

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΑΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ**  
**ΤΜΗΜΑ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΜΕΣΟΛΟΓΓΙ**

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ  
ΣΕΙΡΩΝ**

**ΤΟΥΝΤΑΣ ΧΡΗΣΤΟΣ**  
**ΚΑΤΣΙΒΑΡΔΑΣ ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ**  
**ΚΑΤΡΑΝΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ**

**ΕΠΟΠΤΕΥΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**  
**ΜΕΓΑΡΙΤΗΣ ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ**

**ΜΕΣΟΛΟΓΓΙ 2014**

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΑΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ**  
**ΤΜΗΜΑ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΜΕΣΟΛΟΓΓΙ**

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

# **ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ**

**ΤΟΥΝΤΑΣ ΙΩΑΝ. ΧΡΗΣΤΟΣ (Α.Μ. 15137 )**  
**[chritoun@logistiki.teimes.gr](mailto:chritoun@logistiki.teimes.gr)**  
**ΚΑΤΣΙΒΑΡΔΑΣ ΝΙΚ. ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ (Α.Μ. 14984)**  
**[evankats@logistiki.teimes.gr](mailto:evankats@logistiki.teimes.gr)**  
**ΚΑΤΡΑΝΗΣ ΙΩΑΝΝΗΣ (Α.Μ. 14099 )**  
**[iaonkatr@logistiki.teimes.gr](mailto:iaonkatr@logistiki.teimes.gr)**

**ΕΠΟΠΤΕΥΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**  
**ΜΕΓΑΡΙΤΗΣ ΑΘΑΝΑΣΙΟΣ**

**ΜΕΣΟΛΟΓΓΙ 2014**

Η έγκριση της πτυχιακής εργασίας από το Τμήμα Λογιστικής Χρηματοοικονομικής / Μεσολογίου του ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας δεν υποδηλώνει απαραίτητως και αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα εκ μέρους του Τμήματος.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα βιβλιογραφικά ερευνητική πτυχιακή εργασία πραγματεύεται την Ανάλυση και πρόβλεψη χρονολογικών σειρών.

Αρχικά στο πρώτο κεφάλαιο, την «εισαγωγή στην επιστήμη της Στατιστικής», παρατίθενται εισαγωγικές έννοιες της Στατιστικής, η ιστορία της, η χρησιμότητά της, τα πεδία εφαρμογής της, οι διακρίσεις της και τέλος οι επιστημονικοί τομείς που εφαρμόζεται η Στατιστική επιστήμη (Βιοστατιστική, Διοίκηση Επιχειρήσεων, Οικονομικά, Μηχανική, Φυσική, Δημογραφία, Ψυχολογία, Κοινωνικές επιστήμες, Χημειομετρία, Οικονομετρία).

Το θέμα του δεύτερου κεφαλαίου είναι η εισαγωγή στις χρονοσειρές. Αρχικά δίνονται εισαγωγικές έννοιες, το κλασσικό παράδειγμα χρονολογικής σειράς (ομαλή ανοδική ή καθοδική κίνηση της χρονολογικής σειράς, επαναλαμβανόμενες ανοδικές ή καθοδικές κινήσεις γύρω από τα επίπεδα τάσεως, κύκλοι που ολοκληρώνονται μέσα στην περίοδο ενός ημερολογιακού έτους, διακυμάνσεις βραχείας διάρκειας, ακανόνιστες στη φύση) και τέλος το πολλαπλασιαστικό παράδειγμα (ανάλυσης της χρονολογικής σειράς στις τέσσερις συνιστώσες).

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η ανάλυση χρονοσειράς και η περιγραφή της τάσεως. Παρατίθενται εισαγωγικές έννοιες, η τεχνική μετρήσεως της τάσεως σε σχέση με το σκοπό της αναλύσεως για προσαρμογή γραμμών τάσεως (σύντομη γραφική περιγραφή, ιστορική περιγραφή, μελλοντική προβολή, μελέτη των υπόλοιπων στοιχείων, εκτός της τάσεως), οι μορφές των κινήσεων τάσεως (καμπύλες αναπτύξεως), προσαρμογή γραμμών τάσεως με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων (προσαρμογή μιας αριθμητικής ευθείας γραμμής τάσεως, προβολή της ευθείας τάσεως).

Το θέμα του τέταρτου κεφαλαίου, είναι η ανάλυση χρονοσειράς και η περιγραφή των κυκλικών διακυμάνσεων. Αυτό επιτυγχάνεται δίνοντας στοιχεία για τις κυκλικές διακυμάνσεις, την προσαρμογή μιας γραμμής τάσεως δευτέρου βαθμού (παράδειγμα χρονολογικής σειράς των πωλήσεων ενός προϊόντος), τους κινδύνους από μηχανιστικές προβολές, την προσαρμογή λογαριθμικών γραμμών τάσεως (παράδειγμα λογαριθμικής ευθείας γραμμής, παράδειγμα λογαριθμικής ευθείας τάσεως που προσαρμόσθηκε με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων στα δεδομένα της παραγωγής ενός προϊόντος), τη χρησιμοποίηση εκθετικών καμπύλων αναπτύξεως για την περιγραφή της τάσεως και τέλος την προσαρμογή μιας εκθετικής καμπύλης αναπτύξεως (παράδειγμα υπολογισμών για την εύρεση της Εξισώσεως των ελαχίστων τετραγώνων, που προσαρμόζεται στους λογαρίθμους των δεδομένων).

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η ανάλυση χρονοσειράς και η περιγραφή της εποχικής μεταβλητικότητας. Δίνονται, οι εισαγωγικές έννοιες για την εποχική μεταβλητικότητα, η μέτρηση της εποχικής μεταβλητικότητας, η μέτρηση της εποχικότητας - ποσοστό (%) επί του συνόλου (παράδειγμα προγραμματισμένων πωλήσεων, παράδειγμα πρόβλεψης αριθμού μονάδων πώλησης της επιχείρησης στο τέλος του έτους), οι εποχικοί δείκτες - σταθερός μέσος (παράδειγμα εύρεσης ποσότητας πώλησης περιόδου όταν δίνεται ο εποχικός δείκτης, εποχικοί δείκτες - μέθοδος των κινητών μέσων, παράδειγμα κατανομής ποσότητας πωλήσεων για ένα έτος, μεταξύ των τριών περιόδων, παράδειγμα πρόβλεψης πωλήσεων για κάθε μελλοντικού έτους, μηνιαίοι δείκτες), η τακτοποίηση των δεδομένων με τους δείκτες εποχικότητας, η εκτίμηση των δεικτών εποχικότητας δια της τάσεως μιας χρονολογικής σειράς (παράδειγμα εκτίμησης δεικτών εποχικότητας), η σχέση της διαδικασίας

υπολογισμών με το πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα και τέλος η χρησιμοποίηση των δεικτών εποχικότητας για πρόβλεψη.

Το θέμα του έκτου κεφαλαίου είναι η ανάλυση χρονοσειράς και περιγραφή κυκλικών και μη - ομαλών κινήσεων σε μια χρονολογική σειρά. Αναλύονται οι κυκλικές και μη - ομαλές κινήσεις σε μια χρονολογική σειρά, πραγματοποιώντας καθορισμό της συνιστώσας «κυκλικές κινήσεις», της ταυτοποίησης της συνιστώσας μη - ομαλές κινήσεις, της αυτοδιακύμανσης / αυτοσυσχέτισης και τέλος της φασματικής ανάλυσης.

Στο έβδομο κεφάλαιο πραγματοποιούνται παραδείγματα ανάλυσης χρονοσειράς με χρήση φύλλων του excel 2007, όπως: η συμπλήρωση – επέκταση χρονοσειράς, η διάσπαση χρονοσειράς, η μέθοδος αυτοπαλινδρόμησης και τέλος η μέθοδος κινητού μέσου ορού.

Στο τελευταίο κεφάλαιο της βιβλιογραφικά ερευνητικής πτυχιακής εργασίας παρατίθενται τα συμπεράσματα για την Ανάλυση και πρόβλεψη χρονολογικών σειρών.

# ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	iv
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ .....	vi
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ.....	xi
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ.....	xiii
ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ.....	xv
ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ.....	xvii
ΑΠΟΔΟΣΗ ΟΡΩΝ.....	xviii
ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	xix
1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ .....	1
1.1 ΤΙ ΕΙΝΑΙ Η ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ .....	1
1.2 ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ .....	1
1.3 ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΠΕΔΙΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ .....	2
1.4 ΔΙΑΚΡΙΣΕΙΣ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ.....	3
1.5 ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ .....	4
1.6 ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΙ ΤΟΜΕΙΣ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ .....	5
1.6.1 Βιοστατιστική.....	5
1.6.2 Επιχειρηματική Στατιστική .....	5
1.6.3 Οικονομική Στατιστική .....	8
1.6.4 Μηχανική Στατιστική.....	9
1.6.5 Στατιστική Φυσική .....	10
1.6.6 Δημογραφία.....	10
1.6.7 Ψυχολογική Στατιστική.....	11
1.6.8 Κοινωνική Στατιστική.....	11
1.6.9 Χημειομετρία .....	12

1.6.10	Οικονομετρία .....	12
2	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΕΣ.....	13
2.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	13
2.2	ΚΛΑΣΣΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΣΕΙΡΑΣ.....	13
2.2.1	Ομαλή ανοδική ή καθοδική κίνηση της χρονολογικής σειράς .....	14
2.2.2	Επαναλαμβανόμενες ανοδικές ή καθοδικές κινήσεις γύρω από τα επίπεδα τάσεως	14
2.2.3	Κύκλοι που ολοκληρώνονται μέσα στην περίοδο ενός ημερολογιακού έτους..	15
2.2.4	Διακυμάνσεις βραχείας διάρκειας, ακανόνιστες στη φύση .....	15
2.3	ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ .....	16
2.3.1	Παράδειγμα ανάλυσης της χρονολογικής σειράς στις τέσσερις συνιστώσες ....	17
3	ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΤΑΣΕΩΣ .....	19
3.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	19
3.2	Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΤΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΟ ΣΚΟΠΟ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΕΩΣ ΓΙΑ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΓΡΑΜΜΩΝ ΤΑΣΕΩΣ .....	19
3.2.1	Σύντομη γραφική περιγραφή.....	19
3.2.2	Ιστορική περιγραφή.....	20
3.2.3	Μελλοντική προβολή .....	20
3.2.4	Μελέτη των υπόλοιπων στοιχείων, εκτός της τάσεως.....	20
3.3	ΜΟΡΦΕΣ ΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ ΤΑΣΕΩΣ (ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΑΝΑΠΤΥΞΕΩΣ).....	20
3.4	ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΓΡΑΜΜΩΝ ΤΑΣΕΩΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ.....	22
3.4.1	Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων .....	22
3.4.2	Προσαρμογή μιας Αριθμητικής Ευθείας γραμμής τάσεως.....	23
3.4.3	Προβολή της ευθείας τάσεως.....	25

4	ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΚΥΚΛΙΚΩΝ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΩΝ .....	27
4.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΚΥΚΛΙΚΕΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΙΣ .....	27
4.2	ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΜΙΑΣ ΓΡΑΜΜΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ .....	29
4.2.1	Παράδειγμα χρονολογικής σειράς των πωλήσεων ενός προϊόντος .....	29
4.3	ΚΙΝΔΥΝΟΙ ΑΠΟ ΜΗΧΑΝΙΣΤΙΚΕΣ ΠΡΟΒΟΛΕΣ .....	31
4.4	ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΤΑΣΕΩΣ .....	31
4.4.1	Παράδειγμα Λογαριθμικής Ευθείας γραμμής .....	33
4.4.2	Παράδειγμα λογαριθμικής ευθείας τάσεως που προσαρμόστηκε με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων στα δεδομένα της παραγωγής ενός προϊόντος .....	35
4.5	ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΗ ΕΚΘΕΤΙΚΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ ΑΝΑΠΤΥΞΕΩΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΤΑΣΕΩΣ .....	36
4.6	ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΜΙΑΣ ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΕΩΣ .....	36
4.6.1	Παράδειγμα υπολογισμών για την εύρεση της Εξισώσεως των ελαχίστων τετραγώνων, που προσαρμόζεται στους Λογαρίθμους των δεδομένων .....	37
5	ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΕΠΟΧΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ .....	39
5.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΕΠΟΧΙΚΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΙΚΟΤΗΤΑ .....	39
5.2	ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΕΠΟΧΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ .....	39
5.3	ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑΣ - ΠΟΣΟΣΤΟ (%) ΕΠΙ ΤΟΥ ΣΥΝΟΛΟΥ ...	40
5.3.1	Παράδειγμα προγραμματισμένων πωλήσεων .....	41
5.3.2	Παράδειγμα πρόβλεψης αριθμού μονάδων πώλησης της Επιχείρησης στο τέλος του έτους .....	41
5.4	ΕΠΟΧΙΚΟΙ ΔΕΙΚΤΕΣ - ΣΤΑΘΕΡΟΣ ΜΕΣΟΣ .....	42
5.4.1	Παράδειγμα εύρεσης ποσότητας πώλησης περιόδου όταν δίνεται ο εποχικός δείκτης	43
5.4.2	Εποχικοί Δείκτες - Μέθοδος των Κινητών Μέσων .....	43



5.4.3	Παράδειγμα κατανομής ποσότητας πωλήσεων για ένα έτος, μεταξύ των τριών περιόδων .....	46
5.4.4	Παράδειγμα πρόβλεψης πωλήσεων για κάθε μελλοντικού έτους.....	47
5.4.5	Μηνιαίοι Δείκτες.....	49
5.5	ΤΑΚΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΜΕ ΤΟΥΣ ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΟΣ	
	51	
5.6	ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑΣ ΔΙΑ ΤΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΜΙΑΣ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΣΕΙΡΑΣ .....	52
5.6.1	Παράδειγμα εκτίμησης δεικτών εποχικότητας .....	52
5.7	ΣΧΕΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ ΜΕ ΤΟ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ .....	56
5.8	ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΠΡΟΒΛΕΨΗ .....	57
6	ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΥΚΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗ - ΟΜΑΛΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ ΣΕ ΜΙΑ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΗ ΣΕΙΡΑ .....	58
6.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΚΥΚΛΙΚΕΣ ΚΑΙ ΜΗ - ΟΜΑΛΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΣΕ ΜΙΑ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΗ ΣΕΙΡΑ .....	58
6.2	ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΑΣ «ΚΥΚΛΙΚΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ» ΑΠΟ ΤΟΝ ΟΡΟ $C_t \times I_t$	59
6.3	ΤΑΥΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΑΣ ΜΗ - ΟΜΑΛΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ .....	61
6.4	ΑΥΤΟΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΚΑΙ ΑΥΤΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗ.....	62
6.4.1	Αυτοδιακύμανση .....	62
6.4.2	Αυτοσυσχέτιση.....	63
6.5	ΦΑΣΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ .....	64
7	ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΚΑΙ ΤΟΥ EXCEL .....	65
7.1	ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ – ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΣΕ ΦΥΛΛΟ EXCEL .....	65
7.2	ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΔΙΑΣΠΑΣΗΣ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΣΕ ΦΥΛΛΟ EXCEL.....	72
7.3	ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΜΕΘΟΔΟΥ ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ ΣΕ ΦΥΛΛΟ EXCEL	83

7.4	ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΜΕΘΟΔΟΥ ΚΙΝΗΤΟΥ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ ΣΕ ΦΥΛΛΟ EXCEL	92
	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ/ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ/ ΕΠΙΛΟΓΟΣ .....	96
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	98

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 2.1: Οι τριμηνιαίες πωλήσεις για την επιχείρηση X, σε χιλιάδες ευρώ ( 2010-2013). .....	17
Πίνακας 3.1: Προσαρμογή ευθείας γραμμής τάσεως στις πωλήσεις ενός προϊόντος, 2000-2014.....	24
Πίνακας 4.1: Προσαρμογή δευτέρου βαθμού παραβολής στις πωλήσεις ενός προϊόντος, 1985-2014.....	30
Πίνακας 4.2: Προσδιορισμός του ετήσιου ρυθμού αύξησης της παραγωγικότητας κατά περίοδο. ....	33
Πίνακας 4.3: Πίνακας Υπολογισμών για την προσαρμογή μιας Εκθετικής καμπύλης αναπτύξεως στο ακαθάριστο εγχώριο προϊόν.....	37
Πίνακας 5.1: Πωλήσεις της Επιχειρήσεως Β, κατά περίοδο, 2008-14.....	39
Πίνακας 5.2: Επιχείρηση Β, Πωλήσεις κατά περίοδο σαν ποσοστά επί των ετησίων πωλήσεων, 2008-14.....	40
Πίνακας 5.3: Ειδικοί εποχικοί λόγοι της Επιχειρήσεως Β και Εποχικοί Δείκτες με τη μέθοδο του σταθερού μέσου.....	42
Πίνακας 5.4: Υπολογισμός των Κινητών Μέσων και Ειδικών Εποχικών Λόγων, βάσει των δεδομένων του Πίνακα 5.1.....	44
Πίνακας 5.5: Υπολογισμός Εποχικών Δεικτών δια των Ειδικών Εποχικών Λόγων του Πίνακα 5.4.....	45
Πίνακας 5.6: Εποχική Μεταβλητικότητα.....	46
Πίνακας 5.7: Διαδικασία της μεθόδου των ημι – μέσων. ....	47
Πίνακας 5.8: Η μεταβολή μεταξύ των δύο μέσων, αντιστοιχεί σε τρεις περιόδους.....	48
Πίνακας 5.9: Υπολογισμοί των μηνιαίων ειδικών εποχικών λόγων με τη μέθοδο των κινητών μέσων. ....	49
Πίνακας 5.10: Υπολογισμού των ειδικών εποχικών λόγων, για μηνιαία δεδομένα (Μερικοί Αρχικοί Υπολογισμοί).....	49

Πίνακας 5.11: Ειδικοί Εποχικοί Λόγοι με τη μέθοδο των Κινητών Μέσων 2008-14. ....	50
Πίνακας 5.12: Μη - διορθωμένες και Διορθωμένες πωλήσεις, 2013 (εκατομ. ευρώ).....	51
Πίνακας 5.13: Τριμηνιαίες Πωλήσεις εταιρείας. ....	52
Πίνακας 5.14: Κατάλοιπα από την Εξίσωση $Y_t = 42134,1 + 2224,9t$ .....	54
Πίνακας 5.15: Προβλεπόμενες πωλήσεις για το πρώτο τρίμηνο εκάστου έτους.....	54
Πίνακας 5.16: Υπολογισμός των Εποχικών Δεικτών. ....	56
Πίνακας 6.1: Υπολογισμός τον όρου $Ct \times It$ στο πολλαπλασιαστικό Υπόδειγμα. ....	58
Πίνακας 6.2: Κινητοί Μέσοι για τις συνιστώσες «Κυκλικές κινήσεις» και «μη - ομαλές κινήσεις» .....	60
Πίνακας 6.3: παρατηρήσεις μίας μεταβλητής στις χρονικές στιγμές 1, 2, ..., κ.....	62
Πίνακας 7.1: Χρονοσειρές δύο σταθμών βροχομετρικών δεδομένων.....	65
Πίνακας 7.2: Οι μέσες μηνιαίες τιμές κλεισίματος του δείκτη Χ.Α.Α. για τα έτη 2011 έως 2013.....	72
Πίνακας 7.3: Η χρονοσειρά των πωλήσεων.....	84

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Διάγραμμα 1.1: Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για διάφορες παραμέτρους. ....	6
Διάγραμμα 1.2: Συνάρτηση κατανομής για διάφορες παραμέτρους. ....	7
Διάγραμμα 1.3: Η ανάλυση παλινδρόμησης.....	7
Διάγραμμα 2.1: Γενικός Δείκτης Τιμών Καταναλωτή (ΓΔΤΚ).....	14
Διάγραμμα 2.2: Οι συνιστώσες μιας χρονολογικής σειράς. ....	16
Διάγραμμα 2.3: Οι τριμηνιαίες πωλήσεις για την επιχείρηση X, σε χιλιάδες ευρώ ( 2010-2013).....	17
Διάγραμμα 3.1: Γραφική παρουσίαση καμπύλης αναπτύξεως επί αριθμητικής και ημιλογαριθμικής κλίμακας.....	21
Διάγραμμα 3.2: Προσαρμογή ευθείας γραμμής τάσεως στις πωλήσεις ενός προϊόντος, 2000-2014.....	25
Διάγραμμα 4.1: Ποσοστό της τάσεως για τις πωλήσεις ενός προϊόντος, 2000-2014.....	28
Διάγραμμα 4.2: Προσαρμογή παραβολής δευτέρου βαθμού στα δεδομένα του Πίνακα 4.1. .	31
Διάγραμμα 4.3: Προσδιορισμός του ετήσιου ρυθμού αυξήσεως της παραγωγικότητας κατά περίοδο. ....	34
Διάγραμμα 4.4: Γραφική παρουσίαση των λογαρίθμων του ΑΕΠ και της ευθείας ελαχίστων τετραγώνων. ....	38
Διάγραμμα 5.1: Πωλήσεις της Επιχειρήσεως Β, κατά περίοδο 2008-14.....	40
Διάγραμμα 5.2: Ποσοστά επί των ετησίων Συνολικών πωλήσεων της Επιχειρήσεως Β, κατά περίοδο 2008-14.....	41
Διάγραμμα 5.3: Γραφική παρουσίαση των δεδομένων του Πίνακα 5.1, και των κινητών μέσων 3-περιόδων. ....	45
Διάγραμμα 5.4: Υπολογισμός Εποχικών Δεικτών δια των Ειδικών Εποχικών Λόγων του Πίνακα 5.4.....	46
Διάγραμμα 5.5: Εποχική Μεταβλητικότητα. ....	47
Διάγραμμα 5.6: Η μεταβολή μεταξύ των δύο μέσων, αντιστοιχεί σε τρεις περιόδους.....	48

Διάγραμμα 5.7: Μη - διορθωμένες και Διορθωμένες πωλήσεις του Πίνακα 5.12. ....	52
Διάγραμμα 5.8: Τριμηνιαίες Πωλήσεις εταιρείας ΔΠ. ....	53
Διάγραμμα 5.9: Προβλεπόμενες πωλήσεις για το πρώτο τρίμηνο εκάστου έτους. ....	55
Διάγραμμα 5.10: Στικτό παράδειγμα των Λόγων $Y_t Y_t$ . ....	57
Διάγραμμα 6.1: Απεικόνιση συντελεστών στο πολλαπλασιαστικό Υπόδειγμα. ....	59
Διάγραμμα 6.2: Γραφική παρουσίαση του όρου $C_t \times I_t$ και των κυκλικών κινήσεων για τις πωλήσεις της Εταιρείας ΔΠ. ....	60
Διάγραμμα 6.3: Γραφική παρουσίαση της συνιστώσας «μη - ομαλές κινήσεις» για τις πωλήσεις της Εταιρείας ΔΠ. ....	61
Διάγραμμα 7.1: Οι μέσες μηνιαίες τιμές κλεισίματος του δείκτη Χ.Α.Α. για τα έτη 2011 έως 2013. ....	74
Διάγραμμα 7.2: Μηνιαίες μεταβολές του δείκτη Χ.Α.Α. ....	76
Διάγραμμα 7.3: Μηνιαίες αποδόσεις του δείκτη Χ.Α.Α. ....	76
Διάγραμμα 7.4: Οι χρονοσειρές των τιμών του δείκτη και των αντίστοιχων προβλέψεων. ....	82
Διάγραμμα 7.5: Τελική μορφή του φύλλου εργασίας. ....	83
Διάγραμμα 7.6: Η χρονοσειρά των πωλήσεων. ....	85
Διάγραμμα 7.7: Τα συγκριτικά αποτελέσματα των χρονοσειρών των πωλήσεων. ....	91
Διάγραμμα 7.8: Η τελική μορφή της κυματομορφής, στο οποίο εμφανίζεται και η καμπύλη του κινητού μέσου όρου των 10 μηνών. ....	93
Διάγραμμα 7.9: Τα σφάλματα της πρόβλεψης. ....	95

## ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Εξίσωση 2.1: Πολλαπλασιαστικού υποδείγματος.....	16
Εξίσωση 3.1: Ανάλυσης χρονολογικών σειρών.....	23
Εξίσωση 3.2: Εξίσωση τάσεως του παραδείγματος.....	23
Εξίσωση 4.1: Ποσοστό Τάσεως, .....	27
Εξίσωση 4.2: Διαιρώντας την αρχική χρονολογική σειρά με τις αντίστοιχες τιμές τάσεως. ..	27
Εξίσωση 4.3: Σχετικό κυκλικό κατάλοιπο. ....	28
Εξίσωση 4.4: Παραβολή δευτέρου – βαθμού, αυξητικής με αυξανόμενες ποσότητες.....	29
Εξίσωση 4.5: Λογαριθμικής ευθείας γραμμής.....	32
Εξίσωση 4.6: Μέθοδος προσαρμογής μιας εκθετικής καμπύλης αναπτύξεως. ....	36
Εξίσωση 4.7: Χρησιμοποίηση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων επί των λογαρίθμων των δεδομένων. ....	36
Εξίσωση 4.8: Μορφή Ευθείας γραμμής.....	36
Εξίσωση 4.9: Μορφή Ευθεία γραμμή. ....	37
Εξίσωση 4.10: Ο πρώτος συντελεστής της Ευθείας γραμμής.....	37
Εξίσωση 4.11: Ο δεύτερος συντελεστής της Ευθείας γραμμής.....	37
Εξίσωση 4.12: Εκτίμηση του $a$ της εκθετικής καμπύλης αναπτύξεως.....	37
Εξίσωση 4.13: Εκτίμηση του $a$ της εκθετικής καμπύλης αναπτύξεως.....	37
Εξίσωση 4.14: Εκτίμηση της τιμής τάσεως $Y$ . ....	37
Εξίσωση 4.15: Εξίσωση των ελαχίστων τετραγώνων, που προσαρμόζεται στους Λογαρίθμους των δεδομένων. ....	38
Εξίσωση 6.1: Τύπος της συνδιακύμανσης δύο μεταβλητών.....	62
Εξίσωση 6.2: Τύπος δειγματικής αυτοδιακύμανσης.....	62
Εξίσωση 6.3: Αντικειμενικός τύπος για την εκτίμηση της αυτοδιακύμανσης.....	63
Εξίσωση 6.4: Η δειγματική αυτοσυσχέτιση.....	63

Εξίσωση 6.5: Η δειγματική αυτοσυσχέτιση με δειγματικές ποσότητες.....	63
Εξίσωση 7.1: Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης. ....	84
Εξίσωση 7.2: Τιμών υστέρησης. ....	91



## ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ

**ΕΛ.ΣΤΑΤ.:** Ελληνική Στατιστική Υπηρεσία

**ΓΔΤΚ:** Γενικός Δείκτης Τιμών Καταναλωτή

**κ.ά.:** και άλλα

**κ.λπ.:** και λοιπά

**κ.ο.κ.:** και ούτω καθεξής

**π.Χ.:** προ Χριστού

**π.χ.:** παραδείγματος χάριν

**ΣΦ:** Στατιστική Φυσική

## ΑΠΟΔΟΣΗ ΟΡΩΝ

**Scalar:** Κλιμάκωση/μεταβλητή

**‘Ω’:** μικροκαταστάσεις σε μια συγκεκριμένη ενέργεια

**Tt:** τιμή τάσεως για την  $t$  χρονική περίοδο

**St:** δείκτης εποχικότητας

**Ct:** μακροχρόνιος κύκλος για την  $t$  χρονική περίοδο

**It:** μη - ομαλές κινήσεις για την  $t$  χρονική περίοδο

**Ÿ:** μέγεθος της τάσεως για τις πωλήσεις

$Y_t$ : ετήσια δεδομένα χρονολογικής σειράς

$\hat{Y}_t$ : οι τιμές τάσεως

**r:** ο μέσος ετήσιος ρυθμός αυξήσεως

**Yit:** Η εκ παρατηρήσεως ποσότητα της χρονολογικής σειράς για την περίοδο  $t$  του έτους  $i$

**Tit:** Η εκτιμώμενη τιμή τάσεως για την περίοδο  $t$  του έτους  $i$

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Στις επιστήμες της στατιστικής, της οικονομετρίας και των οικονομικών μαθηματικών, μια χρονολογική σειρά είναι μια ακολουθία χρονολογικών δεδομένων, η οποία μετράται συνήθως σε διαδοχικές χρονικές στιγμές οι οποίες απέχουν μεταξύ τους κατά ίσα χρονικά διαστήματα. Κάποια παραδείγματα χρονοσειρών είναι η ημερήσια τιμή κλεισίματος του γενικού δείκτη του χρηματιστηρίου ή οι ημερήσιες πωλήσεις ενός προϊόντος στη διάρκεια του τελευταίου έτους.

Οι χρονολογικές σειρές αναλύονται αποσκοπώντας την εύρεση χρήσιμων χαρακτηριστικών της χρονοσειράς που θα επιτρέψει στον ερευνητή να κατανοήσει καλύτερα το φαινόμενο που παρατηρεί. Επίσης, δημιουργούνται μοντέλα πρόβλεψης της μελλοντικής συμπεριφοράς της χρονοσειράς με βάση τις τιμές που παρατηρήθηκαν στο παρελθόν.

Η περιγραφή των χρονοσειρών συνήθως γίνεται γραφικά με τα χρονοδιαγράμματα, στα οποία ο χρόνος τοποθετείται στον οριζόντιο άξονα σε κατάλληλες μονάδες ενώ η τιμή του χαρακτηριστικού που παρατηρείται τοποθετείται στον κάθετο άξονα σε κατάλληλη κλίμακα.

Εκτός από τη στατιστική και την οικονομετρία, οι χρονοσειρές χρησιμοποιούνται σήμερα και στα οικονομικά μαθηματικά. Ο βασικός λόγος για τον οποίο αναλύονται οι χρονοσειρές είναι η εύρεση εκείνων των χαρακτηριστικών τους τα οποία θα επιτρέψουν στον ερευνητή να κατανοήσει το συγκεκριμένο φαινόμενο που μελετά. Επίσης, η δημιουργία εκείνων των μοντέλων τα οποία θα χρησιμοποιηθούν στο μέλλον ώστε να προβλέψουν τη συμπεριφορά της χρονοσειράς λαμβάνοντας υπόψη όμως τις παρατηρούμενες παρελθούσες τιμές κρίνεται απαραίτητη και είναι σημαντική.

Σκοπός της παρούσας βιβλιογραφικά ερευνητικής πτυχιακής εργασίας είναι να εξετάσει τους τρόπους/μεθόδους ανάλυσης και πρόβλεψης χρονοσειρών. Θα πραγματοποιηθεί βιβλιογραφική έρευνα με στόχο την ανασκόπηση των μεθόδων που έχουν προταθεί στη διεθνή βιβλιογραφία και τέλος την εφαρμογή τους με πραγματικά δεδομένα (με χρήση του προγράμματος Microsoft Excel 2007).

Η μέθοδος βασίζεται στην τεχνική της έρευνας με βιβλιογραφικά στοιχεία και πηγές. Ο δημιουργικός ρόλος της ερευνητικής διεργασίας είναι να δημιουργηθούν και να επεξεργαστούν τα δεδομένα, έτσι ώστε να εξαχθούν ασφαλή συμπεράσματα που αφορούν τους τρόπους/μεθόδους ανάλυσης και πρόβλεψης χρονοσειρών.

# 1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Στο πρώτο κεφάλαιο θα πραγματοποιηθεί εισαγωγή στη Στατιστική επιστήμη, δίνοντας ιστορικά στοιχεία από τη δημιουργία αλλά και για τη χρησιμότητα και τα πεδία εφαρμογής της.

## 1.1 ΤΙ ΕΙΝΑΙ Η ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Η επιστήμη της Στατιστικής ασχολείται με τη συστηματική απαρίθμηση και παρουσίαση αριθμητικών δεδομένων ή στοιχείων, τα οποία προέρχονται από πολλές παρατηρήσεις ή μετρήσεις. Οι παρατηρήσεις αυτές ή οι μετρήσεις αναφέρονται σε συγκεκριμένο αντικείμενο ή γεγονός.

Ανάλογα με το αντικείμενο ή το γεγονός στο οποίο αναφέρονται τα αριθμητικά δεδομένα, η Στατιστική παίρνει και ιδιαίτερη ονομασία. Έτσι, όταν μιλάμε π.χ. για Γεωργική Στατιστική, Στατιστική Επιχειρήσεων ή Στατιστική Εργατικού δυναμικού κ.λπ., εννοούμε αριθμητικά δεδομένα που αναφέρονται αντίστοιχα στη γεωργία, στις επιχειρήσεις ή στο εργατικό δυναμικό κ.λπ. Στην επιστημονική γλώσσα, η λέξη Στατιστική έχει ευρύτερη σημασία· σημαίνει την επιστήμη που έχει ως αντικείμενο όχι μόνο τη συγκέντρωση και παρουσίαση, αλλά και τη μελέτη και ανάλυση των παρατηρήσεων ή μετρήσεων που αναφέρονται σε ένα συγκεκριμένο αντικείμενο ή γεγονός, οποιαδήποτε και αν είναι η φύση του. Έτσι, η Στατιστική περιλαμβάνει τόσο τις μεθόδους συλλογής και επεξεργασίας στοιχείων, όσο και τις μεθόδους ανάλυσης και μελέτης τους, ανακαλύπτοντας έτσι σχέσεις που υπάρχουν ανάμεσα στα διάφορα φαινόμενα και διατυπώνοντας συμπεράσματα που είναι χρήσιμα για τη λήψη ορθών αποφάσεων.

Μπορεί λοιπόν να ειπωθεί, ότι (Κιόχος, 1993): «Στατιστική είναι η επιστήμη που ασχολείται με τις επιστημονικές μεθόδους συλλογής, οργάνωσης, παρουσίασης και ανάλυσης των αριθμητικών εκείνων στοιχείων που αναφέρονται σε χαρακτηριστικές ιδιότητες διαφόρων οικονομικών, κοινωνικών, δημογραφικών, φυσικών κ.λπ. φαινομένων και έχει ως σκοπό τη συστηματική μελέτη αυτών των στοιχείων για την κατάληξη σε γενικά συμπεράσματα, που είναι χρήσιμα στη διαδικασία της λήψης ορθών αποφάσεων».

Αναλύοντας τον ορισμό αυτό της Στατιστικής, παρατηρούμε ότι τα βασικά στάδια που ακολουθούμε για τη μελέτη των ιδιοτήτων των διαφόρων μονάδων μιας πολυπληθούς ομάδας είναι τα εξής (Χαλικιάς, 2003):

- a) Η συγκέντρωση των στατιστικών στοιχείων που είναι αναγκαία για τη μελέτη του προβλήματος που θέλουμε να ερευνήσουμε,
- b) Η μεθοδική επεξεργασία και παρουσίαση των στατιστικών στοιχείων σε μορφή αριθμητικών πινάκων και γραφικών παραστάσεων,
- c) Η ανάλυση των στοιχείων αυτών και η εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων για να ληφθούν σωστές αποφάσεις.

## 1.2 ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Η λέξη στατιστική προέρχεται από τη λατινική λέξη status (που σημαίνει κράτος) και δηλώνει αρχικά συλλογή στοιχείων για τις κρατικές ανάγκες (έκταση, παραγωγή, πληθυσμό κ.λπ.). Έχει εξακριβωθεί ότι η πρώτη απογραφή πληθυσμού έγινε στην Κίνα από τον αυτοκράτορα Υ-άο το έτος 2238 π.Χ., ενώ στους Ρωμαίους η πρώτη απογραφή πληθυσμού

έγινε επί Ρωμούλου (753715 π.Χ.) και η τελευταία από τον αυτοκράτορα Βεσπασιανό το 73 μ.Χ. Στην Αγγλία, η πρώτη καθολική απογραφή του πληθυσμού και του πλούτου γενικά έγινε το 1085 από τον Γουλιέλμο τον κατακτητή.

Το 1583 γράφεται από τον Fr. Sansovino το πρώτο βιβλίο στατιστικού περιεχομένου και λίγο αργότερα εισάγεται από τον Konring (1606-1681) η Στατιστική στην ανώτερη παιδεία.

Την ίδια εποχή εμφανίζεται το ενδιαφέρον για τις ασφάλειες ζωής και ο περίφημος Άγγλος αστρονόμος Halley, χρησιμοποιώντας τα ληξιαρχικά βιβλία γεννήσεων και θανάτων της πόλεως Breslau, παρουσιάζει τον πρώτο Πίνακα θνησιμότητας. Το ρεύμα αυτό των δημογραφικών μελετών επεκτείνεται και στη Γερμανία, όπου ο πάστορας Siissmilch (1707-1767) συγκεντρώνει στοιχεία από τα ληξιαρχικά βιβλία των εφημερίων της Πρωσίας και καταλήγει, το 1741, στο συμπέρασμα ότι το ποσοστό γέννησης των αγοριών είναι 51% και των κοριτσιών 49%, ενώ τα δύο φύλα έχουν ίσα ποσοστά κατά την εποχή του γάμου. Για το συγγραφέα το φαινόμενο αυτό δεν είναι τυχαίο γεγονός, αλλά νόμος θείας προέλευσης που αποσκοπεί στη διαιώνιση του είδους. Μέχρι την εποχή αυτή, η Στατιστική έχει περιγραφικό χαρακτήρα και ασχολείται κυρίως με θέματα Δημογραφίας.

Η Στατιστική θα ξεφύγει από τον περιγραφικό χαρακτήρα της με την ανάπτυξη ενός νέου κλάδου, του Λογισμού των Πιθανοτήτων, ο οποίος προήλθε από τη μελέτη των τυχερών παιγνιδιών (χαρακτηριστική μάλιστα είναι η αλληλογραφία ανάμεσα στους Γάλλους μαθηματικούς Pascal και Fermat, με αφορμή τα ερωτήματα που έθεσε στον Pascal ο Ιππότης De Mere για τα παιγνίδια του κύβου). Από τους θεμελιωτές του Λογισμού των Πιθανοτήτων αναφέρουμε τον Bernoulli, ο οποίος στο βιβλίο του Η τέχνη των προβλέψεων διατυπώνει τον περίφημο νόμο των μεγάλων αριθμών, και το Γάλλο μαθηματικό Laplace, στον οποίο οφείλεται η εφαρμογή του Λογισμού των Πιθανοτήτων στη σπουδή των φυσικών φαινομένων με πολυσύνθετες αιτίες.

Στη νέα αυτή περίοδο της Στατιστικής, ο Βέλγος αστρονόμος Quetelet επεκτείνει την εφαρμογή της Στατιστικής στη σπουδή των φυσικών, διανοητικών και ηθικών ιδιοτήτων του ανθρώπου και παίρνει την πρωτοβουλία για τη σύγκληση του πρώτου Διεθνούς Συνεδρίου Στατιστικής που έγινε στις Βρυξέλλες το 1853, ενώ αργότερα ο F. Galton εφαρμόζει τη Στατιστική στη Βιολογία και, ειδικότερα, στα προβλήματα της κληρονομικότητας. Η προσπάθεια του Galton συνεχίστηκε από τον Άγγλο μαθηματικό Pearson, στον οποίο οφείλεται κατά πολύ η σημερινή ανάπτυξη και θέση της Στατιστικής (Diamond & Jefferies, 2006).

### **1.3 ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΠΕΔΙΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

Μια απλή αρίθμηση των εφαρμογών της Στατιστικής, που είναι βασικά εφαρμοσμένη επιστήμη, δείχνει ότι αυτή χρησιμοποιείται σε όλους σχεδόν τους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας. Η Στατιστική είναι απαραίτητη στη Διοίκηση γενικά, όπου η λήψη ορθών αποφάσεων έχει μεγάλη σημασία για την πρόοδο ενός κράτους, ενός οργανισμού, μιας βιομηχανίας ή μιας επιχείρησης. Γι' αυτό και δεν υπάρχει σήμερα στις σύγχρονες επιχειρήσεις κανένας τομέας που να μην χρησιμοποιεί τις στατιστικές μεθόδους στη λήψη επιχειρηματικών αποφάσεων.

Μεγάλη σημασία έχει η εφαρμογή της Στατιστικής στη Δημογραφία, όπου η μελέτη της γαμνηλιότητας, της γεννητικότητας, της θνησιμότητας, της μετανάστευσης κ.λπ., απαιτεί μακροχρόνιες στατιστικές παρατηρήσεις και επίπονες αναλύσεις. Επίσης, η Στατιστική εφαρμόζεται σήμερα στην Ιατρική, Φυσική, Γενετική, Αστρονομία, Βιολογία,

Μετεωρολογία, Γεωργία, Βιομηχανία, στη μελέτη του φυσικού περιβάλλοντος, στη μελέτη των ανθρωπίνων ιδεών και προθέσεων, στη Θεωρία των αποφάσεων, στον έλεγχο ποιότητας των προϊόντων κ.λπ.

Τέλος, η Στατιστική βρίσκει πολύ μεγάλη εφαρμογή και στον Οικονομικό τομέα, όπου η παρακολούθηση του γενικού επιπέδου των τιμών, του εθνικού εισοδήματος, της νομισματικής ισοτιμίας και των οικονομικών διακυμάνσεων, της απασχόλησης, της παραγωγικότητας, της κατάρτισης δεικτών οικονομικής δραστηριότητας, των εθνικών πόρων και της εθνικής δαπάνης, είναι αντικείμενα στατιστικής επεξεργασίας. Η χρησιμότητα της Στατιστικής φαίνεται και από το γεγονός ότι η Στατιστική διδάσκεται σήμερα σχεδόν σε όλες της Ανώτατες και Ανώτερες Σχολές της χώρας μας (Ζαΐρης, 2010).

## 1.4 ΔΙΑΚΡΙΣΕΙΣ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Η Στατιστική επιστήμη εκ των πραγμάτων είναι ένας ιδιαίτερος κλάδος των μαθηματικών και δημιουργεί δύο εργαλεία, όσον αφορά την περιγραφή αριθμητικών συνόλων δεδομένων έρευνας αλλά και την περαιτέρω ανάλυση αυτών. Αποτέλεσμα αυτών των εργαλείων είναι και η βασική διάκρισή της σε περιγραφική και σε αναλυτική στατιστική.

Κατά τη λειτουργία της Περιγραφικής στατιστικής καταγράφονται τα διάφορα στατιστικά στοιχεία μετά από συλλογή και ταξινόμηση ομαδοποιημένων στατιστικών δεδομένων, τα οποία παρουσιάζονται σε πίνακες, διαγράμματα με χαρακτηριστικές τιμές, ή ιδιότητες.

Κατά την Αναλυτική στατιστική, αναζητείται με διάφορες μεθόδους ο προσδιορισμός διαφόρων τιμών αριθμοδεικτών για την πληρέστερη εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων μέσα όμως από κάποιο περιορισμένο δείγμα στοιχείων ενός γενικότερου συνόλου πληθυσμού.

Αποτέλεσμα όλων αυτών είναι η Στατιστική επιστήμη να αποτελεί τη βάση στην ανάπτυξη του ερευνητικού πεδίου όλων των επιστημών. Βέβαια χρησιμοποιείται και στην καθημερινή ζωή και σε όλους τους χώρους της ανθρώπινης δραστηριότητας με κάποιες εξειδικεύσεις όπως, δημογραφική, τουριστική, συγκοινωνιακή, πολιτική, βιομηχανική, ναυτιλιακή, αγροτική, εκπαιδευτική, κ.ά.

Εκτός των άλλων σημαντική είναι η βοήθεια της Στατιστικής Επιστήμης στις Συμπεριφορικές επιστήμες<sup>1</sup> λύνοντας μεγάλα και σύνθετα προβλήματα της συμπεριφοράς, μετά από στατιστική μελέτη και εν τέλει επεξεργασία κάθε είδους αντιδράσεων ή επιδόσεων που με στατιστικές μεθόδους<sup>2</sup> λαμβάνουν απτά μετρήσιμα μεγέθη, ως μεταβλητές<sup>3</sup>, με την

---

<sup>1</sup> Ως Επιστήμες συμπεριφοράς, ή Συμπεριφορικές επιστήμες, που απαντώνται στην ελληνική και ως Μπηχεηβοριστικές επιστήμες (εκ του αγγλικού όρου "behaviourist"), χαρακτηρίζονται οι Επιστήμες εκείνες που στο αντικείμενο έρευνας και μελέτης τους περιλαμβάνονται οι πάσης φύσεως δραστηριότητες και αλληλεπιδράσεις (αλλαγή, κίνηση, ή αντίδραση) οποιασδήποτε οντότητας, ή συστήματος, σε σχέση προς το περιβάλλον, ή την κατάστασή τους.

<sup>2</sup> Με τον όρο Στατιστική μέθοδος, ή ορθότερα στατιστικές μέθοδοι χαρακτηρίζεται ένα σύνολο μεθόδων της Στατιστικής με τις οποίες και επιχειρείται η επεξεργασία και ανάλυση των στατιστικών δεδομένων. Οι στατιστικές μέθοδοι δεν θα πρέπει να συγχέονται με τις διάφορες ερευνητικές μεθόδους, ή τεχνικές επινοήσεις συλλογής δεδομένων, ή τρόπους απόσπασης απαντήσεων.

εφαρμογή διαφόρων τεχνικών (διαγράμματα, τεστ, ερωτηματολόγια, κλίμακες μέτρησης, κ.ά.) (Χαλικιάς, 2003).

## 1.5 ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Η μεγάλη διαφορά της στατιστικής μεθόδου ως έρευνας, με την παρατήρηση και το πείραμα, είναι ότι ερευνά πάντα πλήθος παρατηρήσεων. Από την παραπάνω παρατήρηση δημιουργείται η έννοια του στατιστικού πληθυσμού<sup>4</sup> που αποτελεί ομαδοποιημένες παρατηρήσεις, όπως, ένα σύνολο φοιτητών, ή σύνολο ψηφοφόρων, ή σύνολο παραγομένων αντικειμένων κ.ά. Το εκάστοτε μέρος αυτής της ομάδας (φοιτητής, ψηφοφόρος, αντικείμενο) αποτελεί στατιστική μονάδα<sup>5</sup> του αντίστοιχου στατιστικού πληθυσμού. Κατά την εξέταση της καθεμιάς στατιστικής μονάδας χωριστά είναι επόμενο να είναι ιδιαίτερα χρονοβόρα αλλά και οικονομικά ασύμφορη, έτσι ακολουθείται η μελέτη ενός μόνο μέρους του συνόλου το οποίο και καλείται στατιστικό δείγμα<sup>6</sup> που λαμβάνεται κατά τη δειγματοληψία<sup>7</sup> με διάφορους τρόπους - μεθόδους.

Το χαρακτηριστικό με το οποίο συγκρίνεται ή εξετάζεται ένας στατιστικός πληθυσμός ονομάζεται μεταβλητή<sup>8</sup>, που αποτελεί μετρήσιμο μέγεθος σχέσης, ή αξίας. Οι μεταβλητές (δηλαδή οι εξεταζόμενες ιδιότητες ή χαρακτήρες) διακρίνονται σε διάφορα είδη.

Η συλλογή των στατιστικών στοιχείων<sup>9</sup>, πραγματοποιείται με διάφορες διαδικασίες και έπειτα ακολουθείται η επεξεργασία, η ταξινόμηση, και τέλος η παρουσίασή τους σε πίνακες, ή και διαγράμματα (Δημητριάδης, 2002).

---

<sup>3</sup> Μια μεταβλητή είναι ένα γράμμα που μπορεί να περιέχει που συμβολίζει ένα τυχαίο στοιχείο ενός συνόλου και χρησιμεύει για να δηλωθεί μια κοινή ιδιότητα των στοιχείων του. Μια μεταβλητή «διατρέχει» όλα τα στοιχεία του συνόλου στο οποίο αναφερόμαστε (σύνολο αναφοράς). Επίσης όταν χρειάζεται χρησιμοποιούνται κεφαλαία γράμματα και δείκτες.

<sup>4</sup> Με τον όρο στατιστικός πληθυσμός χαρακτηρίζεται οποιοδήποτε σύνολο - ομάδα: ατόμων, αντικειμένων, φαινομένων, ή συμπεριφορών της στατιστικής έρευνας.

<sup>5</sup> Στη Στατιστική ως μονάδα και εξ αυτού στατιστική μονάδα χαρακτηρίζεται κάθε μέλος - οντότητα ενός στατιστικού πληθυσμού, ή στατιστικού δείγματος.

<sup>6</sup> Στη Στατιστική με τον όρο δείγμα και εξ' αυτού στατιστικό δείγμα χαρακτηρίζεται ένα οποιοδήποτε αντιπροσωπευτικό μέρος ενός στατιστικού πληθυσμού.

<sup>7</sup> Δειγματοληψία στη στατιστική είναι η τεχνική της επιλογής ενός μέρους του πληθυσμού (το οποίο ονομάζεται δείγμα), τέτοιο ώστε τα στατιστικά στοιχεία του δείγματος να ισχύουν, με ανεκτά σφάλματα, σε όλον τον πληθυσμό. Θεωρητικά ένα τέτοιο δείγμα είναι το τυχαίο δείγμα.

<sup>8</sup> Στην ουσία ο όρος μεταβλητή είναι μαθηματικός και φυσικός που χρησιμοποιείται κατ' επέκταση και ως κοινωνικός, ψυχολογικός κ.λπ. Κατά λέξη σημαίνει κάτι που μεταβάλλεται λαμβάνοντας διάφορες τιμές, βαθμούς ή αξίες.

<sup>9</sup> Στη Στατιστική ως στοιχείο και εξ αυτού στατιστικό στοιχείο, χαρακτηρίζεται οποιοδήποτε στατιστικό δεδομένο που έχει υποστεί σχετική επεξεργασία δηλαδή ταξινόμηση, ανάλυση και ερμηνεία. Παρότι τα

## 1.6 ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΙ ΤΟΜΕΙΣ ΤΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

Μερικές επιστήμες χρησιμοποιούν την εφαρμοσμένη στατιστική τόσο εκτεταμένα ώστε έχουν ειδική ορολογία. Τέτοιοι επιστημονικοί τομείς είναι οι εξής:

### 1.6.1 Βιοστατιστική

Η βιοστατιστική (ή βιομετρία) είναι η εφαρμογή της Στατιστικής Επιστήμης και των στατιστικών μεθόδων της στη βιολογία και στην ιατρική. Βέβαια οι ερευνητικοί στόχοι οι υποθέσεις αλλά και τα σενάρια στις επιστήμες της βιολογίας και της ιατρικής είναι διάφορες, έτσι επί το πλείστον η βιοστατιστική περιλαμβάνει κάθε ποσοτική και στατιστική προσέγγιση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να απαντήσει σε ερευνητικά ερωτήματα ή να ελέγξει την ορθότητα επιστημονικών θεωριών, υποθέσεων και σεναρίων. Στην ιατρική χρησιμοποιείται για το σχεδιασμό και την ανάλυση κλινικών δοκιμών.

Πολλοί επιστήμονες της στατιστικής θεωρούν πως η Βιοστατιστική και η Στατιστική ταυτίζονται διότι ένας στατιστικός μπορεί να χειριστεί και Ιατρικά προβλήματα. Η αντίθετη άποψη είναι ότι χρειάζονται εξειδικευμένες γνώσεις Ιατρικής (τόσο στην ορολογία όσο και στην ανάλυση) που ένας στατιστικός δεν γνωρίζει ή δεν του είναι κατανοητές (Biostatistics, 2014).

### 1.6.2 Επιχειρηματική Στατιστική

Στατιστική επιχειρήσεων είναι η επιστήμη της καλής λήψης αποφάσεων για την αντιμετώπιση της επιχειρηματικής αβεβαιότητας και χρησιμοποιείται σε πολλούς τομείς, όπως τη χρηματοοικονομική ανάλυση<sup>10</sup>, την οικονομετρία<sup>11</sup>, τον έλεγχο, την παραγωγή και τις λειτουργίες συμπεριλαμβανομένης της βελτίωσης των υπηρεσιών και της έρευνας μάρκετινγκ. Εκτός των άλλων και οι χρονοσειρές είναι ιδιαίτερα σημαντικές στις στατιστικές επιχειρήσεων.

Η Επιχειρηματική Στατιστική πραγματοποιεί και εφαρμόζει στατιστικές εργασίες κυρίως για τα δεδομένα που συλλέγονται ως ένα υποπροϊόν της επιχειρηματικής δραστηριότητας ή από κρατικούς φορείς. Εκτός των άλλων δίνει γνώσεις και δεξιότητες για την ερμηνεία και τη χρησιμοποίηση στατιστικών τεχνικών σε όλες τις επιχειρηματικές εφαρμογές. Ένα είδος της στατιστικής επιχειρήσεων προορίζεται για μεγάλες εταιρείες, και καλύπτει στατιστική μελέτη, περιγραφική στατιστική (συλλογή, περιγραφή, ανάλυση και σύνοψη των δεδομένων), πιθανότητες (Διάγραμμα 1.1), και διωνυμικές αλλά και κανονικές

---

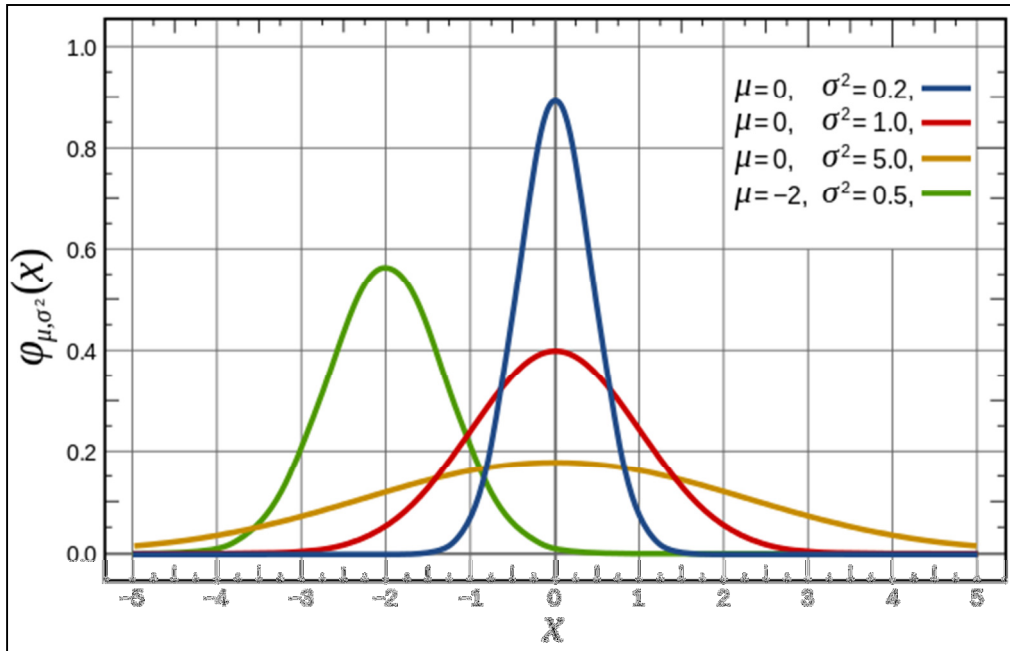
στατιστικά στοιχεία αποτελούν την τελική μορφή των στατιστικών δεδομένων πολλές φορές αποδίδονται ως συνώνυμες έννοιες.

<sup>10</sup> Χρηματοοικονομική ανάλυση (που αναφέρεται επίσης ως χρηματοοικονομική ανάλυση ή λογιστική ανάλυση ή ανάλυση της χρηματοδότησης) αναφέρεται σε μια εκτίμηση της βιωσιμότητας, της σταθερότητας και της κερδοφορίας της επιχείρησης.

<sup>11</sup> Τις σχέσεις που απεικονίζουν την επίδραση ενός παράγοντα σε ένα άλλο τις αποκαλούμε συναρτησιακές σχέσεις. Οι παραπάνω σχέσεις περιγράφουν πραγματικά γεγονότα, που συνήθως μπορούμε να τα ανακαλύψουμε μόνο με την εμπειρική έρευνα. Στην οικονομική, η τεχνική που χρησιμοποιείται για την ανακάλυψη αυτών των σχέσεων ονομάζεται Οικονομετρία.



κατανομές<sup>12</sup> (Διάγραμμα 1.2), δοκιμή των υποθέσεων και διαστήματα εμπιστοσύνης, γραμμική παλινδρόμηση<sup>13</sup> και συσχέτιση (Διάγραμμα 1.3) (Ζαΐρης, 2010).



**Διάγραμμα 1.1:** Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για διάφορες παραμέτρους.

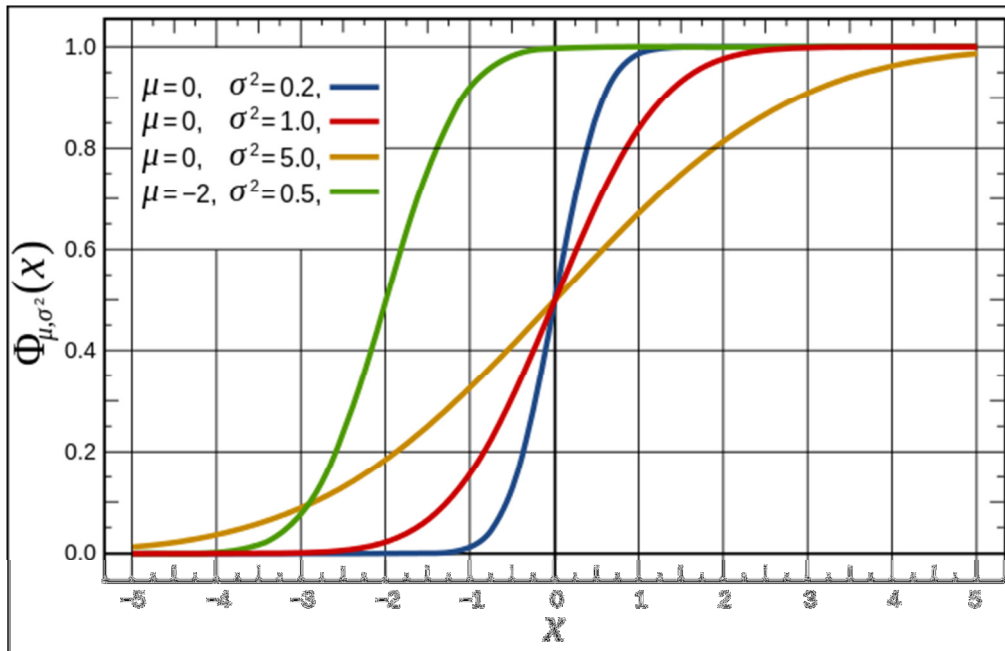
Η γραφική παράσταση της σχετιζόμενης συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας έχει σχήμα "καμπάνας", και είναι

γνωστή ως Γκαουσιανή συνάρτηση ή κωδωνοειδής καμπύλη:  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ .

**Πηγή:** (Ζαΐρης, 2010).

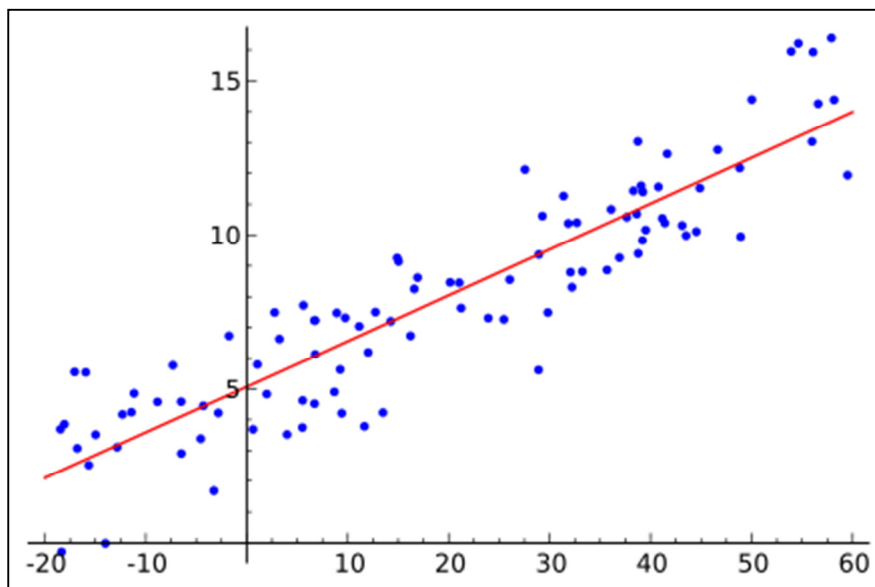
<sup>12</sup> Η κανονική κατανομή (γνωστή και ως Γκαουσιανή κατανομή) αναφέρεται σε συνεχείς μεταβλητές αποτελώντας μία συνεχή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

<sup>13</sup> Στη στατιστική, γραμμική παλινδρόμηση είναι μια προσέγγιση για τη μοντελοποίηση της γραμμικής σχέσης μεταξύ μιας ποσοτικής εξαρτημένης μεταβλητής και μιας ή περισσότερων ποσοτικών ανεξάρτητων μεταβλητών. Η περίπτωση μιας ανεξάρτητης μεταβλητής ονομάζεται απλή γραμμική παλινδρόμηση.



**Διάγραμμα 1.2:** Συνάρτηση κατανομής για διάφορες παραμέτρους.

Πηγή: (Ζαΐρης, 2010).



**Διάγραμμα 1.3:** Η ανάλυση παλινδρόμησης.

Πηγή: (Ζαΐρης, 2010).

Κάθε διαδικασία λήψης αποφάσεων απαιτεί την υποστήριξη ποσοτικών δεδομένων τα οποία αφορούν (Ζαΐρης, 2010):

- Τα προϊόντα της επιχείρησης, το κόστος, τις πωλήσεις ή τις υπηρεσίες.
- Τα προϊόντα, το κόστος, τις πωλήσεις ή τις υπηρεσίες των ανταγωνιστών.
- Την αξιολόγηση των βιομηχανικών διαδικασιών.
- Τη δυναμικότητα του προσωπικού της επιχείρησης

Εφαρμογές της Στατιστικής στις Επιχειρήσεις και την Οικονομία (Ζαΐρης, 2010):

- Η αποτύπωση ποιοτικών και ποσοτικών χαρακτηριστικών της επιχείρησης (Απλά περιγραφικά στατιστικά μέτρα)
- Η προσπάθεια προσδιορισμού των παραγόντων οι οποίοι επιδρούν στις πωλήσεις ή στην τιμή ενός προϊόντος ή στην απόδοση των εργαζομένων (Απλή ή πολλαπλή παλινδρόμηση- Συσχέτιση)
- Η διαχρονική εξέλιξη των κερδών ή των πωλήσεων ή της τιμής μίας μετοχής (Χρονολογικές σειρές)
- Η μεταβολή στην παραγωγικότητα, την απόδοση, τα κέρδη, την τιμή, την ποσότητα (Αριθμοδείκτες).

### 1.6.3 Οικονομική Στατιστική

Η Οικονομική Στατιστική εξετάζει τον τρόπο με τον οποίο εξελίσσονται οι βασικοί αριθμοδείκτες δημόσιων ή ιδιωτικών οικονομικών. Συγκεκριμένα, εξετάζει τα δημόσια ελλείμματα της (γενικής κυβέρνησης), το ακαθάριστο χρέος της γενικής κυβέρνησης, τα έσοδα και τις δαπάνες της γενικής κυβέρνησης, καθώς και τους φόρους και τις κοινωνικές εισφορές, που αποτελούν τις κύριες πηγές εσόδων του δημοσίου.

Η Οικονομική Στατιστική επί της ουσίας είναι η συνδυαστική επιστήμη των Οικονομικών και των Κοινωνικών, που μελετά την παραγωγή, τη διανομή και την κατανάλωση των αγαθών και υπηρεσιών. Περιγράφει τη διαδικασία σε όρους ανταλλαγής μεταξύ ανταγωνιστικών επιλογών, όπως παρατηρείται μέσω μετρήσιμων ποσοτήτων όπως είναι οι εισροές, οι τιμές και οι εκροές.

Η μεθοδολογίες που χρησιμοποιεί είναι η εξής:

- Η οικονομετρία, η οποία χρησιμοποιεί στατιστικές τεχνικές για την ανάλυση οικονομικών στοιχείων. Τα υπολογιστικά οικονομικά βασίζονται σε μαθηματικές μεθόδους, συμπεριλαμβανομένης και της οικονομετρίας.
- Η Μικροοικονομική, η οποία χρησιμοποιεί θεωρίες από την κοινωνική ψυχολογία (τα οικονομικά της συμπεριφοράς<sup>14</sup>) και μεθόδους πειραματικών οικονομικών.

Η αντιμετώπιση του οικονομικού προβλήματος επιβάλλει τη λήψη αποφάσεων, προκειμένου να δοθούν λύσεις σε θέματα όπως (Οικονομικό Πρόβλημα (economic problem), 2014):

- Ποια αγαθά πρέπει να παραχθούν και σε ποια ποσότητα.
- Πως θα παραχθούν τα αγαθά που έχουν επιλεγεί.
- Πως θα διανεμηθεί το παραγόμενο προϊόν.
- Ποιος μέρος θα επιλεγεί για την παραγωγική δραστηριότητα.

Συνήθως το οικονομικό πρόβλημα κάθε κοινωνίας προέρχεται από τη διαφορά που υπάρχει μεταξύ του πλήθους των αναγκών που οι άνθρωποι επιδιώκουν να ικανοποιήσουν και της περιορισμένης ποσότητας των αγαθών που υπάρχουν για την ικανοποίηση των

---

<sup>14</sup> Η οικονομική ψυχολογία συσχετίζεται με τη μελέτη της οικονομικής συμπεριφοράς, δηλαδή προσπαθεί να εξηγήσει την συμπεριφορά των οικονομικών υποκειμένων, απομακρυσμένος από την βασική αρχή της ορθολογικής οικονομικής συμπεριφοράς. Η οικονομική συμπεριφορά είναι η συμπεριφορά των καταναλωτών, που περιλαμβάνει οικονομικές αποφάσεις και ό, τι έπεται των οικονομικών αποφάσεων. Αυτός ο κλάδος των οικονομικών είναι σχετικά νέος.

αναγκών αυτών. Στην ουσία η έλλειψη αγαθών είναι έλλειψη παραγωγικών συντελεστών (Εργασία, Έδαφος-Γη, Κεφάλαιο).

Οι στατιστικές που απορρέουν από την προσπάθεια επίλυσης του οικονομικού προβλήματος δημιουργούν σημαντικότερους δείκτες για τον προσδιορισμό της οικονομίας ενός κράτους ή μιας επιχείρησης.

Η παρούσα χρηματοπιστωτική και οικονομική κρίση οδήγησε σε σοβαρές προκλήσεις την Οικονομική Στατιστική επιστήμη. Τα κυριότερα προβλήματα συνδέονται με την ικανότητα των αποτελεσμάτων να είναι σε θέση να εξυπηρετήσουν την αποστολή τους, δηλαδή να λάβουν τα αναγκαία μέτρα για να εξασφαλίσουν την οικονομική ανάπτυξη (Μαμαλής, Καψή, Τόλης, Μιχαηλόγλου, & Πρίντζης, 2014).

#### 1.6.4 Μηχανική Στατιστική

Η Στατιστική μηχανική είναι η εφαρμογή της θεωρίας πιθανοτήτων<sup>15</sup>, η οποία περιλαμβάνει μαθηματικά εργαλεία για την αντιμετώπιση μεγάλων πληθυσμών, στο πεδίο της μηχανικής<sup>16</sup>, για την καλύτερη κατανόηση της κίνησης σωματιδίων ή αντικειμένων που υπόκεινται σε μια δύναμη.

Με τη βοήθεια της Στατιστικής μηχανικής πραγματοποιεί η σύνδεση μεταξύ των μικροσκοπικών ιδιοτήτων των ατόμων και των μορίων (μικρόκοσμος), με τις μακροσκοπικές ιδιότητες των υλικών που παρατηρούνται στην καθημερινή ζωή (μακρόκοσμος), εξηγώντας διάφορες έννοιες όπως, η θερμοδυναμική<sup>17</sup> που είναι το φυσικό αποτέλεσμα της στατιστικής και της μηχανικής (κλασικής και κβαντικής) σε μικροσκοπικό επίπεδο. Επί το πλείστον μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό των θερμοδυναμικών ιδιοτήτων των υλικών από τη φασματοσκοπική ανάλυση και πληροφορία των μορίων.

Αυτή η στατιστική ικανότητα της πραγματοποίησης μακροσκοπικών προβλέψεων βασισμένων σε μικροσκοπικές ιδιότητες, είναι η βασική σύνδεση μεταξύ της στατιστικής μηχανικής και της θερμοδυναμικής. Άρα και οι δύο επιστημονικές θεωρίες βασίζονται πάνω στο δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής, μέσω της εντροπίας<sup>18</sup>. Όμως, ενώ στη θερμοδυναμική η εντροπία μπορεί να γίνει γνωστή μόνο εμπειρικά, στη στατιστική μηχανική αποτελεί μια

---

<sup>15</sup> Κεντρικό ρόλο στη θεωρία πιθανοτήτων παίζει η έννοια της πιθανότητας, ενώ σημαντικές είναι οι τυχαίες μεταβλητές, οι συναρτήσεις κατανομής, οι στοχαστικές διαδικασίες και τα γεγονότα: μαθηματικές αφαιρέσεις μη ντετερμινιστικών συμβάντων τα οποία είτε συμβαίνουν μία φορά είτε εξελίσσονται με το πέρασμα του χρόνου.

<sup>16</sup> Η μηχανική ήταν ο πρώτος κλάδος της φυσικής. Αποτελεί μία μεγάλη πηγή γνώσης για τον φυσικό κόσμο. Επίσης αποτελεί κεντρικό μέρος της τεχνολογίας. Δηλαδή: πώς να εφαρμόσουμε αυτή τη γνώση για σκοπούς χρήσιμους στον άνθρωπο. Με αυτή τη λογική ο κλάδος είναι συχνά γνωστός ως εφαρμοσμένη μηχανική.

<sup>17</sup> Η θερμοδυναμική είναι η μελέτη της μετατροπής ενέργειας από μηχανική ενέργεια -έργο- σε θερμότητα και αντίστροφα, μέσα από τη μελέτη θερμικών διεργασιών.

<sup>18</sup> Η εντροπία είναι η έννοια μέσω της οποίας μετράται η αταξία, της οποίας η μέγιστη τιμή αντικατοπτρίζει την πλήρη αποδιοργάνωση (ομογενοποίηση των πάντων) και ισοδυναμεί με την παύση της ζωής ή αλλιώς της εξέλιξης.

συνάρτηση κατανομής του συστήματος, πάνω στις μικροκαταστάσεις του (Ζεγκίνογλου, 2004).

#### **1.6.4.1 Η αρχή των Ίσων Πιθανοτήτων**

Το αξίωμα των ίσων πιθανοτήτων είναι η βασική αρχή της στατιστικής μηχανικής: «Σε ένα απομονωμένο σύστημα που βρίσκεται σε ισορροπία σε μια ορισμένη μικροκατάσταση, οι 'Ω' μικροκαταστάσεις που το αποτελούν έχουν ίση πιθανότητα να εμφανίζονται» (Στατιστική μηχανική, 2014).

Δηλαδή, ένα σύστημα σε ισορροπία δεν έχει καμία προτίμηση για κάποια από τις διαθέσιμες μικροκαταστάσεις του. Συμβολίζοντας με 'Ω' τις μικροκαταστάσεις σε μια συγκεκριμένη ενέργεια, η πιθανότητα να βρεθεί το σύστημα σε μια συγκεκριμένη μικροκατάσταση είναι:  $p = 1/\Omega$ .

Από την παραπάνω αρχή απορρέει πως για ένα σύστημα σε ισορροπία, η θερμοδυναμική κατάσταση (μακροκατάσταση) η οποία θα μπορούσε να είναι αποτέλεσμα του μεγαλύτερου αριθμού των μικροκαταστάσεων είναι επίσης η πιο πιθανή μακροκατάσταση του συστήματος (Στατιστική μηχανική, 2014).

#### **1.6.4.2 Στατιστικές κατανομές**

Υπάρχουν τρεις κατανομές ή στατιστικά σύνολα ή και στατιστικές ολότητες που βρίσκεται το εκάστοτε μηχανικό σύστημα (Στατιστική μηχανική, 2014):

- a) Η μικροκανονική κατανομή
- b) Η κανονική κατανομή
- c) Η μεγαλοκανονική κατανομή

#### **1.6.5 Στατιστική Φυσική**

Για την κατανόηση της Στατιστικής Φυσικής (ΣΦ) και της Θερμοδυναμικής χρειάζονται έννοιες από τη διττή περιγραφή (μικροσκοπική - μακροσκοπική) των αντικειμένων της ΣΦ, όπως π.χ. την έννοια της μικροκατάστασης (που μπορεί να αναφέρεται σε ένα ολόκληρο μακροσκοπικό σύστημα ή σε ένα μόνο σωματίο) ή τη φύση των διαφόρων μεταβολών (που μπορεί να συνοδεύονται ή όχι από μη αντιστρεπτές αλλαγές στο εσωτερικό του υπό εξέταση συστήματος). Η Στατιστική Φυσική μπορεί να προσεγγισθεί σε τρεις φάσεις (Οικονόμου, 2014):

- a) εξοικείωση με τα βασικά συναφή φαινόμενα και πειράματα,
- b) προσεκτική μελέτη των βασικών εννοιών και των θεμελιωδών σχέσεων,
- c) επίλυση προβλημάτων και ασκήσεων.

#### **1.6.6 Δημογραφία**

Η επιστήμη της Δημογραφίας αναλύει, αιτιολογεί και αξιολογεί τα φαινόμενα που συμβάλλουν στη διαμόρφωση και στην εξέλιξη ενός πληθυσμού και των ποικίλων δομών του (Ζαφείρης, 2014).

Δηλαδή είναι η επιστήμη που ασχολείται με τη στατιστική μελέτη του πληθυσμού για να διαπιστώσει διάφορους δείκτες όπως το σύνολο των κατοίκων, τη σύνθεση του, τις μεταβολές του και όλα τα φαινόμενα που τις προκαλούν. Έτσι απορρέουν συμπεράσματα για την υλική και ηθική βελτίωση των πληθυσμών και λήψη μέτρων για την αποτροπή επιζήμιων συνεπειών που ακολουθούν συνήθως τις διάφορες δημογραφικές μεταβολές.

Από το είδος της Δημογραφίας, την απογραφή πληθυσμού, διαπιστώνεται η ποσοτική και ποιοτική ένδειξη του δείγματος και παράλληλα γίνεται μελέτη όλων των δεικτών. Επί το πλείστον εξάγονται συμπεράσματα για τον αριθμό των κατοίκων σε κάθε περιφέρεια, τη ηλικία τους, το φύλο, το θρήσκευμα, τη γλώσσα, το βαθμός μορφώσεως, τον τόπο γεννήσεως, το επάγγελμα, την περιουσιακή κατάσταση κ.ά. Τέλος με την απογραφή επιτυγχάνεται και η στατιστική μελέτη της κινήσεως του πληθυσμού μιας χώρας σε σύγκριση με προηγούμενες στατιστικές (ανά δεκαετία). Έτσι μελετάται συγκριτικά η μετανάστευση, αστυφιλία, αύξηση ή μείωση γεννήσεων, γάμων, θανάτων, μείωση πληθυσμού ορισμένων περιφερειών κ.α. και εξάγονται συμπεράσματα για τη βελτίωση της ζωής του πληθυσμού και την αντιμετώπιση των διαφόρων προβλημάτων που δημιουργούνται με τις αλλαγές (Δημογραφία, 2014).

### 1.6.7 Ψυχολογική Στατιστική

Η αναλυτική μορφή της Στατιστικής μεθόδου παρατήρησης και του πειράματος άρχισε ν' αναπτύσσεται ιδιαίτερα από τους ψυχολόγους, όπου και αποτελεί τη μοναδική μαθηματική μέθοδο που χρησιμοποιούν ακόμα και σήμερα για την εξαγωγή μετρούμενων στατιστικών παρατηρήσεων. Η καμπύλη κατανομής ανθρωπομετρικών δεδομένων Gauss-Laplace, αποτελεί το κύριο εργαλείο της Ψυχολογικής Στατιστικής.

Ο βασικός εισηγητής της στατιστικής μεθόδου στη Ψυχολογία ήταν ο Άγγλος Francis Galton με το βιβλίο του «Hereditary Genius» για τη μέτρηση της μεγαλοφυΐας. Εκτός των άλλων ο Galton εισήγαγε την τεχνική της συνάφειας, την οποία όμως είχε επινοήσει ο Γάλλος Auguste Bravais το 1846, καθώς και τις γραφικές αναπαραστάσεις (Κατσής, Σιδερίδης, & Εμβλωτής, 2011).

### 1.6.8 Κοινωνική Στατιστική

Η κοινωνική στατιστική είναι η ποσοτική αλλά και ποιοτική διερεύνηση θεμάτων σχετικά με την υγεία, την κοινωνική πρόνοια, την εκπαίδευση και την απασχόληση, τη μετανάστευση, την κοινωνική και επαγγελματική κινητικότητα. Δηλαδή, ορίζεται ως η μεθοδολογία για την ανάλυση και επεξεργασία δεδομένων που προκύπτουν μέσα στο ευρύτερο κοινωνιολογικό πλαίσιο. Το κατάλληλο εργαλείο αποτελούν οι μέθοδοι της περιγραφικής στατιστικής. Τα στατιστικά αποτελέσματα που προκύπτουν έχουν καθαρά περιγραφικό χαρακτήρα και αφορούν αποκλειστικά στο σύνολο των δεδομένων που χρησιμοποιούνται κατά την ανάλυση, ενώ δεν μπορούν από μόνα τους να χρησιμεύσουν για την εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με ένα ευρύτερο σύνολο δεδομένων (Δημητριάδης, 2002).

Οι θεματικές ενότητες της κοινωνικής στατιστικής είναι (Δημητριάδης, 2002):

- a) Αντικείμενο και σκοπός της στατιστικής<sup>19</sup>.
- b) Περιγραφική στατιστική<sup>20</sup>.

---

<sup>19</sup> Η κοινωνική στατιστική. Οι κοινωνικές μεταβλητές και η μέτρησή τους. Είδη μεταβλητών (ποσοτικές, ποιοτικές). Μονάδα μέτρησης, δείκτες, κοινωνικοί δείκτες. Κλίμακες μέτρησης.

<sup>20</sup> Ποιοτικά δεδομένα: Ταξινόμηση και γραφική παράσταση. Κατανομές συχνοτήτων ενός συνόλου ποιοτικών δεδομένων. Ποσοτικά δεδομένα: Ταξινόμηση και γραφική παράσταση. Κατανομές συχνοτήτων ενός συνόλου ποσοτικών δεδομένων. Ποσοτικά δεδομένα: Μέτρα κεντρικής τάσης και θέσης, μεταβλητότητα, ασυμμετρία και κύρτωση.

c) Θέματα θεωρίας πιθανοτήτων<sup>21</sup>.

### 1.6.9 Χημειομετρία

Η Χημειομετρία αποσκοπεί στην ανάλυση δεδομένων από την αναλυτική χημεία και τη χημική μηχανική. Με τη σειρά της η Αναλυτική Χημεία είναι ο εφαρμοσμένος κλάδος της Χημείας που έχει ως αντικείμενο εργασίας και έρευνας την εύρεση της χημικής σύστασης<sup>22</sup>, της ποιοτικής (επιβεβαίωση ύπαρξης ή απουσίας των διαφόρων γνωστών χημικών ειδών) και της ποσοτικής (εύρεση της ποσοτικής αναλογίας ύπαρξης κάθε επιβεβαιωμένου χημικού είδους) των αγνώστων δειγμάτων ύλης. Η Αναλυτική Χημεία για την εύρεση αποτελεσμάτων, χρησιμοποιεί μία πληθώρα διαδικασιών, κυρίως πειραμάτων, για να καθορίσει όλα τα παραπάνω (Αναλυτική χημεία, 2014).

### 1.6.10 Οικονομετρία

Στη Στατιστική επιστήμη, οι σχέσεις που απεικονίζουν την επίδραση ενός παράγοντα σε ένα άλλο αποκαλούνται συναρτησιακές σχέσεις και περιγράφουν πραγματικά γεγονότα, που συνήθως μπορεί να ανακαλύπτονται μόνο με την εμπειρική έρευνα. Στην οικονομική επιστήμη, η τεχνική που χρησιμοποιείται για την ανακάλυψη αυτών των σχέσεων ονομάζεται Οικονομετρία.

Οι δύο βασικοί στόχοι της οικονομολογίας είναι (Οικονομετρία, 2014):

- a) να δώσει εμπειρικό περιεχόμενο στην Οικονομική θεωρία και
- b) να την υποβάλει σε έλεγχο για πιθανόν λανθασμένες προβλέψεις.

Η Οικονομική θεωρία προβλέπει ότι μια κάποια καμπύλη ζήτησης πρέπει να έχει αρνητική κλίση, οι Οικονομικές προβλέψεις δύνανται να επαληθεύσουν ή όχι την παραπάνω πρόβλεψη και να φωτίσουν το μέγεθος των αποτελεσμάτων της. Η επιστήμη της οικονομολογίας μπορεί να αποκαλύψει μόνο συσχετίσεις και όχι αιτιακές σχέσεις.

---

<sup>21</sup> Η σημασία της πιθανότητας. Επαγωγική στατιστική και θεωρία πιθανοτήτων. Ορισμοί της πιθανότητας ενδεχομένου. Υπολογισμός της πιθανότητας ενδεχομένου. Τυχαίες μεταβλητές και κατανομές πιθανοτήτων. Διακριτές θεωρητικές κατανομές πιθανοτήτων. Η διωνυμική κατανομή. Η κατανομή Poisson. Συνεχείς θεωρητικές κατανομές πιθανοτήτων. Η κανονική κατανομή.

<sup>22</sup> Χημική σύσταση ενός υλικού αντικειμένου ονομάζεται το σύνολο των χημικών ουσιών που υπάρχουν στο αντικείμενο συμπεριλαμβανομένης και της περιεκτικότητας του σε αυτές. Η έννοια της χημικής σύστασης αναφέρεται μόνο στο είδος των ουσιών που μπορούν να βρεθούν στο σώμα και σε ποιες ποσότητες χωρίς να συμπεριλαμβάνει τον τρόπο με τον οποίο αυτές οι ουσίες είναι τοποθετημένες και δομούν το αντικείμενο.

## 2 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΕΣ

Στο δεύτερο κεφάλαιο καταγράφονται εισαγωγικές έννοιες για την ανάλυση και πρόβλεψη χρονοσειρών.

### 2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Μία χρονολογική σειρά είναι ένα σύνολο στατιστικών παρατηρήσεων που παρουσιάζονται σε χρονολογική διάταξη.

Μπορεί να αναφερθούν διάφορα παραδείγματα, όπως μία μηνιαία σειρά των παραγομένων ποσοτήτων κρασιού, και μία ετήσια σειρά του εθνικού εισοδήματος κ.λπ. Η χρονολογική σειρά είναι ουσιαστικά σειρά ιστορικών δεδομένων, των οποίων οι τιμές σε δεδομένο χρόνο προκύπτουν από την αλληλεπίδραση μεγάλου αριθμού οικονομικών, πολιτικών, κοινωνικών και άλλων παραγόντων.

Τα δεδομένα της χρονολογικής σειράς μπορεί να παρουσιασθούν γραφικά για εύκολη οπτική εξέταση ή υπό μορφή πινάκων για λεπτομερέστερη ανάλυση. Υπάρχουν αρκετοί λόγοι που επιθυμείται η μελέτη των δεδομένων της χρονολογικής σειράς. Ένας λόγος είναι να αναλυθεί η παρούσα ή παρελθούσα κατάσταση, για να φανεί εάν είναι καλύτερη ή χειρότερη από αυτή που αναμενόταν. Αυτή η εξέταση είναι πολύπλοκη διότι εμφανίζονται παράγοντες όπως η εποχική μεταβλητικότητα και η μακροχρόνια αύξηση ή μείωση στη χρονολογική σειρά καθώς επίσης και άλλοι λιγότερο προβλεπόμενοι παράγοντες.

Ένας δεύτερος λόγος για τη μελέτη των δεδομένων της χρονολογικής σειράς είναι να προβλεφτεί η μελλοντική συμπεριφορά, εφ' όσον βέβαια το μοντέλο για τη μελλοντική συμπεριφορά του φαινομένου είναι παρόμοιο με αυτό της παρελθούσης συμπεριφοράς αυτού.

Η ανάλυση χρονολογικών σειρών ασχολείται με τις μεθόδους αναλύσεως των ιστορικών δεδομένων και στη συνέχεια, της προβολής αυτών, για να παρθούν εκτιμήσεις των μελλοντικών τιμών. Οι παραδοσιακές, ή «κλασσικές» μέθοδοι αναλύσεως των χρονολογικών σειρών, είναι περιγραφικές και δεν περιέχουν πιθανοθεωρητικές προσεγγίσεις που αφορούν μελλοντικά γεγονότα (Keller, 2010).

### 2.2 ΚΛΑΣΣΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΣΕΙΡΑΣ

Για την κατασκευή ενός ιδεατού μαθηματικού υποδείγματος μιας οικονομικής χρονολογικής σειράς θα πρέπει να προσδιοριστούν και να μετρηθούν πολλοί παράγοντες που καθορίζουν τις διακυμάνσεις στη χρονολογική σειρά και στη συνέχεια να οριστούν οι μαθηματικές σχέσεις μεταξύ αυτών αλλά και προς την υπό εξέταση χρονολογική σειρά.

Πάντως, οι καθοριστικοί παράγοντες που επιδρούν επί των οικονομικών χρονολογικών σειρών είναι πολυπληθείς. Η ανάλυση των κλασσικών χρονολογικών σειρών είναι κατά βάση μία περιγραφική μέθοδος, που προσπαθεί να διασπάσει μία οικονομική χρονολογική σειρά στις επί μέρους συνιστώσες που αντιπροσωπεύουν τα αποτελέσματα των επί μέρους ομάδων των ερμηνευτικών παραγόντων που επιδρούν στη διαμόρφωση των τιμών της χρονολογικής σειράς. Οι συνιστώσες μιας κλασσικής χρονολογικής σειράς είναι (Γναρδέλλης, 2003):

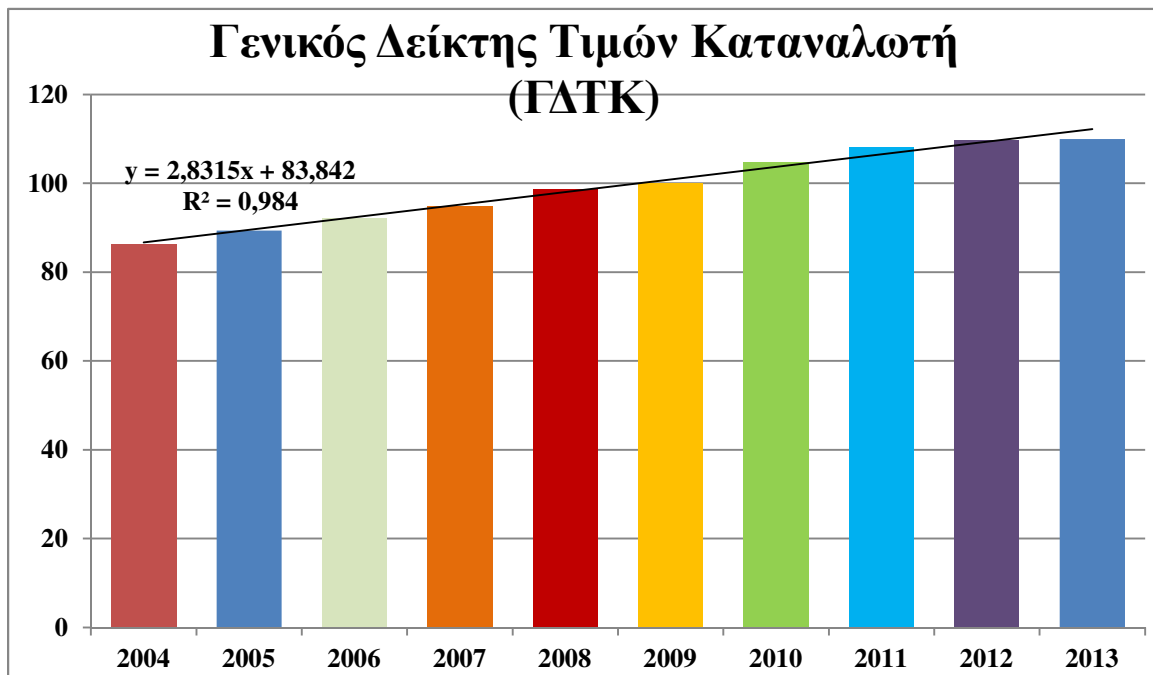
- a) Η τάση
- b) Οι κυκλικές διακυμάνσεις



- c) Οι εποχικές διακυμάνσεις
- d) Οι μη - ομαλές κινήσεις

### 2.2.1 Ομαλή ανοδική ή καθοδική κίνηση της χρονολογικής σειράς

Η τάση αναφέρεται σε μία ομαλή ανοδική ή καθοδική κίνηση της χρονολογικής σειράς για μία μακρά περίοδο χρόνου. Τέτοιες κινήσεις απαιτούν τουλάχιστον 15 ή 20 έτη για να περιγραφούν και προσδιορίζονται από παράγοντες όπως, η μεταβολή του πληθυσμού, η τεχνολογική εξέλιξη, και οι μεγάλης κλίμακας συνήθειες στην καταναλωτική συμπεριφορά (Γναρδέλλης, 2003).



Διάγραμμα 2.1: Γενικός Δείκτης Τιμών Καταναλωτή (ΓΔΤΚ).

Πηγή: Ελληνική Στατιστική Υπηρεσία (ΕΛ.ΣΤΑΤ.).

### 2.2.2 Επαναλαμβανόμενες ανοδικές ή καθοδικές κινήσεις γύρω από τα επίπεδα τάσεως

Οι κυκλικές διακυμάνσεις, ή επιχειρηματικές κυκλικές κινήσεις, είναι επαναλαμβανόμενες ανοδικές ή καθοδικές κινήσεις γύρω από τα επίπεδα τάσεως που έχουν μία διάρκεια περίπου από 2 -15 έτη. Δεν υπάρχει μοναδική απλή ερμηνεία της επιχειρηματικής κυκλικής δραστηριότητας, και υπάρχουν διαφορετικοί τύποι κύκλων που ποικίλλουν σε μήκος και μέγεθος<sup>23</sup> (π.χ. η διακύμανση του Γενικού Δείκτη Τιμών Καταναλωτή (ΓΔΤΚ) τα τελευταία χρόνια, Διάγραμμα 2.1) (Γναρδέλλης, 2003).

<sup>23</sup> Θα μπορούσε να αναφερθεί ότι δεν έχει διατυπωθεί ικανοποιητικό μαθηματικό υπόδειγμα για την περιγραφή ή την πρόβλεψη τέτοιων κύκλων.

### **2.2.3 Κύκλοι που ολοκληρώνονται μέσα στην περίοδο ενός ημερολογιακού έτους**

Οι εποχικές διακυμάνσεις είναι κύκλοι που ολοκληρώνονται μέσα στην περίοδο ενός ημερολογιακού έτους και συνεχίζουν να επαναλαμβάνονται κατά το ίδιο παραπάνω βασικό παράδειγμα. Οι βασικοί παράγοντες παραγωγής αυτών των ετησίως επαναλαμβανόμενων υποδειγμάτων των εποχιακών διακυμάνσεων είναι οι καιρικές συνθήκες και τα έθιμα-συνήθειες. Ο τελευταίος όρος ευρέως ερμηνευμένος περιλαμβάνει και την τήρηση ορισμένων εορτών όπως Πάσχα και Χριστούγεννα. Σειρές μηνιαίων και τριμηνιαίων δεδομένων χρησιμοποιούνται συνήθως, για να εξεταστούν αυτές οι εποχικές διακυμάνσεις.

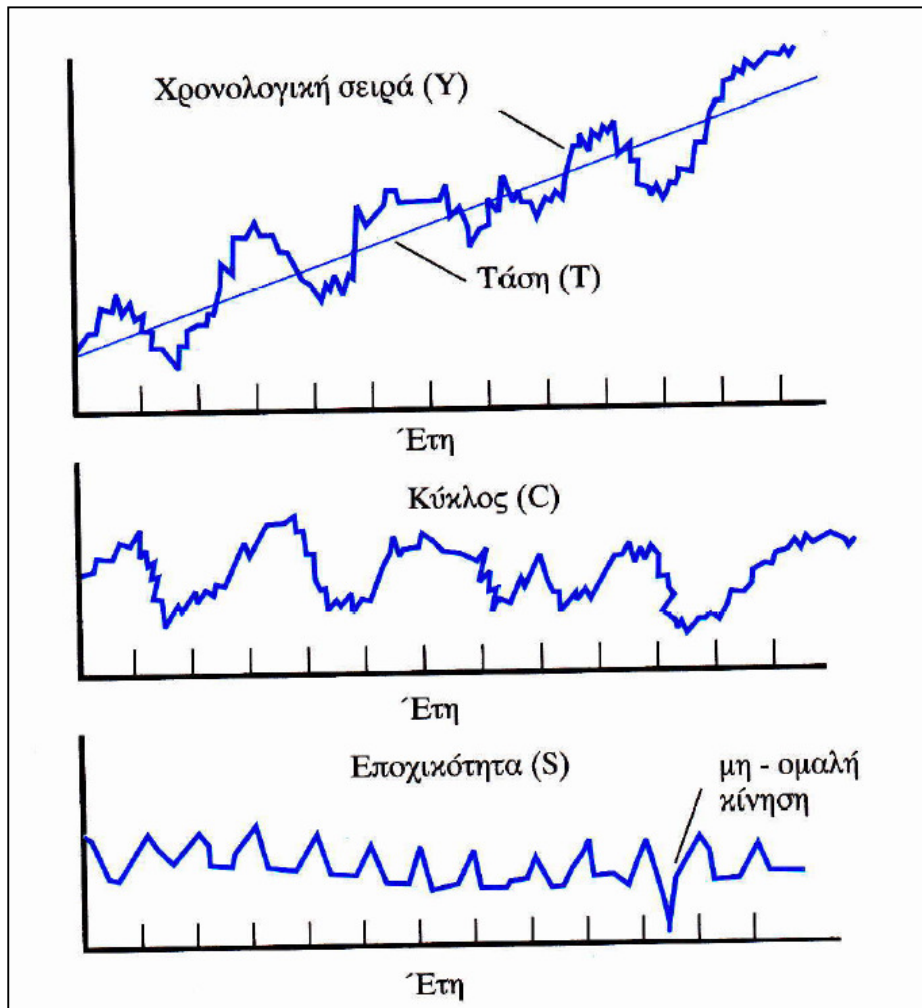
Προφανώς, ανεξαρτήτως της τάσεως ή των κυκλικών επιπέδων, μπορεί να παρατηρηθεί ότι κάθε χρόνο περισσότερο παγωτό πωλείται κατά τη διάρκεια του καλοκαιριού απ' ότι κατά τη διάρκεια του χειμώνα, ενώ περισσότερο πετρέλαιο για οικιακή θέρμανση καταναλώνεται κατά τη διάρκεια του χειμώνα απ' ότι κατά τη διάρκεια του καλοκαιριού. Και τα δύο αυτά παραδείγματα παρουσιάζουν την επίδραση των κλιματολογικών παραγόντων στον καθορισμό των εποχικών υποδειγμάτων.

Οι πωλήσεις των καταστημάτων γενικά αποκαλύπτουν μία μικρότερη αιχμή κατά τη διάρκεια του μήνα που πέφτει το Πάσχα και μία μεγαλύτερη αιχμή τον Δεκέμβριο, που πέφτει η εορτή των Χριστουγέννων, αποκαλύπτοντας τις αγοραστικές συνήθειες των καταναλωτών. Οι τεχνικές μετρήσεως των εποχικών διακυμάνσεων, εφαρμόζονται ιδιαίτερα ικανοποιητικά για τη μέτρηση, των εποχικών διακυμάνσεων που παρουσιάζουν σχετική σταθερότητα, αλλά μπορούν να προσαρμοσθούν εξίσου καλά και σε περιπτώσεις μεταβολής των εποχικών κινήσεων (Γναρδέλλης, 2003).

### **2.2.4 Διακυμάνσεις βραχείας διάρκειας, ακανόνιστες στη φύση**

Οι μη - ομαλές κινήσεις, είναι διακυμάνσεις των χρονολογικών σειρών, που είναι βραχείας διάρκειας, ακανόνιστες στη φύση, και ακολουθούν μη - ομαλά επαναλαμβανόμενο υπόδειγμα. Αυτές οι κινήσεις μερικές φορές αναφέρονται ως «κατάλοιπα διακυμάνσεων», επειδή κατά τον ορισμό τους αντιπροσωπεύουν ό, τι έχει απομείνει σε μία οικονομική χρονολογική σειρά μετά τα στοιχεία της τάσεως, της κυκλικότητας και της εποχικότητας, που έχουν υπολογισθεί. Μη - ομαλές διακυμάνσεις προκαλούνται από σποραδικά, μη - συστηματικά συμβάντα (γεγονότα). Ενώ στο κλασσικό υπόδειγμα χρονολογικών σειρών, τα στοιχεία της τάσεως, των κυκλικών και των εποχικών διακυμάνσεων εξετάζονται ως αποτέλεσμα συστηματικών επιδράσεων που προέρχονται είτε από βαθμιαία αύξηση - μείωση, ή επαναλαμβανόμενες κινήσεις. Αντίθετα οι μη - ομαλές κινήσεις θεωρούνται τόσο ακανόνιστες ώστε να μην έχει αποτέλεσμα η προσπάθεια περιγραφής αυτών σε όρους ενός τυπικού παραδείγματος

Το παρακάτω Διάγραμμα 2.2 παρουσιάζει τα τυπικά υποδείγματα της τάσεως, της κυκλικότητας και της εποχικότητας, δηλαδή των συνιστωσών μιας χρονολογικής σειράς. Ο χρόνος μετράται επί του οριζοντίου άξονα και οι τιμές της χρονολογικής σειράς επί του καθέτου άξονα (Ζαΐρης, 2010).



Διάγραμμα 2.2: Οι συνιστώσες μιας χρονολογικής σειράς.

Πηγή: (Ζαΐρης, 2010).

## 2.3 ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Μια παραδοσιακή προσέγγιση για την παρουσίαση των δεδομένων της χρονολογικής σειράς, καταλήγει στη χρησιμοποίηση ενός πολλαπλασιαστικού υποδείγματος. Κατά το υπόδειγμα αυτό θεωρείται ότι το γινόμενο των τεσσάρων όρων, της τάσεως, των εποχικών διακυμάνσεων, των κυκλικών διακυμάνσεων και των μη - ομαλών κινήσεων, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παρουσίαση των δεδομένων της χρονολογικής σειράς.

Εάν  $Y_t$  είναι η εκ παρατηρήσεως τιμή του εξεταζομένου μεγέθους για την  $t$  - χρονική περίοδο σε μία χρονολογική σειρά, τότε το πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα δίνεται με (Δημέλη, 2003):

Εξίσωση 2.1: Πολλαπλασιαστικού υποδείγματος.

$$Y_t = T_t \times S_t \times C_t \times I_t$$

όπου,

$T_t$ : είναι η τιμή τάσεως για την  $t$  - χρονική περίοδο.

$S_t$ : είναι η εποχικότητα (δείκτης εποχικότητας) για την  $t$  - χρονική περίοδο.

$C_t$ : είναι ο μακροχρόνιος κύκλος για την  $t$  - χρονική περίοδο.

$I_t$ : είναι οι μη - ομαλές κινήσεις για την  $t$  - χρονική περίοδο.

Η μη - ομαλή κίνηση αντιπροσωπεύει οποιαδήποτε διακύμανση που δεν μπορεί να αποδοθεί στους άλλους παράγοντες.

Το πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα χρονολογικών σειρών θεωρεί ότι η χρονολογική σειρά μπορεί να παρουσιασθεί ως το γινόμενο των τεσσάρων συνιστωσών  $T_t, S_t, C_t, I_t$ .

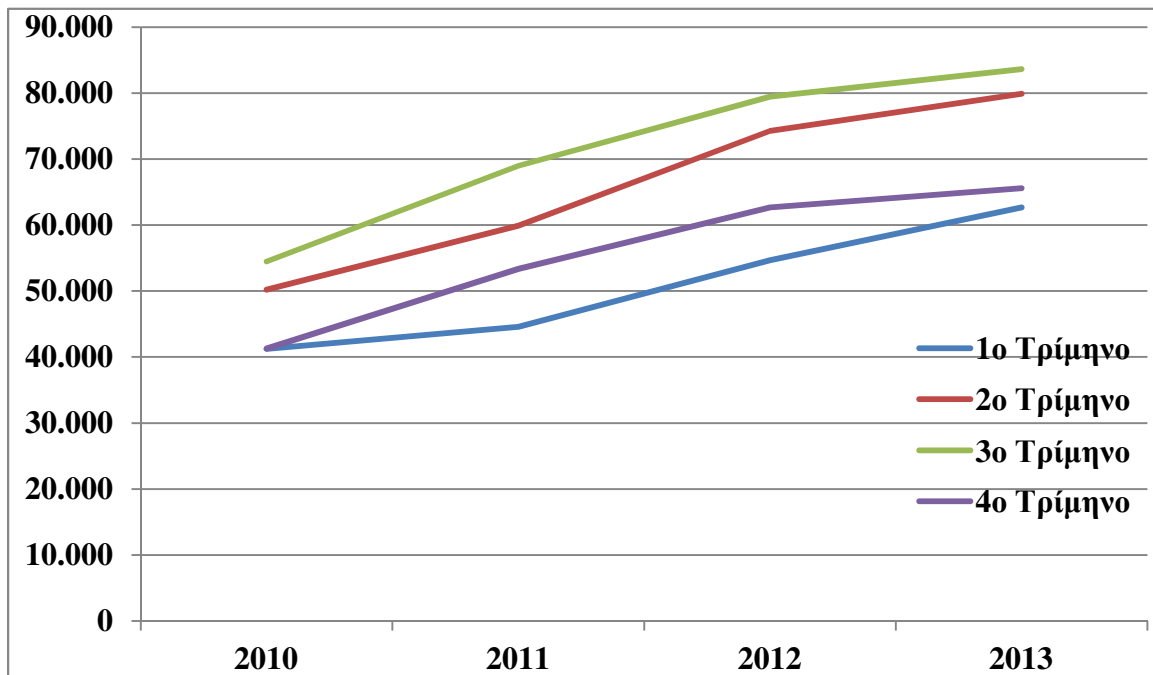
Παρακάτω θα παρουσιαστούν μέθοδοι για την ανάλυση της χρονολογικής σειράς σ' αυτές τις τέσσερις συνιστώσες. Η τάση εκτιμάται με τη χρησιμοποίηση των τεχνικών παλινδρομήσεως, και οι μέθοδοι των μέσων για την ταυτοποίηση των δεικτών εποχικότητας των δεδομένων. Το ακόλουθο παράδειγμα παρουσιάζει κάθε μία από αυτές τις συνιστώσες.

### 2.3.1 Παράδειγμα ανάλυσης της χρονολογικής σειράς στις τέσσερις συνιστώσες

Δίνονται οι τριμηνιαίες πωλήσεις για την επιχείρηση X, σε χιλιάδες ευρώ (2010-2013).

**Πίνακας 2.1:** Οι τριμηνιαίες πωλήσεις για την επιχείρηση X, σε χιλιάδες ευρώ ( 2010-2013).

Έτος	Τρίμηνα			
	1 <sup>ο</sup>	2 <sup>ο</sup>	3 <sup>ο</sup>	4 <sup>ο</sup>
2010	41.234	50.225	54.462	41.295
2011	44.555	59.893	68.958	53.344
2012	54.684	74.238	79.430	62.656
2013	62.691	79.865	83.637	65.569



**Διάγραμμα 2.3:** Οι τριμηνιαίες πωλήσεις για την επιχείρηση X, σε χιλιάδες ευρώ ( 2010-2013).

Το πέμπτο τρίμηνο των δεδομένων του Πίνακα 2.1 είναι οι πωλήσεις του πρώτου τριμήνου του 2011 για την επιχείρηση Χ. Αυτός ο αριθμός είναι:

$$Y_5 = \text{€ } 44.555.$$

Η τιμή της τάσεως γι' αυτό το τρίμηνο είναι:

$$T_5 = \text{€ } 53.259.$$

Αυτή είναι η εκτιμηθείσα τιμή των πωλήσεων που βασίζεται στην ευθύγραμμη παλινδρόμηση, εάν οι εποχικές, κυκλικές και μη - ομαλές κινήσεις, που επιδρούν επί των πωλήσεων, αγνοηθούν.

Ο εποχικός δείκτης κατά τη μέθοδο που θα παρουσιαστεί είναι:

$$S_5 = 0,882$$

για το πρώτο τρίμηνο κάθε έτους. Αυτή η τιμή σημαίνει ότι οι πωλήσεις του πρώτου τριμήνου τείνουν να είναι μόνο το 88,2% του εκτιμούμενου ποσού δια της τάσεως. Με άλλα λόγια, το πρώτο τρίμηνο τείνει να έχει 12% λιγότερες πωλήσεις.

Ο μακροχρόνιος κύκλος είναι:

$$C_5 = 0,955$$

για το πέμπτο τρίμηνο. Ο οικονομικός κύκλος αντανακλά τις γενικές οικονομικές συνθήκες που υπάρχουν εκείνη τη χρονική στιγμή. Ειδικότερα, η μείωση του 4,5%,  $(1,000 - 0,955) \times 100\% = 4,5\%$ , από τις πωλήσεις που έχουν προβλεφθεί, δείχνει ότι αυτό το τρίμηνο συνέπεσε σε μία περίοδο βραδείας και όχι συνήθους οικονομικής δραστηριότητας. Οι μη-ομαλές κινήσεις για το πέμπτο τρίμηνο είναι:

$$I_5 = 0,993$$

Αυτό δείχνει ότι το λιγότερο από 1%,  $(1,000 - 0,993) \times 100\% = 0,7\%$  του ύψους των πωλήσεων αποδίδεται σε παράγοντες άλλους πέραν της τάσεως, της εποχικότητας και του μακροχρόνιου κύκλου. Οι πραγματικές (εκ παρατηρήσεως) πωλήσεις επαναπροσδιορίζονται από τις τέσσερις συνιστώσες δια πολλαπλασιασμού.

$$Y_5 = T_5 \times S_5 \times C_5 \times I_5 = (\text{€ } 53.259) \times (0,882) \times (0,955) \times (0,993) = \text{€ } 44.547$$

Το μέγεθος αυτό είναι ίσο με τις πραγματικές πωλήσεις € 44. 555. Η μικρή διαφορά οφείλεται στο σφάλμα στρογγυλοποίησης των δεκαδικών.

### **3 ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΤΑΣΕΩΣ**

Όπως αποσαφηνίστηκε, το αποτέλεσμα της ταυτόχρονης επίδρασης τεσσάρων διαφορετικών συνιστωσών: της τάσης, των κυκλικών διακυμάνσεων, των εποχικών διακυμάνσεων και των μη - ομαλών κινήσεων, είναι οι τιμές των χρονολογικών σειρών.

#### **3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ**

Στην προηγούμενη παράγραφο, τονίστηκε ότι το κλασσικό υπόδειγμα συνεπάγεται με τη χωριστή στατιστική επεξεργασία των συνιστωσών μιας χρονολογικής σειράς. Παρακάτω θα αναλυθεί ο τρόπος υπολογισμού της τάσεως μιας συγκεκριμένης χρονολογικής σειράς, με την υποβολή των δεδομένων σε κάποια αρχική επεξεργασία - προσαρμογή. Ο βαθμός αυτής της προσαρμογής εξαρτάται σε κάποιο βαθμό από την περίοδο στην οποία τα δεδομένα αναφέρονται. Για παράδειγμα, εάν η χρονολογική σειρά αφορά σε μηνιαία δεδομένα, μπορεί να είναι απαραίτητο να αναθεωρηθούν τα μηνιαία δεδομένα λαμβάνοντας υπόψη το διαφορετικό αριθμό ημερών κατά μήνα. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί, διαιρώντας τα μηνιαία δεδομένα με τον αριθμό των ημερών στους αντίστοιχους μήνες, ή με τον αριθμό των ημερών εργασίας κατά μήνα, μετατρέποντας έτσι τα δεδομένα για κάθε μήνα σε ημερήσια βάση.

Ακόμη, όταν τα αρχικά δεδομένα είναι σε ετήσια βάση, που είναι και η συνήθης περίπτωση συγκεντρώσεως του ενδιαφέροντος σε μία μακροχρόνια τάση της σειράς, τα δεδομένα μπορεί να απαιτούν μία σημαντική αρχική επεξεργασία πριν πραγματοποιηθεί περαιτέρω ανάλυση. Συνήθως γίνονται προσαρμογές-μεταβολές με βάση το μέγεθος του πληθυσμού με τη διαίρεση των αρχικών δεδομένων της σειράς με τα πληθυσμιακά μεγέθη, ώστε να εκφραστεί η χρονολογική σειρά σε μεγέθη κατά κεφαλή. Αυτό γίνεται διότι συγκρίσεις των τάσεων σε κατά κεφαλή μεγέθη είναι πολύ καλύτερες από αντίστοιχες συγκρίσεις σε μέγεθος που δεν έχουν προσαρμοσθεί κατάλληλα (Πασχαλίδης, 2013).

#### **3.2 Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΣ ΤΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΟ ΣΚΟΠΟ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΕΩΣ ΓΙΑ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΓΡΑΜΜΩΝ ΤΑΣΕΩΣ**

Η τάση σε μία χρονολογική σειρά μπορεί να μετρηθεί με τη χάραξη μιας ευθείας ή καμπύλης «με ελεύθερο χέρι», η οποία βέβαια θα φαίνεται ότι προσαρμόζεται στα δεδομένα, ή με την προσαρμογή της κατάλληλης μαθηματικής συναρτήσεως ή τέλος με τη χρήση των μεθόδων των κινητών μέσων. Οι κινητοί μέσοι θα αναπτυχθούν αργότερα στην παράγραφο που θα έχει σχέση με τις εποχικές διακυμάνσεις (Πασχαλίδης, 2013).

##### **3.2.1 Σύντομη γραφική περιγραφή**

Μία καμπύλη που σχεδιάζεται με «ελεύθερο χέρι» μπορεί να προσαρμοσθεί σε μία χρονολογική σειρά με οπτική εξέταση της σειράς. Όταν ο τύπος που χαρακτηρίζει μία τάση είναι συνήθης, ο ερευνητής συνήθως ενδιαφέρεται για μία σύντομη περιγραφή της διαφανόμενης αύξησης ή μείωσης στη χρονολογική σειρά, χωρίς οποιαδήποτε περαιτέρω ανάλυση. Σε μερικές περιπτώσεις, αυτή η σύντομη γραφική μέθοδος μπορεί να είναι επαρκής. Πάντως, πρέπει να τονισθεί ότι αυτή η μέθοδος έχει και ορισμένα μειονεκτήματα.

Πολλοί ερευνητές παίρνουν διαφορετικά αποτελέσματα για την ίδια χρονολογική σειρά. Πράγματι, ακόμη και ο ίδιος ερευνητής δε θα σχεδιάσει πιθανώς την ίδια γραμμή τάσεως σε δύο διαφορετικές προσπάθειες στην ίδια χρονολογική σειρά. Η υπερβολική υποκειμενικότητα στην επιλογή μιας γραμμής τάσεως με τη μέθοδο της «ελευθέρας χειρός» δημιουργεί προβλήματα στο σχεδιασμό της περαιτέρω ποσοτικής ανάλυσεως. Παρακάτω θα αναλυθεί η μαθηματική προσαρμογή γραμμών τάσεως.

Στη μαθηματική μέτρηση της τάσεως, ο σκοπός της ανάλυσεως είναι σημαντικό ενδιαφέροντος κατά τη διαδικασία επιλογής της κατάλληλης γραμμής τάσεως (Πασχαλίδης, 2013).

### **3.2.2 Ιστορική περιγραφή**

Οι γραμμές τάσεως μπορούν να προσαρμοσθούν για το σκοπό και μόνο μιας ιστορικής περιγραφής. Σ' αυτή την περίπτωση, οποιαδήποτε γραμμή προσαρμόζεται καλά, θεωρείται επαρκής. Οπότε δε χρειάζεται να έχει λογικές συνέπειες για σκοπούς προβλέψεων, ούτε πρέπει να αξιολογηθεί αρχικά ως προς χαρακτηριστικά που είναι επιθυμητά για άλλους σκοπούς (Δημέλη, 2003).

### **3.2.3 Μελλοντική προβολή**

Εάν σκοπός είναι η πρόβλεψη ή προβολή στο μέλλον, ειδικότερα εάν είναι επιθυμητή η μακροχρόνια προβολή, η επιλεγείσα γραμμή πρέπει να έχει λογικές συνέπειες όταν επεκτείνεται προς το μέλλον. Ο αναλυτής πρέπει πάντοτε προσεκτικά να σταθμίσει τις συνέπειες των υποδειγμάτων που προβάλλονται στο μέλλον, όσον αφορά τη λογική τους σχέση για τα φαινόμενα που περιγράφονται και προβλέπονται. Για παράδειγμα, σταθερές ποσότητες αυξήσεως στη μονάδα του χρόνου προκύπτουν εάν προβληθεί μία ευθεία γραμμή τάσεως στο μέλλον. Αυτό βέβαια δεν πρέπει να είναι μία λογική μακροχρόνια προβολή για πολλές σειρές (Δημέλη, 2003).

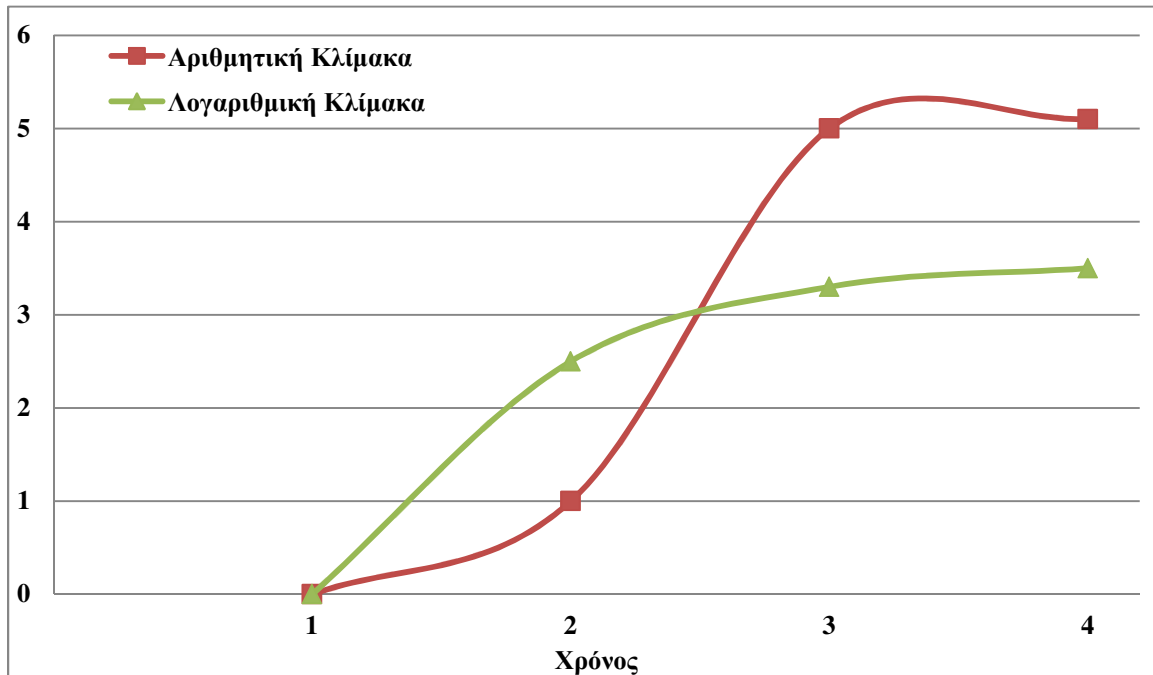
### **3.2.4 Μελέτη των υπόλοιπων στοιχείων, εκτός της τάσεως**

Οι γραμμές τάσεως προσαρμόζονται σε οικονομικά δεδομένα, για να περιγράψουν και να εξαλείψουν τις κινήσεις τάσεως από τις χρονολογικές σειρές, ώστε να μελετηθούν τα στοιχεία μη - τάσεως. Έτσι, εάν το βασικό ενδιαφέρον του αναλυτή είναι να μελετήσει τις κυκλικές διακυμάνσεις, απελευθερώνοντας τα αρχικά δεδομένα από την τάση, καθιστά δυνατή την εξέταση των κυκλικών κινήσεων χωρίς την παρουσία του παράγοντα της τάσεως (Δημέλη, 2003).

## **3.3 ΜΟΡΦΕΣ ΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ ΤΑΣΕΩΣ (ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΑΝΑΠΤΥΞΕΩΣ)**

Για ένα μεγάλο αριθμό Βιομηχανικών Επιχειρήσεων, πολυάριθμες μελέτες έχουν αποκαλύψει μία τάση που μπορεί να χαρακτηριστεί ως αυξητική με ένα φθίνοντα ποσοστιαίο ρυθμό. Πράγματι, μερικοί ερευνητές έχουν αποκαλύψει καμπύλες αναπτύξεως, που αρχικά χρησιμοποιήθηκαν για να περιγράψουν τη βιολογική ανάπτυξη ή, για να απεικονίσουν την παρελθούσα μεταβολή πολλών βιομηχανικών σειρών. Αυτές οι καμπύλες αναπτύξεως (από τις οποίες οι πιο γνωστές είναι του Gompertz και η Λογιστική) έχουν σχήμα - S για σειρές με τάση αυξήσεως, που σχεδιάζονται σε χαρτί με μία αριθμητική κάθετη κλίμακα, και είναι κοίλες προς τα κάτω σε ένα ημιλογαριθμικό σχεΔιάγραμμα. Συμβατικά, σχεδιάζεται το Διάγραμμα της χρονολογικής σειράς είτε σε αριθμητικό είτε σε ημιλογαριθμικό χαρτί απεικονίζοντας τη μεταβολή, επί του καθέτου άξονα και τον χρόνο επί του οριζοντίου

άξονα<sup>24</sup>). Η γραφική παράσταση μιας τέτοιας καμπύλης αναπτύξεως, που σχεδιάζεται σε αριθμητικό και ημιλογαριθμικό χαρτί απεικονίζεται στο Διάγραμμα 3.1 (Diamond & Jefferies, 2006).



**Διάγραμμα 3.1:** Γραφική παρουσίαση καμπύλης αναπτύξεως επί αριθμητικής και ημιλογαριθμικής κλίμακας.

**Πηγή:** (Diamond & Jefferies, 2006).

Ο επονομαζόμενος «νόμος της αναπτύξεως» έχει χρησιμοποιηθεί, για να περιγράψει αυτόν τον τύπο διαχρονικής εξελίξεως σε μία βιομηχανία. Στην περίπτωση αριθμητικής κλίμακας, στα πρώτα στάδια της βιομηχανίας, η ανάπτυξη είναι βραδεία κατ' αρχήν και στη συνέχεια γίνεται ταχεία, με τη σειρά να αυξάνει με αυξανόμενες ποσότητες. Κατόπιν η βιομηχανία διέρχεται μέσω ενός σημείου πέραν του οποίου παρουσιάζει αύξηση με μειωμένες ποσότητες, για να καταλήξει σε μία περίοδο ωριμότητας.

Σε όλα τα στάδια, όπως στο σχήμα με την ημιλογαριθμική κλίμακα μολονότι η βιομηχανία αναπτύσσεται, οι αυξήσεις συμβαίνουν μ' ένα μειούμενο ποσοστιαίο ρυθμό. Κατά καιρούς διευτώθησαν διάφορες αιτίες γι' αυτό τον τύπο βιομηχανικής αναπτύξεως από

<sup>24</sup> Το γνωστό αριθμητικό χαρτί έχει μία αριθμητική κλίμακα στον κάθετο άξονα, σύμφωνα με την οποία ίσες κάθετες αποστάσεις αντιπροσωπεύουν ίσες ποσότητες μεταβολής. Το ημιλογαριθμικό χαρτί έχει μία αριθμητική κλίμακα στον οριζόντιο άξονα, και λογαριθμική κλίμακα στον κάθετο άξονα σύμφωνα με την οποία ίσες κάθετες αποστάσεις αντιπροσωπεύουν ίσους ποσοστιαίους ρυθμούς μεταβολής. Για παράδειγμα, σε μία γραφική παράσταση επί αριθμητικής κλίμακας, μία ευθεία γραμμή που κλίνει προς τα άνω απεικονίζει μία σειρά η οποία αυξάνει με σταθερές ποσότητες μεταβολής. Ενώ σε μία γραφική παράσταση επί ημιλογαριθμικής κλίμακας, μία ευθεία γραμμή που κλίνει προς τα άνω απεικονίζει μία σειρά η οποία αυξάνει με σταθερό ποσοστιαίο ρυθμό.



ερευνητές που διέκριναν ανάλογες μεταβολές σε βιολογικά και βιομηχανικά δεδομένα χρονολογικών σειρών<sup>25</sup>.

Ήδη έχει αναφερθεί ότι μία μεγάλη ποικιλία μορφών τάσεως υπάρχει στις οικονομικές χρονολογικές σειρές, και πολλές από αυτές τις τάσεις δεν είναι δυνατόν να περιγραφούν ή να προβληθούν κατάλληλα μέσω των καμπύλων αναπτύξεως.

Οι καμπύλες αναπτύξεως έχουν έναν αριθμό επιθυμητών χαρακτηριστικών. Για παράδειγμα, έχουν πεπερασμένα κατώτερο και ανώτερο όρια, τα οποία υπολογίζονται από τα δεδομένα, στα οποία οι καμπύλες προσαρμόζονται.

Πάντως, καμία οικογένεια καμπύλων δε θεωρείται κατάλληλη σε ικανοποιητικό βαθμό για σκοπούς ερμηνείας της τάσεως. Στην πραγματικότητα, οι καμπύλες αναπτύξεως έχουν βρεθεί να είναι τελείως ακατάλληλες για την πρόβλεψη της βιομηχανικής αναπτύξεως<sup>26</sup>.

### **3.4 ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΓΡΑΜΜΩΝ ΤΑΣΕΩΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ**

Για περιπτώσεις, στις οποίες επιθυμείται να υπάρχει μία μαθηματική Εξίσωση, που να περιγράφει την τάση μιας χρονολογικής σειράς, η περισσότερο χρησιμοποιούμενη μέθοδος είναι αυτή της προσαρμογής κάποιου τύπου πολυωνμικής συναρτήσεως στα δεδομένα. Σ' αυτή την παράγραφο, παρουσιάζεται η γενική μέθοδο μέσω απλών παραδειγμάτων, προσαρμογής μιας ευθείας γραμμής και μιας παραβολής δευτέρου βαθμού στα δεδομένα μιας χρονολογικής σειράς, δια της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων (Diamond & Jefferies, 2006).

#### **3.4.1 Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων**

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων όταν χρησιμοποιείται για να προσαρμοστούν οι γραμμές τάσεως σε δεδομένα χρονολογικών σειρών, εφαρμόζεται κυρίως διότι είναι απλή, πρακτική μέθοδος και παρέχει τις καλύτερες προσαρμογές. Πάντως, πρέπει να αναγνωριστεί ότι η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων δεν έχει τον ίδιο βαθμό θεωρητικής υποστήριξης όταν εφαρμόζεται για την προσαρμογή γραμμών τάσεως, όπως στην περίπτωση της αναλύσεως παλινδρομήσεως και συσχετίσεως. Η κύρια δυσκολία είναι ότι οι συνήθεις πιθανοθεωρητικές υποθέσεις που γίνονται στην ανάλυση παλινδρομήσεως και συσχετίσεως δε συναντώνται στην περίπτωση δεδομένων χρονολογικών σειρών.

Εάν μία γραμμή τάσεως προσαρμόζεται, για παράδειγμα, σε μία ετήσια χρονολογική σειρά των πωλήσεων ενός καταστήματος, ο χρόνος θεωρείται ως η ανεξάρτητη μεταβλητή  $X$

---

<sup>25</sup> Επειδή οι εξισώσεις αυτών των καμπύλων αναπτύξεως είναι εκθετικές, είναι δύσκολο να προσαρμοστούν αυτές τις καμπύλες με τη γνωστή μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, που θα αναπτυχθεί στη συνέχεια αυτού του κεφαλαίου. Μια ειδική τεχνική που είναι γνωστή ως «η μέθοδος των επιλεγμένων σημείων» χρησιμοποιείται μερικές φορές γι' αυτό τον σκοπό. Επίσης, χρησιμοποιούνται συνήθως λογαριθμικοί μετασχηματισμοί.

<sup>26</sup> Οι περισσότερο χρησιμοποιούμενες πολυωνμικού - τύπου γραμμές τάσεως, που προσαρμόζονται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, παρουσιάζονται σ' αυτό το κεφάλαιο.

και οι πωλήσεις του καταστήματος ως η εξηρημένη μεταβλητή  $Y$ . Δεν είναι λογικό να θεωρηθεί η απόκλιση των πραγματικών πωλήσεων σε ένα δεδομένο έτος από την υπολογισθείσα τιμή τάσεως, σαν ένα τυχαίο σφάλμα. Πράγματι, εάν τα αρχικά δεδομένα είναι ετήσια, τότε οι αποκλίσεις από την τάση θα αντιπροσωπεύουν την επενέργεια των κυκλικών και μη - ομαλών παραγόντων<sup>27</sup>. Τέλος, η υπόθεση της ανεξαρτησίας δεν συναντάται στην περίπτωση των δεδομένων χρονολογικής σειράς. Οι πωλήσεις ενός καταστήματος σε δεδομένο έτος βεβαίως, δεν είναι ανεξάρτητες από τις πωλήσεις που πραγματοποιήθηκαν στο προηγούμενο έτος.

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων όταν χρησιμοποιείται, για να προσαρμοστούν οι γραμμές τάσεως, εφαρμόζεται βασικά εξαιτίας της πρακτικότητάς της, της απλότητάς της, και της καλής περιγραφής της τάσεως μάλλον, παρά εξαιτίας υποστηρίξεως της από θεωρητική άποψη (Diamond & Jefferies, 2006).

### 3.4.2 Προσαρμογή μιας Αριθμητικής Ευθείας γραμμής τάσεως

Ως παράδειγμα θα προσαρμοστεί μία ευθεία γραμμή με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, σε μία ετήσια σειρά πωλήσεων ενός προϊόντος από το 2000 έως το 2014. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι στην ανάλυση χρονολογικών σειρών θα χρησιμοποιηθεί η Εξίσωση 3.1 (Diamond & Jefferies, 2006):

**Εξίσωση 3.1:** Ανάλυσης χρονολογικών σειρών.

$$\hat{Y}_t = \alpha + \beta t$$

Ο συμβολισμός  $\hat{Y}_t$  δηλώνει την υπολογισθείσα τιμή τάσεως για τη χρονική περίοδο «t». Όταν μία Εξίσωση παλινδρομήσεως χρησιμοποιείται ως μία γραμμή τάσεως, συνήθως η ανεξάρτητη μεταβλητή «χρόνος» μετασχηματίζεται σε μία απλή μεταβλητή με λιγότερα ψηφία. Για παράδειγμα, στην πρώτη μας εφαρμογή για ετήσια δεδομένα, αντί να χρησιμοποιούμε τα έτη 2000, 2001,... ως τιμές της μεταβλητής χρόνος, χρησιμοποιούμε απλά τα ψηφία 1, 2,...

Ο Πίνακας 3.1 δείχνει τα αποτελέσματα μιας Minitab<sup>28</sup> αναλύσεως παλινδρομήσεως για την προαναφερθείσα προσαρμογή μιας ευθείας γραμμής τάσεως σε μία ετήσια σειρά των πωλήσεων ενός προϊόντος, 2000-2014. Χρησιμοποιώντας το συμβολισμό της Εξίσωσης (3.1), μπορεί να γραφτεί η Εξίσωση τάσεως,

**Εξίσωση 3.2:** Εξίσωση τάσεως του παραδείγματος.

$$\text{ΠΩΛΗΣΕΙΣ} = 1435,4 + 560,17 \text{ ΧΡΟΝΟΣ}$$

$$\hat{Y}_t = 1435,4 + 560,17t$$

όπου  $\hat{Y}_t$  είναι το μέγεθος της τάσεως για τις πωλήσεις σε εκατομμύρια ευρώ

t = 1 για το 2000

<sup>27</sup> Εποχικοί παράγοντες δεν είναι παρόντες σε ετήσια δεδομένα, διότι εξ ορισμού αυτοί ολοκληρώνονται μέσα σ' ένα έτος.

<sup>28</sup> Minitab είναι ένα στατιστικό πακέτο που αναπτύχθηκε στο Pennsylvania State University από τους ερευνητές Barbara F. Ryan, Thomas A. Ryan και τον Brian L. Joiner, το 1972. Το Minitab ξεκίνησε ως μια ελαφριά έκδοση του προγράμματος στατιστικής ανάλυσης OMNITAB, του NIST.

t, αναφέρεται σε διαστήματα ενός - έτους

Η ταύτιση των αποτελεσμάτων των δεικτών  $R^2$  και  $R_c^2$ , δείχνει ότι η ευθεία γραμμή προσαρμόζεται πολύ καλά σ' αυτή την χρονολογική σειρά.

Οι σταθερές στην Εξίσωση τάσεως ερμηνεύονται κατά παρόμοιο τρόπο με εκείνο της ευθείας γραμμής στην ανάλυση παλινδρομήσεως:

- α: είναι η υπολογισθείσα τιμή τάσεως για την περίοδο  $t = 0$ , στην περίπτωση μας, 1999
- β: είναι η κλίση της ευθείας τάσεως, ή η ποσότητα μεταβολής στην  $\hat{Y}_t$  σε μοναδιαία μεταβολή του t (κατ' έτος στο παράδειγμα μας):

**Πίνακας 3.1:** Προσαρμογή ευθείας γραμμής τάσεως στις πωλήσεις ενός προϊόντος, 2000-2014.

Έτη	t	Πωλήσεις ( $Y_t$ )	Αναμενόμενες Πωλήσεις ( $\hat{Y}_t$ )	Τάση (%)
2000	1	2484,0	1995,6	124,5
2001	2	2767,0	2555,8	108,3
2002	3	3088,0	3115,9	99,1
2003	4	3611,0	3676,1	98,3
2004	5	4216,0	4236,3	99,5
2005	6	4665,0	4796,5	97,3
2006	7	5275,0	5356,6	98,5
2007	8	5616,0	5916,8	94,9
2008	9	6165,0	6477,0	95,2
2009	10	6720,0	7037,1	95,5
2010	11	7400,0	7597,3	97,4
2011	12	7975,0	8157,5	97,8
2012	13	8800,0	8717,7	100,9
2013	14	9520,0	9277,8	102,6
2014	15	10450,0	9838,0	106,2

Η Εξίσωση τάσεως είναι:  $\hat{Y}_t = 1435,4 + 560,17t$

Σημείωση<sup>29</sup>:  $s = 292,6$

$R^2 = 98,7\%$

$R_c^2 = 98,7\%$

<sup>29</sup> S: δειγματική συνδιασπορά.

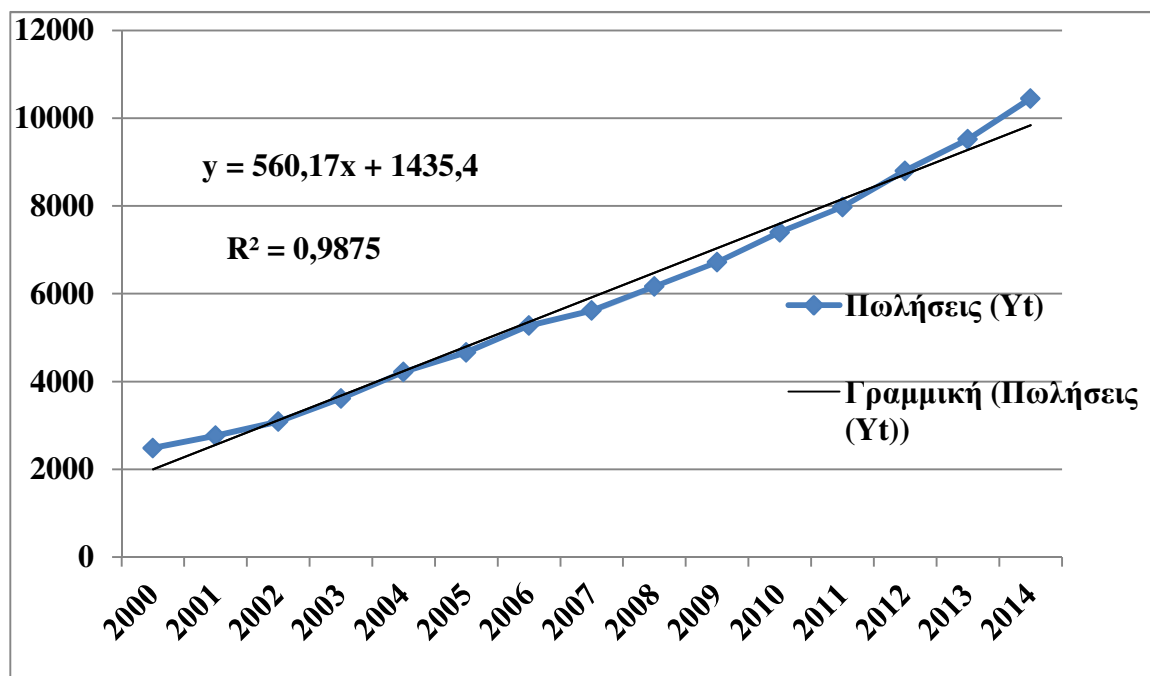
$R^2$ : συντελεστής προσδιορισμού, όσο μεγαλύτερο είναι το  $R^2$  (ή το | R|) τόσο μικρότερη είναι η διασπορά του σφάλματος της παλινδρόμησης, δηλαδή τόσο καλύτερη είναι η πρόβλεψη που βασίζεται στην ευθεία παλινδρόμησης.

Ο δείκτης  $R_c^2$  όταν ταυτίζεται με τον  $R^2$ , δείχνει ότι η ευθεία γραμμή προσαρμόζεται πολύ καλά σ' αυτή την χρονολογική σειρά.

Οι τιμές τάσεως  $\hat{Y}_t$  υπολογίζονται με αντικατάσταση των κατάλληλων τιμών του  $t$  στην Εξίσωση τάσεως. Για παράδειγμα, η τιμή τάσεως για το 2011 είναι:

$$\hat{Y}_{t,2011} = 1735,4 + 560,17(12) = 8157,4 \text{ εκατ. ευρώ}$$

Η ευθεία τάσεως παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 3.2.



Διάγραμμα 3.2: Προσαρμογή ευθείας γραμμής τάσεως στις πωλήσεις ενός προϊόντος, 2000-2014.

### 3.4.3 Προβολή της ευθείας τάσεως

Προβολή της υπολογισθείσας ευθείας τάσεως μπορεί να γίνει με αντικατάσταση των κατάλληλων τιμών της  $t$  στην Εξίσωση τάσεως. Για παράδειγμα, η προβλεπόμενη τιμή τάσεως για το 2015 για τις πωλήσεις του προϊόντος, υπολογίζεται εάν τεθεί  $t=16$  στην υπολογισθείσα Εξίσωση τάσεως. Δηλαδή (Κατσής, Σιδερίδης, & Εμβαλωτής, 2011),

$$\hat{Y}_{t,1995} = 1435,4 + 560,17(16) = 10.398,12 \text{ εκατ. ευρώ €}$$

Μία σύντομη εκτίμηση αυτής της τιμής τάσεως μπορεί να προκύψει με επέκταση της ευθείας τάσεως γραφικά, στο έτος 2015 (Διάγραμμα 3.2). Υπενθυμίζουμε ότι αυτές οι προβολές είναι εκτιμήσεις μόνο του επιπέδου της τάσεως το 2015 και όχι της πραγματικής τιμής των πωλήσεων σ' αυτό το έτος. Εάν είναι επιθυμητή μία πρόβλεψη αυτού του αποτελέσματος, τότε οι εκτιμήσεις των εκτός της τάσεως παραγόντων θα πρέπει να συνδυασθούν με την εκτίμηση της τάσεως.

Αυτό σημαίνει ότι μία πρόβλεψη των κυκλικών διακυμάνσεων θα πρέπει να γίνει και να ενσωματωθεί στην εκτιμηθείσα τιμή της τάσεως. Ακριβείς προβλέψεις αυτού του τύπου είναι δύσκολο να γίνουν για μεγάλες χρονικές περιόδους. Πάντως, στο βαθμό που η ανάλυση τάσεως αφορά σε εφαρμογές Διοικήσεως, για σκοπούς μακροσκοπικού σχεδιασμού όλη αυτή η διαδικασία είναι χρήσιμη για μία προβολή του επιπέδου της τάσεως της υπό εξέταση οικονομικής μεταβλητής.

Για παράδειγμα, μία καλή εκτίμηση της τάσεως της ζήτησεως θεωρείται κατάλληλη για έναν επιχειρηματικό σχεδιασμό επεκτάσεως ενός παραγωγικού κλάδου, εφόσον με αυτή μπορεί να προβλεφτεί η ζήτηση για πολλά έτη.

## 4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΚΥΚΛΙΚΩΝ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΩΝ

### 4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΚΥΚΛΙΚΕΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΙΣ

Όπως ήδη έχει αναφερθεί, όταν μία χρονολογική σειρά αποτελείται από ετήσια δεδομένα, περιλαμβάνει την τάση, κυκλικά και μη ομαλά στοιχεία. Οι εποχικές διακυμάνσεις απουσιάζουν επειδή παρατηρούνται μέσα σε ένα έτος. Προφανώς, οι αποκλίσεις των ετήσιων πραγματικών δεδομένων από την υπολογισθείσα γραμμή τάσεως αποδίδονται μόνο σε κυκλικές και μη - ομαλές διακυμάνσεις.

Επειδή δε το κυκλικό στοιχείο είναι ο επικρατέστερος παράγοντας, μία μελέτη αυτών των αποκλίσεων από την τάση, κατά βάση αντιπροσωπεύει μία εξέταση των επιχειρηματικών κυκλικών διακυμάνσεων. Οι αποκλίσεις από την τάση είναι κατά το πλείστον εύκολα παρατηρούμενες με τη διαίρεση των αρχικών δεδομένων με τις αντίστοιχες τιμές τάσεως για την ίδια περίοδο.

Όπως συνηθίζεται, το αποτέλεσμα της διαιρέσεως ενός αρχικού μεγέθους διά της τιμής τάσεως πολλαπλασιάζεται επί 100, για να εκφραστεί το αποτέλεσμα ως ποσοστό της τάσεως. Προφανώς, εάν το αρχικό ποσό είναι ακριβώς το ίδιο με το ποσό της τάσεως, το ποσοστό της τάσεως είναι 100, και εάν το αρχικό ποσό είναι μικρότερο από την τιμή της τάσεως, το ποσοστό της τάσεως είναι κάτω του 100.

Ο σχετικός τύπος είναι (Μαμαλής, Καπή, Τόλης, Μιχαηλόγλου, & Πρίντζης, 2014):

**Εξίσωση 4.1:** Ποσοστό Τάσεως.

$$\text{Ποσοστό Τάσεως} = \frac{Y_t}{\hat{Y}_t} \times 100$$

Όπου,

$Y_t$ : ετήσια δεδομένα χρονολογικής σειράς, και

$\hat{Y}_t$ : Τιμές τάσεως

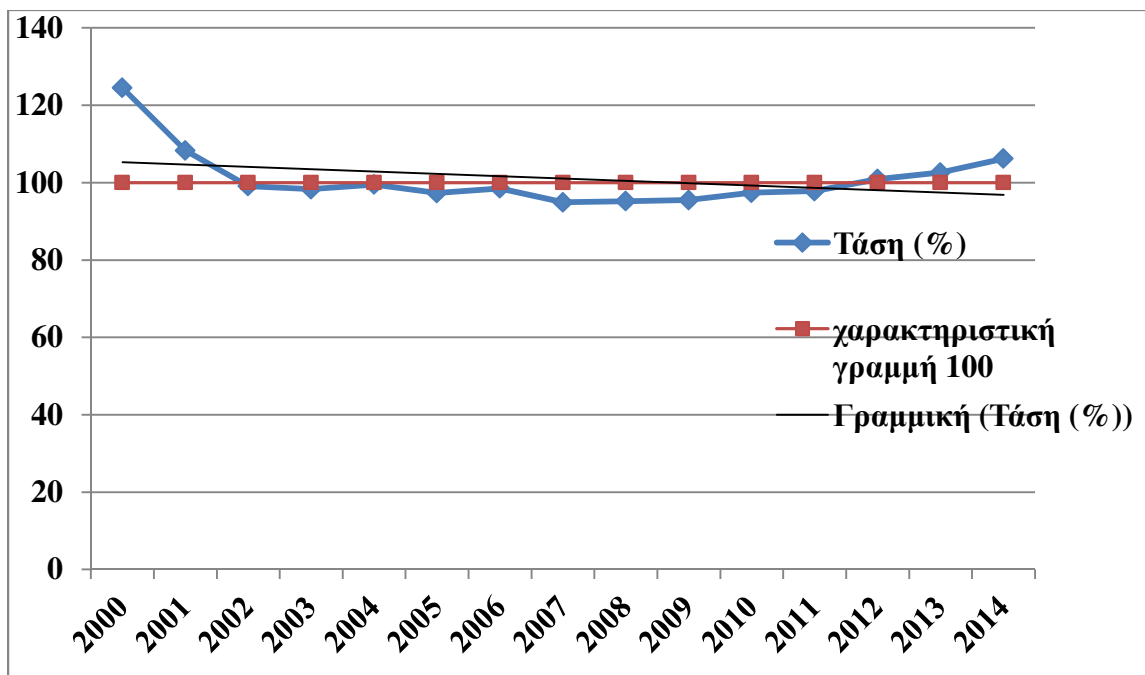
Όταν μετατραπούν τα δεδομένα σε ποσοστά τάσεως, τα νέα αποτελέσματα περιλαμβάνουν μόνο κυκλικές και μη - ομαλές κινήσεις, επειδή η διαίρεση με την τάση αποβάλλει αυτόν τον παράγοντα. Το επονομαζόμενο «πολλαπλασιαστικό μοντέλο» γι' αυτή την ανάλυση παρέχει τη λογική εξήγηση αυτής της διαδικασίας. Δηλαδή, τα αρχικά ετήσια δεδομένα θεωρούνται ως αντιπροσωπεύοντα τη συνισταμένη των αποτελεσμάτων της τάσεως, των κυκλικών, και μη ομαλών παραγόντων.

Συμβολικά, έστω  $T_t$ ,  $C_t$  και  $I_t$  ότι αντιπροσωπεύουν την τάση, τις κυκλικές και μη - ομαλές κινήσεις αντίστοιχα, και  $Y$  και  $Y_t$  συμβολίζουν τα ίδια, όπως στην Εξίσωση 4.1.

Τότε διαιρώντας την αρχική χρονολογική σειρά με τις αντίστοιχες τιμές τάσεως, θα έχουμε:

**Εξίσωση 4.2:** Διαιρώντας την αρχική χρονολογική σειρά με τις αντίστοιχες τιμές τάσεως.

$$\frac{Y_t}{\hat{Y}_t} = \frac{T_t \times C_t \times I_t}{T_t} = C_t \times I_t$$



**Διάγραμμα 4.1:** Ποσοστό της τάσεως για τις πωλήσεις ενός προϊόντος, 2000-2014.

**Πηγή:** (Μαμαλής, Καψή, Τόλης, Μιχαηλόγλου, & Πρίντζης, 2014).

Τα ποσοστά της τάσεως για το παράδειγμα μας δίνονται στην τελευταία στήλη του Πίνακα 3.1, και παρουσιάζονται γραφικά στο Διάγραμμα 4.1.

Στο Διάγραμμα 4.1, η ανοδική κίνηση τάσεως δεν είναι έντονα παρούσα. Αντίθετα, η σειρά των ποσοστών της τάσεως διακυμαίνεται περί την χαρακτηριστική γραμμή 100, που είναι η βάση της τάσης. Αυτά τα ποσοστά της τάσεως μερικές φορές αναφέρονται ως σχετικές κυκλικές κινήσεις, δηλαδή, τα αρχικά δεδομένα εκφράζονται σε σχέση με την τιμή τάσεως<sup>30</sup>.

Ένας άλλος τρόπος απεικόνισης των κυκλικών διακυμάνσεων είναι το να εκφραστούν σε όρους των σχετικών κυκλικών καταλοίπων, τα οποία είναι ποσοστιαίες αποκλίσεις από την τάση και υπολογίζονται από την σχέση:

**Εξίσωση 4.3:** Σχετικό κυκλικό κατάλοιπο.

$$\text{Σχετικό κυκλικό κατάλοιπο} = \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{\hat{Y}_t} \times 100$$

Για παράδειγμα, εάν αναφερθούμε στις πωλήσεις του προϊόντος του Πίνακα 3.1 για το 2000, η πραγματική τιμή είναι 2484 και η υπολογισθείσα τιμή τάσεως είναι 1995,6 και το ποσοστό της τάσεως είναι 124,5. Το σχετικό κυκλικό κατάλοιπο σ' αυτή την περίπτωση είναι +24,5% δείχνοντας ότι η πραγματική τιμή είναι 24,5% υπεράνω της τιμής της τάσεως εξαιτίας των κυκλικών και μη - ομαλών παραγόντων.

<sup>30</sup> Φυσικά, ο λόγος  $\frac{Y_t}{\hat{Y}_t}$  ορίζει την σχετική κυκλική κίνηση και πολλαπλασιαζόμενος με 100 δίνει το σχετικό ποσοστιαίο μέγεθος.

Αυτά τα κατάλοιπα είναι θετικά ή αρνητικά ανάλογα με το εάν οι πραγματικές τιμές της χρονολογικής σειράς πέφτουν πάνω ή κάτω των υπολογισθεισών τιμών τάσεως. Η γραφική απεικόνιση των σχετικών κυκλικών καταλοίπων είναι οπτικά ταυτόσημη με αυτή των τιμών των ποσοστών της τάσεως με εξαίρεση ότι τα σχετικά κυκλικά κατάλοιπα εμφανίζονται ως διακυμάνσεις γύρω από μία γραμμή βάσεως στο ύψος μηδέν (0) και όχι γύρω από μία γραμμή βάσεως στο ύψος 100% (Μαμαλής, Καυή, Τόλης, Μιχαηλόγλου, & Πρίντεζης, 2014).

## 4.2 ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΜΙΑΣ ΓΡΑΜΜΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

Παραπάνω αναφέρθηκε η προσαρμογή μιας ευθείας γραμμής στην περίπτωση κατά την οποία η τάση μιας χρονολογικής σειράς μπορεί να χαρακτηριστεί ως αυξητική ή μειωτική με σταθερές ποσότητες στη χρονική περίοδο. Πράγματι, πολύ λίγες οικονομικές χρονολογικές σειρές αντιπροσωπεύουν αυτόν τον τύπο των σταθερών μεταβολών για μία μακρά περίοδο χρόνου (έστω, για μία περίοδο μερικών επιχειρηματικών κύκλων). Γι' αυτό, κρίνεται γενικά αναγκαίο η προσαρμοστικότητα άλλων τύπων γραμμών ή καμπυλών σε δεδομένες χρονολογικές σειρές.

Οι Πολυωνυμικές συναρτήσεις είναι ιδιαίτερα κατάλληλες, για να εξασφαλίσουν μία καλή περιγραφή της τάσεως μιας χρονολογικής σειράς. Σ' αυτόν τον τύπο της καμπύλης, οι ποσότητες μεταβολής στις τιμές της τάσεως  $\hat{Y}_t$  μπορεί να αυξάνονται ή να μειώνονται στην περίοδο του χρόνου<sup>31</sup>. (Δημητριάδης, 2002)

Η διαδικασία προσαρμογής μιας παραβολής με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων χαρακτηρίζεται από τις ίδιες γενικές αρχές όπως στην περίπτωση προσαρμογής μιας ευθείας γραμμής. Θα παρουσιαστεί αυτή η διαδικασία σε μία χρονολογική σειρά στο παρακάτω παράδειγμα.

### 4.2.1 Παράδειγμα χρονολογικής σειράς των πωλήσεων ενός προϊόντος

Μία χρονολογική σειρά των πωλήσεων ενός προϊόντος 1985-2014 εμφανίζεται στον Πίνακα 4.1. Αυτή η χρονολογική σειρά απεικονίζεται επίσης γραφικά στο Διάγραμμα 4.2. Η τάση αυτών των δεδομένων μπορεί να περιγραφεί ως αυξητική με αυξανόμενες ποσότητες και μπορεί να αντιπροσωπευθεί από μία παραβολή δευτέρου - βαθμού. Ο γενικός τύπος της παραβολής δευτέρου - βαθμού είναι (Δημητριάδης, 2002):

**Εξίσωση 4.4:** Παραβολή δευτέρου - βαθμού, αυξητικής με αυξανόμενες ποσότητες.

$$\hat{Y}_t = \alpha + \beta t + \gamma t^2$$

Η παράγωγος της δευτέρου βαθμού παραβολής (Εξίσωση τάσεως) είναι:

$$\frac{d\hat{Y}_t}{dt} = \beta + 2\gamma t$$

οπότε, η κλίση της καμπύλης διαφέρει σε κάθε περίοδο  $t$ . Όταν  $t = 0$ ,

---

<sup>31</sup> Μία παραβολή δευτέρου - βαθμού μπορεί να εξασφαλίσει μία καλή προσαρμογή σε μία σειρά της οποίας ή τάση είναι αυξητική με αυξανόμενες ποσότητες, αυξητική με μειούμενες ποσότητες κ.ο.κ.



$$\frac{d\hat{Y}_t}{dt} = \beta$$

Γι' αυτό η κλίση στην αρχή του χρόνου είναι  $\beta$ . Έπειτα βρίσκεται η δεύτερη παράγωγος:

$$\frac{d^2\hat{Y}_t}{dt^2} = 2\gamma$$

Έτσι, ο πολλαπλασιαστής, ή ο ρυθμός μεταβολής στην κλίση, είναι  $2\gamma$  ανά χρονική περίοδο.

Η Εξίσωση τάσεως είναι:

$$\hat{Y}_t = 1210 - 187t + 14,2t^2$$

$$s = 265,4$$

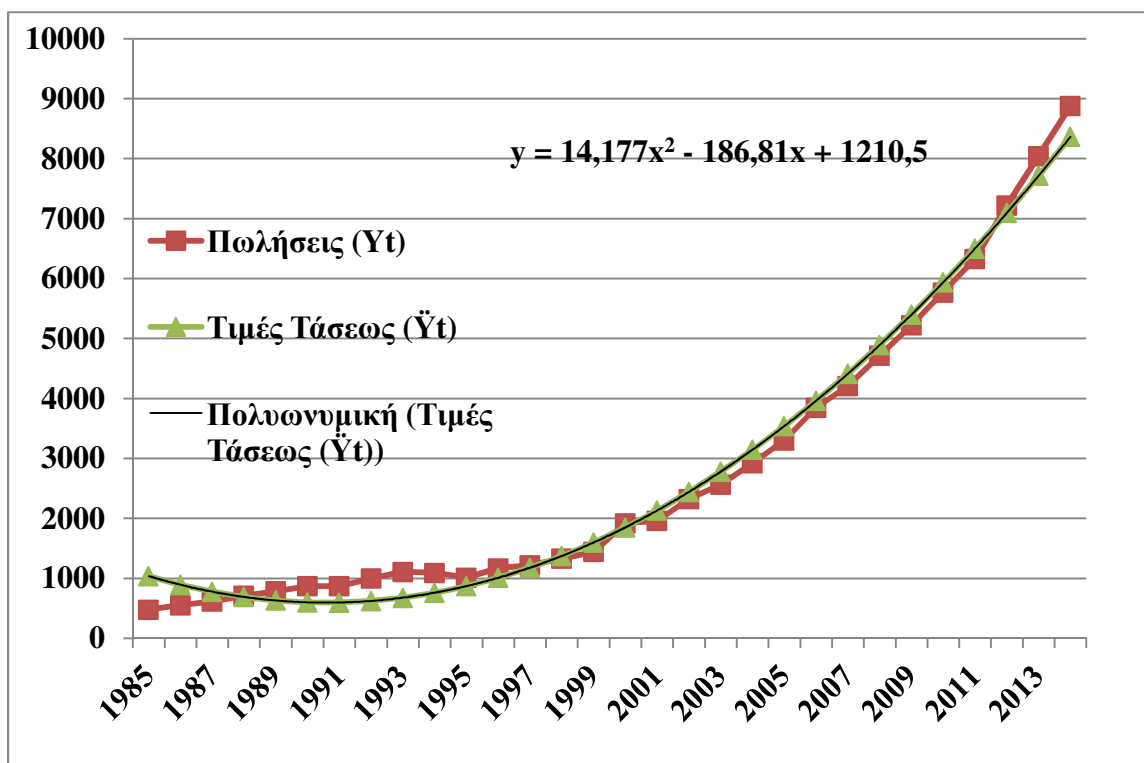
$$R^2 = 98,9\%$$

$$R_c^2 = 98,8\%$$

**Πίνακας 4.1:** Προσαρμογή δευτέρου βαθμού παραβολής στις πωλήσεις ενός προϊόντος, 1985-2014.

Έτη	t	Πωλήσεις ( $Y_t$ )	Τιμές Τάσεως ( $\hat{Y}_t$ )
1985	1	480,0	1037,8
1986	2	554,0	893,6
1987	3	616,0	777,6
1988	4	711,0	690,1
1989	5	786,0	630,9
1990	6	872,0	600,0
1991	7	872,0	597,5
1992	8	998,0	623,3
1993	9	1108,0	677,5
1994	10	1092,0	760,1
1995	11	1013,0	871,0
1996	12	1167,0	1010,2
1997	13	1221,0	1177,9
1998	14	1329,0	1373,8
1999	15	1441,0	1598,1
2000	16	1920,0	1850,8
2001	17	1960,0	2131,8
2002	18	2326,0	2441,2
2003	19	2564,0	2778,9
2004	20	2920,0	3145,0
2005	21	3302,0	3539,5
2006	22	3846,0	3962,3
2007	23	4211,0	4413,4
2008	24	4716,0	4892,9
2009	25	5221,0	5400,8
2010	26	5769,0	5937,0
2011	27	6329,0	6501,5

2012	28	7221,0	7094,4
2013	29	8044,0	7715,7
2014	30	8881,0	8365,3



Διάγραμμα 4.2: Προσαρμογή παραβολής δευτέρου βαθμού στα δεδομένα του Πίνακα 4.1.

### 4.3 ΚΙΝΔΥΝΟΙ ΑΠΟ ΜΗΧΑΝΙΣΤΙΚΕΣ ΠΡΟΒΟΛΕΣ

Παρόλο που η παραβολή δευτέρου βαθμού φαίνεται, από το Διάγραμμα 4.2, να εξασφαλίζει μία λογικά καλή προσαρμογή στα δεδομένα του παραδείγματος, εν τούτοις οι κίνδυνοι από μία μηχανιστική προβολή της γραμμής τάσεως απεικονίζονται με σαφήνεια. Οι προβλεπόμενες τιμές τάσεως υποδηλώνουν ετήσιες αυξήσεις με αυξανόμενες ποσότητες. Γι' αυτό, δεν πρέπει να επεκταθεί η γραμμή τάσεως στο μέλλον για προβλέψεις, εκτός εάν μία ανάλυση των βαθύτερων παραγόντων που προσδιορίζουν την τάση αυτής της σειράς, αποκαλύψει λόγους που δικαιολογούν τη συνέχιση αυτού του τύπου της τάσεως (Πασχαλίδης, 2013).

### 4.4 ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΤΑΣΕΩΣ

Όπως ήδη έχει αναφερθεί, οι εξισώσεις των γραμμών τάσεως ενσωματώνουν υποθέσεις που αφορούν στον τύπο των μεταβολών που λαμβάνουν χώρα διαχρονικά. Η αριθμητική ευθεία γραμμή στηρίζεται στην υπόθεση μιας τάσεως που αυξάνεται ή μειώνεται κατά σταθερές ποσότητες, ενώ η παραβολή δευτέρου βαθμού στηρίζεται στην υπόθεση ότι η μεταβολή σ' αυτές τις ποσότητες αυξομειώσεων είναι σταθερά στη μονάδα του χρόνου.

Είναι συνήθως χρήσιμο να περιγραφτεί η τάση μιας οικονομικής χρονολογικής σειράς σε όρους ποσοστιαίων ρυθμών μεταβολής που λαμβάνουν χώρα, για παράδειγμα, με τη χρήση των λογαριθμικών γραμμών τάσεως<sup>32</sup>.

Για παράδειγμα, όταν μία χρονολογική σειρά έχει τις διαδοχικές τιμές: 10, 100, 1000 και 10000. Αυτή η σειρά μπορεί να χαρακτηριστεί ως αυξανόμενη κατά ένα σταθερό ποσοστιαίο ρυθμό της τάξεως του 900%. Οι λογάριθμοι αυτών των τιμών είναι:  $\log 10=1$ ,  $\log 100=2$ ,  $\log 1.000=3$ , και  $\log 10.000=4$ . Προφανώς, οι λογάριθμοι αυξάνονται κατά μία σταθερή ποσότητα, εν προκειμένω μιας μονάδας, και γι' αυτό μία ευθεία μπορεί να σχεδιασθεί δια μέσου των αριθμών 1, 2, 3 και 4. Η Εξίσωση της λογαριθμικής ευθείας γραμμής που μπορεί να περιγράψει την τάση μιας τέτοιας σειράς είναι:

**Εξίσωση 4.5:** Λογαριθμικής ευθείας γραμμής.

$$\log \hat{Y}_t = \alpha + \beta t$$

Η μέθοδος προσαρμογής αυτής της γραμμής είναι η ίδια μ' αυτήν για την αριθμητική ευθεία γραμμή, με εξαίρεση ότι πρέπει να έχουν ληφθεί οι λογάριθμοι των δεδομένων της σειράς και στη συνέχεια μία ευθεία γραμμή προσαρμόζεται επί των λογαρίθμων των τιμών της Y.

Μετά τον υπολογισμό της γραμμής τάσεως, υπολογίζονται οι τιμές τάσεως με αντικατάσταση των τιμών της t στην Εξίσωση τάσεως, όπου προκύπτουν οι  $\log \hat{Y}_t$  και τέλος δια των αντιλογαρίθμων παίρνονται οι τιμές  $\hat{Y}_t$ .

Θα παρουσιαστεί ο υπολογισμός μιας τιμής τάσεως για τον τύπο της γραμμής τάσεως. Υποθέτεται ότι η λογαριθμική γραμμή τάσεως για μία συγκεκριμένη σειρά έχει υπολογισθεί:

$$\log \hat{Y}_t = 2,3657 + 0,0170 t$$

Ο λογάριθμος της τιμής τάσεως για το έτος στο οποίο  $t=2$  θα δοθεί με αντικατάσταση της τιμής του t στην Εξίσωση τάσεως, οπότε:

$$\log \hat{Y}_t = 2,3657 + 0,0170 (2) = 2,3997$$

Παίρνοντας τον αντιλογάριθμο αυτής της τιμής προκύπτει η τιμή τάσεως:

$$\hat{Y}_t = \text{antilog } 2,3657 = 251,0$$

Ο ρυθμός μεταβολής που προκύπτει από την γραμμή τάσεως μπορεί να ληφθεί με υπολογισμό του  $\text{antilog } \beta - 1$ .

Για παράδειγμα, στην ανωτέρω εφαρμογή ο αντιλογάριθμος του συντελεστή  $\beta$  είναι:

$$\text{antilog } 0,0170 = 1,040$$

Αυτό το αποτέλεσμα είναι ο λόγος κάθε τιμής τάσεως προς την προηγούμενη τιμή τάσεως. Αφαιρώντας τη μονάδα (1) από αυτό το αποτέλεσμα προκύπτει:  $1,04-1,00=0,04$ . Προφανώς, οι τιμές τάσεως αυξάνουν κατά 4% στη μονάδα του χρόνου (ή ακριβέστερα ανά χρονική περίοδο). Εάν η σειρά παρουσίαζε μία μείωση και το αποτέλεσμα των ανωτέρω

---

<sup>32</sup> Συμπέρασμα του παραπάνω είναι ότι εάν μία χρονολογική σειρά αυξάνει ακριβώς κατά ένα σταθερό ποσοστιαίο ρυθμό, μία ευθεία γραμμή προσαρμοσμένη στους λογαρίθμους των δεδομένων αποτελεί μία τέλεια προσαρμογή.

υπολογισμών ήταν -0,04, αυτό θα σήμαινε ότι οι τιμές τάσεως κυμαίνονται κατά 4% ανά χρονική περίοδο<sup>33</sup> (Πασχαλίδης, 2013).

#### 4.4.1 Παράδειγμα Λογαριθμικής Ευθείας γραμμής

Στο παράδειγμα αυτό παρουσιάζεται ο προσδιορισμός του ετήσιου ρυθμού αύξησης της παραγωγικότητας κατά περίοδο. Η απάντηση προκύπτει με τον υπολογισμό μιας λογαριθμικής ευθείας τάσεως δια της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων. Όπως φαίνεται στον παρακάτω Πίνακα 4.2 η παραγωγή κατά άνθρωπο - ώρα στη χώρα Α αυξήθηκε με ένα μέσο ετήσιο ρυθμό της τάξεως του 3% κατά έτος στην περίοδο 2004-14 (Keller, 2010).

Στον Πίνακα 3.3, το πρώτο βήμα είναι να πάρουμε τον λογάριθμο κάθε τιμής της Y.

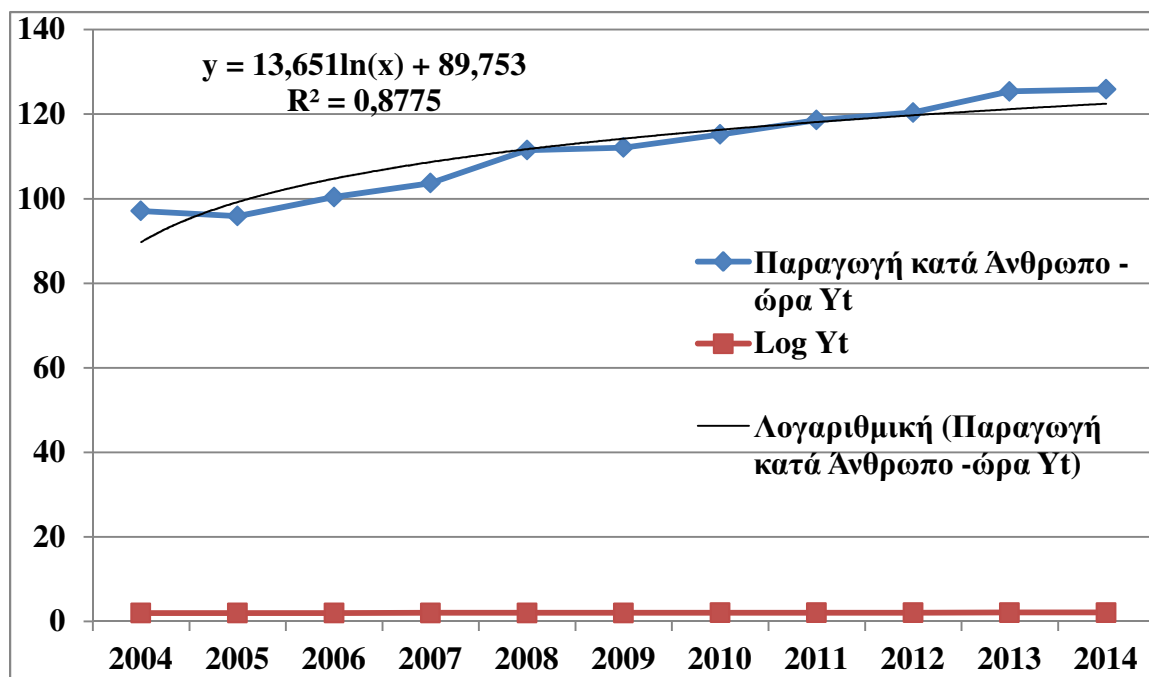
**Πίνακας 4.2:** Προσδιορισμός του ετήσιου ρυθμού αύξησης της παραγωγικότητας κατά περίοδο.

Έτη X	Παραγωγή κατά Άνθρωπο - ώρα $Y_t$	$\text{Log } Y_t$	d	$d(\text{log}Y_t)$	$d^2$
2004	97,1	1,9872	-5	-9,9360	25
2005	95,9	1,9818	-4	-7,9272	16
2006	100,4	2,0017	-3	-6,0051	9
2007	103,7	2,0157	-2	-4,0314	4
2008	111,5	2,0472	-1	-2,0472	1
2009	112,1	2,0496	0	0,0000	0
2010	115,2	2,0615	1	2,0615	1

<sup>33</sup> Παρατηρήσεις:

- a) Μερικές φορές κρίνεται σκόπιμο μία χρονολογική σειρά να διασπασθεί σε δύο χρονικά υποσύνολα, κατά τη διάρκεια των οποίων ο ρυθμός μεταβολής παρουσιάζει μία κατά προσέγγιση σταθερότητα - ακόμη και αν η πλήρης σειρά δεν παρουσιάζει μία τάση με σταθερούς ρυθμούς μεταβολής διαχρονικά. Σ' αυτές τις περιπτώσεις κρίνεται συνήθως χρήσιμο να κάνουμε συγκρίσεις των ρυθμών μεταβολής που υπολογίζονται κατά παρόμοιο τρόπο από διαφορετικές οικονομικές χρονολογικές σειρές.
- b) Οι λογαριθμικές παραβολές δευτέρου βαθμού, μπορούν επίσης να προσαρμοσθούν σε χρονολογικές σειρές στις οποίες η τάση αυξάνεται με έναν αυξανόμενο ποσοστιαίο ρυθμό, αυξάνεται με ένα μειούμενο ποσοστιαίο ρυθμό, κ.ο.κ. Κανονικά πολυώνυμα τρίτου ή υψηλότερου βαθμού δεν προσαρμόζονται σε χρονολογικές σειρές με αριθμητική ή λογαριθμική έκφραση διότι τέτοιες καμπύλες επιτρέπουν πολλές μεταβολές στην κατεύθυνσή τους και τείνουν να ακολουθούν για την τάση την ίδια πορεία με τις κυκλικές διακυμάνσεις. Γι' αυτό, αυτές οι καμπύλες συνήθως δεν έχουν το απαιτούμενο χαρακτηριστικό της γραμμής τάσεως που συνίσταται στην απεικόνιση της εξομάλυνσης.
- c) Στην προσπάθεια να βρεθεί μία κατάλληλη γραμμή τάσεως, ο αναλυτής πρέπει πάντοτε να σχεδιάζει τη χρονολογική σειρά και σε αριθμητικό και σε ημι - λογαριθμικό χαρτί. Αυτοί οι δύο τύποι γραφικών απεικονίσεων μπορούν να βοηθήσουν στο να εκτιμηθεί εάν μία αριθμητική ή λογαριθμική γραμμή εξασφαλίζει μία καλύτερη περιγραφή της τάσεως.

2011	118,6	2,0741	2	4,1482	4
2012	120,4	2,0806	3	6,2418	9
2013	125,4	2,0983	4	8,3932	16
2014	125,9	2,1000	5	10,5000	25
		22,4977	0	1,3978	110



Διάγραμμα 4.3: Προσδιορισμός του ετήσιου ρυθμού αύξησης της παραγωγικότητας κατά περίοδο<sup>34</sup>.

Η διαδικασία που ακολουθείτε είναι η εξής:

- βρίσκεται  $\bar{X}$ , το μέσο της χρονικής περιόδου, = 2009
- Υπολογίζεται:

$$\overline{\log Y_t} = \frac{\sum \log Y_t}{n}$$

δηλαδή το μέσο των λογαρίθμων των τιμών της  $Y_t$ .

<sup>34</sup> Η λογαριθμική παλινδρόμηση ακολουθεί την εξίσωση της μορφής  $y=a*\ln(x)+b$ .

- $a = \text{SLOPE} (\text{Δεδομένα}_Y, \text{LN}(\text{Δεδομένα}_X))$  (Αποδίδει την κλίση της γραμμής).
- $b = \text{INTERCEPT} (\text{Δεδομένα}_Y, \text{LN}(\text{Δεδομένα}_X))$  (Υπολογίζει το σημείο στο οποίο θα τέμνει μια γραμμή τον άξονα  $y$ , χρησιμοποιώντας υπάρχουσες τιμές  $x$  και  $y$ ).
- $r^2 = \text{RSQ} (\text{Δεδομένα}_Y, \text{LN} (\text{Δεδομένα}_X))$  (Αποδίδει το τετράγωνο του συντελεστή συσχέτισης Pearson του γινομένου των ροπών).

Η τιμή R-τετράγωνο είναι 0,8775, πράγμα που σημαίνει αρκετά καλή προσαρμογή της γραμμής στα δεδομένα.

$$\overline{\log Y_t} = \frac{22,4977}{11} = 2,0452$$

Το  $n$  είναι 11, ο αριθμός των ετών.

c) Υπολογίζεται:

$$\beta = \frac{\Sigma d (\log Y_t)}{\Sigma d^2} = \frac{1,3978}{110} = 0,0127$$

d) Γράφεται η Εξίσωση τάσεως με αντικατάσταση των ποσοτήτων που βρέθηκαν στα βήματα a, b και c, στην εξής έκφραση:

$$\log \hat{Y}_t = \overline{\log Y_t} + \beta (X - \bar{X})$$

Η ζητούμενη Εξίσωση είναι:

$$\log \hat{Y}_t = 2,0452 + 0,0127 (X - 2009)$$

e) Ο μέσος ετήσιος ρυθμός αυξήσεως,  $r$ , είναι:

$r = (\text{antilog } \beta) - 1 = (\text{antilog } 0,0127) - 1 = 1,03 - 1 = 0,03$ , ή σε ποσοστιαία έκφραση, 3% ετησίως.

Οι τιμές τάσεως για τη λογαριθμική ευθεία υπολογίζονται ως εξής:

- Για το 2004,

$$\begin{aligned} \log \hat{Y}_t &= 2,0452 + 0,0127 (2004 - 2009) = \\ &= 2,0452 - 0,0635 = 1,9817 \\ \hat{Y}_t &= \text{anti log } 1,9817 = 95,9 \end{aligned}$$

- Για το 1996,

$$\begin{aligned} \log \hat{Y}_t &= 2,0452 + 0,0127 (1996 - 2009) = 2,1087 \\ \hat{Y}_t &= \text{anti log } 2,1087 = 128 \end{aligned}$$

#### 4.4.2 Παράδειγμα λογαριθμικής ευθείας τάσεως που προσαρμόστηκε με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων στα δεδομένα της παραγωγής ενός προϊόντος

Μία λογαριθμική ευθεία τάσεως που προσαρμόστηκε με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων στα δεδομένα της παραγωγής ενός προϊόντος για την περίοδο 1997-2014 έχει την Εξίσωση:

$$\log \hat{Y}_t = 3,2139 + 0,0188 \left( X - 2005 \frac{1}{2} \right)$$

όπου  $Y_t$  είναι η παραγωγή του προϊόντος σε εκατομμύρια. Να βρεθεί ο μέσος ετήσιος επί τοις εκατό, ρυθμός μεταβολής, και να υπολογιστεί η τιμή τάσεως για το 2021.

$$\text{Ρυθμός αυξήσεως} = (\text{anti log } 0,0188) - 1 = 1,044 - 1 = 4 \text{ ή } 4\%$$

Για το 2021,

$$\begin{aligned} \log \hat{Y}_t &= 3,2139 + 0,0188 \left( 15 \frac{1}{2} \right) = 3,5053 \\ \hat{Y}_t &= \text{anti log } 3,5053 = 3,201 \end{aligned}$$

#### 4.5 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΗ ΕΚΘΕΤΙΚΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ ΑΝΑΠΤΥΞΕΩΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΤΑΣΕΩΣ

Κατά την επένδυση € 1000 σ' ένα λογαριασμό καταθέσεως με επιτόκιο ετήσιο σύνθετο 5%, στο τέλος του πρώτου έτους ο λογαριασμός θα περιέχει € 1050.

$$€ 1000 (1,05) = € 1050$$

Στο τέλος του δεύτερου έτους ο λογαριασμός θα περιέχει € 1102,50.

$$€ 1102,50 = € 1050 (1,05) = € 1000 (1,05)^2$$

Στο τέλος των  $t$  ετών ο λογαριασμός θα περιέχει €  $1000 (1,05)^t$ . Αυτό είναι ένα παράδειγμα της εκθετικής καμπύλης αναπτύξεως.

Γενικά, αν μία ποσότητα  $Y$  αυξηθεί κατά ένα σταθερό ποσοστό κάθε έτος, αυτή η ποσότητα αυξάνεται σύμφωνα με μία εκθετική καμπύλη αναπτύξεως. Εάν η αρχική ποσότητα συμβολισθεί με  $Y_0 = a$  και ο ρυθμός αναπτύξεως σε κάθε χρονική περίοδο συμβολισθεί με  $r$  (αντίστοιχα προς μία  $r \times 100\%$  αύξηση), τότε η ποσότητα αυξάνεται σε:

**Εξίσωση 4.6:** Μέθοδος προσαρμογής μιας εκθετικής καμπύλης αναπτύξεως.

$$Y_t = a (1 + r)^t$$

μετά από  $t$  χρονικές περιόδους.

Η διαφορά μεταξύ μιας εκθετικής καμπύλης αναπτύξεως και μιας γραμμικής καμπύλης αναπτύξεως, είναι ότι οι διαδοχικοί όροι σε μία εκθετική καμπύλη αναπτύξεως λαμβάνονται με πολλαπλασιασμό του προηγούμενου όρου με μία σταθερά, ενώ οι διαδοχικοί όροι σε μία γραμμική καμπύλη αναπτύξεως λαμβάνονται με πρόσθεση μιας σταθερής ποσότητας στον προηγούμενο όρο.

#### 4.6 ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΜΙΑΣ ΕΚΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΕΩΣ

Η τάση σε μία χρονολογική σειρά μπορεί να περιγραφεί με μία εκθετική καμπύλη αναπτύξεως στις περιπτώσεις όπου η μακροχρόνια τάση σε μία χρονολογική σειρά αναπτύσσεται μ' ένα σταθερό ποσοστό σε κάθε χρονική περίοδο. Αυτή είναι η περισσότερο ρεαλιστική παρουσίαση πολλών επιχειρηματικών και οικονομικών καταστάσεων, όπως στην περίπτωση λογαριασμών καταθέσεων και του ΑΕΠ (Ακαθάριστου Εθνικού Προϊόντος).

Μία μέθοδος προσαρμογής μιας εκθετικής καμπύλης αναπτύξεως όπως αυτή της Εξίσωσης 4.6 σ' ένα σύνολο δεδομένων είναι αυτή της χρησιμοποίησης της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων επί των λογαρίθμων των δεδομένων (Ζαΐρης, 2010).

Δηλαδή, παίρνοντας τους λογαρίθμους αμφοτέρων των πλευρών της Εξίσωσης 4.6 έχουμε:

**Εξίσωση 4.7:** Χρησιμοποίηση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων επί των λογαρίθμων των δεδομένων.

$$\log Y_t = \log a + t \log (1 + r)$$

Σημειώνεται ότι αυτή είναι τώρα μία Εξίσωση ευθείας της μορφής:

**Εξίσωση 4.8:** Μορφή Ευθείας γραμμής.

$$Y_t^* = \alpha^* + \beta^* t$$

όπου

**Εξίσωση 4.9:** Μορφή Ευθεία γραμμή.

$$Y_t^* = \log Y_t$$

Οι δύο συντελεστές στην Εξίσωση της ευθείας γραμμής δίνονται ως εξής:

**Εξίσωση 4.10:** Ο πρώτος συντελεστής της Ευθείας γραμμής.

$$\alpha^* = \log \alpha$$

και

**Εξίσωση 4.11:** Ο δεύτερος συντελεστής της Ευθείας γραμμής.

$$\beta^* = \log (1 + r)$$

Για να καταγραφούν οι τιμές  $\alpha^*$  και  $\beta^*$  χρησιμοποιείται η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων. Το  $\alpha$  της εκθετικής καμπύλης αναπτύξεως εκτιμάται από την λύση της Εξισώσεως 4.10.

**Εξίσωση 4.12:** Εκτίμηση του  $\alpha$  της εκθετικής καμπύλης αναπτύξεως.

$$\hat{\alpha} = 10^{\alpha^*}$$

Ο εκτιμώμενος ρυθμός αναπτύξεως  $r$  προκύπτει από το  $\beta^*$ , με τη λύση της Εξισώσεως 4.11 ως προς  $r$ :

**Εξίσωση 4.13:** Εκτίμηση του  $r$  της εκθετικής καμπύλης αναπτύξεως.

$$\hat{r} = 10^{\beta^*} - 1$$

Η εκτιμώμενη τιμή τάσεως  $\hat{Y}_t$  προκύπτει από την Εξίσωση 4.6:

**Εξίσωση 4.14:** Εκτίμηση της τιμής τάσεως  $Y_t$ .

$$\hat{Y}_t = \hat{\alpha} (1 + \hat{r})^t$$

#### **4.6.1 Παράδειγμα υπολογισμών για την εύρεση της Εξισώσεως των ελαχίστων τετραγώνων, που προσαρμόζεται στους Λογαρίθμους των δεδομένων**

Τα δεδομένα για το ΑΕΠ (ακαθάριστο εθνικό προϊόν) δίνονται στον παρακάτω Πίνακα 4.3, καθώς και οι  $\log$  των δεδομένων, όπως και κάποιοι υπολογισμοί απαραίτητοι για την εύρεση της Εξισώσεως των ελαχίστων τετραγώνων, που προσαρμόζεται στους Λογαρίθμους των δεδομένων, όπως φαίνεται στην Εξίσωση 4.7. Το αποτέλεσμα είναι η γραμμή των ελαχίστων τετραγώνων που παρουσιάζεται γραφικά στο Διάγραμμα 4.4.

**Πίνακας 4.3:** Πίνακας Υπολογισμών για την προσαρμογή μιας Εκθετικής καμπύλης αναπτύξεως στο ακαθάριστο εγχώριο προϊόν.

Έτη	t	ΑΕΠ (Δις. ευρώ) $Y_t$	Log ΑΕΠ $Y_t^*$	$t^2$	$tY_t^*$
1993	1	486,5	2,69	1	2,69
1994	2	506,0	2,70	4	5,41
1995	3	523,3	2,72	9	8,16
1996	4	563,8	2,75	16	11,00
1997	5	594,7	2,77	25	13,87
1998	6	635,7	2,80	36	16,82
1999	7	688,1	2,84	49	19,86
2000	8	753,0	2,88	64	23,01
2001	9	796,3	2,90	81	26,11



2002	10	868,5	2,94	100	29,39
2003	11	935,5	2,97	121	32,68
2004	12	982,4	2,99	144	35,91
2005	13	1063,4	3,03	169	39,35
2006	14	1171,1	3,07	196	42,96
2007	15	1306,3	3,12	225	46,74
2008	16	1412,9	3,15	256	50,40
2009	17	1528,8	3,18	289	54,13
2010	18	1702,2	3,23	324	58,16
2011	19	1899,5	3,28	361	62,29
2012	20	2127,6	3,33	400	66,56
2013	21	2368,5	3,37	441	70,86
Σύνολο	231		62,80	3311	717,14

**Εξίσωση 4.15:** Εξίσωση των ελαχίστων τετραγώνων, που προσαρμόζεται στους Λογαρίθμους των δεδομένων.

$$\hat{Y}_t^* = 2,608 + 0,03443t$$

Το  $\alpha$  για την εκθετική καμπύλη ανάπτυξεως εκτιμάται από την Εξίσωση 4.12, ως εξής:

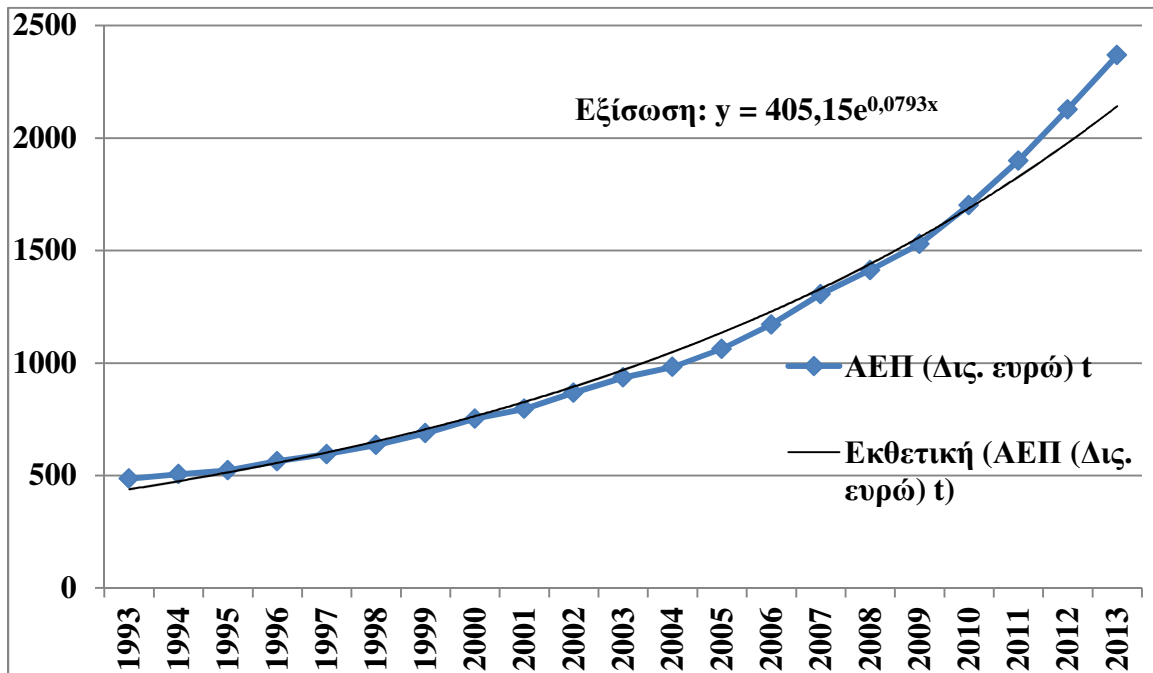
$$\hat{\alpha} = 10^{2,608} = 405,51(\text{εκατ. ευρώ})$$

και ο ρυθμός ανάπτυξεως εκτιμάται από την Εξίσωση 4.13 ως:

$$\hat{r} = 10^{0,03443} - 1 = 0,0825 \text{ (8,25\% ετήσια αύξηση)}$$

Τέλος, οι εκτιμήσεις του ΑΕΠ είναι:

$$\hat{Y}_t = 10^{\hat{Y}_t^*} = 10^{2,608 + 0,03443t} = 405,51(1,0825)^t$$



**Διάγραμμα 4.4:** Γραφική παρουσίαση των λογαρίθμων του ΑΕΠ και της ευθείας ελαχίστων τετραγώνων.

## 5 ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΗΣ ΕΠΟΧΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

### 5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΕΠΟΧΙΚΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΙΚΟΤΗΤΑ

Μία εποχική μεταβλητικότητα είναι μία χρονολογική σειρά διακυμάνσεων, που συμβαίνει από έτος σε έτος κατά το ίδιο χρονικό σημείο, του έτους ή, περισσότερο γενικά, μία διακύμανση που συμβαίνει από χρονικό διάστημα σε χρονικό διάστημα (μήνας, εβδομάδα, κ.ο.κ) περίπου στο ίδιο σημείο μέσα στο χρονικό διάστημα. Τέτοιες διακυμάνσεις πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όταν καταρτίζουμε προγράμματα παραγωγής, πωλήσεων, αποθεμάτων κ.ο.κ. Αυτές επίσης, πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όταν προσπαθούμε να εκτιμήσουμε αν μία μεταβολή στις πωλήσεις είναι μία αναμενόμενη εποχική μεταβολή ή αν αυτό είναι συνέπεια μιας μεταβολής στην τάση της συγκεκριμένης επιχειρηματικής δραστηριότητας.

### 5.2 ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΕΠΟΧΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Στο τέλος κάθε έτους, η Επιχείρηση Β διαμορφώνει κατ' εκτίμηση ένα επίπεδο πωλήσεων για το ερχόμενο έτος ως μία βάση για το σχεδιασμό των οικονομικών απαιτήσεων. Για να υπολογισθεί από χρόνο σε χρόνο εάν οι πραγματικές πωλήσεις είναι σύμφωνες με τις παραγραμματισθείσες

θεωρήθηκε απαραίτητο να κατανεμηθεί η ετήσια ποσότητα μεταξύ των διαφόρων περιόδων - πωλήσεων του έτους. Με δεδομένο ότι είναι γνωστό ότι οι τελευταίοι μήνες της ανοίξεως και του καλοκαιριού είναι περίοδοι χαμηλών πωλήσεων σε σύγκριση με την αρχή και το τέλος του χειμώνα, και ότι η περίοδος του τέλους του χειμώνα και της αρχής της ανοίξεως καταλαμβάνει μία ενδιάμεση θέση στην κλίμακα του ύψους των πωλήσεων, η εξέταση των δεδομένων των πωλήσεων του παρελθόντος επιβεβαίωσε την ύπαρξη αυτού του εποχικού υποδείγματος. Έτσι αποφασίστηκε να διαιρεθεί κάθε έτος σε τρεις περιόδους, θεωρούμενη αυτή η υποδιαίρεση ως η πλέον αξιόπιστη βάση για εποχική ανάλυση (Diamond & Jefferies, 2006).

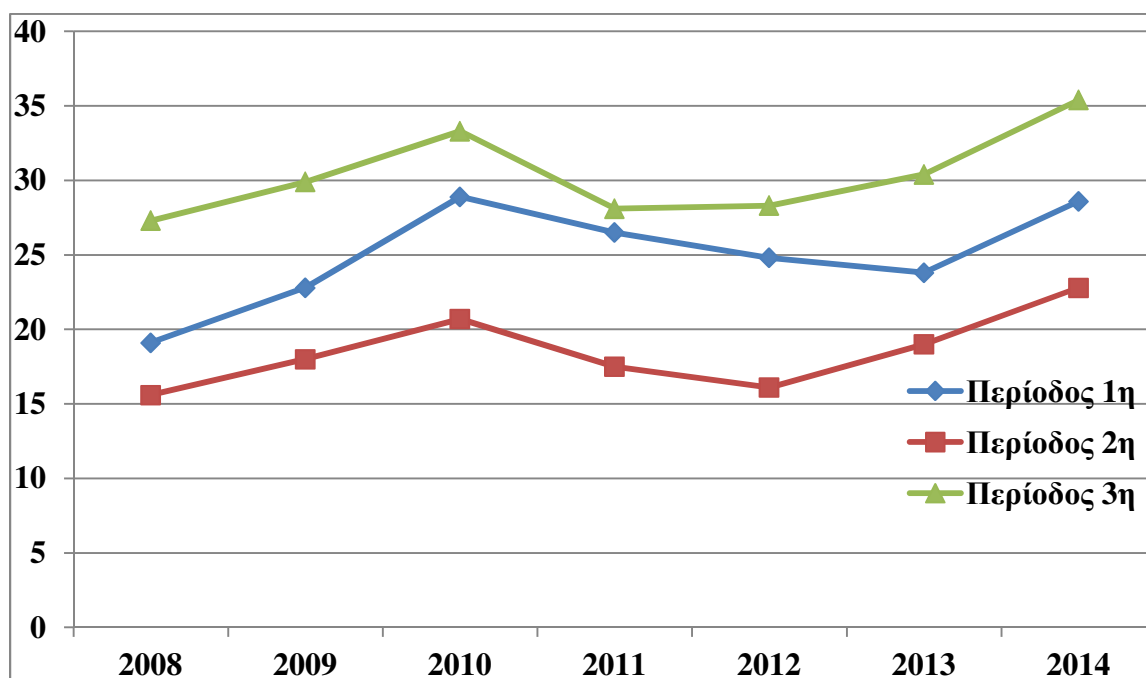
Οι πωλήσεις για την περίοδο 2008-14 παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.1 και το αντίστοιχο Διάγραμμα 5.1.

- Η περίοδος 1 περιλαμβάνει τον Ιανουάριο, Φεβρουάριο, Μάρτιο και Απρίλιο.
- Περίοδος 2: Μάιος, Ιούνιος, Ιούλιος και Αύγουστος.
- Περίοδος 3: Σεπτέμβριος, Οκτώβριος, Νοέμβριος και Δεκέμβριος.

**Πίνακας 5.1:** Πωλήσεις της Επιχειρήσεως Β, κατά περίοδο, 2008-14.

Έτος	Πωλήσεις κατά περίοδο (χιλιάδες μονάδων)			Σύνολο
	Περίοδος 1	Περίοδος 2	Περίοδος 3	
2008	19,1	15,6	27,3	62,0
2009	22,8	18,0	29,9	70,7
2010	28,9	20,7	33,3	82,9
2011	26,5	17,5	28,1	72,1
2012	24,8	16,1	28,3	69,2

2013	23,8	19,0	30,4	73,2
2014	28,6	22,8	35,4	86,8



Διάγραμμα 5.1: Πωλήσεις της Επιχείρησης Β, κατά περίοδο 2008-14.

### 5.3 ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑΣ - ΠΟΣΟΣΤΟ (%) ΕΠΙ ΤΟΥ ΣΥΝΟΛΟΥ

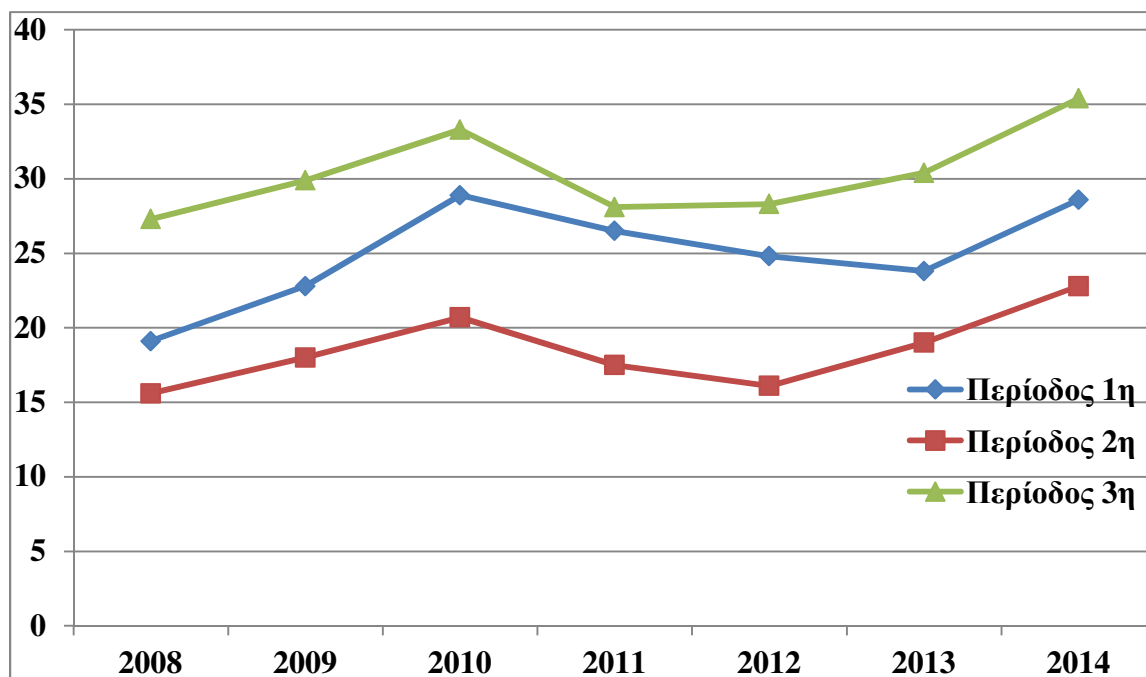
Το 2008 (Πίνακας 5.1), περίοδος 1 οι πωλήσεις ήταν  $19,1/62,0=0,308$ , ή 30,8% των ετήσιων πωλήσεων. Παρομοίως, τις περιόδους 2 και 3, αντίστοιχα, ανήλθαν στο 25,2% και 44,0% επί του συνόλου των πωλήσεων για το 2008. Επανάληψη αυτού του τύπου υπολογισμού για κάθε ένα από τα έτη οδηγεί στα δεδομένα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.2.

Σύμφωνα με τους υπολογισμούς του Πίνακα 5.2, κατά μέσο όρο περίπου το 33,7% των ετήσιων πωλήσεων συμβαίνει την 1<sup>η</sup> περίοδο, 25,1% την 2<sup>η</sup> περίοδο, και 41,2% την 3<sup>η</sup> περίοδο. Αυτά είναι μέτρα της εποχικής μεταβλητικότητας, όπως προκύπτουν κατά τη μέθοδο του ποσοστού επί του συνόλου.

Πίνακας 5.2: Επιχείρηση Β, Πωλήσεις κατά περίοδο σαν ποσοστά επί των ετησίων πωλήσεων, 2008-14.

Έτος	Ποσοστά επί των ετησίων Συνολικών πωλήσεων			Σύνολο
	Περίοδος 1	Περίοδος 2	Περίοδος 3	
2008	30,8%	25,2%	44,0%	100%
2009	32,2	25,5	42,3	100
2010	34,8	25,0	40,2	100
2011	36,7	24,3	39,0	100
2012	35,8	23,3	40,9	100

<b>2013</b>	32,5	26,0	41,5	100
<b>2014</b>	32,9	26,3	40,8	100
<b>Σύνολο:</b>	<b>235,7</b>	<b>175,6</b>	<b>288,7</b>	
<b>Μέσος:</b>	<b>33,7%</b>	<b>25,1%</b>	<b>41,2%</b>	



Διάγραμμα 5.2: Ποσοστά επί των ετησίων Συνολικών πωλήσεων της Επιχειρήσεως Β, κατά περίοδο 2008-14.

### 5.3.1 Παράδειγμα προγραμματισμένων πωλήσεων

Η επιχείρηση Β έχει προγραμματίσει τις πωλήσεις της για το 2015, στις 100.000 μονάδες. Να δώσετε τις ποσότητες για κάθε μία από τις περιόδους του 2015 (Πίνακας 5.2).

- Περίοδος 1, ποσότητα:  $0,337 (100.000) = 33.700$
- Περίοδος 2, ποσότητα:  $0,251 (100.000) = 25.100$
- Περίοδος 3, ποσότητα:  $0,412 (100.000) = 41.200$
- Ποσότητα 2015: 100.000

### 5.3.2 Παράδειγμα πρόβλεψης αριθμού μονάδων πώλησης της Επιχείρησης στο τέλος του έτους

Στο τέλος της περιόδου 2 του 2015, το σύνολο των πωλήσεων για την Επιχείρηση Β ανήλθε στις 54.000 μονάδες. Θα προβλεφθεί πόσες μονάδες θα έχει πωλήσει η Επιχείρηση στο τέλος του έτους.

Συμφωνά με τον Πίνακα 5.2, οι περίοδοι 1 και 2 καλύπτουν το 58,8 % (33,7% συν 25,1%) των ετήσιων πωλήσεων. Προφανώς, κάποιος θα εκτιμούσε ότι οι 54.000 μονάδες αντιπροσωπεύουν το 58,8% των πωλήσεων για το έτος:

$$0,588 (\text{Ετήσιες πωλήσεις}) = 54000$$

$$\text{Ετήσιες πωλήσεις} = 54000/0,588 = 91.800 \text{ μονάδες}$$

## 5.4 ΕΠΟΧΙΚΟΙ ΔΕΙΚΤΕΣ - ΣΤΑΘΕΡΟΣ ΜΕΣΟΣ

Μπορεί να επιβεβαιωθεί από τον Πίνακα 5.2 ότι οι μέσες πωλήσεις κατά περίοδο το 2008 ήταν  $62,0 / 3$  ή  $20 \frac{2}{3}$ , την περίοδο 1 οι πωλήσεις ήταν 92,4% αυτού του μέσου, και ότι τις περιόδους 2 και 3 οι πωλήσεις ήταν, αντίστοιχα, 75,5% και 132,1% του μέσου. Παραλείποντας το %, αυτοί οι αριθμοί ονομάζονται «ειδικοί εποχικοί λόγοι». Η λέξη «ειδικός» χρησιμοποιείται, για να δοθεί έμφαση στο ότι κάθε λόγος καθορίζεται για μία ειδική περίοδο ενός ειδικού έτους. Ο παρακάτω Πίνακας 5.3 περιλαμβάνει όλους αυτούς τους ειδικούς εποχικούς λόγους, που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο που ήδη περιγράφηκε. Κάθε αριθμός του Πίνακα 5.3 είναι τρεις φορές (τριπλάσιος) ο αντίστοιχος αριθμός του Πίνακα 5.2.

Οι μέσοι που υπολογίστηκαν στον Πίνακα 5.3, ονομάζονται «εποχικοί δείκτες» και υπολογίστηκαν με τη μέθοδο του σταθερού μέσου. Ο όρος «μέθοδος του σταθερού μέσου» χρησιμοποιείται, για να διακρίνεται αυτή η διαδικασία από την επόμενη μέθοδο που θα αναπτυχτεί και ονομάζεται «μέθοδος των κινητών μέσων».

Πάντως, πρέπει να γίνει κατανοητό ότι οι μέσοι που χρησιμοποιούνται στη «μέθοδο των σταθερών μέσων», είναι σταθεροί μέσα σ' ένα έτος αλλά ποικίλλουν από έτος σε έτος. Παρατηρείται ότι τα μέτρα παρουσιάζονται σε μορφή «δεικτών» (δηλαδή, χωρίς το σύμβολο %) και ότι ένας δείκτης είναι μέσος μιας ομάδας ειδικών εποχικών λόγων.

Αυτοί οι δείκτες συσχετίζονται επακριβώς (με ένα παράγοντα 3) με τα εποχικά μέτρα που ελήφθησαν με τη χρησιμοποίηση της μεθόδου του ποσοστού (%) επί του συνόλου. Κατά την εφαρμογή των δεικτών που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο του σταθερού μέσου, θα πρέπει να έχουμε υπόψη ότι αυτοί σχετίζονται με τις μέσες πωλήσεις κατά περίοδο (Θαλασσινός, 1991).

**Πίνακας 5.3:** Ειδικοί εποχικοί λόγοι της Επιχειρήσεως Β και Εποχικοί Δείκτες με τη μέθοδο του σταθερού μέσου.

Έτος	Ειδικοί εποχικοί Λόγοι (πωλήσεις για κάθε περίοδο ενός έτους σαν ποσοστά επί των μέσων πωλήσεων ανά περίοδο)		
	Περίοδος 1	Περίοδος 2	Περίοδος 3
2008	92,4	75,5	132,1
2009	96,7	76,4	126,9
2010	104,6	74,9	120,5
2011	110,3	72,8	116,9
2012	107,5	69,8	122,7
2013	97,5	77,9	124,6
2014	98,8	78,8	122,4
<b>Σύνολο:</b>	<b>707,8</b>	<b>526,1</b>	<b>866,1</b>
<b>Μέσος:</b>	<b>101,1</b>	<b>75,2</b>	<b>123,7</b>
<b>Δείκτης<sup>35</sup>:</b>	<b>101,1</b>	<b>75,2</b>	<b>123,7</b>

<sup>35</sup> Το άθροισμα των τριών μέσων είναι ίσο με 300, έτσι οι δείκτες είναι ίσοι με τους μέσους.

#### 5.4.1 Παράδειγμα εύρεσης ποσότητας πώλησης περιόδου όταν δίνεται ο εποχικός δείκτης

Η επιχείρηση Β έχει προγραμματίσει για το 2015, ποσοστά πωλήσεων 100.000 μονάδων. Να δοθεί η ποσότητα για την περίοδο 1, της οποίας ο εποχικός δείκτης είναι 101,0, όπως υπολογίστηκε με τη μέθοδο του σταθερού μέσου.

Η ποσότητα, εκπεφρασμένη ως μέσες πωλήσεις κατά περίοδο για το 2015, είναι:

$$\frac{100.000}{3} = 33 \frac{1}{3} \text{ χιλιάδες}$$

Ποσότητα Περιόδου 1:

$$(1,01) (33 \frac{1}{3}) = 33,7 \text{ χιλιάδες}$$

**Παρατηρήσεις:** Οι υπολογισμοί των Πινάκων 5.2 και 5.3 δείχνουν ότι ένα εποχικό μέτρο είναι ένα Μέσος της παρελθούσης εμπειρίας (Μέσος επί εμπειρικών δεδομένων). Τα Παραδείγματα που δόθηκαν δείχνουν ότι ένας μέσος εφαρμόζεται, για να γίνουν, βραχείας χρονικής διάρκειας, εκτιμήσεις. Έτσι στο παρόν παράδειγμα γίνεται η υπόθεση ότι την περίοδο 1 του 2015, θα υπάρχει ένας ειδικός εποχικός δείκτης περίπου 101, όπως καθορίζει η παρελθούσα εμπειρία γι' αυτή την περίοδο. Το εύλογο της υποθέσεως, φυσικά, σχετίζεται με το βαθμό μεταβλητικότητας που διαπιστώθηκε στα παρελθόντα εμπειρικά δεδομένα. Αναφερόμενοι στον Πίνακα 5.3 διαπιστώνεται ότι οι ειδικοί εποχικοί λόγοι για την περίοδο 1 ποικίλλουν από 92,4 το 2008 έως 110,3 το 2011.

Επίσης, αναφερόμενοι στο διάγραμμα 5.2 που παρουσιάζει τα δεδομένα των πωλήσεων για την επιχείρηση Β, μαζί με μία κεντρική γραμμή διαπιστώνεται ότι το επίπεδο του κύκλου της σειράς ήταν ανοδικό κατά τη διάρκεια του 2008, αλλά καθοδικό κατά τη διάρκεια του 2011. Προφανώς, όταν το επίπεδο του κύκλου των πωλήσεων είναι ανοδικό κατά τη διάρκεια ενός έτους, η πρώτη περίοδος του έτους θα παρουσιάσει μικρότερο ποσοστό των ετήσιων πωλήσεων και γι' αυτό θα έχουμε ένα μικρότερο λόγο σε σχέση με τις μέσες πωλήσεις ανά περίοδο.

Τα αντίθετα θα συμβούν για ένα έτος, στο οποίο το επίπεδο του κύκλου είναι καθοδικό. Στους υπολογισμούς του Πίνακα 5.3 δεν έγιναν προβλέψεις από περίοδο σε περίοδο κατά τη διάρκεια ενός έτους για αλλαγή του επιπέδου των πωλήσεων δηλαδή, κάθε ειδικός λόγος για ένα έτος υπολογίστηκε με τη χρησιμοποίηση των σταθερών μέσων πωλήσεων κατά περίοδο, γι' αυτό το έτος. Μέρος της μεταβλητικότητας που παρουσιάζουν οι ειδικοί εποχικοί λόγοι για την 1<sup>η</sup> περίοδο αποδίδεται στη χρήση μιας σταθερής βάσεως κατά τον υπολογισμό των εποχικών λόγων.

Γενικά, οι μέθοδοι του «σταθερού μέσου» και του «ποσοστού επί του συνόλου» θα πρέπει να αποφεύγονται όταν οι σειρές των δεδομένων παρουσιάζουν έντονες κυκλικές κινήσεις.

Θα δειχτεί στη συνέχεια ότι μία κινητή βάση θα μειώσει τη μεταβλητικότητα και θα δώσει καλύτερους εποχικούς δείκτες.

#### 5.4.2 Εποχικοί Δείκτες - Μέθοδος των Κινητών Μέσων

Σ' αυτή τη μέθοδο, επιδιώκεται η μεταβολή του επιπέδου των πωλήσεων από περίοδο σε περίοδο μέσα σ' ένα έτος. Η βάση για τον υπολογισμό των ειδικών εποχικών λόγων είναι το μεταβαλλόμενο επίπεδο, που παρουσιάζεται με τη διακεκομμένη γραμμή στο παρακάτω Διάγραμμα 5.3. Αυτή η γραμμή είναι η γραφική απεικόνιση των υπολογισθέντων κινητών

μέσων 3-περιόδων. Το πρώτο σημείο επί αυτής της γραμμής υπολογίζεται δια του μέσου των πωλήσεων για τις περιόδους 1, 2, και 3 του 2008, και προκύπτει  $62,0 / 3 = 20,7$  (Ζαΐρης, 2010).

Αυτός ο μέσος αντιστοιχεί στο κέντρο του διαστήματος, που είναι η 2<sup>η</sup> περίοδος. Στη συνέχεια μετακινούμενοι μία περίοδο προς τα εμπρός, υπολογίζεται ο μέσος για τις περιόδους 2, 3 του 2008 και την περίοδο 1 του 2009, που είναι  $65,7 / 3 = 21,9$  και αντιστοιχεί στην περίοδο 3 του 2008. Το πλήρες σύνολο των κινητών μέσων δίνεται στον Πίνακα 5.4, μαζί με τις υπολογισθείσες τιμές για τους ειδικούς εποχικούς λόγους. Στη συνέχεια οι ειδικοί εποχικοί λόγοι του Πίνακα 5.4 παραθέτονται στον Πίνακα 5.5 για να διευκολυνθεί η μελέτη και να υπολογιστούν οι εποχικοί δείκτες.

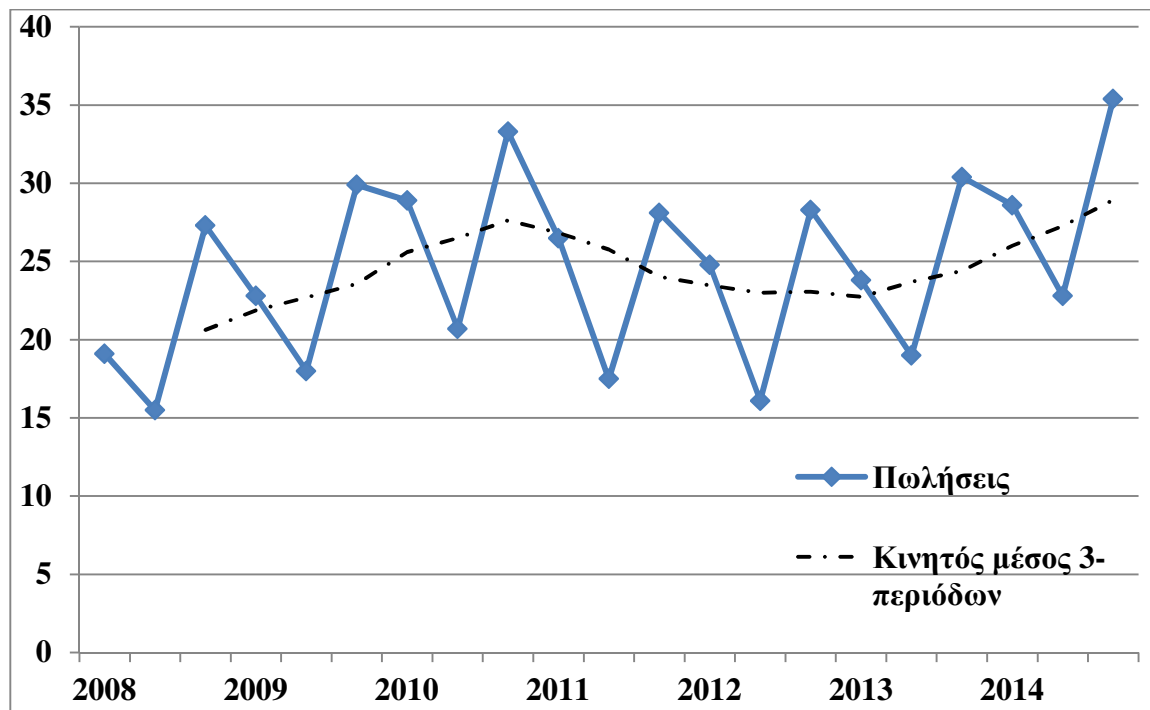
Συγκρίνοντας τους δείκτες που υπολογίστηκαν στον Πίνακα 5.5 με αυτούς τους Πίνακα 5.4, αναφερόμενοι ειδικότερα στις περιόδους 1 και 3, διαπιστώνεται ότι ο δείκτης της περιόδου 1 κατά τη μέθοδο των κινητών μέσων είναι μεγαλύτερος, και της περιόδου 3 μικρότερος, σε σχέση με τους αντίστοιχους δείκτες του Πίνακα 5.3.

Σημειώνεται επίσης, ότι η αναμενόμενη μείωση στη μεταβλητικότητα, πράγματι συνέβη. Οι ειδικοί λόγοι για τις περιόδους 1 και 3 στον Πίνακα 5.5, παρουσιάζουν μικρότερη μεταβλητικότητα από τους αντίστοιχους του Πίνακα 5.4. Γενικά, όταν τα δεδομένα περιέχουν κυκλικές κινήσεις, η μέθοδος των κινητών μέσων παράγει περισσότερο αντιπροσωπευτικούς δείκτες (Μέσους) απ' ό, τι η μέθοδος των σταθερών μέσων.

**Πίνακας 5.4:** Υπολογισμός των Κινητών Μέσων και Ειδικών Εποχικών Λόγων, βάσει των δεδομένων του Πίνακα 5.1.

Έτος	Περίοδος	Πωλήσεις	3- Περιοδών κινητά Σύνολα	3- Περιοδών κινητοί Μέσοι	Ειδικοί Εποχικοί Λόγοι: $100 \times \frac{\text{πωλήσεις}}{\text{Κινητός Μέσος}}$
<b>2008</b>	1	19,1	-	-	-
	2	15,5	62,0	20,7	75,4
	3	27,3	65,7	21,9	125,0
<b>2009</b>	1	22,8	68,1	22,7	100,0
	2	18,0	70,7	23,6	76,3
	3	29,9	76,8	25,6	117,0
<b>2010</b>	1	28,9	79,5	26,5	109,0
	2	20,7	82,9	27,6	75,0
	3	33,3	80,5	26,8	124,0
<b>2011</b>	1	26,5	77,3	25,8	103,0
	2	17,5	72,1	24,0	72,9
	3	28,1	70,4	23,5	120,0
<b>2012</b>	1	24,8	69,0	23,0	108,0
	2	16,1	69,2	23,1	69,7
	3	28,3	68,2	22,7	125,0
<b>2013</b>	1	23,8	71,1	23,7	100,0
	2	19,0	73,2	24,4	77,9
	3	30,4	78,0	26,0	117,0
<b>2014</b>	1	28,6	81,8	27,3	105,0

	2	22,8	86,8	28,9	78,9
	3	35,4	-	-	-



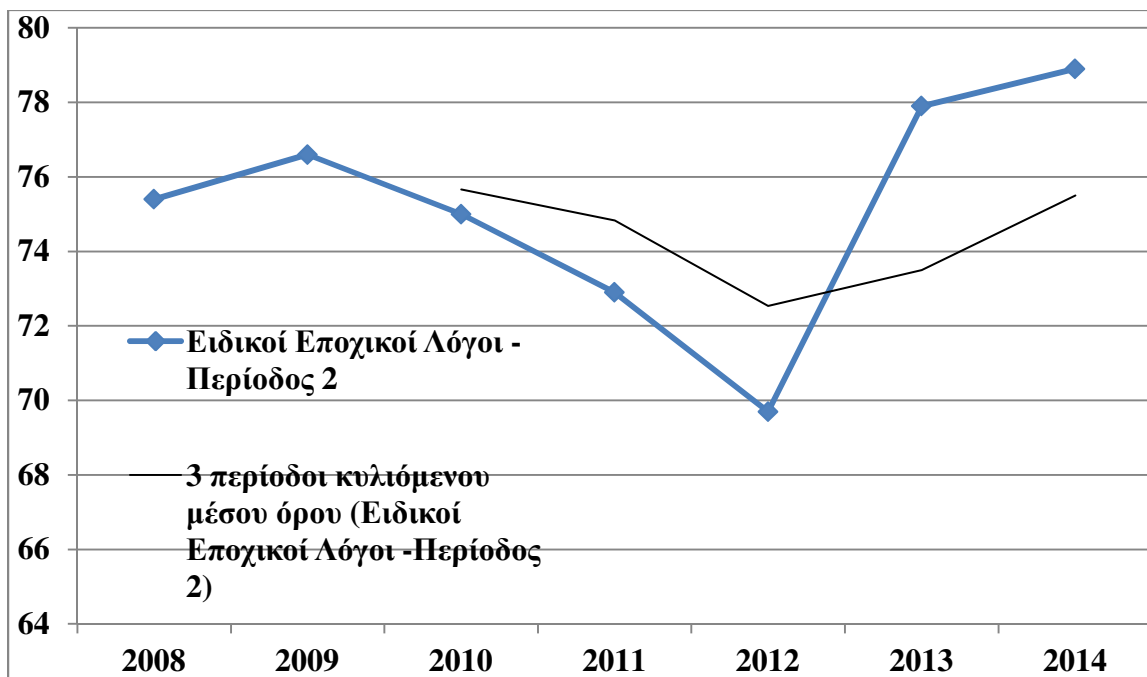
Διάγραμμα 5.3: Γραφική παρουσίαση των δεδομένων του Πίνακα 5.1, και των κινητών μέσων 3-περιόδων.

Πίνακας 5.5: Υπολογισμός Εποχικών Δεικτών δια των Ειδικών Εποχικών Λόγων του Πίνακα 5.4.

Έτος	Περίοδος 1	Ειδικό Εποχικό Λόγοι - Περίοδος 2	Περίοδος 3
2008	—	75,4	125,0
2009	100,0	76,6	117,0
2010	109,0	75,0	124,0
2011	103,0	72,9	120,0
2012	108,0	69,7	125,0
2013	100,0	77,9	117,0
2014	105,0	78,9	—
<b>Σύνολο</b>	<b>625,0</b>	<b>526,1</b>	<b>728,0</b>
<b>Μέσος</b>	<b>104,2</b>	<b>75,2</b>	<b>121,3</b>
<b>Άθροισμα των Μέσων: 300,7</b>			
<b>Συντελεστής διορθώσεως<sup>36</sup>: 300/300,7 = 0,99767</b>			
Δείκτης	104,0	75,0	121,0

<sup>36</sup> Οι εποχικοί Δείκτες πρέπει να έχουν Μέσο 100. Γι' αυτό το άθροισμα των Μέσων πρέπει να είναι 300. Εδώ είναι 300,7. Κάθε Μέσος πολλαπλασιάζεται με το συντελεστή διορθώσεως και έτσι παίρνουμε Δείκτες, που ο Μέσος τους είναι 100.





Διάγραμμα 5.4: Υπολογισμός Εποχικών Δεικτών δια των Ειδικών Εποχικών Λόγων του Πίνακα 5.4.

### 5.4.3 Παράδειγμα κατανομής ποσότητας πωλήσεων για ένα έτος, μεταξύ των τριών περιόδων

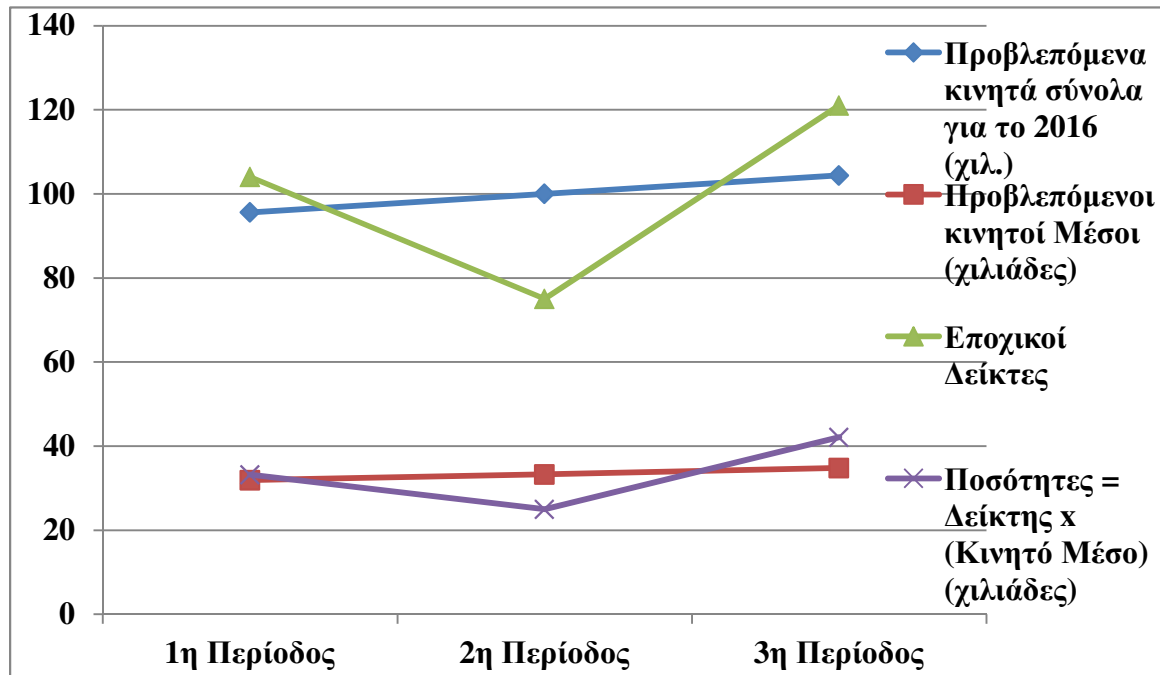
Οι εποχικοί δείκτες 104, 75 και 121 για τις περιόδους της 1, 2 και 3, αντίστοιχα έχουν υπολογισθεί για τις πωλήσεις της επιχειρήσεως Β, με τη μέθοδο των κινητών Μέσων. Να κατανεμηθεί ποσότητα πωλήσεων 100.000 μονάδων για το 2015, μεταξύ των τριών περιόδων.

Είναι απαραίτητο να παρατηρηθεί ότι η ποσότητα των 100.000 αποτελεί ένα τριών - περιόδων κινητό σύνολο για το 2015, που αντιστοιχεί στην περίοδο 2 του 2015. Αυτό αντιπροσωπεύει μία άνοδο κατά 13,2 από το κινητό σύνολο, 86,8, που αντιστοιχεί στην περίοδο 2 του 2014, ή μία αύξηση της τάξεως  $13,2 / 3 = 4,4$  κατά περίοδο. Προφανώς, κάποιος μπορεί να προβλέψει το κινητό σύνολο προσθέτοντας διαδοχικά το 4,4 για να πάρει 91,2 (86,8 συν 4,4) για την περίοδο 3 του 2014, 95,6 (91,2 συν 4,4) για την περίοδο 1 του 2015 κ.ο.κ.

Πίνακας 5.6: Εποχική Μεταβλητικότητα.

Περίοδος	Προβλεπόμενα κινητά σύνολα για το 2016 (χιλ.)	Προβλεπόμενοι κινητοί Μέσοι (χιλιάδες)	Εποχικοί Δείκτες	Ποσότητες = Δείκτης x (Κινητό Μέσο) (χιλιάδες)
1 <sup>η</sup>	95,6	31,9	104	33,2
2 <sup>η</sup>	100,0	33,3	75	25,0
3 <sup>η</sup>	104,4	34,8	121	42,1

				100,3 <sup>37</sup>
--	--	--	--	---------------------



Διάγραμμα 5.5: Εποχική Μεταβλητικότητα.

#### 5.4.4 Παράδειγμα πρόβλεψης πωλήσεων για κάθε μελλοντικού έτους

Υποθέτοντας ότι η μεταβολή στο επίπεδο των πωλήσεων, που άρχισε την περίοδο 3, του 2012, θα συνεχισθεί και μέσα στο 2015, να προβλεφθούν οι πωλήσεις για κάθε περίοδο του 2015.

Για να εφαρμοστούν οι εποχικοί Δείκτες, θα πρέπει να προβλεφτούν οι τιμές για τους κινητούς μέσους. Μία μέθοδος για να επιτευχθεί αυτό, είναι να επεκταθεί η τάση των δεδομένων του παρελθόντος με τη διαδικασία της μεθόδου των ημι - μέσων.

Πίνακας 5.7: Διαδικασία της μεθόδου των ημι - μέσων.

Έτος	Περίοδος	Κινητός Μέσος
2011	3	22,7
2012	1	23,7... Μέσος = $70,8 / 3 = 23,6$
2012	2	24,4
2012	3	26,0

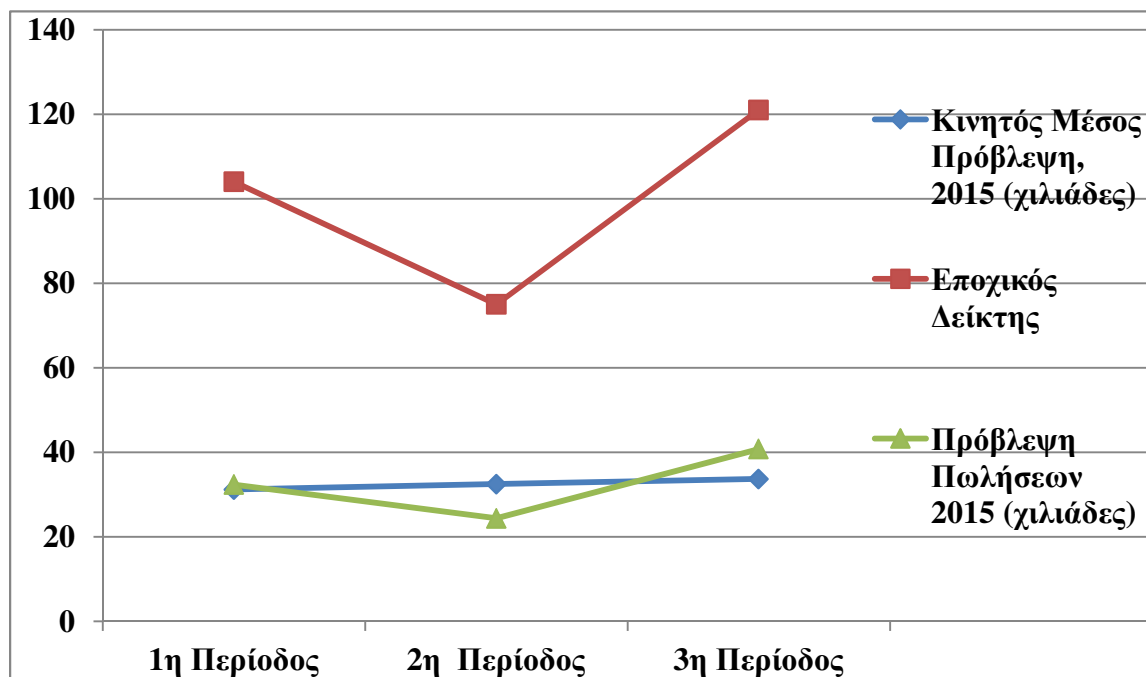
<sup>37</sup> Η μικρή διακύμανση από την ετήσια ποσότητα είναι μία χαρακτηριστική περίπτωση, που εμφανίζεται επειδή οι δείκτες δεν πολλαπλασιάζονται όλοι με τον ίδιο αριθμό.

<b>2013</b>	1	27,3... Μέσος = $82,2 / 3 = 27,4$
<b>2014</b>	2	28,9

Η μεταβολή μεταξύ των δύο μέσων είναι:  $27,4 - 23,6 = 3,8$  που αντιστοιχεί σε τρεις περιόδους. Προβάλλοντας, προβλέπεται ο κινητός μέσος για την περίοδο 1, 2015, σε  $27,4 + 3 (3,8 / 3) = 31,2$ . Δηλαδή, η τιμή της τάσεως 27,4 για την περίοδο 1, του 2014, συν την αύξηση σ' αυτή την τάση κατά τη διάρκεια των τριών περιόδων μέχρι την περίοδο 1 του 2015. Οι προβλέψεις για τις περιόδους 2 και 3, του 2015 είναι:  $27,4 + 4 (3,8 / 3)$  και  $27,4 + 5 (3,8 / 3)$ , αντίστοιχα.

**Πίνακας 5.8:** Η μεταβολή μεταξύ των δύο μέσων, αντιστοιχεί σε τρεις περιόδους.

Περίοδος	Κινητός Μέσος Πρόβλεψη, 2015 (χιλιάδες)	Εποχικός Δείκτης	Πρόβλεψη Πωλήσεων 2015 (χιλιάδες)
1 <sup>η</sup>	31,2	104	32,4
2 <sup>η</sup>	32,5	75	24,4
3 <sup>η</sup>	33,7	121	40,8
			97,6 <sup>38</sup>



**Διάγραμμα 5.6:** Η μεταβολή μεταξύ των δύο μέσων, αντιστοιχεί σε τρεις περιόδους.

<sup>38</sup> Κινητοί Μέσοι και Κινητά Σύνολα επικεντρώνονται στον έβδομο μήνα της περιόδου.

### 5.4.5 Μηνιαίοι Δείκτες

Στην πράξη, πολύ συχνά αντιμετωπίζεται η ανάγκη υπολογισμού μηνιαίων δεικτών με τη μέθοδο των κινητών μέσων. Στην περίπτωση αυτή ανακύπτει το πρόβλημα του κέντρου της περιόδου, στην οποία αναφέρεται ο κινητός μέσος, διότι στην περίοδο ενός έτους δεν υπάρχει κεντρικός μήνας.

Ένας μέσος για την περίοδο Ιανουαρίου - Δεκεμβρίου, επικεντρώνεται μεταξύ Ιουνίου (έκτος μήνας) και Ιουλίου (έβδομος μήνας). Κινούμενοι κατά ένα μήνα, ο μέσος της περιόδου από το Φεβρουάριο μέχρι τον επόμενο Ιανουάριο επικεντρώνεται μεταξύ Ιουλίου και Αυγούστου κ.ο.κ.

Έτσι, η ακριβής επικέντρωση των κινητών μέσων 12 - μηνών πέφτει μεταξύ μηνών. Κάποιος μπορεί να επικεντρώσει τους μέσους επάνω σε μήνες δια υπολογισμού ενός 2 - μηνών κινητού μέσου επί των 12 - μηνών κινητών μέσων - ή μπορεί αυθαίρετα να θεωρήσει τον έβδομο μήνα της περιόδου των 12 - μηνών ως το κέντρο της περιόδου. Η τελευταία διαδικασία, και αν δεν είναι λογικά ορθή, παρέχει δείκτες που διαφέρουν ελάχιστα από εκείνους που υπολογίζονται με τη χρησιμοποίηση ενός επακριβώς επικεντρωμένου κινητού μέσου, κατά τη γενικά αποδεκτή διαδικασία. Έτσι, ο Ιούλιος, είναι το κέντρο για τους 12 - μήνες της περιόδου Ιανουαρίου - Δεκεμβρίου, ο Αύγουστος είναι το κέντρο για την περίοδο Φεβρουαρίου - Ιανουαρίου, κ.ο.κ. (Διαμαντόπουλος, 2014).

Ο παρακάτω Πίνακα 5.9, παρουσιάζονται οι υπολογισμοί των μηνιαίων ειδικών εποχικών λόγων με τη μέθοδο των κινητών μέσων.

**Πίνακας 5.9:** Υπολογισμοί των μηνιαίων ειδικών εποχικών λόγων με τη μέθοδο των κινητών μέσων.

Κινητό σύνολο, Ιανουάριος - Φεβρουάριος, 2012....	....3.0848,4
Αφαιρούνται οι πωλήσεις, Ιανουαρίου 2012.....	.....185,0
<b>Αποτέλεσμα .....</b>	<b>....2.863,4</b>
Προσθέτονται οι πωλήσεις, Ιανουαρίου 2013.....	.....205,5
<b>Κινητό σύνολο, Φεβρουάριος '12 - Ιανουάριος '13.</b>	<b>....3.068,9</b>

Στον Πίνακα 5.10, το πρώτο κινητό σύνολο, 3.048,4 είναι το άθροισμα των πωλήσεων από Ιανουάριο έως Δεκέμβριο, 2012. Επικεντρώνεται στον Ιούλιο του 2012, δηλαδή τον έβδομο μήνα της χρονικής περιόδου. Το δεύτερο κινητό σύνολο, 3.068, 9, είναι το άθροισμα των πωλήσεων για το Φεβρουάριο του 2012 έως τον Ιανουάριο του 2013 και επικεντρώνεται στον έβδομο μήνα της περιόδου, που είναι ο Αύγουστος του 2012. Παρατηρούμε ότι το δεύτερο κινητό σύνολο μπορεί να υπολογισθεί από το πρώτο ως εξής:

**Πίνακας 5.10:** Υπολογισμού των ειδικών εποχικών λόγων, για μηνιαία δεδομένα (Μερικοί Αρχικοί Υπολογισμοί).

Έτος	Μήνας	Πωλήσεις (εκατ. ευρώ)	Κινητά σύνολα 12 μηνών	Κινητοί Μέσοι 12 μηνών	Ειδ. Εποχικοί Λόγοι: $100 \times \frac{\text{Πωλήσεις}}{\text{Κιν. Μέσος}}$
2012	Ιανουάριος	185,0	-	-	-
	Φεβρουάριος	178,3	-	-	-
	Μάρτιος	199,8	-	-	-
	Απρίλιος	239,1	-	-	-

	Μάιος	266,7	-	-	-
	Ιούνιος	262,0	-	-	-
	Ιούλιος	221,3	3.048,4	254,0	87,1
	Αύγουστος	250,4	3,068,9	255,7	97,9
	Σεπτέμβριος	271,3	3.086,9	257,2	105,5
	Οκτώβριος	300,6	3,127,1	260,6	115,3
	Νοέμβριος	283,0	3.142,7	261,9	108,1
	Δεκέμβριος	390,9	-	-	-
<b>2013</b>	Ιανουάριος	205,5	-	-	-
	Φεβρουάριος	196,3	-	-	-
	Μάρτιος	240,0	-	-	-
	Απρίλιος	254,7	-	-	-

Στη συνέχεια, υπολογίζονται οι κινητοί μέσοι με τη διαίρεση κάθε κινητού συνόλου δια 12. Τέλος, οι ειδικοί εποχικοί λόγοι λαμβάνονται αν διαιρεθούν οι πωλήσεις κάθε μήνα με τον αντίστοιχο κινητό μέσο γι' αυτόν το μήνα. Εξαιτίας της ανάγκης για επικέντρωση, δεν υπάρχουν τιμές για τους πρώτους έξι μήνες και για τους τελευταίους πέντε μήνες.

Ο παρακάτω Πίνακας 5.11 περιλαμβάνει τους ειδικούς εποχικούς λόγους για την περίοδο 2008-14. Στον Πίνακα 5.11 για τον υπολογισμό των κινητών μέσων χρησιμοποιείται η Διάμεσος διότι εμφανίζονται τιμές των ειδικών εποχικών λόγων κατά μήνα που δηλώνουν κάτι το ασύνηθες. Η εξέταση δε των διαμέσων, σε σύγκριση με τους λόγους δείχνει ότι η Διάμεσος είναι μία κατάλληλη επιλογή ενός αντιπροσωπευτικού μέτρου.

**Πίνακας 5.11:** Ειδικοί Εποχικοί Λόγοι με τη μέθοδο των Κινητών Μέσων 2008-14.

Έτος	Ιαν.	Φεβ.	Μαρ	Απρ	Μάιο	Ιουν.	Ιουλ	Αυγ	Σεπτ.	Οκτ.	Νοεμ.	Δεκ.
<b>2008</b>							87,1	97,9	105,5	115,3	108,1	148,2
<b>2009</b>	77,3	73,5	89,8	95,6	109,3	109,1	90,5	96,3	100,8	108,3	107,9	147,4
<b>2010</b>	71,2	69,7	83,6	98,9	101,9	106,8	95,4	96,8	101,8	107,6	109,6	146,1
<b>2011</b>	79,0	70,1	88,1	103,2	101,7	103,4	95,4	102,2	103,2	106,8	110,4	144,4
<b>2012</b>	76,8	73,2	88,6	93,2	105,1	107,7	89,8	105,9	100,5	105,8	116,2	141,9
<b>2013</b>	78,6	70,6	84,7	96,4	106,1	105,8	97,3	108,9	100,0	104,8	109,7	140,4
<b>2014</b>	75,5	66,5	84,4	96,2	106,5	100,6	97,0					
<b>Διάμ</b>	77,0	70,4	86,4	96,3	105,6	106,3	95,4	100,0	101,3	107,2	109,6	145,2

Αθροισμάτων Διαμέσων = 1.200,7: Συντελεστής διορθώσεως =  $1.200 / 1.200,7 = 0,999$ .

## 5.5 ΤΑΚΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΜΕ ΤΟΥΣ ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΟΣ

Η αριθμητική τιμή μιας χρονολογικής σειράς σε οποιοδήποτε μήνα μπορεί να θεωρηθεί ως το γινόμενο των γνωστών συνιστωσών (παραγόντων), που συνθέτουν τη χρονολογική σειρά. Εάν αυτή η τιμή διαιρεθεί με το δείκτη εποχικότητας το υπόλοιπο που παραμένει αντιπροσωπεύει το σύνθετο αποτέλεσμα της τάσεως, των κυκλικών κινήσεων και των μη - ομαλών κινήσεων (Θαλασσινός, 1991).

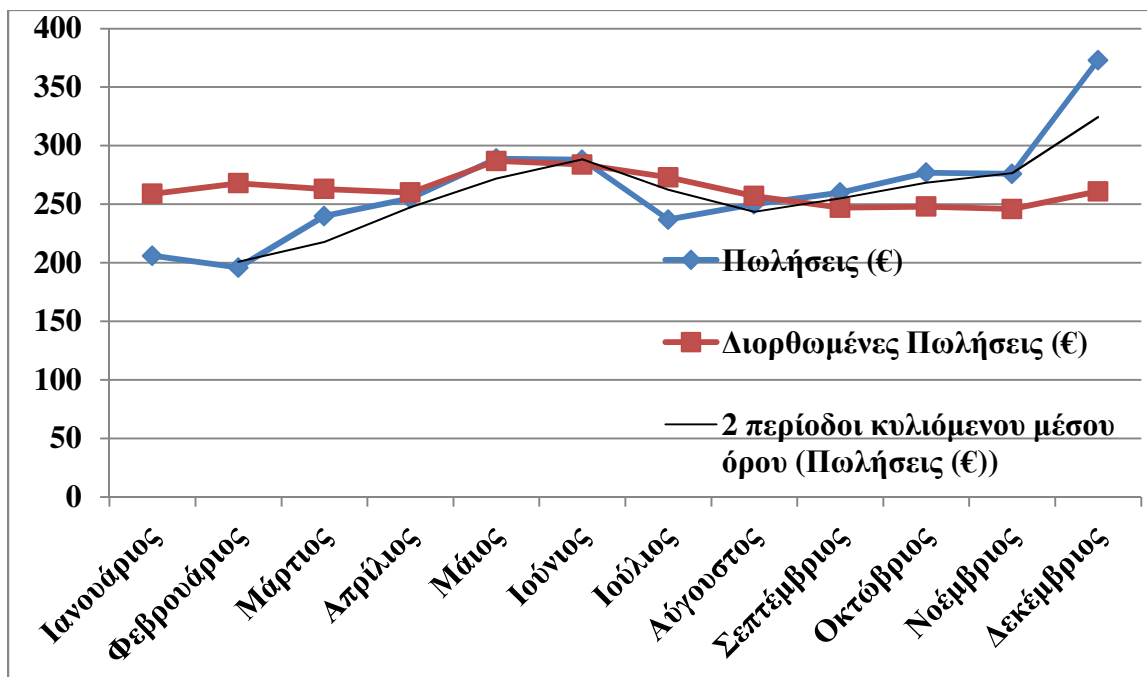
Η διαδικασία διαιρέσεως με το δείκτη - εποχικότητας ονομάζεται «Διόρθωση για την εποχική μεταβλητικότητα». Από τα δεδομένα του παρακάτω Πίνακα 5.12 προκύπτει:

**Πίνακας 5.12:** Μη - διορθωμένες και Διορθωμένες πωλήσεις, 2013 (εκατομ. ευρώ)

Μήνας	Πωλήσεις (€)	Δείκτες <sup>39</sup> Εποχικότητας	Διορθωμένες Πωλήσεις (€)
Ιανουάριος	206	79,6	259
Φεβρουάριος	196	73,0	268
Μάρτιος	240	91,4	263
Απρίλιος	255	98,2	260
Μάιος	289	100,6	287
Ιούνιος	288	101,4	284
Ιούλιος	237	86,9	273
Αύγουστος	250	97,1	257
Σεπτέμβριος	260	105,2	247
Οκτώβριος	277	111,5	248
Νοέμβριος	276	112,2	246
Δεκέμβριος	373	142,9	261

---

<sup>39</sup> Οι δείκτες έχουν υπολογισθεί από τα προηγούμενα δεδομένα του 2013.



Διάγραμμα 5.7: Μη - διορθωμένες και Διορθωμένες πωλήσεις του Πίνακα 5.12.

Η σύγκριση των μη - διορθωμένων και διορθωμένων πωλήσεων παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 5.7, όπου παρατηρείται ότι η τάση ανόδου των πωλήσεων κατά το 2013, ήταν αποτέλεσμα της επιδράσεως του εποχικού υποδείγματος. Τα εποχικά διορθωμένα δεδομένα δείχνουν πράγματι ότι η υπό εξέταση τάση δεν παρουσίασε ανοδική πορεία κατά τη διάρκεια ολόκληρου του έτους. Αλλά, ένα σημείο αιχμής σημειώθηκε προ του μέσου του έτους και στη συνέχεια, η τάση άρχισε να παρουσιάζει καθοδική πορεία.

Η διόρθωση με τους δείκτες εποχικότητας είναι ένα σπουδαίο βήμα για την ετοιμασία ανάλυσεως των δεδομένων, σ' ένα μεγάλο αριθμό στατιστικών σειρών.

## 5.6 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑΣ ΔΙΑ ΤΗΣ ΤΑΣΕΩΣ ΜΙΑΣ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΣΕΙΡΑΣ

Οι δείκτες Εποχικότητας είναι καθαροί αριθμοί (δηλαδή, δεν εκφράζονται σε μονάδες μετρήσεως) και κινούνται γύρω από τη μονάδα (1,0). Εάν γίνουν μακροχρόνιες προβλέψεις τάσεως από την Εξίσωση παλινδρομήσεως ελαχίστων τετραγώνων και διορθωθούν εποχικά με το δείκτη εποχικότητας, δηλαδή (Θαλασσινός, 1991):

$$\text{Πρόβλεψη πωλήσεων} = (\text{πρόβλεψη τάσεως}) \times (\text{Δείκτης Εποχικότητας})$$

τότε οι προβλέψεις τείνουν να βελτιωθούν.

### 5.6.1 Παράδειγμα εκτίμησης δεικτών εποχικότητας

Στον παρακάτω Πίνακα 5.13, δίνονται οι τριμηνιαίες πωλήσεις σε χιλ. ευρώ για την εταιρεία ΔΠ.

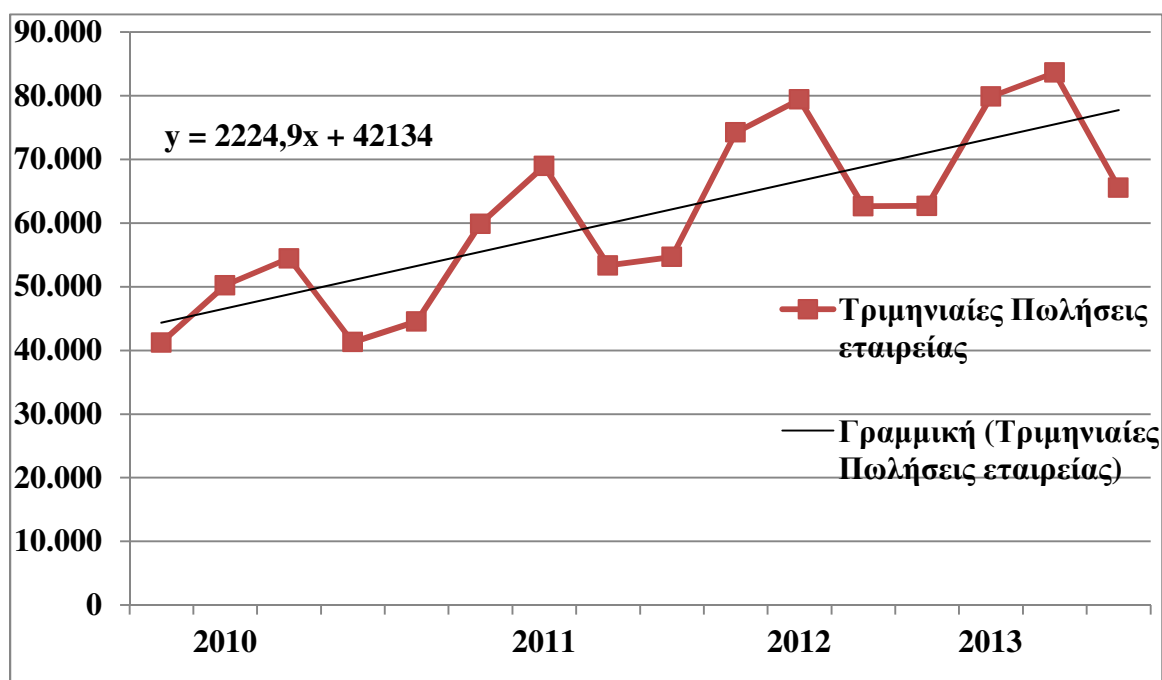
Πίνακας 5.13: Τριμηνιαίες Πωλήσεις εταιρείας.

Τριμηνιαίες Πωλήσεις				
Έτος	Περίοδος 1 <sup>η</sup>	Περίοδος 2 <sup>η</sup>	Περίοδος 3 <sup>η</sup>	Περίοδος 4 <sup>η</sup>

<b>2010</b>	41.234	50.225	54.462	41.295
<b>2011</b>	44.555	59.893	68.958	53.344
<b>2012</b>	54.684	74.238	79.430	62.656
<b>2013</b>	62.691	79.865	83.637	65.569

Η γραφική παρουσίαση των δεδομένων του Πίνακα 5.13, δίνεται στο παρακάτω Διάγραμμα, η εξέταση του οποίου δείχνει μία μακροχρόνια ανάπτυξη των πωλήσεων της εταιρείας ΔΠ. Ένας τρόπος, για να περιγραφεί αυτή η ανάπτυξη είναι η χρησιμοποίηση της μεθόδου της ευθύγραμμης παλινδρομής. Η μέθοδος αυτή δίνει για τις πωλήσεις της Εταιρείας ΔΠ, την ακόλουθη Εξίσωση τάσεως ελαχίστων τετραγώνων:

$$\hat{Y}_t = 42134,1 + 2224,91t$$



**Διάγραμμα 5.8:** Τριμηνιαίες Πωλήσεις εταιρείας ΔΠ.

όπου  $t$  ο αριθμός του τριμήνου για το οποίο είναι επιθυμητή μία πρόβλεψη. Η γραφική παρουσίαση αυτής της ευθείας τάσεως έχει προστεθεί και παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 5.8. Οι τιμές του  $\hat{Y}_t$  και τα κατάλοιπα δίνονται στον Πίνακα 5.14.

Ο δείκτης προσδιορισμού γι' αυτά τα δεδομένα είναι  $r^2 = 0,605$ , δηλαδή το 60,5% της μεταβλητικότητας των τριμηνιαίων πωλήσεων ερμηνεύεται από την Εξίσωση τάσεως ελαχίστων τετραγώνων. Προφανώς υπάρχει σημαντική μεταβλητικότητα γύρω από την ευθεία τάσεως, που δεν ερμηνεύεται από την τάση. Επίσης διαπιστώνεται από τα κατάλοιπα του Πίνακα 5.14, ότι οι πωλήσεις του πρώτου τριμήνου είναι πάντοτε κάτω από την ευθεία τάσεως. Συνήθως, θεωρείται χρήσιμο να υπάρχει ένας δείκτης εποχικότητας για το πρώτο τρίμηνο, ο οποίος θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί, για να μειωθεί η προβλεπόμενη τάση. Βασιζόμενοι στις τιμές του πρώτου τριμήνου του Πίνακα 5.14, μπορεί να υπολογιστεί ένας εποχικός δείκτης πρώτου τριμήνου δια του λόγου:



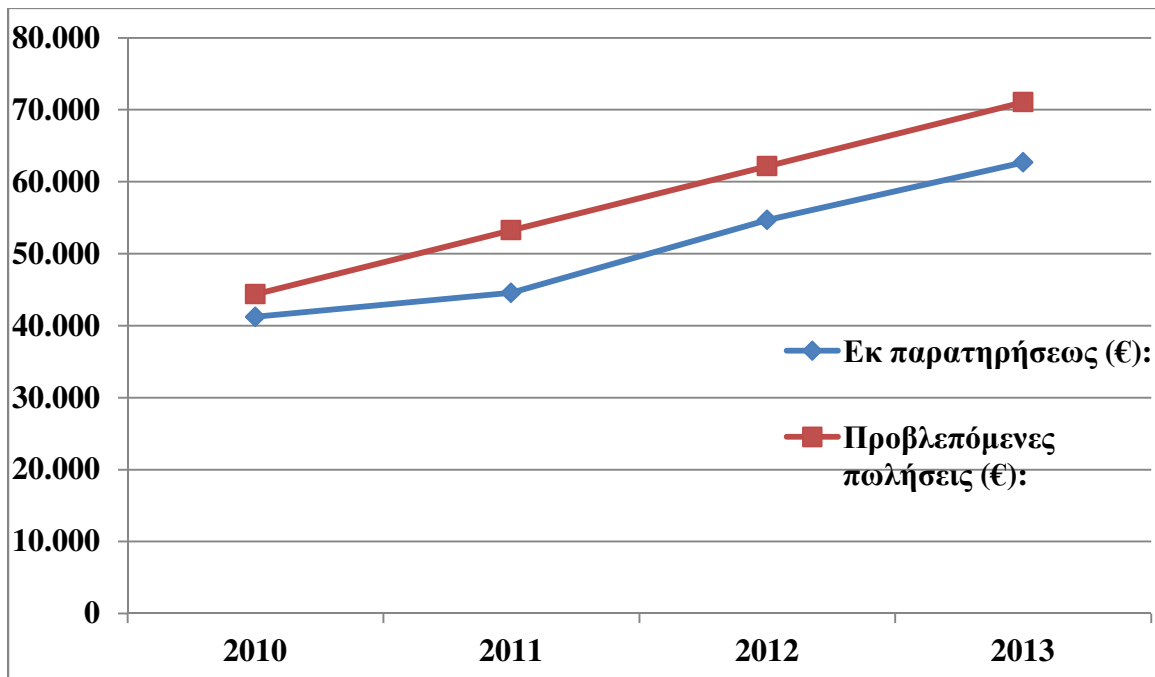
**Πίνακας 5.14:** Κατάλοιπα από την Εξίσωση  $\hat{Y}_t = 42134,1 + 2224,9t$ .

Τρίμηνο (t)	$Y_t$	$\hat{Y}_t$	Κατάλοιπα $Y_t - \hat{Y}_t$
1	41.234	44.359	-3.125
2	50.225	46.584	3.641
3	54.462	48.809	5.653
4	41.295	51.034	- 9.738
5	44.555	53.259	- 8.704
6	59.893	55.484	4.409
7	68.958	57.709	11.249
8	53.344	59.934	- 6.590
9	54.684	62.158	- 7.474
10	74.238	64.383	9.855
11	79.430	66.608	12.822
12	62.656	68.833	-6.177
13	62.691	71.058	- 8.367
14	79.865	73.283	6.582
15	83.637	75.508	8.129
16	65.569	77.733	- 12.164

Οι εκ παρατηρήσεως πωλήσεις για το πρώτο τρίμηνο κάθε έτους έχουν ως εξής:

**Πίνακας 5.15:** Προβλεπόμενες πωλήσεις για το πρώτο τρίμηνο εκάστου έτους.

	2010	2011	2012	2013
<b>Εκ παρατηρήσεως (€):</b>	41.234	44.555	54.684	62.691
<b>Προβλεπόμενες πωλήσεις (€):</b>	44.359	53.259	62.158	71.058
<b>Λόγος [Εκ παρατηρήσεως / προβλεπόμενες]:</b>	0,92955	0,83658	0,87975	0,88225



Διάγραμμα 5.9: Προβλεπόμενες πωλήσεις για το πρώτο τρίμηνο εκάστου έτους.

Κάθε ένας από αυτούς τους λόγους μπορεί να επηρεασθεί σε κάποιο βαθμό από τις κυκλικές και μη - ομαλές διακυμάνσεις. Η επίδραση αυτών των συνιστωσών μπορεί να ελαχιστοποιηθεί κάπως με τη χρησιμοποίηση του μέσου των τεσσάρων λόγων, που αντιπροσωπεύει τον εποχικό δείκτη για το πρώτο τρίμηνο:

$$s_1 = \frac{0,930 + 0,837 + 0,880 + 0,882}{4} = 0,882$$

Οι δείκτες για τα άλλα τρίμηνα βρίσκονται κατά τον ίδιο τρόπο για τις πωλήσεις της εταιρείας ΔΠ. Ο Πίνακας 5.16 περιέχει τους απαραίτητους λόγους για τον υπολογισμό και των τεσσάρων δεικτών εποχικότητας. Σημειώνεται ότι η Διάμεσος αυτών των λόγων για ένα οποιοδήποτε τρίμηνο μπορεί να χρησιμοποιηθεί αντί του μέσου, εφ' όσον ισχύουν οι σχετικές προϋποθέσεις.

Γενικά, έστω

$Y_{it}$  = Η εκ παρατηρήσεως ποσότητα της χρονολογικής σειράς για την περίοδο  $t$  του έτους  $i$ .

$T_{it}$  = Η εκτιμώμενη τιμή τάσεως για την περίοδο  $t$  του έτους  $i$

Τότε, ο δείκτης εποχικότητας  $S_t$  για την περίοδο  $t$ , με τη χρησιμοποίηση της μεθόδου του λόγου ως προς την τάση είναι:

$$S_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_{it}/T_{it}$$

όπου,  $n$  είναι ο αριθμός των ετών της χρονολογικής σειράς.

Οι μέσοι που δίδονται στην τελευταία γραμμή του Πίνακα 5.16 είναι πολύ κοντά προς τις τιμές που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν, για να αντιπροσωπεύσουν τους δείκτες εποχικότητας. Χρειάζεται μόνο ένα ακόμη βήμα. Επειδή οι δείκτες εποχικότητας είναι

ποσότητες που δεν εκφράζονται σε μονάδες μετρήσεως και κυμαίνονται περίπου γύρω στην μονάδα (1,0), το άθροισμα αυτών των τεσσάρων δεικτών πρέπει να είναι  $4 \times 1,0 = 4$ . Το άθροισμα των μέσων στον Πίνακα 5.16 είναι:

$$0,882 + 1,100 + 1,153 + 0,863 = 3,998$$

που είναι περίπου 4. Το άθροισμα των μέσων μπορεί εύκολα να γίνει τέσσερα (4) αν πολλαπλασιασθεί κάθε μέσος με  $4 / 3,998 = 1,0005$ . Τα αποτελέσματα, θα είναι:

- $S_1 = 0,88244$
- $S_2 = 1,10064$
- $S_3 = 1,153326$
- $S_4 = 0,86365$

## 5.7 ΣΧΕΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ ΜΕ ΤΟ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ

Το πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα σημαίνει ότι κάθε επί μέρους παρατήρηση μιας χρονολογικής σειράς παρουσιάζεται ως,  $Y = T \times S \times C \times I$ .

Η γραμμή τάσεως αντιπροσωπεύει μόνο τη συνιστώσα  $\hat{Y} = Y$ . Έτσι, οι λόγοι που υπολογίζονται στον Πίνακα 5.16 μπορούν να εκφραστούν ως εξής:

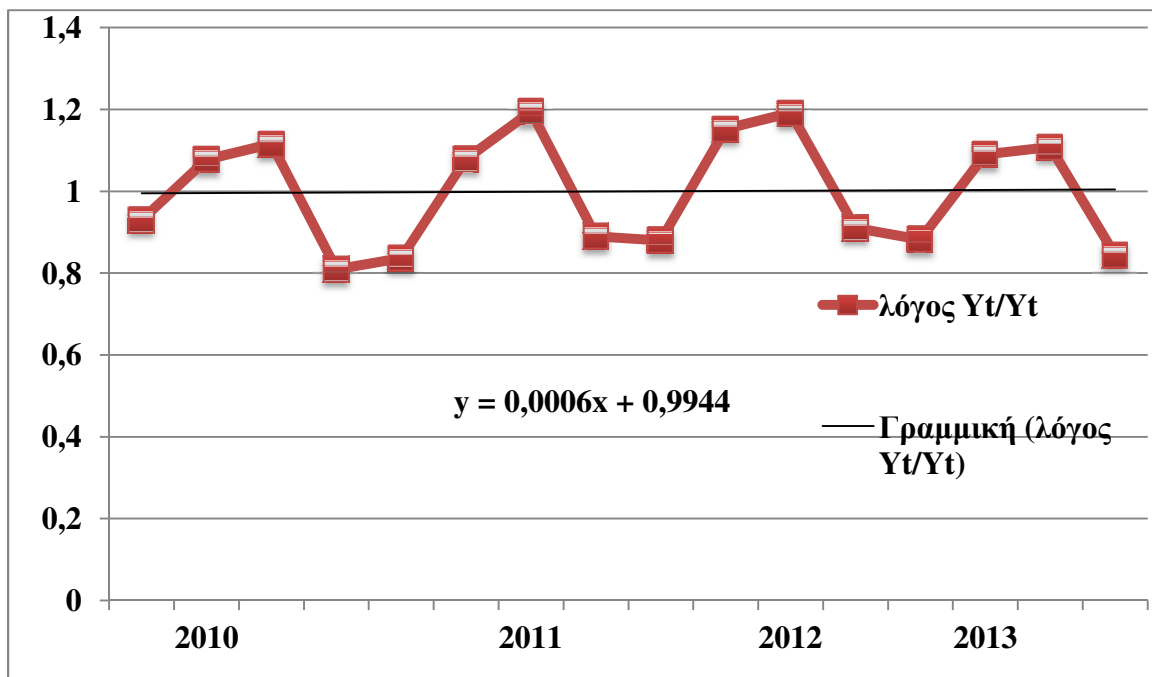
$$\frac{Y_t}{\hat{Y}_t} = \frac{T_t \times S_t \times C_t \times I_t}{T_t} = S_t \times C_t \times I_t$$

Οι λόγοι  $\frac{Y_t}{\hat{Y}_t}$  παρουσιάζονται γραφικά στο Διάγραμμα 5.10. Το Διάγραμμα 5.10 συγκρινόμενο με το Διάγραμμα 5.8 δείχνει καθαρά ότι η διαίρεση  $\frac{Y_t}{\hat{Y}_t}$  έχει απομακρύνει την τάση από τα αρχικά δεδομένα.

Πίνακας 5.16: Υπολογισμός των Εποχικών Δεικτών.

Τρίμηνο	$Y_t$	$\hat{Y}_t$	$\frac{Y_t}{\hat{Y}_t}$			
			Πρώτο	Δεύτερο	Τρίτο	Τέταρτο
1	41.234	44.359	0,930			
2	50.225	46.584		1,078		
3	54.462	48.809			1,116	
4	41.295	51.034				0,809
5	44.555	53.259	0,837			
6	59.893	55.484		1,079		
7	68.958	57.709			1,195	
8	53.344	59.934				0,890
9	54.684	62.158	0,880			
10	74.238	64.383		1,153		
11	79.430	66.608			1,192	
12	62.656	68.883				0,910
13	62.691	71.058	0,882			
14	79.865	73.283		1,090		
15	83.637	75.508			1,108	
16	65.569	77.733				0,844

		Σύνολα	3,529	4,400	4,611	3,453
		Μέσοι	0,882	1,100	1,153	0,863



Διάγραμμα 5.10: Στικτό παράδειγμα των Λόγων  $\frac{Y_t}{\bar{Y}_t}$ .

## 5.8 ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΗ ΤΩΝ ΔΕΙΚΤΩΝ ΕΠΟΧΙΚΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΠΡΟΒΛΕΨΗ

Οι δυο συνιστώσες της τάσεως ( $T_t$ ) και της εποχικότητας ( $S_t$ ), είναι οι κύριοι παράγοντες που χρησιμοποιούνται για πρόβλεψη (Δημητριάδης, 2002). Για παράδειγμα, μια πρόβλεψη για το πρώτο τρίμηνο του 2014, θα γίνει κατ' αρχήν δια της μακροχρονίου τάσεως, ως εξής:

$$T_{17} = \alpha + \beta t = \text{€ } 42.134,1 + \text{€ } 222,4, 9 (17) = \text{€ } 79.958$$

και έπειτα με τον πολλαπλασιασμό και με τον εποχικό δείκτη για το πρώτο τρίμηνο.

$$\hat{Y}_{17} = T_{17} \times S_1 = \text{€ } 79.958 (0,88244) = \text{€ } 70.558$$

## 6 ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΥΚΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗ - ΟΜΑΛΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ ΣΕ ΜΙΑ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΗ ΣΕΙΡΑ

### 6.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΚΥΚΛΙΚΕΣ ΚΑΙ ΜΗ - ΟΜΑΛΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΣΕ ΜΙΑ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΗ ΣΕΙΡΑ

Οι κυκλικές και μη ομαλές κινήσεις, ως συνιστώσες μιας χρονολογικής σειράς μπορούν να απομονωθούν με τη χρησιμοποίηση του πολλαπλασιαστικού μοντέλου. Στις προηγούμενες παραγράφους αναλύθηκαν δύο συνιστώσες της χρονολογικής σειράς,  $T_t$  και  $S_t$ . Επειδή η χρονολογική σειρά παρουσιάζεται ως ένα πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα, διαιρώντας δια του όρου  $T_t \times S_t$  απομονώνεται ο όρος  $C_t \times I_t$ :

$$\frac{Y_t}{T_t \times S_t} = \frac{T_t \times S_t \times C_t \times I_t}{T_t} = C_t \times I_t$$

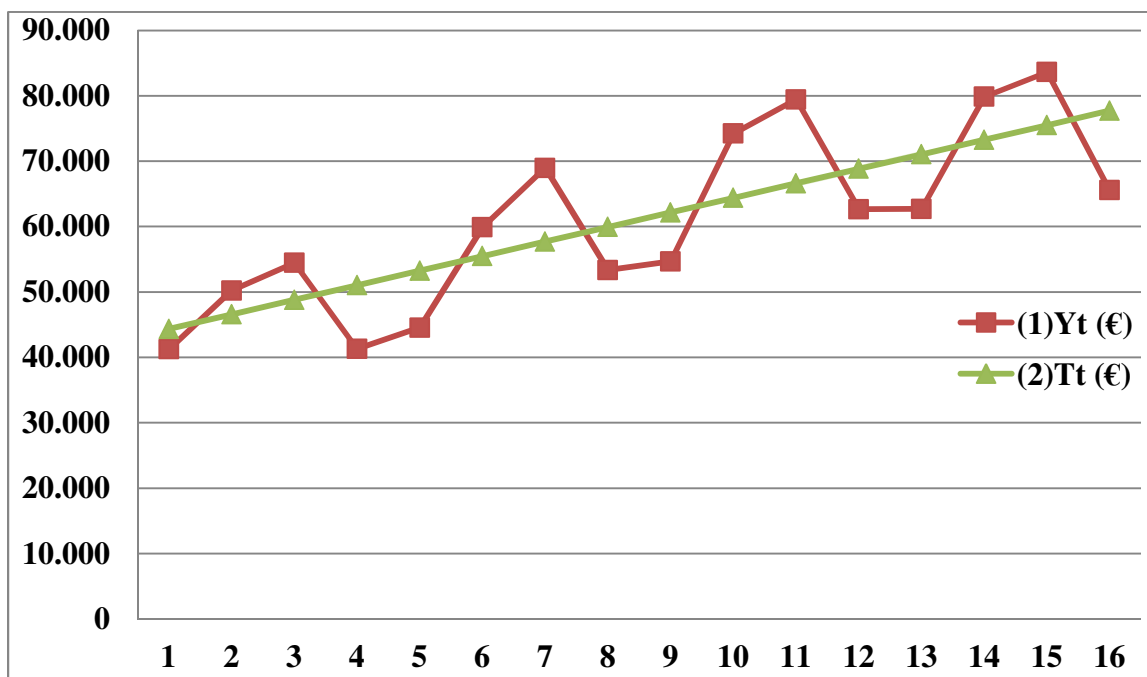
Ο παρακάτω Πίνακας 6.1 περιέχει αυτά τα αποτελέσματα για τις πωλήσεις της Εταιρείας ΔΠ. Οι τιμές  $C_t \times I_t$  από τον Πίνακα 6.1 παρουσιάζονται γραφικά στο παρακάτω Διάγραμμα 6.1.

Συγκρίνοντας το Διάγραμμα 6.1 με το Διάγραμμα 5.10, βλέπουμε ότι η μακροχρόνια τάση και η εποχικότητα έχουν απαλειφθεί. Αυτό που μένει είναι η παρουσία ενός μακροχρόνιου κυκλικού αποτελέσματος με κατώτερο σημείο υφέσεως στο τέλος του 2010 και σημείο αιχμής στο τέλος τους 2012 (Πασχαλίδης, 2013).

Πάντως, η καμπύλη είναι κάπως οδοντωτή στην εμφάνιση. Αυτό οφείλεται στο ότι περιέχει ακόμη τις μη - ομαλές κινήσεις. Η συνιστώσα μη - ομαλές κινήσεις μπορεί να εξαλειφθεί με τη χρησιμοποίηση της τεχνικής εξομαλύνσεως που είναι γνωστή με τον όρο «Κινητός Μέσος».

**Πίνακας 6.1:** Υπολογισμός τον όρου  $C_t \times I_t$  στο πολλαπλασιαστικό Υπόδειγμα.

Τρίμηνο	(1) $Y_t$ (€)	(2) $T_t$ (€)	(3) $S_t$	(4) $T_t \times S_t$ (€)	(1) / (4) $C_t \times I_t$
1	41.234	44.359	0,88244	39.144	1,05338
2	50.225	46.584	1,10064	51.272	0,97958
3	54.462	48.809	1,15326	56.290	0,96753
4	41.295	51.034	0,86365	44.076	0,93692
5	44.555	53.259	0,88244	46.998	0,94802
6	59.893	55.484	1,10064	61.068	0,98077
7	68.958	57.709	1,15326	66,553	1,03613
8	53.344	59.934	0,86365	51.762	1,03057
9	54.684	62.158	0,88244	54.851	0,99695
10	74.238	64.383	1,10064	70.863	1,04763
11	79.430	66.608	1,15326	76.817	1,03402
12	62.656	68.833	0,86365	59.448	1,05396
13	62.691	71.058	0,88244	62.705	0,99978
14	79.865	73.283	1,10064	80.658	0,99016
15	83.637	75.508	1,15326	87.081	0,96045
16	65.569	77.733	0,86365	67.134	0,97669



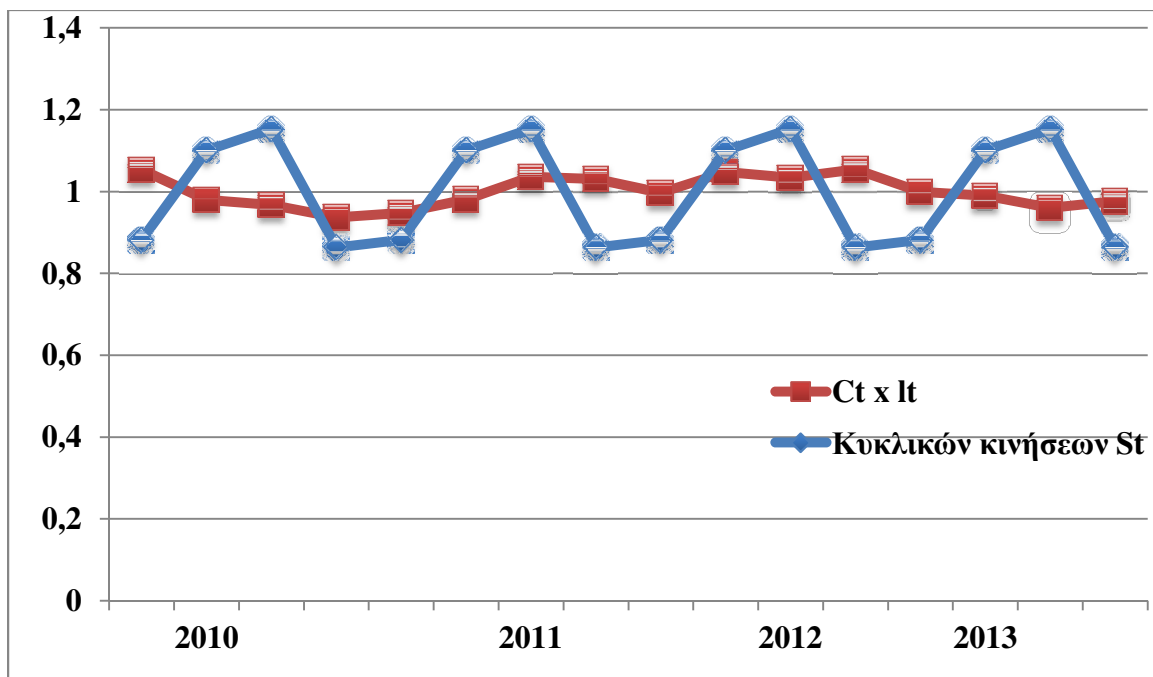
Διάγραμμα 6.1: Απεικόνιση συντελεστών στο πολλαπλασιαστικό Υπόδειγμα.

## 6.2 ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΑΣ «ΚΥΚΛΙΚΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ» ΑΠΟ ΤΟΝ ΟΡΟ $C_t \times I_t$

Η τεχνική του κινητού μέσου μπορεί να χρησιμοποιηθεί, για την εξάλειψη της συνιστώσας «μη - ομαλές κινήσεις» από τον όρο  $C_t \times I_t$  όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα 6.1. Ένας κινητός μέσος μήκους τριών περιόδων θα είναι επαρκής για να απαλλάξει τα δεδομένα από την επίδραση της συνιστώσας «μη - ομαλές κινήσεις». Τα αποτελέσματα αυτών των υπολογισμοί περιέχονται στον Πίνακα 6.2. Σ' αυτόν τον Πίνακα ο πρώτος κινητός μέσος υπολογίζεται ως εξής:  $(1,053 + 0,980 + 0,968) / 3 = 1,000$ , ενώ ο δεύτερος κινητός μέσος:  $(0,980 + 0,968 + 0,937) / 3 = 0,961$  κ.ο.κ. μέχρι τον υπολογισμό των  $16 - 3 + 1 = 14$  κινητών μεσών.

Η γραφική απεικόνιση του  $C_t$  από τον Πίνακα 6.2 παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 6.2. Κατά τη σύγκριση του Διαγράμματος 6.2 με το Διάγραμμα 6.1 διαπιστώνεται ότι η συνιστώσα «μη - ομαλές κινήσεις» έχει απαλειφθεί από τη σειρά. Η χρησιμοποίηση ενός κινητού μέσου τεσσάρων περιόδων θα μπορούσε να εξασφαλίσει ακόμη ομαλότερη καμπύλη (Πασχαλίδης, 2013).

Πρέπει να σημειωθεί ότι ο κύκλος στη χρονολογική σειρά αρχίζει να αυξάνει στο τέταρτο τρίμηνο και συνεχίζει αυτή την πορεία μέχρι το ενδέκατο τρίμηνο, μετά το οποίο παρατηρείται μία μείωση μέχρι το δέκατο - πέμπτο τρίμηνο.



Διάγραμμα 6.2: Γραφική παρουσίαση του όρου  $C_t \times I_t$  και των κυκλικών κινήσεων για τις πωλήσεις της Εταιρείας ΔΠ.

Πίνακας 6.2: Κινητοί Μέσοι για τις συνιστώσες «Κυκλικές κινήσεις» και «μη - ομαλές κινήσεις»

Τρίμηνο	(1) $C_t \times I_t$	(2) Κινητός Μέσος ( $C_t$ )	(1)/(2) $I_t$
1	1,053		
2	0,980	1,000	0,979
3	0,968	0,961	1,006
4	0,937	0,951	0,985
5	0,948	0,955	0,992
6	0,981	0,988	0,992
7	1,036	1,016	1,020
8	1,031	1,021	1,009
9	0,997	1,025	0,973
10	1,048	1,026	1,021
11	1,034	1,045	0,989
12	1,054	1,029	1,024
13	1,000	1,015	0,985
14	0,990	0,983	1,007
15	0,960	0,976	0,984
16	0,977		

Αυτό το υπόδειγμα δεν είναι τόσο καθαρό στο Διάγραμμα 6.2, όπου ήταν παρούσες ακόμη οι μη - ομαλές κινήσεις. Κατόπιν αυτού μπορεί να βελτιωθεί και η πρόβλεψη για τις πωλήσεις της Εταιρείας ΔΠ. Έτσι:

Η τιμή τάσεως για το πρώτο τρίμηνο του 2014,  $t = 17$ , ήταν  $T_{17} = € 79.958$ . Ο εποχικός δείκτης για το πρώτο τρίμηνο ήταν  $S_1 = 0,88244$  και το γινόμενο έδωσε μία εκτίμηση των πωλήσεων € 70.558.

$$\widehat{Y}_{17} = T_{17} \times S_1 = €79.958 (0,88244) = € 70.558$$

Αυτή η εκτίμηση μπορεί να βελτιωθεί με πολλαπλασιασμό με τον πιο πρόσφατο δείκτη του μακροχρόνιου κύκλου που στην περίπτωσή μας είναι  $C_{15} = 0,976$ , και θεωρείται ότι δεν θα έχει σημαντική μεταβολή στη διάρκεια των δύο τριμήνων, που μεσολαβούν. Έτσι,

$$\widehat{Y}_{17} = T_{17} \times S_1 \times C_t = € 79.958 (0,88244) \times 0,976 = € 68.865$$

### 6.3 ΤΑΥΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΑΣ ΜΗ - ΟΜΑΛΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ

Η συνιστώσα «μη - ομαλές κινήσεις» ή «κατάλοιπα» μιας χρονολογικής σειράς αντιπροσωπεύει αυτό που παραμένει μετά την απομάκρυνση από τη χρονολογική σειρά των συνιστωσών  $T_t$ ,  $S_t$ , και  $C_t$  (Πασχαλίδης, 2013). Η συνιστώσα «μη ομαλές κινήσεις» μπορεί να τακτοποιηθεί ως εξής στην περίπτωση του πολλαπλασιαστικού υποδείγματος, επειδή τρεις από τις συνιστώσες της χρονολογικής σειράς έχουν ήδη ταυτοποιηθεί.

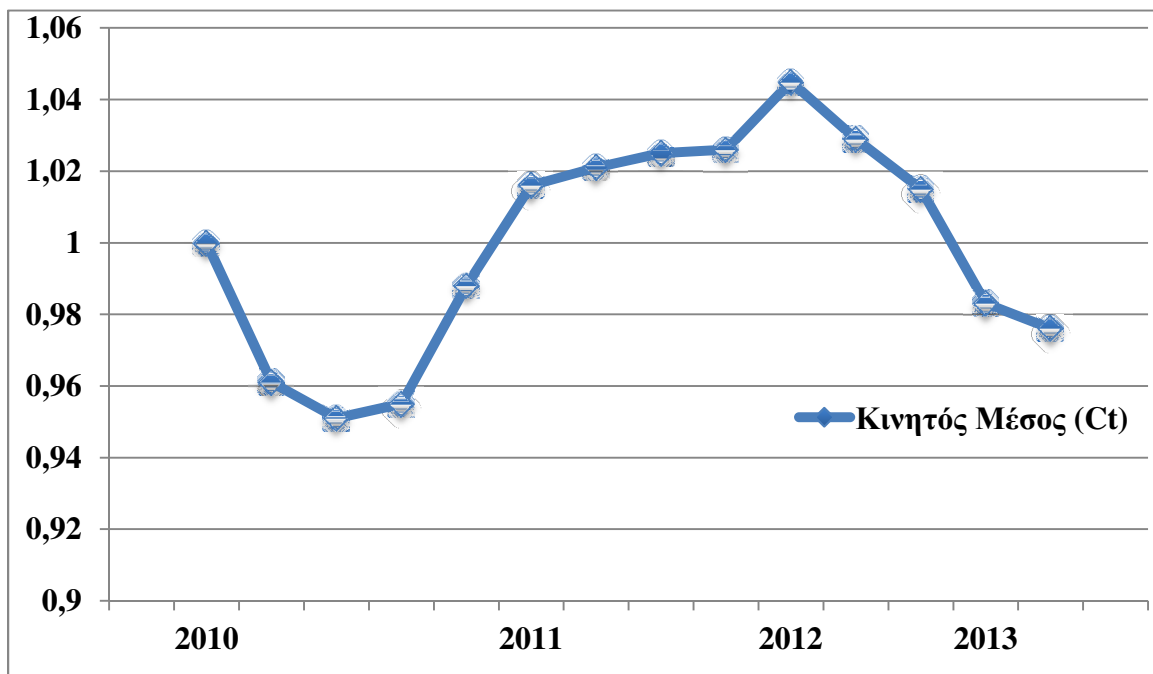
$$\frac{Y_t}{T_t \times S_t \times C_t} = \frac{T_t \times S_t \times C_t \times I_t}{T_t \times S_t \times C_t} = I_t$$

ή ισοδύναμα, με την ακόλουθη διαίρεση:

$$\frac{C_t \times I_t}{C_t} = I_t$$

όπου οι όροι  $C_t \times I_t$  και  $C_t$  έχουν ήδη προσδιορισθεί στον Πίνακα 6.2.

Αυτή η διαίρεση παρέχει τη συνιστώσα «μη ομαλές κινήσεις» και παρουσιάζεται στο παρακάτω Διάγραμμα 6.3 και δείχνει μόνο τυχαία διακύμανση περίπου 1,0. Δηλαδή, δεν υπάρχει οποιαδήποτε περαιτέρω ένδειξη τάσεως, εποχικότητας ή μακροχρόνιου - κύκλου.



Διάγραμμα 6.3: Γραφική παρουσίαση της συνιστώσας «μη - ομαλές κινήσεις» για τις πωλήσεις της Εταιρείας ΔΠ.



## 6.4 ΑΥΤΟΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΚΑΙ ΑΥΤΟΣΥΣΧΕΤΙΣΗ

Η αυτοδιακύμανση αλλά και η αυτοσυσχέτιση είναι δύο στατιστικές ποσότητες που επιτρέπουν στον ερευνητή να ανιχνεύσει τυχόν περιοδικότητα μίας χρονοσειράς με ένα μετρήσιμο τρόπο.

Η αυτοδιακύμανση στην ουσία είναι η συνδιακύμανση της μεταβλητής που με τη σειρά της ορίζει τη χρονοσειρά με ένα αντίγραφο της, χρονικά μετατοπισμένο κατά πλήθος χρονικών στιγμών που επιλέγεται από τον ερευνητή.

Η κανονικοποιημένη ως προς το πιθανό εύρος τιμών εκδοχή της αυτοδιακύμανσης είναι η αυτοσυσχέτιση.

Άρα υπολογίζεται η αυτοσυσχέτιση της χρονοσειράς με τον εαυτό της σε όλες τις πιθανές μετατοπίσεις και τέλος παρατηρείται το σύνολο των τιμών που προκύπτουν. Η συνδιακύμανση αρχικά, θα μειώνεται από το 1 μέχρι κάποιο σημείο όπου θα αρχίσει να ανέρχεται ξανά (αν υπάρχει κάποια περιοδικότητα). Στο σημείο όπου η αυτοσυσχέτιση θα γίνει πάλι θετική και ισχυρή, θα ορίζεται η περίοδος της περιοδικής συνιστώσας της χρονοσειράς (Διαμαντόπουλος, 2014).

### 6.4.1 Αυτοδιακύμανση

Ο μαθηματικός τύπος της συνδιακύμανσης δύο μεταβλητών είναι ο εξής:

**Εξίσωση 6.1:** Τύπος της συνδιακύμανσης δύο μεταβλητών.

$$S_{XY}^2 = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^V (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Αν  $x_1, x_2, \dots, x_k$  είναι οι παρατηρήσεις μίας μεταβλητής στις χρονικές στιγμές 1, 2, ..., κ, τότε οι μετατοπισμένες παρατηρήσεις κατά τ στιγμές ( $0 \leq \tau \leq \kappa$ ) θα είναι οι  $x_{1+\tau}, x_{2+\tau}, \dots, x_k$ . Αν τοποθετηθούν κατά ζεύγη, μαζί με τις αρχικές θα δημιουργηθεί ο εξής Πίνακας:

**Πίνακας 6.3:** παρατηρήσεις μίας μεταβλητής στις χρονικές στιγμές 1, 2, ..., κ.

Θέση	1	2	3	...	κ-τ-1	κ-τ	κ-τ+1	...	κ-1	κ
Αρχική χρονοσειρά	$X_1$	$X_2$	$X_3$	...	$X_{\kappa-\tau-1}$	$X_{\kappa-\tau}$	$X_{\kappa-\tau+1}$	...	$X_{\kappa-1}$	$X_{\kappa}$
Μετατοπισμένη χρονοσειρά	$X_{1+\tau}$	$X_{2+\tau}$	$X_{3+\tau}$	...	$X_{\kappa-1}$	$X_{\kappa}$		...		

Πηγή: (Διαμαντόπουλος, 2014).

Από τον παραπάνω Πίνακα 6.3 παρατηρείται πως υπάρχουν πλέον μόνο κ-τ-1 ζευγάρια τιμών από τα οποία μπορεί να υπολογισθεί η συνδιακύμανση. Τοποθετώντας στον τύπο της συνδιακύμανσης, στη θέση των τιμών  $X_i$  τα αρχικά στοιχεία της χρονοσειράς και στη θέση των τιμών  $y_i$  τις μετατοπισμένες παρατηρήσεις, απορρέει ο τύπος της αυτοδιακύμανσης:

**Εξίσωση 6.2:** Τύπος δειγματικής αυτοδιακύμανσης.

$$C_{XX} = \frac{1}{\kappa - \tau} \sum_{i=1}^{\kappa-\tau} (x_i - \bar{x})(x_{i+\tau} - \bar{x}_{\tau})$$

Όπου:

$$\bar{x} = \frac{1}{\kappa} \sum_{i=1}^{\kappa} x_i \quad \text{και}$$

$$\bar{x}_{\tau} = \frac{1}{\kappa - \tau} \sum_{i=1+\tau}^{\kappa} x_i = \frac{1}{\kappa - \tau} \sum_{i=1}^{\kappa-\tau} x_{i+\tau}$$

Ο παραπάνω τύπος δεν είναι αντικειμενικός για την εκτίμηση της αυτοδιακύμανσης καθώς ο υπολογισμός των μέσων τιμών της χρονοσειράς και της μετατόπισής της κατά  $\tau$  μονάδες γίνεται από το ίδιο το δείγμα. Αν με κάποιον άλλο τρόπο είναι γνωστή η μέση τιμή όλης της χρονοσειράς (έστω  $\mu$  αυτή) τότε εναλλακτικά χρησιμοποιείται ο τύπος:

**Εξίσωση 6.3:** Αντικειμενικός τύπος για την εκτίμηση της αυτοδιακύμανσης.

$$C_{XX} = \frac{1}{\kappa - \tau} \sum_{i=1}^{\kappa-\tau} (x_i - \mu) (x_{i+\tau} - \mu)$$

Στη γλώσσα της θεωρίας πιθανοτήτων επιπλέον γράφεται:

$$C_{XX}(t, s) = E[(x_t - \mu_t)(x_s - \mu_s)] = E[x_t - x_s] - \mu_t \mu_s$$

όπου η διαφορά των  $s$  και  $t$  είναι αυτή που υποθέτει ο ερευνητής πως καθορίζει την περιοδική συμπεριφορά της χρονοσειράς (Διαμαντόπουλος, 2014).

## 6.4.2 Αυτοσυσχέτιση

Η δειγματική αυτοσυσχέτιση ορίζεται από τις παρατηρήσεις μίας μεταβλητής  $X_1, X_2, \dots, X_{\kappa}$  στις χρονικές στιγμές  $1, 2, \dots, \kappa$ , με διαφορά ( $\tau$ ) και είναι:

**Εξίσωση 6.4:** Η δειγματική αυτοσυσχέτιση.

$$R_{\tau} = \frac{1}{(\kappa - \tau)\sigma^2} \sum_{i=1}^{\kappa-\tau} (x_i - \mu) (x_{i+\tau} - \mu)$$

όπου  $\mu$  και  $\sigma$  η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της χρονοσειράς, αντίστοιχα (Διαμαντόπουλος, 2014).

Καθώς στην πράξη σπάνια είναι γνωστές οι τιμές αυτές και αντικαθιστώνται με τις αντίστοιχες δειγματικές ποσότητες, δηλαδή χρησιμοποιείται ο τύπος:

**Εξίσωση 6.5:** Η δειγματική αυτοσυσχέτιση με δειγματικές ποσότητες.

$$R_{\tau} = \frac{1}{(\kappa - \tau)\sigma^2} \sum_{i=1}^{\kappa-\tau} (x_i - \bar{x}) (x_{i+\tau} - \bar{x}_{\tau})$$

εκτίμηση που δεν είναι η καλύτερη δυνατή καθώς δεν είναι αμερόληπτη αλλά είναι η μόνη που μπορεί να υλοποιηθεί σε αυτήν την περίπτωση.

Από τα παραπάνω απορρέουν τα εξής:

➤ Όταν  $\tau = t-s = \text{σταθερό}$ :

$$C_{XX}(\tau) = E[(X(t) - \mu)(X(t + \tau) - \mu)] = E[X(t)X(t + \tau)] - \mu^2 = R_{\tau} - \mu^2$$

➤ Και όταν η χρονοσειρά είναι συνεχής, τότε αναπαριστάται από μία συνεχής συνάρτηση  $X(t)$ . Έτσι η αυτοσυσχέτιση ορίζεται ως

$$C(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t)X(t + \tau) dt$$

## 6.5 ΦΑΣΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Η φασματική ανάλυση αποτελεί έννοια των μεθόδων που προσπαθούν να ερμηνεύσουν τη συμπεριφορά της μέσω των συχνοτήτων που την αποτελούν, δηλαδή μέσω κανονικών περιοδικών συνιστωσών. Η φασματική ανάλυση αλλά και η χρονική ανάλυση αποτελούν εργαλεία ανάλυσης χρονοσειρών (Πασχαλίδης, 2013).

Βέβαια το κύριο εργαλείο ανάλυσης μίας χρονοσειράς σε στοιχειώδες κανονικές περιοδικές συνιστώσες είναι η θεωρία Fourier σε διακριτή και συνεχή μορφή. Σύμφωνα με τη θεωρία Fourier αν  $X(t)$  είναι μία συνεχής περιοδική συνάρτηση με περίοδο  $T$  τότε:

$$X(t) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} \left[ \alpha_i \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi i}{T}t\right) + \beta_i \eta\mu\left(\frac{2\pi i}{T}t\right) \right]$$

Όπου:

$$\alpha_0 = \frac{2}{T} \int_0^T X(t) dt, \quad \alpha_i = \frac{2}{T} \int_0^T X(t) \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi i}{T}t\right) dt,$$

$$\beta_i = \frac{2}{T} \int_0^T X(t) \eta\mu\left(\frac{2\pi i}{T}t\right) dt$$

Άρα θεωρώντας τη χρονοσειρά  $x_1, x_2, \dots, x_k$  που έχει συλλεχθεί ως διακριτές τιμές μίας συνεχής περιοδικής χρονοσειράς την οποία δεν είναι γνωστή και αναζητείται, τότε μπορεί να βρεθεί με τη σειρά Fourier που διέρχεται από τις παρατηρήσεις.

## 7 ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΚΑΙ ΤΟΥ EXCEL

### 7.1 ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ – ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΣΕ ΦΥΛΛΟ EXCEL

Σύμφωνα με τον παρακάτω Πίνακα 7.1 οι χρονοσειρές δύο σταθμών βροχομετρικών δεδομένων (X και Y), έχουν κοινό χρονικό διάστημα λειτουργίας τα έτη 1998-2013 (Ανδρεαδάκης, 2014).

Στο προηγούμενο χρονικό διάστημα (για τα έτη: 1984-1997), υπάρχουν δεδομένα μόνο από τη λειτουργία του βροχομετρικού σταθμού X.

Πίνακας 7.1: Χρονοσειρές δύο σταθμών βροχομετρικών δεδομένων.

Έτος	Σταθμός X	Σταθμός Y
1984	825	
1985	701	
1986	844	
1987	963	
1988	815	
1989	797	
1990	539	
1991	563	
1992	680	
1993	623	
1994	511	
1995	540	
1996	522	
1997	549	
<b>1998</b>	<b>732</b>	<b>1169</b>
1999	841	1002
2000	820	1248
2001	398	522
2002	702	1044
2003	677	1140
2004	657	886
2005	540	776
2006	858	1288
2007	549	948
2008	800	1059
2009	625	872
2010	568	970
2011	659	1059

2012	548	762
2013	817	1449

Πηγή: (Ανδρεαδάκης, 2014).

Σύμφωνα με το παράδειγμα πρέπει:

1. Να ελεγχτεί για τυχόν συσχέτιση των δύο βροχομετρικών σταθμών.
2. Και αν όντως συσχετίζονται, να συμπληρωθούν (επεκταθούν) τα δεδομένα του βροχομετρικού σταθμού Y και για το υπόλοιπο χρονικό διάστημα λειτουργίας του βροχομετρικού σταθμού X.

Αρχικά υπολογίζεται η τιμή του συντελεστή συσχέτισης για το κοινό διάστημα λειτουργίας με τη χρήση της εντολής (Συνάρτησης) `correl`<sup>40</sup> του excel 2007, Εικόνα 7.1.

---

<sup>40</sup> Η συνάρτηση CORREL στο Microsoft Excel, χρησιμοποιείται για να προσδιοριστεί η σχέση ανάμεσα σε δύο ιδιότητες. Για παράδειγμα, μπορεί να εξετάσει τη σχέση ανάμεσα στις μέσες τιμές δύο σταθμών βροχομετρικών δεδομένων (X και Y). Η σύνταξη της συνάρτησης CORREL περιλαμβάνει τα παρακάτω ορίσματα:

- Πίνακας 1: Απαιτείται μια περιοχή κελιών με τιμές.
- Πίνακας 2: Απαιτείται μια δεύτερη περιοχή κελιών με τιμές.

Εάν κάποιο όρισμα Πίνακα ή αναφοράς περιέχει κείμενο, λογικές τιμές ή κενά κελιά, οι τιμές αυτές παραβλέπονται. Ωστόσο, περιλαμβάνονται τα κελιά με τιμή μηδέν.

Εάν τα ορίσματα Πίνακας 1 και Πίνακας 2 έχουν διαφορετικό πλήθος σημείων δεδομένων, η συνάρτηση CORREL επιστρέφει την τιμή σφάλματος `#Δ/Y`.

Εάν ένα από τα ορίσματα Πίνακας 1 ή Πίνακας 2 είναι κενό ή η τυπική απόκλιση (s) των τιμών τους ισούται με μηδέν, τότε η συνάρτηση CORREL επιστρέφει `#ΔΙΑΠΡ/0!` ως τιμή σφάλματος (Microsoft Corporation, 2014).

F2		=CORREL(C16:C31;B16:B31)					
	A	B	C	D	E	F	G
1	Έτος	Σταθμός X	Σταθμός Y				
2	1984	825			r=	0,847717662	
3	1985	701			r <sup>2</sup> =	0,718625234	
4	1986	844			a=	1,448714191	
5	1987	963			b=	172,3794891	
6	1988	815			n=	16	
7	1989	797			r <sub>c</sub> =	0,5	
8	1990	539				r>r <sub>c</sub>	
9	1991	563					
10	1992	680					
11	1993	623					
12	1994	511					
13	1995	540					
14	1996	522					
15	1997	549					
16	1998	732	1169				
17	1999	841	1002				
18	2000	820	1248				
19	2001	398	522				
20	2002	702	1044				
21	2003	677	1140				
22	2004	657	886				
23	2005	540	776				
24	2006	858	1288				
25	2007	549	948				
26	2008	800	1059				
27	2009	625	872				
28	2010	568	970				
29	2011	659	1059				
30	2012	548	762				
31	2013	817	1449				

Εικόνα 7.1: Υπολογισμός της τιμής του συντελεστή συσχέτισης για το κοινό διάστημα λειτουργίας με τη χρήση της εντολής (Συνάρτησης) correl του excel 2007.

Ο Συντελεστής συσχέτισης των δύο παραπάνω συνόλων δεδομένων είναι: 0,847717662.

Έπειτα πραγματοποιείται έλεγχος για την κρίσιμη τιμή του συντελεστή συσχέτισης.

Για να βρεθεί η τιμή του  $r_c$ , χρησιμοποιείται η εντολή:  $=2/\text{sqrt}(n)$ <sup>41</sup>. Παρατηρείται ότι ισχύει η σχέση  $r > r_c$ .

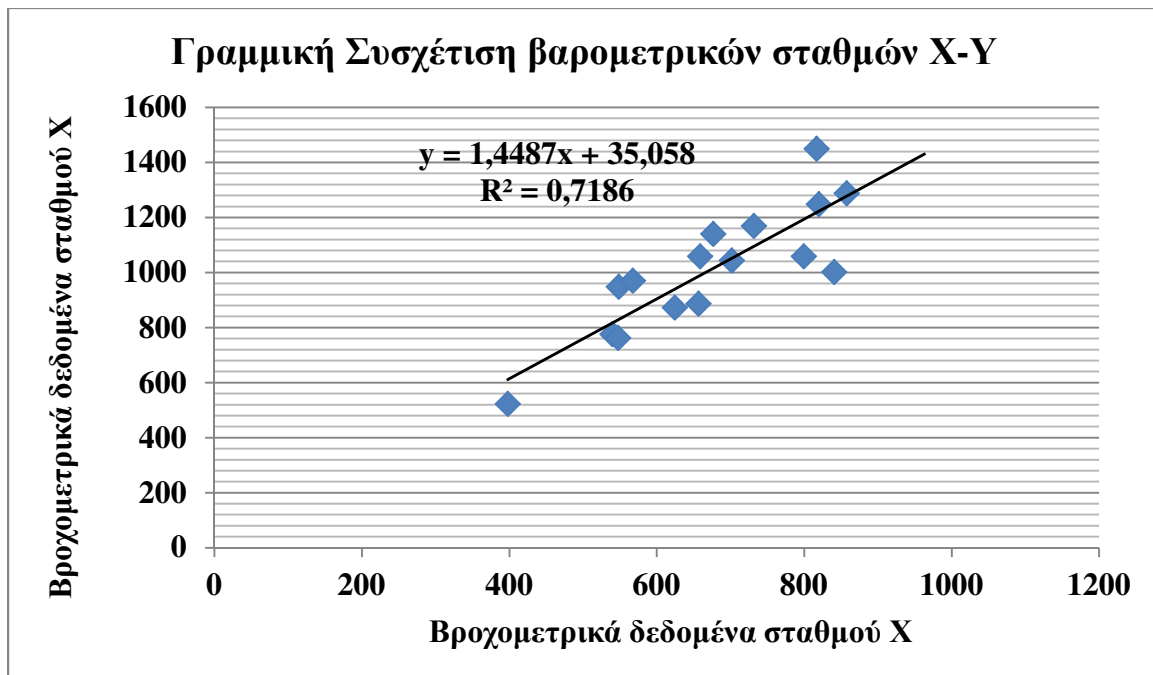
	A	B	C	D	E	F
1	Έτος	Σταθμός X	Σταθμός Y			
2	1984	825			r=	0,847717662
3	1985	701			r <sup>2</sup> =	0,718625234
4	1986	844			a=	1,448714191
5	1987	963			b=	172,3794891
6	1988	815			n=	16
7	1989	797			r <sub>c</sub> =	=2/SQRT(F6)
8	1990	539				r>rc
9	1991	563				
10	1992	680				
11	1993	623				
12	1994	511				
13	1995	540				
14	1996	522				
15	1997	549				
16	1998	732	1169			
17	1999	841	1002			
18	2000	820	1248			
19	2001	398	522			
20	2002	702	1044			
21	2003	677	1140			
22	2004	657	886			
23	2005	540	776			
24	2006	858	1288			
25	2007	549	948			
26	2008	800	1059			
27	2009	625	872			
28	2010	568	970			
29	2011	659	1059			
30	2012	548	762			
31	2013	817	1449			

Εικόνα 7.2: Εύρεση της τιμής του  $r_c$ , με τη χρήση της εντολής:  $=2/\text{sqrt}(n)$ .

Από την σχέση  $y=ax+b$  δίνονται οι τιμές για το βροχομετρικό σταθμό Y, αν είναι γνωστές οι τιμές του βροχομετρικού σταθμού X.

Υπολογίζονται οι συντελεστές a και b της γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των βροχομετρικών δεδομένων.

<sup>41</sup> Αποδίδει την τετραγωνική ρίζα ενός αριθμού και στην προκειμένη περίπτωση του 16.



Η κλίση της ευθείας (a) δίνεται από την εντολή slope<sup>42</sup>:

---

<sup>42</sup> Η εντολή SLOPE επιστρέφει την κλίση της γραμμής γραμμικής παλινδρόμησης που προσαρμόζεται στα σημεία δεδομένων των ορισμάτων γνωστά y και γνωστά x. Η κλίση είναι το πηλίκο της κατακόρυφης και της οριζόντιας απόστασης μεταξύ δύο οποιονδήποτε σημείων της γραμμής και αντιπροσωπεύει το ρυθμό μεταβολής, κατά μήκος της γραμμής παλινδρόμησης (Συνάρτηση SLOPE, 2015).

Η σύνταξη της έχει ως εξής: SLOPE (γνωστά y; Γνωστά x)

Η σύνταξη της συνάρτησης SLOPE περιλαμβάνει τα παρακάτω ορίσματα:

- Γνωστά y. Υποχρεωτικό. Ένας Πίνακας ή μια περιοχή κελιών των αριθμητικών, εξαρτημένων σημείων δεδομένων.
- Γνωστά x. Υποχρεωτικό. Το σύνολο των ανεξάρτητων σημείων δεδομένων.



Πρόχειρο		Γραμματοσειρά		Στοιχισή		
MMULT		=SLOPE(C16:C31;B16:B31)				
A	B	C	D	E	F	G
1	Έτος	Σταθμός X	Σταθμός Y			
2	1984	825		r=	0,847717662	
3	1985	701		r <sup>2</sup> =	0,718625234	
4	1986	844		a=	=SLOPE(C16:C31;B	
5	1987	963		b=	172,3794891	
6	1988	815		n=	16	
7	1989	797		r <sub>c</sub> =	0,5	
8	1990	539			r>rc	
9	1991	563				
10	1992	680				
11	1993	623				
12	1994	511				
13	1995	540				
14	1996	522				
15	1997	549				
16	1998	732	1169			
17	1999	841	1002			
18	2000	820	1248			
19	2001	398	522			
20	2002	702	1044			
21	2003	677	1140			
22	2004	657	886			
23	2005	540	776			
24	2006	858	1288			
25	2007	549	948			
26	2008	800	1059			
27	2009	625	872			
28	2010	568	970			
29	2011	659	1059			
30	2012	548	762			
31	2013	817	1449			

Η παράμετρος b δίνεται από την εντολή intercept<sup>43</sup> (ίδια σύνταξη με την slope).

<sup>43</sup>Η εντολή intercept υπολογίζει το σημείο στο οποίο μια γραμμή τέμνει τον άξονα y με τη χρήση των υφιστάμενων τιμών x και y. Το σημείο τομής βασίζεται σε μια καλύτερα προσαρμοσμένη γραμμή παλινδρόμησης που απεικονίζονται μέσω των γνωστών τιμών x και των γνωστών τιμών y. Χρησιμοποιείται η λειτουργία intercept όταν πρέπει να καθοριστεί η τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής, όταν η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι 0 (μηδέν).

Πρόχειρο		Γραμματοσειρά		Στοιχισή		
MMULT		=INTERCEPT(B16:B31;C16:C31)				
A	B	C	D	E	F	G
1	Έτος	Σταθμός X	Σταθμός Y			
2	1984	825		r=	0,847717662	
3	1985	701		r <sup>2</sup> =	0,718625234	
4	1986	844		a=	1,448714191	
5	1987	963		b=	=B31;C16:C31)	
6	1988	815		n=	16	
7	1989	797		r <sub>c</sub> =	0,5	
8	1990	539			r>rc	
9	1991	563				
10	1992	680				
11	1993	623				
12	1994	511				
13	1995	540				
14	1996	522				
15	1997	549				
16	1998	732	1169			
17	1999	841	1002			
18	2000	820	1248			
19	2001	398	522			
20	2002	702	1044			
21	2003	677	1140			
22	2004	657	886			
23	2005	540	776			
24	2006	858	1288			
25	2007	549	948			
26	2008	800	1059			
27	2009	625	872			
28	2010	568	970			
29	2011	659	1059			
30	2012	548	762			
31	2013	817	1449			

Εικόνα 7.3: Η παράμετρος b δίνεται από την εντολή intercept.

Έπειτα από τους παραπάνω υπολογισμούς ήρθε η στιγμή για τη συμπλήρωση των κενών κελιών της χρονοσειράς του σταθμού Y, εισάγοντας τη συνάρτηση ως προς τις τιμές του X, με γνωστά τα a και b.

Πρόχειρο		Γραμματοσειρά		Στοιχίση			
MMULT		=B2*\$F\$4+\$F\$5					
	A	B	C	D	E	F	G
1	Έτος	Σταθμός X	Σταθμός Y				
2	1984	825	=B2*\$F\$4+\$F\$5		r=	0,847717662	
3	1985	701			r <sup>2</sup> =	0,718625234	
4	1986	844			a=	1,448714191	
5	1987	963			b=	172,3794891	
6	1988	815			n=	16	
7	1989	797			r <sub>c</sub> =	0,5	
8	1990	539				r>r <sub>c</sub>	
9	1991	563					
10	1992	680					
11	1993	623					
12	1994	511					
13	1995	540					
14	1996	522					
15	1997	549					
16	1998	732					
17	1999	841					
18	2000	820					
19	2001	398					
20	2002	702					
21	2003	677					
22	2004	657					
23	2005	540					
24	2006	858					
25	2007	549					
26	2008	800					
27	2009	625					
28	2010	568					
29	2011	659					
30	2012	548					
31	2013	817					

Εικόνα 7.4: Συμπλήρωση των κενών κελιών της χρονοσειράς του σταθμού Y, εισάγοντας τη συνάρτηση ως προς τις τιμές του X, με γνωστά τα a και b.

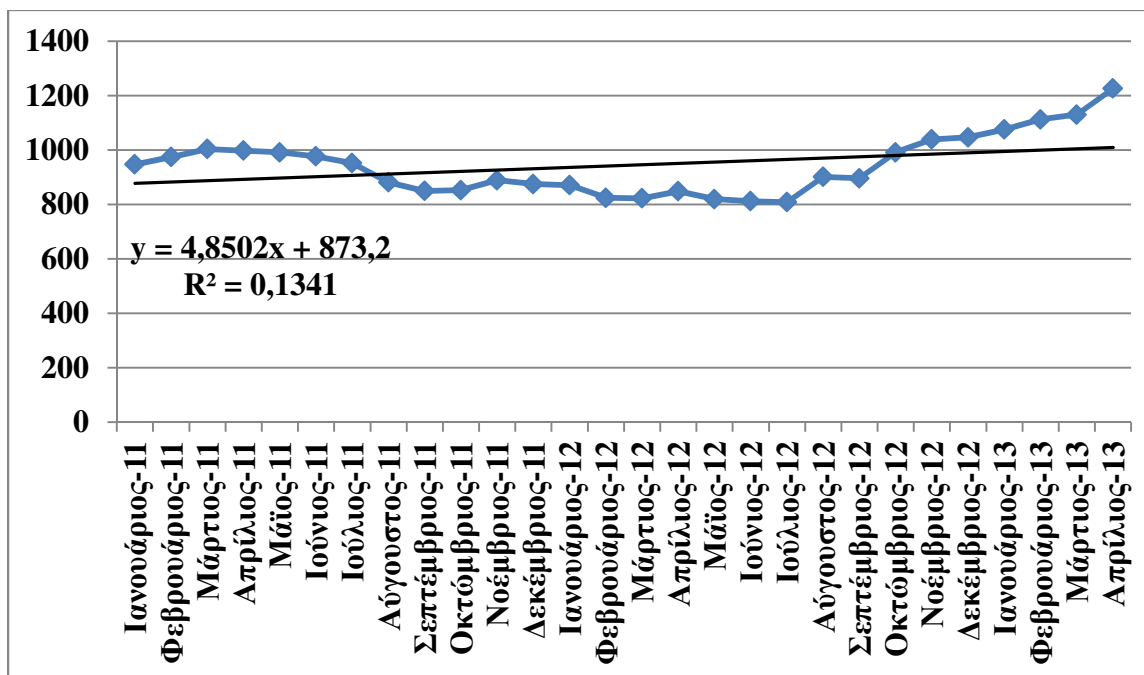
## 7.2 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΔΙΑΣΠΑΣΗΣ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΑΣ ΣΕ ΦΥΛΛΟ EXCEL

Στον παρακάτω Πίνακα 7.2 παρουσιάζονται οι μέσες μηνιαίες τιμές κλεισίματος του δείκτη Χ.Α.Α. για τα έτη 2011 έως 2013. Η χρονοσειρά με τις τιμές του δείκτη Χ.Α.Α. παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 7.1.

Πίνακας 7.2: Οι μέσες μηνιαίες τιμές κλεισίματος του δείκτη Χ.Α.Α. για τα έτη 2011 έως 2013.

Μήνας	Χ.Α.Α.
Ιανουάριος-11	947,27

Φεβρουάριος-11	974,58
Μάρτιος-11	1003,87
Απρίλιος-11	997,75
Μάιος-11	991,75
Ιούνιος-11	976,88
Ιούλιος-11	952,34
Αύγουστος-11	881,47
Σεπτέμβριος-11	849,98
Οκτώμβριος-11	852,55
Νοέμβριος-11	888,98
Δεκέμβριος-11	875
Ιανουάριος-12	871,1
Φεβρουάριος-12	824,39
Μάρτιος-12	822,77
Απρίλιος-12	848,36
Μάιος-12	819,54
Ιούνιος-12	811,93
Ιούλιος-12	808,6
Αύγουστος-12	901,31
Σεπτέμβριος-12	896,25
Οκτώμβριος-12	991,72
Νοέμβριος-12	1039,28
Δεκέμβριος-12	1046,54
Ιανουάριος-13	1075,7
Φεβρουάριος-13	1112,62
Μάρτιος-13	1130,03
Απρίλιος-13	1226,2



Διάγραμμα 7.1: Οι μέσες μηνιαίες τιμές κλεισίματος του δείκτη X.A.A. για τα έτη 2011 έως 2013.

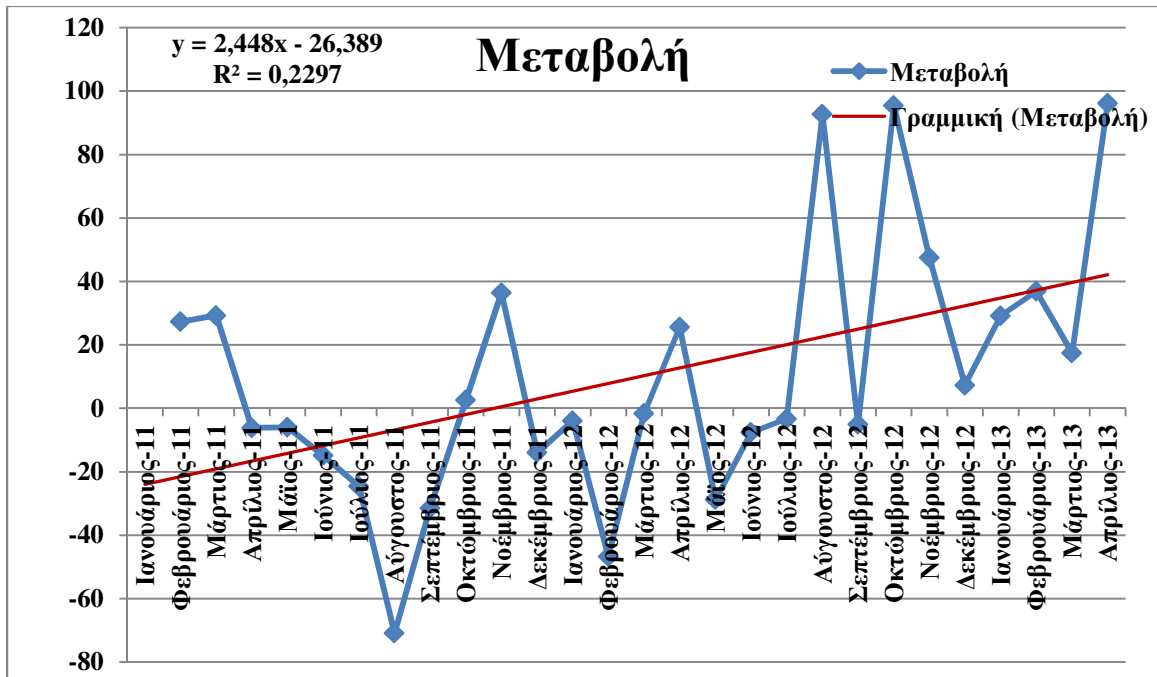
Από την γραμμή τάσης παρατηρείται μια ανοδική πορεία του δείκτη, αν και είναι εμφανείς ορισμένες περιόδους πτώσης. Ένας τρόπος απομάκρυνσης της τάσης αυτής είναι η χρήση διαφορών μεταξύ διαδοχικών τιμών. Η νέα μεταβλητή αντιπροσωπεύει τη μηνιαία μεταβολή του δείκτη και υπολογίζεται στη στήλη C:

10. Στο κελί C5 εισάγεται ο τύπος: **=B5-B4**, και αντιγράφεται προς τα κάτω μέχρι το κελί C31 (Εικόνα 7.5). Συμπεραίνεται ότι η διαφορά δεν μπορεί να υπολογιστεί για τον πρώτο μήνα (κελί C4). Η νέα χρονοσειρά έχει τη μορφή του διαγράμματος 7.2 και συγκρίνοντάς τη με το Διάγραμμα 7.1, παρατηρείται ότι η ανοδική τάση της κυματομορφής σχεδόν απομακρύνθηκε. Οι μεταβολές τώρα είναι πιο έντονες και κυμαίνονται γύρω από μια σταθερή μέση τιμή. Βέβαια η διασπορά, γύρω από τη μέση τιμή συνεχώς αυξάνεται. Η συμπεριφορά αυτή της κυματομορφής δικαιολογείται από το γεγονός ότι στις υψηλότερες τιμές του δείκτη οι απόλυτες μεταβολές μπορούν να κυμαίνονται σε μεγαλύτερο εύρος.

Πρόχειρο		Γραμματοσειρά		Στοιχισή		Αριθμός	
MMULT		=B5-B4					
A	B	C	D	E	F	G	
Μηνιαίες τιμές κλεισίματος του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών							
1							
2							
3	Μήνας	Χ.Α.Α.	Μεταβολή	% Μεταβολή	Προβλεπόμενη % Μεταβολή	Προβλεπόμενος Χ.Α.Α.	Σφάλμα
4	Ιανουάριος-11	947,27					
5	Φεβρουάριος-11	974,58	=B5-B4	2,88	1,05	957,22	17,36
6	Μάρτιος-11	1003,87	29,29	3,01	1,05	984,82	19,05
7	Απρίλιος-11	997,75	-6,12	-0,61	1,05	1014,42	-16,67
8	Μάιος-11	991,75	-6	-0,60	1,05	1008,23	-16,48
9	Ιούνιος-11	976,88	-14,87	-1,50	1,05	1002,17	-25,29
10	Ιούλιος-11	952,34	-24,54	-2,51	1,05	987,14	-34,80
11	Αύγουστος-11	881,47	-70,87	-7,44	1,05	962,35	-80,88
12	Σεπτέμβριος-11	849,98	-31,49	-3,57	1,05	890,73	-40,75
13	Οκτώβριος-11	852,55	2,57	0,30	1,05	858,91	-6,36
14	Νοέμβριος-11	888,98	36,43	4,27	1,05	861,51	27,47
15	Δεκέμβριος-11	875	-13,98	-1,57	1,05	898,32	-23,32
16	Ιανουάριος-12	871,1	-3,9	-0,45	1,05	884,19	-13,09
17	Φεβρουάριος-12	824,39	-46,71	-5,36	1,05	880,25	-55,86
18	Μάρτιος-12	822,77	-1,62	-0,20	1,05	833,05	-10,28
19	Απρίλιος-12	848,36	25,59	3,11	1,05	831,41	16,95
20	Μάιος-12	819,54	-28,82	-3,40	1,05	857,27	-37,73
21	Ιούνιος-12	811,93	-7,61	-0,93	1,05	828,15	-16,22
22	Ιούλιος-12	808,6	-3,33	-0,41	1,05	820,46	-11,86
23	Αύγουστος-12	901,31	92,71	11,47	1,05	817,10	84,21
24	Σεπτέμβριος-12	896,25	-5,06	-0,56	1,05	910,78	-14,53
25	Οκτώβριος-12	991,72	95,47	10,65	1,05	905,67	86,05
26	Νοέμβριος-12	1039,28	47,56	4,80	1,05	1002,14	37,14
27	Δεκέμβριος-12	1046,54	7,26	0,70	1,05	1050,20	-3,66
28	Ιανουάριος-13	1075,7	29,16	2,79	1,05	1057,54	18,16
29	Φεβρουάριος-13	1112,62	36,92	3,43	1,05	1087,00	25,62
30	Μάρτιος-13	1130,03	17,41	1,56	1,05	1124,31	5,72
31	Απρίλιος-13	1226,2	96,17	8,51	1,05	1141,90	84,30
32							

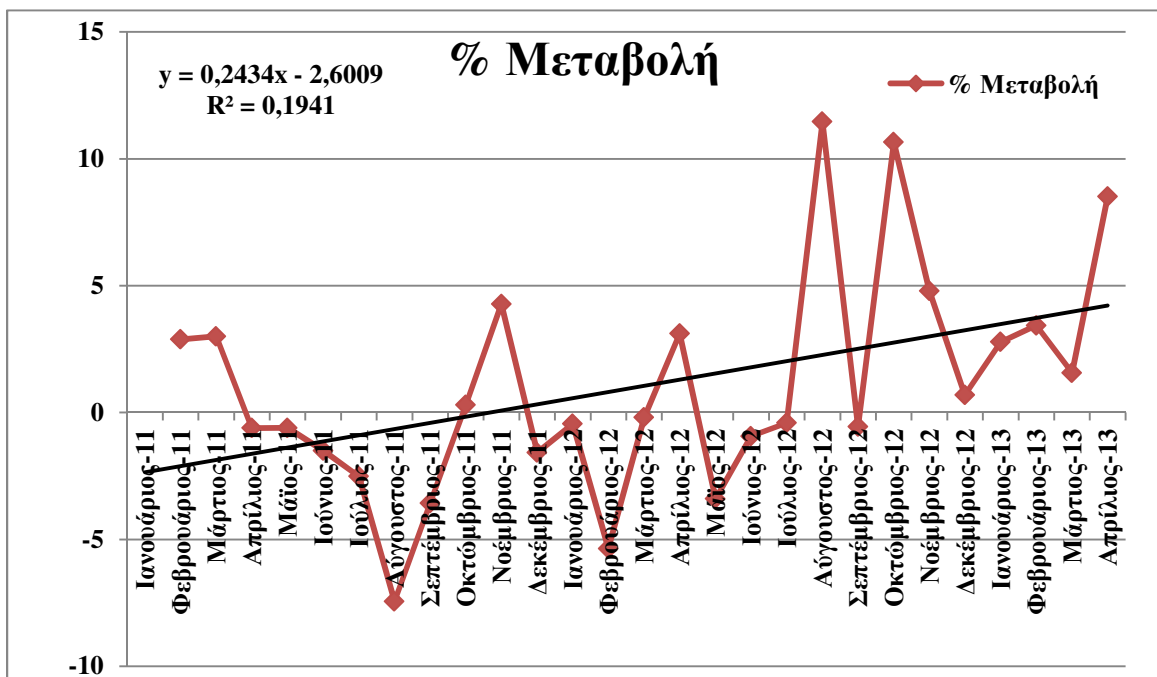
Εικόνα 7.5: Στο κελί C5 εισάγεται ο τύπος: =B5-B4.





Διάγραμμα 7.2: Μηνιαίες μεταβολές του δείκτη X.A.A.

2ο. Η παραπάνω λειτουργία οδηγεί στην απόφαση εξέτασης της ποσοστιαίας μεταβολής του δείκτη. Η ποσότητα αυτή αντιπροσωπεύει τη μηνιαία απόδοση και υπολογίζεται στη στήλη D: Στο κελί D5 εισάγεται ο τύπος:  $=100 * C5 / B4$ , και αντιγράφεται προς τα κάτω μέχρι το κελί D31 (Εικόνα 7.6). Η νέα χρονοσειρά δεδομένων XAA, έχει τη μορφή του διαγράμματος 7.3. Η χρονοσειρά αυτή μπορεί να θεωρηθεί τυχαία και να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη του δείκτη XAA. Σύμφωνα με το τυχαίο μοντέλο, η προβλεπόμενη απόδοση είναι ίση με τη μέση τιμή των αποδόσεων (στο συγκεκριμένο παράδειγμα ίση με 1,05%), για κάθε μήνα.



Διάγραμμα 7.3: Μηνιαίες αποδόσεις του δείκτη X.A.A.

Πρόχειρο		Γραμματοσειρά		Στοιχισμ		Αριθμός	
MMULT		=100*C5/B4					
	A	B	C	D	E	F	G
3	Μήνας	Χ.Α.Α.	Μεταβολή	% Μεταβολή	Προβλεπόμεν η % Μεταβολή	Προβλεπόμενο ς Χ.Α.Α.	Σφάλμα
4	Ιανουάριος-11	947,27					
5	Φεβρουάριος-11	974,58	27,31	=100*C5/B4	1,05	957,22	17,36
6	Μάρτιος-11	1003,87	29,29	3,01	1,05	984,82	19,05
7	Απρίλιος-11	997,75	-6,12	-0,61	1,05	1014,42	-16,67
8	Μάιος-11	991,75	-6	-0,60	1,05	1008,23	-16,48
9	Ιούνιος-11	976,88	-14,87	-1,50	1,05	1002,17	-25,29
10	Ιούλιος-11	952,34	-24,54	-2,51	1,05	987,14	-34,80
11	Αύγουστος-11	881,47	-70,87	-7,44	1,05	962,35	-80,88
12	Σεπτέμβριος-11	849,98	-31,49	-3,57	1,05	890,73	-40,75
13	Οκτώβριος-11	852,55	2,57	0,30	1,05	858,91	-6,36
14	Νοέμβριος-11	888,98	36,43	4,27	1,05	861,51	27,47
15	Δεκέμβριος-11	875	-13,98	-1,57	1,05	898,32	-23,32
16	Ιανουάριος-12	871,1	-3,9	-0,45	1,05	884,19	-13,09
17	Φεβρουάριος-12	824,39	-46,71	-5,36	1,05	880,25	-55,86
18	Μάρτιος-12	822,77	-1,62	-0,20	1,05	833,05	-10,28
19	Απρίλιος-12	848,36	25,59	3,11	1,05	831,41	16,95
20	Μάιος-12	819,54	-28,82	-3,40	1,05	857,27	-37,73
21	Ιούνιος-12	811,93	-7,61	-0,93	1,05	828,15	-16,22
22	Ιούλιος-12	808,6	-3,33	-0,41	1,05	820,46	-11,86
23	Αύγουστος-12	901,31	92,71	11,47	1,05	817,10	84,21
24	Σεπτέμβριος-12	896,25	-5,06	-0,56	1,05	910,78	-14,53
25	Οκτώβριος-12	991,72	95,47	10,65	1,05	905,67	86,05
26	Νοέμβριος-12	1039,28	47,56	4,80	1,05	1002,14	37,14
27	Δεκέμβριος-12	1046,54	7,26	0,70	1,05	1050,20	-3,66
28	Ιανουάριος-13	1075,7	29,16	2,79	1,05	1057,54	18,16
29	Φεβρουάριος-13	1112,62	36,92	3,43	1,05	1087,00	25,62
30	Μάρτιος-13	1130,03	17,41	1,56	1,05	1124,31	5,72
31	Απρίλιος-13	1226,2	96,17	8,51	1,05	1141,90	84,30
32							
33							
34							

Εικόνα 7.6: Στο κελί D5 εισάγεται ο τύπος: =100\*C5/B4.

- 3ο.** Για τον έλεγχο της ακρίβειας της πρόβλεψης πραγματοποιούνται τα ακόλουθα βήματα:
- 1ο.** Στο κελί E5 εισάγεται ο τύπος: =AVERAGE(D5:D31) (Εικόνα 7.7) και στα κελιά E6:E31 ο τύπος: =\$E\$5 (Εικόνα 7.8).



Πρόχειρο		Γραμμοσειρά		Στοιχισή		Αριθμός	
MMULT							
=AVERAGE(D5:D31)							
	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>Μηνιαίες τιμές κλεισίματος του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών</b>						
2							
3	<b>Μήνας</b>	<b>Χ.Α.Α.</b>	<b>Μεταβολή</b>	<b>% Μεταβολή</b>	<b>Προβλεπόμενη % Μεταβολή</b>	<b>Προβλεπόμενος Χ.Α.Α.</b>	<b>Σφάλμα</b>
4	Ιανουάριος-11	947,27					
5	Φεβρουάριος-11	974,58	27,31	2,88	=AVERAGE(D5:D31)	957,22	17,36
6	Μάρτιος-11	1003,87	29,29	3,01	1,05	984,82	19,05
7	Απρίλιος-11	997,75	-6,12	-0,61	1,05	1014,42	-16,67
8	Μάιος-11	991,75	-6	-0,60	1,05	1008,23	-16,48
9	Ιούνιος-11	976,88	-14,87	-1,50	1,05	1002,17	-25,29
10	Ιούλιος-11	952,34	-24,54	-2,51	1,05	987,14	-34,80
11	Αύγουστος-11	881,47	-70,87	-7,44	1,05	962,35	-80,88
12	Σεπτέμβριος-11	849,98	-31,49	-3,57	1,05	890,73	-40,75
13	Οκτώμβριος-11	852,55	2,57	0,30	1,05	858,91	-6,36
14	Νοέμβριος-11	888,98	36,43	4,27	1,05	861,51	27,47
15	Δεκέμβριος-11	875	-13,98	-1,57	1,05	898,32	-23,32
16	Ιανουάριος-12	871,1	-3,9	-0,45	1,05	884,19	-13,09
17	Φεβρουάριος-12	824,39	-46,71	-5,36	1,05	880,25	-55,86
18	Μάρτιος-12	822,77	-1,62	-0,20	1,05	833,05	-10,28
19	Απρίλιος-12	848,36	25,59	3,11	1,05	831,41	16,95
20	Μάιος-12	819,54	-28,82	-3,40	1,05	857,27	-37,73
21	Ιούνιος-12	811,93	-7,61	-0,93	1,05	828,15	-16,22
22	Ιούλιος-12	808,6	-3,33	-0,41	1,05	820,46	-11,86
23	Αύγουστος-12	901,31	92,71	11,47	1,05	817,10	84,21
24	Σεπτέμβριος-12	896,25	-5,06	-0,56	1,05	910,78	-14,53
25	Οκτώμβριος-12	991,72	95,47	10,65	1,05	905,67	86,05
26	Νοέμβριος-12	1039,28	47,56	4,80	1,05	1002,14	37,14
27	Δεκέμβριος-12	1046,54	7,26	0,70	1,05	1050,20	-3,66
28	Ιανουάριος-13	1075,7	29,16	2,79	1,05	1057,54	18,16
29	Φεβρουάριος-13	1112,62	36,92	3,43	1,05	1087,00	25,62
30	Μάρτιος-13	1130,03	17,41	1,56	1,05	1124,31	5,72
31	Απρίλιος-13	1226,2	96,17	8,51	1,05	1141,90	84,30
32							

Εικόνα 7.7: Στο κελί E5 εισάγεται ο τύπος: =AVERAGE(D5:D31).

Πρόχειρο		Γραμματοσειρά		Στοιχισή		Αριθμός	
MMULT		=\$E\$5					
	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>Μηνιαίες τιμές κλεισίματος του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών</b>						
2							
3	<b>Μήνας</b>	<b>Χ.Α.Α.</b>	<b>Μεταβολή</b>	<b>% Μεταβολή</b>	<b>Προβλεπόμενη % Μεταβολή</b>	<b>Προβλεπόμενος Χ.Α.Α.</b>	<b>Σφάλμα</b>
4	Ιανουάριος-11	947,27					
5	Φεβρουάριος-11	974,58	27,31	2,88	1,05	957,22	17,36
6	Μάρτιος-11	1003,87	29,29	3,01	=\$E\$5	984,82	19,05
7	Απρίλιος-11	997,75	-6,12	-0,61	1,05	1014,42	-16,67
8	Μάιος-11	991,75	-6	-0,60	1,05	1008,23	-16,48
9	Ιούνιος-11	976,88	-14,87	-1,50	1,05	1002,17	-25,29
10	Ιούλιος-11	952,34	-24,54	-2,51	1,05	987,14	-34,80
11	Αύγουστος-11	881,47	-70,87	-7,44	1,05	962,35	-80,88
12	Σεπτέμβριος-11	849,98	-31,49	-3,57	1,05	890,73	-40,75
13	Οκτώμβριος-11	852,55	2,57	0,30	1,05	858,91	-6,36
14	Νοέμβριος-11	888,98	36,43	4,27	1,05	861,51	27,47
15	Δεκέμβριος-11	875	-13,98	-1,57	1,05	898,32	-23,32
16	Ιανουάριος-12	871,1	-3,9	-0,45	1,05	884,19	-13,09
17	Φεβρουάριος-12	824,39	-46,71	-5,36	1,05	880,25	-55,86
18	Μάρτιος-12	822,77	-1,62	-0,20	1,05	833,05	-10,28
19	Απρίλιος-12	848,36	25,59	3,11	1,05	831,41	16,95
20	Μάιος-12	819,54	-28,82	-3,40	1,05	857,27	-37,73
21	Ιούνιος-12	811,93	-7,61	-0,93	1,05	828,15	-16,22
22	Ιούλιος-12	808,6	-3,33	-0,41	1,05	820,46	-11,86
23	Αύγουστος-12	901,31	92,71	11,47	1,05	817,10	84,21
24	Σεπτέμβριος-12	896,25	-5,06	-0,56	1,05	910,78	-14,53
25	Οκτώμβριος-12	991,72	95,47	10,65	1,05	905,67	86,05
26	Νοέμβριος-12	1039,28	47,56	4,80	1,05	1002,14	37,14
27	Δεκέμβριος-12	1046,54	7,26	0,70	1,05	1050,20	-3,66
28	Ιανουάριος-13	1075,7	29,16	2,79	1,05	1057,54	18,16
29	Φεβρουάριος-13	1112,62	36,92	3,43	1,05	1087,00	25,62
30	Μάρτιος-13	1130,03	17,41	1,56	1,05	1124,31	5,72
31	Απρίλιος-13	1226,2	96,17	8,51	1,05	1141,90	84,30
32							
Τιμές XAA		=B5-B4	=100 C5 B4	=AVERAGE	=B5-F5		

Εικόνα 7.8: Στα κελιά E6:E31 εισάγεται ο τύπος: =\$E\$5.

20. Στη συνέχεια, στη στήλη F, υπολογίζονται οι προβλεπόμενες τιμές του δείκτη με τον αντίστροφο με πριν μετασχηματισμό. Στο κελί F5 εισάγεται ο τύπος: =B4\*(1+E5/100) και αντιγράφεται μέχρι το κελί F31 (Εικόνα 7.9).

Προχειρο		Γραμματοσειρά		Στοιχισή		Αριθμός	
MMULT							
=B4*(1+E5/100)							
Μηνιαίες τιμές κλεισίματος του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών							
Μήνας	Χ.Α.Α.	Μεταβολή	% Μεταβολή	Προβλεπόμενη % Μεταβολή	Προβλεπόμενος Χ.Α.Α.	Σφάλμα	
Ιανουάριος-11	947,27						
Φεβρουάριος-11	974,58	27,31	2,88	1,05	=B4*(1+E5/100)	17,36	
Μάρτιος-11	1003,87	29,29	3,01	1,05	984,82	19,05	
Απρίλιος-11	997,75	-6,12	-0,61	1,05	1014,42	-16,67	
Μάιος-11	991,75	-6	-0,60	1,05	1008,23	-16,48	
Ιούνιος-11	976,88	-14,87	-1,50	1,05	1002,17	-25,29	
Ιούλιος-11	952,34	-24,54	-2,51	1,05	987,14	-34,80	
Αύγουστος-11	881,47	-70,87	-7,44	1,05	962,35	-80,88	
Σεπτέμβριος-11	849,98	-31,49	-3,57	1,05	890,73	-40,75	
Οκτώμβριος-11	852,55	2,57	0,30	1,05	858,91	-6,36	
Νοέμβριος-11	888,98	36,43	4,27	1,05	861,51	27,47	
Δεκέμβριος-11	875	-13,98	-1,57	1,05	898,32	-23,32	
Ιανουάριος-12	871,1	-3,9	-0,45	1,05	884,19	-13,09	
Φεβρουάριος-12	824,39	-46,71	-5,36	1,05	880,25	-55,86	
Μάρτιος-12	822,77	-1,62	-0,20	1,05	833,05	-10,28	
Απρίλιος-12	848,36	25,59	3,11	1,05	831,41	16,95	
Μάιος-12	819,54	-28,82	-3,40	1,05	857,27	-37,73	
Ιούνιος-12	811,93	-7,61	-0,93	1,05	828,15	-16,22	
Ιούλιος-12	808,6	-3,33	-0,41	1,05	820,46	-11,86	
Αύγουστος-12	901,31	92,71	11,47	1,05	817,10	84,21	
Σεπτέμβριος-12	896,25	-5,06	-0,56	1,05	910,78	-14,53	
Οκτώμβριος-12	991,72	95,47	10,65	1,05	905,67	86,05	
Νοέμβριος-12	1039,28	47,56	4,80	1,05	1002,14	37,14	
Δεκέμβριος-12	1046,54	7,26	0,70	1,05	1050,20	-3,66	
Ιανουάριος-13	1075,7	29,16	2,79	1,05	1057,54	18,16	
Φεβρουάριος-13	1112,62	36,92	3,43	1,05	1087,00	25,62	

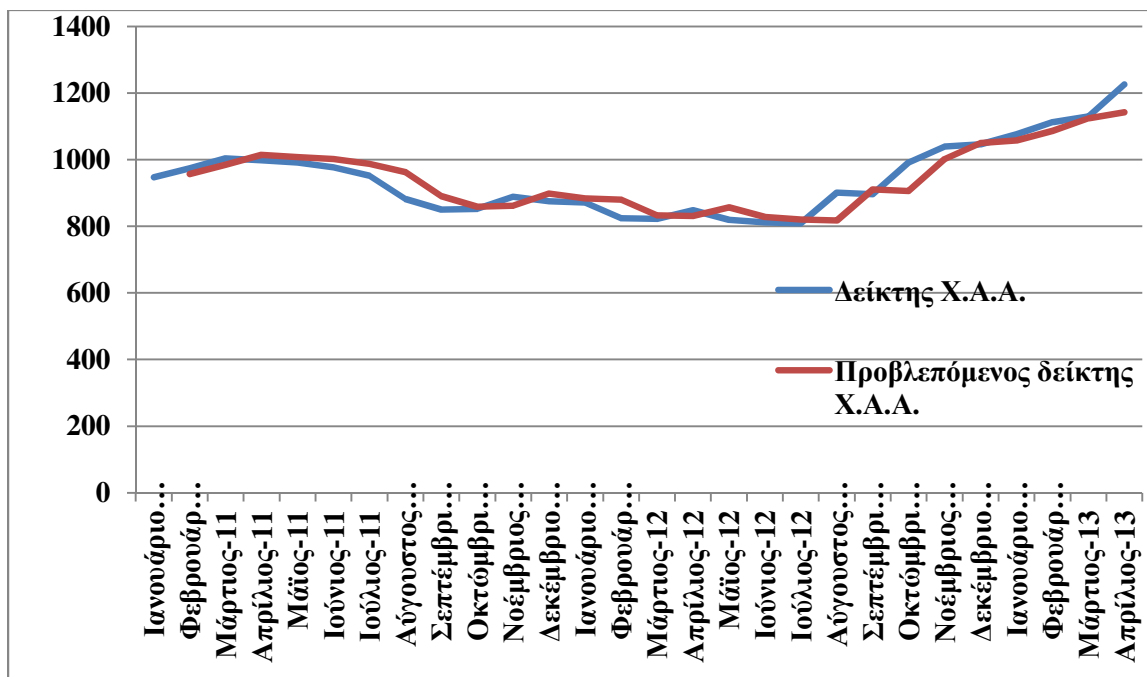
Εικόνα 7.9: Στο κελί F5 εισάγεται ο τύπος: =B4\*(1+E5/100).

30. Τέλος, στη στήλη G υπολογίζονται τα σφάλματα της πρόβλεψης. Στο κελί G5 εισάγεται ο τύπος: =B5-F5 και αντιγράφεται μέχρι το κελί G31.

Μηνιαίες τιμές κλεισίματος του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών							
Μήνας	Χ.Α.Α.	Μεταβολή	% Μεταβολή	Προβλεπόμεν η % Μεταβολή	Προβλεπόμεν ος Χ.Α.Α.	Σφάλμα	
Ιανουάριος-11	947,27						
Φεβρουάριος-11	974,58	27,31	2,88	1,05	957,22	=B5-F5	
Μάρτιος-11	1003,87	29,29	3,01	1,05	984,82	19,05	
Απρίλιος-11	997,75	-6,12	-0,61	1,05	1014,42	-16,67	
Μάιος-11	991,75	-6	-0,60	1,05	1008,23	-16,48	
Ιούνιος-11	976,88	-14,87	-1,50	1,05	1002,17	-25,29	
Ιούλιος-11	952,34	-24,54	-2,51	1,05	987,14	-34,80	
Αύγουστος-11	881,47	-70,87	-7,44	1,05	962,35	-80,88	
Σεπτέμβριος-11	849,98	-31,49	-3,57	1,05	890,73	-40,75	
Οκτώμβριος-11	852,55	2,57	0,30	1,05	858,91	-6,36	
Νοέμβριος-11	888,98	36,43	4,27	1,05	861,51	27,47	
Δεκέμβριος-11	875	-13,98	-1,57	1,05	898,32	-23,32	
Ιανουάριος-12	871,1	-3,9	-0,45	1,05	884,19	-13,09	
Φεβρουάριος-12	824,39	-46,71	-5,36	1,05	880,25	-55,86	
Μάρτιος-12	822,77	-1,62	-0,20	1,05	833,05	-10,28	
Απρίλιος-12	848,36	25,59	3,11	1,05	831,41	16,95	
Μάιος-12	819,54	-28,82	-3,40	1,05	857,27	-37,73	
Ιούνιος-12	811,93	-7,61	-0,93	1,05	828,15	-16,22	
Ιούλιος-12	808,6	-3,33	-0,41	1,05	820,46	-11,86	
Αύγουστος-12	901,31	92,71	11,47	1,05	817,10	84,21	
Σεπτέμβριος-12	896,25	-5,06	-0,56	1,05	910,78	-14,53	
Οκτώμβριος-12	991,72	95,47	10,65	1,05	905,67	86,05	
Νοέμβριος-12	1039,28	47,56	4,80	1,05	1002,14	37,14	
Δεκέμβριος-12	1046,54	7,26	0,70	1,05	1050,20	-3,66	
Ιανουάριος-13	1075,7	29,16	2,79	1,05	1057,54	18,16	
Φεβρουάριος-13	1112,62	36,92	3,43	1,05	1087,00	25,62	
Μάρτιος-13	1130,03	17,41	1,56	1,05	1124,31	5,72	
Απρίλιος-13	1226,2	96,17	8,51	1,05	1141,90	84,30	

Εικόνα 7.10: Στο κελί G5 εισάγεται ο τύπος: =B5-F5.

Στο παρακάτω Διάγραμμα 7.4 παρουσιάζονται ως προς σύγκριση οι χρονοσειρές των τιμών του δείκτη και των αντίστοιχων προβλέψεων ενώ στην Εικόνα 7.11 παρουσιάζεται η τελική μορφή του φύλλου εργασίας.



Διάγραμμα 7.4: Οι χρονοσειρές των τιμών του δείκτη και των αντίστοιχων προβλέψεων.



Μηνιαίες τιμές κλεισίματος του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών							
1	A	B	C	D	E	F	G
2	Μηνιαίες τιμές κλεισίματος του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών						
3	Μήνας	Χ.Α.Α.	Μεταβολή	% Μεταβολή	Προβλεπόμενη % Μεταβολή	Προβλεπόμενος Χ.Α.Α.	Σφάλμα
4	Ιανουάριος-11	947,27					
5	Φεβρουάριος-11	974,58	27,31	2,88	1,05	957,22	17,36
6	Μάρτιος-11	1003,87	29,29	3,01	1,05	984,82	19,05
7	Απρίλιος-11	997,75	-6,12	-0,61	1,05	1014,42	-16,67
8	Μάιος-11	991,75	-6	-0,60	1,05	1008,23	-16,48
9	Ιούνιος-11	976,88	-14,87	-1,50	1,05	1002,17	-25,29
10	Ιούλιος-11	952,34	-24,54	-2,51	1,05	987,14	-34,80
11	Αύγουστος-11	881,47	-70,87	-7,44	1,05	962,35	-80,88
12	Σεπτέμβριος-11	849,98	-31,49	-3,57	1,05	890,73	-40,75
13	Οκτώμβριος-11	852,55	2,57	0,30	1,05	858,91	-6,36
14	Νοέμβριος-11	888,98	36,43	4,27	1,05	861,51	27,47
15	Δεκέμβριος-11	875	-13,98	-1,57	1,05	898,32	-23,32
16	Ιανουάριος-12	871,1	-3,9	-0,45	1,05	884,19	-13,09
17	Φεβρουάριος-12	824,39	-46,71	-5,36	1,05	880,25	-55,86
18	Μάρτιος-12	822,77	-1,62	-0,20	1,05	833,05	-10,28
19	Απρίλιος-12	848,36	25,59	3,11	1,05	831,41	16,95
20	Μάιος-12	819,54	-28,82	-3,40	1,05	857,27	-37,73
21	Ιούνιος-12	811,93	-7,61	-0,93	1,05	828,15	-16,22
22	Ιούλιος-12	808,6	-3,33	-0,41	1,05	820,46	-11,86
23	Αύγουστος-12	901,31	92,71	11,47	1,05	817,10	84,21
24	Σεπτέμβριος-12	896,25	-5,06	-0,56	1,05	910,78	-14,53
25	Οκτώμβριος-12	991,72	95,47	10,65	1,05	905,67	86,05
26	Νοέμβριος-12	1039,28	47,56	4,80	1,05	1002,14	37,14
27	Δεκέμβριος-12	1046,54	7,26	0,70	1,05	1050,20	-3,66
28	Ιανουάριος-13	1075,7	29,16	2,79	1,05	1057,54	18,16
29	Φεβρουάριος-13	1112,62	36,92	3,43	1,05	1087,00	25,62
30	Μάρτιος-13	1130,03	17,41	1,56	1,05	1124,31	5,72
31	Απρίλιος-13	1226,2	96,17	8,51	1,05	1141,90	84,30
32							

Διάγραμμα 7.5: Τελική μορφή του φύλλου εργασίας.

### 7.3 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΜΕΘΟΔΟΥ ΑΥΤΟΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ ΣΕ ΦΥΛΛΟ EXCEL

Από τις προηγούμενες θεωρητικές προσεγγίσεις απορρέει ότι οι παρατηρήσεις, ως χαρακτηριστικά των τυχαίων χρονοσειρών, είναι πιθανολογικά ανεξάρτητες. Συμβαίνει πολλές χρονοσειρές να μην ικανοποιούν το κριτήριο αυτό καθώς κάθε παρατήρηση εξαρτάται από τις προηγούμενες της. Στη Στατιστική επιστήμη, η ιδιότητα αυτή, ονομάζεται αυτοσυσχέτιση. Υπάρχουν δύο περιπτώσεις αυτοσυσχέτισης, στη θετική αυτοσυσχέτιση η οποία είναι και η πιο συνηθισμένη, οι μεγάλες τιμές τείνουν να ακολουθούνται από μεγάλες τιμές και το αντίστροφο. Για την ανάλυση αυτοσυσχετιζόμενων χρονοσειρών χρησιμοποιούνται οι τιμές υστέρησης (lag values), οι οποίες προκύπτουν από τη μετατόπιση των τιμών της χρονοσειράς κατά ένα αριθμό θέσεων προς τα εμπρός.

Ένα μέτρο της αυτοσυσχέτισης είναι ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης, ο οποίος για περίοδο υστέρησης  $k$  και για μια χρονοσειρά με παρατηρήσεις από  $t = 1$  έως  $t = T$  ορίζεται ως:

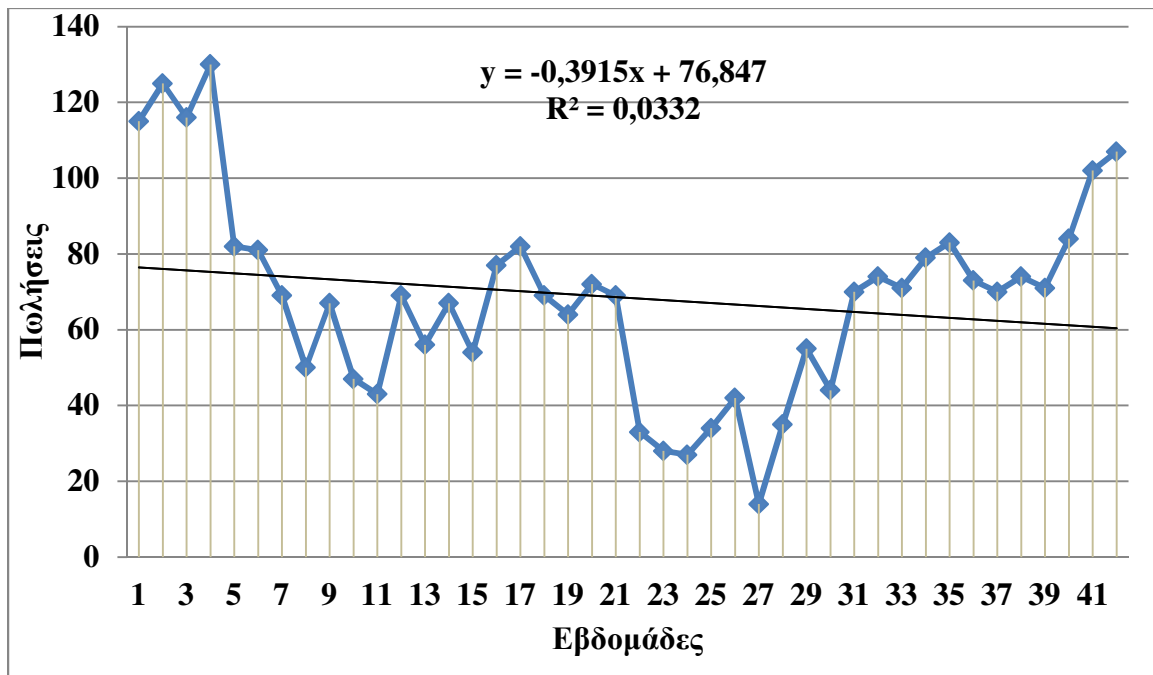
**Εξίσωση 7.1:** Ο συντελεστής αυτοσυσχέτισης.

$$r_k = \frac{(Y_{k+1} - \bar{Y})(Y_1 - \bar{Y}) + \dots + (Y_T - \bar{Y})(Y_{T-k} - \bar{Y})}{(Y_1 - \bar{Y})^2 + (Y_2 - \bar{Y})^2 + \dots + (Y_T - \bar{Y})^2}$$

Παρακάτω στον Πίνακα 7.3 παρουσιάζονται οι εβδομαδιαίες πωλήσεις ενός προϊόντος τις τελευταίες 42 εβδομάδες. Το Διάγραμμα της χρονοσειράς των πωλήσεων φαίνεται στο Διάγραμμα 7.6.

**Πίνακας 7.3:** Η χρονοσειρά των πωλήσεων.

<b>Εβδομάδα</b>	<b>Πωλήσεις</b>	<b>Εβδομάδα</b>	<b>Πωλήσεις</b>
<b>1</b>	115	<b>22</b>	33
<b>2</b>	125	<b>23</b>	28
<b>3</b>	116	<b>24</b>	27
<b>4</b>	130	<b>25</b>	34
<b>5</b>	82	<b>26</b>	42
<b>6</b>	81	<b>27</b>	14
<b>7</b>	69	<b>28</b>	35
<b>8</b>	50	<b>29</b>	55
<b>9</b>	67	<b>30</b>	44
<b>10</b>	47	<b>31</b>	70
<b>11</b>	43	<b>32</b>	74
<b>12</b>	69	<b>33</b>	71
<b>13</b>	56	<b>34</b>	79
<b>14</b>	67	<b>35</b>	83
<b>15</b>	54	<b>36</b>	73
<b>16</b>	77	<b>37</b>	70
<b>17</b>	82	<b>38</b>	74
<b>18</b>	69	<b>39</b>	71
<b>19</b>	64	<b>40</b>	84
<b>20</b>	72	<b>41</b>	102
<b>21</b>	69	<b>42</b>	107



Διάγραμμα 7.6: Η χρονοσειρά των πωλήσεων.

1ο. Αρχικά, στις στήλες C και D υπολογίζονται οι τιμές υστέρησης μιας και δύο εβδομάδων αντίστοιχα.

a) Στο κελί C5 εισάγεται ο τύπος: =B4, και αντιγράφεται μέχρι το κελί C45.

b) Στο κελί D6 εισάγεται ο τύπος: =B4, και αντιγράφεται μέχρι το κελί D45.

Από το φύλλο excel που δημιουργήθηκε είναι προφανές ότι από την αρχή των δύο νέων χρονοσειρών απουσιάζουν μία και δύο τιμές αντίστοιχα (Εικόνα 7.11).



Ανάλυση Πωλήσεων		Τιμές Υστερήσης		Διαφορά	Τετρ. Διαφοράς	Προβλ. Πωλήσεις	Συντελεστές Αυτοσυσχέτισης		
Εβδομάδα	Πωλήσεις	Lag1	Lag2				Lag	Αυτοσυσχέτιση	Τυπικό Σφάλμα
1									
2									
3	1	115							
4	2	125	=B4						
5	3	116	125	115					
6	4	130	116	125					
7	5	82	130	116					
8	6	81	82	130					
9	7	69	81	82					
10	8	50	69	81					
11	9	67	50	69					
12	10	47	67	50					
13	11	43	47	67					
14	12	69	43	47					
15	13	56	69	43					
16	14	67	56	69					
17	15	54	67	56					
18	16	77	54	67					
19	17	82	77	54					
20	18	69	82	77					
21	19	64	69	82					
22	20	72	64	69					
23	21	69	72	64					
24	22	33	69	72					
25	23	28	33	69					
26	24	27	28	33					
27	25	34	27	28					
28	26	42	34	27					
29	27	14	42	34					
30	28	35	14	42					
31	29	55	35	14					
32	30	44	55	35					
33	31	70	44	55					
34	32	74	70	44					
35	33	71	74	70					
36	34	79	71	74					
37	35	83	79	71					
38	36	73	83	79					
39	37	70	73	83					
40	38	74	70	73					
41	39	71	74	70					
42	40	84	71	74					
43	41	102	84	71					
44	42	107	102	84					
45									
46									
47									
48									
49									

Εικόνα 7.11: Στο κελί C5 εισάγεται ο τύπος: =B4, και αντιγράφεται μέχρι το κελί C45 και στο κελί D6 εισάγεται ο τύπος: =B4, και αντιγράφεται μέχρι το κελί D45.

20. Για τον υπολογισμό του συντελεστή αυτοσυσχέτισης με βάση τη σχέση (7.1), υπολογίζονται οι διαφορές  $Y_T - \bar{Y}$ , στη στήλη E και τα τετράγωνα των διαφορών στη στήλη F:

- a) Στο κελί E4 εισάγεται ο τύπος: =B4-AVERAGE(\$B\$4:\$B\$45) και αντιγράφεται μέχρι το κελί E45 (Εικόνα 7.12).

Ανάλυση Πωλήσεων		Τιμές Υστερήσης		Διαφορά	Τετρ. Διαφοράς	Προβλ. Πωλήσεις	Συντελεστές Αυτοσυσχέτισης		
Εβδομάδα	Πωλήσεις	Lag1	Lag2				Lag	Αυτοσυσχέτιση	Τυπικό Σφάλμα
1	115			=B4-AVERAGE(\$B\$4:\$B\$45)			1		
2	125	115		56,57			2		
3	116	125	115	47,57			3		
4	130	116	125	61,57			4		
5	82	130	116	13,57					
6	81	82	130	12,57					
7	69	81	82	0,57					
8	50	69	81	-18,43					
9	67	50	69	-1,43					
10	47	67	50	-21,43					
11	43	47	67	-25,43					
12	69	43	47	0,57					
13	56	69	43	-12,43					
14	67	56	69	-1,43					
15	54	67	56	-14,43					
16	77	54	67	8,57					
17	82	77	54	13,57					
18	69	82	77	0,57					
19	64	69	82	-4,43					
20	72	64	69	3,57					
21	69	72	64	0,57					
22	33	69	72	-35,43					
23	28	33	69	-40,43					
24	27	28	33	-41,43					
25	34	27	28	-34,43					
26	42	34	27	-26,43					
27	14	42	34	-54,43					
28	35	14	42	-33,43					
29	55	35	14	-13,43					
30	44	55	35	-24,43					
31	70	44	55	1,57					
32	74	70	44	5,57					
33	71	74	70	2,57					
34	79	71	74	10,57					
35	83	79	71	14,57					
36	73	83	79	4,57					
37	70	73	83	1,57					
38	74	70	73	5,57					
39	71	74	70	2,57					
40	84	71	74	15,57					
41	102	84	71	33,57					
42	107	102	84	38,57					

Εικόνα 7.12: Στο κελί E4 εισάγεται ο τύπος: =B4-AVERAGE(\$B\$4:\$B\$45) και αντιγράφεται μέχρι το κελί E45.

b) Στο κελί F4 εισάγεται ο τύπος: =E4\*E4 και αντιγράφεται μέχρι το κελί F45 (Εικόνα 7.13).

Ανάλυση Πελήσεων		Τιμές Υστέρησης		Διαφορά	Τετρ. Διαφοράς	Προβλ. Πελήσεις	Συντελεστές Αυτοσυσχέτισης		
Εβδομάδα	Πωλήσεις	Lag1	Lag2				Lag	Αυτοσυσχέτιση	Τυπικό Σφάλμα
1	115			46,57	=E4*E4				
2	125	115		56,57	3200,3		1		
3	116	125	115	47,57	2263,0		2		
4	130	116	125	61,57	3791,0		3		
5	82	130	116	13,57	184,2		4		
6	81	82	130	12,57	158,0				
7	69	81	82	0,57	0,3				
8	50	69	81	-18,43	339,6				
9	67	50	69	-1,43	2,0				
10	47	67	50	-21,43	459,2				
11	43	47	67	-25,43	646,6				
12	69	43	47	0,57	0,3				
13	56	69	43	-12,43	154,5				
14	67	56	69	-1,43	2,0				
15	54	67	56	-14,43	208,2				
16	77	54	67	8,57	73,5				
17	82	77	54	13,57	184,2				
18	69	82	77	0,57	0,3				
19	64	69	82	-4,43	19,6				
20	72	64	69	3,57	12,8				
21	69	72	64	0,57	0,3				
22	33	69	72	-35,43	1255,2				
23	28	33	69	-40,43	1634,5				
24	27	28	33	-41,43	1716,3				
25	34	27	28	-34,43	1185,3				
26	42	34	27	-26,43	698,5				
27	14	42	34	-54,43	2962,5				
28	35	14	42	-33,43	1117,5				
29	55	35	14	-13,43	180,3				
30	44	55	35	-24,43	596,8				
31	70	44	55	1,57	2,5				
32	74	70	44	5,57	31,0				
33	71	74	70	2,57	6,6				
34	79	71	74	10,57	111,8				
35	83	79	71	14,57	212,3				
36	73	83	79	4,57	20,9				
37	70	73	83	1,57	2,5				
38	74	70	73	5,57	31,0				
39	71	74	70	2,57	6,6				
40	84	71	74	15,57	242,5				
41	102	84	71	33,57	1127,0				
42	107	102	84	38,57	1487,8				

Εικόνα 7.13: Στο κελί F4 εισάγεται ο τύπος: =E4\*E4 και αντιγράφεται μέχρι το κελί F45.

ε) Στη συνέχεια, οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης για περιόδους υστέρησης από 1 έως 5 υπολογίζονται στα κελιά J5 έως J9, ως εξής:

$$=SUMPRODUCT(E5:E45;E4:E44)/SUM(F4:F45)$$

$$=SUMPRODUCT(E6:E45;E4:E43)/SUM(F4:F45)$$

$$=SUMPRODUCT(E7:E45;E4:E42)/SUM(F4:F45)$$

$$=SUMPRODUCT(E8:E45;E4:E41)/SUM(F4:F45)$$

$$=SUMPRODUCT(E8:E45;E4:E41)/SUM(F4:F45)$$

Ανάλυση Πωλήσεων		Τιμές Υστέρησης		Διαφορά	Τετρ. Διαφοράς	Προβλ. Πωλήσεις	Συντελεστές Αυτοσυσχέτισης		
Εβδομάδα	Πωλήσεις	Lag1	Lag2				Lag	Αυτοσυσχέτιση	Τυπικό Σφάλμα
1	115			46,57	2168,9		1	=SUMPRODUCT	
2	125	115		56,57	3200,3		2	0,577956712	
3	116	125	115	47,57	2263,0		3	0,432798679	
4	130	116	125	61,57	3791,0		4	0,204176979	
5	82	130	116	13,57	184,2		5	0,204176979	
6	81	82	130	12,57	158,0				
7	69	81	82	0,57	0,3				
8	50	69	81	-18,43	339,6				
9	67	50	69	-1,43	2,0				
10	47	67	50	-21,43	459,2				
11	43	47	67	-25,43	646,6				
12	69	43	47	0,57	0,3				
13	56	69	43	-12,43	154,5				
14	67	56	69	-1,43	2,0				
15	54	67	56	-14,43	208,2				
16	77	54	67	8,57	73,5				
17	82	77	54	13,57	184,2				
18	69	82	77	0,57	0,3				
19	64	69	82	-4,43	19,6				
20	72	64	69	3,57	12,8				
21	69	72	64	0,57	0,3				
22	33	69	72	-35,43	1255,2				
23	28	33	69	-40,43	1634,5				
24	27	28	33	-41,43	1716,3				
25	34	27	28	-34,43	1185,3				
26	42	34	27	-26,43	698,5				
27	14	42	34	-54,43	2962,5				
28	35	14	42	-33,43	1117,5				
29	55	35	14	-13,43	180,3				
30	44	55	35	-24,43	596,8				
31	70	44	55	1,57	2,5				
32	74	70	44	5,57	31,0				
33	71	74	70	2,57	6,6				
34	79	71	74	10,57	111,8				
35	83	79	71	14,57	212,3				
36	73	83	79	4,57	20,9				
37	70	73	83	1,57	2,5				
38	74	70	73	5,57	31,0				
39	71	74	70	2,57	6,6				
40	84	71	74	15,57	242,5				
41	102	84	71	33,57	1127,0				
42	107	102	84	38,57	1487,8				

Εικόνα 7.14: Οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης για τις περιόδους υστέρησης από 1 έως 5 υπολογίζονται στα κελιά J5 έως J9, με τη βοήθεια της εντολής: =SUMPRODUCT.

d) Τέλος, στο κελί K5 υπολογίζεται το τυπικό σφάλμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης που είναι ίσο με  $1/\sqrt{T}$ , εισάγοντας τον τύπο: =1/SQRT(COUNT(B4:B45)).



Α		B		C		D		E		F		G		H		I		J		K	
K5      fx      =1/SQRT(COUNT(B4:B45))																					
1	Ανάλυση Πωλήσεων																				
2			Τιμές Υστέρησης																		
3	Εβδομάδα α	Πωλήσεις	Lag1	Lag2	Διαφορά	Τετρ. Διαφορές	Προβλ. Πωλήσεις	Συντελεστής Αυτοσυσχέτισης													
4	1	115			46,57	2168,9		Lag	Αυτοσυσχέτιση	Τυπικό Σφάλμα											
5	2	125	115		56,57	3200,3		1	0,752289432	0,1543033											
6	3	116	125	115	47,57	2263,0		2	0,577956712												
7	4	130	116	125	61,57	3791,0		3	0,432798679												
8	5	82	130	116	13,57	184,2		4	0,204176979												
9	6	81	82	130	12,57	158,0		5	0,204176979												
10	7	69	81	82	0,57	0,3															
11	8	50	69	81	-18,43	339,6															
12	9	67	50	69	-1,43	2,0															
13	10	47	67	50	-21,43	459,2															
14	11	43	47	67	-25,43	646,6															
15	12	69	43	47	0,57	0,3															
16	13	56	69	43	-12,43	154,5															
17	14	67	56	69	-1,43	2,0															
18	15	54	67	56	-14,43	208,2															
19	16	77	54	67	8,57	73,5															
20	17	82	77	54	13,57	184,2															
21	18	69	82	77	0,57	0,3															
22	19	64	69	82	-4,43	19,6															
23	20	72	64	69	3,57	12,8															
24	21	69	72	64	0,57	0,3															
25	22	33	69	72	-35,43	1255,2															
26	23	28	33	69	-40,43	1634,5															
27	24	27	28	33	-41,43	1716,3															
28	25	34	27	28	-34,43	1185,3															
29	26	42	34	27	-26,43	698,5															
30	27	14	42	34	-54,43	2962,5															
31	28	35	14	42	-33,43	1117,5															
32	29	55	35	14	-13,43	180,3															
33	30	44	55	35	-24,43	596,8															
34	31	70	44	55	1,57	2,5															
35	32	74	70	44	5,57	31,0															
36	33	71	74	70	2,57	6,6															
37	34	79	71	74	10,57	111,8															
38	35	83	79	71	14,57	212,3															
39	36	73	83	79	4,57	20,9															
40	37	70	73	83	1,57	2,5															
41	38	74	70	73	5,57	31,0															
42	39	71	74	70	2,57	6,6															
43	40	84	71	74	15,57	242,5															
44	41	102	84	71	33,57	1127,0															
45	42	107	102	84	38,57	1487,8															
46																					
47																					
48																					
49																					
=E4 E4      =SUMPRODUCT      τυπικό σφάλμα																					
Ετοιμο																					

Εικόνα 7.15: Υπολογίζεται το τυπικό σφάλμα του συντελεστή αυτοσυσχέτισης, εισάγοντας τον τύπο:  $=1/\text{SQRT}(\text{COUNT}(B4:B45))$ .

Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία για να θεωρείται ένας συντελεστής αυτοσυσχέτισης σημαντικός πρέπει η απόλυτη τιμή του να είναι τουλάχιστον διπλάσια από το τυπικό σφάλμα.

Όταν συμβαίνει κάποιος (ή κάποιοι) συντελεστής αυτοσυσχέτισης να είναι σημαντικός, τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί σ' ένα μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης. Τα μοντέλα αυτά στηρίζονται σε μια Εξίσωση παλινδρόμησης με ανεξάρτητες μεταβλητές τις τιμές υστέρησης.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα θα εξεταστεί ένα γραμμικό μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης με βάση τις πρώτες τιμές υστέρησης:

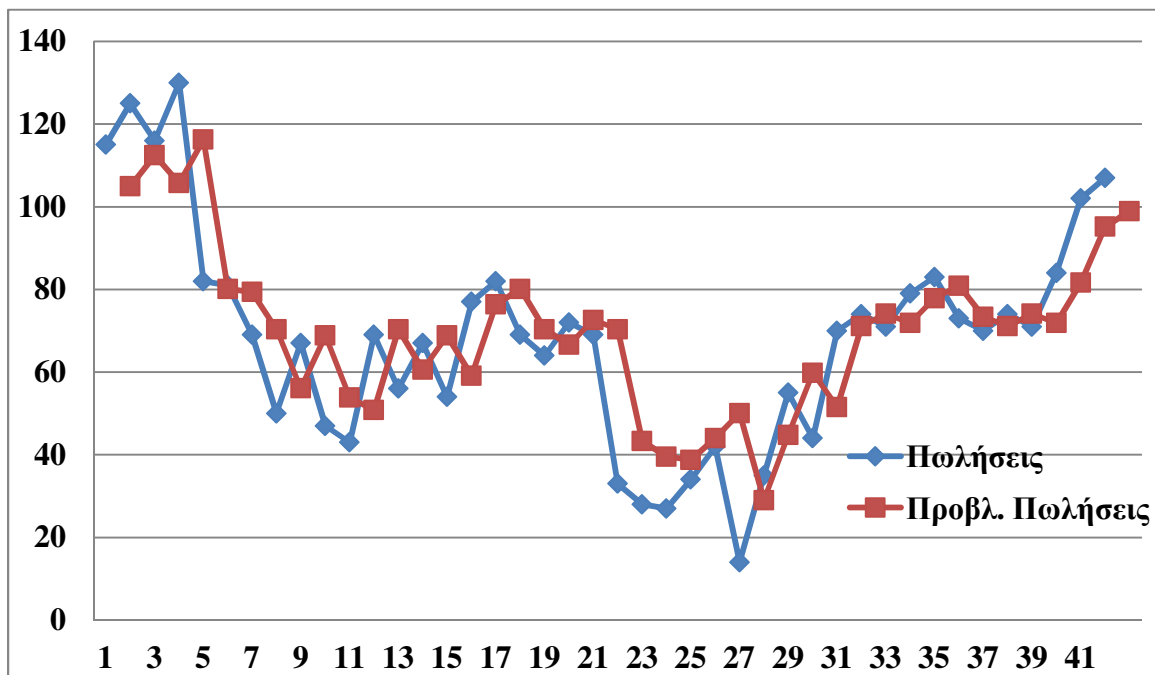
**Εξίσωση 7.2:** Τιμών υστέρησης.

$$F_t = a + bY_{t-1}$$

Με τη βοήθεια του εργαλείου Regression του Analysis ToolPak προκύπτει ότι  $a = 0,752$  και  $b = 18,48$ . Με βάση τις τιμές αυτές είναι εύκολο να υπολογισθούν οι προβλέψεις των πωλήσεων (στήλη G) αφού χρησιμοποιήσουμε την εντολή:  $=B4*\$J\$12+\$J\$13$ , στο κελί G5 έως το G45.

Για την πρόβλεψη μελλοντικών τιμών των πωλήσεων μετά την 42<sup>η</sup> εβδομάδα, στο δεξί σκέλος της Εξίσωσης 7.2, χρησιμοποιούνται είτε οι γνωστές είτε οι προβλεπόμενες τιμές των πωλήσεων. Έτσι, το προβλεπόμενο ύψος των πωλήσεων την 43<sup>η</sup> εβδομάδα υπολογίζεται με βάση τη γνωστή τιμή στην 42<sup>η</sup> εβδομάδα (κελί G46).

Τα συγκριτικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 7.7 ενώ η τελική μορφή του φύλλου εργασίας στην Εικόνα 7.14.



**Διάγραμμα 7.7:** Τα συγκριτικά αποτελέσματα των χρονοσειρών των πωλήσεων.

A1		Ανάλυση Πωλήσεων							
Εβδομάδα α	Πωλήσεις	Lag1	Lag2	Διαφορά	Τετρ. Διαφοράς	Προβλ. Πωλήσεις	Συντελεστές Αυτοσυσχέτισης		
							Lag	Αυτοσυσχέτιση	Τυπικό Σφάλμα
1	115			46,57	2168,9				
2	125	115		56,57	3200,3	104,96	1	0,752289432	0,1543033
3	116	125	115	47,57	2263,0	112,48	2	0,577956712	
4	130	116	125	61,57	3791,0	105,712	3	0,432798679	
5	82	130	116	13,57	184,2	116,24	4	0,204176979	
6	81	82	130	12,57	158,0	80,144	5	0,204176979	
7	69	81	82	0,57	0,3	79,392			
8	50	69	81	-18,43	339,6	70,368			
9	67	50	69	-1,43	2,0	56,08		a = 0,752	
10	47	67	50	-21,43	459,2	68,864		b = 18,48	
11	43	47	67	-25,43	646,6	53,824			
12	69	43	47	0,57	0,3	50,816			
13	56	69	43	-12,43	154,5	70,368			
14	67	56	69	-1,43	2,0	60,592			
15	54	67	56	-14,43	208,2	68,864			
16	77	54	67	8,57	73,5	59,088			
17	82	77	54	13,57	184,2	76,384			
18	69	82	77	0,57	0,3	80,144			
19	64	69	82	-4,43	19,6	70,368			
20	72	64	69	3,57	12,8	66,608			
21	69	72	64	0,57	0,3	72,624			
22	33	69	72	-35,43	1255,2	70,368			
23	28	33	69	-40,43	1634,5	43,296			
24	27	28	33	-41,43	1716,3	39,536			
25	34	27	28	-34,43	1185,3	38,784			
26	42	34	27	-26,43	698,5	44,048			
27	14	42	34	-54,43	2962,5	50,064			
28	35	14	42	-33,43	1117,5	29,008			
29	55	35	14	-13,43	180,3	44,8			
30	44	55	35	-24,43	596,8	59,84			
31	70	44	55	1,57	2,5	51,568			
32	74	70	44	5,57	31,0	71,12			
33	71	74	70	2,57	6,6	74,128			
34	79	71	74	10,57	111,8	71,872			
35	83	79	71	14,57	212,3	77,888			
36	73	83	79	4,57	20,9	80,896			
37	70	73	83	1,57	2,5	73,376			
38	74	70	73	5,57	31,0	71,12			
39	71	74	70	2,57	6,6	74,128			
40	84	71	74	15,57	242,5	71,872			
41	102	84	71	33,57	1127,0	81,648			
42	107	102	84	38,57	1487,8	95,184			
						98,944			

Εικόνα 7.16: Τελική μορφή του φύλλου εργασίας της ανάλυσης των πωλήσεων.

## 7.4 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΜΕΘΟΔΟΥ ΚΙΝΗΤΟΥ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ ΣΕ ΦΥΛΛΟ EXCEL

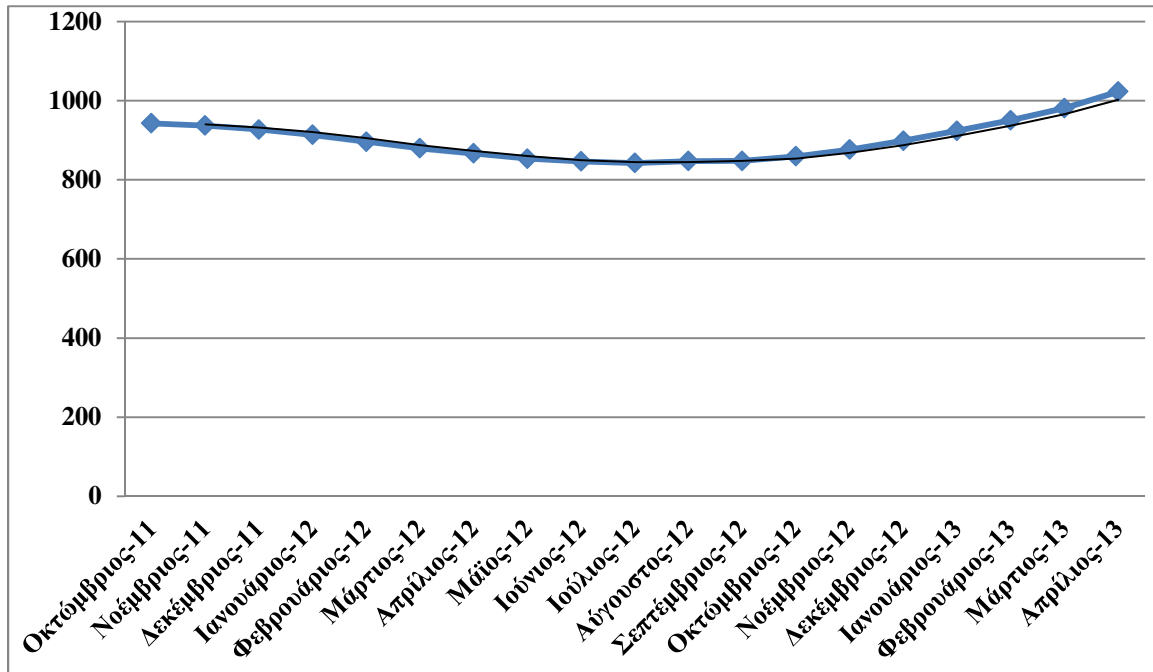
Η μέθοδος πρόβλεψης του κινητού μέσου όρου (moving average) είναι μια από τις απλούστερες Στατιστικές μεθόδους. Η προβλεπόμενη τιμή στη χρονική περίοδο  $t$  προκύπτει ως ο μέσος όρος των  $k$  προηγούμενων μετρήσεων.

Στο παρακάτω Διάγραμμα 7.8 παρουσιάζεται η τελική μορφή της κυματομορφής, στο οποίο εμφανίζεται και η καμπύλη του κινητού μέσου όρου των 10 μηνών.

Πειραματιζόμενοι με το μέγεθος της σταθεράς  $k$  παρατηρείται ότι όσο αυτό αυξάνει τόσο μεγαλύτερη εξομάλυνση επιτυγχάνεται.

Οι προβλεπόμενες τιμές του δείκτη μπορούν να υπολογιστούν εύκολα ως εξής:

Στο κελί H13 εισάγεται ο τύπος: **=AVERAGE(B4:B13)** και αντιγράφεται προς τα κάτω μέχρι το κελί H31 (Εικόνα 7.17).



**Διάγραμμα 7.8:** Η τελική μορφή της κυματομορφής, στο οποίο εμφανίζεται και η καμπύλη του κινητού μέσου όρου των 10 μηνών.



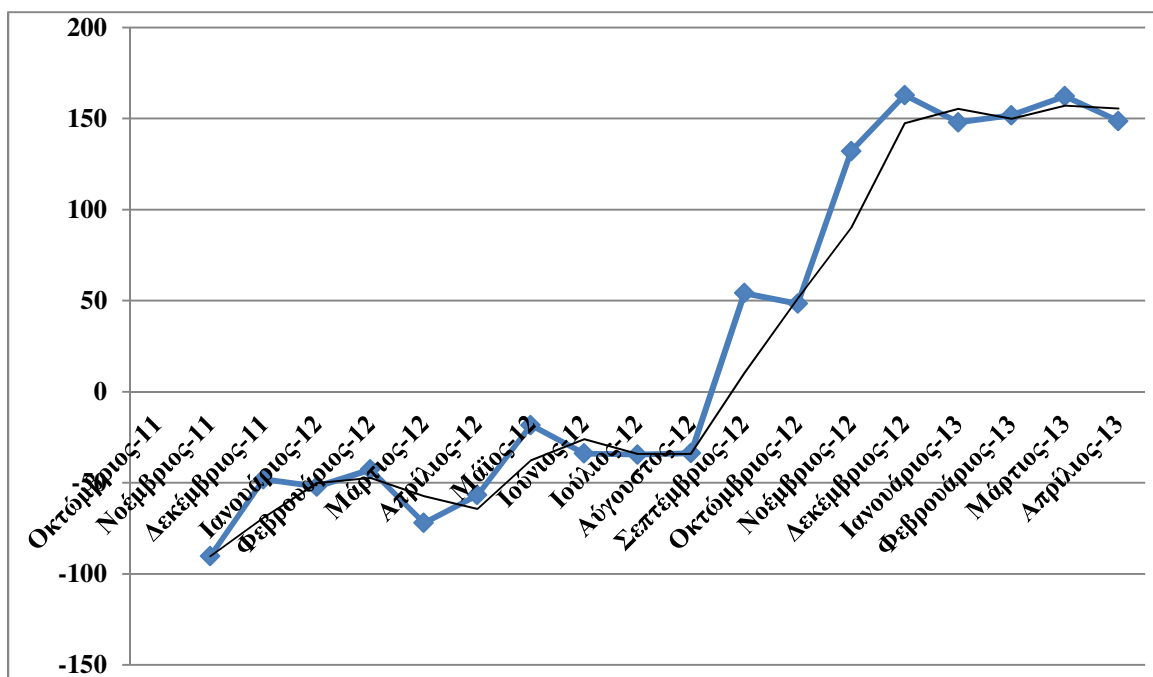
		Γραμματοσειρά		Στοιχισή		Αριθμός		
MMULT		=AVERAGE(B4:B13)						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	<b>Μηνιαίες τιμές κλεισίματος του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών</b>							
2								
3	<b>Μήνας</b>	<b>Χ.Α.Α.</b>	<b>Μεταβολή</b>	<b>% Μεταβολή</b>	<b>Προβλεπόμενη % Μεταβολή</b>	<b>Προβλεπόμενος Χ.Α.Α.</b>	<b>Σφάλμα</b>	<b>Κινητός μέσος όρος</b>
4	Ιανουάριος-11	947,27						
5	Φεβρουάριος-11	974,58	27,31	2,88	1,05	957,22	17,36	
6	Μάρτιος-11	1003,87	29,29	3,01	1,05	984,82	19,05	
7	Απρίλιος-11	997,75	-6,12	-0,61	1,05	1014,42	-16,67	
8	Μάιος-11	991,75	-6	-0,60	1,05	1008,23	-16,48	
9	Ιούνιος-11	976,88	-14,87	-1,50	1,05	1002,17	-25,29	
10	Ιούλιος-11	952,34	-24,54	-2,51	1,05	987,14	-34,80	
11	Αύγουστος-11	881,47	-70,87	-7,44	1,05	962,35	-80,88	
12	Σεπτέμβριος-11	849,98	-31,49	-3,57	1,05	890,73	-40,75	
13	Οκτώμβριος-11	852,55	2,57	0,30	1,05	858,91	-6,36	=AVERAGE(B4:E
14	Νοέμβριος-11	888,98	36,43	4,27	1,05	861,51	27,47	937,015
15	Δεκέμβριος-11	875	-13,98	-1,57	1,05	898,32	-23,32	927,057
16	Ιανουάριος-12	871,1	-3,9	-0,45	1,05	884,19	-13,09	913,78
17	Φεβρουάριος-12	824,39	-46,71	-5,36	1,05	880,25	-55,86	896,444
18	Μάρτιος-12	822,77	-1,62	-0,20	1,05	833,05	-10,28	879,546
19	Απρίλιος-12	848,36	25,59	3,11	1,05	831,41	16,95	866,694
20	Μάιος-12	819,54	-28,82	-3,40	1,05	857,27	-37,73	853,414
21	Ιούνιος-12	811,93	-7,61	-0,93	1,05	828,15	-16,22	846,46
22	Ιούλιος-12	808,6	-3,33	-0,41	1,05	820,46	-11,86	842,322
23	Αύγουστος-12	901,31	92,71	11,47	1,05	817,10	84,21	847,198
24	Σεπτέμβριος-12	896,25	-5,06	-0,56	1,05	910,78	-14,53	847,925
25	Οκτώμβριος-12	991,72	95,47	10,65	1,05	905,67	86,05	859,597
26	Νοέμβριος-12	1039,28	47,56	4,80	1,05	1002,14	37,14	876,415
27	Δεκέμβριος-12	1046,54	7,26	0,70	1,05	1050,20	-3,66	898,63
28	Ιανουάριος-13	1075,7	29,16	2,79	1,05	1057,54	18,16	923,923
29	Φεβρουάριος-13	1112,62	36,92	3,43	1,05	1087,00	25,62	950,349
30	Μάρτιος-13	1130,03	17,41	1,56	1,05	1124,31	5,72	981,398
31	Απρίλιος-13	1226,2	96,17	8,51	1,05	1141,90	84,30	1022,825
32								

Εικόνα 7.17: Στο κελί H13 εισάγεται ο τύπος: =AVERAGE(B4:B13) και αντιγράφεται προς τα κάτω μέχρι το κελί H31.

Με τη βοήθεια του τύπου: =B13-H13 υπολογίζονται τα σφάλματα της πρόβλεψης στη στήλη I. Δηλαδή στο κελί I14 εισάγεται ο τύπος: =B13-H13 και αντιγράφεται προς τα κάτω μέχρι το κελί I31 (Εικόνα 7.18). Ακόμη, στο Διάγραμμα 7.9 απεικονίζονται τα σφάλματα της πρόβλεψης.

Μήνας	Χ.Α.Α.	Μεταβολή	% Μεταβολή	Προβλεπόμενη % Μεταβολή	Προβλεπόμενος Χ.Α.Α.	Σφάλμα	Κινητός μέσος όρος	Σφάλματα της πρόβλεψης
Ιανουάριος-11	947,27							
Φεβρουάριος-11	974,58	27,31	2,88	1,05	957,22	17,36		
Μάρτιος-11	1003,87	29,29	3,01	1,05	984,82	19,05		
Απρίλιος-11	997,75	-6,12	-0,61	1,05	1014,42	-16,67		
Μάιος-11	991,75	-6	-0,60	1,05	1008,23	-16,48		
Ιούνιος-11	976,88	-14,87	-1,50	1,05	1002,17	-25,29		
Ιούλιος-11	952,34	-24,54	-2,51	1,05	987,14	-34,80		
Αύγουστος-11	881,47	-70,87	-7,44	1,05	962,35	-80,88		
Σεπτέμβριος-11	849,98	-31,49	-3,57	1,05	890,73	-40,75		
Οκτώβριος-11	852,55	2,57	0,30	1,05	858,91	-6,36	942,844	
Νοέμβριος-11	888,98	36,43	4,27	1,05	861,51	27,47	937,015	=B13-H13
Δεκέμβριος-11	875	-13,98	-1,57	1,05	898,32	-23,32	927,057	-48,035
Ιανουάριος-12	871,1	-3,9	-0,45	1,05	884,19	-13,09	913,78	-52,057
Φεβρουάριος-12	824,39	-46,71	-5,36	1,05	880,25	-55,86	896,444	-42,68
Μάρτιος-12	822,77	-1,62	-0,20	1,05	833,05	-10,28	879,546	-72,054
Απρίλιος-12	848,36	25,59	3,11	1,05	831,41	16,95	866,694	-56,776
Μάιος-12	819,54	-28,82	-3,40	1,05	857,27	-37,73	853,414	-18,334
Ιούνιος-12	811,93	-7,61	-0,93	1,05	828,15	-16,22	846,46	-33,874
Ιούλιος-12	808,6	-3,33	-0,41	1,05	820,46	-11,86	842,322	-34,53
Αύγουστος-12	901,31	92,71	11,47	1,05	817,10	84,21	847,198	-33,722
Σεπτέμβριος-12	896,25	-5,06	-0,56	1,05	910,78	-14,53	847,925	54,112
Οκτώβριος-12	991,72	95,47	10,65	1,05	905,67	86,05	859,597	48,325
Νοέμβριος-12	1039,28	47,56	4,80	1,05	1002,14	37,14	876,415	132,123
Δεκέμβριος-12	1046,54	7,26	0,70	1,05	1050,20	-3,66	898,63	162,865
Ιανουάριος-13	1075,7	29,16	2,79	1,05	1057,54	18,16	923,923	147,91
Φεβρουάριος-13	1112,62	36,92	3,43	1,05	1087,00	25,62	950,349	151,777
Μάρτιος-13	1130,03	17,41	1,56	1,05	1124,31	5,72	981,398	162,271
Απρίλιος-13	1226,2	96,17	8,51	1,05	1141,90	84,30	1022,825	148,632

Εικόνα 7.18: Υπολογισμός των σφαλμάτων πρόβλεψης στη στήλη I.



Διάγραμμα 7.9: Τα σφάλματα της πρόβλεψης.

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ/ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ/ ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Όπως ειπώθηκε και παραπάνω, η επιστήμη της Στατιστικής ασχολείται με τη συστηματική απαρίθμηση και παρουσίαση αριθμητικών δεδομένων ή στοιχείων, τα οποία προέρχονται από πολλές παρατηρήσεις ή μετρήσεις. Οι παρατηρήσεις αυτές ή οι μετρήσεις αναφέρονται σε συγκεκριμένο αντικείμενο ή γεγονός και όταν παρουσιάζονται σε χρονολογική διάταξη αποτελούν μία χρονολογική σειρά.

Τα δεδομένα της χρονολογικής σειράς μπορεί να παρουσιασθούν γραφικά για εύκολη οπτική εξέταση ή υπό μορφή πινάκων για λεπτομερέστερη ανάλυση. Υπάρχουν αρκετοί λόγοι που επιθυμείται η μελέτη των δεδομένων της χρονολογικής σειράς.

- 1ο. Ένας λόγος είναι να αναλυθεί η παρούσα ή παρελθούσα κατάσταση, για να φανεί εάν είναι καλύτερη ή χειρότερη από αυτή που αναμενόταν. Αυτή η εξέταση είναι πολύπλοκη διότι εμφανίζονται παράγοντες όπως η εποχική μεταβλητικότητα και η μακροχρόνια αύξηση ή μείωση στη χρονολογική σειρά καθώς επίσης και άλλοι λιγότερο προβλεπόμενοι παράγοντες.
- 2ο. Ένας δεύτερος λόγος για τη μελέτη των δεδομένων της χρονολογικής σειράς είναι να προβλεφτεί η μελλοντική συμπεριφορά, εφ' όσον βέβαια το μοντέλο για τη μελλοντική συμπεριφορά του φαινομένου είναι παρόμοιο με αυτό της παρελθούσης συμπεριφοράς αυτού.

Η ανάλυση χρονολογικών σειρών ασχολείται με τις μεθόδους αναλύσεως των ιστορικών δεδομένων και στη συνέχεια, της προβολής αυτών, για να παρθούν εκτιμήσεις των μελλοντικών τιμών.

Οι συνιστώσες μιας κλασσικής χρονολογικής σειράς είναι:

- e) **Η τάση:** Οι γραμμές τάσεως μπορούν να προσαρμοσθούν για το σκοπό και μόνο μιας ιστορικής περιγραφής. Σ' αυτή την περίπτωση, οποιαδήποτε γραμμή προσαρμόζεται καλά, θεωρείται επαρκής. Οπότε δε χρειάζεται να έχει λογικές συνέπειες για σκοπούς προβλέψεων, ούτε πρέπει να αξιολογηθεί αρχικά ως προς χαρακτηριστικά που είναι επιθυμητά για άλλους σκοπούς.
- f) **Οι κυκλικές διακυμάνσεις:** όταν μία χρονολογική σειρά αποτελείται από ετήσια δεδομένα, περιλαμβάνει την τάση, κυκλικά και μη ομαλά στοιχεία. Οι εποχικές διακυμάνσεις απουσιάζουν επειδή παρατηρούνται μέσα σε ένα έτος. Προφανώς, οι αποκλίσεις των ετήσιων πραγματικών δεδομένων από την υπολογισθείσα γραμμή τάσεως αποδίδονται μόνο σε κυκλικές και μη - ομαλές διακυμάνσεις. Επειδή δε το κυκλικό στοιχείο είναι ο επικρατέστερος παράγοντας, μία μελέτη αυτών των αποκλίσεων από την τάση, κατά βάση αντιπροσωπεύει μία εξέταση των επιχειρηματικών κυκλικών διακυμάνσεων. Οι αποκλίσεις από την τάση είναι κατά το πλείστον εύκολα παρατηρούμενες με τη διαίρεση των αρχικών δεδομένων με τις αντίστοιχες τιμές τάσεως για την ίδια περίοδο.
- g) **Οι εποχικές διακυμάνσεις:** Μία εποχική μεταβλητικότητα είναι μία χρονολογική σειρά διακυμάνσεων, που συμβαίνει από έτος σε έτος κατά το ίδιο χρονικό σημείο, του έτους ή, περισσότερο γενικά, μία διακύμανση που συμβαίνει από χρονικό διάστημα σε χρονικό διάστημα (μήνας, εβδομάδα, κ.ο.κ) περίπου στο ίδιο σημείο μέσα στο χρονικό διάστημα. Τέτοιες διακυμάνσεις πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όταν καταρτίζουμε προγράμματα παραγωγής, πωλήσεων, αποθεμάτων κ.ο.κ. Αυτές επίσης, πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όταν προσπαθούμε να εκτιμήσουμε αν μία μεταβολή στις πωλήσεις είναι μία

αναμενόμενη εποχική μεταβολή ή αν αυτό είναι συνέπεια μιας μεταβολής στην τάση της συγκεκριμένης επιχειρηματικής δραστηριότητας.

- h) Οι μη - ομαλές κινήσεις:** Οι κυκλικές και μη ομαλές κινήσεις, ως συνιστώσες μιας χρονολογικής σειράς μπορούν να απομονωθούν με τη χρησιμοποίηση του πολλαπλασιαστικού μοντέλου. Επειδή η χρονολογική σειρά παρουσιάζεται ως ένα πολλαπλασιαστικό υπόδειγμα, διαιρώντας δια του όρου  $T_t \times S_t$  απομονώνεται ο όρος

$$\mathbf{C_t \times I_t:} \quad \frac{Y_t}{T_t \times S_t} = \frac{T_t \times S_t \times C_t \times I_t}{T_t} = C_t \times I_t$$

Τα δεδομένα της χρονολογικής σειράς μπορεί να παρουσιασθούν γραφικά για εύκολη οπτική εξέταση ή υπό μορφή πινάκων για λεπτομερέστερη ανάλυση.

Έτσι, η Στατιστική περιλαμβάνει τόσο τις μεθόδους συλλογής και επεξεργασίας στοιχείων, όσο και τις μεθόδους ανάλυσης και μελέτης τους, ανακαλύπτοντας έτσι σχέσεις που υπάρχουν ανάμεσα στα διάφορα φαινόμενα και διατυπώνοντας συμπεράσματα που είναι χρήσιμα για τη λήψη ορθών αποφάσεων.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Biostatistics*. (2014, 7 15). Ανάκτηση από Wikipedia, the free encyclopedia:  
<http://en.wikipedia.org/wiki/Biostatistics>
- Diamond, I., & Jefferies, J. (2006). *Αρχίζοντας τη στατιστική. Μια εισαγωγή για τους κοινωνικούς επιστήμονες*. Αθήνα: Εκδόσεις Παπαζήση.
- Keller, G. (2010). *Στατιστική για οικονομικά και διοίκηση επιχειρήσεων*. Θεσσαλονίκη: Επίκεντρο.
- Microsoft Corporation*. (2014, 8 19). Ανάκτηση από Συνάρτηση CORREL:  
<http://office.microsoft.com/el-gr/excel-help/HP010342332.aspx>
- Αναλυτική χημεία*. (2014, 9 2). Ανάκτηση από Βικιπαίδεια, ελεύθερη εγκυκλοπαίδεια:  
[http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CE%BD%CE%B1%CE%BB%CF%85%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE\\_%CF%87%CE%B7%CE%BC%CE%B5%CE%AF%CE%B1](http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CE%BD%CE%B1%CE%BB%CF%85%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE_%CF%87%CE%B7%CE%BC%CE%B5%CE%AF%CE%B1)
- Ανδρεαδάκης, Ε. (2014, 9 12). *SlidePlayer.gr*. Ανάκτηση από Έλεγχος ομογένειας βροχομετρικών δεδομένων Ομογενοποίηση και μεγιστοποίηση:  
<http://slideplayer.gr/slide/1947191/>
- Γναρδέλλης, Χ. (2003). *Εφαρμοσμένη στατιστική*. Αθήνα: Εκδόσεις Παπαζήση.
- Δημέλη, Σ. (2003). *Σύγχρονες μέθοδοι ανάλυσης χρονολογικών σειρών*. Αθήνα: Κριτική.
- Δημητριάδης, Ε. (2002). *Περιγραφική Στατιστική*. Αθήνα: Κριτική.
- Δημογραφία*. (2014, 8 25). Ανάκτηση από Βικιπαίδεια, ελεύθερη εγκυκλοπαίδεια:  
<http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%94%CE%B7%CE%BC%CE%BF%CE%B3%CF%81%CE%B1%CF%86%CE%AF%CE%B1>
- Διαμαντόπουλος, Ε. (2014, 8 25). *Σημειώσεις για το μάθημα Στατιστική II*. Ανάκτηση από Ειδικότητα Μηχανογραφημένου Λογιστηρίου:  
[http://users.sch.gr/epdiaman/images/stories/ergasies/biblia/statistics\\_iek\\_II.pdf](http://users.sch.gr/epdiaman/images/stories/ergasies/biblia/statistics_iek_II.pdf)
- Ζαΐρης, Π. Ε. (2010). *Στατιστική μεθοδολογία*. Αθήνα: Κριτική.

- Ζαφείρης, Κ. (2014, 9 16). *Κοινωνική Δημογραφία*. Ανάκτηση από Τμήμα Κοινωνικής Διοίκησης και Πολιτικής Επιστήμης του Δημοκριτείου Πανεπιστημίου: <http://www.socadm.duth.gr/undergraduate/course/fl.shtml>
- Ζεγκίνογλου, Χ. (2004). *Στατιστική φυσική της θερμοδυναμικής ισορροπίας*. Αθήνα: Περί Τεχνών.
- Θαλασσινός, Ε. (1991). *Ανάλυση Χρονολογικών Σειρών Μεθοδολογία Box Jenkins*. Αθήνα: Εκδόσεις Σταμούλη.
- Κατσής, Α., Σιδερίδης, Γ., & Εμβαλωτής, Α. (2011). *Στατιστικές μέθοδοι στις Κοινωνικές Επιστήμες*. Αθήνα: Επιστημονικές Εκδόσεις.
- Κιόχος, Π. Α. (1993). *Στατιστική*. Αθήνα: Interbooks.
- Μαμαλής, Π., Καψή, Θ., Τόλης, Ε., Μιχαηλόγλου, Σ., & Πρίντζης, Γ. (2014, 8 11). *Στατιστική: Εφαρμογή στη διοίκηση – οικονομία – επιχειρήσεις*. Ανάκτηση από Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Εθνικό Κέντρο Τεκμηρίωσης (ΕΚΤ): [http://reader.ekt.gr/bookReader/show/index.php?lib=EDULLL&item=878&bitstream=878\\_01#page/2/mode/2up](http://reader.ekt.gr/bookReader/show/index.php?lib=EDULLL&item=878&bitstream=878_01#page/2/mode/2up)
- Οικονομετρία*. (2014, 9 22). Ανάκτηση από Βικιπαίδεια, ελεύθερη εγκυκλοπαίδεια: <http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9F%CE%B9%CE%BA%CE%BF%CE%BD%CE%BF%CE%BC%CE%B5%CF%84%CF%81%CE%AF%CE%B1>
- Οικονομικό Πρόβλημα (economic problem)*. (2014, 7 22). Ανάκτηση από Ευρετήριο Οικονομικών Όρων: <http://www.euretirio.com/2010/06/oikonomiko-provlima.html>
- Οικονόμου, Ε. (2014, 9 15). *Στατιστική Φυσική & Θερμοδυναμική*. Ανάκτηση από Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης: <http://www.cup.gr/Previews/978-960-7309-76-1-Preview.pdf>
- Πασχαλίδης, Π. (2013). *Στατιστική σκέψη στον κόσμο των επιχειρήσεων*. Αθήνα: Ιατρικές Εκδόσεις.
- Στατιστική μηχανική*. (2014, 8 11). Ανάκτηση από [http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A3%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CF%83%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE\\_%CE%BC%CE%B7%CF%87%CE%B1%CE%BD%CE%B9%CE%BA%CE%AE](http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A3%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CF%83%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE_%CE%BC%CE%B7%CF%87%CE%B1%CE%BD%CE%B9%CE%BA%CE%AE): <http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A3%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CF%8>

3%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE\_%CE%BC%CE%B7%CF%87%CE%B1  
%CE%BD%CE%B9%CE%BA%CE%AE

*Συνάρτηση SLOPE.* (2015, 8 22). Ανάκτηση από Microsoft Corporation:  
<http://office.microsoft.com/el-gr/excel-help/HP010342903.aspx>

Χαλικιάς, Ι. Γ. (2003). *Στατιστική. Μέθοδοι ανάλυσης για επιχειρηματικές αποφάσεις*. Αθήνα:  
Rosili.

## Πνευματικά δικαιώματα

Copyright © ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας. Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Δηλώνω ρητά ότι, σύμφωνα με το άρθρο 8 του Ν. 1599/1988 και τα άρθρα 2,4,6 παρ. 3 του Ν. 1256/1982, η παρούσα εργασία αποτελεί αποκλειστικά προϊόν προσωπικής εργασίας και δεν προσβάλλει κάθε μορφής πνευματικά δικαιώματα τρίτων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής, οι πηγές δε που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον.

Τούντας Χρήστος, Κατσιβαρδάς Ευάγγελος, Κατράνης Ιωαννής [2014]