

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΜΕΣΟΛΟΓΓΙΟΥ**

**ΤΜΗΜΑ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ**



**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

Μελέτη και σχεδιασμός διαγράμματος ακτινοβολίας κεραιών slot-Antenna

**ΚΟΥΤΣΟΣΠΥΡΟΥ ΜΑΡΙΝΑ**

Επιβλέποντες Καθηγητές

Λούβρος Σπυρίδων

Ασαρίδης Ηλίας

Ναύπακτος 2013



## Περιεχόμενα

Ευχαριστίες .....	5
Περίληψη .....	6
1 Κεραίες.....	7
1.1 Γενικά.....	7
1.2 Ηλεκτρομαγνητικό φάσμα και ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία .....	8
1.3 Κατηγοριοποίηση κεραιών .....	15
1.3.1 Μονοκατευθυντικές κεραιές.....	15
1.3.2 Πολυκατευθυντικές κεραιές.....	16
1.3.3 Ημικατευθυντικές κεραιές .....	16
1.4 Ειδικά χαρακτηριστικά κεραιών .....	17
1.4.1 Κέρδος κεραιάς .....	17
1.4.2 Κατευθυντικό κέρδος κεραιάς .....	17
1.4.3 Κέρδος ισχύος (Effective Radiated Power – ERP).....	17
1.4.4 Ένταση πεδίου (field strength).....	18
1.4.5 Αντίσταση ακτινοβολίας κεραιάς (Antenna Radiation Resistance – ARR).....	18
1.4.6 Εύρος ζώνης συχνοτήτων (Bandwidth) .....	19
1.4.7 Εύρος δέσμης (Beam width).....	19
1.4.8 Πολικότητα κεραιάς.....	19
1.5 Είδη κεραιών.....	19
1.5.1 Δίπολο .....	20
1.5.2 Κατακόρυφες κεραιές Marconi.....	22
1.5.3 Κεραιές βρόγχου.....	23
1.5.4 Απεριοδικές κεραιές.....	23
1.5.5 Χοανοειδείς κεραιές.....	28

1.5.6 Δορυφορικές κεραιές .....	29
1.5.7 Κεραιές οικιακής λήψεως .....	31
1.6 Slot antenna.....	34
1.6.1 Το φαινόμενο της συμβολής .....	37
1.6.2 Το φαινόμενο της περίθλασης .....	39
1.6.3 Η αρχή του Huygens .....	39
2 Διάγραμμα ακτινοβολίας .....	45
2.1 Παράμετροι του διαγράμματος ακτινοβολίας.....	46
2.1.1 Κατευθυντικότητα (Directivity).....	46
2.1.2 Επίπεδα και εύρος γωνιών πλευρικών λοβών και οπίσθιων λοβών .....	48
2.1.3 Εύρος δέσμης μισής ισχύος (Half-Power Beam Width - HPBW).....	49
3 Θεωρία σφαλμάτων .....	51
3.1 Εισαγωγή.....	51
3.2 Είδη μετρήσεων .....	51
3.3 Ακρίβεια και πιστότητα .....	52
3.4 Κατηγορίες σφαλμάτων.....	53
3.4.1. Τυχαία σφάλματα.....	53
3.4.2. Συστηματικά σφάλματα .....	54
3.4.3 Πολλαπλές μετρήσεις.....	55
3.5 Μέση τιμή .....	56
3.6 Διάδοση σφαλμάτων .....	58
3.6.1 Γενικά.....	58
4 Πειραματικό μέρος.....	61
4.1 Εξισώσεις καμπύλων.....	61
4.1.1 Ευθεία γραμμή .....	61

4.2 Προσδιορισμός κέρδους κεραίας (G) .....	62
4.3 Στάσιμα κύματα .....	63
4.4 Περιγραφή πειράματος .....	68
4.5 Λογαριθμικές καμπύλες.....	76
4.6 Προσδιορισμός ενεργού επιφάνειας Ae.....	81
Βιβλιογραφία .....	85

## Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τους επιβλέποντες της πτυχιακής εργασίας μου, κ. Λούβρο Σπύρο και κ. Ασαρίδη Ηλία, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγησή τους κατά τη διάρκεια της δουλειάς μου.

Ευχαριστώ όλους μου τους φίλους και φίλες που γνώρισα μέσω της σχολής και των μαθημάτων για αυτά τα τέσσερα (και κάτι) υπέροχα φοιτητικά χρόνια. Ακόμα, ευχαριστώ όλους τους φίλους-ες (Ναυπάκτιους και μη) οι οποίοι μου στάθηκαν για την εκπόνηση αυτής της εργασίας, καθώς επίσης και για την ηθική υποστήριξή τους.

Τέλος, είμαι ευγνώμων στους γονείς μου, Μπάμπη και Μαίρη Κουτσοσπύρου, όπως επίσης και στα αδέρφια μου, Ντίνα, Θεοδώρα και Ανδρέα, για την ολόψυχη αγάπη και υποστήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια.

Αφιερώνω με απέραντη αγάπη αυτή την εργασία στην μητέρα μου και στον πατέρα μου.

## Περίληψη

Στόχος της παρούσας πτυχιακής εργασίας είναι να αποτυπώσουμε πειραματικά το διάγραμμα λήψης μιας slot κεραίας 10 σχισμών, καθώς επίσης και το κέρδος που αυτή αποφέρει.

Στο πρώτο κεφάλαιο αναφερόμαστε γενικά για τα είδη κεραιών, τα χαρακτηριστικά τους, καθώς επίσης και για την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία. Γίνεται μια σύντομη αναφορά στα βασικά μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος, καθώς επίσης και στις μονάδες μέτρησής τους.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στη θεωρία σφαλμάτων, μιας που για τους απαραίτητους μαθηματικούς υπολογισμούς χρειάζεται να γίνουν προσεγγίσεις και στρογγυλοποιήσεις.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζουμε τη πειραματική διαδικασία διάδοσης της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, τα γνωστά δηλαδή διαγράμματα ακτινοβολίας.

Τέλος, στο τέταρτο κεφάλαιο παρατίθεται το πειραματικό μέρος του πονήματος, καθώς και η εκτενής περιγραφή όλων των απαραίτητων μεγεθών για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων.

# 1 Κεραίες

## 1.1 Γενικά

Χρησιμοποιώντας ένα γενικό ορισμό, θα λέγαμε ότι κεραίες είναι οι διατάξεις εκείνες που ακτινοβολούν ή λαμβάνουν ηλεκτρομαγνητική ενέργεια. Στην περίπτωση που ακτινοβολούν ηλεκτρομαγνητική ενέργεια ονομάζονται κεραίες εκπομπής (πομπός), ενώ στην περίπτωση που δέχονται ηλεκτρομαγνητική ενέργεια ονομάζονται κεραίες λήψεως (δέκτης). Η κεραία-πομπός εκπέμπει ηλεκτρομαγνητικά κύματα, τα οποία συλλέγει η κεραία-δέκτης. Η επικοινωνία μεταξύ τους επιτυγχάνεται μέσω του συντονισμού.

Μια κεραία αποτελείται γενικά από τρία μέρη: Τον κατευθυντήρα, τον ανακλαστήρα και το δίπολο. Ο κατευθυντήρας ενισχύει το σήμα που εκπέμπεται ή λαμβάνεται. Ο ανακλαστήρας ανακλά το ενισχυμένο σήμα και αποτρέπει τις παρεμβολές από την αντίθετη πλευρά της κεραίας. Τέλος, το δίπολο είναι αυτό που συντονίζει την ταλάντωση τόσο για τη λήψη του ηλεκτρομαγνητικού κύματος όσο και για την εκπομπή του. Οι μεταλλικές διατάξεις της κεραίας εστιάζονται στην μετατροπή υψίσυχων ρευμάτων σε ηλεκτρομαγνητικά κύματα και αντίστροφα. Οι κεραίες εκπομπής και λήψεως εμφανίζουν παρόμοια χαρακτηριστικά, γεγονός που δικαιολογεί την τόσο μεγάλη ομοιότητα στην συμπεριφορά τους.

Μία κεραία εκπομπής μετατρέπει το ηλεκτρομαγνητικό κύμα σε ηλεκτρομαγνητική ενέργεια, ενώ η κεραία λήψης κάνει την αντίθετη διεργασία. Στη διάταξη της κεραίας υπάρχει η γραμμή μεταφοράς ή ένας κυματοδηγός όπου κινείται η ηλεκτρομαγνητική ενέργεια. Συνήθως ο κυματοδηγός είναι μια διάταξη από κοίλους μεταλλικούς σωλήνες ορθογώνιας, κυκλικής ή ελλειπτικής διατομής. Κάθε κυματοδηγός έχει ένα μακρύ μέσο σα «τούνελ», μέσα από το οποίο περνούν τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα. Οι διαστάσεις του εξαρτώνται από το μήκος κύματος της

ακτινοβολίας. Επομένως κάθε κυματοδηγός κατασκευάζεται αποκλειστικά για συγκεκριμένο είδος κύματος ακτινοβολίας. Στα άκρα του κυματοδηγού, το κύμα ανακλάται. Οι διαστάσεις, το μέγεθος και το σχήμα της κεραίας εξαρτώνται επίσης από το μήκος κύματος του εκπεμπόμενου σήματος.

Για να έχουμε πλήρη εκμετάλλευση του σήματος (μέγιστη μεταφορά ισχύος), θα πρέπει να ελέγξουμε αν η διάταξη της κεραίας είναι απολύτως προσαρμοσμένη τόσο στη γραμμή μεταφοράς, όσο και στο ίδιο το φορτίο<sup>1</sup>. Για να γίνουν αυτές οι έννοιες πιο κατανοητές, θα χρειαστεί να κάνουμε έναν απλοϊκό παραλληλισμό μεταξύ του τρόπου λειτουργίας των συντονισμένων κυκλωμάτων και του τρόπου λειτουργίας των κεραιών. Μια κεραία θα πρέπει να εμφανίζει τόσο την ικανότητα μεταφοράς, όσο και την ικανότητα εναλλαγής της ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας από ηλεκτροστατική σε ηλεκτρομαγνητική και αντιστρόφως. Αν η κεραία προσαρμοστεί τέλεια στο υπόλοιπο κύκλωμα, μέρος της ενέργειας μεταφέρεται στο περιβάλλον με τον ίδιο τρόπο που η ενέργεια μεταφέρεται από το πρωτεύον πηνίο του μετασχηματιστή στο δευτερεύον (από τον πομπό στον δέκτη).

## 1.2 Ηλεκτρομαγνητικό φάσμα και ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία

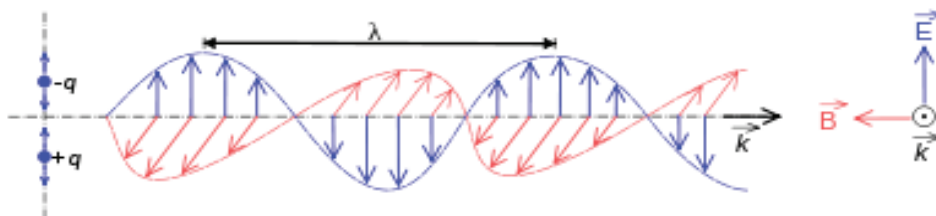


Figure 1 Γραφική παράσταση ηλεκτρομαγνητικού κύματος

<sup>1</sup> Φορτίο (load) λογίζεται γενικά ο περιβάλλοντας χώρος της κεραίας (ατμόσφαιρα κλπ).



Όπως προδίδει και η λέξη, η εν λόγω ακτινοβολία αποτελείται από 2 πεδία: Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό. Τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία διαθέτουν ηλεκτρικές και μαγνητικές συνιστώσες και εκφράζονται συνήθως ως συνάρτηση και των δύο συνιστωσών. Τα δύο αυτά πεδία ταλαντώνονται συγχρονισμένα, το ένα κάθετο στο άλλο και μαζί κάθετα προς τη διεύθυνση διάδοσης. Όπως βλέπουμε στην εικόνα 1, το ηλεκτρικό πεδίο αντιστοιχεί στο γράμμα E και το μαγνητικό στο γράμμα B. Τα δύο κύματα παρουσιάζουν ταυτόχρονα ολικά μέγιστα και ελάχιστα (γενικότερα όρους και κοιλάδες), δημιουργώντας από ολικό μέγιστο σε ολικό μέγιστο, ένα μήκος κύματος  $\lambda$ . Η μονάδα “volts ανά μέτρο” (V/m) χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου και η μονάδα “Amperes ανά μέτρο” (A/m) χρησιμοποιείται για την ένταση του μαγνητικού πεδίου. Η ποσότητα που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της ενέργειας ραδιοκυμάτων που απορροφάται από το σώμα ονομάζεται Ρυθμός Ειδικής Απορρόφησης (Specific Absorption Rate - SAR) και εκφράζεται συνήθως σε Watts ανά χιλιόγραμμο (W/kg) ή milliwatts ανά γραμμάριο (mW/g).

Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα με λίγα λόγια, παράγεται από επιταχυνόμενα ηλεκτρικά φορτία και αναλόγως με τη συχνότητα ταλάντωσής τους προσφέρουν ενέργεια που χωρίζεται σε 7 περιοχές ή φάσματα:

1. τα ραδιοκύματα
2. τα μικροκύματα
3. υπέρυθρη ακτινοβολία
4. ορατό φως
5. υπεριώδης ακτινοβολία
6. ακτίνες X
7. ακτίνες  $\gamma$

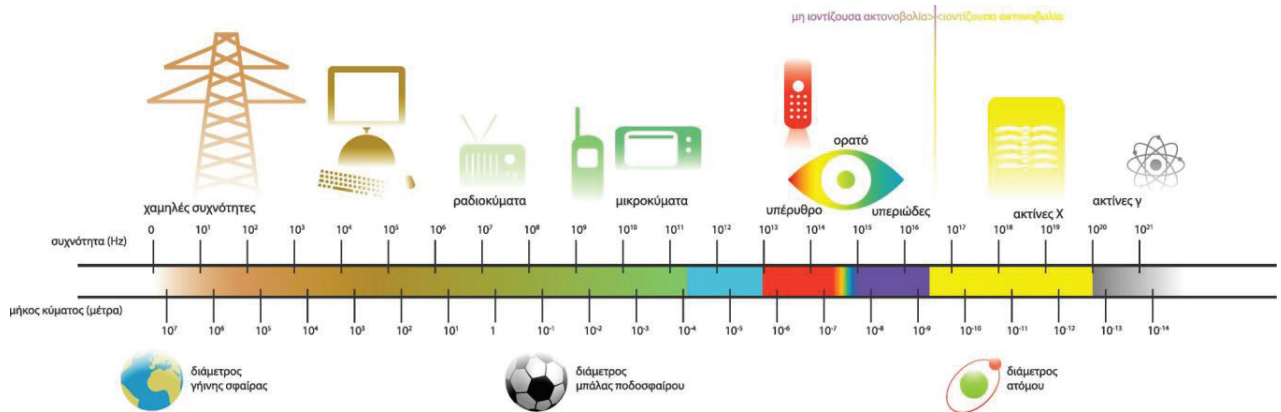


Figure 2 Ηλεκτρομαγνητικό φάσμα

Όλες οι παραπάνω ακτινοβολίες κινούνται με την ταχύτητα του φωτός (δηλαδή με 299,792,458 m/s) Σε όλες λοιπόν τις περιοχές του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, τα κύματα έχουν την ίδια φύση, διαδίδονται με την ίδια ταχύτητα, την ταχύτητα (του φωτός) και διαφέρουν μόνο στη συχνότητα και το μήκος κύματος. Γενικότερα όσο μεγαλύτερη είναι η συχνότητα ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος, τόσο μεγαλύτερη η ενέργεια που μεταφέρει και τόσο μικρότερο θα είναι το μήκος κύματος του. Με λίγα λόγια, τα μεγέθη συχνότητα και μήκος κύματος είναι αντιστρόφως ανάλογα.

Για τη μαθηματική περιγραφή μετάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος στα υλικά, ισχύουν 4 εξισώσεις, γνωστές και ως εξισώσεις Maxwell:

### Εξίσωση 1<sup>η</sup> : Νόμος του Gauss

$$\nabla \vec{D} = \rho_f$$

Όπου

$\rho_f$ : η πυκνότητα του όγκου των ελεύθερων ηλεκτρονικών φορτίων

$\vec{D}$ : η ηλεκτρική μετατόπιση στο τρισδιάστατο πεδίο. Είναι δηλαδή

$$\nabla \vec{D} = \frac{\partial}{\partial x}x + \frac{\partial}{\partial y}y + \frac{\partial}{\partial z}z$$

Όπου  $x, y, z$  οι συντεταγμένες στο τρισδιάστατο επίπεδο. Το μη διανυσματικό ηλεκτρικό πεδίο μετατόπισης τώρα, υπολογίζεται από τον τύπο

$$D = \epsilon_0 E + P$$

Όπου

$\epsilon_0$ : η διαπερατότητα στο κενό

$E$ : η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος

$P$ : η πόλωση ενός γραμμικού ιστροπικού διηλεκτρικού

Η ολοκληρωτική μορφή του παραπάνω είναι στην ουσία ένα επιφανειακό ολοκλήρωμα επί της επιφάνειας  $S$ . Στον όγκο αυτής της επιφάνειας εφαρμόζονται οι εξισώσεις Maxwell. Έχουμε λοιπόν

$$\nabla \vec{D} = \rho_f \Rightarrow$$

$$\oint_S D dA = Q_{f,enc}$$

Με

$D$ : την ηλεκτρική μετατόπιση

$dA$ : το απειροστό διανυσματικό στοιχείο της επιφάνειας  $S$  με φορά κάθετη σε αυτήν

$Q_{f,enc}$ : το συνολικό ελεύθερο ηλεκτρικό φορτίο εντός του όγκου της επιφάνειας  $S$

### Εξίσωση 2<sup>η</sup> : Μαγνητικός νόμος του Gauss

$$\nabla \vec{B} = 0$$

Όπου  $\vec{B}$  το διάνυσμα του μαγνητικού πεδίου. Η εξίσωση είναι ανάλογη με τον νόμο του Gauss, αλλά για το μαγνητικό πεδίο. Είναι στην ουσία η απόδειξη του ότι δεν υπάρχουν μαγνητικά μονόπολα που να λειτουργούν –θεωρητικά πάντα – ως μαγνητικά πεδία. Η ολοκληρωτική του μορφή είναι

$$\oint_S B dA = 0$$

Με

$B$ : το μαγνητικό πεδίο

$dA$ : το απειροστό διανυσματικό στοιχείο της επιφάνειας  $S$  με φορά κάθετη σε αυτήν

### Εξίσωση 3<sup>η</sup> : Νόμος της επαγωγής του Faraday

Η τρίτη κατά σειρά εξίσωση περιγράφει πως η χρονική μεταβολή του μαγνητικού πεδίου προκαλεί τη δημιουργία του ηλεκτρικού πεδίου. Ο μαθηματικός της τύπος στη διαφορική του μορφή είναι

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Όπου

$\nabla \times \vec{E}$  το καρτεσιανό γινόμενο των συντεταγμένων του ανάδελτα με της έντασης του ηλεκτρικού πεδίο στο τρισδιάστατο επίπεδο και  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  ο ρυθμός μεταβολής του μαγνητικού πεδίου στη διάρκεια του χρόνου (η μερική παράγωγος δηλαδή του μαγνητικού πεδίου ως προς το χρόνο). Ο παραπάνω τύπος στην ολοκληρωτική του μορφή ορίζεται ως ένα επικαμπύλιο ολοκλήρωμα πάνω σε δεδομένο άκρο C που ορίζει δεδομένη επιφάνεια S.

$$\oint_C E dl = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$$

Όπου

E: η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου

dl: το απειροστό διανυσματικό στοιχείο του βρόχου C με φορά εφαπτόμενη σε αυτόν

$\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$ : η μερική παράγωγος της ροής του μαγνητικού πεδίου σε δεδομένη επιφάνεια S ως προς το χρόνο

### Εξίσωση 4<sup>η</sup> : Νόμος του Amber

Είναι ο γενικευμένος νόμος του Amber και σχετίζει το μαγνητικό πεδίο με το ρεύμα μετατόπισης. Στην αρχική του μορφή, ο Amber συσχέτιζε το μαγνητικό πεδίο μόνο με την πηγή του, την πυκνότητα δηλαδή του ρεύματος. Αρκετά αργότερα, ο Maxwell απλώς προσέθεσε στην υπάρχουσα εξίσωση το ρεύμα μετατόπισης. Η αρχική σκέψη ήταν δηλαδή

$$\oint_C H dl = \iint_S J dS = I_{enc}$$

Όπου

H: το πεδίο που μαγνητίζεται

dl: το απειροστό διανυσματικό στοιχείο του βρόχου C με φορά εφαπτόμενη σε αυτόν

J: η πυκνότητα του ρεύματος της επιφάνειας S που περικλείεται από το άκρο C

dS: το απειροστό διανυσματικό διαφορικό στοιχείο εμβαδού της επιφάνειας S με κατεύθυνση κάθετη σε αυτή

$I_{enc}$ : το ρεύμα που περνά μέσα από τη δεδομένη καμπύλη C

Η διαφορική μορφή του αρχικού τύπου του Amper είναι η

$$\nabla \times \vec{H} = J$$

Ο Maxwell αντιμετώπισε το ρεύμα μετατόπισης ως ρεύμα πόλωσης εντός ενός διηλεκτρικού στοιχείου. Μέσα από αυτό το μοντέλο, κατάφερε τελικά να αποδείξει και την ηλεκτρομαγνητική φύση του φωτός. Έτσι λοιπόν προσέθεσε στην ολοκληρωτική μορφή της εξίσωσης το εξής:

$$\oint_C H dl = \iint_S J dA + \frac{d}{dt} \iint_S D dA$$

Ή με διαφορική μορφή

$$\nabla \times \vec{H} = \mu_0 J_F + \frac{\partial D}{\partial t}$$

Όπου

$\mu_0$ : η μαγνητική διαπερατότητα του κενού

$J_F$ : η συνολική πυκνότητα ελεύθερου ηλεκτρικού ρεύματος

$\frac{\partial D}{\partial t}$ : η μερική παράγωγος της ηλεκτρικής μετατόπισης προς το χρόνο

## 1.3 Κατηγοριοποίηση κεραιών

### 1.3.1 Μονοκατευθυντικές κεραιές

Στην μονοκατευθυντική κεραία, το κύμα εκπομπής της είναι έντονα ενισχυμένο προς μια μόνο κατεύθυνση. Κεραίες τέτοιου τύπου είναι τα δορυφορικά πιάτα (Εικόνα 3) και οι πλεγματοειδείς κεραιές (Grid) (Εικόνα 4).



Figure 3 Μονοκατευθυντικό δορυφορικό πιάτο



Figure 4 Μονοκατευθυντική πλεγματοειδής κεραία

### 1.3.2 Πολυκατευθυντικές κεραίες

Οι πολυκατευθυντικές κεραίες είναι εκείνες που το κύμα εκπομπής τους εκπέμπεται προς όλες τις κατευθύνσεις.



Figure 5 Πολυκατευθυντική κεραία

### 1.3.3 Ημικατευθυντικές κεραίες

Οι ημικατευθυντικές κεραίες είναι μια ενδιάμεση κατηγορία των προηγούμενων δύο κατηγοριών. Οι κεραίες αυτού του είδους εκπέμπουν υπό γωνία οριζόντιας κάλυψης από 50 έως 180 μοίρες. Σε αυτή την κατηγορία συναντούμε τις κεραίες τομέα (sector antennas) που εμφανίζονται στις παρακάτω εικόνες.



Figure 6 Κεραία τομέα I



Figure 7 Κεραία τομέα II



## 1.4 Ειδικά χαρακτηριστικά κεραιών

### 1.4.1 Κέρδος κεραιάς

Είναι η ικανότητα της κεραιάς να συγκεντρώνει την ακτινοβολία. Με μαθηματικούς ορισμούς, θα λέγαμε ότι είναι το πηλίκο της ισχύος ακτινοβολίας σε συγκεκριμένη κατεύθυνση προς την ισχύ ακτινοβολίας μιας ισοτροπικής κεραιάς<sup>2</sup> στην ίδια κατεύθυνση, τροφοδοτούμενη με την ίδια ισχύ. Εκφράζεται σε dB.

### 1.4.2 Κατευθυντικό κέρδος κεραιάς

Παρομοίως με παραπάνω, το κατευθυντικό κέρδος είναι ο λόγος της πυκνότητας της εκπεμπόμενης ισχύος σε συγκεκριμένη κατεύθυνση προς την πυκνότητα εκπεμπόμενης ισχύος μιας πανκατευθυντικής-ισοτροπικής κεραιάς<sup>3</sup> στην ίδια κατεύθυνση.

### 1.4.3 Κέρδος ισχύος (Effective Radiated Power - ERP)

Είναι λόγος της ισχύος εξόδου μιας κεραιάς σε συγκεκριμένη κατεύθυνση προς την ισχύ εξόδου μιας ισοτροπικής κεραιάς στην ίδια κατεύθυνση. Ο μαθηματικός τύπος είναι ο εξής:

$$A = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{P_2}{P_1} \right)$$

---

<sup>2</sup> Ισοτροπική κεραιά (Isotropic antenna) είναι μια ιδεατή κεραιά, η οποία ακτινοβολεί ηλεκτρομαγνητική ενέργεια με την ίδια πυκνότητα προς όλες τις κατευθύνσεις. Άρα καταλαβαίνουμε πως ο λόγος που θα προκύψει θα είναι καθαρά συγκριτικός.

<sup>3</sup> Πανκατευθυντική κεραιά (Omni-directional antenna) είναι επίσης μια ιδεατή κεραιά που ακτινοβολεί τη μέγιστη ισχύ ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις. Μια πανκατευθυντική κεραιά είναι και μια ισοτροπική κεραιά. Επομένως για λόγους συντομίας, όταν αναφέρεται πανκατευθυντική κεραιά εννοούμε πανκατευθυντική ισοτροπική κεραιά.

Όπου:

- A: Το κέρδος της κεραίας (εκφρασμένο σε dB)
- P1: Η ισχύς εξόδου της μονοκατευθυντικής κεραίας
- P2: Η ισχύς εξόδου της πολυκατευθυντικής κεραίας

#### 1.4.4 Ένταση πεδίου (field strength)

Αρχικά αξίζει να αναφέρουμε ότι η ένταση του πεδίου είναι ένα μέγεθος που παράγεται από την εκπομπή της ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας στον φυσικό χώρο από κάποιο σημείο. Ο μαθηματικός της τύπος ισοδυναμεί με την τάση εξ' επαγωγής που δημιουργείται σε ένα καλώδιο μήκους 1m, το οποίο βρίσκεται στον συγκεκριμένο χώρο. Η τιμή της έντασης εξαρτάται κυρίως από παράγοντες που αφορούν το φυσικό περιβάλλον μέσα στο οποίο βρίσκεται η κεραία. Αξίζει να αναφέρουμε μερικούς από αυτούς:

1. Ατμόσφαιρα
2. Απόσταση του καλωδίου από την κεραία
3. Χρονική στιγμή της ημέρας που γίνεται η εκπομπή
4. Καιρικές συνθήκες (υγρασία κλπ)

#### 1.4.5 Αντίσταση ακτινοβολίας κεραίας (Antenna Radiation Resistance – ARR)

Γενικά θα λέγαμε ότι είναι ένα ιδεατό μέγεθος που λαμβάνεται υπ' όψη στις μετρήσεις για θεωρητικούς αποκλειστικά λόγους. Από μια επιφανειακή θεώρηση, θα λέγαμε ότι είναι η ωμική αντίσταση που προέρχεται από ένα κύκλωμα, αν σε αυτό απελευθερωθεί ενέργεια, ίση με αυτή που απελευθερώνεται στο κύκλωμα που ακτινοβολείται από την κεραία. Ο μαθηματικός τύπος της είναι ο εξής:

$$R = \frac{P_{\mu}}{I^2}$$

Όπου:

- $R$ : η αντίσταση ακτινοβολίας
- $P_m$ : Η μέση ισχύς ακτινοβολίας της κεραίας
- $I$ : Η ένταση του ρεύματος εξ' επαγωγής που αναπτύσσεται στο σημείο τροφοδοσίας (feed point)

#### 1.4.6 Εύρος ζώνης συχνοτήτων (Bandwidth)

Το εύρος ζώνης συχνοτήτων είναι το φάσμα των συχνοτήτων που μπορούν να περάσουν ανεμπόδιστα από το μέσον. Άρα λοιπόν μιλώντας για την κεραία, είναι το φάσμα εκείνο στο οποίο μπορεί αυτή να λειτουργήσει αποδοτικά.

#### 1.4.7 Εύρος δέσμης (Beam width)

Το χαρακτηριστικό αυτό αναφέρεται στο διάγραμμα ακτινοβολίας (θα δούμε σε επόμενο κεφάλαιο) και συγκεκριμένα δείχνει το πόσο συγκεντρώνεται το διάγραμμα ακτινοβολίας γύρω από τον κεντρικό άξονα της κεραίας.

#### 1.4.8 Πολικότητα κεραίας

Το μέγεθος αυτό ορίζει τον προσανατολισμό που θα έχει το εκπεμπόμενο κύμα στο φυσικό χώρο.

### 1.5 Είδη κεραιών

Από την πρώτη επινόηση των ραδιοεπικοινωνιών μέχρι σήμερα, το αντικείμενο των κεραιών έχει μελετηθεί εκτενέστατα, εξελίχθηκε και έχει να μας παρουσιάσει μια ευρεία γκάμα ποικιλιών που καλύπτουν τις ιδιαίτερες ανάγκες των εκάστοτε εφαρμογών. Η κατασκευή και τοποθέτησή τους στο περιβάλλον είναι σχετικά ευκολότερη στις μέρες μας, ενώ η κατηγοριοποίησή τους διευκολύνει ακόμη περισσότερο την επιλογή της κατάλληλης κεραιάς. Έτσι λοιπόν, οι κεραιές εντάσσονται στις ακόλουθες κατηγορίες:

1. Δίπολα
2. Κατακόρυφες κεραιές Marconi
3. Κεραιές βρόγχου
4. Απεριοδικές κεραιές
5. Χοανοειδείς κεραιές

### 1.5.1 Δίπολο

Δίπολο είναι μια συμμετρική κεραιά μήκους  $\frac{\lambda}{2}$  που αποτελείται από δύο μεταλλικά στελέχη μήκους  $\frac{\lambda}{4}$  που βρίσκονται σε ευθεία ( $\lambda$  το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στον ελεύθερο χώρο). Μεταξύ τους, υπάρχει ένα κενό διάστημα στο οποίο γίνεται η σύνδεσή τους με τη γραμμή μεταφοράς. Στα άκρα του δίπολου το ρεύμα είναι 0 και η τάση μέγιστη. Στη είσοδο του δίπολου, τα ρεύματα έχουν αντίθετη φορά. Στα στελέχη τα ρεύματα είναι ίσα και έχουν την ίδια φορά. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στα μέταλλα είναι κοντά στο 5% λιγότερο από ό,τι μεταδίδονται ελεύθερα στο φυσικό χώρο. Τούτο συνεπάγεται ότι και το μήκος κύματος που «ταξιδεύει» στο μέταλλο θα είναι κατά 5% μικρότερο από ό,τι θα μεταδίδονταν ελεύθερο στο χώρο. Άρα, κατασκευαστικά πρέπει το δίπολο να είναι 5% μικρότερο από το μήκος κύματος  $\lambda$ , ούτως ώστε να εξισορροπηθεί η διαφορά αυτή.

Θα έχουμε δηλαδή

$$\lambda - \frac{5}{100} \cdot \lambda \Rightarrow \lambda \cdot \left(1 - \frac{5}{100}\right) \Rightarrow \lambda \cdot \left(\frac{100}{100} - \frac{5}{100}\right) \Rightarrow \lambda \cdot \left(\frac{95}{100}\right) \Rightarrow 0.95\lambda$$

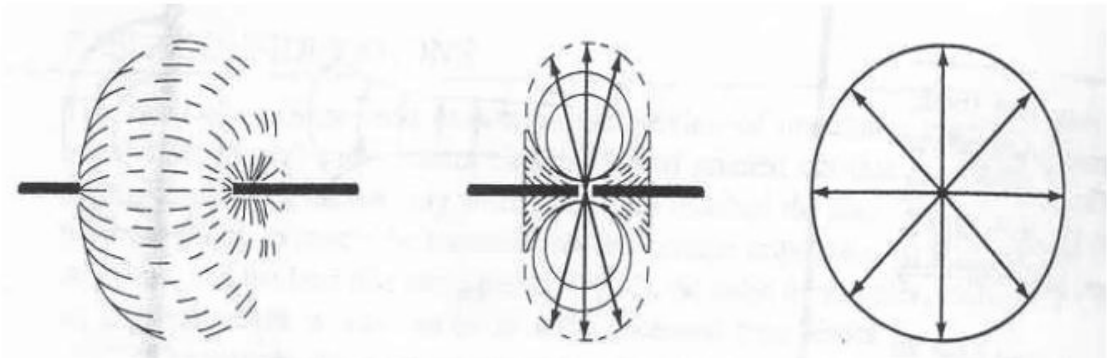


Figure 8 Διάγραμμα ακτινοβολίας δίπολου. Στην αριστερή εικόνα είναι η μορφή του διαγράμματος στο χώρο. Στη μεσαία εικόνα είναι το επίπεδο που περνά από το δίπολο. Στην δεξιά εικόνα είναι το επίπεδο που βρίσκεται κάθετα από το δίπολο.

Το δίπολο δεν ακτινοβολεί το ίδιο προς όλες τις κατευθύνσεις. Όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα, αφού τα ρεύματα στα άκρα του δίπολου είναι 0, θα είναι και η ακτινοβολία 0. Στο επίπεδο που βρίσκεται κάθετα στο μέσον του δίπολου η ακτινοβολία παίρνει τη μέγιστη τιμή της, δηλαδή 2.14 dB.

Αναφορικά με την ισχύ  $E$  του πεδίου στο δίπολο, αυτή υπολογίζεται από την μαθηματική σχέση:

$$E = \frac{60 \cdot \pi \cdot L_e \cdot I \cdot \sin \theta}{\lambda \cdot r}$$

Όπου

- $L_e$ : Το μήκος κύματος της κεραίας
- $I$ : Η ένταση του ρεύματος

- $\theta$ : η γωνία που σχηματίζεται από τον άξονα του καλωδίου και τη διεύθυνση της μέγιστης ακτινοβολίας
- $r$ : Η απόσταση

Το δίπολο χρησιμοποιείται ευρέως σε μεταδόσεις από 2MHz μέχρι και 4GHz.

### 1.5.2 Κατακόρυφες κεραίες Marconi

Η κεραία Marconi ανήκει στο είδος της γειωμένης κεραίας (grounded antenna). Είναι δηλαδή μία κεραία τοποθετημένη στο «έδαφος». «Έδαφος» μπορεί να θεωρηθεί το φυσικό έδαφος, μια μεταλλική επιφάνεια ή κάποιοι μεταλλικοί αγωγοί. Η επιφάνεια των υλικών λειτουργεί σαν κάτοπτρο και αποτελεί μέρος του σήματος που ακτινοβολείται. Οι κατανομές της τάσης και της έντασης του ρεύματος είναι όμοιες με της διπολικής κεραίας  $\frac{\lambda}{2}$



Figure 9 Κεραία γείωσης Marconi

Αυτού του είδους οι κεραίες χρησιμοποιούνται από χαμηλές συχνότητες έως τα 5GHz.

### 1.5.3 Κεραίες βρόγχου

Η κεραία βρόγχου (loop antenna) είναι ένας μεταλλικός αγωγός που έχει τη μορφή ενός κλειστού σχήματος, όπως κύκλος ή τετράγωνο. Η διαμόρφωση του αγωγού είναι τέτοια ώστε να υπάρχει κενό εντός του σχήματος για να ξεχωρίζουν τα άκρα του.



Figure 10 Κεραία βρόγχου κυκλικού σχήματος



Figure 11 Κεραία βρόγχου ρομβικού σχήματος

### 1.5.4 Απεριοδικές κεραίες

Σε αυτή την κατηγορία κεραιών κατατάσσονται κεραίες όπως οι ρομβικές, οι κεραίες V, disccone και οι ελικοειδείς. Λέγονται απεριοδικές γιατί έχουν σχεδιαστεί με τέτοιο τρόπο ώστε να έχουν σταθερή σύνθετη αντίσταση (impedance) σε ένα ευρύ φάσμα συχνοτήτων. Η σύνθετη αντίσταση  $Z$  είναι αθροιστικά η ωμική, επαγωγική και χωρητική αντίσταση. Ο μαθηματικός της τύπος είναι

$$Z = R^2 + (R_L - R_C)^2$$

Όπου:

- R: Η ωμική αντίσταση
- $R_L$ : Η επαγωγική αντίσταση
- $R_C$ : Η χωρητική αντίσταση

Η σταθερή αντίσταση είναι αναγκαία λόγω της συμπίεσης των αντανάκλασεων εντός του συστήματος της κεραίας.

#### 1.5.4.1 Ρομβική απεριοδική κεραία

Όπως προδίδει και το όνομά της, η ρομβική κεραία αποτελείται από 4 αγωγούς μήκους από 2λ μέχρι 4λ, που είναι τοποθετημένοι σε σχήμα ρόμβου. Όλοι οι αγωγοί καταλήγουν σε μια ωμική αντίσταση (R).

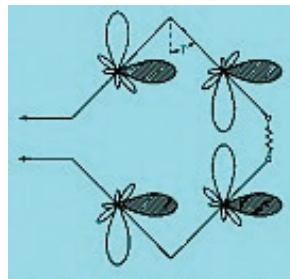


Figure 12 Ρομβική κεραία

Όπως θα αναλύσουμε διεξοδικά σε παρακάτω κεφάλαιο, κάθε ένας από τους αγωγούς έχει δικό του διάγραμμα ακτινοβολίας. Στην παραπάνω εικόνα, παρατηρούμε σε κάθε έναν αγωγό διαφορετικούς λοβούς ακτινοβολίας (τα σχήματα που μοιάζουν με «πεταλούδες»). Αν τροποποιήσουμε κατάλληλα την γωνία που σχηματίζουν μεταξύ τους οι αγωγοί, μπορούμε να καθοδηγήσουμε τον μεγαλύτερο λοβό ακτινοβολίας κάθε αγωγού (αυτοί που είναι



σκιαγραφημένοι με μαύρο χρώμα στην εικόνα) προς την κατεύθυνση του κύριου άξονα του ρόμβου. Με αυτόν τον τρόπο, οι 4 λοβοί συναθροίζονται και επιτυγχάνεται καλή λειτουργία της κεραίας για ευρεία περιοχή συχνοτήτων. Είναι κατάλληλη για επικοινωνίες στα βραχέα κύματα, καλύπτοντας μεγάλες αποστάσεις.

#### *1.5.4.2 Απεριοδική κεραία V*



**Figure 13** *Ανεστραμμένη κεραία V*

Η κεραία αυτή λέγεται αλλιώς και ανεστραμμένη κεραία V (Inverted V-Antenna). Είναι μια κεραία που οι αγωγοί της είναι ανεστραμμένοι, σχηματίζοντας ανεστραμμένο το γράμμα «V» του Λατινικού αλφαβήτου (ή το «Λ» του Ελληνικού). Είναι οριζοντίως πολωμένη και σχεδόν κατευθυντική και χρησιμοποιείται συνήθως σε περιοχές που ο χώρος είναι περιορισμένος. Το γεγονός ότι οι αγωγοί δεν είναι παράλληλοι μεταξύ τους δεν επηρεάζει σημαντικά την απόδοση. Χρησιμοποιείται επίσης σε ερασιτεχνικούς ραδιοφωνικούς σταθμούς και στα πλοία, όπου χρειάζεται καλύτερη απόδοση των HF κυμάτων. Πράγμα που δεν μπορούμε να έχουμε με μια μικρότερη κεραία. Το κέρδος της κεραίας V είναι παρόμοιο με εκείνο του δίπολου, μιλώντας πάντα για το ίδιο ύψος. Συγκεκριμένα για την κεραία V προβλέπεται κέρδος του 1.9 dB, ενώ για το δίπολο 2.15 dB.

### 1.5.4.3 Απειροδική κεραία *discone*



Figure 14 Κεραία *discone*

Όπως παρατηρούμε στην εικόνα 7, η κεραία *discone* είναι μια κατακόρυφη κεραία όπου όλοι οι αγωγοί συγκεντρώνονται σε ένα κώνο, πάνω από τον οποίο βρίσκεται ένας δίσκος. Είναι κατευθυντική, καθέτως πολωμένη και το κέρδος της είναι παρόμοιο με αυτό του δίπολου. Η ευαισθησία της όμως σε παρεμβάλλοντα κύματα είναι μεγάλη, πράγμα που την κάνει λιγότερο αποτελεσματική από τις κεραίες περιορισμένου μήκους κύματος. Χρησιμοποιείται κατά κόρον στο στρατό και σε ερασιτεχνικούς ραδιοφωνικούς σταθμούς.

#### 1.5.4.4 Ελικοειδής απεριοδική κεραία



Figure 15 Κατακόρυφη οπτική ελικοειδούς κεραίας



Figure 16 Εφαρμογή ελικοειδούς κεραίας

Όπως παρατηρούμε στις παραπάνω εικόνες, η ελικοειδής κεραία αποτελείται από έναν αγωγό που περιστρέφεται ελικοειδώς γύρω από έναν άξονα (στερεά έλικα). Όπως παρατηρούμε στην εικόνα 10, κατασκευαστικά κάθε έλικα απέχει από την επόμενη της απόσταση  $s = \frac{\lambda}{4}$ , ενώ η διάμετρος των σπειρών είναι  $D = \frac{\lambda}{3}$ . Το πόσες σπείρες θα έχει η κεραία, εξαρτάται από τις απαιτήσεις της κάθε εφαρμογής. Ο αγωγός τώρα μαζί με τον άξονα τοποθετούνται πάνω σε έναν ανακλαστήρα σε απόσταση ίση με  $\frac{\lambda}{8}$  (δηλαδή όπως φαίνεται στην εικόνα 10, η απόσταση από τον ανακλαστήρα μέχρι την πρώτη έλικα).

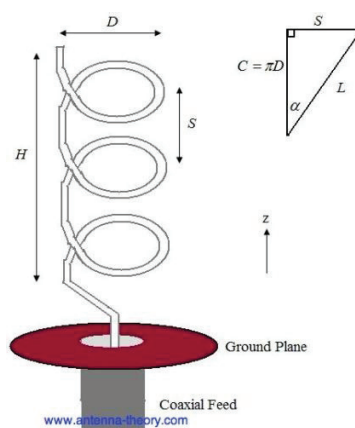


Figure 17 Γεωμετρία της ελικοειδούς κεραίας

Το ακτινοβολούμενο πεδίο της κεραίας περιστρέφεται γύρω από τον άξονα διαδόσεως και επομένως έχουμε κυκλική πόλωση. Μια εξαιρετικά χρήσιμη ιδιότητα, κυρίως αν έχουμε να κάνουμε με λήψεις από κινούμενους δέκτες. Το εύρος ζώνης της κεραίας είναι περί το 20% της ονομαστικής της συχνότητας. Η τροφοδότηση της κεραίας γίνεται με ομοαξονικό καλώδιο και το κέρδος της είναι κοντά στα 15dB. Αν προσθέσουμε από 2 έως 4 ελικοειδείς κεραίες το κέρδος αυξάνεται από 3 έως 6 dB. Για την προστασία της κεραίας, γίνεται κάλυψη από μείγμα γυαλιού και πολυβυνιλοχλωριδίου (PVC) ή με την πιο συχνή του ονομασία, πολυεστέρα. Χρησιμοποιούνται σε συχνότητες από 300 MHz και άνω.

### 1.5.5 Χοανοειδείς κεραίες



Figure 18 Μέρος χοανοειδούς κεραίας

Όπως είδαμε στις ελικοειδείς κεραίες, γίνεται χρήση ομοαξονικών καλωδίων για την μετάδοση του σήματος. Στην πράξη, το ομοαξονικό καλώδιο παρουσιάζει σημαντικές απώλειες σε συχνότητες μεγαλύτερες των 2GHz. Γι' αυτό το λόγο, κρίνεται αναγκαία η χρήση χοανών που συνδέονται στους κυματοδηγούς για την μεταβίβαση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων χωρίς μεγάλες απώλειες. Οι χοάνες είναι μεταλλικές και έχουν το σχήμα πυραμίδας, η τομή της οποίας από τη μια πλευρά είναι ορθογώνια και συνδέεται με τον κυματοδηγό, ενώ από την πλευρά που εξέρχεται το ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι σαφώς μεγαλύτερη σε τετραγωνικό ή ορθογώνιο σχήμα.

### 1.5.6 Δορυφορικές κεραίες

Οι δορυφορικές επικοινωνίες αναπτύχθηκαν ραγδαίως μετά τη δεκαετία του '60, όπου ο δορυφόρος «Early Bird» εκτοξεύθηκε από τις ΗΠΑ και ετέθη σε τροχιά για εμπορικούς σκοπούς. Οι δορυφορικές κεραίες ακολουθούν μια εντελώς διαφορετική λογική από αυτή που είδαμε πιο πάνω. Αυτού του είδους οι κεραίες δεν αποτελούνται από τρεις τομείς, αλλά από δύο: το κάτοπτρο και το LNB.



Figure 19 Παραβολικό κάτοπτρο

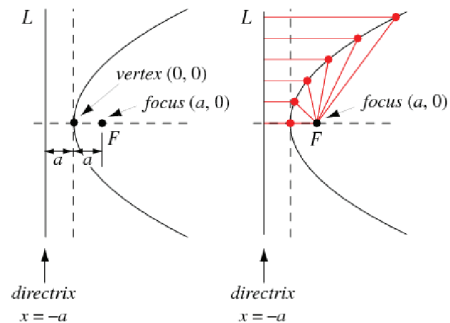


Figure 20 Γεωμετρική ερμηνεία της παραβολής. Στην εικόνα βλέπουμε την εστία (focus), την κορυφή της παραβολής (vertex) και τον άξονα συμμετρίας (directrix)

Όπως παρατηρούμε στην εικόνα 17, το κάτοπτρο είναι ένας παραβολικός ανακλαστήρας στον οποίο συνδέεται ο κυματοδηγός, ο οποίος έχει συχνότητες άνω των 3GHz. Λόγω των ιδιοτήτων της παραβολής, κάθε ηλεκτρομαγνητική ακτίνα που εισέρχεται στην εστία, ανακλάται παράλληλα προς τον άξονα και αντιστρόφως. Οι παραβολικές κεραίες ποικίλουν σε διάμετρο, ενώ το κέρδος τους  $G$  υπολογίζεται από τον τύπο:

$$G = 18 + 20 \log D + 20 \log f$$

Όπου:

- $G$ : Το κέρδος της κεραίας (εκφρασμένο σε dB)

- D: Η διάμετρος του κατόπτρου (εκφρασμένο σε m)
- f: Η συχνότητα (εκφρασμένη σε GHz)

Το LNB (Low Noise Block down-converter) είναι μια συσκευή μετάλλαξης χαμηλού θορύβου. Τοποθετείται στην δορυφορική κεραία και ενισχύει το σήμα που λαμβάνεται, υποβιβάζοντας ταυτόχρονα το σήμα σε χαμηλότερη συχνότητα. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που προέρχονται από έναν δορυφόρο είναι τόσο ασθενή που μετά βίας διαπερνούν τον τοίχο ενός σπιτιού. Επομένως, η μεταφορά του σήματος θα πρέπει να γίνει με κάποιον άλλο τρόπο, ώστε το σήμα να φτάσει στο σπίτι ενισχυμένο. Γι' αυτό το λόγο, τοποθετείται έξω από το σπίτι μια κεραία και μέσω ομοαξονικού καλωδίου, το σήμα μεταφέρεται εντός της οικείας. Επειδή το ομοαξονικό καλώδιο παρουσιάζει αρκετές απώλειες, το LNB είναι εκείνο που θα υποβιβάσει την συχνότητα του σήματος από την περιοχή των 10.7-12.75 GHz στην περιοχή των 950-2,150 MHz, ώστε να μπορεί εύκολα να περάσει μέσα από το καλώδιο και να φτάσει στον δέκτη.



Figure 21 LNB



Figure 22 Εφαρμογή LNB σε δορυφορικό πιάτο

## 1.5.7 Κεραίες οικιακής λήψεως

### 1.5.7.1 Κεραία Yagi

Μια κεραία που χρησιμοποιείται αρκετά συχνά για τη λήψη σημάτων τηλεόρασης σε μικρές αποστάσεις (περίπου 30-40 m) (EA1GAR, 2009). Αποτελείται από έναν οριζόντιο άξονα, πάνω στον οποίο τοποθετούνται μεταλλικά στελέχη. Πειραματικές έρευνες έδειξαν πως αν αυτά τα στελέχη είναι στο ίδιο μήκος και δεν τροφοδοτούνται με ηλεκτρομαγνητικό σήμα, δίνουν κέρδος της τάξης των 5 dB. Όσα περισσότερα στελέχη έχουμε, τόσο μεγαλύτερο θα είναι και το κέρδος. Όσο αυξάνουμε δε το κέρδος, μπορούμε να λαμβάνουμε σήμα από ακόμη μεγαλύτερη απόσταση. Τόσο ο αριθμός των στελεχών όσο και το μέγεθος και η μεταξύ τους απόσταση εξαρτώνται από το αποτέλεσμα που θέλουμε να επιτύχουμε. Γενικά θα πρέπει να γνωρίζουμε πως όσο περισσότερα στελέχη υπάρχουν, τόσο μικρότερο είναι το εύρος ζώνης και η σύνθετη αντίσταση της κεραίας.

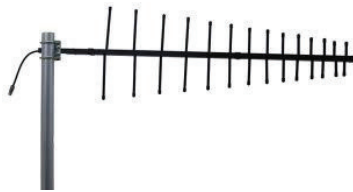


Figure 23 Κεραία Yagi

### 1.5.7.2 Κεραία Panel

Αυτή η κεραία χρησιμοποιείται για ασύρματη επικοινωνία μέσω Internet και για την τηλεοπτική ζώνη UHF. Είναι μονοκατευθυντική κεραία και ως τέτοια, μεταδίδει το ηλεκτρομαγνητικό κύμα προς μία μόνο κατεύθυνση, πράγμα που επιτρέπει καλύτερο σήμα μέχρι και στα 16 km. Αποτελείται από 2 ή 4 δίτολα που τοποθετούνται μπροστά από έναν επίπεδο ανακλαστήρα που έχει τη μορφή μεταλλικού πλέγματος. Είναι παρόμοια με την κεραία τομέα, η οποία χρησιμοποιείται επίσης για ασύρματες ζεύξεις κινητών τηλεφώνων.



Figure 24 Επίπεδη κεραία Panel



Figure 25 Εσωτερικό ασύρματης κεραίας Panel

### 1.5.7.3 Κεραία VHF/FM

Κεραία που χρησιμοποιείται στην ραδιοφωνία και αποτελείται από ένα αναδιπλωμένο δίπολο που εκπέμπει στη ζώνη 88-108 MHz. Σε πολλά από αυτά υπάρχει κυκλική διαμόρφωση, ώστε να μειωθεί η κατευθυντικότητα της προς μια περιορισμένη ζώνη. Να σημειωθεί πως είναι κεραίες μειωμένης απόδοσης, όσο η απόσταση από τον πομπός του σήματος αυξάνεται. Επηρεάζονται πολύ από φυσικά εμπόδια, τις συνθήκες του περιβάλλοντος και της ατμόσφαιρας. Τόσο για τη χρήση της ως εξωτερική κεραία, όσο και για εσωτερική, κρίνεται σκόπιμη η χρήση ενισχυτή του σήματος, ούτως ώστε να μειωθεί ο θόρυβος στο σήμα.



Figure 26 Εξωτερική κεραία VHF/FM



#### 1.5.7.4 Κεραία AM

Είναι η πιο απλή μορφή κεραίας που μπορεί να φτιαχτεί από τον οποιονδήποτε. Αποτελείται από ένα σύρμα χαλκού τυλιγμένο σε μορφή πηνίου με μήκος 5m και διάμετρο 10cm.

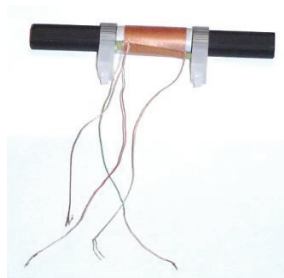
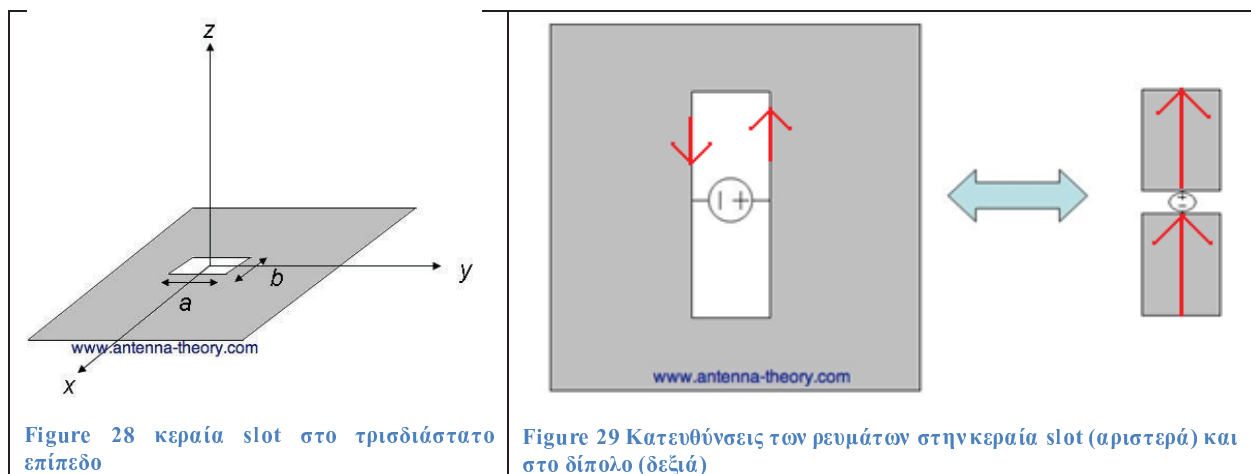


Figure 27 Απλή κεραία AM με το σύρμα χαλκού τυλιγμένο σε μορφή πηνίου

## 1.6 Slot antenna

Η κεραία slot είναι μια κεραία που αποτελείται από μια μεταλλική επιφάνεια (συνήθως ένα πιάτο) με μια σχισμή ή τρύπα στο εσωτερικό της. Επινοήθηκε στα τέλη της δεκαετίας του 1930 από τον Alan Blumlein, στην προσπάθειά του να δημιουργήσει μια πρακτική κεραία για σήματα VHF με οριζόντια πόλωση, πανκατευθυντικό οριζόντιο και στενό κατακόρυφο διάγραμμα ακτινοβολίας (έννοιες που θα κατανοηθούν καλύτερα σε παρακάτω κεφάλαιο). Όταν περάσουν ραδιοκύματα συγκεκριμένης συχνότητας από την κεραία, η σχισμή παράγει ηλεκτρομαγνητικά κύματα με τον ίδιο τρόπο που παράγει ηλεκτρομαγνητικά κύματα ένα δίπολο. Το σχήμα και το μέγεθος της σχισμής, όπως επίσης και η συχνότητα των ραδιοκυμάτων καθορίζουν το διάγραμμα ακτινοβολίας της κεραίας. Τις περισσότερες φορές τα ραδιοκύματα παρέχονται από έναν κυματοδηγό, ενώ η κεραία έχει σχισμές στο μέρος που καλύπτεται από τον κυματοδηγό.

Η κεραία slot έχει πολλά πλεονεκτήματα, όπως το μικρό της μέγεθος, η απλότητα στη χρήση, η σταθερότητα και η ικανότητα μαζικής παραγωγής της με αυτοματοποιημένο τρόπο. Χρησιμοποιείται για συχνότητες UHF και συχνότητες μικροκυμάτων από 300 MHz έως 24 GHz ως κεραία τομέα σε κυψελοειδείς επικοινωνίες (κινητά τηλέφωνα).



Στην εικόνα 28 βλέπουμε το πιάτο της κεραίας slot που έχει ορθογώνιο σχήμα. Εντός του ορθογωνίου υπάρχει ένα ακόμη ορθογώνιο μήκους  $a = \frac{\lambda}{2}$  και πλάτους  $b$ , που είναι η σχισμή της κεραίας. Στην εικόνα 29 τώρα βλέπουμε την κάτοψη του μετάλλου σε δύο διαστάσεις. Στη

σχισμή εντός του ορθογωνίου έχει εφαρμοστεί πηγή ηλεκτρικής τάσης (τα λευκά περιθώρια θεωρείται ότι είναι κενό διάστημα). Η πηγή αυτή δημιουργεί ένα κλειστό κύκλωμα με δύο ρεύματα να το διαπερνούν: ένα στα δεξιά της πηγής και ένα στα αριστερά της με ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση (τα κόκκινα βέλη στο αριστερό σχήμα στην εικόνα 29). Τα ρεύματα αυτά δημιουργούν τις δύο γραμμές μετάδοσης: Την αριστερή γραμμή και τη δεξιά (ή άνω και κάτω, αναλόγως το πώς βλέπουμε το σχήμα). Σε αντίθεση με το δίπολο που τα ρεύματα οδεύουν προς την ίδια κατεύθυνση (τα κόκκινα βέλη στο δεξί σχήμα στην εικόνα 29), εκτελώντας τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff,

$$I_{ολ} = I_a - I_δ \Rightarrow$$

$$I_{ολ} = I - I \Rightarrow$$

$$I_{ολ} = 0 \quad (1)$$

παρατηρούμε ότι τα ρεύματα αλληλοαναιρούνται. Η τάση του ρεύματος αντίθετα, έχει πάντοτε την ίδια κατεύθυνση από πάνω ως κάτω σε όλη τη σχισμή, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα (τα κόκκινα βέλη):

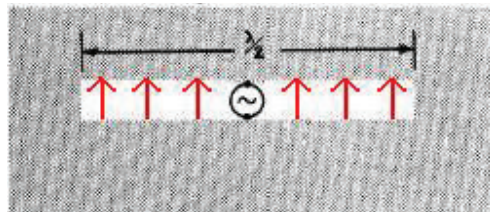


Figure 30 Η τάση του ρεύματος στην κεραία slot έχει πάντοτε κατεύθυνση από κάτω προς τα πάνω

Αυτός είναι και ο λόγος που μπορούμε να κάνουμε την κεραία να ακτινοβολεί. Τροφοδοτώντας τώρα την κεραία με ρεύμα τάσης –έστω  $V$ - με την πηγή να βρίσκεται ακριβώς στο κέντρο της σχισμής, σε απόσταση  $a = \frac{\lambda}{4}$ , τότε η αντίσταση  $R$  που θα λαμβάναμε θα ήταν

$$R = \frac{V}{I} \xrightarrow{\text{σχέση 1}}$$

$$R = \frac{V}{0} \Rightarrow$$

$$R = \infty$$

Αν τώρα την τοποθετούσαμε στο μέσον της άλλης πλευράς σε απόσταση  $\frac{b}{2}$ , τότε η τάση του ρεύματος θα ήταν μηδενική (αφού η πλευρά  $b$  είναι τόσο μικρή ώστε να θεωρείται μηδενική η τάση). Άρα σε πρακτικό επίπεδο η πηγή πρέπει να εφαρμόζεται σε ένα σημείο κοντά στο κέντρο, αλλά όχι σε αυτό.

Η αρχή του Babinet τώρα συσχετίζει την κεραία σχισμής με την κεραία δίπολο ως δυαδικές κεραίες (dual antennas). Δηλαδή τις κατατάσσει στην ίδια κατηγορία. Και στις δύο κεραίες εφαρμόζεται τάση, η οποία δημιουργεί ηλεκτρομαγνητικό κύμα γύρω από την πηγή ηλεκτρικού ρεύματος. Η σύνθετη αντίσταση δίπολου και κεραίας slot είναι σχετική της σύνθετης αντίστασης της δυαδικής κεραίας και δίνεται από τον τύπο:

$$Z_c Z_s = \frac{\eta^2}{4}$$

Όπου

$Z_c$ : Η σύνθετη αντίσταση της δυαδικής κεραίας

$Z_s$ : Η σύνθετη αντίσταση της κεραίας slot

$\eta$ : η εγγενής αντίσταση (intrinsic impedance) του ελεύθερου χώρου εντός της σχισμής

Το δεύτερο πόρισμα του Babinet αποδεικνύει πως τόσο το ηλεκτρικό όσο και το μαγνητικό πεδίο του της δυαδικής κεραίας είναι ίδιο με της κεραίας slot. Έχουμε δηλαδή

$$H_s = M_d$$

και

$$M_s = \frac{-H_d}{\eta^2}$$

Όπου

- $H_s$ : Το ηλεκτρικό πεδίο της κεραίας slot
- $M_s$ : Το μαγνητικό πεδίο της κεραίας slot

- $H_d$ : Το ηλεκτρικό πεδίο της δυαδικής κεραίας
- $M_d$ : Το μαγνητικό πεδίο της δυαδικής κεραίας

Οι συλλογισμοί αυτοί είναι σημαντικοί για υπολογιστικούς λόγους. Αν γνωρίζουμε τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία  $H$  και  $M$  της μίας κεραίας, τότε γνωρίζουμε και τα πεδία της άλλης. Η πόλωση των δυαδικών κεραιών είναι ανάστροφη. Αν δηλαδή το δίπολο είναι κατακόρυφα πολωμένο, τότε η κεραία slot θα είναι οριζοντίως πολωμένη.

Για να συνεχίσουμε παρακάτω στο πιο πειραματικό κομμάτι της εργασίας, κρίνεται αναγκαίο να εξηγήσουμε δυο σημαντικές ιδιότητες των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Τη συμβολή και την περίθλαση.

### 1.6.1 Το φαινόμενο της συμβολής

Σύμφωνα με τον ορισμό της Φυσικής, συμβολή είναι το φαινόμενο ταυτόχρονης διάδοσης δύο κυμάτων στη ίδια περιοχή του μέσου. Για να προκληθεί το φαινόμενο, πρέπει η πηγή ή οι πηγές που παράγουν τα κύματα να είναι σύμφωνες. Δηλαδή, να έχουν την ίδια συχνότητα και τα κύματα που εκπέμπουν να είναι επίσης της ίδιας συχνότητας. Αν τώρα στον ίδιο χώρο συναντηθούν δυο κύματα με την ίδια φάση, τότε το αποτέλεσμα θα είναι ένα ισχυρότερο κύμα με πλάτος όσο το άθροισμα των δύο κυμάτων. Αυτή είναι η ενισχυτική συμβολή. Αν τα κύματα συναντηθούν με διαφορά φάσης  $180^\circ$  τότε το ένα κύμα αναιρεί το άλλο και έχουμε καταστρεπτική συμβολή.

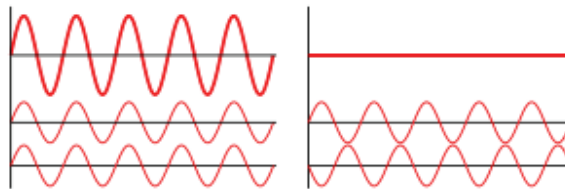


Figure 31 ενισχυτική συμβολή (αριστερό διάγραμμα) και καταστρεπτική συμβολή (δεξί διάγραμμα)

Λέμε λοιπόν ότι αν η διαφορά φάσης των δύο κυμάτων είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του  $2\pi$ , τότε έχουμε ενισχυτική συμβολή, ενώ αν είναι περιττό πολλαπλάσιο του  $\pi$  έχουμε καταστρεπτική συμβολή. Ισχύει δε, ο τύπος

$$\Delta\varphi = \begin{cases} 2k\pi, & \text{ενισχυτική συμβολή} \\ (2k + 1)\pi, & \text{καταστρεπτική συμβολή} \end{cases}$$

Το φαινόμενο της συμβολής παρατηρήθηκε με πειραματικό τρόπο από τον Thomas Young στις αρχές του 1800. Σύμφωνα με το πείραμα, όταν ένα κύμα προσπίπτει σε ένα διάφραγμα το οποίο έχει δυο λεπτές παράλληλες σχισμές, στο πέτασμα δημιουργούνται ζώνες φωτεινές και σκοτεινές που εναλλάσσονται (το πείραμα έγινε με το φως, μέσα από το οποίο απεδείχθη και η κυματική του φύση). Το φαινόμενο της συμβολής απεδείχθη ότι εφαρμόζεται γενικά σε αντικείμενα που αποτελούνται από πολύ λεπτά υλικά (για παράδειγμα μεμβράνες). Όπως βλέπουμε στην παρακάτω εικόνα, όταν το κύμα διαπερνά το λεπτό υλικό, μέρος του κύματος ανακλάται στην επιφάνειά του αλλάζοντας φάση  $180^\circ$  ενώ το υπόλοιπο μέρος περνά την επιφάνεια του υλικού και ανακλάται στη δεύτερη διαχωριστική γραμμή. Το αποτέλεσμα είναι το κύμα τελικά να εξέρχεται από το υλικό με διεύθυνση παράλληλη με τη δέσμη που είχε πάθει ανάκλαση την πρώτη φορά.

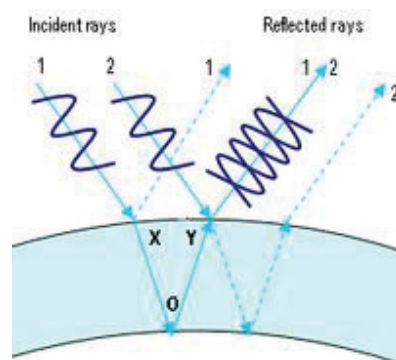


Figure 32 ακτίνες που παθαίνουν ανάκλαση και απορρόφηση από το υλικό

Οι δυο δέσμες όταν συναντηθούν, μπορεί να πάθουν καταστρεπτική ή ενισχυτική συμβολή. Αυτό εξαρτάται κυρίως από τα χαρακτηριστικά του υλικού, το μήκος του κύματος και τη γωνία πρόσπτωσης του στο υλικό.

### 1.6.2 Το φαινόμενο της περίθλασης

Η περίθλαση είναι ένα φαινόμενο που οφείλεται στη διάχυση των κυμάτων προς όλες τις κατευθύνσεις. Αυτό συμβαίνει όταν το κύμα συναντήσει ένα εμπόδιο ή μια πολύ λεπτή σχισμή (συνήθως τόσο λεπτή όσο και το μήκος του κύματος). Τότε, αν εφαρμόσουμε ένα πέτασμα στο πίσω μέρος της σχισμής, θα δούμε να αποτυπώνονται σκοτεινές και φωτεινές περιοχές γύρω από την περιοχή της σχισμής (το μέρος δηλαδή που «έπεσε» το κύμα). Δηλαδή το κύμα έχει την ικανότητα να αλλάζει κατεύθυνση όταν συναντήσει ένα εμπόδιο. Παρόμοια συμπεριφορά των κυμάτων την είδαμε και πιο πάνω, στο φαινόμενο της συμβολής. Ουσιαστικά, η περίθλαση είναι το αποτέλεσμα της και εξηγείται με ένα αξίωμα, που θα αναλύσουμε στη συνέχεια.

Ως φαινόμενο είναι το πιο δύσκολο αντιληπτό στον πραγματικό κόσμο. Έχουμε συνηθίσει να βλέπουμε κύματα όπως το φως – που είναι και αυτό ηλεκτρομαγνητικό κύμα - όταν προσπίπτει σε μεγαλύτερα αντικείμενα να δημιουργεί τη σκιά του αντικειμένου. Άρα αντιλαμβανόμαστε την εναλλαγή φωτός και σκότους κάπως «απότομη». Σε άλλα πάλι κύματα όπως ο ήχος – κύμα πυκνότητας - όταν διαχέεται στο χώρο, μπορούμε να ακούσουμε ακόμη και αν βρισκόμαστε πίσω από ένα «εμπόδιο» (τοιχος κλπ). Όλα αυτά οφείλονται στο φαινόμενο της περίθλασης.

Αναφορικά με την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που εξετάζουμε, η μεταλλική πλάκα της κεραίας slot λειτουργεί σαν ένας καθρέφτης που ανακλά κάποιο μέρος από το ηλεκτρομαγνητικό κύμα που προσπίπτει σε αυτή. Σύμφωνα με το φαινόμενο της περίθλασης το μέρος του κύματος που δεν έπαθε ανάκλαση από την μεταλλική επιφάνεια, θα εντοπιστεί πίσω από αυτή. Επειδή τώρα η μεταλλική πλάκα είναι τόσο λεπτή που θεωρείται μια λεπτή μεμβράνη, η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου θα μειώνεται βαθμωτά όσο προχωρούμε στο πίσω μέρος της πλάκας.

### 1.6.3 Η αρχή του Huygens

Ο Huygens μελετώντας τη φύση του φωτός ως ηλεκτρομαγνητικό κύμα, εξήγησε γιατί το φως δεν διαδίδεται ευθύγραμμα (γραμμικά), αλλά παρουσιάζει απόκλιση όταν συναντήσει εμπόδια. Κάθε μέρος της σχισμής παίζει το ρόλο της πηγής εκπομπής φωτεινών ακτίνων. Δηλαδή οι

φωτεινές δέσμες προσπίπτουν σε κάθε μέρος της επιφάνειας της σχισμής και είτε ανακλώνται, είτε απορροφώνται. Από τις ανακλώμενες δεσμίδες, κάποιες παθαίνουν ενισχυτική και άλλες καταστρεπτική συμβολή.

Με μαθηματικούς όρους θα εξηγήσαμε πως για δεδομένη σχισμή πλάτους  $b$  (βλέπε εικόνα 28) δύο δέσμες ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που απέχουν απόσταση ίση με  $\frac{b}{2}$  εξερχόμενες από τη σχισμή με διεύθυνση  $\theta$ , η διαφορά των κατευθύνσεών τους θα είναι ίση με:

$$\Delta S = \frac{b}{2} \cdot \sin \theta \quad (2)$$

Όταν τώρα η διαφορά διαδρομής τους είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος, τα κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά και ισχύει

$$\Delta S = n \cdot \lambda \xrightarrow{\text{σχέση (2)}} \frac{b}{2} \cdot \sin \theta = n \cdot \lambda$$

Αναφορικά με την ένταση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου του κύματος, σε κάποια σημεία της σχισμής εμφανίζει ελάχιστα και σε κάποια άλλα μέγιστα. Για να τα βρούμε, αρκεί να εντοπίσουμε σε ποιά σημεία της σχισμής παρουσιάζονται ακρότατα. Από τον τύπο της γεωμετρικής Οπτικής, η ένταση του πεδίου που δημιουργείται πίσω από την επιφάνεια της σχισμής δίνεται από τον τύπο:

$$I(\theta) = I_0 \cdot \left[ \frac{\sin \left( \pi \frac{b}{\lambda} \sin \theta \right)}{\pi \frac{b}{\lambda} \sin \theta} \right]^2 \quad (3)$$

Όπου:

- $I$ : η ένταση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας
- $I_0$ : η ένταση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας πίσω από τη σχισμή (δηλαδή όταν  $\theta=0$ )
- $b$ : το πλάτος της σχισμής



- $\lambda$ : το μήκος κύματος της ακτινοβολίας
- $\Theta$ : η γωνία κατά την οποία προσπίπτει η ηλεκτρομαγνητική δέσμη πίσω από τη σχισμή. Προκύπτει από την σχισμή και την νοητή κάθετη προς αυτή.

Παρατηρούμε ότι η ένταση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας είναι συνάρτηση της γωνίας  $\Theta$ . Επομένως για να εντοπίσουμε τα ελάχιστα και μέγιστα της έντασης, αρκεί να εντοπίσουμε σε ποια σημεία η παράγωγος της έντασης μηδενίζεται.

Αν θέσουμε τώρα στη σχέση 3 όπου

$$\pi \frac{b}{\lambda} \sin(\Theta) = x \quad (4)$$

Παίρνουμε

$$I(\Theta) = I_0 \cdot \left[ \frac{\sin(x)}{x} \right]^2$$

Αντιλαμβανόμαστε τώρα πιο εύκολα ότι η ένταση γίνεται μηδέν εκεί που έχουμε  $\sin(x) = 0$ . Επειδή ισχύει  $\sin(0) = 0$ , αν θέσουμε όπου  $x = 0$ , προκύπτει απροσδιοριστία ( $I(\Theta) = \infty$ ). Σε εκείνο το σημείο θεωρητικά έχουμε το μέγιστο της ακτινοβολίας, ενώ ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\sin(x)}{x} \right]^2$$

Το οποίο λόγω του κριτηρίου της παρεμβολής γίνεται

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\sin(x)}{x} \right]^2 \Rightarrow \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\sin(x)}{x} \right] \left[ \frac{\sin(x)}{x} \right] \Rightarrow \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\sin(x)}{x} \right] \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\sin(x)}{x} \right] \Rightarrow \end{aligned}$$

$$1 \cdot 1 \Rightarrow 1$$

Άρα ελάχιστη ένταση θα έχουμε όταν ισχύει η σχέση

$$\sin(x) = 0 \Rightarrow$$

$$\sin(x) = \sin 0 \Rightarrow$$

$$x = \begin{cases} 2k\pi + \vartheta \\ 2k\pi + (\pi - \vartheta) \end{cases}, k \in \mathbb{Z}^*$$

Και με ενοποίηση λύσεων προκύπτει τελικά

$$x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}^*.$$

Αντικαθιστώντας τώρα από τη σχέση 4 προκύπτει

$$\pi \frac{b}{\lambda} \sin(\theta) = k\pi \Rightarrow$$

$$\frac{b}{\lambda} \sin(\theta) = k \Rightarrow$$

$$b \sin(\theta) = k\lambda \Rightarrow$$

$$\sin(\theta) = k \frac{\lambda}{b}, \quad k \in \mathbb{Z}^*.$$

Για να βρούμε τώρα τις γωνίες περίθλασης όπου η ένταση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας θα είναι ελάχιστη, σύμφωνα με τις ιδιότητες των τριγωνομετρικών τόξων λέμε

$$\theta = \arcsin\left(k \frac{\lambda}{b}\right)$$

Και προφανώς ισχύει όταν

$$k \frac{\lambda}{b} \leq 1 \quad (5)$$

Από το παραπάνω προκύπτει ότι και το  $k$  τελικά, δεν μπορεί να πάρει όλες τις τιμές του συνόλου των ακεραίων αριθμών. Παραπάνω είδαμε πως δεν μπορεί να πάρει σίγουρα την τιμή 0. Επίσης δεν μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές, καθώς δεν υπάρχουν αρνητικές ποσότητες δέσμης ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Άρα προς το παρόν περιοριζόμαστε στο σύνολο  $\mathbb{Z}_+^* = \{1,2,3 \dots\}$ . Αν θέσουμε για  $k = 1$  δέσμη κύματος παίρνουμε

$$\frac{\lambda}{b} \leq 1$$

Άρα λοιπόν, για να έχουμε ελάχιστη ένταση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος, θα πρέπει το μήκος κύματος της δέσμης που παράγει κάθε πηγή να είναι μικρότερο ή ίσο από το πλάτος της σχισμής. Τελικά το  $k$  θα πάρει τιμές για τις οποίες θα ισχύει η σχέση

$$1 \leq k \leq \frac{b}{\lambda}$$

Καταλαβαίνουμε ότι εάν στη σχέση 5 το πλάτος της σχισμής γίνει μικρότερο από το μήκος κύματος, η ποσότητα στο αριστερό μέλος της εξίσωσης θα γίνει μεγαλύτερο από τη μονάδα. Πράγμα που σημαίνει ότι δεν υπάρχουν ελάχιστα στην ένταση. Αν τώρα το πλάτος της σχισμής γίνει όσο το μήκος κύματος της ακτινοβολίας, ( $b=\lambda$ ), η ένταση μεταβάλλεται από 0 μέχρι τη μέγιστη τιμή. Το ολικό ελάχιστο υπάρχει όταν  $\Theta=90^\circ$  (η δέσμη διέρχεται κάθετα στη σχισμή).



## 2 Διάγραμμα ακτινοβολίας

Παραπάνω είδαμε ότι μια κεραία δεν ακτινοβολεί με την ίδια ένταση σε όλα τα σημεία της. Το διάγραμμα ακτινοβολίας είναι μια γραφική αναπαράσταση της συμπεριφοράς της κεραίας που μας δείχνει σε ποια σημεία η κεραία ακτινοβολεί περισσότερη ηλεκτρομαγνητική ενέργεια στο χώρο και σε ποια λιγότερη. Δηλαδή, σε ποιιά σημεία η ισχύς είναι ελάχιστη και σε ποια μέγιστη. Στην περίπτωση κεραίας λήψης, το διάγραμμα ακτινοβολίας εκφράζει την ευαισθησία της κεραίας συναρτήσει της διεύθυνσής της. Η βαθμονόμηση γίνεται σε μοίρες, επομένως το διάγραμμα θα έχει κυκλικό σχήμα με τιμές από 0 έως 360°. Η αρίθμηση γίνεται ξεκινώντας από τα δεξιά κινούμενοι με τους δείκτες του ρολογιού και κεραία θεωρείται ότι βρίσκεται στο κέντρο του διαγράμματος.

Το διάγραμμα ακτινοβολίας μας βοηθάει να βρούμε τις γωνίες εκείνες που η κεραία θα έχει τη μεγαλύτερη απόδοση. Με άλλα λόγια, σε ποιές γωνίες έχουμε μεγαλύτερο ποσοστό συγκέντρωσης σήματος. Έτσι μπορούμε να ελέγξουμε την εμβέλεια του σήματος, την εμβέλεια της κεραίας, να εξουδετερώσουμε παρεμβολές από γειτονικές κεραίες κλπ. Αναφορικά με τις κεραίες λήψης, επειδή είναι εξαρτημένες από τα εμπόδια που βρίσκονται γύρω και πίσω από αυτή, το διάγραμμα ακτινοβολίας μπορεί να μας δείξει το πόσο επηρεαζόμαστε από τα γειτονικά σήματα και το πόσο επηρεάζουμε τους άλλους με το σήμα μας. Τέλος, μπορούμε ακόμη να συγκρίνουμε κεραίες μεταξύ τους, κοιτάζοντας τα διαγράμματα ακτινοβολίας τους.

Κάθε κεραία αναλόγως του τύπου της, αποτυπώνει συγκεκριμένα μοτίβα πάνω στο διάγραμμα ακτινοβολίας. Τα μοτίβα αυτά είναι ο κύριος λοβός (main lobe), ο οπίσθιος (opposite site lobe) και ο πλευρικός (site lobe). Όπως παρατηρούμε και στην εικόνα 33, ο κύριος λοβός είναι ο μεγαλύτερος λοβός όλων, με την κλειστή καμπύλη του να παίρνει τις μέγιστες τιμές. Ο άξονας του κύριου λοβού τοποθετείται στις 0°. Ο λοβός που διαφέρει κατά 180° από τον κύριο λοβό, ονομάζεται οπίσθιος λοβός (μιας που βρίσκεται ακριβώς πίσω από τον κύριο λοβό) και είναι ο δεύτερος μεγαλύτερος σε μέγεθος. Ο πλευρικός λοβός συνήθως απεικονίζει την ακτινοβολία του

σήματος σε μη επιθυμητές κατευθύνσεις. Στην εικόνα παρατηρούμε ότι υπάρχουν περισσότεροι από ένας πλευρικοί λοβοί.

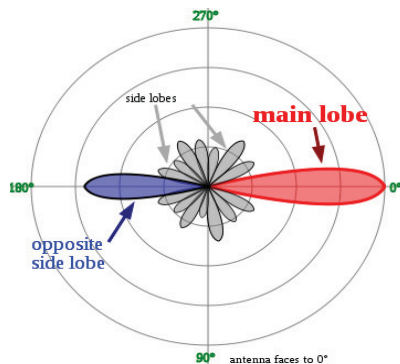


Figure 33 Οριζόντιο διάγραμμα ακτινοβολίας. Αυτό είναι το διάγραμμα που χρησιμοποιούμε περισσότερο. Λέγεται έτσι γιατί παίρνουμε το διάγραμμα από οριζόντια τομή του ηλεκτρομαγνητικού κύματος

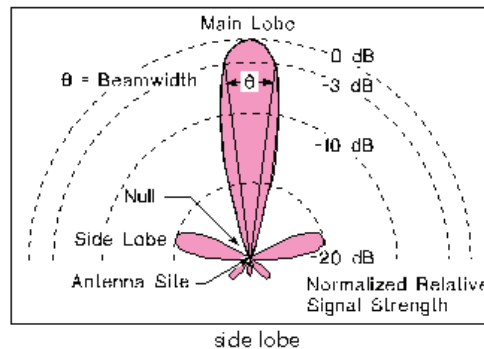


Figure 34 Κάθετο διάγραμμα ακτινοβολίας. Αυτό είναι το διάγραμμα που χρησιμοποιούμε περισσότερο. Λέγεται έτσι γιατί παίρνουμε το διάγραμμα από κάθετη τομή του ηλεκτρομαγνητικού κύματος

## 2.1 Παράμετροι του διαγράμματος ακτινοβολίας

Ένα διάγραμμα ακτινοβολίας χαρακτηρίζεται από τις παρακάτω παραμέτρους:

1. Κατευθυντικότητα
2. Επίπεδα και εύρος γωνιών πλευρικών λοβών και οπίσθιων λοβών
3. Εύρος δέσμης μισής ισχύος
4. Εύρος δέσμης πρώτων σημείων μηδενισμού
5. Λόγος κύριου προς οπίσθιο λοβό (F/B ratio)
6. Διαφορά σε dB του κύριου λοβού με τον αμέσως μικρότερο λοβό του διαγράμματος ακτινοβολίας.
7. Διαφορά σε dB του κύριου λοβού με όλους τους υπόλοιπους του διαγράμματος ακτινοβολίας.

### 2.1.1 Κατευθυντικότητα (Directivity)

Σε προηγούμενη παράγραφο, είχαμε κατατάξει τις κεραιές σε μονοκατευθυντικές, πολυκατευθυντικές και ημικατευθυντικές. Δεν ξεκαθαρίσαμε όμως τον ορισμό της κατευθυντικότητας. Η κατευθυντικότητα λοιπόν, είναι το πόσο ισχυρά συγκεντρώνεται η ακτινοβολία της κεραιάς προς κάποια κατεύθυνση, σε σχέση με την ισοτροπική κεραιά. Είναι με λίγα λόγια το κατευθυντικό κέρδος της κεραιάς. Με μαθηματικούς ορισμούς, είναι η σύγκριση της έντασης της ακτινοβολίας που δημιουργεί η κεραιά σε συγκεκριμένη κατεύθυνση με τη μέση τιμή έντασης όλων των κατευθύνσεων. Η ένταση της ακτινοβολίας σε κάποιο σημείο του τρισδιάστατου χώρου ορίζεται από τρεις συντεταγμένες. Όπως βλέπουμε στην παρακάτω εικόνα, για δεδομένο σημείο A ορίζονται τρεις συντεταγμένες,  $r$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$ . Οι γωνίες που σχηματίζονται μεταξύ των αξόνων και των νοητών ευθειών  $z\hat{O}A$  και  $\hat{x}OB$  ονομάζονται γωνίες σφαιρικών συντεταγμένων. Αυτές οι γωνίες είναι που δίνουν χρήσιμα στοιχεία για τις κεραιές, όπως ακτινική απόσταση, πολική γωνία, αζιμούθιο κλπ.

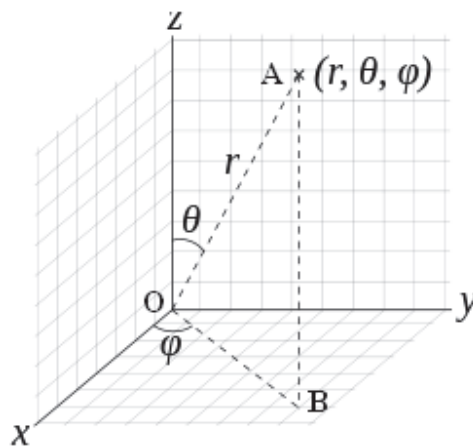


Figure 335 Έκφραση σημείου στο τρισδιάστατο επίπεδο

Για την κατευθυντικότητα - έστω  $D$  - ο τύπος που χρησιμοποιείται είναι ο εξής:

$$D(\theta, \varphi) = \frac{U(\theta, \varphi)}{\frac{P_{o\lambda}}{4\pi}} \Rightarrow$$

$$D(\theta, \varphi) = \frac{U(\theta, \varphi) \cdot 4\pi}{P_{o\lambda}}$$

Όπου

- $\theta, \varphi$ : οι γωνίες σφαιρικών συντεταγμένων
- $U(\theta, \varphi)$ : η ένταση της ακτινοβολίας
- $P_{ολ}$ : η συνολική ισχύς της ακτινοβολίας

Παρατηρούμε ότι και η ένταση της ακτινοβολίας εξαρτάται από τις γωνίες σφαιρικών συντεταγμένων. Πράγμα που είναι επόμενο, αφού περιγράφει την πυκνότητα ισχύος που δημιουργεί η κεραία υπό κάποια γωνία. Σε εκείνη τη γωνία εκπέμπονται από την κεραία τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα υπό μορφή σφαίρας. Η συνολική ισχύς τώρα της ακτινοβολίας δίνεται από τη σχέση:

$$P_{ολ} = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} U(\theta, \varphi) \sin(\theta) d\theta d\varphi$$

Άρα ο τύπος της κατευθυντικότητας γίνεται

$$D(\theta, \varphi) = \frac{U(\theta, \varphi) \cdot 4\pi}{\int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} U(\theta, \varphi) \sin(\theta) d\theta d\varphi}$$

Και εκφράζεται σε dB.

### 2.1.2 Επίπεδα και εύρος γωνιών πλευρικών λοβών και οπίσθιων λοβών

Στην ουσία, το διάγραμμα ακτινοβολίας δηλώνει τις περιοχές που τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα συμβάλλουν καταστρεπτικά με διαφορά φάσης  $180^\circ$  και σε ποιές ενισχυτικά. Για παράδειγμα, στον κύριο λοβό έχουμε ένδειξη ότι τα κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά, εξού και οι τόσο μεγάλες τιμές που λαμβάνει. Παρατηρούμε επίσης ότι ο κύκλος του διαγράμματος ακτινοβολίας



είναι χωρισμένος σε άλλους μικρότερους ομόκεντρους κύκλους με ενδείξεις -20 dB,-10 dB,-3 dB και 0 dB. Η χρήση μέτρησης σε dB, έγινε για τον παρακάτω συλλογισμό:

Η ακτινοβολία της κεραίας παρουσιάζει μεγάλες διακυμάνσεις σε όλη την επιφάνειά της. Η τάση είναι της τάξης του milli volt ( $10^{-3}$  volt, δηλαδή το ένα χιλιοστό του volt) και πολλές φορές pico volt ( $10^{-12}$  volt, δηλαδή το ένα τρισεκατομμυριοστό του volt). Για την αποτύπωση μιας τόσο μεγάλης διακύμανσης θα χρειαζόταν αρκετά μέτρα χαρτί, πράγμα ασύμφορο. Σύμφωνα με τα Μαθηματικά, οι λογάριθμοι χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο της συμπεριφοράς κάποιου μεγέθους που παρουσιάζει μεγάλη διακύμανση στις τιμές του. Έτσι λοιπόν επιλέχθηκε τελικά να λογαριθμείται το μέγεθος της τάσης. Η διαδικασία που ακολουθούμε στη συλλογή των ενδείξεων είναι η ακόλουθη:

Κρατάμε σε ένα σημείο σταθερή την κεραία λήψης και στρέφουμε την κεραία εκπομπής σε διάφορες γωνίες. Από κάθε γωνία μετρούμε με ειδικό όργανο την τάση. Όταν τελειώσει η μέτρηση, εντοπίζουμε την μέγιστη τιμή του πλάτους ηλεκτρομαγνητικού κύματος και τη χρησιμοποιούμε ως τιμή αναφοράς. Στη συνέχεια, διαιρούμε όλες τις τιμές πλάτους που βρήκαμε με την τιμή αναφοράς. Έπειτα, λογαριθμούμε τις τιμές αυτές και τελικά προκύπτει μια κατανομή με όλες τις τιμές να βρίσκονται στο διάστημα  $[0,1]$ . Η τιμή 1 είναι η μέγιστη τιμή στο διάγραμμα ακτινοβολίας, έχοντας  $\log 1 = 0 \text{ dB}$ . Αυτός είναι και ο λόγος που ο κύριος λοβός έχει τον άξονά του στις  $0^\circ$ , μιας και εκεί αντιστοιχεί το κέρδος των 0dB. Όλες οι άλλες τιμές θα έχουν αρνητικό πρόσημο.

### 2.1.3 Εύρος δέσμης μισής ισχύος (Half-Power Beam Width - HPBW)

Προχωρώντας πιο βαθιά στο νόημα του διαγράμματος ακτινοβολίας, η τιμή -3 dB που αντιστοιχεί στον ομόκεντρο κύκλο αμέσως μετά τα 0 dB, τέμνει τον κύριο λοβό σε δύο σημεία. Η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ αυτών και του κέντρου, ορίζει τη γωνία που η ισχύς της κεραίας μειώνεται στο 50%. Αυτά τα σημεία λοιπόν ονομάζονται σημεία μισής ισχύος. Για

παράδειγμα στην παρακάτω εικόνα η ακτινοβολία μειώνει την ισχύ της στα -3 dB σε δύο σημεία. Το πρώτο βρίσκεται στις 78° περίπου και το άλλο στις 102° περίπου. Άρα το εύρος δέσμης μισής ισχύος θα είναι  $102-78=24^\circ$ .

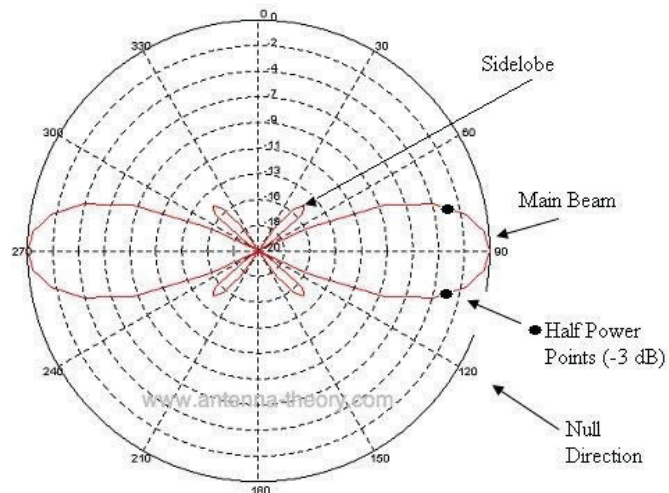


Figure 346 Διάγραμμα ακτινοβολίας στο οποίο φαίνονται τα σημεία μισής ισχύος

Ακολουθώντας τον ίδιο συλλογισμό, ο ομόκεντρος κύκλος με ένδειξη -10 dB δηλώνει τη μείωση της ισχύος στο 10% της αρχικής της τιμής και ο κύκλος με ένδειξη -20 dB τη μείωση στο 1%. Περεταίρω κύκλοι των -30 dB και -40 dB δηλώνουν τη μείωση στο 0.1% και 0.01% αντίστοιχα.

## 3 Θεωρία σφαλμάτων

### 3.1 Εισαγωγή

Το πρώτο βήμα στην κατανόηση ενός φαινομένου είναι να βρούμε τους νόμους που το περιγράφουν. Οι νομοί περιγράφονται από τη σχέση δυο ή περισσότερων μεταβλητών και μας δείχνουν πως μεταβάλλεται ένα φυσικό μέγεθος, όταν κάποιο άλλο μέγεθος που το επηρεάζει μεταβάλλεται. Οι νόμοι αυτοί, που συνήθως εκφράζονται με μαθηματικές σχέσεις, βρίσκονται από πειραματικά δεδομένα. Η συστηματική μελέτη των φυσικών φαινομένων γίνεται κυρίως από μια συνεχή διαδικασία που μπορεί να ξεκινάει από πειραματικά δεδομένα.

Οι πειραματικές μετρήσεις πρέπει να είναι ακριβείς ώστε να οδηγηθούμε σε ορθά αποτελέσματα. Κατά τις μετρήσεις γίνονται σφάλματα που άλλοτε οφείλονται σε συνθήκες παρατήρησης και άλλοτε σε εξωτερικά αίτια που δεν ελέγχονται. Μερικοί από τους παράγοντες που επηρεάζουν τις μετρήσεις και προκαλούν σφάλματα είναι ατέλειες οργάνων, αδεξιότητες παρατηρητή, εξωτερικά πεδία κλπ.

### 3.2 Είδη μετρήσεων

Σ' ένα πείραμα, η εύρεση των σχέσεων μεταξύ μεγεθών προϋποθέτει τη διεργασία μιας μέτρησης. Συνεπώς είναι σκόπιμο να ορίσουμε τι εννοούμε με τον όρο «μέτρηση». «Μέτρηση ενός μεγέθους  $A$  είναι η διεργασία σύγκρισης αυτού προς ομοειδές μέγεθος  $a$  που αυθαίρετα λαμβάνεται ως μονάδα. Η αριθμητική τιμή του μεγέθους  $A$ , είναι ο λόγος του μεγέθους  $A$  προς την ορισμένη μονάδα  $a$ ».

Τις μετρήσεις τις διακρίνουμε σε δυο κατηγορίες: τις απλές (άμεσες) και τις σύνθετες (έμμεσες). Απλές είναι μετρήσεις στις οποίες η αριθμητική τιμή ενός μεγέθους προκύπτει απευθείας από μια παρατήρηση π.χ. η μέτρηση του μήκους μια απόστασης με μια μετροταινία. Σύνθετες είναι

οι μετρήσεις με τις οποίες η αριθμητική τιμή ενός μεγέθους προκύπτει σα συνάρτηση των τιμών άλλων μεγεθών π.χ. ο υπολογισμός του εμβαδού μιας επιφάνειας.

### 3.3 Ακρίβεια και πιστότητα

Η λέξη «ακρίβεια» αναφέρεται στη διακριτική ικανότητα της μέτρησης, δηλαδή πόσο στενά είναι τα όρια μέσα στα οποία μπορεί να προσδιοριστεί η τιμή του μεγέθους που μετράμε. Λέμε π.χ. ότι ένα διαστημόμετρο μετρά μήκος «με ακρίβεια δεκάτου χιλιοστού». Στην περίπτωση που ρωτάμε ποια είναι η «ακριβής ώρα» αναφερόμαστε στην πιστότητα της μέτρησης και όχι στην ακρίβεια. Δηλαδή στο πόσο κοντά στην «πραγματική τιμή» του μεγέθους που μετριέται βρίσκεται η τιμή που προσδιορίζει η μέτρηση. Με άλλα λόγια «ακρίβεια» και «πιστότητα» είναι δυο διαφορετικές έννοιες. Μια μέτρηση μπορεί να είναι ακριβής αλλά η τιμή που προσδιορίζει να βρίσκεται μακριά από την πραγματική τιμή του μεγέθους που μετριέται. Στο παράδειγμα του διαστημόμετρου είναι φανερό ότι η ακρίβεια του είναι ανεξάρτητη από το πόσο «σωστό» είναι το αποτέλεσμα της μέτρησης. Όπως θα δούμε αργότερα κάθε μέτρηση εκφράζεται με το συμβολισμό  $\langle \chi \rangle \pm \sigma$ , όπου το  $\chi$  είναι το αριθμητικό αποτέλεσμα της μέτρησης και  $\sigma$  είναι το πειραματικό σφάλμα που συνοδεύει τη μέτρηση. Αν το ρολόι που μετρά το χρόνο δεν διαθέτει δείκτη δευτερολέπτων, μπορεί να δείχνει την πραγματική ώρα, αλλά με μικρή ακρίβεια μέσα στα όρια του ενός λεπτού.

Θα περιορίσουμε τον όρο διακριτική ικανότητα αποκλειστικά στην αξιολόγηση των οργάνων μέτρησης. Για μια μοναδική μέτρηση που πραγματοποιείται από ένα συγκεκριμένο όργανο, η διακριτική ικανότητα αποτελεί τη μέγιστη ακρίβεια με την οποία μπορεί να πραγματοποιηθεί η μέτρηση.

Ορίζουμε ακόμη την απόλυτη ακρίβεια μιας μέτρησης (ή απόλυτη διακριτική ικανότητα ενός οργάνου). Αυτή εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες που χρησιμοποιούνται για το μέγεθος που

μετριέται. Η σχετική ακρίβεια εκφράζει την ιδιότητα σε ποσοστιαίες μονάδες σε σχέση με την απόλυτη τιμή που προσδιορίζει η μέτρηση.

### 3.4 Κατηγορίες σφαλμάτων

Απ' όσα συζητήθηκαν στην παράγραφο I κατανοήσαμε ότι τα σφάλματα είναι ένα αναπόφευκτο χαρακτηριστικό κάθε μετρητικής διαδικασίας και πειραματικής διερεύνησης. Στην πράξη, τα σφάλματα συνηθέστερα ταξινομούνται ως (Α) Τυχαία και (Β) Συστηματικά, κατ' αντιστοιχία με το αν σχετίζονται με την ακρίβεια ή με την πιστότητα της μετρητικής διαδικασίας.

#### 3.4.1. Τυχαία σφάλματα

Τα Τυχαία Σφάλματα σχετίζονται με την ακρίβεια μιας μέτρησης και είναι εκείνα που ανακύπτουν στατιστικά από την ανάλυση των επαναλαμβανόμενων και πολλαπλών μετρήσεων. Ειδικότερα, ποσοτικοποιούνται με καλύτερη ακρίβεια (και η τάξη μεγέθους τους ελαττώνεται) από την αυξανόμενη πολλαπλότητα των μετρήσεων. Τα Τυχαία Σφάλματα διαπράττονται αναπόφευκτα σε κάθε πειραματική διαδικασία, ακόμα και αν θεωρήσουμε ότι ο πειραματιστής εξαντλεί την προσοχή και την επιμέλειά του. Οφείλονται σε αστάθμητους κι ανεξέλεγκτους παράγοντες (τυχαίες διακυμάνσεις). Επενεργούν άλλοτε κατά τη μία και άλλοτε κατά την άλλη κατεύθυνση, «διασπείροντας» τις πειραματικές τιμές που καταγράφουμε «εκατέρωθεν» (δηλαδή δεξιά κι αριστερά) της πραγματικής τιμής του υπό μέτρηση φυσικού μεγέθους. Αντιπροσωπευτικό παράδειγμα τυχαίου σφάλματος αποτελούν οι παρατηρούμενες μικροδιαφοροποιήσεις στην καταγραφή του χρόνου πραγματοποίησης ενός φαινομένου.

### 3.4.2. Συστηματικά σφάλματα

Τα Συστηματικά Σφάλματα εκφράζουν την πιστότητα μίας μέτρησης. Οφείλονται σε λόγους θεωρητικούς<sup>4</sup> και πρακτικούς<sup>5</sup>. Τα συστηματικά σφάλματα επενεργούν πάντοτε κατά την ίδια κατεύθυνση μετατοπίζοντας «συστηματικά» την καταγραφόμενη τιμή του υπό μέτρηση μεγέθους είτε μόνιμα σε μεγαλύτερη, είτε μόνιμα σε μικρότερη ένδειξη. Χαρακτηριστικό παράδειγμα διάπραξης συστηματικού σφάλματος είναι το εξής:

Υποθέστε ότι επιχειρούμε τη μέτρηση ενός μήκους με ένα κανόνα (χάρακα). Κι έστω ότι βρίσκουμε το εν λόγω μήκος να έχει την τιμή των 8 μέτρων. Από τη στιγμή που πληροφορηθούμε ότι ο συγκεκριμένος χάρακας που χρησιμοποιήσαμε δεν έχει μήκος ακριβώς 1m ή 100cm, όπως νομίζαμε, αλλά - λόγω κατασκευαστικών ατελειών - είναι κάπως «ελαττωματικός» με συνέπεια το πραγματικό του μήκος να μην είναι 100cm, αλλά 98cm για παράδειγμα. Οπότε, το υπό μέτρηση μέγεθος δεν είναι  $8 \times 100\text{cm} = 8$  μέτρα, αλλά  $8 \times 98\text{cm}$ . Μπορείτε τώρα μόνοι σας να φανταστείτε ένα παρεμφερές σενάριο για μία υποθετική μέτρηση μάζας με μία «ελαττωματική» ζυγαριά, που δε μετρά «πραγματικά» κιλά, αλλά είναι έτσι κατασκευασμένη ώστε να καταγράφει το 90% κάθε «πραγματικού» κιλού.

Κατά τη διάρκεια κάθε πειράματος, γνωρίζω ότι κατά πάσα πιθανότητα υποπίπτω σε συστηματικό σφάλμα. Όμως, δε μπορώ να εκτιμήσω ποσοτικά την τάξη μεγέθους του σφάλματος που διαπράττω, παρά μόνο αν συγκρίνω το μετρητικό όργανο που χρησιμοποιώ με κάποιο άλλο που θεωρείται πρότυπο. Αυτός είναι ο μόνος τρόπος να ποσοτικοποιήσω τα συστηματικά σφάλματα.

Σε μία πειραματική διαδικασία κι εφ' όσον το μετρητικό όργανο που χρησιμοποιώ είναι πάντα το ίδιο, το συστηματικό σφάλμα που διαπράττω είναι συνεχώς το ίδιο και μάλιστα μένει

---

<sup>4</sup> Χάρην απλοποίησης της θεωρητικής προσέγγισης ενός φαινομένου, αμελούμε την επίδραση κάποιου παράγοντα και ως εκ τούτου η μέτρηση μας δεν το λαμβάνει υπόψη

<sup>5</sup> Βρίσκονται «εκτός δικαιοδοσίας» του πειραματιστή και συνήθως οφείλονται σε κατασκευαστική ατέλεια του χρησιμοποιούμενου μετρητικού οργάνου, η οποία συνίσταται στο ότι δεν ομοιάζει επακριβώς του θεωρούμενου ως προτύπου

ανεπηρέαστο από το πόσες φορές θα εκτελέσω το πείραμα και από το πόσες μετρήσεις θα καταγράψω.

Σε αντίθεση, τα τυχαία σφάλματα σχετίζονται με την ακρίβεια μιας μέτρησης και περιγράφονται από την επαναληψιμότητα της συγκεκριμένης μέτρησης: Έστω ότι έχουμε αυτές τις δύο εικόνες που προκύπτουν από τα ίχνη των βολών ενός όπλου σε ένα στόχο. Το όπλο σημαδεύει, με τον ίδιο τρόπο και στις δύο περιπτώσεις, στο κέντρο ενός «πραγματικού» στόχου. Σημειώνουμε ότι το πού θα καταλήξει η κάθε σφαίρα και αντίστοιχα το ίχνος που αυτή θα αποδώσει, μεταβάλλονται τυχαία και δε μπορούν να προβλεφθούν εκ των προτέρων.

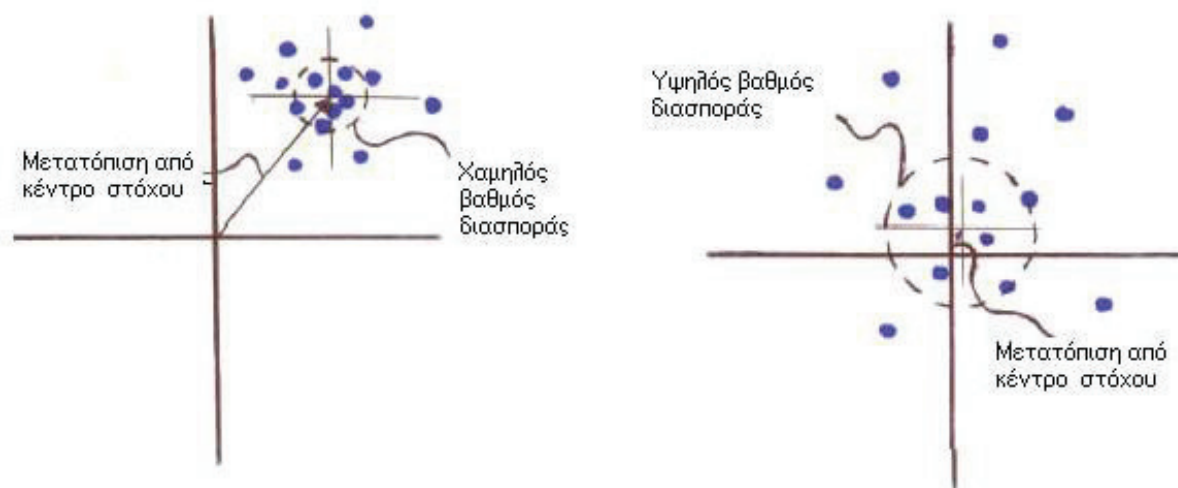


Figure 357

### 3.4.3 Πολλαπλές μετρήσεις

Σε πολλές μετρήσεις είναι αδύνατον να εκτιμήσουμε το σφάλμα μόνο με βάση την ένδειξη του οργάνου. Για παράδειγμα όταν με τη βοήθεια χρονομέτρου μετράμε το χρόνο ανάμεσα σε δύο γεγονότα το σφάλμα μας οφείλεται (αν εξαιρέσουμε διάφορους άλλους παράγοντες) κύρια στην αντίδραση του χειριστή του χρονομέτρου, γιατί είναι σχεδόν αδύνατο να θεωρήσουμε ότι πάντα βάζει σε λειτουργία το χρονόμετρο «ταυτόχρονα» με το πρώτο γεγονός και το σταματάει «ταυτόχρονα» με το δεύτερο. Σ' αυτή την περίπτωση επαναλαμβάνουμε τη μέτρηση μερικές

φορές και έτσι μπορούμε να βρούμε καλύτερα και την τιμή που είναι κοντά στην πραγματική, αλλά και το σφάλμα.

### 3.5 Μέση τιμή

Έστω λοιπόν ότι μετράμε την ίδια ποσότητα  $N$  φορές και βρίσκουμε τις τιμές  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ . Τότε σύμφωνα με τη θεωρία των πιθανοτήτων θεωρούμε ότι η τιμή που βρίσκεται πιο κοντά στην «πραγματική» είναι η μέση τιμή που υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\delta x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$$

Και σ' αυτή την περίπτωση όμως δεν μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το αποτέλεσμα μας συμπίπτει με την «πραγματική» τιμή. Πρέπει λοιπόν να υπολογίσουμε το σφάλμα, δηλαδή μια περιοχή τιμών του  $x$  μέσα στην οποία βρίσκεται αυτή η πραγματική τιμή. Δηλαδή

$$x = \pm x \delta x$$

Από τη μαθηματική θεωρία σφαλμάτων προκύπτει ότι αν θέλουμε η πραγματική τιμή να βρίσκεται στο διάστημα (4.2) με πιθανότητα 68%, τότε

$$\delta x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$$



Ο υπολογισμός των δύο ποσοτήτων που ορίζουμε αμέσως ακολούθως, θα αποτελέσουν (μαζί με τον υπολογισμό της μέσης τιμής) το ουσιαστικό ζητούμενο, κατά την επεξεργασία των μετρήσεων στα πειράματα. Είναι ακριβώς οι τρεις αυτές ποσότητες που αντανακλούν την πεποίθησή μας ότι περιγράφουν αντιπροσωπευτικότερα από οποιεσδήποτε άλλες τα μετρούμενα αποτελέσματα μιας πειραματικής διαδικασίας και των αναπόφευκτα εμπλεκόμενων ανακρίβειών. Συμφωνούμε λοιπόν στο εξής να ονομάζουμε «απόλυτο σφάλμα της μέσης τιμής» την ποσότητα:

$$\delta\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}} \equiv \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

Συμβολίζουμε το απόλυτο σφάλμα της μέσης τιμής με το μικρό ελληνικό γράμμα «δ», για να συμμορφωνόμαστε με τα διεθνώς κείμενα και ισχύοντα. Παρατηρούμε – όπως άλλωστε φαίνεται στη παραπάνω σχέση – ότι το απόλυτο σφάλμα της μέσης τιμής δεν είναι τίποτε άλλο από αυτό που είχαμε ορίσει στην προηγούμενη παράγραφο ως «τυπική απόκλιση της μέσης τιμής». Σημειώνουμε ότι το  $\delta x$  έχει τις ίδιες διαστάσεις (δηλαδή μετριέται στις ίδιες μονάδες) με τη μέση τιμή του μετρούμενου μεγέθους και αυτό είναι κάτι το οποίο δεν πρέπει να αμελούμε ποτέ να επισημαίνουμε, κατά την αναφορά των αποτελεσμάτων μας. Εντελώς ανάλογα, ορίζουμε ως «σχετικό σφάλμα της μέσης τιμής» την ποσότητα

$$\frac{\delta\bar{x}}{\bar{x}}$$

Δηλαδή, για να βρούμε το σχετικό σφάλμα ενός μεγέθους, διααιρούμε απλά το απόλυτο σφάλμα με τη μέση τιμή. Σημειώνουμε τα εξής ευνόητα:

1. Οι δύο εκφράσεις των σφαλμάτων είναι πολύ συγγενείς και αλληλένδετες μεταξύ τους. Από τη στιγμή που γνωρίζουμε το ένα από αυτά, μπορούμε να υπολογίσουμε και το άλλο (αρκεί να ξέρουμε τη μέση τιμή) και σε τελική ανάλυση νομιμοποιούμαστε να ισχυριστούμε ότι το σχετικό σφάλμα δεν είναι τίποτε άλλο από την αναφορά του απόλυτου σφάλματος υπό τη μορφή ποσοστού.
2. Επειδή ακριβώς το σχετικό σφάλμα εκφράζεται ως ποσοστό, δηλαδή λόγος δύο ομοειδών μεγεθών, γι' αυτό είναι και αδιάστατο (είναι όπως λέμε ένας καθαρός αριθμός ή δεν έχει μονάδες μέτρησης). Θα δούμε στη συνέχεια της παρούσας παραγράφου τι σκοπούς εξυπηρετεί αυτό και σε τι πλεονεκτεί η αναφορά του σχετικού σφάλματος σε σχέση με την αναφορά του απόλυτου σφάλματος. Επίσης, θα δούμε τι επιπτώσεις έχει στον τρόπο αναγραφής των αποτελεσμάτων το γεγονός ότι το σχετικό σφάλμα είναι αδιάστατο.
3. Συνηθέστατα, το σχετικό σφάλμα αναφέρεται και ως ποσοστό επί τοις εκατό, δηλαδή:

$$\sigma_{\text{σχ}} \% = \frac{\Delta \bar{x}}{\bar{x}} \cdot 100$$

Εκείνο που κρατούμε ως κανόνα είναι το εξής:

Στο τέλος κάθε πειράματος, μετά τη λήψη μετρήσεων και την επεξεργασία των τιμών, αναφέρουμε πάντα τη μέση τιμή με τα σφάλματά της (και το απόλυτο και το σχετικό).

## 3.6 Διάδοση σφαλμάτων

### 3.6.1 Γενικά

Γενικά, υπάρχουν δύο τρόποι για να βρίσκουμε το πώς «διαδίδονται» τα σφάλματα των άμεσα μετρούμενων μεγεθών, που υπεισέρχονται ως μεταβλητές στην εξίσωση υπολογισμού του τελικά ζητούμενου μεγέθους. Ο πρώτος - και ο απλούστερος - είναι να προσθέτουμε απλά τα επί

μέρους σχετικά σφάλματα. Δηλαδή, για να βρούμε τον όγκο της δεξαμενής χρησιμοποιήσαμε τον τύπο  $V=HWL$ . Άρα, σύμφωνα με όσα μόλις είπαμε, το σχετικό σφάλμα του όγκου πρέπει να είναι

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{\delta H}{H} + \frac{\delta W}{W} + \frac{\delta L}{L}$$

Το μειονέκτημα αυτού του τρόπου είναι ότι «υπερεκτιμά» τα επί μέρους σφάλματα, δηλαδή τα λαμβάνει όλα υπόψη εξ ίσου, ανεξάρτητα από το αν είναι μεγάλα ή μικρά και μη εξετάζοντας το πόσο συμβάλλουν στο τελικό σφάλμα. Συνήθως, το σφάλμα μιας επί μέρους εμπλεκόμενης μεταβλητής (μεγέθους) είναι ανεξάρτητο από τα σφάλματα των άλλων μεταβλητών και στο τέλος κάποια από αυτά καταλήγουν να είναι αμελητέα σε σχέση με τα υπόλοιπα. Ο δεύτερος τρόπος είναι πιο σωστός, και πλέον ενδεδειγμένος. Τον σωστό τρόπο χειρισμού των διαδιδόμενων σφαλμάτων το δανειζόμαστε από ένα μαθηματικό πρόβλημα που αποκαλείται «πρόβλημα του τυχαίου δρόμου» (random walk problem).

Το πρόβλημα του τυχαίου δρόμου μας παρέχει μία πολύ εκλεπτυσμένη και κομψή μαθηματική έκφραση για να υπολογίζουμε το σφάλμα συναρτήσεων πολλών μεταβλητών σε ένα πειραματικό εγχείρημα. Για να είμαστε σε θέση να το κατανοήσουμε πλήρως, χρειαζόμαστε κάτι ακόμα, την μερική παράγωγο.

Έστω λοιπόν μία συνάρτηση τριών (3) μεταβλητών  $f = f(x,y,z)$ , τότε γράφουμε

$$\frac{\partial f}{\partial x}$$

διαβάζουμε «μερική παράγωγος της  $f$  ως προς  $x$ » κι εννοούμε ότι  $\frac{\partial f}{\partial x}$  είναι το αποτέλεσμα της παραγωγίσις της  $f$  ως προς τη μεταβλητή  $x$  (όπως ακριβώς ξέραμε μέχρι τώρα, σαν η  $f$  να εξαρτιόταν μόνο από τη μεταβλητή  $x$ ), συμπεριφερόμενοι στα  $y$  και  $z$  σα να ήταν σταθερές.

Δηλαδή, αν μας δώσουν την  $f = f(x, y, z) = 8x^5 yz^3$  και μας ζητήσουν να υπολογίσουμε τις μερικές της παραγώγους, αυτές θα είναι:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 40x^4 yz^3, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 8x^5 z^3 \quad \text{και} \quad \frac{\partial f}{\partial z} = 8x^5 y3z^2$$

Ο γενικός κανόνας υπολογισμού του σφάλματος  $\delta f$ , στην περίπτωση που η  $f$  είναι συνάρτηση πολλών μεταβλητών,  $f = f(x, y, \dots, z)$  και με την προϋπόθεση ότι τα σφάλματα των  $x, y, \dots, z$  είναι τυχαία κι ανεξάρτητα μεταξύ τους δίνεται από τη σχέση:

$$\delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \delta y\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \delta z\right)^2}$$

Περιφραστικά, η εξίσωση που μόλις γράψαμε «εισηγείται» ότι το σφάλμα μιας συνάρτησης πολλών μεταβλητών ισούται με τη τετραγωνική ρίζα του αθροίσματος των τετραγώνων των επί μέρους σφαλμάτων όλων των ανεξάρτητων μεταβλητών, σταθμισμένων με την επίδρασή τους πάνω στην  $f$ .

## 4 Πειραματικό μέρος

### 4.1 Εξισώσεις καμπύλων

Τα περισσότερα από τα φυσικά φαινόμενα αποδίδονται με απλές μαθηματικές σχέσεις στις και θα περιοριστούμε.

#### 4.1.1 Ευθεία γραμμή

Ο πιο απλός αλλά και συνηθισμένος τύπος καμπύλης είναι η ευθεία, που περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = y_0 + \lambda x$$

όπου  $y$  και  $x$  είναι οι μεταβλητές (ή τα μετρούμενα φυσικά μεγέθη σ' ένα πείραμα),  $y_0$  και  $\lambda$  είναι σταθερές. Τις σταθερές αυτές μπορούμε να τις προσδιορίσουμε εύκολα. Όπως φαίνεται στο σχήμα 1, η σταθερά  $y_0$  είναι η τιμή της μεταβλητής  $y$  όταν  $x=0$  και καλείται τεταγμένη στην αρχή.

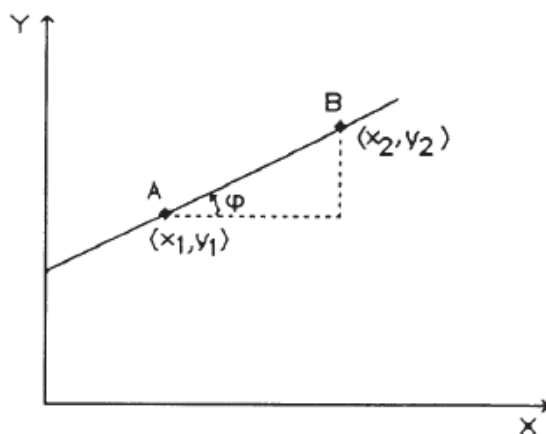


Figure 36 . Γραφική παράσταση της ευθείας.

Η σταθερά  $\lambda$  προσδιορίζεται ως εξής: παίρνουμε δυο σημεία πάνω στην ευθεία, έστω Α και Β, που έχουν ζεύγη τιμών  $(x_1, y_1)$  και  $(x_2, y_2)$  αντίστοιχα. Εισάγουμε αυτά τα ζεύγη διαδοχικά στην παραπάνω εξίσωση ευθείας και έχουμε

$$y_1 = y_0 + \lambda x_1$$

$$y_2 = y_0 + \lambda x_2$$

Αφαιρούμε κατά μέλη της δυο αυτές εξισώσεις και έχουμε

$$y_2 - y_1 = \lambda(x_2 - x_1)$$

οπότε

$$\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Η σταθερά αυτή  $\lambda$  ονομάζεται κλίση της ευθείας ως προς τον άξονα των  $x$ .

## 4.2 Προσδιορισμός κέρδους κεραίας (G)

Όπως είναι γνωστό η ισχύς ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σε απόσταση ( $R$ ) από τη πηγή της περιγράφεται από τη σχέση:

$$P_R = \left( \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2} \right) \cdot \frac{1}{R^2}$$

όπου:

- $P_e$ : η ισχύς που εκπέμπει η κεραία σε απόσταση  $r$ , μετρημένη σε W,
- $\lambda_0$ : το μήκος κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας στο κενό,
- $G$ : το κέρδος της κεραίας στην κατεύθυνση ενδιαφέροντος

- R: η απόσταση από το κέντρο της κεραίας της θέσης υπολογισμού της ισχύος ακτινοβολίας, σε m (για αποστάσεις μεγαλύτερες από  $R_{ff}$ )

Από την σχέση  $P_R = \left( \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2} \right) \cdot \frac{1}{R^2}$  είναι δυνατόν να προσδιοριστεί το κέρδος G της κεραίας

μέσω της κλίσης της ευθείας  $P_r \left( \frac{1}{R^2} \right)$ , όπου η κλίση θα ισούται με  $\frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2}$ . Είναι προφανές

πως για προσδιοριστεί το G μέσω της κλίσης θα πρέπει πρώτα να προσδιοριστεί το  $\lambda_0$ , δηλαδή το μήκος κύματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας στο κενό. Για το λόγο αυτό στην παρούσα μελέτη έχει προσδιοριστεί το μήκος κύματος των μικροκυμάτων που εκπέμπει η πηγή με την μέθοδο των στάσιμων κυμάτων. Υπενθυμίζεται ότι η συχνότητα εκπομπής της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας έχει ρυθμιστεί στα 9 GHz.

### 4.3 Στάσιμα κύματα

Όταν δυο κύματα ίδιου πλάτους και ίδιας συχνότητας διαδίδονται με αντίθετη φορά, όπως φαίνεται στην εικόνα 39, μέσα στο ίδιο μέσο τότε λέμε ότι τα κύματα συμβάλλουν. Το αποτέλεσμα της συμβολής δυο τέτοιων κυματικών διαταραχών είναι ένα στάσιμο κύμα του οποίου το πλάτος ταλάντωσης κάθε σημείου του είναι “στατικό”. Έτσι λοιπόν το στάσιμο κύμα έχει ορισμένα σημεία τα οποία έχουν μηδενικό πλάτος ταλάντωσης και άλλα σημεία που έχουν μέγιστο πλάτος ταλάντωσης. Η θέση των σημείων αυτών δεν μεταβάλλεται με τον χρόνο.

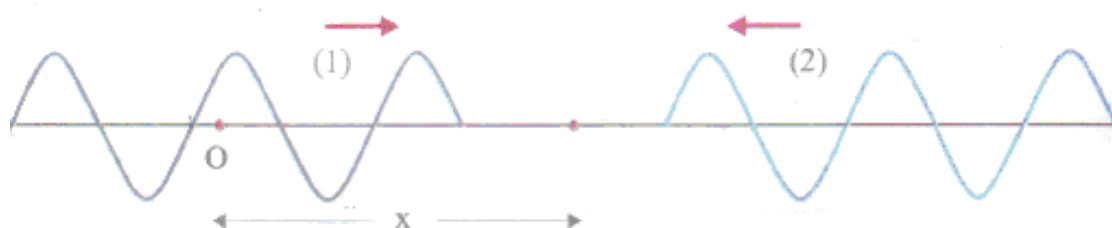


Figure 37 . Δυο κύματα που διαδίδονται στο ίδιο μέσο με αντίθετη φορά.

Με δυο λόγια στάσιμο κύμα ονομάζεται το αποτέλεσμα της συμβολής δυο κυμάτων της ίδιας συχνότητας και του ίδιου πλάτους που διαδίδονται στο ίδιο μέσο με αντίθετες κατευθύνσεις. Θεωρούμε ότι δυο μονοδιάστατα κύματα με τα παραπάνω χαρακτηριστικά διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις, επίσης υποθέστε ότι τα παραπάνω κύματα περιγράφουν το ηλεκτρικό πεδίο ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Οι εξισώσεις των δυο κυμάτων θα είναι:

$$y_1 = E_0 \sin(kx - \omega t) \text{ και } y_2 = E_0 \sin(kx + \omega t)$$

οπού το  $y_1$  περιγράφει μια κυματική διαταραχή που διαδίδεται προς τα δεξιά και το  $y_2$  μια όμοια με την  $y_1$  αλλά διαδιδόμενη προς τα αριστερά. Προσθέτουμε τις δυο κυματοσυναρτήσεις και βρίσκουμε την κυματοσυνάρτηση της συνισταμένης διαταραχής  $y$ .

$$y = y_1 + y_2 = E_0 \sin(kx - \omega t) + E_0 \sin(kx + \omega t)$$

όπου  $k = 2\pi/\lambda$  ως γνωστό είναι ο κυματικός αριθμός και  $\omega = 2\pi f$  είναι η κυκλική συχνότητα.

Χρησιμοποιούμε την τριγωνομετρική ταυτότητα  $\sin a + \sin b = 2 \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$  και

βρίσκουμε:  $y = (2E_0 \sin kx) \cos \omega t$  εξίσωση στάσιμου κύματος.

Η παραπάνω σχέση μπορεί να πάρει τη μορφή  $y = A' \cos \omega t$  (όπου  $A' = 2E_0 \sin kx$ ) που είναι η εξίσωση μια απλής αρμονικής ταλάντωσης. Επομένως κάθε σημείο του μέσου διάδοσης εκτελεί μια απλή αρμονική ταλάντωση. Το πλάτος της ταλάντωσης  $|A'|$  δεν είναι ίδιο για όλα τα σημεία αλλά εξαρτάται από τη θέση του σημείο στο χώρο (είναι συνάρτηση του  $x$ ), όπως φαίνεται και στο σχήμα 1.2 από τα διαφορά στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος. Τα σημεία που βρίσκονται σε τέτοια θέση  $x$  ώστε:



$$A' = 0 \Rightarrow 2E_0 \sin kx = 0 \Rightarrow 2E_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x = 0 \Rightarrow \sin \frac{2\pi}{\lambda} x = 0$$

δηλαδή

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = n\pi$$

οπού  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

ή

$$x = \frac{n\lambda}{2} \quad (1.1)$$

έχουν μηδενικό πλάτος και παραμένουν συνεχώς ακίνητα.

Είναι οι δεσμοί του στάσιμου κύματος.

Τα σημεία που βρίσκονται σε τέτοια θέση  $x$  ώστε:

$$A' = \pm 2E_0 \Rightarrow 2E_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x = \pm 2E_0 \Rightarrow \sin \frac{2\pi}{\lambda} x = \pm 1$$

δηλαδή

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{2n+1}{2} \pi$$

οπού  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

ή

$$x = n \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \quad (1.2)$$

έχουν μέγιστο πλάτος ίσο με  $2A_0$ .

Αποτελούν τις κοιλίες του στάσιμου κύματος.

Από τις σχέσεις (1.1) και (1.2) προκύπτει ότι η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών δεσμών ή δυο διαδοχικών κοιλιών είναι ίση με το μισό του μήκους κύματος  $\lambda$  των κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προήλθε το στάσιμο κύμα.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι ταλαντώσεις του ηλεκτρικού πεδίου ενός στάσιμου κύματος που δημιουργείται από την συμβολή δύο κυμάτων που έχουν μήκος κύματος  $\lambda=1\text{ cm}$ .

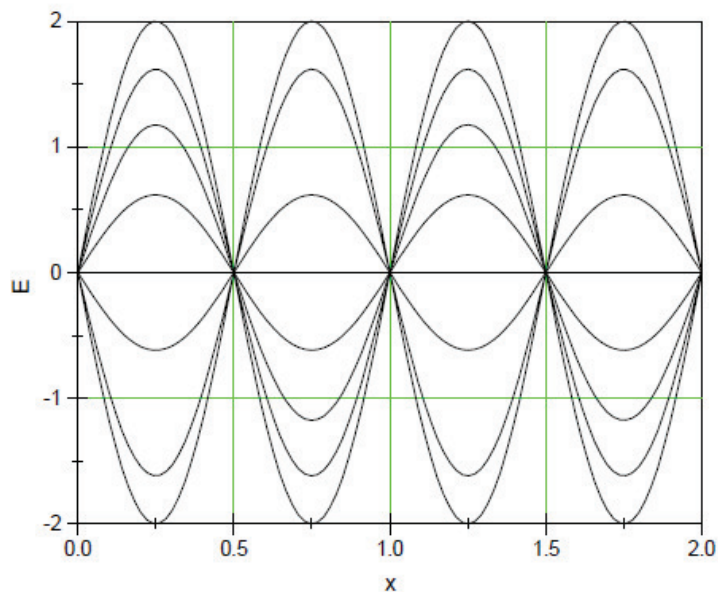


Figure 38 Οι ταλαντώσεις του ηλεκτρικού πεδίου ενός στάσιμου κύματος.

Ανάλογες εξισώσεις με αυτές του ηλεκτρικού πεδίου, ισχύουν και για το μαγνητικό πεδίο του ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Είναι γενικά πολύ εύκολο από ένα οδεύων κύμα να δημιουργηθούν στάσιμα κύματα. Το μόνο που χρειάζεται είναι να τοποθετήσουμε κάθετα έναν ανακλαστήρα (μία μεταλλική πλάκα για τα μικροκύματα ή ένα καθρέφτη για το ορατό φως)

μπροστά από την διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Το ανακλώμενο κύμα θα συμβάλει με το οδεύων δημιουργώντας στάσιμα κύματα.

Η συχνότητα του οδεύοντος κύματος δίνεται (ως γνωστόν) από την σχέση

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

όπου  $c$  η ταχύτητα του φωτός (περίπου  $3 \cdot 10^8$  m/sec) και  $\lambda$  το μήκος κύματος ηλεκτρομαγνητικού του κύματος.

#### 4.4 Περιγραφή πειράματος

Σκοπός αυτού του εργαστηριακού πειράματος είναι η μελέτη μιας κεραίας σχισμών. Αρχικά τοποθετήθηκαν τα διαφορά όργανα, όπως δείχνει το παρακάτω σχήμα. Επιβεβαιώθηκε ότι πομπός και δέκτης βρίσκονται στην ίδια ευθεία και ότι οι χοάνες τους έχουν τον ίδιο προσανατολισμό.



Figure 39 Κεραία σχισμών

Οι πειραματικές μετρήσεις που ελήφθησαν παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Κεραία Σχισμών		
A/A	Απόσταση R (m)	Ισχύς P <sub>R</sub> (W·10 <sup>-5</sup> )
1	5	2,76
2	5,2	2,55
3	5,4	2,36
4	5,6	2,20
5	5,8	2,05
6	6	1,92
7	6,2	1,79
8	6,4	1,68
9	6,6	1,58
10	6,8	1,49
11	7	1,41
12	7,2	1,33

Τα πειραματικά δεδομένα του παραπάνω πίνακα απεικονίζονται στην παρακάτω γραφική παράσταση, όπου όπως φαίνεται βρίσκονται πάνω σε μια καμπύλη.



Το αποτέλεσμα αυτό είναι σε συμφωνία και με τη θεωρία, αφού η σχέση που περιγράφει την εξάρτηση του  $P_R$  με το  $R$  είναι η σχέση

$$P_R = \left( \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2} \right) \cdot \frac{1}{R^2}$$

Για τον προσδιορισμό του  $G$  χρησιμοποιήθηκε η ίδια διάταξη με το προηγούμενο πείραμα με τη μόνη διαφορά ότι τώρα καταγραφόταν η απόσταση  $R$  μεταξύ πομπού και δέκτη καθώς και το σήμα του δέκτη σε διάφορες αποστάσεις  $R$ . Το σήμα του δέκτη καταγραφόταν μέσω ενός παλμογράφου, όπου λόγω των στάσιμων κυμάτων μεταξύ πομπού και δέκτη είχε ληφθεί υπόψιν ο δέκτης να δείχνει μέγιστο σήμα, να απομακρύνεται από τον πομπό και να σταματά σε μέγιστο σήμα και στη συνέχεια να μετριέται η απόσταση μεταξύ πομπού και δεκτή. Προκειμένου να προσδιοριστεί η απολαβή  $G$  της κεραιάς κατασκευάζεται η γραφική παράσταση  $P_R \left( \frac{1}{R^2} \right)$ , η οποία θα είναι μια ευθεία με κλίση:

$$A_2 = \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2}$$

A/A	$\frac{1}{R^2} \pm 10^{-3}$ (Απόσταση σε m)	$P \pm 10^{-5}$ (Ισχύς σε W)
1	0,04	$2.76 \cdot 10^{-5}$
2	0,037	$2.55 \cdot 10^{-5}$
3	0,034	$2.36 \cdot 10^{-5}$
4	0,032	$2.2 \cdot 10^{-5}$
5	0,03	$2.05 \cdot 10^{-5}$
6	0,028	$1.92 \cdot 10^{-5}$
7	0,026	$1.79 \cdot 10^{-5}$
8	0,024	$1.68 \cdot 10^{-5}$
9	0,023	$1.58 \cdot 10^{-5}$
10	0,022	$1.49 \cdot 10^{-5}$
11	0,02	$1.41 \cdot 10^{-5}$
12	0,019	$1.33 \cdot 10^{-5}$

Τα πειραματικά δεδομένα του παραπάνω πίνακα απεικονίζονται στην γραφική παράσταση

$P_R \left( \frac{1}{R^2} \right)$ , όπου όπως φαίνεται βρίσκονται πάνω σε μια καμπύλη.



Η παραπάνω γραφική όπως φαίνεται είναι μια ευθεία, της οποίας η κλίση έχει προσδιοριστεί γραφικά χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση SLOPE στο υπολογιστικό πακέτο EXCEL και είναι η παρακάτω:

$$P(R) = \left( P_{\pi} \cdot G_{\pi} \cdot G_{\delta} \cdot \frac{\lambda_0^2}{16\pi^2} \right) \frac{1}{R^2} \Rightarrow$$

$$7 \cdot 10^{-4} = \frac{10^{-1} \cdot 100 \cdot G_{\delta} \cdot 0.033^2}{16\pi^2} \Rightarrow$$

$$10^{-1} \cdot 100 \cdot G_{\delta} \cdot 0.033^2 = 7 \cdot 10^{-4} \cdot 16\pi^2 \Rightarrow$$

$$G_{\delta} = \frac{7 \cdot 10^{-4} \cdot 16\pi^2}{10^{-1} \cdot 100 \cdot 0.033^2} \Rightarrow$$

$$G_{\delta} = \frac{7 \cdot 10^{-4} \cdot 16\pi^2}{10^{-1} \cdot 10^2 \cdot (33 \cdot 10^{-3})^2} \Rightarrow$$



$$G_{\delta} = \frac{7 \cdot 10^{-4} \cdot 16\pi^2}{10^{-1} \cdot 10^2 \cdot 33^2 \cdot (10^{-3})^2} \Rightarrow$$

$$G_{\delta} = \frac{7 \cdot 10^{-4} \cdot 16\pi^2}{10^{-1} \cdot 10^2 \cdot 33^2 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow$$

$$G_{\delta} = \frac{7 \cdot 16 \cdot \pi^2 \cdot 10^5}{33^2} \Rightarrow$$

$$G_{\delta} = \frac{112 \cdot \pi^2 \cdot 10^5}{1089} \Rightarrow$$

$$G_{\delta} = 0.103 \cdot \pi^2 \cdot 10^5 \Rightarrow$$

$$G_{\delta} = 0.103 \cdot 3.141^2 \cdot 10^5 \Rightarrow$$

$$G_{\delta} = 1.016 \cdot 10^5 \Rightarrow$$

$$G_{\delta} = 10.16 \cdot 10^{-1} \cdot 10^5 \Rightarrow$$

$$G_{\delta} = 10 \cdot 10^{-1} \cdot 10^5$$

$$G_{\delta} \approx 10^5$$

Για τον υπολογισμό του σφάλματος του G σε W θα έχουμε:

$$\sigma(G) = \pm \left\{ \left( \frac{\partial G(P,R)}{\partial P} \sigma(P) \right)^2 + \left( \frac{\partial G(P,R)}{\partial R} \sigma(R) \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Όπου  $\sigma(P)$  και  $\sigma(R)$  τα σφάλματα στα συγκεκριμένα μεγέθη. Οπότε

$$G(P_R, R) = \frac{4\pi R}{\lambda_0} \left( \frac{P_R}{P_e} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Και οι μερικές παράγωγοι θα είναι

$$\frac{\partial G(P_R, R)}{\partial R} = \frac{4\pi}{\lambda_0} \left( \frac{P_R}{P_e} \right)^{\frac{1}{2}}$$

και

$$\frac{\partial G(P_R, R)}{\partial P} = \frac{4\pi R}{\lambda_0 \sqrt{P_e}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{P_R}}$$

Μετά από πράξεις και προσεγγίσεις προκύπτει ότι  $\sigma(G) = \pm 2 \cdot 10^{-1} W$ .

Άρα τελικά προέκυψε  $G = (0.02 \pm 0.002) W$ .

Έπειτα μετατρέπουμε τα watt σε dB:

$$G(dB) = 10 \log(10) = 10 dB$$

Το  $\sigma(G(dB))$  σε dB θα είναι σύμφωνα με την παραπάνω σχέση

$\sigma(G(dB)) = 1 dB$  και τελικά θα προκύπτει ότι

$$G = 10 \pm 1 dB$$

Για να ελέγξουμε αν το πείραμα μας έχει πετύχει, παίρνουμε τον τύπο:

$$\alpha\% = \frac{|G_{\pi\epsilon\iota\rho} - G_{\theta\epsilon\omega\rho}|}{G_{\theta\epsilon\omega\rho}} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\alpha\% = \frac{|10 - 12|}{12} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\alpha\% = \frac{|-2|}{12} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\alpha\% = \frac{2}{12} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\alpha\% = 0.1666666667 \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\alpha\% = 16.66666667 \Rightarrow$$

$$\alpha\% \cong 16\%$$

Το πείραμά μας λοιπόν έχει 16% απόκλιση.

Στην παραπάνω ανάλυση η τιμή του  $\lambda_0$  με δεδομένο ότι η συχνότητα εκπομπής της κεραίας - πομπού είναι  $f = 9GHz$ , χρησιμοποιώντας τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής θα έχουμε:

$$c = \lambda_0 f \Rightarrow$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} \Rightarrow$$

$$\lambda_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{9 \cdot 10^9} \Rightarrow$$

$$\lambda_0 = \frac{1}{3} 10^{-1} \Rightarrow$$

$$\lambda_0 = 0.3333 \cdot 10^{-1} \Rightarrow$$

$$\lambda_0 \cong 0.033 \text{ m}$$

Στην περίπτωση των μικροκυμάτων, τόσο η κρυσταλλοδιόδος εκπομπής (πομπός Π) όσο και η κρυσταλλοδιόδος λήψης (δέκτης Δ) μικροκυμάτων είναι μη γραμμικές αντιστάσεις, με αποτέλεσμα να παρουσιάζονται μερικές διαφοροποιήσεις ως προς την ισχύ των αναλογιών  $E_R \propto R$  και  $I_R \propto R^{-2}$ . Οι γραμμικές αντιστάσεις, ως γνωστό, ακολουθούν τον νόμο του Ohm ( $I = \frac{V}{R}$ ) μια ωμική αντίσταση R, η οποία είναι ανεξάρτητη από το ρεύμα I, την τάση V, και τη θερμοκρασία T. Στην πράξη, ισχύει η αναλογία

$$I_R \propto R^n$$

όπου β αρνητικός αριθμός (όχι κατ' ανάγκη ακέραιος αριθμός) με τιμές γύρω από το  $n = -2$ . Η εύρεση της τιμής του n είναι δυνατή από την ανάλυση και την διερεύνηση της μορφής της εξάρτησης που έχουν οι ενδείξεις του δεκτή με τη μεταβολή της απόστασης R του δέκτη από τον πομπό.

#### 4.5 Λογαριθμικές καμπύλες

Μια συνηθισμένη σχέση μεταξύ των μεταβλητών y και x είναι η εξίσωση με τη μορφή:

$$y = y_0 + cx^n$$

όπου  $y_0$  είναι η τιμή της μεταβλητής y όταν  $x = 0$  (τεταγμένη στην αρχή). Η c είναι μια σταθερή ποσότητα και n είναι ένας αριθμός. Εάν  $n=1$  τότε η γραφική παράσταση της παραπάνω σχέσης είναι ευθεία και εάν  $n=2$  είναι παραβολή. Πολλές φορές τυχαίνει  $y_0$  να είναι μηδέν και τότε η εξίσωση θα έχει τη μορφή  $y = cx^n$ .

Για να απλοποιήσουμε το πρόβλημα μας θα ασχοληθούμε με την τελευταία σχέση. Έτσι λοιπόν θα αναλύσουμε τη σχέση  $y = cx^n$ . Λογαριθμίζοντας και τα δυο μέλη της παραπάνω εξίσωσης με βάση το 10 βρίσκουμε ότι

$$\log y = \log c + n \log x$$

Εάν τώρα θέσουμε όπου  $\log y = Y$ ,  $\log c = C$  και  $\log x = X$ , η πιο πάνω εξίσωση γράφεται

$$Y = C + nX$$

που είναι μια εξίσωση ευθείας. Επομένως, εάν αντί των τιμών  $y$  και  $x$  χρησιμοποιήσουμε τους λογάριθμους αυτών, τότε η καμπύλη της παραπάνω εξίσωσης ανάγεται σε ευθεία με κλίση ίση προς  $n$  που δίνεται από τη σχέση

$$n = \frac{\log y_2 - \log y_1}{\log x_2 - \log x_1}$$

Όπου  $(x_1, y_1)$  και  $(x_2, y_2)$  είναι δυο ζεύγη τιμών που αντιστοιχούν σε δυο σημεία της ευθείας. Άρα, αν μεταξύ των  $\log y$  και  $\log x$  ισχύει γραμμική σχέση  $\log y = \log c + n \log x$  συνεπάγεται ότι μεταξύ των μεταβλητών τιμών  $y$  και  $x$  ισχύει η σχέση  $y = cx^n$ . Άρα είναι δυνατόν να προσδιοριστεί η ακριβής τιμή του εκθέτη  $n$  στη σχέση, η οποία τιμή αναμένεται να είναι κοντά στην τιμή 2.

Ξεκινώντας από τη σχέση

$$P_R = \left( \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2} \right) \cdot \frac{1}{R^n}$$

θα έχουμε:

$$P_R = \left( \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2} \right) \cdot \frac{1}{R^n} \Rightarrow$$

$$P_R = A \cdot \frac{1}{R^n} \Rightarrow$$

$$\log P_R = \log \left( A \cdot \frac{1}{R^n} \right) \Rightarrow$$

$$\log P_R = \log A + \log \frac{1}{R^n} \Rightarrow$$

$$\log P_R = \log A + \log 1 - \log R^n \Rightarrow$$

$$\log P_R = \log A + 0 - n \log R \Rightarrow$$

Και σύμφωνα με όσα είπαμε παραπάνω έχουμε τελικά

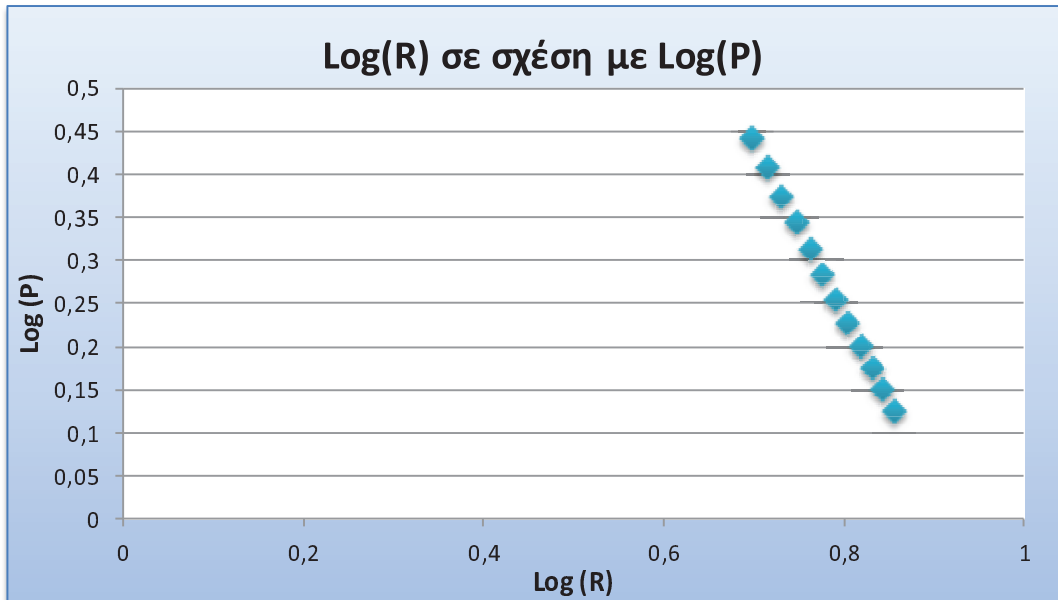
$$Y = \log A - nX$$

Άρα είναι δυνατός ο προσδιορισμός του εκθέτη  $n$  μέσω της κλίσης της ευθείας  $Y = \log A - nX$

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

A/A	Log(R)	Log(P)
1	0,698	0,440
2	0,716	0,40
3	0,732	0,372
4	0,748	0,342
5	0,763	0,311
6	0,778	0,283
7	0,792	0,252
8	0,806	0,225
9	0,819	0,198
10	0,832	0,173
11	0,845	0,149
12	0,857	0,123

Τα πειραματικά δεδομένα του παραπάνω πίνακα για τον προσδιορισμό του  $n$  απεικονίζονται στην παρακάτω γραφική παράσταση ( $\log P, R$ ), που όπως φαίνεται σχηματίζεται μια ευθεία.



Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση SLOPE στο υπολογιστικό πακέτο EXCEL το  $n$  είναι:  $n = -1.87$ .

Για το υπολογισμό του σφάλματος στην τιμή του  $n$  θα έχουμε:

$$\sigma(G) = \pm \left\{ \left( \frac{\partial G(P_R, R)}{\partial P} \sigma(P) \right)^2 + \left( \frac{\partial G(P_R, R)}{\partial R} \sigma(R) \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Αρχικά προσδιορίζεται η συνάρτηση  $n(P_R, R)$ .

$$P_R = \left( \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2} \right) \cdot \frac{1}{R^n} \Rightarrow$$

$$R^n = \frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{P_R (4\pi)^2} \Rightarrow$$

$$\log(R^n) = \log\left(\frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{P_R (4\pi)^2}\right) \Rightarrow$$

$$n \log(R) = \log\left(\frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{P_R (4\pi)^2}\right) \Rightarrow$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{P_R (4\pi)^2}\right)}{\log(R)} \Rightarrow$$

$$n(P_R, R) = \log\left(\frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{P_R (4\pi)^2}\right) - \log(R)$$

Στην συνέχεια θα προσδιοριστούν οι μερικές παράγωγοι  $\frac{\partial G(P_R, R)}{\partial R}$  και  $\frac{\partial G(P_R, R)}{\partial P}$ .

Έτσι λοιπόν προκύπτει ότι

$$\frac{\partial G(P_R, R)}{\partial R} = -\frac{1}{R}$$

Και

$$\frac{\partial G(P_R, R)}{\partial P} = -\left(\frac{(4\pi)^2 \cdot P_R}{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}\right) \left(\frac{P_e \cdot G^2 \cdot \lambda_0^2}{(4\pi)^2 \cdot P_R}\right) = -1$$

Μετά από πράξεις και προσεγγίσεις προκύπτει ότι  $\sigma(n)=0.05$ . Άρα τελικά έχουμε  $n=1,87 \pm 0.05$

Σε αυτό το σημείο αξίζει να σχολιαστεί το γεγονός ότι τυχόν μικρές αποκλίσεις των θεωρητικών από των πειραματικών τιμών που προσδιορίστηκαν μπορεί να οφείλονται:



1. σε ατέλειες των οργάνων μέτρησης (οι ατέλειες των οργάνων είναι κυρίως η βαθμονόμηση της κλίμακας μέτρησης καθώς και η φθορά του οργάνου)
2. στη μέθοδο μέτρησης
3. σε εξωτερικά αίτια, όπως η θερμοκρασία, η υγρασία, οι ηλεκτρικές επιδράσεις κ.α. είναι δυνατόν να επηρεάσουν τις μετρήσεις.
4. στην περιορισμένη ευαισθησία του οργάνου μέτρησης (τα διάφορα μεγέθη μετρούνται συνήθως με κατάλληλα βαθμολογημένα κλίμακα)
5. στην ικανότητα του παρατηρητή: η πείρα, η προσοχή και η προσωπική ικανότητα του παρατηρητή είναι στοιχεία που συντελούν στη μεγαλύτερη ακρίβεια των μετρήσεων.

#### 4.6 Προσδιορισμός ενεργού επιφάνειας $A_e$

Εάν υποθέσουμε ότι  $P_n(\theta, \varphi)$  είναι το διάγραμμα της κεραίας<sup>6</sup>, η ενεργός επιφάνεια (ή ενεργό άνοιγμα) της κεραίας  $A_e$  είναι το μέρος της επιφάνειας του κύματος από το οποίο η κεραία συγκεντρώνει την ισχύ. Η ενεργός επιφάνεια είναι πάντοτε μικρότερη από την πραγματική επιφάνεια της κεραίας.

Για να βρούμε την πραγματική ενεργό επιφάνεια της κεραίας, πώς μετρήσαμε με χάρακα τη 1 από τις 10 σχισμές που υπάρχουν όπως φαίνεται και στην εικόνα 41 του πειράματος. Κατόπιν, πολλαπλασιάσαμε το ύψος και το πλάτος αυτής. Αυτός είναι ένας «πρόχειρος» τρόπος εύρεσης της ενεργού επιφάνειας, όμως είναι αρκετά βοηθητικός ώστε να εξαχθούν σωστά αποτελέσματα.

Έχουμε λοιπόν

$$A_e = 16 \text{ mm} \cdot 2.2 \text{ mm}$$

$$A_e = 35.2 \text{ mm}^2$$

---

<sup>6</sup> Για την ακρίβεια είναι η επιφάνεια που μας δείχνει την κατεύθυνση προς την οποία η κεραία έχει την μεγαλύτερη λήψη.

$$A_e = 35.2 (10^{-3}m)^2$$

$$A_e = 35.2 \cdot (10^{-3})^2 m^2$$

Επομένως η ενεργός επιφάνεια της κεραίας ανά σχισμή είναι

$$A_e = 35.2 \cdot 10^{-6} m^2$$

Και συνολικά

$$A_e = 35.2 \cdot 10 \cdot 10^{-6} m^2 \text{ ή}$$

$$A_e = 352 \cdot 10^{-6} m^2$$

Περιμένουμε μέσα από τους υπολογισμούς να επαληθεύσουμε σε κάποιο βαθμό το παραπάνω αποτέλεσμα. Από τη συνάρτηση slope λοιπόν πήραμε

$$7 \cdot 10^{-4} = \frac{P_e G_\delta G_R \lambda_0^2}{16\pi^2} \Rightarrow$$

$$G_R = \frac{7 \cdot 10^{-4} 16\pi^2}{P_e G_\delta \lambda_0^2} \Rightarrow$$

$$G_R = \frac{7 \cdot 10^{-4} \cdot 16 \pi^2}{10^{-1} \cdot 10^5 \cdot (3.33 \cdot 10^{-2})^2} \Rightarrow$$

$$G_R = \frac{7 \cdot 16 \pi^2}{11.089 \cdot 10^4} \Rightarrow$$

$$G_R = \frac{7 \cdot 16 \pi^2}{11.089 \cdot 10^4} \Rightarrow$$

$$G_R = \frac{112 \pi^2}{11.089 \cdot 10^4} \Rightarrow$$

$$G_R = 10.100 \pi^2 \cdot 10^{-4}$$

$$G_R \cong 10^{-3} \pi^2$$

Από τον τύπο του κέρδους  $G_R$  της κεραίας παίρνουμε επίσης

$$G_R = \frac{4\pi f^2 A_e}{c^2} \Rightarrow$$

$$4\pi f^2 A_e = G_R c^2 \Rightarrow$$

$$A_e = \frac{G_R c^2}{4\pi f^2} \Rightarrow$$

$$A_e = \frac{10^{-3} \pi^2 c^2}{4\pi f^2} \Rightarrow$$

$$A_e = \frac{10^{-3} \pi}{4} \left(\frac{c}{f}\right)^2 \Rightarrow$$

$$A_e = \frac{10^{-3}}{4} \pi (\lambda_0)^2 \Rightarrow$$

$$A_e = 0.25 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot (3.33 \cdot 10^{-2})^2 \Rightarrow$$

$$A_e = 25 \cdot 10^{-5} \cdot \pi \cdot 3.33^2 \cdot 10^{-4} \Rightarrow$$

$$A_e = 277.222 \cdot \pi \cdot 10^{-9} \Rightarrow$$

$$A_e \cong 277 \cdot \pi \cdot 10^{-9}$$



## Βιβλιογραφία

1. ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ, SLOT ANTENNA, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΗΛΙΑΣ ΑΣΑΡΙΔΗΣ
2. ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ, ΑΣΥΡΜΑΤΕΣ ΔΟΥΡΥΦΟΡΙΚΕΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΣΠΥΡΟΣ ΛΟΥΒΡΟΣ
3. ΛΑΜΠΟΥΡΑ, Β.-Ι., 2012. ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΗΜ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ ΚΑΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΔΗΨΗΣ ΔΟΥΡΥΦΟΡΙΚΗΣ ΚΕΡΑΙΑΣ. ΝΑΥΠΑΚΤΟΣ
4. ΤΖΩΡΟΥ, Σ., 2012. ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΗΜ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ ΚΑΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ ΤΟΥ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΔΗΨΗΣ ΚΕΡΑΙΑΣ ΣΧΙΣΜΩΝ. ΝΑΥΠΑΚΤΟΣ
5. ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΗ ΦΥΣΙΚΗ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ, YOUNG, HUGH D.
6. [HTTP://WWW.PATRASWIRELESS.NET/TUTORIAL/BASIC%20TUTORIAL/TUT-EQUIPEMT/ANTENNA.HTML](http://www.patraswireless.net/tutorial/basic%20tutorial/tut-equipemt/antenna.html)
7. [HTTP://WWW.CEID.UPATRAS.GR/FACULTY/ALEXIOU/AHTS/PRESENTATIONS/09\\_ ANTE NNAS.PDF](http://www.ceid.upatras.gr/faculty/alexiou/ahts/presentations/09_ante_nnas.pdf)