχύει:

$$D = \epsilon_0 \cdot E(t) + P(t) \quad (2.21)$$

Όμως η χρονική εξάρτηση του  $P(t)$  δεν είναι ίδια με του  $E(t)$ . Αυτό συμβαίνει επειδή η πόλωση του διηλεκτρικού δεν γίνεται άμεσα με την εφαρμογή του πεδίου, αλλά παρουσιάζει χρονική καθυστέρηση που είναι ξεχωριστή για τις διάφορες διαδικασίες πόλωσης. Για να παρουσιαστεί η σχέση μεταξύ πεδίου και πόλωσης θα επιχειρηθεί ο προσδιορισμός μιας χρονικά μεταβαλλόμενης συνάρτησης επιδεκτικότητας  $\chi = \chi(t)$  (άρα και σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς  $\epsilon_r(t) = 1 + \chi(t)$ ), ώστε να ισχύουν οι σχέσεις:

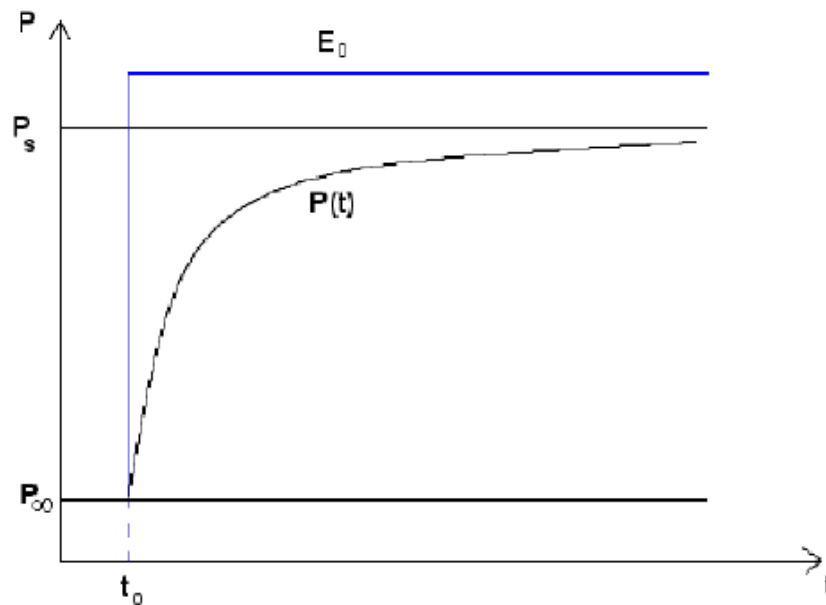
$$P(t) = \chi(t) \cdot \epsilon_0 \cdot E(t) \quad (2.22)$$

$$\text{και } D(t) = [1 + \chi(t)] \cdot \epsilon_0 \cdot E(t) \quad (2.23)$$

- **Απόκριση σε βηματική διέγερση**

Για μια αναλυτικότερη μελέτη του συστήματος καταρχήν θεωρείται μια χαρακτηριστική περίπτωση χρονικής μεταβολής του πεδίου, η βηματική συνάρτηση  $u(t)$ . Αρχικά το πεδίο είναι μηδενικό. Τη χρονική στιγμή  $t_0$  εφαρμόζεται σταθερή τιμή πεδίου  $E_0$ , που διατηρείται για  $t > t_0$ . Επομένως το ηλεκτρικό πεδίο δίνεται από τη σχέση  $E(t) = E_0 \cdot u(t - t_0)$ . Τότε η πόλωση  $P(t)$  του διηλεκτρικού συνδέεται με τη χρονικά εξαρτώμενη επιδεκτικότητα του  $\chi(t)$  σύμφωνα με τη σχέση:

$$\frac{P(t)}{E_0} = \epsilon_0 \cdot \chi(t) \cdot u(t - t_0) \quad (2.24)$$



**Σχήμα 2.6: Η χρονική μεταβολή της πόλωσης του διηλεκτρικού ως αποτέλεσμα της εφαρμογής βηματικού ηλεκτρικού πεδίου.**

Δηλαδή η χρονική εξάρτηση της πόλωσης ακολουθεί αυτή της επιδεκτικότητας  $\chi(t)$ , που είναι χαρακτηριστική συνάρτηση του υλικού, ενώ το μέτρο της πόλωσης είναι ανάλογο του εφαρμοζόμενου πεδίου.

Η συνάρτηση της πόλωσης (άρα και της επιδεκτικότητας) διακρίνεται γενικά σε τρεις χρονικές περιοχές. Καταρχήν υπάρχουν οι πολύ γρήγορες διαδικασίες πόλωσης (κυρίως η ηλεκτρονική) που μπορεί να θεωρηθεί ότι επιδρούν σχεδόν σε μηδενικό χρόνο. Ταυτόχρονα με την εφαρμογή του πεδίου λοιπόν θεωρείται ότι υπάρχει μια στιγμιαία πόλωση  $P(t=t_0)$ , που συμβολίζεται συνήθως  $P_\infty$  γιατί πραγματοποιείται με πρακτικά άπειρη ταχύτητα. Αυτό το μέρος της συνάρτησης πόλωσης δεν είναι δυνατόν να καταγραφεί με το συνηθισμένο εξοπλισμό μέτρησης. Ακολούθως δεδομένου ότι όλες οι διαδικασίες πόλωσης είναι πεπερασμένες σε ένταση και σταθεροποιούνται μετά από μεγάλο χρονικό διάστημα, η πόλωση αποκτά τελικά μία σταθερή τιμή  $P(t \rightarrow \infty) = P_s$ . Λαμβάνοντας υπόψη τις δύο αυτές ακραίες τιμές, η συνολική χρονική συνάρτηση της πόλωσης θα έχει τη μορφή:

$$P(t) = P_\infty + (P_s - P_\infty) \cdot g(t - t_0) \quad (2.25)$$

όπου  $g(t)$  αδιάστατη, μονότονη αύξουσα συνάρτηση (χαρακτηριστική του υλικού) που καθορίζει τον τρόπο μετάβασης της πόλωσης από την αρχική τιμή  $P_\infty$  στην τελική  $P_s$ .

Χρησιμοποιώντας τους δείκτες  $s$  και  $\infty$  για τις αντίστοιχες τιμές του  $\chi$ , η πόλωση μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$P(t) = \varepsilon_0 \cdot [\chi_\infty + (\chi_s - \chi_\infty) \cdot g(t - t_0)] \cdot E_0 \quad (2.26)$$

ενώ θέτοντας  $1 + \chi_s = \varepsilon_s$ ,  $1 + \chi_\infty = \varepsilon_\infty$ , γίνεται τελικά

$$D(t) = \varepsilon_0 \cdot [\varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \cdot g(t - t_0)] \cdot E_0 \quad (2.27)$$

Η συνάρτηση  $[\chi_\infty + (\chi_s - \chi_\infty) \cdot g(t - t_0)]$  μπορεί να θεωρηθεί ως η χρονικά εξαρτώμενη ηλεκτρική επιδεκτικότητα  $\chi(t)$  του υλικού και αντίστοιχα η  $\varepsilon(t) = [\varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \cdot g(t - t_0)]$  είναι η χρονικά εξαρτώμενη σχετική διηλεκτρική σταθερά. Τα μεγέθη αυτά όμως ισχύουν μόνο για την απλή περίπτωση της βηματικής διέγερσης.

- **Απόκριση σε τυχαία διέγερση**

Στη γενική περίπτωση, το διηλεκτρικό υλικό θεωρείται ως ένα γραμμικό χρονικά αναλλοίωτο (ΓΧΑ) σύστημα, όπου στην είσοδο  $E(t)$  αντιστοιχεί η έξοδος  $P(t)$ . Η μορφή της  $P(t)$  που προσδιορίζεται για την περίπτωση του βηματικού πεδίου είναι η βηματική απόκριση του συστήματος. Με βάση τη θεωρία κυκλωμάτων, μπορεί να υπολογιστεί η χρονικά εξαρτώμενη πόλωση  $P(t)$  για κάθε άλλη μορφή χρονικά εξαρτημένης διέγερσης  $E(t)$  του δοκιμίου, δεδομένου ότι είναι γνωστή η ειδική λύση για τη βηματική διέγερση. Αυτό γίνεται με τη χρήση της συνέλιξης ή του ολοκληρώματος Duhamel και το αποτέλεσμα είναι:

$$P(t) = \varepsilon_0 \cdot \chi_\infty \cdot E(t) + \varepsilon_0 \cdot \int_{-\infty}^t f(t - \tau) \cdot E(\tau) \cdot d\tau \quad (2.28)$$

Η  $f(t)$  είναι μονότονη, φθίνουσα συνάρτηση με διαστάσεις αντίστροφου χρόνου και χαρακτηρίζει το υπό εξέταση διηλεκτρικό. Ονομάζεται συνάρτηση διηλεκτρικής απόκρισης και σχετίζεται άμεσα με την  $g(t)$ , όπως φαίνεται από τον τύπο:

$$f(t) = (\chi_s - \chi_\infty) \cdot \frac{\partial g(t)}{\partial t} = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \cdot \frac{\partial g(t)}{\partial t} \quad (2.29)$$

Επομένως, η πόλωση και η ηλεκτρική μετατόπιση δίνονται μέσω ολοκληρωτικών (συνελικτικών) σχέσεων που δεν μπορούν να εκφραστούν ως πολλαπλασιασμός του πεδίου με μια χρονικά εξαρτώμενη συνάρτηση (επιδεκτικότητα ή διηλεκτρική σταθερά) που να είναι χαρακτηριστική του υλικού και ανεξάρτητη από τη μορφή του πεδίου.

- **Ρεύμα πόλωσης**

Ακολουθώντας, και επιστρέφοντας στην περίπτωση του βηματικού ηλεκτρικού πεδίου, υπολογίζεται το ρεύμα πόλωσης (ή απορρόφησης ή φόρτισης) που επάγεται στα ηλεκτρόδια. Το ρεύμα αυτό οφείλεται κυρίως στην πόλωση  $P(t)$ . Επιπλέον όμως, είναι δυνατόν να υπάρχει και κάποια «καθαρή» συνεχής αγωγιμότητα  $\sigma_0$ , που

αντιπροσωπεύει τη μετακίνηση ελεύθερων φορτίων μέσα στο διηλεκτρικό και δεν περιλαμβάνεται στη πόλωση.

Σύμφωνα με τις εξισώσεις Maxwell, το πεδίο  $E(t)$  παράγει μια συνολική πυκνότητα ρεύματος  $j(t)$ , που μπορεί να γραφεί ως άθροισμα δύο ρευμάτων:

$$J(t) = \sigma_0 \cdot E(t) + \frac{\partial D(t)}{\partial t} = \sigma_0 \cdot E(t) + \epsilon_0 \cdot \frac{\partial E(t)}{\partial t} + \frac{\partial P(t)}{\partial t} \quad (2.30)$$

Αν η εφαρμογή του ηλεκτρικού πεδίου ξεκινά τη στιγμή  $t=0$ , αντικαθιστώντας την πόλωση από τη σχέση (2.28) λαμβάνεται:

$$j(t) = \sigma_0 \cdot E(t) + \epsilon_0 \cdot [\epsilon_\infty \cdot \delta(t) + f(t)] \cdot E(t) \quad (2.31)$$

Χρησιμοποιώντας τις γνωστές σχέσεις που συνδέουν το πεδίο με την τάση και τη χωρητικότητα και λαμβάνοντας υπόψη τον ορισμό της πυκνότητας ρεύματος, το ρεύμα πόλωσης  $i_{pol}(t)$  του δοκιμίου καταγράφεται ως:

$$i_{pol}(t) = C_0 \cdot V_c \cdot \left[ \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} + \epsilon_\infty \cdot \delta(t) + f(t) \right] \quad (2.32)$$

όπου  $C_0$  η γεωμετρική χωρητικότητα του δοκιμίου και  $\delta(t)$  η κρουστική συνάρτηση, που προκύπτει από την παραγωγή της βηματικής τάσης τη χρονική στιγμή  $t=0$ . Επομένως το ρεύμα αυτό περιέχει τρεις όρους:

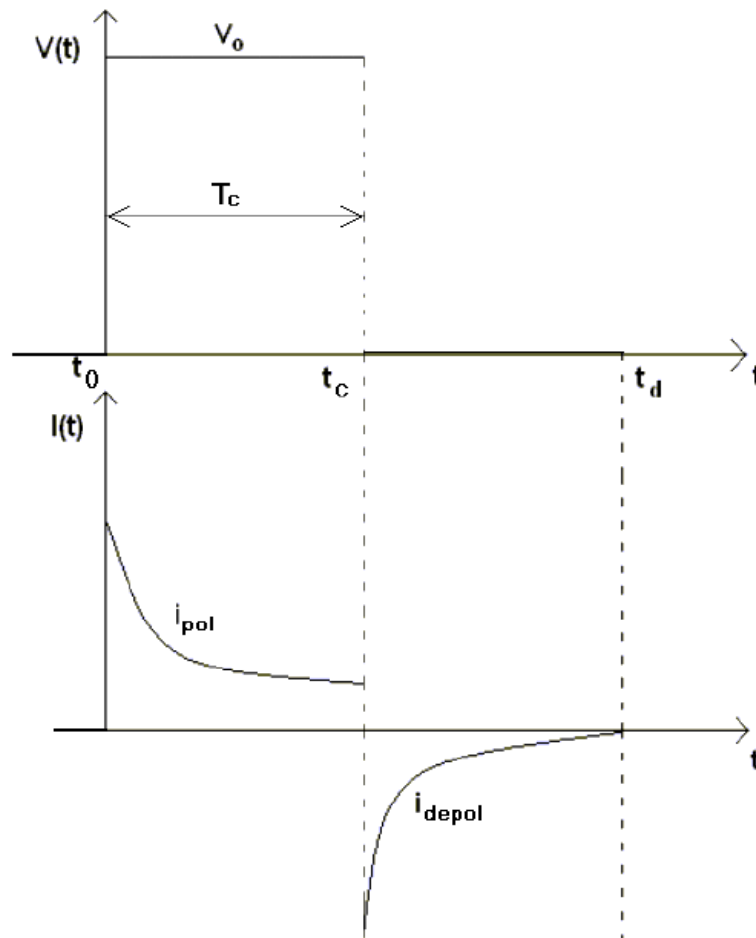
- Ο 1<sup>ος</sup> όρος οφείλεται στη συνεχή αγωγιμότητα  $\sigma_0$  του δοκιμίου (νόμος Ohm) και είναι ανεξάρτητος από οποιοδήποτε είδος πόλωσης.
- Ο 2<sup>ος</sup> όρος που περιλαμβάνει την κρουστική συνάρτηση  $\delta$ , οφείλεται σε πολύ γρήγορες διαδικασίες πόλωσης και δεν μπορεί να καταγράψει πρακτικά στο πεδίο του χρόνου.
- Ο 3<sup>ος</sup> όρος αντιπροσωπεύει όλους τους λιγότερο γρήγορους μηχανισμούς πόλωσης που ενεργοποιούνται κατά την εφαρμογή τάσης και ακολουθεί τη χρονική μορφή της συνάρτησης διηλεκτρικής απόκρισης  $f(t)$ .

Η εξίσωση (2.31) περιλαμβάνει βασικά μεγέθη του ηλεκτρομαγνητισμού, ενώ η ισοδύναμή της (2.32) μεγέθη που μπορούν να μετρηθούν στην πράξη. Οι εξισώσεις (κυρίως η (2.32)) μπορούν να χρησιμοποιηθούν άμεσα για τον προσδιορισμό της συνάρτησης  $f(t)$ , και επομένως για το χαρακτηρισμό των διηλεκτρικών υλικών στο πεδίο του χρόνου. Για το σκοπό αυτό, μία συνεχής βηματική τάση  $V_c$  (κατά το δυνατόν χωρίς κυματισμό) εφαρμόζεται σε ένα πλήρως αποφορτισμένο δοκίμιο. Καταγράφεται τότε το ρεύμα στο πεδίο του χρόνου, που ξεκινά από μία μεγάλη τιμή (θεωρητικά άπειρη λόγω και της  $\delta(t)$ ) και μειώνεται σταδιακά τείνοντας προς μία

σταθερή τιμή  $C_0 \cdot V_0 \cdot \sigma_0 / \epsilon_0$ . Ο υπολογισμός της  $f(t)$  από το  $i_{pol}(t)$  γίνεται αφού έχει αφαιρεθεί η σταθερή αυτή συνιστώσα.

- **Ρεύμα αποπόλωσης**

Αν το δοκίμιο βραχυκυκλωθεί σε μία χρονική στιγμή  $t = t_c$  (οπότε η περίοδος φόρτισης είναι  $T_c = t_c - t_0$  και ισούται με  $t_c$  αν έχουμε θεωρήσει  $t_0 = 0$ ), μπορεί να μετρηθεί το ρεύμα αποπόλωσης  $i_{depol}$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Στο σχήμα αυτό δεν περιλαμβάνονται οι απειρισμοί του ρεύματος που σχετίζονται με την κρουστική συνάρτηση  $\delta(t)$  και δεν είναι δυνατό να καταγραφούν από όργανα.



Σχήμα 2.7: Πόλωση και αποπόλωση διηλεκτρικού δοκιμίου στο πεδίο του χρόνου.

Ο ξαφνικός μηδενισμός της  $V_0$  θεωρείται αρνητική βηματική τάση στο χρόνο  $t = t_c$ , που δημιουργεί ένα δεύτερο ρεύμα που υπερτίθεται στο ήδη υπάρχον  $i_{pol}(t)$ . Τότε, αμελώντας τους κρουστικούς όρους έχουμε για  $t > t_0 + T_c$  :

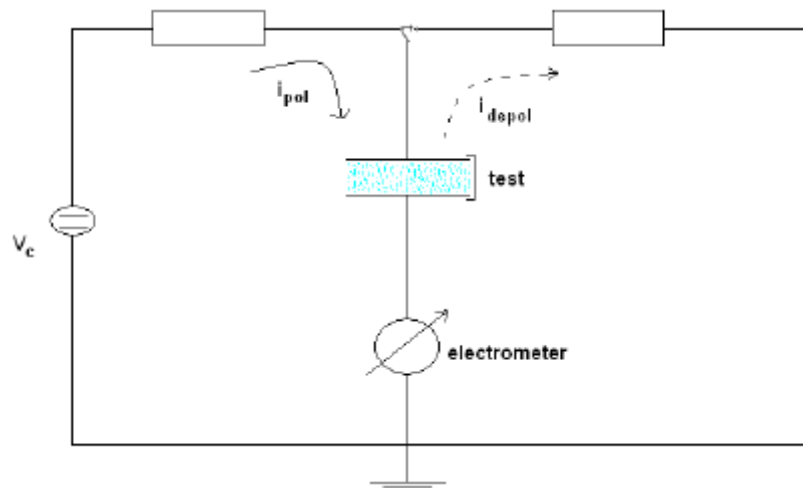
$$i(t) = -C_0 \cdot V_c \cdot [ f(t) - f(t + T_c) ] \quad (2.33)$$

Αν η περίοδος φόρτισης  $T_c$  είναι αρκετά μεγάλη ώστε να ολοκληρωθούν όλες οι διαδικασίες πόλωσης, ο δεύτερος όρος της σχέσης (2.33) παραλείπεται και το ρεύμα ταυτίζεται με το ρεύμα αποπόλωσης  $i_{depol}(t)$ . Το ρεύμα είναι ανάλογο της  $f(t)$  αφού η συνεχής αγωγιμότητα  $\sigma_0$  του διηλεκτρικού δεν επιδρά πλέον. Έτσι η σχέση (2.33) είναι μία δεύτερη βασική εξίσωση για τη μέτρηση της  $f(t)$  του διηλεκτρικού υλικού στο πεδίο του χρόνου.

Ωστόσο, αν η περίοδος φόρτισης  $T_c$  είναι ανεπαρκής, στο διάστημα της βραχυκύκλωσης θα εξακολουθούν να επιδρούν οι μηχανισμοί πόλωσης που δεν έχουν ολοκληρωθεί και άρα ο αντίστοιχος όρος δεν θα είναι μηδενικός (φαινόμενο μνήμης του διηλεκτρικού).

- **Μετρήσεις ρευμάτων πόλωσης**

Στην πράξη οι μετρήσεις των  $i_{pol}$  και  $i_{depol}$  πραγματοποιούνται με τη βοήθεια του κυκλώματος που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Αρχικά ο διακόπτης είναι ανοιχτός. Τη χρονική στιγμή  $t_0$  ο διακόπτης κλείνει το αριστερό κύκλωμα, οπότε η πηγή  $V_c$  μέσω της αριστερής αντίστασης εφαρμόζει τάση στο δοκίμιο (test) και το ηλεκτρόμετρο καταγράφει το ρεύμα πόλωσης  $i_{pol}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_c$  ο διακόπτης μετακινείται απότομα στη δεξιά θέση, οπότε το δοκίμιο εκφορτίζεται μέσω της δεξιάς αντίστασης και το ηλεκτρόμετρο καταγράφει πλέον το ρεύμα  $i_{depol}$  (αντίθετης φοράς). Τα αποτελέσματα είναι συνάρτηση τόσο των ιδιοτήτων του υλικού όσο και της γεωμετρίας του συστήματος.



**Σχήμα 2.8:** Κύκλωμα μέτρησης των ρευμάτων  $i_{pol}$  και  $i_{depol}$  στο πεδίο του χρόνου.

Οι δύο αντιστάσεις του παραπάνω κυκλώματος αντιπροσωπεύουν μικρούς αντιστάτες προστασίας ώστε να αποφευχθούν οι πολύ υψηλές τιμές ρεύματος αμέσως

μετά την εφαρμογή και το μηδενισμό της τάσης. Αν το δοκίμιο είναι ένα σύνθετο σύστημα που μπορεί να υποδιαιρεθεί σε διαφορετικά υποσυστήματα, τότε πρέπει να γίνουν πολλές διαδοχικές μετρήσεις σε διάφορα σημεία ώστε να προσδιορισθούν τα ρεύματα πόλωσης και αποπόλωσης κάθε ξεχωριστού υποσυστήματος.

### **2.3.5 Διηλεκτρική απόκριση στο πεδίο της συχνότητας**

Η μετάβαση από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο της συχνότητας γίνεται αναλυτικά με εφαρμογή των μετασχηματισμών Laplace ή Fourier. Η μορφή που παίρνει η εξίσωση (2.30) (ιδανική βηματική απόκριση για τη συνολική πυκνότητα ρεύματος), όταν η  $f(t)$  λαμβάνει υπόψη και τις πολύ γρήγορες διαδικασίες πόλωσης είναι:

$$J(t) = \sigma_0 \cdot E(t) + \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial E(t)}{\partial t} + \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial (\int_0^t f(t-\tau) \cdot E(\tau) dt)}{\partial t} \quad (2.34)$$

Μετασχηματίζοντας κατά Laplace, χρησιμοποιούνται οι αντιστοιχίες:

$$j(t) \rightarrow j(p), E(t) \rightarrow E(p), E'(t) \rightarrow p \cdot E(p), f(t) \rightarrow F(p) \quad (2.35)$$

όπου  $p$  ο τελεστής Laplace. Επομένως (και λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιότητες του ολοκληρώματος συνέλιξης) προκύπτει η σχέση:

$$j(p) = \sigma_0 \cdot E(p) + \varepsilon_0 \cdot p \cdot E(p) + \varepsilon_0 \cdot p \cdot F(p) \cdot E(p) \quad (2.36)$$

Για τη μετάβαση στη μορφή Fourier, υπενθυμίζεται ότι ο τελεστής Laplace συνδέεται με την κυκλική συχνότητα με τη σχέση  $p = i \cdot \omega$  (όπου η φανταστική μονάδα συμβολίζεται με  $i$  αντί για  $j$ , για να μην συγχέεται με την πυκνότητα ρεύματος). Τότε η σχέση (2.36) γίνεται:

$$j(\omega) = E(\omega) \cdot [\sigma_0 + i \cdot \omega \cdot \varepsilon_0 \cdot (1 + F(\omega))] \quad (2.37)$$

Το  $F(\omega)$  είναι ο μετασχηματισμός Fourier της διηλεκτρικής απόκρισης  $f(t)$ . Όμως επιστρέφοντας στη σχέση (2.30), θέτοντας  $P = \varepsilon_0 \cdot \chi \cdot E$  και μετασχηματίζοντας κατά Fourier, λαμβάνεται μια σχέση όμοια με την (2.37) όπου αντί του  $F$  υπάρχει το  $\chi$ . Επομένως το  $F(\omega)$  ταυτίζεται με τη μιγαδική επιδεκτικότητα, και ισχύει:

$$\chi(\omega) = F(\omega) = \chi(\omega) - i \cdot \chi(\omega)' = \int_0^\infty f(t) \cdot \exp(-i \cdot \omega \cdot t) \cdot dt \quad (2.38)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (2.37), λαμβάνεται η συνολική πυκνότητα ρεύματος:

$$j(\omega) = \{\sigma_0 + \varepsilon_0 \cdot \omega \cdot \chi''(\omega) + i \cdot \omega \cdot \varepsilon_0 \cdot [1 + \chi'(\omega)]\} \cdot E(\omega) \quad (2.39)$$

Σύμφωνα με τη σχέση (2.39) το ρεύμα αποτελείται από δύο συνιστώσες. Η μία (πραγματική) είναι συμφασική με το πεδίο (άρα και την εφαρμοζόμενη τάση) και δημιουργεί τις απώλειες του συστήματος. Οι απώλειες διακρίνονται σε ωμικές (η

συνιστώσα που περιέχει το  $\sigma_0$ ) και διηλεκτρικές (η συνιστώσα που περιέχει το  $\epsilon_0 \cdot \omega \cdot \chi''(\omega)$ ). Η δεύτερη συνιστώσα του ρεύματος (φανταστική) είναι κάθετη στο πεδίο (διαφορά φάσης  $90^\circ$ ) και αντιπροσωπεύει τη χωρητική συμπεριφορά. Αν εξαιρεθούν οι ωμικές απώλειες, το ρεύμα καθορίζεται από τη μιγαδική ηλεκτρική μετατόπιση  $D(\omega)$ , που είναι ανάλογη με τη σχετική μιγαδική επιτρεπτότητα  $\epsilon_r^*(\omega)$  σύμφωνα με τη σχέση:

$$D(\omega) = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r^*(\omega) \cdot E(\omega) \quad (2.40)$$

όπου  $\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon_r'(\omega) - i \cdot \epsilon_r''(\omega) = (1 + \chi'(\omega)) - i \cdot \chi''(\omega)$ .

Η εξίσωση (2.38) αποκαλύπτει τη δυνατότητα εναλλαγής μεταξύ των πεδίων του χρόνου και της συχνότητας. Κατά συνέπεια το πραγματικό και φανταστικό μέρος της μιγαδικής επιδεκτικότητας  $\chi(\omega)$  μπορούν να μετατραπούν στη συνάρτηση διηλεκτρικής απόκρισης  $f(t)$  και αντίστροφα. Στην πραγματικότητα, αυτό ισχύει εφόσον και οι δύο περιοχές εκτείνονται στο διάστημα  $0 \rightarrow \infty$ . Στην πράξη όμως, οι μετρήσεις στο πεδίο του χρόνου διεξάγονται για πεπερασμένο χρονικό διάστημα, αλλά και οι μετρήσεις στο πεδίο της συχνότητας εκτελούνται σε ένα πεπερασμένο και όχι άπειρο εύρος συχνοτήτων. Επομένως για τη μετατροπή από το ένα πεδίο στο άλλο είναι απαραίτητο να γίνουν παραδοχές για τη συμπεριφορά της κάθε συνάρτησης πέρα από το εύρος των μετρήσεων. Η ορθότητα ή όχι αυτών των παραδοχών καθορίζει το βαθμό ακρίβειας της μετατροπής.

Επιπλέον, από τη σχέση (2.39) προκύπτει ότι στις μετρήσεις συχνότητας δεν μπορεί να διακριθεί η συμβολή της αγωγιμότητας συνεχούς ρεύματος  $\sigma_0$  από αυτή των διηλεκτρικών απωλειών  $\chi''(\omega)$ . Αυτό σημαίνει ότι η μετρούμενη σχετική μιγαδική επιτρεπτότητα  $\epsilon_{rm}^*(\omega)$  περιλαμβάνει και τις απώλειες λόγω της  $\sigma_0$ . Η  $\epsilon_{rm}^*(\omega)$  καθορίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} j(\omega) &= i \cdot \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{rm}^*(\omega) \cdot E(\omega) \rightarrow \\ [\sigma_0 + \epsilon_0 \cdot \omega \cdot \epsilon_r'(\omega) + i \cdot \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r''(\omega)] \cdot E(\omega) &= i \cdot \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{rm}^*(\omega) \cdot E(\omega) \rightarrow \\ \epsilon_{rm}^*(\omega) &= \epsilon_r'(\omega) - i \cdot \left[ \epsilon_r''(\omega) + \frac{\sigma_0}{\epsilon_0 \cdot \omega} \right] \rightarrow \\ \epsilon_{rm}^*(\omega) &= \epsilon_{rm}'(\omega) - i \cdot \epsilon_{rm}''(\omega) = \epsilon_r'(\omega) - i \cdot \left[ \epsilon_r''(\omega) + \frac{\sigma_0}{\epsilon_0 \cdot \omega} \right] \rightarrow \\ \epsilon_{rm}^*(\omega) &= 1 + \chi'(\omega) - i \cdot \left[ \chi''(\omega) + \frac{\sigma_0}{\epsilon_0 \cdot \omega} \right] \quad (2.41) \end{aligned}$$

Άρα η μετρούμενη εφαπτομένη απωλειών  $\tan_m \delta(\omega)$  λαμβάνει υπόψη την  $\sigma_0$  και δίνεται από τη σχέση:



$$\tan_m \delta(\omega) = \frac{\epsilon_{rm}''(\omega)}{\epsilon_r'(\omega)} = \frac{\epsilon_r''(\omega) \cdot \frac{\sigma_0}{\epsilon_0 \cdot \omega}}{\epsilon_r'(\omega)} \quad (2.42)$$

και όχι από την  $\tan \delta(\omega) = \epsilon_r''(\omega) / \epsilon_m'(\omega)$  που θα προέκυπτε λαμβάνοντας υπόψη μόνο τις διηλεκτρικές απώλειες.

Συνοψίζοντας, μπορούν να διατυπωθούν οι εξής παρατηρήσεις:

- Η σχετική διηλεκτρική σταθερά  $\epsilon_r' = 1 + \chi'$  είναι ανεξάρτητη από την ύπαρξη διηλεκτρικών και/ή ωμικών απωλειών και δίνεται από μια σχέση της μορφής  $\epsilon_r' = C/C_0$ . Γενικά είναι συνάρτηση της συχνότητας  $\omega$ .
- Το φανταστικό μέρος της μιγαδικής επιτρεπτότητας που οφείλεται στους διηλεκτρικούς μηχανισμούς ταυτίζεται με το φανταστικό μέρος της μιγαδικής επιδεκτικότητας ( $\epsilon_r'' = \chi''$ ) και αποτελεί επίσης συνάρτηση της συχνότητας  $\omega$ .
- Κατά τη μέτρηση των διηλεκτρικών μεγεθών με χρήση του ισοδύναμου κυκλώματος, η παράλληλη αγωγιμότητα  $G$  που υπολογίζεται λαμβάνει υπόψη τόσο τη συνεχή αγωγιμότητα  $\sigma_0$  όσο και τη συνεισφορά (μέσω του  $\chi''$ ) όλων των ενεργών διηλεκτρικών μηχανισμών σε αυτή τη συχνότητα. Επομένως, σε κάθε συχνότητα η μετρούμενη τιμή του  $\epsilon_r''$  προσαυξάνεται κατά  $\sigma_0 / (\epsilon_0 \cdot \omega)$  και η εφαπτομένη απωλειών προσαυξάνεται κατά  $\sigma_0 / (\epsilon_r' \cdot \epsilon_0 \cdot \omega)$ .
- Για τη μελέτη της δομής και των διηλεκτρικών μηχανισμών ενός υλικού, θα ήταν επιθυμητό να διαχωριστούν οι δύο συνιστώσες απωλειών. Στην πράξη αυτό είναι σχετικά εύκολο στο πεδίο του χρόνου, καθώς το ρεύμα μετά από αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα τείνει να σταθεροποιηθεί σε τιμή που εξαρτάται αποκλειστικά από το  $\sigma_0$ . Στο πεδίο της συχνότητας όμως ο καθορισμός του  $\sigma_0$  είναι δυσκολότερος, και συνήθως βασίζεται σε περισσότερο ή λιγότερο αυθαίρετες παραδοχές.
- Από την οπτική γωνία του μηχανικού, συνήθως δεν είναι απαραίτητος ο παραπάνω διαχωρισμός. Στις περισσότερες περιπτώσεις αρκεί ο προσδιορισμός των συνολικών απωλειών, καθώς αυτές είναι που καθορίζουν την καταπόνηση του υλικού και την ικανότητα μόνωσης. Άλλωστε για τα συνηθισμένα μονωτικά υλικά η συνεχής αγωγιμότητα

είναι εξαιρετικά χαμηλή. Στο υπόλοιπο αυτής της εργασίας (και ιδιαίτερα στο πειραματικό μέρος) δεν γίνεται διαχωρισμός των δύο τύπων απωλειών.



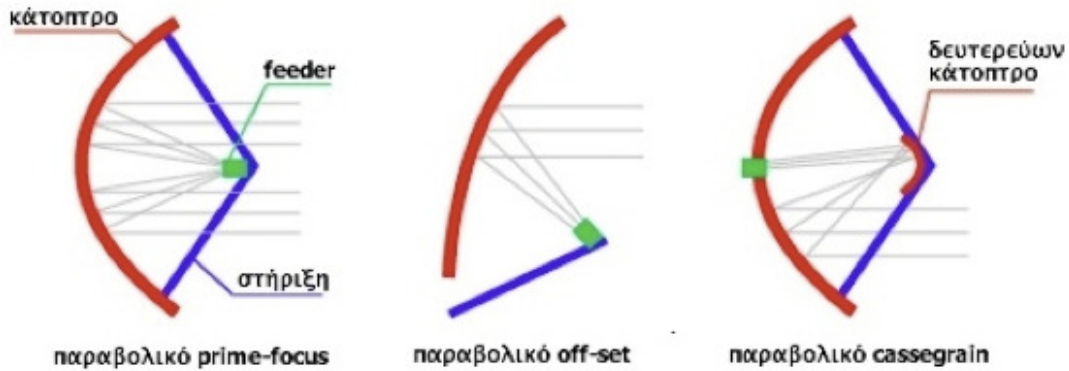
## Κεφάλαιο 3

### Εισαγωγή

Η παραβολική κεραία είναι ο πιο συνηθισμένος τύπος κατευθυντικής κεραίας που προσφέρει υψηλή κατευθυντικότητα σε λήψη και εκπομπή με μικρές σχετικά διαστάσεις. Μια τυπική παραβολική κεραία αποτελείται από ένα παραβολικό κάτοπτρο που φωτίζεται από μια μικρή κεραία που παίζει το ρόλο του τροφοδότη ή αλλιώς feeder. Το κάτοπτρο είναι μια παραβολική μεταλλική επιφάνεια η οποία σχηματίζει (συνήθως) ένα κυκλικό πλαίσιο το οποίο αποτελεί και την διάμετρο της κεραίας. Πρόκειται για παθητικό στοιχείο και η χρήση του περιορίζεται στο να ανακλά τα ραδιοκύματα που δέχεται από το feeder παράλληλα προς μία κατεύθυνση όταν εκπέμπει ή να συγκεντρώνει τα ραδιοκύματα που δέχεται προς το feeder. Ο τροφοδότης (feeder) είναι μια χαμηλής κατευθυντικότητας μικρή κεραία που εστιάζει στο κάτοπτρο, όπως ένα δίπολο, ένας κυματοδηγός (waveguide horn), ή ακόμα και μια μικρή yagi. Σε πιο πολύπλοκες (και πιο σπάνιες) κατασκευές, όπως η Cassegrain παραβολική κεραία, για ακόμα καλύτερη απόδοση χρησιμοποιείται και δεύτερο βοηθητικό κάτοπτρο έτσι ώστε να αποφευχθεί η τοποθέτηση του feeder μέσα στην κεντρική δέσμη εστίασης της κεραίας. Το feeder είναι συνδεδεμένο μέσω καλωδίου με την συσκευή που παίζει το ρόλο του πομπού ή του δέκτη. Η κατασκευή του κατόπτρου μπορεί να είναι είτε συμπαγής είτε πλέγματος (grid). Γενικά τα κάτοπτρα που είναι συμπαγή εμφανίζουν καλύτερες ιδιότητες αλλά είναι πιο βαριά και δέχονται μεγαλύτερες πιέσεις από τον αέρα.



Εικόνα 3.1 Διαφορετικές κατασκευές παραβολικής κεραίας.



Εικόνα 3.2 Αναπαράσταση ανακλάσεων στις διαφορετικές κατασκευές παραβολικών κεραιών

### **3.1 Παραβολοειδής Κεραίες**

#### **3.1.1 Παραβολοειδής κεραία με εμπρόσθια τροφοδότηση (front fed feed)**

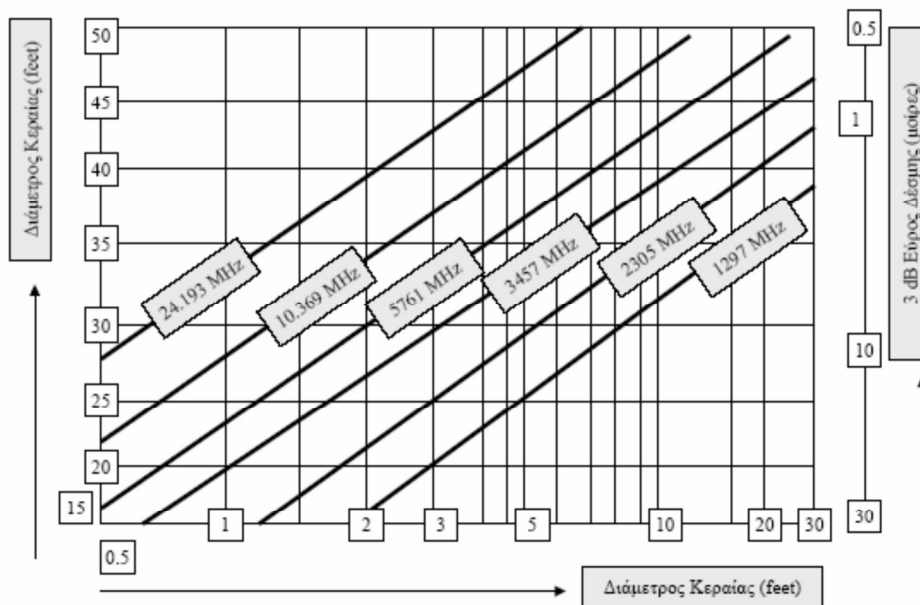
Η τροφοδότηση του παραβολοειδούς κατόπτρου επιτυγχάνεται με μια χοανοειδή κεραία, η οποία είναι τοποθετημένη στην κύρια εστία του κατόπτρου. Η απολαβή του παραβολοειδούς και ο βαθμός απόδοσης αυτού καθορίζονται (στην ιδανική περίπτωση) από:

- Το διάγραμμα ακτινοβολίας της τροφοδοτούμενης πηγής
- Τον λόγο  $f/D$  (  $f$  είναι η εστιακή απόσταση του κατόπτρου και  $D$  η διάμετρος του κατόπτρου ).

Οι παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν τον σχεδιασμό του παραβολοειδούς είναι:

❖ Η διάμετρος

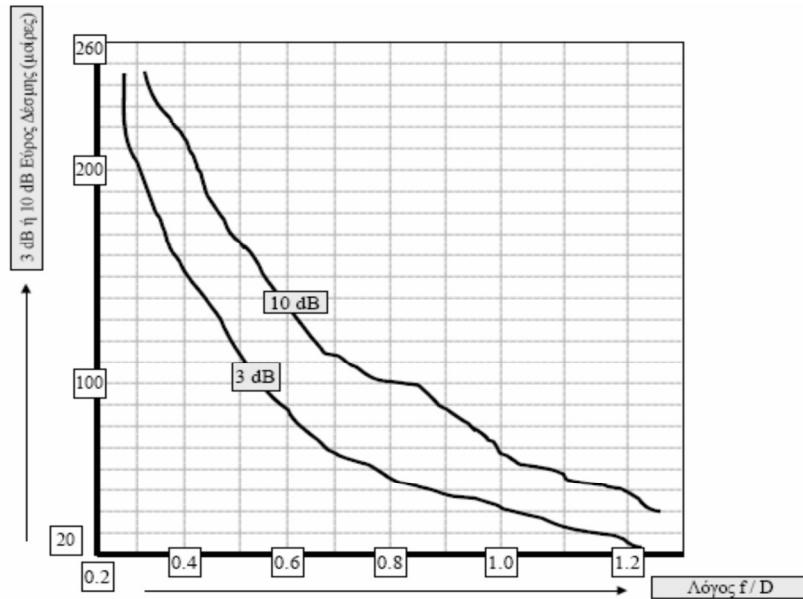
Είναι ο πλέον σπουδαίος παράγοντας διότι προσδιορίζει την μέγιστη απολαβή που μπορεί να επιτευχθεί για μια δεδομένη συχνότητα και το επιθυμητό εύρος δέσμης (beam width ). Στο σχήμα 3.1 δείχνονται καμπύλες οι οποίες σχετίζουν την διάμετρο του παραβολοειδούς, την απολαβή και το εύρος της δέσμης.



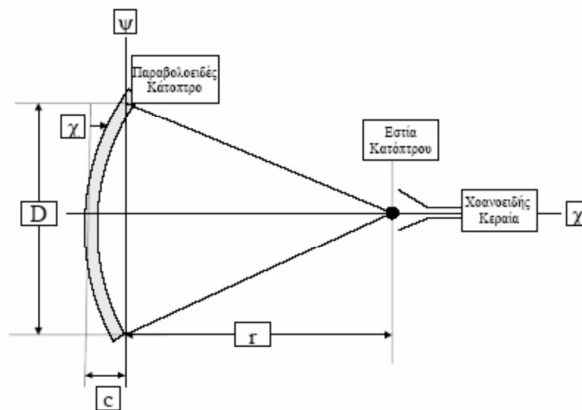
Σχήμα 3.1 Απολαβή κεραίας συναρτήσει της διαμέτρου του παραβολοειδούς.

❖ Ο λόγος  $f/D$

Μέγιστη απολαβή της κεραίας επιτυγχάνεται με ομοιόμορφο φωτισμό της επιφάνειας του παραβολικού κατόπτρου. Τα διαγράμματα ακτινοβολίας των πηγών τροφοδότησης είναι τέτοια ώστε ο φωτισμός να ελαττώνεται σημαντικά από το κέντρο προς την περιφέρεια. Η απολαβή της κεραίας ελαττώνεται γιατί οι ακραίοι τομείς του κατόπτρου είναι λιγότερο ενεργοί στον σχηματισμό της δέσμης και επιπλέον γιατί μέρος της ενέργειας ακτινοβολούμενο από μεγάλες γωνίες ως προς την κύρια δέσμη δεν συλλαμβάνεται ή δεν συγκεντρώνεται από το κάτοπτρο. Με την χρήση απλής χοανοειδής κεραίας, σαν πηγή τροφοδότησης, το πολικό διάγραμμα τάσης είναι κατά προσέγγιση ημιτονοειδούς μορφής. Η πλέον κατάλληλη λύση για τις δύο παραπάνω παραμέτρους είναι  $0.5 \leq f/D \leq 0.75$  χωρίς αυτό να σημαίνει πως οι τιμές του  $f/D$  εκτός του ανωτέρου ορίου δεν είναι πραγματοποιήσιμες. Οι περιοχές αυτές ισχύουν για ελάττωση της ισχύος κατά 10dB στα άκρα του κατόπτρου συγκριτικά με την ισχύ στο μέσον του κατόπτρου. Στο σχήμα δείχνεται η γραφική παράσταση του εύρους δέσμης συναρτήσει του λόγου  $f/D$ , για 3 dB και 10dB εξασθενήσεις στα άκρα. Πρέπει να σημειωθεί ότι ο φωτισμός προέρχεται από το τροφοδοτούν στοιχείο (χοανοειδής κεραία).



Σχήμα 3.2 Εύρος δέσμης συναρτήσει του λόγου  $f/D$

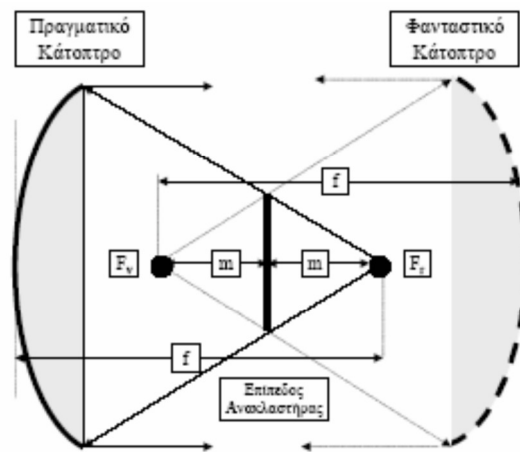


Σχήμα 3.3 Γραφική αναπαράσταση

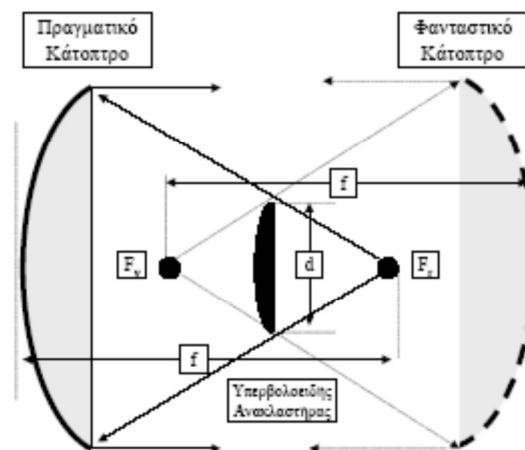
### 3.1.2 Παραβολική κεραία τύπου Cassegrain

Η απόδοση του συστήματος το οποίο χρησιμοποιεί front fed feed παραβολοειδές κάτοπτρο, μειώνεται, διότι οι δείκτες χαμηλού θορύβου δύσκολα τοποθετούνται πλησίον του σημείου τροφοδότησης στην εστία του κατόπτρου, παρατηρείται αύξηση της των απωλειών λόγω του μήκους της γραμμής μεταφοράς αύξηση της στάθμης του θορύβου και τέλος δεν είναι εύκολα προσιτοί για επισκευές και συντήρηση. Για το λόγο αυτό απαιτείται το τροφοδοτούμενο στοιχείο να τοποθετηθεί σε άλλη εναλλακτική θέση. Με την υιοθέτηση της κεραίας Cassegrain αποφεύγονται οι παραπάνω δυσκολίες. Στην περίπτωση αυτή, ένα δεύτερο

υπερβολοειδές κάτοπτρο, τοποθετούμενο μεταξύ της κύριας εστίας και του παραβολοειδούς κατόπτρου, δημιουργεί μια εστία πλησίον της επιφάνειας του κατόπτρου. Στην περίπτωση αυτή, η χωνοειδής πηγή τροφοδότησης και ο χαμηλού θορύβου δέκτης, μπορούν να τοποθετηθούν πλησίον της κορυφής του κατόπτρου, όπου εύκολα γίνεται η εγκατάσταση, η ρύθμιση και η πιθανή συντήρηση. Το δεύτερο κάτοπτρο είναι αρκετά μεγάλο και απαιτεί στιβαρή στήριξη. Η στήριξη αυτή δημιουργεί προβλήματα στην προσπίπτουσα ακτινοβολία την οποία διαχέει με άμεσο αποτέλεσμα την ανατροπή της αναμενόμενης βελτίωσης της στάθμης του θορύβου. Ο καλύτερος συμβιβασμός επιτυγχάνεται με εξασθένιση της πρόσπτωσης ακτινοβολίας στα άκρα κατά 10 μέχρι 12 dB, που οδηγεί σε απόδοση πρόσπτωσης ακτινοβολίας της τάξης του 91%.



Σχήμα 3.4 Κεραία Cassegrain με επίπεδο ανακλαστήρα

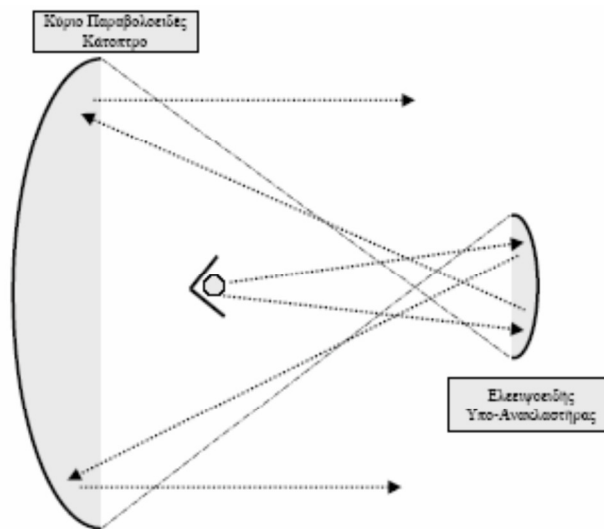


Σχήμα 3.5 Κεραία Cassegrain με υπερβολοειδή ανακλαστήρα

### 3.1.3 Παραβολοειδής κεραία τύπου Gregorian



Κεραία του τύπου αυτού, έχει το δεύτερο κάτοπτρο πέραν της εστίας του παραβολοειδούς. Το κάτοπτρο αυτό είναι ελλειψοειδές, και οι δύο εστίες αυτού ευρίσκονται η μεν μια επί της εστίας του κυρίου κατόπτρου, η δε δεύτερη επί του σημείου τροφοδότησης, έτσι ώστε το φωτίζουν την επιφάνεια του κυρίως κατόπτρου κύμα να είναι σφαιρικό. Η κεραία Gregorian έχει όλα τα πλεονεκτήματα της Gassegrain επιπλέον πλεονέκτημα την ελάττωση των απωλειών spillover εκ του δευτέρου κατόπτρου. Το μειονέκτημα έναντι της Gassegrain είναι ότι απαιτεί ισχυρότερη στήριξη για το δεύτερο κάτοπτρο.



Σχήμα 3.6 Κεραία τύπου Gregorian

### 3.2 Γεωμετρία της παραβολής

Στο Σχήμα 3.7 φαίνεται μία  $CAD$  παραβολή, της οποίας η εστία βρίσκεται στο  $F$  και της οποίας ο άξονας είναι ο  $AB$ . Από τον ορισμό της παραβολής, προκύπτει ότι:

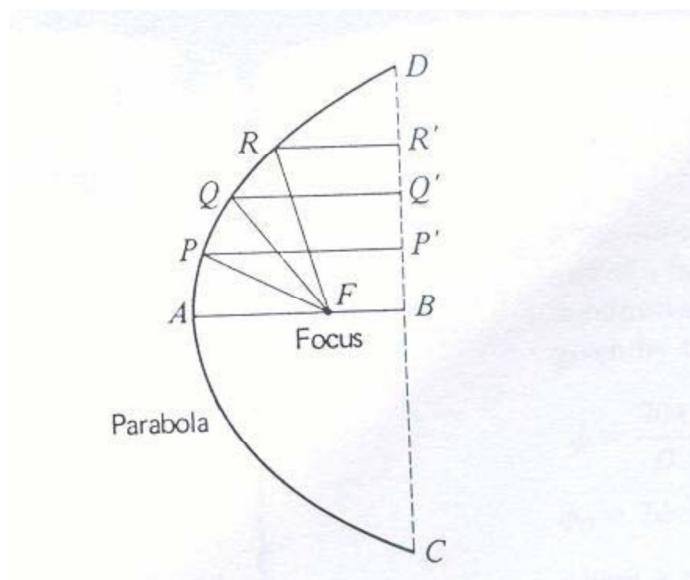
$$FP + PP' = FQ + QQ' = FR + RR' = k \quad (3.1)$$

όπου  $k$  = μια σταθερά, η οποία μπορεί να αλλάξει εάν απαιτείται διαφορετική μορφή παραβολής και  $AF$  = το εστιακό μήκος της παραβολής.

Σημειώνουμε εδώ ότι ο λόγος της εστιακής απόστασης προς την διάμετρο του ανοίγματος της παραβολής ( $AF/CD$ ), ονομάζεται *άνοιγμα* της παραβολής, ακριβώς όπως και στους φωτογραφικούς φακούς.

Ας θεωρήσουμε μια πηγή ακτινοβολίας τοποθετημένη στην εστία. Όλα τα κύματα που προέρχονται από την πηγή και τα οποία ανακλώνται από την παραβολή, θα έχουν διανύσει την ίδια απόσταση μέχρι να φθάσουν στο directrix, ανεξάρτητα από το σημείο της παραβολής από το οποίο ανακλάστηκαν. Όλα αυτά τα κύματα θα έχουν την ίδια φάση. Επομένως, η ακτινοβολία είναι πολύ ισχυρή και συγκεντρώνεται κατά μήκος του άξονα  $AB$ , αλλά θα έχουμε ακύρωση προς οποιαδήποτε άλλη κατεύθυνση, εξαιτίας των διαφορών στην απόσταση που διανύθηκε. Φαίνεται ότι η παραβολή έχει ιδιότητες που οδηγούν στην παραγωγή συγκεντρωμένων δεσμών ακτινοβολίας.

Στην πράξη οι ανακλαστήρες που έχουν τις ιδιότητες της παραβολής, είναι τρισδιάστατα κοίλα αντικείμενα, κατασκευαζόμενα περιστρέφοντας μια παραβολή γύρω από τον άξονα  $AB$ . Η γεωμετρική επιφάνεια που προκύπτει ονομάζεται παραβολοειδές, συχνά επικαλούμενο παραβολικός ανακλαστήρας. Όταν χρησιμοποιείται για λήψη σημάτων φέρει τις ίδιες ιδιότητες με την αποστολή σημάτων.



Σχήμα 3.7 Γεωμετρία της παραβολής

Η συμπεριφορά αυτή προβλέπεται με βάση την αρχή της αντιμεταθετικότητας, η οποία δηλώνει ότι οι ιδιότητες μιας κεραίας είναι ανεξάρτητες από το εάν αυτή χρησιμοποιείται για λήψη ή για μετάδοση. Ο ανακλαστήρας αυτός είναι κατευθυντικός για τη λήψη, επειδή μόνο οι ακτίνες που φθάνουν από την κατεύθυνση  $BA$ , δηλ. ακολουθώντας την directrix, συγκλίνουν στην εστία του κατόπτρου. Από την άλλη, ακτίνες από οποιαδήποτε άλλη κατεύθυνση ακυρώνονται

σε αυτό το σημείο, πάλι εξαιτίας των διαφορών στο μήκος της διαδρομής που διανύθηκε. Ο ανακλαστήρας αυτός παρέχει υψηλό κέρδος επειδή, όπως και ο καθρέφτης στα κατοπτρικά τηλεσκόπια, συλλέγει την ακτινοβολία από μια μεγάλη περιοχή και τη συγκεντρώνει στο εστιακό του σημείο.

### **3.3 Ανεπάρκειες και Δυσκολίες**

Η δέσμη από μια κεραία με παραβολοειδή ανακλαστήρα θα έπρεπε να είναι μια στενή δέσμη, αλλά πρακτικά περιέχει και πλευρικούς λοβούς ακτινοβολίας. Αυτοί έχουν διάφορες δυσάρεστες επιπτώσεις. Ένα άλλο πρόβλημα είναι η αύξηση του θορύβου στα τερματικά της κεραίας, η οποία προκαλείται από την λήψη σημάτων από πηγές σε κατεύθυνση διαφορετική από αυτή του κυρίως λοβού. Αυτό είναι ιδιαίτερα ενοχλητικό σε εφαρμογές που απαιτούν λήψη με χαμηλό θόρυβο, π.χ. στη ραδιοαστρονομία.

Υπάρχουν αρκετοί λόγοι για την συμπεριφορά αυτή, ο πρώτος και πλέον εμφανής εκ των οποίων είναι οι ατέλειες του ίδιου του ανακλαστήρα. Οι όποιες παρεκκλίσεις από το κανονικό παραβολοειδές δεν πρέπει να υπερβαίνουν το 1/16 του μήκους κύματος. Τέτοια ποιότητα κατασκευής μπορεί να είναι δύσκολο να επιτευχθεί σε μεγάλα πιάτα των οποίων η επιφάνεια είναι ένα δίκτυο από σύρματα παρά μία συνεχής, ομοιόμορφη επιφάνεια. Τέτοιες επιφάνειες χρησιμοποιούνται συχνά για να μειώσουν τις αντιστάσεις του αέρα και την υπερφόρτωση των βάσεων της κεραίας και επίσης για να μειώσουν τις παραμορφώσεις της επιφάνειας της κεραίας λόγω της μη ομοιόμορφης πίεσης του αέρα στην επιφάνειά της. Τέτοιου είδους φαινόμενα δε μπορούν να αποφευχθούν πλήρως και εμφανίζονται συχνά όταν ένα μεγάλο πιάτο μετακινείται σε πολλές διαφορετικές κατευθύνσεις.

Το φαινόμενο της περιθλάσεως αποτελεί έναν άλλο λόγο εμφάνισης των πλευρικών λοβών και συνήθως παρουσιάζεται γύρω από τα άκρα του παραβολοειδούς, προκαλώντας παρεμβολές, όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Γι' αυτό συνήθως προτιμούμε ανακλαστήρες με διάμετρο ανοίγματος μεγαλύτερη των 10λ. Περιθλάσεις μπορεί επίσης να προκαλούνται από τη στήριξη του κυματοδηγού ή από τα τέσσερα σκέλη στήριξης του δευτερεύοντος ανακλαστήρα.

Επιπλέον, το πεπερασμένο μέγεθος της πρωταρχικής κεραίας επηρεάζει το εύρος δέσμης ακτινοβολίας των κεραιών που χρησιμοποιούν παραβολοειδείς ανακλαστήρες. Αφού η κεραία τροφοδοσίας δεν είναι σημειακή, δεν μπορεί να βρίσκεται εξ' ολοκλήρου και μόνο στην εστία. Επομένως ατέλειες, γνωστές ως αποκλίσεις, δημιουργούνται συχνά εξαιτίας αυτού του φαινομένου. Ο κύριος λοβός ακτινοβολίας γίνεται πλατύτερος και οι πλευρικοί λοβοί ενισχύονται. Η αύξηση του ανοίγματος του ανακλαστήρα, έτσι ώστε η εστιακή απόσταση να είναι περίπου το ένα τέταρτο της διαμέτρου του ανοίγματος, συνήθως βοηθάει σε αυτή την περίπτωση. Το ίδιο ισχύει και για την χρήση της Cassegrain τροφοδοσίας, η οποία βοηθάει ιδιαίτερα στην συγκέντρωση της ακτινοβολίας της κεραίας τροφοδοσίας σε ένα σημείο.

Το γεγονός ότι η πρωταρχική κεραία δεν ακτινοβολεί ομοιόμορφα στον ανακλαστήρα προκαλεί επίσης παραμορφώσεις. Αν η πρωταρχική κεραία είναι ένα δίπολο, θα εκπέμπει περισσότερο στο ένα επίπεδο από ότι στο άλλο, και έτσι η δέσμη ακτινοβολίας από τον ανακλαστήρα θα είναι σε κάποιο βαθμό επίπεδη. Αυτό μπορεί να αποφευχθεί χρησιμοποιώντας μία *κυκλική χοάνη* ως πρωταρχική κεραία, αλλά ακόμα κι έτσι προκύπτουν δυσκολίες. Αυτό συμβαίνει διότι δεν δέχεται όλη η επιφάνεια του παραβολοειδούς την ίδια ακτινοβολία, καθώς έχουμε σταδιακή πτώση της ακτινοβολίας προς τα άκρα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία μίας φανταστικής επιφάνειας της κεραίας η οποία είναι μικρότερη από την πραγματική επιφάνεια, και οδηγεί, στην περίπτωση των κεραιών λήψης, στην χρήση του όρου περιοχή σύλληψης (capture area). Αυτή είναι η ενεργός περιοχή λήψεως του παραβολοειδούς ανακλαστήρα και μπορεί να υπολογιστεί από την λαμβανόμενη ισχύ και την σύγκριση αυτής με την πυκνότητα ισχύος του λαμβανόμενου σήματος. Το αποτέλεσμα είναι η περιοχή ενός πλήρους και ομοιόμορφα ακτινοβολούμενου παραβολοειδούς, που απαιτείται για να παράγει την ισχύ σήματος στην πρωταρχική. Η περιοχή σύλληψης συνδέεται με την περιοχή ανοίγματος με βάση την εξίσωση:

$$A_0 = k * A \quad (3.2)$$

όπου  $A_0$  = η περιοχή κάλυψης

$A$  = η πραγματική περιοχή του ανοίγματος

$K$  = σταθερά η οποία εξαρτάται από τον τύπο και την μορφή της κεραίας.

Η εξίσωση 3.2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να δείξουμε πως μπορούμε να εξαγάγουμε την εξίσωση 3.4 από μια πιο θεμελιώδη εξίσωση.

$$A_{\rho} = \frac{4\pi A_0}{\lambda^2} = \frac{4\pi kA}{\lambda^2} \quad (3.3)$$

Αντικαθιστώντας το εμβαδόν του ανοίγματος του παραβολοειδούς. Έχουμε:

$$A_{\rho} = \frac{4\pi k(\pi D^2/4)}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 k D^2}{\lambda^2} = 0.65\pi^2 \left(\frac{D}{\lambda}\right)^2 = 6.4\left(\frac{D}{\lambda}\right)^2 = 6\left(\frac{D}{\lambda}\right)^2 \quad (3.4)$$

### **3.4 Περιοχές ακτινοβολίας**

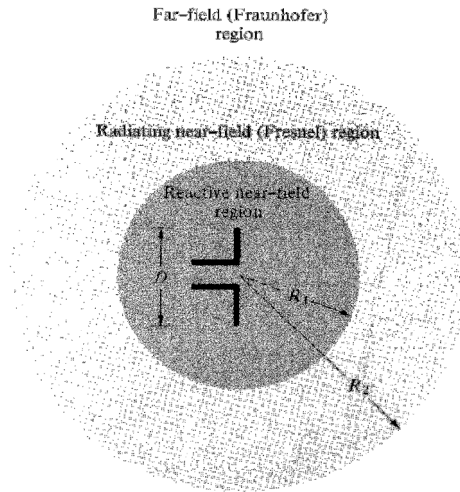
Κατά τη χρήση μιας κεραίας ως ακτινοβολητή, ανάλογα με την απόσταση από αυτή, το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο παρουσιάζει διαφορετικές συμπεριφορές. Κοντά στην κεραία, το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο εμφανίζει μεταβάλλεται πολύ αργά με το χρόνο, δηλαδή το φαινόμενο είναι σχεδόν στατικό συνεπώς δεν ακτινοβολείται ηλεκτρομαγνητική ενέργεια. Η περιοχή αυτή ονομάζεται περιοχή κοντινού πεδίου (near - field region). Για κεραία με μέγιστη φυσική διάσταση  $D$  και εκπομπή ημιτονοειδούς ακτινοβολίας με μήκος κύματος  $\lambda$ , η περιοχή κοντινού πεδίου είναι η περιοχή σε απόσταση μέχρι

$$R_1 = 0.62 \cdot \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}} \quad (3.5)$$

από την κεραία. Από την απόσταση αυτή μέχρι απόσταση

$$R_2 = \frac{2D^2}{\lambda} \quad (3.6)$$

εκτείνεται η περιοχή Fresnel, όπου το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο εμφανίζεται μεν υπό μορφή ακτινοβολίας αλλά η μορφή των εγκάρσιων συνιστωσών του εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό και από την απόσταση από την κεραία. Τέλος, για αποστάσεις μεγαλύτερες από  $R_1$ , οι εγκάρσιες συνιστώσες έχουν μορφή ανεξάρτητη από την απόσταση από την κεραία. Η περιοχή αυτή λέγεται περιοχή μακρινού πεδίου (far - field region) ή περιοχή Fraunhofer. Το παρακάτω σχήμα δείχνει αυτό τον διαχωρισμό



Σχήμα 3.7 Περιοχές ακτινοβολίας μιας κεραίας

Στην περιοχή μακρινού πεδίου, επιλύοντας της εξισώσεις Maxwell και με την παρατήρηση ότι η απόσταση από την πηγή (κεραία) είναι τόσο μεγάλη ώστε οι όροι που είναι ανάλογοι του  $1/r^2$  και πάνω θεωρούνται αμελητέοι, το διανυσματικό δυναμικό προκύπτει

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot \left( A_r'(\theta, \varphi) \cdot \hat{r} + A_\theta'(\theta, \varphi) \cdot \hat{\theta} + A_\varphi'(\theta, \varphi) \cdot \hat{\varphi} \right) \quad (3.7)$$

Επιπλέον, με βάση τις σχέσεις που συνδέουν το διανυσματικό δυναμικό με τα πεδία, συνεπάγεται ότι το ηλεκτρικό πεδίο έχει τη μορφή της σχέσης (2.4), και για το μαγνητικό πεδίο ισχύει

$$\vec{H}(\vec{r}) = -\frac{1}{Z_0} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{Z_0} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r}) \cdot e^{-j\pi} \quad (3.8)$$

δηλαδή έχει διαφορά φάσης  $180^\circ$  από το ηλεκτρικό. Στην παραπάνω σχέση είναι

$$Z_0 = \sqrt{\mu / \varepsilon} \quad (3.9)$$

και το μέγεθος αυτό ορίζεται ως κυματική αντίσταση του μέσου διάδοσης.

Από την παραπάνω ανάλυση, και επειδή το ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδίδεται ακτινικά, προκύπτει ότι στην περιοχή μακρινού πεδίου μιας κεραίας, όπου πραγματοποιούνται οι ζεύξεις, το ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι εγκάρσιο. Για την περιοχή αυτή, ορίζεται η ένταση ακτινοβολίας ως

$$U(\theta, \varphi) = r^2 \cdot \left| \vec{P}_{av}(\vec{r}) \right| \quad (3.10)$$

Το μέγεθος αυτό εκφράζει την ισχύ που ακτινοβολείται ανά μονάδα στερεάς γωνίας. Η παραπάνω σχέση ορισμού μπορεί να γραφεί και υπό τη μορφή

$$U(\theta, \varphi) = \frac{r^2}{2 \cdot Z} \cdot \left| \vec{E}(\vec{r}) \right|^2 = \frac{1}{2 \cdot Z} \left( |E_\theta(\theta, \varphi)|^2 + |E_\varphi(\theta, \varphi)|^2 \right) \quad (3.11)$$

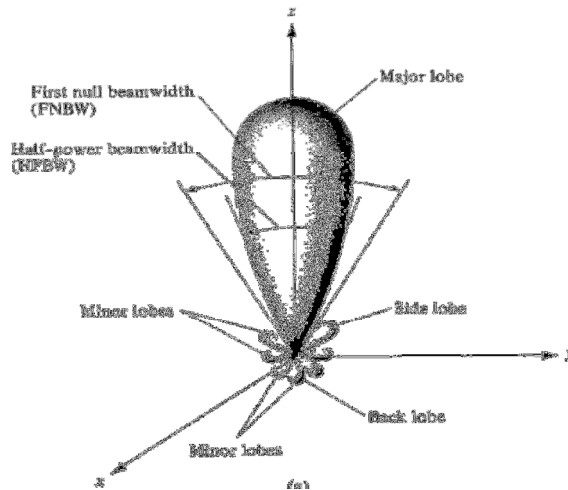
που δείχνει καθαρά την εξάρτηση από τις γωνίες  $\theta$  και  $\varphi$ .

Η συνολική ισχύς που ακτινοβολείται από την κεραία μπορεί να υπολογιστεί ως το ολοκλήρωμα της έντασης ακτινοβολίας γύρω από την κεραία δηλαδή:

$$W_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U(\theta, \varphi) \cdot \sin \theta d\theta d\varphi \quad (3.12)$$

### 3.6 Διάγραμμα ακτινοβολίας

Το διάγραμμα ακτινοβολίας είναι η αναπαράσταση της έντασης ακτινοβολίας στο χώρο προς κάθε κατεύθυνση  $\theta$  και  $\varphi$ , συνεπώς δείχνει πώς ακτινοβολείται η ισχύς στην περιοχή μακρινού πεδίου. Όσο μακρύτερα είναι το σημείο του διαγράμματος από την αρχή των αξόνων, τόσο ισχυρότερη είναι η ένταση της ακτινοβολίας προς την κατεύθυνση αυτή. Λόγω του θεωρήματος της αμοιβαιότητας, το διάγραμμα ακτινοβολίας δείχνει και πώς λαμβάνεται ένα προσπίπτον στην κεραία ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Σε ένα τέτοιο διάγραμμα, παρατηρούμε τους λοβούς ακτινοβολίας, που είναι τα τμήματα του διαγράμματος ακτινοβολίας που οριοθετούνται από τα σημεία όπου η ακτινοβολία είναι μηδενική. Ως κύριος λοβός ακτινοβολίας ορίζεται ο λοβός που στον οποίο ανήκει η διεύθυνση μέγιστης ακτινοβολίας. Οι υπόλοιποι λοβοί ονομάζονται δευτερεύοντες. Σημαντικό μέγεθος είναι το εύρος του κυρίου λοβού  $\Delta\theta$ , που ορίζεται ως η (στερεά) γωνία μεταξύ των κατευθύνσεων μηδενισμού του κυρίου λοβού. Ένα άλλο χρήσιμο μέγεθος στην πράξη είναι το άνοιγμα μισής ισχύος, δηλαδή της στερεάς γωνίας που ορίζουν οι διευθύνσεις εκατέρωθεν της διεύθυνσης μέγιστου για τις οποίες η ένταση ακτινοβολίας γίνεται η μισή της μέγιστης. Ένα παράδειγμα διαγράμματος ακτινοβολίας φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Εικόνα 2.8 Παράδειγμα διαγράμματος ακτινοβολίας παραβολικής κεραίας.

Για τον ορισμό των κατευθυντικών χαρακτηριστικών μιας κεραίας, χρησιμοποιείται ως αναφορά ο ιστροπικός ακτινοβολητής, δηλαδή η κεραία που εκπέμπει το ίδιο προς κάθε κατεύθυνση, επομένως η ένταση ακτινοβολίας είναι ίδια σε κάθε κατεύθυνση και ίση με

$$U_0 = \frac{W_{rad}}{4 \cdot \pi} \quad (3.13)$$

Ως κατευθυντικό κέρδος μιας κεραίας στη διεύθυνση  $(\theta, \varphi)$  ορίζεται λοιπόν ο λόγος της έντασης ακτινοβολίας της κεραίας στη διεύθυνση αυτή προς αυτή του ιστροπικού ακτινοβολητή που ακτινοβολεί συνολικά την ίδια ισχύ, δηλαδή:

$$D(\theta, \varphi) = \frac{U(\theta, \varphi)}{U_0} = 4 \cdot \pi \cdot \frac{U(\theta, \varphi)}{W_{rad}} \quad (3.14)$$

Η μέγιστη τιμή του κατευθυντικού κέρδους ορίζεται ως κατευθυντικότητα της κεραίας.

Ένα άλλο σημαντικό χαρακτηριστικό μιας κεραίας είναι η πόλωση αυτής. Ως πόλωση μιας κεραίας είναι η πόλωση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος που ακτινοβολεί (ή λαμβάνει) η κεραία κατά τη διεύθυνση μέγιστης ακτινοβολίας. Αν μια κεραία λήψης λάβει ηλεκτρομαγνητικό κύμα με διαφορετική πόλωση από την ίδια, τότε υπάρχουν επιπλέον απώλειες.

Μια κεραία είναι μέρος ενός μεγαλύτερου ηλεκτρονικού συστήματος, συνεπώς συνδέεται με μια πηγή σήματος στην περίπτωση που λειτουργεί ως πομπός και με ένα φορτίο στην περίπτωση που λειτουργεί ως δέκτης. Η σύνδεση γίνεται μέσω μιας γραμμής μεταφοράς ή κυματοδηγού, οπότε στο σημείο σύνδεσης με την



κεραία τα κύματα ρεύματος και τάσης «βλέπουν» ένα συντελεστή ανάκλασης  $\Gamma$ . Τέλος, λόγω ωμικών απωλειών πάνω στο σώμα της κεραίας, υπάρχει μέρος της ισχύος του σήματος τροφοδοσίας που δεν ακτινοβολείται (και αντίστοιχα μέρος της προσπίπτουσας ηλεκτρομαγνητικής ισχύος που δε μετατρέπεται σε χρήσιμο σήμα). Αυτό λαμβάνεται υπ' όψιν ορίζοντας την απόδοση της κεραίας ως το πηλίκο της ισχύος που ακτινοβολείται προς τη συνολική ισχύ με την οποία τροφοδοτείται η κεραία:

$$e = \frac{W_{rad}}{W_{in}} \quad (3.15)$$

Τέλος, ένα άλλο μέγεθος για την περιγραφή του πόσο αποδοτικά ακτινοβολεί μια κεραία είναι το κέρδος ισχύος που ορίζεται λαμβάνοντας υπ' όψη τη συνολική ισχύ με την οποία τροφοδοτείται η κεραία

$$G(\theta, \varphi) = 4 \cdot \pi \cdot \frac{U(\theta, \varphi)}{W_{in}} \quad (3.16)$$

Να τονιστεί ότι τα παραπάνω αναφέρονται σε μια συχνότητα, τη λεγόμενη συχνότητα της κεραίας. Στην πράξη είναι η φέρουσα του σήματος που εκπέμπεται ή λαμβάνεται. Η περιοχή συχνοτήτων γύρω από τη συχνότητα αυτή για την οποία τα χαρακτηριστικά της κεραίας αλλάζουν πολύ λίγο ονομάζεται εύρος ζώνης της κεραίας και είναι το μέγιστο εύρος ζώνης του σήματος που μπορεί να εκπέμψει και να λάβει ικανοποιητικά η κεραία.

### **3.7 Απολαβή και Κέρδος**

Η απολαβή ή κέρδος είναι ο λόγος της ισχύος που ακτινοβολείται (ή λαμβάνεται) ανά μονάδα στερεάς γωνίας από την κεραία προς μια δεδομένη διεύθυνση, προς την ισχύ που ακτινοβολείται (ή λαμβάνεται) ανά μονάδα στερεάς γωνίας από μια ιστροπική κεραία, η οποία τροφοδοτείται από την ίδια ισχύ. Η απολαβή είναι μέγιστη στην διεύθυνση μέγιστης ακτινοβολίας (του ηλεκτρομαγνητικού άξονα της κεραίας), και έχει τιμή ή οποία δίνεται από την σχέση:

$$G_{max} = (4\pi/\lambda^2)A_{eff} \quad (3.17)$$

όπου  $\lambda=c/f$  και  $c$  είναι η ταχύτητα του φωτός όπου με  $c=3*10^8$  m/s και  $f$  είναι η συχνότητα του ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Η  $A_{eff}$  είναι η ενεργός επιφάνεια της κεραίας. Για μια κεραία με κυκλική επιφάνεια ή ανακλαστήρα διαμέτρου  $D$  και γεωμετρική επιφάνεια  $A=D^2/4$  είναι  $A_{eff}=\eta A$  όπου  $\eta$  είναι η απόδοση της κεραίας. Έτσι είναι:

$$G_{max} = \eta(\pi D/\lambda)^2 = \eta(\pi Df/c)^2 \quad (3.18)$$

Εκγρασμένη σε dBi (η απολαβή σχετικά με μια ιστροπική κεραία ) η πραγματική απολαβή της κεραίας είναι:

$$G_{max,dBi} = 10\log \eta(\pi D/\lambda)^2 = 10\log \eta(\pi Df/c)^2 \quad (3.19)$$

Η απόδοση  $\eta$  της κεραίας είναι το γινόμενο μερικών συντελεστών, που λαμβάνουν υπόψη το νόμο πρόσπτωσης ακτινοβολίας στη κεραία, τις απώλειες από διάχυση, από ατέλειες της επιφάνειας, τις απώλειες από ωμικές αντιστάσεις και την μη προσαρμογή σύνθετων αντιστάσεων κλπ.

$$\eta = \eta_1\eta_2\eta_3\eta_4 \quad (3.20)$$

Η απόδοση πρόσπτωσης ακτινοβολίας  $\eta$ , καθορίζει την απόδοση του ανακλαστήρα σε σχέση με την περίπτωση ομοιόμορφης πρόσπτωσης ακτινοβολίας ( $\eta_1=1$ ). Η ομοιόμορφη πρόσπτωση ακτινοβολίας οδηγεί σε υψηλό επίπεδο δευτερευόντων λοβών. Μπορούμε να επιτύχουμε μια συμβιβαστική λύση, εξασθενώντας την πρόσπτωση ακτινοβολίας στα όρια του ανακλαστήρα. Η απόδοση διάχυσης  $\eta_c$ , ορίζεται ως ο λόγος της ενέργειας που ακτινοβολείται από την κύρια πηγή και συλλαμβάνεται από τον ανακλαστήρα, προς την ολική ενέργεια που ακτινοβολείται από την κύρια πηγή. Η διαφορά αυτών των μεγεθών αποτελεί την ενέργεια διάχυσης. Όσο μεγαλύτερη είναι η γωνία από την οποία ο ανακλαστήρας ( βλέπει ) την κύρια πηγή, τόσο μεγαλύτερη είναι η απόδοση διάχυσης. Όμως για ένα δεδομένο διάγραμμα ακτινοβολίας της πηγής, το επίπεδο πρόσπτωσης ακτινοβολίας στα όρια του ανακλαστήρα γίνεται μικρότερο με μεγάλες τιμές της γωνίας αυτής, και

η απόδοση πρόσπτωσης ακτινοβολίας ελαττώνεται σημαντικά. Η συμβιβαστική λύση μας οδηγεί σε απόδοση διάχυσης της τάξης του 80%.

Η απόδοση επιφάνειας  $\eta_f$ , λαμβάνει υπόψη την επίδραση των ανωμαλιών της επιφάνειας του ανακλαστήρα στην απολαβή της κεραίας. Στην πράξη, το παραβολικό προφίλ διαφέρει από το θεωρητικό. Έτσι, πρέπει να βρεθεί ένας συμβιβασμός μεταξύ των χαρακτηριστικών της κεραίας και του κόστους κατασκευής. Η επίδραση των ανωμαλιών της επιφάνειας στην απολαβή επί του εστιακού άξονα έχει τη μορφή:

$$\eta_f = \Delta G = \exp[-B(4\pi\varepsilon/\lambda)^2] \quad (3.21)$$

όπου  $\varepsilon$  είναι η ενδεικνυόμενη τιμή ( rms ) σφάλματος της επιφάνειας, δηλαδή η απόκλιση μεταξύ του πραγματικού και των θεωρητικών προφίλ που μετρούνται κάθετα στην κοίλη επιφάνεια, και  $B$  είναι ένας συντελεστής μικρότερος ή ίσος με την μονάδα, του οποίου η τιμή εξαρτάται από την ακτίνα καμπυλότητας του ανακλαστήρα. Αυτός ο συντελεστής αυξάνεται καθώς η ακτίνα καμπυλότητας του ανακλαστήρα ελαττώνεται. Για παραβολικές κεραίες με εστιακή απόσταση  $f$ , μεταβάλλεται συναρτήσει του λόγου  $f/D$ , όπου  $D$  είναι η διάμετρος της κεραίας. Με  $f/D=0.7$  το  $B$  είναι της τάξης του 0.9, θεωρώντας ότι το  $\varepsilon$  είναι της τάξης του  $\lambda/30$ . Η απόδοση επιφάνειας είναι της τάξης του 85%.

Οι άλλες απώλειες περιλαμβανομένων των ωμικών απωλειών από κακή προσαρμογή, είναι μικρότερης σημασίας. Συνολικά, η ολική απόδοση  $\eta$ , το γινόμενο των επιμέρους αποδόσεων, είναι τυπικά μεταξύ 55% και 75%.

### **3.8 Η πόλωση**

Το κύμα που ακτινοβολείται από μια κεραία αποτελείται από μια συνιστώσα ηλεκτρικού πεδίου και μια συνιστώσα μαγνητικού πεδίου. Αυτές οι δύο συνιστώσες είναι κάθετες μεταξύ τους και κάθετες προς την διεύθυνση μετάδοσης του κύματος. Από σύμβαση, η πόλωση του κύματος ορίζεται από τη διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου. Γενικά, η διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου δεν είναι σταθερή, δηλαδή στη διάρκεια μιας περιόδου η προβολή του άκρου του διανύσματος που αναπαριστά το

ηλεκτρικό πεδίο σε ένα επίπεδο το οποίο είναι κάθετο στη διεύθυνση μετάδοσης του κύματος, περιγράφει μια έλλειψη. Τότε, λέμε ότι η πόλωση είναι ελλειπτική.

Η πόλωση χαρακτηρίζεται από τις ακόλουθες παραμέτρους:

- Τη φορά περιστροφής (σε σχέση με τη διεύθυνση μετάδοσης) αριστερόστροφη ή δεξιόστροφη
- Τον αξονικό λόγο (Axial Ratio, AR):  $AR = E_{max}/E_{min}$ . Αυτός είναι ο λόγος του μεγάλου και του μικρού άξονα της έλλειψης. Όταν η έλλειψη είναι κύκλος (αξονικός λόγος  $=1=0$  dB) η πόλωση γίνεται κυκλική. Όταν η πόλωση εκφυλίζεται σε ένα άξονα (άπειρος αξονικός λόγος, το ηλεκτρικό πεδίο διατηρεί σταθερή διεύθυνση) η πόλωση λέγεται γραμμική.
- Την κλίση της έλλειψης

Δύο κύματα είναι σε ορθογωνική πόλωση, αν τα ηλεκτρικά τους πεδία περιγράφουν πανομοιότυπες ελλείψεις σε αντίθετες διευθύνσεις. Πιο συγκεκριμένα, μπορούμε να έχουμε τις εξής περιπτώσεις:

1. Δύο ορθογώνιες κυκλικές πολώσεις, που περιγράφονται σαν δεξιόστροφη κυκλική και αριστερόστροφη κυκλική (η φορά περιστροφής είναι για έναν παρατηρητή που βλέπει προς τη διεύθυνση μετάδοσης).
2. Δύο ορθογωνικές γραμμικές πολώσεις, που περιγράφονται σαν οριζόντια και κατακόρυφη (σε σχέση με μια αναφορά).

Μια κεραία η οποία σχεδιάζεται να εκπέμπει ή να λαμβάνει ένα κύμα μιας δεδομένης πόλωσης, δεν μπορεί ούτε να εκπέμψει, ούτε να λάβει την ορθογωνική πόλωση της πόλωσης λειτουργίας της. Αυτή η ιδιότητα επιτρέπει τη λειτουργία δύο ταυτόχρονων ραδιοζεύξεων στην ίδια συχνότητα και μεταξύ των ίδιων δύο τοποθεσιών, διαδικασία που περιγράφεται σαν επαναχρησιμοποίηση συχνότητας μέσω ορθογωνικής πόλωσης. Για να επιτευχθεί αυτό, είτε πρέπει να υπάρχουν δύο πολωμένες κεραίες σε κάθε τοποθεσία, ή, κατά προτίμηση, μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια κεραία η οποία λειτουργεί με τις δυο καθορισμένες πολώσεις. Αυτή η πρακτική, όμως, πρέπει να λαμβάνει υπόψη τις ατέλειες των κεραιών και την πιθανή αποπόλωση των κυμάτων από το μέσο μετάδοσης. Αυτές οι επιδράσεις έχουν αποτέλεσμα την αμοιβαία παρεμβολή μεταξύ των δύο ραδιοζεύξεων. Έστω  $a$  και  $b$  τα

μέτρα, που υποτίθενται ίσα, του ηλεκτρικού πεδίου των δύο κυμάτων τα οποία εκπέμπονται ταυτόχρονα με γραμμική πόλωση,  $a_c$  και  $b_c$  τα πλάτη που λαμβάνονται με την ίδια πόλωση και  $a_x$  και  $b_x$  τα λαμβανόμενα πλάτη με ορθογωνική πόλωση. Ορίζονται τα ακόλουθα:

- Η απομόνωση λόγω ορθογωνικής πόλωσης  $XPI = a_c/b_x$  ή  $b_c/a_x$ , ώστε

$$XPI(dB) = 20 \log(a_c/b_c) \text{ ή } 20 \log(b_c/a_x) \quad (3.22)$$

- Ο διαχωρισμός λόγω ορθογωνικής πόλωσης (όταν εκπέμπεται μια μόνο πόλωση)  $XPB = a_c/a_x$  ώστε:

$$XPB(dB) = 20 \log(a_c/a_x) (dB) \quad (3.23)$$

Στην πράξη, οι XPI και XPB είναι συγκρίσιμα και συγχέονται συχνά με τον όρο απομόνωση. Για μια περίπτωση κυκλική πόλωση η οποία χαρακτηρίζεται από την τιμή του αξονικού λόγου AR, ο διαχωρισμός λόγω ορθογωνικής πόλωσης δίνεται από την σχέση:

$$XPB = 20 \log \left[ \frac{(AR+1)}{(AR-1)} \right] (dB) \quad (3.24)$$

Αντίστροφα μπορούμε να εκφράσουμε τον αξονικό λόγο A σαν συνάρτηση του XPB με τη σχέση:

$$AR = \frac{10^{XPB/20} + 1}{10^{XPB/20} - 1} \quad (3.25)$$

Οι τιμές και οι σχετικές τιμές των συνιστωσών μεταβάλλονται σαν συνάρτηση της διεύθυνσης σε σχέση με την κεντρική διεύθυνση ακτινοβολίας της κεραίας. Έτσι η κεραία χαρακτηρίζεται για μια δεδομένη πόλωση από ένα διάγραμμα ακτινοβολίας για ορθογωνική πόλωση είναι γενικά μέγιστος στον άξονα της κεραίας και ελαττώνεται για διευθύνσεις διαφορετικές από εκείνες για μέγιστη απολαβή.

### **3.10 Low-noise block downconverter (LNB)**

Το LNB σε στα ελληνικά θα μπορούσαμε να το ονομάσουμε μεταλλάκτη χαμηλού θορύβου. Είναι η συσκευή λήψης που συνοδεύει την παραβολική κεραία. Σκοπός του είναι να λαμβάνει το σήμα να το ενισχύει και να το υποβιβάζει σε χαμηλότερης συχνότητα καθώς αν θέλαμε να περάσουμε την αρχική συχνότητα θα χρειαζόμασταν κυματοδηγό (ομοαξονικό καλώδιο) πολύ καλής ποιότητας και θα είχαμε και περιορισμούς στην απόσταση. Υποβιβάζοντας την συχνότητα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε χαμηλότερης ποιότητας και κόστους αντίστοιχα κυματοδηγό και να διανύσουμε μεγαλύτερη απόσταση. Το LNB είναι ένας συνδυασμός ενισχυτή χαμηλών συχνοτήτων, πολυπλέκτη συχνοτήτων, τοπικού ταλαντωτή και ενισχυτή ενδιάμεσων συχνοτήτων IF.

Το LNB βρίσκεται συνήθως μπροστά από την παραβολική κεραία, αλλά υπάρχουν και σχεδιασμοί που αναφέρθηκαν παραπάνω στην παρούσα εργασία που το LNB βρίσκεται πίσω από την κεραία. Το LNB λαμβάνει το ηλεκτρομαγνητικό σήμα (το οποίο ανακλάται από την παραβολική κεραία και το εστιάζει) και το συλλέγει μέσω της χοάνης του (freehorn), όπου και τροφοδοτεί το ηλεκτρομαγνητικό σήμα σε ένα ή δύο μεταλλικά στοιχεία τα οποία έχουν διαφορετικές γωνίες ανάλογα με την πόλωση του σήματος που θέλουμε να λάβουμε. Την γωνιά του LNB μπορούμε να την ρυθμίσουμε εξωτερικά αλλά όσων αφορά τα μεταλλικά στοιχεία όχι, το ηλεκτρομαγνητικό σήμα έχει 90° γωνία ως προς το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο. Αντίστοιχα λοιπόν και τα μεταλλικά στοιχεία. Τα μεταλλικά στοιχεία τροφοδοτούν το ηλεκτρονικό κύκλωμα του LNB όπου εκεί γίνεται η ενίσχυση του σήματος, ο υποβιβασμός της συχνότητας (σε ειδικές κατασκευές LNB χρειαζόμαστε και πολυπλεξία συχνοτήτων) και η τελική έξοδος προς τον εκάστοτε δέκτη.

Το LNB για να λειτουργήσει χρειάζεται παροχή ρεύματος την οποία την λαμβάνει από την έξοδο του. Ο δέκτης μέσω του ομοαξονικού καλωδίου μεταφέρει συνεχή τάση στο LNB και ταυτόχρονα μεταφέρει και το σήμα. Η παραπάνω διαδικασία ονομάζεται Phantom Power.

Οι ζώνες συχνοτήτων λήψης ενός δορυφορικού LNB (ανάλογα την χρήση διαφοροποιούνται οι ζώνες) τις οποίες δέχεται στην είσοδο του ένα LNB, είναι οι:

- Ζώνη C 3,7 GHz – 4,2 GHz
- Ζώνη Ku 10,7 GHz – 12,75 GHz

Στο σημείο αυτό πρέπει να διευκρινιστεί ότι αν δεν αναφέρεται η μπάντα λειτουργίας του LNB τότε εννοείται πως είναι μπάντας Ku.

Προκειμένου να γίνει κατανοητή η λειτουργία του LNB, καθώς και των διαφόρων τύπων LNB, θα πρέπει να εξεταστούν οι δορυφορικές εκπομπές και τα χαρακτηριστικά τους στο πέρασμα του χρόνου.

Καταρχήν, οι δορυφόροι εκπέμπουν δύο κανάλια σε κάθε συχνότητα ταυτόχρονα, χρησιμοποιώντας διαφορετική πόλωση για το καθένα. Έτσι επιτυγχάνουν καλύτερη εκμετάλλευση του διαθέσιμου ηλεκτρομαγνητικού φάσματος συχνοτήτων. Συνήθως εκπέμπουν με γραμμικές πολώσεις, οριζόντια και κατακόρυφη. Ο διαχωρισμός της μιας εκπομπής από την άλλη οφείλεται στο γεγονός ότι οι πολώσεις των δύο αυτών εκπομπών (καναλιών) έχουν διαφορά 90 μοιρών.

Σε παλαιότερες εποχές οι δορυφορικές εκπομπές, οι οποίες προορίζονταν για λήψη από το κοινό, ήταν περιορισμένες σε ένα μέρος της μπάντας Ku. Συγκεκριμένα, ήταν στη ζώνη 10,95 GHz - 11,75 GHz, η οποία ήταν γνωστή με την ονομασία BSS (Broadcast Satellite Service). Το υπόλοιπο της μπάντας Ku, το οποίο ονομαζόταν FSS (Fixed Satellite Service), προορίζονταν για σήματα μεταξύ τηλεοπτικών σταθμών και σήματα εξωτερικών μεταδόσεων (τα οποία δεν προσφέρονταν για λήψη από το κοινό). Αργότερα, αυτό έπαψε να ισχύει. Πλέον, όλη η μπάντα Ku (από 10,7 GHz μέχρι 12,75 GHz) προσφέρεται για οποιοδήποτε είδους εκπομπή.

## Κεφάλαιο 4<sup>ο</sup> - Πειραματικό Μέρος

### 4.1 Εξισώσεις καμπυλών

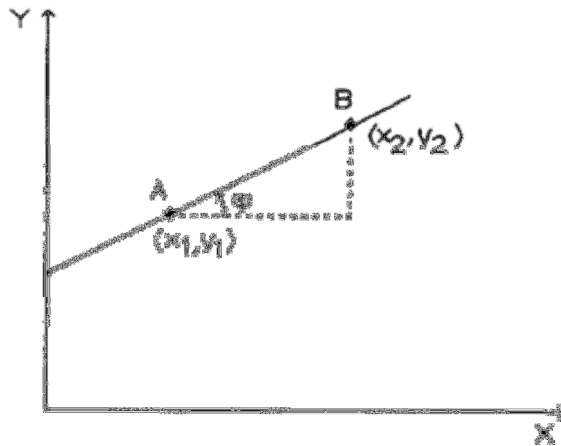
Τα περισσότερα από τα φυσικά φαινόμενα αποδίδονται με απλές μαθηματικές σχέσεις στις και θα περιοριστούμε.

#### 4.1.1 Ευθεία γραμμή

Ο πιο απλός αλλά και συνηθισμένος τύπος καμπύλης είναι η ευθεία, που περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = y_0 + \lambda x$$

όπου  $y$  και  $x$  είναι οι μεταβλητές (ή τα μετρούμενα φυσικά μεγέθη σ' ένα πείραμα),  $y_0$  και  $\lambda$  είναι σταθερές. Τις σταθερές αυτές μπορούμε να τις προσδιορίσουμε εύκολα. Όπως φαίνεται στο σχήμα 1, η σταθερά  $y_0$  είναι η τιμή της μεταβλητής  $y$  όταν  $x=0$  και καλείται τεταγμένη στην αρχή.



*Σχήμα4.1 . Γραφική παράσταση της ευθείας.*

Η σταθερά  $\lambda$  προσδιορίζεται ως εξής: παίρνουμε δυο σημεία πάνω στην ευθεία, έστω **A** και **B**, που έχουν ζεύγη τιμών  $(x_1, y_1)$  και  $(x_2, y_2)$  αντίστοιχα. Εισάγουμε αυτά τα ζεύγη διαδοχικά στην παραπάνω εξίσωση ευθείας και έχουμε

$$y_1 = y_0 + \lambda x_1$$

$$y_2 = y_0 + \lambda x_2$$

Αφαιρούμε κατά μέλη της δυο αυτές εξισώσεις και έχουμε

$$y_2 - y_1 = \lambda(x_2 - x_1)$$

οπότε



$$\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Η σταθερά αυτή  $\lambda$  ονομάζεται κλίση της ευθείας ως προς τον άξονα των  $x$ .

#### 4.2 Προσδιορισμός κέρδους κεραίας (G)

Όπως είναι γνωστό η ισχύς ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σε απόσταση ( $R$ ) από τη πηγή της περιγράφεται από τη σχέση:

$$P_R = \frac{P_e \cdot G_e \cdot G_R \cdot \lambda_0^2}{16 \cdot \pi^2} \cdot \frac{1}{R^2}$$

όπου:

- $P_r$ : η ισχύς που εκπέμπει η κεραία σε απόσταση  $r$ , μετρημένη σε W,
- $\lambda_0$ : το μήκος κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας στο κενό,
- $G_R$ : το κέρδος της κεραίας στην κατεύθυνση του δέκτη
- $G_e$ : το κέρδος της κεραίας στην κατεύθυνση του αποστολέα, το οποίο ισούται στην προκειμένη περίπτωση με 20dB
- $R$ : η απόσταση από το κέντρο της κεραίας της θέσης υπολογισμού της ισχύος ακτινοβολίας, σε m (για αποστάσεις μεγαλύτερες από  $R_{ff}$ )

Από την σχέση  $P_R = \frac{P_e \cdot G_e \cdot G_R \cdot \lambda_0^2}{16 \cdot \pi^2} \cdot \frac{1}{R^2}$  είναι δυνατόν να προσδιοριστεί το κέρδος  $G$

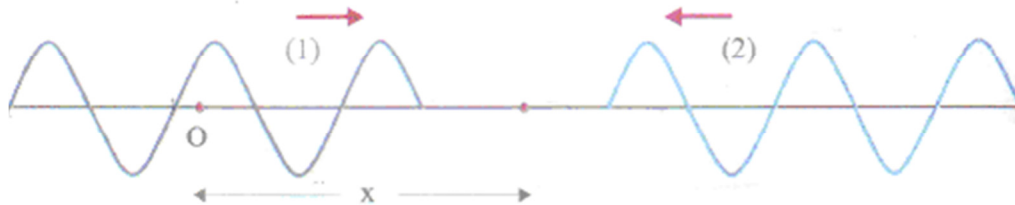
της κεραίας μέσω της κλίσης της ευθείας  $P_r \left( \frac{1}{R^2} \right)$ , όπου η κλίση θα ισούται με

$\frac{P_e \cdot G_e \cdot G_R \cdot \lambda_0^2}{16 \cdot \pi^2}$ . Είναι προφανές πως για προσδιοριστεί το  $G$  μέσω της κλίσης θα πρέπει

πρώτα να προσδιοριστεί το  $\lambda_0$ , δηλαδή το μήκος κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας στο κενό. Για το λόγω αυτό στην παρούσα μελέτη έχει προσδιοριστεί το μήκος κύματος των μικροκυμάτων που εκπέμπει η πηγή με την μέθοδο των στάσιμων κυμάτων. Υπενθυμίζεται ότι η συχνότητα εκπομπής της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας έχει ρυθμιστεί στα 9 GHz.

#### 4.3 Στάσιμα Κύματα

Όταν δυο κύματα ίδιου πλάτους και ίδιας συχνότητας διαδίδονται με αντίθετη φορά, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2, μέσα στο ίδιο μέσο τότε λέμε ότι τα κύματα συμβάλλουν. Το αποτέλεσμα της συμβολής δυο τέτοιων κυματικών διαταραχών είναι ένα στάσιμο κύμα του οποίου το πλάτος ταλάντωσης κάθε σημείου του είναι “στατικό”. Έτσι λοιπόν το στάσιμο κύμα έχει ορισμένα σημεία τα οποία έχουν μηδενικό πλάτος ταλάντωσης και άλλα σημεία που έχουν μέγιστο πλάτος ταλάντωσης. Η θέση των σημείων αυτών δεν μεταβάλλεται με τον χρόνο.



**Σχήμα 4.2. Δυο κύματα που διαδίδονται στο ίδιο μέσο με αντίθετη φορά.**

Με δυο λόγια στάσιμο κύμα ονομάζεται το αποτέλεσμα της συμβολής δυο κυμάτων της ίδιας συχνότητας και του ίδιου πλάτους που διαδίδονται στο ίδιο μέσο με αντίθετες κατευθύνσεις.

Θεωρούμε ότι δυο μονοδιάστατα κύματα με τα παραπάνω χαρακτηριστικά διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις, επίσης υποθέστε ότι τα παραπάνω κύματα περιγράφουν το ηλεκτρικό πεδίο ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Οι εξισώσεις των δυο κυμάτων θα είναι:

$$y_1 = E_0 \sin(kx - \omega t) \text{ και } y_2 = E_0 \sin(kx + \omega t)$$

οπού το  $y_1$  περιγράφει μια κυματική διαταραχή που διαδίδεται προς τα δεξιά και το  $y_2$  μια όμοια με την  $y_1$  αλλά διαδιδόμενη προς τα αριστερά. Προσθέτουμε τις δυο κυματοσυναρτήσεις και βρίσκουμε την κυματοσυνάρτηση της συνισταμένης διαταραχής  $y$ .

$$y = y_1 + y_2 = E_0 \sin(kx - \omega t) + E_0 \sin(kx + \omega t)$$

όπου  $k = 2\pi/\lambda$  ως γνωστό είναι ο κυματικός αριθμός και  $\omega = 2\pi f$  είναι η κυκλική συχνότητα. Χρησιμοποιούμε την τριγωνομετρική ταυτότητα

$$\sin a + \sin b = 2 \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \text{ και βρίσκουμε: } y = (2E_0 \sin kx) \cos \omega t$$

εξίσωση στάσιμου κύματος.

Η παραπάνω σχέση μπορεί να πάρει τη μορφή  $y = A' \cos \omega t$  (όπου  $A' = 2E_0 \sin kx$ ) που είναι η εξίσωση μια απλής αρμονικής ταλάντωσης. Επομένως κάθε σημείο του μέσου διάδοσης εκτελεί μια απλή αρμονική ταλάντωση. Το πλάτος της ταλάντωσης  $|A'|$  δεν είναι ίδιο για όλα τα σημεία αλλά εξαρτάται από τη θέση του σημείου στο χώρο (είναι συνάρτηση του  $\mathbf{x}$ ), όπως φαίνεται και στο σχήμα 1.2 από τα διαφορά στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος. Τα σημεία που βρίσκονται σε τέτοια θέση  $\mathbf{x}$  ώστε:  $A' = 0 \Rightarrow 2E_0 \sin kx = 0 \Rightarrow 2E_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x = 0 \Rightarrow \sin \frac{2\pi}{\lambda} x = 0$  δηλαδή

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = n\pi \text{ οπου } n = 0, 1, 2, 3, \dots \text{ ή } x = \frac{n\lambda}{2} \quad (1.1) \text{ έχουν μηδενικό πλάτος και}$$

παραμένουν συνεχώς ακίνητα. Είναι οι δεσμοί του στάσιμου κύματος.

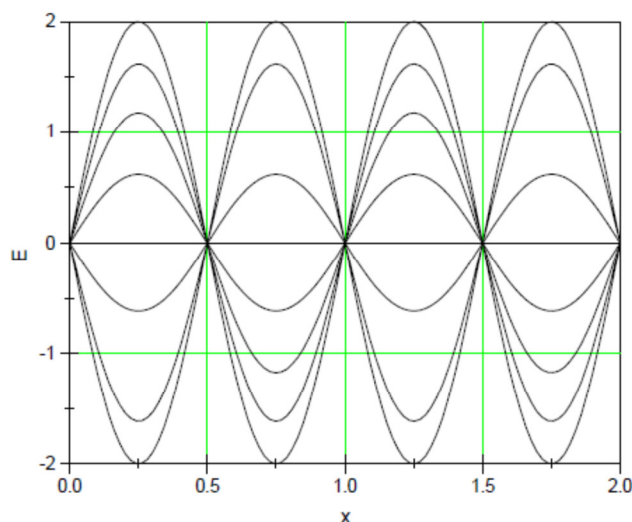
Τα σημεία που βρίσκονται σε τέτοια θέση  $\mathbf{x}$  ώστε:  $A' = \pm 2E_0 \Rightarrow 2E_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x = \pm 2E_0 \Rightarrow \sin \frac{2\pi}{\lambda} x = \pm 1$  δηλαδή  $\frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{2n+1}{2}\pi$  οπου

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots \text{ ή } x = n\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \quad (1.2) \text{ έχουν μέγιστο πλάτος ίσο με } 2A_0. \text{ Αποτελούν τις}$$

κοιλίες του στάσιμου κύματος.

Από τις σχέσεις (1.1) και (1.2) προκύπτει ότι η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών δεσμών ή δυο διαδοχικών κοιλιών είναι ίση με το μισό του μήκους κύματος  $\lambda$  των κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προήλθε το στάσιμο κύμα.

Στο παρακάτω σχήμα 3.3 φαίνονται οι ταλαντώσεις του ηλεκτρικού πεδίου ενός στάσιμου κύματος που δημιουργείται από την συμβολή δύο κυμάτων που έχουν μήκος κύματος  $\lambda = 1\text{cm}$ .



**Σχήμα 4.3** Οι ταλαντώσεις του ηλεκτρικού πεδίου ενός στάσιμου κύματος.

Ανάλογες εξισώσεις με αυτές του ηλεκτρικού πεδίου, ισχύουν και για το μαγνητικό πεδίο του ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

Είναι γενικά πολύ εύκολο από ένα οδεύων κύμα να δημιουργηθούν στάσιμα κύματα. Το μόνο που χρειάζεται είναι να τοποθετήσουμε κάθετα έναν ανακλαστήρα (μία μεταλλική πλάκα για τα μικροκύματα ή ένα καθρέφτη για το ορατό φως) μπροστά από την διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Το ανακλώμενο κύμα θα συμβάλει με το οδεύων δημιουργώντας στάσιμα κύματα. Η συχνότητα του οδεύοντος κύματος δίνεται (ως γνωστόν) από την σχέση

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

όπου  $c$  η ταχύτητα του φωτός (περίπου  $3 \cdot 10^8$  m/sec) και  $\lambda$  το μήκος κύματος ηλεκτρομαγνητικού του κύματος.

#### **4.4 Περιγραφή πειράματος**

Αρχικά τοποθετήθηκαν τα διαφορά όργανα. Επιβεβαιώθηκε ότι πομπός και δέκτης βρίσκονται στην ίδια ευθεία και ότι οι χοάνες τους έχουν τον ίδιο προσανατολισμό. Μετακινώντας με αργό ρυθμό τους Π (κεραία πομπός) και Δ (κεραία δέκτης), ρυθμίστηκε ώστε ο παλμογράφος να δείχνει μέγιστη ένδειξη. Στη συνέχεια, μετακινώντας μόνο τον Δ, απομακρύνοντας τον από τον Π σημειώθηκε καταμέτρηση της ισχύς  $P$  (w) του Δ για διάφορες αποστάσεις  $R$ (m) όπου  $R$  η απόσταση μεταξύ πομπού και δέκτη, για τη μέγιστη ένδειξη του παλμογράφου.

Οι πειραματικές μετρήσεις που ελήφθησαν παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

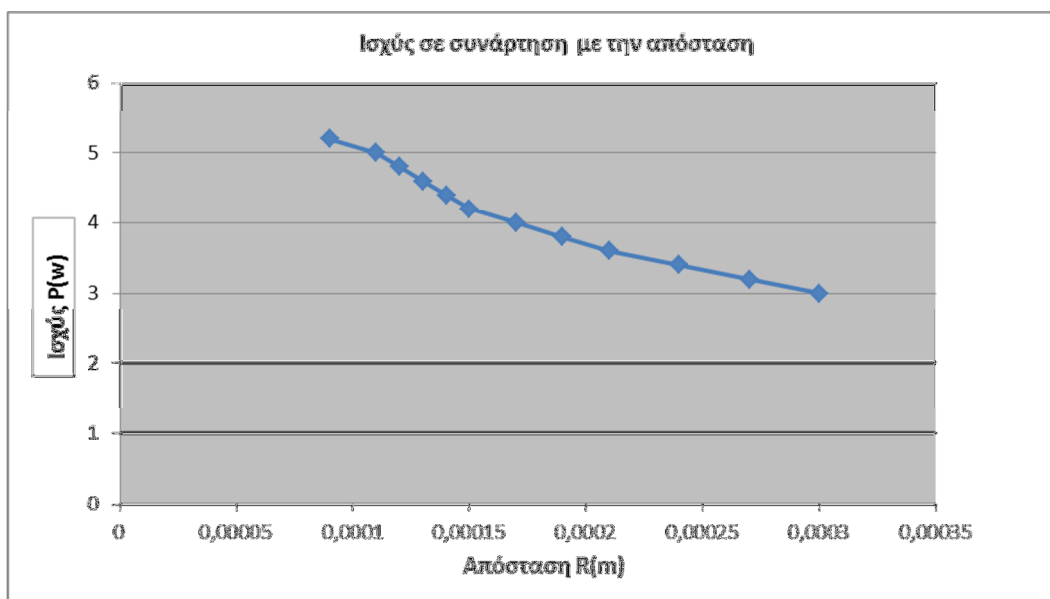
A/A	$R \pm 10^{-3}$ απόσταση σε m	$P \pm 10^{-10}$ ισχύς σε W
1	3	0,00030
2	3,2	0,00027
3	3,4	0,00024
4	3,6	0,00021

5	3,8	0,00019
6	4	0,00017
7	4,2	0,00015
8	4,4	0,00014
9	4,6	0,00013
10	4,8	0,00012
11	5	0,00011
12	5,2	0,00009

**Πίνακας 4.1.**

Τα πειραματικά δεδομένα του παραπάνω πίνακα απεικονίζονται στην παρακάτω γραφική παράσταση  $P_r(R)$ , όπου όπως φαίνεται βρίσκονται πάνω σε μια καμπύλη.

Σχήμα4.6 Απεικόνιση πειραματικών σημείων για του υπολογισμό του κέρδους κεραίας.



Το αποτέλεσμα αυτό είναι σε συμφωνία και με τη θεωρία αφού η σχέση που περιγράφει την εξάρτηση του  $P_R$  με το  $R$  είναι η σχέση  $P_R = \frac{P_e \cdot G_e \cdot G_R \cdot \lambda_0^2}{16 \cdot \pi^2} \cdot \frac{1}{R^2}$

Στην συνέχεια και αφού γνωρίζουμε το μήκος κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας  $\lambda_0$  μπορεί να προσδιοριστεί και η απολαβή της κεραίας  $G$ , μέσω της

$$\text{σχέσης: } P_R = \frac{P_e \cdot G_e \cdot G_R \cdot \lambda_0^2}{16 \cdot \pi^2} \cdot \frac{1}{R^2}$$

όπου:

- $P_R$ : η ισχύς που εκπέμπει η κεραία σε απόσταση  $r$ , μετρημένη σε  $W$ ,
- $\lambda_0$ : το μήκος κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας στο κενό,
- $G$ : το κέρδος της κεραίας στην κατεύθυνση ενδιαφέροντος,
- $R$ : η απόσταση από το κέντρο της κεραίας της θέσης υπολογισμού της ισχύος ακτινοβολίας, σε  $m$  (για αποστάσεις μεγαλύτερες από  $R_{ff}$ )
- Για τον προσδιορισμό του  $G$  χρησιμοποιήθηκε η ίδια διάταξη με το προηγούμενο πείραμα με τη μόνη διαφορά ότι τώρα καταγραφόταν η απόσταση  $R$  μεταξύ πομπού και δέκτη καθώς και το σήμα του δέκτη σε διάφορες αποστάσεις  $R$ . Το σήμα του δέκτη καταγραφόταν μέσω ενός παλμογράφου, όπου λόγω των στάσιμων κυμάτων μεταξύ πομπού και δέκτη είχε ληφθεί μέριμνα ο δέκτης να δείχνει μέγιστο σήμα, να απομακρύνεται από τον πομπό και να σταματά σε μέγιστο σήμα και στη συνέχεια να μετρείται η απόσταση μεταξύ πομπού και δεκτή.

Προκειμένου να προσδιοριστεί η απολαβή  $G$  της κεραίας κατασκευάζεται η γραφική παράσταση  $P_R \left( \frac{1}{R^2} \right)$  η οποία θα είναι μια ευθεία με κλίση  $A_2 = \frac{P_e \cdot G_e \cdot G_R \cdot \lambda_0^2}{16 \cdot \pi^2}$ .

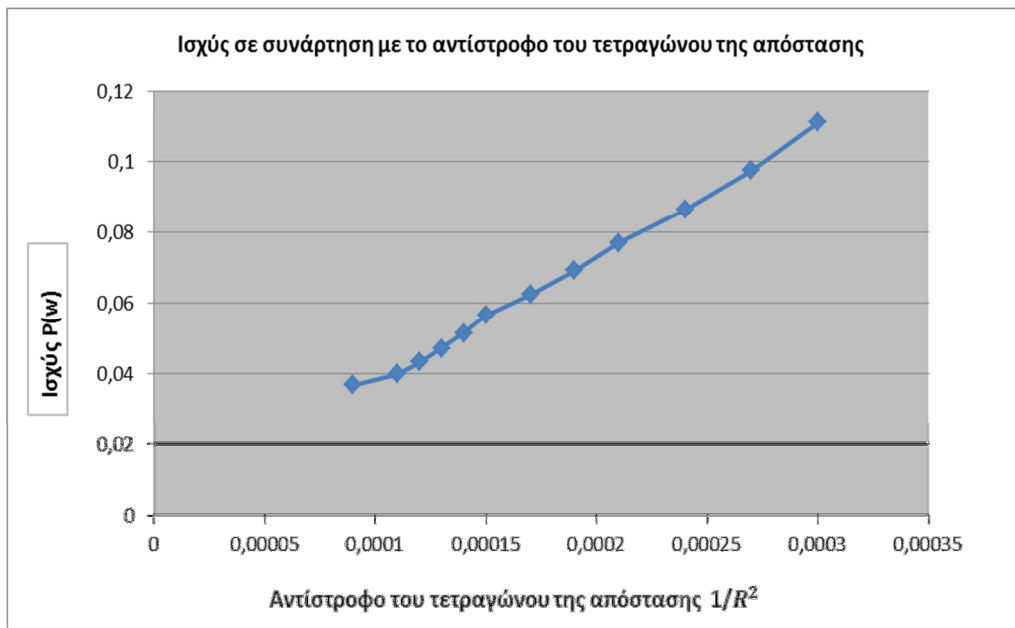
Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται η συγκεκριμένη γραφική.

A/A	$1/R^2 \pm 10^{-6}$ απόσταση σε m	$P \pm 10^{-10}$ ισχύς σε W
1	0,1111111	0,00030
2	0,0976563	0,00027
3	0,0865052	0,00024
4	0,0771605	0,00021
5	0,0692521	0,00019
6	0,0625	0,00017
7	0,0566893	0,00015
8	0,0516529	0,00014

9	0,047259	0,00013
10	0,0434028	0,00012
11	0,04	0,00011
12	0,0369822	0,00009

**Πίνακας 3.2.**

Τα πειραματικά δεδομένα του παραπάνω πίνακα απεικονίζονται στην παρακάτω γραφική παράσταση  $P_R \left( \frac{1}{R^2} \right)$ , όπου όπως φαίνεται βρίσκονται πάνω σε μια ευθεία.



Σχήμα 4.7 Απεικόνιση πειραματικών σημείων για του υπολογισμό του κέρδους κεραίας.

Η παραπάνω γραφική όπως φαίνεται είναι μια ευθεία, της οποίας η κλίση έχει προσδιοριστεί γραφικά, χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση SLOPE στο υπολογιστικό πακέτο EXCEL, είναι:

$$A_2 = \frac{P_e \cdot G_e \cdot G_R \cdot \lambda_0^2}{16 \cdot \pi^2} = 0,002782 \rightarrow$$

$$\frac{P_e \cdot G_e \cdot G_R \cdot \lambda_0^2}{16 \cdot \pi^2} = 0,002782 \rightarrow$$

$$0,002782 \cdot 16 \cdot \pi^2 = P_e \cdot G_e \cdot G_R \cdot \lambda_0^2 \rightarrow$$

$$G_R = \frac{0,002782 \cdot 16 \cdot \pi^2}{P_e \cdot G_e \cdot \lambda_0^2} \rightarrow$$

$$G_R = \frac{0,002782 \cdot 16 \cdot 9,869}{0,1 \cdot 10 \cdot 0,1089} \rightarrow G_R = 4,033 \text{ W}$$

Για τον υπολογισμό του σφάλματος του G σε W θα έχουμε:

$$\sigma(G) = \pm \left\{ \left( \frac{\partial G(P_R, R)}{\partial P} \cdot \sigma(P) \right)^2 + \left( \frac{\partial G(P_R, R)}{\partial R} \cdot \sigma(R) \right)^2 \right\}^{1/2} \quad \text{όπου } \sigma(P) \text{ και } \sigma(R) \text{ τα σφάλματα στα}$$

συγκεκριμένα μετρούμενα μεγέθη. Οπότε  $G(P_R, R) = \frac{4\pi R}{\lambda_0} \left\{ \frac{P_R}{P_e} \right\}^{1/2}$  και οι μερικές

$$\text{παράγωγοι θα είναι } \frac{\partial G(P_R, R)}{\partial R} = \frac{4\pi}{\lambda_0} \left\{ \frac{P_R}{P_e} \right\}^{1/2} \text{ και } \frac{\partial G(P_R, R)}{\partial P} = \frac{4\pi R}{\lambda_0 \sqrt{P_e}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{P_R}} \text{ μετά από}$$

πράξεις και προσεγγίσεις προκύπτει ότι  $\sigma(G) = \pm 2 \cdot 10^{-1} \text{ W}$

Άρα τελικά προέκυψε  $G = (0,02 \pm 0,002) \text{ W}$

Έπειτα μετατρέπουμε τα watt σε dB:  $G(\text{dB}) = 10 \log_{10} 10 = 10 \text{ dB}$

Το  $\sigma(G(\text{dB}))$  σε dB θα είναι προκύπτει συμφωνά με την παραπάνω σχέση

$\sigma(G(\text{dB})) = 1 \text{ dB}$  άρα τελικά θα προκύπτει ότι  $G = 10 \pm 1 \text{ dB}$ .

Για να ελέγξουμε αν το πείραμα μας έχει πετύχει παίρνουμε τον τύπο:

$$\alpha\% = \frac{|G_{\text{πειρ}} - G_{\text{θεωρ}}|}{G_{\text{θεωρ}}} * 100 = \frac{10 - 12}{12} * 100 = 16\%. \text{ Το πείραμα μας έχει } 16\% \text{ απόκλιση.}$$

Στην παραπάνω ανάλυση η τιμή του  $\lambda_0$ , με δεδομένο ότι η συχνότητα εκπομπής της κεραίας-πομπού είναι  $f = 9 \text{ GHz}$ , όπως αυτή προκύπτει χρησιμοποιώντας τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής θα είναι:

$$c = \lambda_0 \cdot f \Rightarrow 3 \cdot 10^8 = \lambda_0 \cdot 9 \cdot 10^9 \Rightarrow \lambda_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{9 \cdot 10^9} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-9}}{9}$$

$$\Rightarrow \lambda_0 = \frac{10^{-1}}{3} \Rightarrow \lambda_0 = 0,3333 \cdot 10^{-1} \text{ m} \Rightarrow \lambda_0 = 3,333 \cdot \text{cm} \Rightarrow \lambda_0 = 0,033 \text{ m}$$

Στην περίπτωση των μικροκυμάτων, τόσο η κρυσταλλοδιόδος εκπομπής (πομπός Π) όσο και η κρυσταλλοδιόδος λήψης (δέκτης Δ) μικροκυμάτων είναι μη γραμμικές αντιστάσεις, με αποτέλεσμα να παρουσιάζονται μερικές διαφοροποιήσεις ως προς την ισχύ των αναλογιών  $E_R \propto R^{-1}$  και  $I_R \propto R^{-2}$ . Οι γραμμικές αντιστάσεις,



ως γνωστό, ακολουθούν τον νόμο του Ohm ( $i = V/R$ ) μια ωμική αντίσταση  $R$ , η οποία είναι ανεξάρτητη από το ρεύμα  $i$ , την τάση  $V$ , και τη θερμοκρασία  $T$ .

Στην πράξη, ισχύει η αναλογία  $I_R \propto R^n$ , όπου  $n$  αρνητικός αριθμός (όχι κατ' ανάγκη ακέραιος αριθμός) με τιμές γύρω από το  $n = -2$ . Η εύρεση της τιμής του  $n$  είναι δυνατή από την ανάλυση και την διερεύνηση της μορφής της εξάρτησης που έχουν οι ενδείξεις του δεκτή με τη μεταβολή της απόστασης  $R$  του δέκτη από τον πομπό.

#### 4.5 Λογαριθμικές καμπύλες

Μια συνηθισμένη σχέση μεταξύ των μεταβλητών  $y$  και  $x$  είναι η εξίσωση με τη μορφή:

$$y = y_0 + cx^n$$

όπου  $y_0$  είναι η τιμή της μεταβλητής  $y$  όταν  $x=0$  (τεταγμένη στην αρχή). Η  $c$  είναι μια σταθερή ποσότητα και  $n$  είναι ένας αριθμός. Εάν  $n=1$  τότε η γραφική παράσταση της παραπάνω σχέσης είναι ευθεία και εάν  $n=2$  είναι παραβολή. Πολλές φορές τυχαίνει  $y_0$  να είναι μηδέν και τότε η εξίσωση θα έχει τη μορφή  $y = cx^n$ . Για να απλοποιήσουμε το πρόβλημα μας θα ασχοληθούμε με την τελευταία σχέση. Έτσι λοιπόν θα αναλύσουμε τη σχέση

$$y = cx^n$$

Λογαριθμίζοντας και τα δυο μέλη της παραπάνω εξίσωσης με βάση το 10 βρίσκουμε ότι

$$\log y = \log c + n \log x$$

Εάν  $Y = \log y$ ,  $C = \log c$  και  $X = \log x$  η πιο πάνω εξίσωση γράφεται:

$$Y = C + nX$$

που είναι μια εξίσωση ευθείας. Επομένως, εάν αντί των τιμών  $y$  και  $x$  χρησιμοποιήσουμε τους λογάριθμους αυτών, τότε η καμπύλη της παραπάνω εξίσωσης ανάγεται σε ευθεία με κλίση ίση προς  $n$  που δίνεται από τη σχέση

$$n = \frac{\log y_2 - \log y_1}{\log x_2 - \log x_1}$$

όπου  $(x_1, y_1)$  και  $(x_2, y_2)$  είναι δυο ζεύγη τιμών που αντιστοιχούν σε δυο σημεία της ευθείας. Άρα, αν μεταξύ των  $\log y$  και  $\log x$  ισχύει γραμμική σχέση ( $\log y = \log c + n \log x$ ) συνεπάγεται ότι μεταξύ των μεταβλητών τιμών  $y$  και  $x$  ισχύει η σχέση  $y = cx^n$ . Άρα είναι δυνατόν να προσδιοριστεί η ακριβής τιμή του εκθέτη  $n$

στη σχέση  $P_R = \left( \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2} \right) \cdot \frac{1}{R^n}$ , η οποία τιμή αναμένεται να είναι κοντά στην τιμή

2.

Ξεκινώντας από τη σχέση  $P_R = \left( \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2} \right) \cdot \frac{1}{R^n}$  θα έχουμε:

$$P_R = \left( \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2} \right) \cdot \frac{1}{R^n} \Rightarrow P_R = A \cdot \frac{1}{R^n} \Rightarrow \log P_R = \log A + \log \frac{1}{R^n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underbrace{\log P_R}_Y = \log A - n \underbrace{\log R}_X \Rightarrow Y = \log A - nX$$

Άρα είναι δυνατός ο προσδιορισμός του εκθέτη  $n$  μέσω της κλίσης της ευθείας

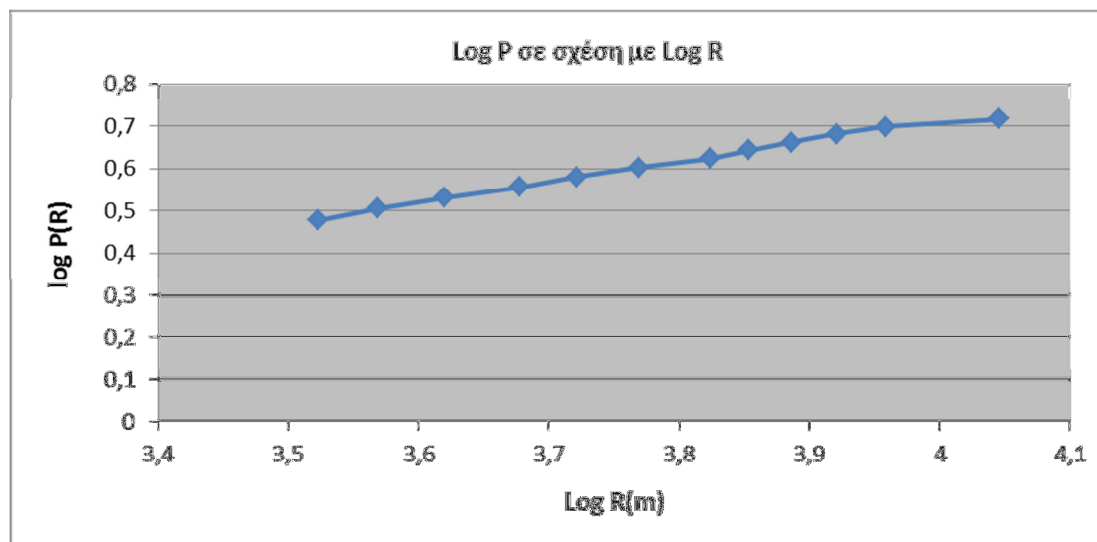
$$\underbrace{\log P_R}_Y = \log A - n \underbrace{\log R}_X.$$

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

A/A	Log R	Log P(R)
1	0,477	3,52288
2	0,505	3,56864
3	0,531	3,61979
4	0,556	3,67778
5	0,579	3,72125
6	0,602	3,76955
7	0,623	3,82391
8	0,643	3,85387
9	0,662	3,88606
10	0,681	3,92082
11	0,698	3,95861
12	0,716	4,04576

### Πίνακας 4.3.

Τα πειραματικά δεδομένα του παραπάνω πίνακα για τον προσδιορισμό του  $n$  απεικονίζονται στην παρακάτω γραφική παράσταση  $\log P_r(R)$ , όπου όπως φαίνεται σχηματίζεται μια ευθεία.



Σχήμα 4.8

Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση SLOPE στο υπολογιστικό πακέτο EXCEL το  $n$  είναι:  $n=-2.08$

Για το υπολογισμό του σφάλματος στην τιμή του  $n$  θα έχουμε:

$$\sigma(n) = \pm \left\{ \left( \frac{\partial n(P_R, R)}{\partial P_R} \cdot \sigma(P_R) \right)^2 + \left( \frac{\partial n(P_R, R)}{\partial R} \cdot \sigma(R) \right)^2 \right\}^{1/2}$$

Αρχικά προσδιορίζεται η συνάρτηση  $n(P_R, R)$ .

$$P_R = \left( \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2} \right) \cdot \frac{1}{R^n} \Rightarrow R^n = \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2 \cdot P_R} \Rightarrow \log R^n = \log \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2 \cdot P_R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n \cdot \log R = \log \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2 \cdot P_R} \Rightarrow n = \frac{\log \left( \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2 \cdot P_R} \right)}{\log R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n(P_R, R) = \log \left( \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2 \cdot P_R} \right) - \log R$$

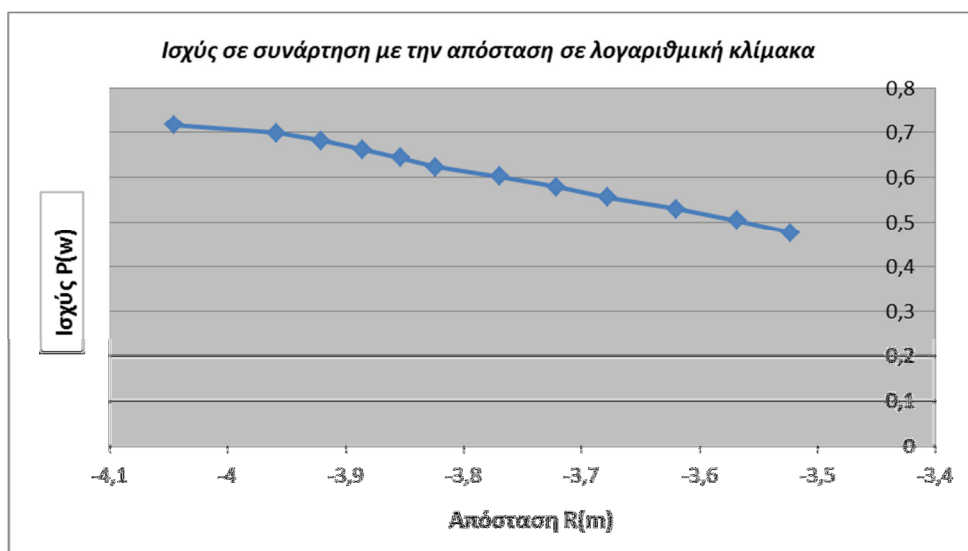
Στην συνέχεια θα προσδιοριστούν οι μερικές παράγωγοι  $\frac{\partial n(P_R, R)}{\partial P}$  και

$\frac{\partial n(P_R, R)}{\partial R}$ . Έτσι λοιπόν προκύπτει ότι  $\frac{\partial n(P_R, R)}{\partial R} = -\frac{1}{R}$  και

$$\frac{\partial n(P_R, R)}{\partial P_R} = - \left( \frac{(4\pi)^2 \cdot P_R}{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2} \right) \left( \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2 \cdot P_R} \right) = -1.$$

Μετά από πράξεις και προσεγγίσεις προκύπτει ότι  $\sigma(n)=0.05$

Άρα τελικά προέκυψε  $n = 2.08 \pm 0.05$



Σχήμα 4.9 Ισχύς σε συνάρτηση με την απόσταση σε λογαριθμική κλίμακα

Σε αυτό το σημείο αξίζει να σχολιαστεί το γεγονός ότι τυχόν μικρές αποκλίσεις των θεωρητικών από των πειραματικών τιμών που προσδιορίστηκαν μπορεί να οφείλονται: α) σε ατέλειες των οργάνων μέτρησης (οι ατέλειες των οργάνων είναι κυρίως η βαθμονόμηση της κλίμακας μέτρησης καθώς και η φθορά του οργάνου), β) στη μέθοδο μέτρησης, σε εξωτερικά αίτια, όπως η θερμοκρασία, η υγρασία, οι ηλεκτρικές επιδράσεις κ.α. είναι δυνατόν να επηρεάσουν τις μετρήσεις. Ακόμα είναι δυνατόν αυτή η απόκλιση να οφείλεται γ) στην περιορισμένη ευαισθησία του οργάνου μέτρησης (τα διάφορα μεγέθη μετρούνται συνήθως με κατάλληλα βαθμολογημένα κλίμακα) και τέλος δ) στην ικανότητα του παρατηρητή: η πείρα, η προσοχή και η προσωπική ικανότητα του παρατηρητή είναι στοιχεία που συντελούν στη μεγαλύτερη ακρίβεια των μετρήσεων.

## **4.6 Θεωρία σφαλμάτων**

### **4.6.1 Εισαγωγή**

Το πρώτο βήμα στην κατανόηση ενός φαινομένου είναι να βρούμε τους νόμους που το περιγράφουν. Οι νομοί περιγράφονται από τη σχέση δυο ή περισσοτέρων μεταβλητών και μας δείχνουν πως μεταβάλλεται ένα φυσικό μέγεθος, όταν κάποιο άλλο μέγεθος που το επηρεάζει μεταβάλλεται. Οι νόμοι αυτοί, που συνήθως εκφράζονται με μαθηματικές σχέσεις, βρίσκονται από πειραματικά δεδομένα. Η συστηματική μελέτη των φυσικών φαινομένων γίνεται κυρίως από μια συνεχή διαδικασία που μπορεί να ξεκινάει από πειραματικά δεδομένα.

Οι πειραματικές μετρήσεις πρέπει να είναι ακριβείς ώστε να οδηγηθούμε σε ορθά αποτελέσματα. Κατά τις μετρήσεις γίνονται σφάλματα που άλλοτε οφείλονται σε συνθήκες παρατήρησης και άλλοτε σε εξωτερικά αίτια που δεν ελέγχονται. Μερικοί από τους παράγοντες που επηρεάζουν τις μετρήσεις και προκαλούν σφάλματα είναι ατέλειες οργάνων, αδεξιότητες παρατηρητή, εξωτερικά πεδία κλπ.

### **4.6.2 Είδη μετρήσεων**

Σ' ένα πείραμα, η εύρεση των σχέσεων μεταξύ μεγεθών προϋποθέτει τη διεργασία μιας μέτρησης. Συνεπώς είναι σκόπιμο να ορίσουμε τι εννοούμε με τον όρο "μέτρηση". "Μέτρηση ενός μεγέθους  $A$  είναι η διεργασία σύγκρισης αυτού προς ομοειδές μέγεθος  $a$  που αυθαίρετα λαμβάνεται ως μονάδα. Η αριθμητική τιμή του μεγέθους  $A$ , είναι ο λόγος του μεγέθους  $A$  προς την ορισμένη μονάδα  $a$ ".

Τις μετρήσεις τις διακρίνουμε σε δυο κατηγορίες: τις απλές (άμεσες) και τις σύνθετες (έμμεσες). Απλές είναι μετρήσεις στις οποίες η αριθμητική τιμή ενός μεγέθους προκύπτει απευθείας από μια παρατήρηση π.χ. η μέτρηση του μήκους μια απόστασης με μια μετροταινία. Συνθέτες είναι οι μετρήσεις με τις οποίες η αριθμητική τιμή ενός μεγέθους προκύπτει σε συνάρτηση των τιμών άλλων μεγεθών π.χ. ο υπολογισμός του εμβαδού μιας επιφάνειας.

#### **4.6.3 Ακρίβεια και πιστότητα**

Η λέξη "ακρίβεια" αναφέρεται στη διακριτική ικανότητα της μέτρησης, δηλαδή πόσο στενά είναι τα όρια μέσα στα οποία μπορεί να προσδιοριστεί η τιμή του μεγέθους που μετράμε. Λέμε π.χ. ότι ένα διαστημόμετρο μετρά μήκος "με ακρίβεια δεκάτου χιλιοστού". Στην περίπτωση που ρωτάμε ποια είναι η "ακριβής ώρα" αναφερόμαστε στην πιστότητα της μέτρησης και όχι στην ακρίβεια. Δηλαδή στο πόσο κοντά στην "πραγματική τιμή" του μεγέθους που μετριέται βρίσκεται η τιμή που προσδιορίζει η μέτρηση. Με άλλα λόγια "ακρίβεια" και "πιστότητα" είναι δυο διαφορετικές έννοιες. Μια μέτρηση μπορεί να είναι ακριβής αλλά η τιμή που προσδιορίζει να βρίσκεται μακριά από την πραγματική τιμή του μεγέθους που μετριέται. Στο παράδειγμα του διαστημόμετρου είναι φανερό ότι η ακρίβεια του είναι ανεξάρτητη από το πόσο "σωστό" είναι το αποτέλεσμα της μέτρησης. Όπως θα δούμε αργότερα κάθε μέτρηση εκφράζεται με το συμβολισμό  $\langle \chi \rangle \pm \sigma$ , όπου το  $\chi$  είναι το αριθμητικό αποτέλεσμα της μέτρησης και  $\sigma$  είναι το πειραματικό σφάλμα που συνοδεύει τη μέτρηση. Αν το ρολόι που μετρά το χρόνο δεν διαθέτει δεύτερο-λεπτοδείκτη, μπορεί να δείχνει την πραγματική ώρα, αλλά με μικρή ακρίβεια μέσα στα όρια του ενός λεπτού.

Θα περιορίσουμε τον όρο διακριτική ικανότητα αποκλειστικά στην αξιολόγηση των οργάνων μέτρησης. Για μια μοναδική μέτρηση που πραγματοποιείται από ένα

συγκεκριμένο όργανο, η διακριτική ικανότητα αποτελεί τη μέγιστη ακρίβεια με την οποία μπορεί να πραγματοποιηθεί η μέτρηση.

Ορίζουμε ακόμη την απόλυτη ακρίβεια μιας μέτρησης (ή απόλυτη διακριτική ικανότητα ενός οργάνου). Αυτή εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες που χρησιμοποιούνται για το μέγεθος που μετριέται. Η σχετική ακρίβεια εκφράζει την ιδιότητα σε ποσοστιαίες μονάδες σε σχέση με την απόλυτη τιμή που προσδιορίζει η μέτρηση.

#### **4.6.4 Κατηγορίες σφαλμάτων**

Απ' όσα συζητήθηκαν στην παράγραφο I κατανοήσαμε ότι τα σφάλματα είναι ένα αναπόφευκτο χαρακτηριστικό κάθε μετρητικής διαδικασίας και πειραματικής διερεύνησης. Στην πράξη, τα σφάλματα συνηθέστερα ταξινομούνται ως (Α) Τυχαία και (Β) Συστηματικά, κατ' αντιστοιχία με το αν σχετίζονται με την ακρίβεια ή με την πιστότητα της μετρητικής διαδικασίας.

##### **4.6.4.1 Τυχαία σφάλματα**

Τα Τυχαία Σφάλματα σχετίζονται με την Ακρίβεια μιας μέτρησης και είναι εκείνα που ανακύπτουν στατιστικά από την ανάλυση των επαναλαμβανόμενων και πολλαπλών μετρήσεων. Ειδικότερα, ποσοτικοποιούνται με καλύτερη ακρίβεια (και η τάξη μεγέθους τους ελαττώνεται) από την αυξανόμενη πολλαπλότητα των μετρήσεων. Τα Τυχαία Σφάλματα διαπράττονται αναπόφευκτα σε κάθε πειραματική διαδικασία, ακόμα και αν θεωρήσουμε ότι ο πειραματιστής εξαντλεί την προσοχή και την επιμέλειά του. Οφείλονται σε αστάθμητους κι ανεξέλεγκτους παράγοντες (τυχαίες διακυμάνσεις). Επενεργούν άλλοτε κατά τη μία και άλλοτε κατά την άλλη κατεύθυνση, «διασπείροντας» τις πειραματικές τιμές που καταγράφουμε «εκατέρωθεν» (δηλαδή δεξιά κι αριστερά) της πραγματικής τιμής του υπό μέτρηση φυσικού μεγέθους. Όλα τα σφάλματα που θα κληθείτε να προσδιορίσετε ποσοτικά, κατά την εξάσκησή σας στα Εργαστήρια Φυσικής, θα είναι πάντοτε τυχαία. Αντιπροσωπευτικό παράδειγμα τυχαίου σφάλματος αποτελούν οι παρατηρούμενες

μικροδιαφοροποιήσεις στην καταγραφή του χρόνου πραγματοποίησης ενός φαινομένου.

#### **4.6.4.2 Συστηματικά σφάλματα**

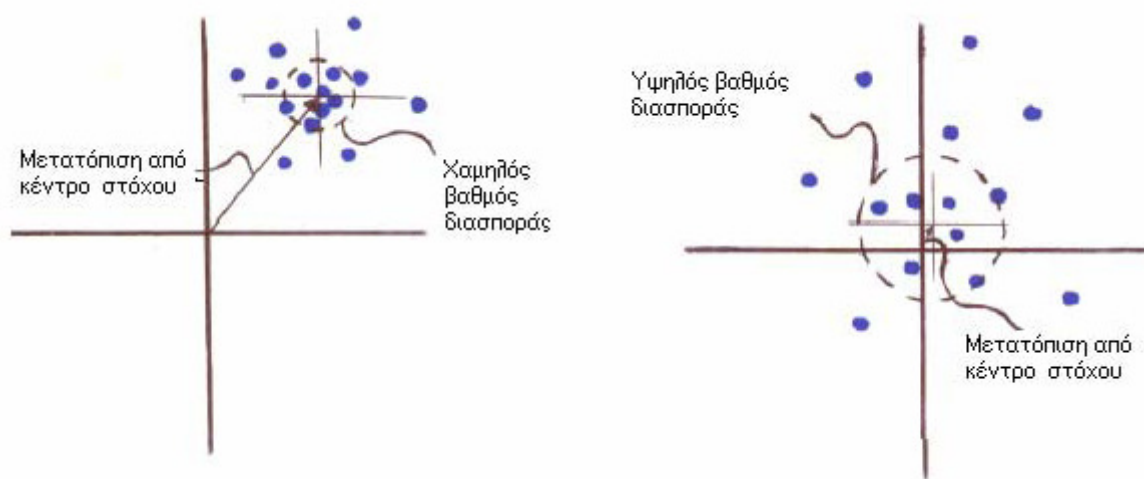
Τα Συστηματικά Σφάλματα εκφράζουν την Πιστότητα μίας μέτρησης.

Οφείλονται σε λόγους είτε (α) Θεωρητικούς (Χάριν απλοποίησης της θεωρητικής προσέγγισης ενός φαινομένου, αμελούμε την επίδραση κάποιου παράγοντα και ως εκ τούτου η μέτρηση μας δεν το λαμβάνει υπόψη), είτε (β) Πρακτικούς ( Βρίσκονται «εκτός δικαιοδοσίας» του πειραματιστή και συνήθως οφείλονται σε κατασκευαστική ατέλεια του χρησιμοποιούμενου μετρητικού οργάνου, η οποία συνίσταται στο ότι δεν ομοιάζει επακριβώς του θεωρούμενου ως προτύπου). Τα συστηματικά σφάλματα επενεργούν u960 πάντοτε κατά την ίδια κατεύθυνση μετατοπίζοντας «συστηματικά» την καταγραφόμενη τιμή του υπό μέτρηση μεγέθους είτε μόνιμα σε μεγαλύτερη, είτε μόνιμα σε μικρότερη ένδειξη. Χαρακτηριστικό παράδειγμα διάπραξης συστηματικού σφάλματος είναι το εξής: Υποθέστε ότι επιχειρούμε τη μέτρηση ενός μήκους με ένα κανόνα (χάρακα). Κι έστω ότι βρίσκουμε το εν λόγω μήκος να έχει την τιμή των 8 μέτρων. Από τη στιγμή που πληροφορηθούμε ότι ο συγκεκριμένος χάρακας που χρησιμοποιήσαμε δεν έχει μήκος ακριβώς 1m ή 100cm, όπως νομίζαμε, αλλά –λόγω κατασκευαστικών ατελειών- είναι κάπως «ελαττωματικός» με συνέπεια το πραγματικό του μήκος να μην είναι 100cm, αλλά 98cm για παράδειγμα. Οπότε, το υπό μέτρηση μέγεθος (εδώ, μήκος) δεν είναι  $8 \times 100\text{cm} = 8 \text{ μέτρα}$ , αλλά  $8 \times 98\text{cm}$ . Μπορείτε τώρα μόνοι σας να φανταστείτε ένα παρεμφερές σενάριο για μία υποθετική μέτρηση μάζας με μία «ελαττωματική» ζυγαριά, που δε μετρά «πραγματικά» κιλά, αλλά είναι έτσι κατασκευασμένη ώστε να καταγράφει το 90% κάθε «πραγματικού» κιλού. Προσέξτε τα ακόλουθα λεπτά σημεία: (α) Κατά τη διάρκεια κάθε πειράματος, γνωρίζω ότι κατά πάσα πιθανότητα υποπίπτω σε συστηματικό σφάλμα. Όμως, δε μπορώ να εκτιμήσω ποσοτικά την τάξη μεγέθους του σφάλματος που διαπράττω, παρά μόνο αν συγκρίνω το μετρητικό όργανο που χρησιμοποιώ με κάποιο άλλο που θεωρείται πρότυπο. Αυτός είναι ο μόνος τρόπος να ποσοτικοποιήσω τα συστηματικά σφάλματα. (β) Σε μία πειραματική διαδικασία κι εφ' όσον το μετρητικό όργανο που χρησιμοποιώ είναι πάντα το ίδιο, το συστηματικό σφάλμα που διαπράττω είναι



συνεχώς το ίδιο και μάλιστα μένει ανεπηρέαστο από το πόσες φορές θα εκτελέσω το πείραμα και από το πόσες μετρήσεις θα καταγράψω.

Σε αντίθεση, τα τυχαία σφάλματα σχετίζονται με την Ακρίβεια μιας μέτρησης και περιγράφονται από την επαναληψιμότητα της συγκεκριμένης μέτρησης: Έστω ότι έχουμε αυτές τις δύο εικόνες που προκύπτουν από τα ίχνη των βολών ενός όπλου σε ένα στόχο. Το όπλο σημαδεύει, με τον ίδιο τρόπο και στις δύο περιπτώσεις, στο κέντρο ενός «πραγματικού» στόχου. Σημειώνουμε ότι το πού θα καταλήξει η κάθε σφαίρα και αντίστοιχα το ίχνος που αυτή θα αποδώσει, μεταβάλλονται τυχαία και δε μπορούν να προβλεφθούν εκ των προτέρων.



#### **4.6.4.3 Πολλαπλές μετρήσεις**

Σε πολλές μετρήσεις είναι αδύνατον να εκτιμήσουμε το σφάλμα μόνο με βάση την ένδειξη του οργάνου. Για παράδειγμα όταν με τη βοήθεια χρονομέτρου μετράμε το χρόνο ανάμεσα σε δύο γεγονότα το σφάλμα μας οφείλεται (αν εξαιρέσουμε διάφορους άλλους παράγοντες) κύρια στην αντίδραση του χειριστή του χρονομέτρου, γιατί είναι σχεδόν αδύνατο να θεωρήσουμε ότι πάντα βάζει σε λειτουργία το χρονόμετρο "ταυτόχρονα" με το πρώτο γεγονός και το σταματάει "ταυτόχρονα" με το δεύτερο.

Σ' αυτή την περίπτωση επαναλαμβάνουμε τη μέτρηση μερικές φορές και έτσι μπορούμε να βρούμε καλύτερα και την τιμή που είναι κοντά στην πραγματική, αλλά και το σφάλμα.

#### **4.6.5 Μέση τιμή**

Έστω λοιπόν ότι μετράμε την ίδια ποσότητα  $N$  φορές και βρίσκουμε τις τιμές  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ . Τότε σύμφωνα με τη θεωρία των πιθανοτήτων θεωρούμε ότι η τιμή που βρίσκεται πιο κοντά στην "πραγματική" είναι η μέση τιμή που υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\delta x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$$

Και σ' αυτή την περίπτωση όμως δεν μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το αποτέλεσμα μας συμπίπτει με την "πραγματική" τιμή. Πρέπει λοιπόν να υπολογίσουμε το σφάλμα, δηλαδή μια περιοχή τιμών του  $x$  μέσα στην οποία βρίσκεται αυτή η πραγματική τιμή. Δηλαδή

$$x = \pm x \delta x$$

Από τη μαθηματική θεωρία σφαλμάτων προκύπτει ότι αν θέλουμε η πραγματική τιμή να βρίσκεται στο διάστημα (4.2) με πιθανότητα 68%, τότε

$$\delta x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$$

Ο υπολογισμός των δύο ποσοτήτων που ορίζουμε αμέσως ακολούθως, θα αποτελέσουν (μαζί με τον υπολογισμό της μέσης τιμής) το ουσιαστικό αποσκοπούμενο σας, κατά την επεξεργασία των μετρήσεων στα πειράματα που θα εκτελέσετε στα Εργαστήρια Φυσικής. Είναι ακριβώς οι τρεις αυτές ποσότητες που αντανακλούν την πεποίθησή μας ότι περιγράφουν αντιπροσωπευτικότερα από οποιοσδήποτε άλλες τα μετρούμενα αποτελέσματα μιας πειραματικής διαδικασίας και των αναπόφευκτα εμπλεκόμενων ανακρίβειών. Η κατανόηση της σημασίας τους –και όχι η στείρα απομνημόνευσή τους– προϋποθέτει τη μελέτη, αποκρυστάλλωση και αφομοίωση των βασικότερων στοιχείων της θεωρίας. Συμφωνούμε λοιπόν στο εξής να ονομάζουμε **«απόλυτο σφάλμα της μέσης τιμής»** την ποσότητα:

$$\delta\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}} \equiv \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

Συμβολίζουμε το απόλυτο σφάλμα της μέσης τιμής με το μικρό ελληνικό γράμμα «δ», για να συμμορφωνόμαστε με τα διεθνώς κείμενα και ισχύοντα. Παρατηρούμε – όπως άλλωστε φαίνεται στη παραπάνω σχέση - ότι το απόλυτο σφάλμα της μέσης τιμής δεν είναι τίποτε άλλο από αυτό που είχαμε ορίσει στην προηγούμενη παράγραφο ως «**τυπική απόκλιση της μέσης τιμής**». Σημειώνουμε ότι το δx έχει τις ίδιες διαστάσεις (δηλαδή μετριέται στις ίδιες μονάδες) με τη μέση τιμή του μετρούμενου μεγέθους και αυτό είναι κάτι το οποίο δεν πρέπει ν'αμελούμε ποτέ να επισημαίνουμε, κατά την αναφορά των αποτελεσμάτων μας. Εντελώς ανάλογα, ορίζουμε ως «**σχετικό σφάλμα της μέσης τιμής**» την ποσότητα

$$\frac{\delta\bar{x}}{\bar{x}}$$

Δηλαδή, για να βρούμε το σχετικό σφάλμα ενός μεγέθους, διαιρούμε απλά το απόλυτο σφάλμα με τη μέση τιμή. Σημειώνουμε τα εξής ευνόητα:

(α) Οι δύο εκφράσεις των σφαλμάτων είναι πολύ συγγενείς και αλληλένδετες μεταξύ τους. Από τη στιγμή που γνωρίζουμε το ένα απ'αυτά, μπορούμε να υπολογίσουμε και το άλλο (αρκεί να ξέρουμε τη μέση τιμή) και σε τελική ανάλυση νομιμοποιούμαστε να ισχυριστούμε ότι το σχετικό σφάλμα δεν είναι τίποτε άλλο παρ'εκτός η αναφορά του απόλυτου σφάλματος υπό τη μορφή ποσοστού. (β) Επειδή ακριβώς το σχετικό σφάλμα εκφράζεται ως ποσοστό, δηλαδή λόγος δύο ομοειδών μεγεθών, γι'αυτό είναι και αδιάστατο (είναι όπως λέμε ένας καθαρός αριθμός ή δεν έχει μονάδες μέτρησης). Θα δούμε στη συνέχεια της παρούσας παραγράφου τί σκοπούς εξυπηρετεί αυτό και σε τί πλεονεκτεί η αναφορά του σχετικού σφάλματος σε σχέση με την αναφορά του απόλυτου σφάλματος. Επίσης, θα δούμε τι επιπτώσεις έχει στον τρόπο αναγραφής των αποτελεσμάτων το γεγονός ότι το σχετικό σφάλμα είναι αδιάστατο. (γ) Συνηθέστατα, το σχετικό σφάλμα αναφέρεται και ως ποσοστό επί τοις εκατό, δηλαδή:

$$\sigma_{\sigma_x} \% = \frac{\delta\bar{x}}{\bar{x}} \cdot 100$$

Αλλά και οι τρεις αυτές επισημάνσεις ήταν τόσο ευνόητες που σίγουρα θα τις είχατε αντιληφθεί και μόνοι σας! Έτσι δεν είναι; Πάντως, εκείνο που κρατούμε ως κανόνα είναι το εξής: **Στο τέλος κάθε πειράματος, μετά τη λήψη μετρήσεων και την επεξεργασία των τιμών, αναφέρουμε πάντα τη μέση τιμή με τα σφάλματα της (και το απόλυτο και το σχετικό).**

#### **4.6.6 Διάδοση σφαλμάτων**

Γενικά, υπάρχουν δύο τρόποι για να βρίσκουμε το πώς «διαδίδονται» τα σφάλματα των άμεσα μετρούμενων μεγεθών, που υπεισέρχονται ως μεταβλητές στην εξίσωση υπολογισμού του τελικά ζητούμενου μεγέθους. Ο πρώτος –και ο απλούστερος– είναι να προσθέτουμε απλά τα επί μέρους **σχετικά σφάλματα**. Δηλαδή, για να βρούμε τον όγκο της δεξαμενής χρησιμοποιήσαμε τον τύπο  $V=HWL$ . Αρα, σύμφωνα με όσα μόλις είπαμε, το σχετικό σφάλμα του όγκου πρέπει να είναι

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{\delta H}{H} + \frac{\delta W}{W} + \frac{\delta L}{L}$$

Το μειονέκτημα αυτού του τρόπου είναι ότι «υπερεκτιμά» τα επί μέρους σφάλματα, δηλαδή τα λαμβάνει όλα υπόψη εξ ίσου, ανεξάρτητα από το αν είναι μεγάλα ή μικρά και μη εξετάζοντας το πόσο συμβάλλουν στο τελικό σφάλμα. Συνήθως, το σφάλμα μιας επί μέρους εμπλεκόμενης μεταβλητής (μεγέθους) είναι ανεξάρτητο από τα σφάλματα των άλλων μεταβλητών και στο τέλος κάποια από αυτά καταλήγουν να είναι αμελητέα σε σχέση με τα υπόλοιπα. Ο δεύτερος τρόπος είναι σωστότερος, πλέον ενδεδειγμένος και –τέλος πάντων– είναι αυτός που πρέπει να χρησιμοποιείτε κατά την εξάσκησή σας στα Εργαστήρια Φυσικής. Το σωστό λοιπόν τρόπο χειρισμού των διαδιδόμενων σφαλμάτων το δανειζόμαστε από ένα μαθηματικό πρόβλημα που αποκαλείται «**πρόβλημα του τυχαίου δρόμου**» (random walk problem). Το πρόβλημα του τυχαίου δρόμου μας παρέχει μία πολύ εκλεπτυσμένη και κομψή μαθηματική έκφραση για να υπολογίζουμε το σφάλμα συναρτήσεων πολλών μεταβλητών σ'ένα πειραματικό εγχείρημα. Για να είμαστε σε θέση να το κατανοήσουμε πλήρως, χρειαζόμαστε κάτι ακόμα! Πρέπει -για μία φορά ακόμη- να προστρέξουμε στο οπλοστάσιο των μαθηματικών μας, για να εφοδιαστούμε με ένα

νέο μαθηματικό εργαλείο: την **μερική παράγωγο**. Σ' αυτό το σημείο ας ανοίξουμε μία μεγάλη παρένθεση για μερικές απλές και σύντομες –το υποσχόμαστε- αμμιγείς γνώσεις μαθηματικών: Εστω λοιπόν μία συνάρτηση τριών (3) μεταβλητών  $f = f(x, y, z)$ , τότε γράφουμε

$$\frac{\partial f}{\partial x}$$

διαβάζουμε «μερική παράγωγος της  $f$  ως προς  $x$ » κι εννοούμε ότι  $\frac{\partial f}{\partial x}$  είναι το αποτέλεσμα της παραγωγίσις της  $f$  ως προς τη μεταβλητή  $x$  (όπως ακριβώς ξέραμε μέχρι τώρα, σαν η  $f$  να εξαρτιόταν μόνο από τη μεταβλητή  $x$ ), συμπεριφερόμενοι στα  $y$  και  $z$  να ήταν σταθερές. Δηλαδή, αν μας δώσουν την  $f = f(x, y, z) = 8x^5 yz^3$  και μας ζητήσουν να υπολογίσουμε τις μερικές της παραγώγους, αυτές θα είναι:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 40x^4 yz^3, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 8x^5 z^3 \quad \text{και} \quad \frac{\partial f}{\partial z} = 8x^5 y3z^2$$

Ο γενικός κανόνας υπολογισμού του σφάλματος  $df$ , στην περίπτωση που η  $f$  είναι συνάρτηση πολλών μεταβλητών,  $f = f(x, y, \dots, z)$  και με την προϋπόθεση ότι τα σφάλματα των  $x, y, \dots, z$  είναι τυχαία κι ανεξάρτητα μεταξύ τους δίνεται από τη σχέση:

$$df = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \delta y\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \delta z\right)^2}$$

Περιφραστικά, η εξίσωση που μόλις γράψαμε «εισηγείται» ότι το σφάλμα μιας συνάρτησης πολλών μεταβλητών ισούται με τη τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων των επί μέρους σφαλμάτων όλων των ανεξάρτητων μεταβλητών, σταθμισμένων με την επίδρασή τους πάνω στην  $f$ . Αρκετά όμως με τη θεωρία, πίσω τώρα στο παράδειγμά μας:

## **Βιβλιογραφία**

1. <http://medphys.med.uoa.gr/downloads/A.1.4.1.Mh%20ionizouses.doc/view>
2. Διάδοση Κυμάτων στα Συστήματα Ασύρματης επικοινωνίας, Henry L. Bertoni.
3. Πανεπιστημιακή φυσική Ηλεκτρομαγνητισμός, [Young, Hugh D.](#)
4. Δορυφορικές Επικοινωνίες, Παναγιώτης Γ. Κώττης -Χρήστος Ν. Καψάλης
5. <http://artemis.cslab.ntua.gr/Dienst/UI/1.0/Display/artemis.ntua.ece/PD2007-0042>
6. *Εισαγωγή στην Ηλεκτροδυναμική*, D. J. Griffiths
7. Πανεπιστημιακές σημειώσεις μαθήματος, Ασύρματες δορυφορικές επικοινωνίες, καθηγητής Σπύρος Λούβρος
8. <http://artemis.cslab.ntua.gr/Dienst/UI/1.0/Display/artemis.ntua.ece/DT2003-0056>
9. <http://artemis.cslab.ntua.gr/Dienst/UI/1.0/Display/artemis.ntua.ece/DT2008-0101>
10. <http://artemis.cslab.ntua.gr/Dienst/UI/1.0/Display/artemis.ntua.ece/DT2009-0214>